Koenig, Rudolph. "Über den Zusammenhang zweier Töne." Annalen der Physik und Chemie 157, (1876): 177-237.

# ANNALEN

DER

# PHYSIK UND CHEMIE.

---

BAND CLVII.

# ANNALEN
DER
# PHYSIK
UND
# CHEMIE.

SECHSTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

**J. C. POGGENDORFF.**

SIEBENTER BAND.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.





LEIPZIG, 1876.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

# ANNALEN

DER

# PHYSIK

UND

# CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.



HUNDERTSIEBENUNDFUNFZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTDREIUNDDREISSIGSTER.

NEBST SIEBEN FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1876.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

1876. ANNALEN № 2.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CLVII.

## I. *Ueber den Zusammenklang zweier Töne; von Dr. Rudolph König in Paris.*

Wenn zwei Töne auf demselben Instrumente hervorgebracht werden oder durch die Schwingungen zweier Körper, die durch einen dritten nahe mit einander verbunden sind, so entstehen sehr complicirte Erscheinungen, welche zum Theil durch die Rückwirkung der beiden Tonquellen auf einander und die Wirkung beider auf den dritten sie verbindenden Körper hervorgerufen werden, zum Theil auch in dem Verhalten der beiden Wellenzüge im Luftraume ihren Grund finden. Es ist nun meine Absicht gewesen, in folgender Arbeit allein diese durch die Existenz zweier Tonwellenzüge im Luftraume entstehenden Erscheinungen einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen, und ich habe daher zur Erzeugung dieser Wellenzüge nur Tonquellen angewendet, welche von einander vollständig isolirt waren und durchaus nicht direct auf einander, noch auch zusammen gemeinsam auf einen dritten Körper einwirken konnten. — Da ferner die durch Klänge hervorgerufenen Wellenzüge immer als aus mehreren Wellenzügen einfacher Töne zusammengesetzt zu betrachten sind und daher bei der Anwendung von Klängen mitunter zweifelhaft bleiben kann, ob die beobachteten Erscheinungen durch die Grundtöne oder die Obertöne hervorgerufen wurden, so bin ich auch darauf bedacht gewesen bei diesen Experimenten die Tonquellen so zu wählen, dafs sie nur möglichst einfache Töne erzeugten. Für die tiefen Töne benutzte ich sehr starke, vor grofsen Resonatoren tönende Stimmgabeln, welche auf eisernen, isolirten Gestellen montirt waren, für die höheren Töne einfach starke Stimmgabeln, deren Tonintensität keiner weiteren Verstärkung mehr bedurfte.

Die ganze Reihe der Stimmgabeln und Resonanzröhren, welche ich bei diesen Untersuchungen anwendete, war folgende:

1) Fünf Stimmgabeln, welche ohne Gewichte die Töne Contra *G*, *C*, *E*, *G*, *c* (sol$_{-1}$, ut$_1$, mi$_1$, sol$_1$, ut$_2$) gaben. Von den vier höheren Gabeln kann jede vermittelst ihrer Laufgewichte bis zum Ton der nächst tieferen Gabel umgestimmt werden. Die Gabel Contra *G* kann durch ein Paar Laufgewichte bis zum Contra *E*, und durch ein anderer Paar bis zum Contra *C* (ut$_{-1}$ = 64 v. s.) vertieft werden, und diese letztere Gränze läfst sich noch durch Vermehrung der auf den Schiebern angebrachten Gewichte überschreiten. Die Stellungen der Laufgewichte auf diesen Gabeln sind für die Octave von Contra *C* zum grofsen *C* von einer einfachen Schwingung zur andern, und für die nächst höhere Octave von einer Doppelschwingung zur andern verzeichnet.

Die Zinken der tiefsten Gabel haben 35 Mm. Dicke, 55 Mm. Breite und etwa 75 Ctm. Länge. Die Zinken der andern vier Gabeln sind 39 Mm. dick, 55 Mm. breit und ihre Länge variirt von etwa 70 Ctm. bis zu 49 Ctm. Diese fünf Gabeln wiegen ohne die Fufsgestelle und Laufgewichte 130 Kilogramm.

2) Acht Stimmgabeln, welche ohne Gewichte auf die Töne *c*, *e*, *g*, *c'*, *c'*, *e'*, *g'*, *c''* (ut$_2$, mi$_2$, sol$_2$, ut$_3$, ut$_3$, mi$_3$, sol$_3$, ut$_4$) gestimmt sind und vermittelst ihrer Laufgewichte wieder alle Zwischentöne herzustellen gestatten. Ihre Zinken haben 26 Mm. Dicke, 26 Mm. Breite und etwa von 59 Ctm. bis zu 19 Ctm. Länge.

Die Stimmgabeln für die Octave vom kleinen *c* zum eingestrichenen *c'* tragen eine Theilung für die Stellungen der Laufgewichte von zwei zu zwei, und für die nächst höhere Octave von vier zu vier Doppelschwingungen.

3) Neun Stimmgabeln auf die Töne der Tonleiter von $c''$ zu $c'''$ und auf den siebenten harmonischen Ton des kleinen $c$ gestimmt, deren Zinken 25 Mm. Breite haben, unten 25 Mm. dick sind und nach den Enden zu bis auf etwa 12 Mm. dünner werden. Ihre Länge variirt von etwa 20 zu 13 Ctm.

4) Zwölf Stimmgabeln für die Töne der Tonleiter von $c'''$ zu $c^{IV}$, den elften, dreizehnten und vierzehnten harmonischen Ton des kleinen $c$, und den Ton von 2389,3 v. s., welcher mit $c'$ (512 v. s.) das Verhältnifs 3 : 7 bildet, mit Zinken von 15 Mm. Breite, deren Dicke unten 10 Mm., an den Enden etwa 7 Mm. beträgt, und welche Längen von etwa 9 bis zu 6 Ctm. haben.

5) Elf Gabeln für die Töne der Tonleiter von $c^{IV}$ zu $c^{V}$ und den elften, dreizehnten und vierzehnten harmonischen Ton des eingestrichenen $c'$. Die Breite ihrer Zinken ist gleich 23 Mm., die Dicke unten gleich 18 Mm. und an den Enden etwa gleich 9 Mm. Ihre Länge variirt von etwa 8 zu 5 Ctm.

6) Eine Reihe von elf Stimmgabeln für Töne zwischen $h'''$ und $c^{IV}$, und eine Reihe von neun Stimmgabeln für Töne zwischen 7936 v. s. und $c^{V}$ (8192 v. s.), mit Zinken von 14 Mm. Breite und unten etwa 8 Mm. Dicke.

7) Drei Paar Resonatoren für die Verstärkung der Töne vom grofsen $C$ bis $c''$, welche mit Schraubenstempeln versehen sind, so dafs sie mit gröfster Genauigkeit auf den jedesmal zu verstärkenden Ton gestimmt werden können. Sie sind aus Messing und auf eisernen Gestellen montirt. An der Oeffnung jeder dieser Resonanzröhren können zwei Seitenplatten angebracht werden für den Fall, dafs die tönende Stimmgabel wegen ihrer Gewichte nicht nahe genug an die Oeffnung gebracht werden kann und man so wenig als möglich von ihrer Wirkung auf die Luftmasse verlieren will. Aufserdem ist auch noch jeder Stempel nahe an der durch ihn hindurchgehenden und

ihn bewegenden Schraube durchbohrt und mit einer kleinen Röhre versehen, die für gewöhnlich geschlossen ist, welche man jedoch öffnen kann um durch dieselbe vermittelst eines Kautschukschlauches das Ohr in directe Verbindung mit der inneren Luftmasse des Resonators zu setzen.

Die beiden Resonatoren, welche die Töne vom großsen *C* bis *g* verstärken, haben einen Durchmesser von 30 Ctm., eine Länge von 1 M. 15 Ctm. und ihre Oeffnung in der Vorderplatte ist 27 Ctm. lang und 12 Centimeter breit.

Die zwei Resonatoren, welche von *G* bis *g'* gestimmt werden können, haben 25 Ctm. im Durchmesser, sind 50 Ctm. lang, und ihre Oeffnung hat 23 Ctm. Länge und 7 Ctm. Breite.

Das dritte Paar Resonatoren verstärkt die Töne von *g* bis *c''*. Ihre Länge beträgt 36 Ctm., ihr Durchmesser 25 Ctm. und ihre Oeffnung hat 15 Ctm. Länge und 7 Centimeter Breite.

### I. Primäre Stöfse und Stofstöne.

*A. Intervalle* mit dem Grundton $C = 128$ v. s.

Wenn man neben dem tiefen, einfachen und starken Tone *C* (128 v. s.), wie er durch eine grofse Stimmgabel, welche vor ihrem Resonator tönt, hervorgebracht wird, einen zweiten, in gleicher Weise erzeugten Ton ertönen läfst, den man vom Einklange ausgehend immer mehr und mehr erhöht, so hört man die sofort nach der Störung des Einklanges entstandenen Stöfse immer schneller werden. Ist man mit dem höheren Ton bis zu 152 oder 156 v. s., also zwischen *D* und $E_{,}$ gekommen, so gehen die Stöfse, welche bis dahin, in der Zahl von 12 bis 14, einzeln hörbar waren, in ein Rollen über, das bis in die Gegend der Quarte bis etwa 171 v. s. (22 St.) immer schneller wird, ohne seinen einfachen Charakter zu verlieren. Ueber die Quarte hinaus entsteht ein verworrenes, aber immer sehr lautes Rasseln, welches über die Quinte fortdauert, bis es in der Gegend der Sexte, bei etwa 212 bis 216 v. s. wieder an Verworrenheit verliert, in ein noch schnelles, aber einfaches Rollen übergeht, welches sich zwischen der Sexte und Septime so sehr verlangsamt, dafs man bei 238 und 236 v. s. schon 12 und 10 einzelne Stöfse zählen kann, die bei der Septime $H = 240$ v. s. zu 8, bei 244 v. s. zu 6 werden und immer geringer an Zahl, bei der Octave von $c = 256$ v. s. zuletzt gänzlich verschwinden.

Da man die Schwingungszahlen der primären Töne auf den Stimmgabeln direct ablesen kann, so findet man sofort, dafs die Anzahl der in der Nähe des Einklanges einzeln vernehmbaren Stöfse gleich der Differenz der Doppelschwingungen der beiden primären Töne ist, und die der Stöfse in der Nähe der Octave gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren der beiden primären Töne und der Octave des tieferen.

Man kann die angegebenen Resultate kurz in folgender Weise zusammenfassen: Jedes Intervall $n : n'$ (kleiner als die Octave), erzeugt zwei Arten von Stöfsen, deren Anzahl gleich dem positiven und negativen Reste der Division $\frac{n'}{n}$ ist, d. h. gleich den beiden Zahlen $m$ und $m' = n - m$, welche man erhält, indem man setzt: $n' = n + m = 2n - m'$. Ich werde im Folgenden der Kürze wegen die Stöfse $m$ untere, und die Stöfse $m'$ obere Stöfse nennen. Erweitert man das Intervall zweier Töne vom Einklange bis zur Octave, so wächst die Anzahl der unteren Stöfse von 0 bis $n$, und die der oberen Stöfse verringert sich von $n$ zu 0. Bei der Quinte ist die Anzahl beider Arten Stöfse $= \frac{n}{2}$. Ist $m$ viel kleiner als $\frac{n}{2}$, so sind nur die unteren Stöfse hörbar; ist $m$ viel gröfser als $\frac{n}{2}$, so hört man nur die oberen Stöfse, und ist $m$ nahe gleich $\frac{n}{2}$, so kann man beide Arten Stöfse $m$ und $n - m$ zugleich wahrnehmen.

Die unteren Stöfse sind stärker als die oberen Stöfse, und ihre Hörbarkeit erstreckt sich daher weiter über die Quinte hinaus, als die der oberen Stöfse über denselben Ton hinabreicht.

In der Octave vom grofsen *C* zum kleinen *c*, mit welcher wir es hier zu thun gehabt haben, ist es sehr schwer aus dem lauten, verworrenen Gerassel der unteren und oberen Stöfse unter und über der Quinte den Rhythmus herauszuhören, welcher jeder dieser Arten Stöfse zukommt da die Zahl der unteren Stöfse sowohl wie die der oberen immer so grofs ist, dafs sie einzeln gehört, schon ein sehr schnelles Rollen bilden würden. Es ist mir daher auch nur gelungen, beide Arten Stöfse während ihrer Existenz zur gesonderten und ganz deutlichen Wahrnehmbarkeit zu bringen, indem ich zum Grundton der Intervalle einen noch viel tieferen Ton als das grofse *C*, nämlich das Contra *E* (80 v. s.) wählte.

Die grofse Gabel trug auf einer ihrer Zinken eine Holzplatte von 24 Ctm. Breite und 40 Ctm. Länge und wurde durch einen zwischen ihren Zinken befindlichen starken Elektromagneten in starke Schwingungen von 12 bis 15 Mm. Weite versetzt. Vor dieser Platte hielt ich das Ohr, während ich demselben zu gleicher Zeit mehr oder weniger eine Stimmgabel mit Laufgewichten und Theilung näherte, welche ich frei in der Hand hielt. Experimentirt man in dieser Weise und erhöht den Ton der letzten Gabel von 80 v. s. ab immer mehr und mehr, so gehen wieder die erst einzeln hörbaren Stöfse in ein Rollen und Rasseln über, welches über die Quinte (20 St.) hinaus fortdauert. Bei 144 v. s., wo es durch 32 untere und 8 obere Stöfse gebildet wird, fangen diese letzteren schon an bemerkbar zu werden. Bei 148 v. s. ($m = 34$, $m' = 6$) und bei 150 v. s. ($m = 35$, $m' = 5$) hört man dann ganz deutlich neben dem Rasseln der 34 und 35 unteren Stöfse, auch die 6 und 5 oberen Stöfse. Man kann sich einen sehr guten Begriff davon machen wie dieses klingt, wenn man die Zunge wie beim *R*-Laute vibriren läfst, während man die Luft in schnellen, kräftigen Stöfsen, statt in einem anhaltenden Strome aus dem Munde treibt.

Bei Gelegenheit dieses Experimentes mit der tiefen Contra $E$-Gabel möchte ich beiläufig bemerken, daſs es auſserordentlich schwierig ist, sehr tiefe, einfache Töne von nur einiger Intensität herzustellen. Da mir daran lag, die Stöſse bei Tönen zu untersuchen, die bei möglichst weiten Intervallen nur um eine möglichst kleine absolute Schwingungszahl von einander abstanden, so construirte ich für die Töne der Contraoctave (64 — 188 v. s.) zwei groſse Resonatoren aus Holz, den einen von 40, den andern von 60 Ctm. Höhe und Breite, und beide von einer Länge von 2 Meter. Sie waren wie die oben beschriebenen Messingresonatoren mit Schraubenstempeln versehen, so daſs sich die Stimmung mit der gröſsten Genauigkeit herstellen lieſs, auch konnte an ihnen die Oeffnung nach Belieben verkleinert oder vergröſsert werden, aber die Wirkung, welche ich durch sie in Verbindung mit den mächtigen Gabeln erhielt, war dennoch so gering, daſs ich bei der Wahl eines dieser tiefen Töne zum Grundton, an Intensität mehr verloren hätte, als mir die geringere Schwingungszahl nützlich gewesen wäre.

Erweitert man das Intervall der Octave 128 : 256 v. s., zu dem wir bis jetzt gekommen waren, indem man den Grundton $C$ beibehält, den zweiten Ton aber, von der Octave ausgehend wieder, immer mehr und mehr erhöht, so entstehen sofort wieder die einzelnen hörbaren Stöſse, welche, wenn sie bei 276 bis 280 v. s. die Zahl von 10 bis 12 erreicht haben, in ein einfaches Rollen übergehen, das sich etwa bei 296 v. s. (20 St.) in ein verworrenes Rasseln verwandelt. Dieses Rasseln wird schnell schwächer und zwischen $e$ und $f$, etwa bei 332 bis 336 v. s., läſst der Zusammenklang der beiden Töne eine bloſse Rauhigkeit vernehmen, aus der aber schon bei 344 v. s. ein wieder deutlicheres, schnelles Rollen hervortritt, welches sich bald verlangsamt um bei 360 bis 364 v. s. 12 bis 10 Stöſse einzeln vernehmen zu lassen, die denn bei 368, 372, 376 und 380 v. s. zu 8, 6, 4 und 2 werden, und bei $g = 384$ v. s. (1 : 3) verschwinden.

Die Zahl der in der Nähe der Octave hörbaren Stöfse ist gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren Tones und der Octave des Grundtones, und die Zahl der Stöfse in der Nähe der Duodecime gleich der Differenz der Doppelschwingungen des höheren Tones und der Duodecime des Grundtones.

Der Vorgang bei den hier beobachteten Intervallen dieser zweiten Periode von $n:2n$ bis $n:3n$ ist also ganz derselbe, welchen wir bei den Intervallen der ersten Periode von $n:n$ bis $n:2n$ beobachtet haben. Jedes Intervall $n:2n+m$ oder $3n-m'$ erzeugt wieder zwei Arten von Stöfsen, die gleich $m$ und gleich $m'$ sind; ist $m$ viel kleiner als $\frac{n}{2}$, so hört man nur die unteren Stöfse, ist $m$ viel gröfser als $\frac{n}{2}$, so sind nur die oberen vernehmbar, und ist $m$ nahezu gleich $\frac{n}{2}$, so existiren beide Arten Stöfse zusammen. In dieser Periode ist $m=\frac{n}{2}$ bei dem Intervalle $2:5$ ($e = 320$ v. s.).

Die Stöfse eines Intervalles $n:2n+m$ sind also gleich denen des Intervalles $n:n+m$.

Auch in dieser Periode sind die oberen Stöfse wieder schwächer als die unteren, und die unteren wie oberen sind schwächer, als die entsprechenden Stöfse der ersten Periode.

Die nächst höhere Periode erstreckt sich von $C:g$ bis $C:c'$, $n:3n$ bis $n:4n$, und ihre Mitte, in der $m=\frac{n}{2}$, ist bei dem Verhältnifs $2:7$ ($128:448$ v. s.). Man findet in derselben wieder den gleichen Vorgang wie in den ersten beiden Perioden, nur kann man die Stöfse beider Arten, da sie wieder schwächer geworden sind als in der vorhergehenden Periode, nicht mehr ganz so weit verfolgen. Erhöht man wieder, von $g$ (384 v. s.) ausgehend, den zweiten Ton mehr und mehr, so gehen die erst einzeln hörbaren Stöfse bei 404 v. s. (10 St.) in ein Rollen über, welches bei 420 v. s. zu einem verworrenen, schwachen Gerassel wird.

Dieses geht bis etwa 456 v. s. in eine blofse Rauhigkeit über, aus der erst bei 480 bis 484 v. s. (16 bis 14 St.), ein wieder deutlicheres Rollen hervortritt, welches sich bis 492 v. s. zu 10 einzeln hörbaren Stöfsen verlangsamt, die immer geringer an Zahl, bei $c'$ (512 v. s.), der Doppeloctave, ganz verschwinden.

Die Stöfse eines Intervalles $n:3n+m$ oder $4n-m'$, sind wieder gleich $m$ und $m'$.

In der Periode von $C:c'$ bis $C:c'$, von $n:4n$ bis $n:5n$, lassen sich die Stöfse noch weniger weit verfolgen. Wenn die unteren Stöfse in der Zahl von 8 bis 10, in ein Rollen übergegangen sind, so wird dieses bis 552 v. s. (20 St.) schon so schwach, dafs es nur noch eine blofse Rauhigkeit bildet. Bei 560 (24 St.) ist auch diese nicht mehr wahrnehmbar und die beiden Töne bilden von hier ab einen reinen Zusammenklang. Erst bei 616 v. s. tritt das Rollen von 12 Stöfsen wieder aus dem reinen Zusammenklange hervor, welches dann in die einzelnen hörbaren Stöfse $m'$ übergeht, die bei $1:5$ ($128:640$ v. s.) verschwinden.

In der Periode $C:e'$ bis $C:g'$, $n:5n$ bis $n:6n$, sind die unteren Stöfse nur noch bis etwa 10 deutlich und verschwinden schon bei 664 v. s. (12 St.). Die oberen Stöfse werden bei 748 v. s. schwach vernehmbar und sind erst bei 752 v. s. (8 St.) einzeln ganz deutlich.

In der Periode von $C:g'$ bis $C:896$ v. s., von $n:6n$ bis $n:7n$, sind die unteren Stöfse nur bis 780 v. s. (6 St.) ganz deutlich und verschwinden schon bei 784 v. s. Die oberen Stöfse werden bei 884 v. s. in der Zahl von 6 schwach hörbar und sind erst bei 888 v. s., 4 an der Zahl, ganz deutlich.

In der Periode von $C:896$ v. s. bis $C:c''$, $n:7n$ bis $n:8n$, kann man die unteren Stöfse noch bis vier, bei 904 v. s. deutlich hören. Sie verschwinden schon bei 908 v. s., sechs an der Zahl. Vier obere Stöfse werden bei 1004 v. s. vernehmbar. Die zwei Stöfse bei 1008 v. s. sind ganz deutlich.

Es ist mir gelungen mitunter noch einige Stöfse bei den Verhältnissen $C : d''$ und selbst $C : e''$ (1 : 9 und 1 : 10) wahrzunehmen, sie waren aber sehr schwach und können jedenfalls nicht von jedem einfach gesunden und nicht besonders geübten Ohr, wie alle bisher beschriebenen, wahrgenommen werden.

Man hat bis jetzt angenommen, dafs Stöfse nur durch zwei dem Einklange nahe Töne direct erzeugt werden könnten und dafs die Stöfse aller weiteren Intervalle mit Hülfe resultirender Töne erzeugt würden. Hiernach müssten also bei den Intervallen $C : c'' - 2$ v. d., welches, wie wir gesehen haben, deutlich zwei Stöfse hören läfst, diese Stöfse in folgender Weise entstanden seyn:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $c'' - 2$ v. d. | mit | $C\,(8\,n - 2$ mit $n)$ | hätte | bilden | müssen | 892 v. s. $(7n - 2)$ |
| 892 v. s. | „ | $C\,(7\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $g' - 2$ v. d. $(6n - 2)$ |
| $g' - 2$ v. d. | „ | $C\,(6\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $e' - 2$ v. d. $(5n - 2)$ |
| $e' - 2$ v. d. | „ | $C\,(5\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $c' - 2$ v. d. $(4n - 2)$ |
| $c' - 2$ v. d. | „ | $C\,(4\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $g - 2$ v. d. $(3n - 2)$ |
| $g - 2$ v. d. | „ | $C\,(3\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $c - 2$ v. d. $(2n - 2)$ |
| $c - 2$ v. d. | „ | $C\,(2\,n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | $C - 2$ v. d. $(n - 2)$ |
| $C - 2$ v. d. | „ | $C\,(n - 2$ „ $n)$ | „ | „ | „ | zwei Stöfse. |

Von allen diesen Zwischentönen habe ich keine Spur entdecken können und aufserdem hat der Ton $c'' - 2$ v. d. (1020 v. s.) eine verhältnifsmäfsig so geringe Intensität, wenn seine Stöfse mit dem grofsen $C$ am deutlichsten hörbar sind, dafs es geradezu unmöglich scheint, er solle irgend welchen, auch nur im Geringsten wirksamen Combinationston in Verbindung mit anderen Tönen hervorbingen können, und noch unerklärlicher möchte es seyn, dafs er der Ursprung einer ganzen Reihe von Combinationstönen würde. Es ist daher weit natürlicher, die Stöfse der harmonischen Intervalle wie die des Einklanges, direct aus der Composition der Tonwellen abzuleiten und anzunehmen, dafs sie aus den periodisch abwechselnden Coincidenzen der gleichartigen Maxima der Töne $n$ und $n'$, und der Maxima, welche entgegengesetzte Zeichen haben, entstehen. Die gleichartigen Maxima werden bei den Stöfsen dieser harmonischen Intervalle, wie bei denen des Einklanges, entweder genau zusammenfallen, oder es werden Compressionsmaxima des höheren Tones bei zwei aufeinanderfolgenden Schwingungen des Grundtones, um ein Geringes dem Compressionsmaximum der ersten Schwingung vorhergehen und dem der zweiten folgen, so dafs die Mitte der Schwebung zwischen diesen liegt, in beiden Fällen wird aber die Wirkung auf das Ohr ganz dieselbe seyn, da eine Schwebung keine momentane Erscheinung ist, sondern aus dem allmäligen Anschwellen und Abnehmen der Tonintensität entsteht. Um eine klarere Ansicht von dem Schwingungsvorgange bei den Stöfsen dieser harmonischen Intervalle zu geben, habe ich die schriftliche Composition der Schwingungen für die Intervalle $n:hn$ und $n:hn+y$ ($h=1, 2, \ldots 8$) mit meinem bekannten Apparate ausgeführt, bei welchem, nach der von Lissajous und Desains zuerst angewandten Methode, von den beiden Stimmgabeln, deren Schwingungen componirt werden sollen, die eine die beräucherte Glasplatte trägt, welche mit ihr mitvibrirt, und die andere den Schreibstift, welcher auf dieser Glasplatte die Figuren verzeichnet (Taf. IV).

Wenn man nun den allgemeinen Charakter dieser Figuren ins Auge fafst, so findet man, dafs die Stöfse der ungeraden Intervalle 1 : 3, 1 : 5 und 1 : 7 ebenso wie die Stöfse des Einklanges durch periodische Maxima und Minima der Schwingungsweite angezeigt sind, welche sehr wohl ihre directe Hörbarkeit erklären können. Bei den geraden Intervallen 1 : 2, 1 : 4, 1 : 6 und 1 : 8 wieder, wechselt immer ein Maximum der Compression mit einem Maximum der Dilatation, wie dieses bei gewöhnlichen Tonwellen der Fall ist, es läfst sich daher jede ganze Periode gleichsam wie eine einzige zusammengesetzte Luftwelle betrachten, und dafs derartige Luftwellen sollen einzeln wie Stöfse empfunden werden können, hat nichts Auffallendes, da die Töne der grofsen Orgelpfeifen der 32-füfsigen Octave sehr wohl wie einzelne Luftstöfse gehört werden und man auch die Empfindung einer Reihe Stöfse empfängt, wenn man das Ohr den Zinken einer grofsen Stimmgabel nähert, welche unter 32 v. d. giebt.

Eine Eigenthümlichkeit der Stöfse harmonischer Intervalle besteht noch darin, dafs die beiden primären Töne abwechselnd hervortreten. Läfst man neben dem starken, grofsen *C* das nur um einen geringen Theil einer Schwingung verstimmte kleine *c* ertönen, so dafs sich sehr langsame Stöfse bilden, so hört man abwechselnd einmal den Grundton und einmal die Octave so deutlich hervortreten, dafs man, wenn das kleine *c* sehr stark ist, mitunter geneigt seyn könnte, jede Schwebung doppelt zu zählen. Ist das kleine *c* dagegen schwach, so hört man nur den Grundton abwechselnd stärker und schwächer werden. Ganz dieselbe Beobachtung habe ich auch bei den sehr langsamen Stöfsen der Duodecime und der Doppeloctave, $C:g$ und $C:c'$ machen können, aber bei nur einigermaafsen schnellen Schwebungen läfst sich das periodische Hervortreten des höheren Tones nicht mehr wahrnehmen.

Auch diese Erscheinungen dürften sich leichter aus den Figuren der Stöfse dieser Intervalle erklären lassen, als aus der Annahme resultirender Zwischentöne, welche man nicht hören kann. Bei den Stöfsen der Octave und Duodecime (Taf. IV) tritt bei *a* der Grundton allein hervor, und läfst sich bei *b* der höhere Ton vernehmen.

*B. Intervalle* mit dem Grundtone $c = 256$ v. s.

Bildet man die verschiedenen Intervalle vom Einklange bis zur dritten Octave mit dem kleinen $c = 256$ v. s. als Grundton, so kann man die Stöfse in den verschiedenen Perioden nicht mehr, wegen ihrer doppelt grofsen Anzahl, bei ganz so weiten Intervallen beobachten, als sich dieses mit dem Grundtone *C* thun liefs.

Die erst einzeln hörbaren Stöfse gehen bei der Secunde in ein einfaches Rollen, bei der Terz in ein verworrenes Rasseln über, welches über die Quarte hinaus schon schwach wird. Zwischen der Quinte und Sexte bilden die Töne einen rauhen Zusammenklang, aus dem zwischen der Sexte und Septime ein deutlicheres Rollen hervorzutreten anfängt, welches bei der Septime in einzeln vernehmbare, und bei 496 v. s. (8 St.) in einzeln zählbare Stöfse übergeht, die bei der Octave $c : c'$ verschwinden.

In der zweiten Periode $c : c'$ bis $c : g'$ ist schon bei 584 v. s. nur noch eine Rauhigkeit wahrzunehmen, und bei 608 v. s. bilden die beiden Töne bereits einen ganz ungestörten Zusammenklang, der erst bei 704 v. s. wieder rauh wird, und bei 720 v. s. in ein Rollen übergeht, welches sich darauf in die einzelnen Stöfse auflöst, die bei der Duodecime $c : g'$ (1 : 3) verschwinden.

In der dritten Periode von $c : g'$ bis $c : c''$ verschwinden die letzten Spuren der durch die zahlreich werdenden unteren Stöfse hervorgerufenen Rauhigkeit schon bei 820 v. s. Die beiden Töne bilden von da ab bis zu 976 v. s. einen ungestörten Zusammenklang, der bei 984 v. s. (20 St. $m'$) rauh wird, und darauf wieder die einzelnen Stöfse hören läfst, welche bei der Doppeloctave $c : c''$ (1 : 4) verschwinden.

Ueber die Doppeloctave hinaus kann man unter und über dem Intervall $c : e''$ (1 : 5) die oberen Stöfse der vierten, und die unteren Stöfse der fünften Periode bis etwa 12 an der Zahl beobachten. Unter und über $c : g''$ (1 : 6) vernimmt man bis etwa 8 Stöfse, und beim gestörten Zusammenklange $C$ : 1792 v. s. (1 : 7) bis etwas sechs. Die gestörte dreifache Octave $c : c'''$ (1 : 8) läfst noch deutlich 4 Stöfse hören, die 2 bis 3 vernehmbaren Stöfse bei $e : d'''$ (1:9) sind aber schon sehr schwach.

Obgleich die unteren wie auch die oberen Stöfse bei dem Intervalle mit dem Grundtone $c$, welches die Mitte jeder Periode bildet, schon die Zahl 64 erreichen, so ist doch selbst in der ersten Periode bei der Quinte $c : g$ ein grofses $C$ nur sehr schwach vernehmbar. Läfst man zu dem erst allein tönenden $c$ plötzlich $g$ hinzutreten, so klingt es als hätte der Grundton nur einen tieferen Charakter bekommen.

*C. Intervalle* mit dem Grundton $c' = 512$ v. s.

Bildet man mit dem Grundtone $C' = 512$ v. s. Intervalle, welche vom Einklange aus immer weiter und weiter werden, so zeigen dieselben folgende Erscheinungen.

Die erst einzeln hörbaren unteren Stöfse gehen schon, ehe die Secunde erreicht ist, in ein Rasseln über, welches bis zur Terz (64 St.) zu einer blofsen Rauhigkeit wird. Zugleich hört man ein schwaches grofses *C*. Bis zur Quinte steigt dieser Ton bis zum kleinen *c* (128 St.), während von der Rauhigkeit des Zusammenklanges schon von etwa 720 bis 736 v. s. ab nichts mehr zu spüren ist. Von 768 bis 896 v. s. (128 bis 192 St.) steigt der Ton *c* bis *g* und ist auffallend stark im Verhältnifs zu der Intensität, welche er von *C* bis *c* (64 bis 128 St.) hatte. Es scheint also, dafs das, was die einzelnen Impulse *m* bei diesen weiteren Intervallen an Intensität verloren haben, durch ihre gröfsere Zahl in Bezug auf die Intensität des Tones, welchen sie bilden, reichlich ersetzt worden ist. Der durch die oberen Stöfse *m'* erzeugte Ton läfst sich schon von der Terz ab (192 St.), bis zur Quinte (128 St.), während er von *g* zu *c* sinkt, vermittelst der Stöfse von Hülfsgabeln nachweisen, wenn er auch sonst kaum hörbar ist. Von 808 bis 896 v. s. (108 bis 64 St. *m'*), wird er so schwach, dafs er selbst mit den Hülfsgabeln kaum mehr nachgewiesen werden kann. Es scheint demnach, dafs die Zunahme der Intensität der einzelnen Impulse *m'*, welche durch die Verringerung ihrer Anzahl bewirkt wird, nicht die Gröfse erreicht, welche nöthig wäre, um den tiefer gewordenen Ton mit derselben Intensität zu bilden, welche er hatte, als er höher war.

Gegen 944 v. s. (40 St. *m'*) tritt Rauhigkeit ein, welche bei 976 v. s. in das Rollen übergeht, das sich dann in einzelne Stöfse auflöst, die bei der Octave $c' : c''$ verschwinden.

Die unteren Stöfse der zweiten Periode von $c' : c''$ bis $c' : g''$ (1 : 2 bis 1 : 3), sind schon bei 20 nur noch als Rauhigkeit zu vernehmen, und ebenso fangen die oberen Stöfse etwa bei 18 an sich durch die Rauhigkeit des Zusammenklanges bemerkbar zu machen.

Die Stöfse $m$ der dritten Periode von $c' : g''$ bis $c' : c'''$, kann man bis etwa 16, die Stöfse $m'$ bis etwa 10 hören.

(Diese beiden Bestimmungen habe ich mit Stimmgabeln aus meinem Tonometer gemacht, welche auf der Liste der Stimmgabeln, die ich in der Einleitung gegeben, nicht erwähnt sind.)

Die Stöfse unter und über dem Intervalle $c' : e'''$ (1 : 5), sind bis etwa 5 gut hörbar, und bei dem gestörten Intervalle $c' : g'''$ (1 : 6) kann man noch 2 bis 3 wahrnehmen.

Die Stofstöne, welche schon in der ersten Periode äusserst schwach waren, sind in den höheren nicht mehr direct wahrnehmbar.

*D. Intervalle* mit dem Grundtone $c'' = 1024$ v. s.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone $c''$, sind die unteren und oberen Stöfse als solche nur noch ganz in der Nähe des Einklanges und der harmonischen Intervalle zu vernehmen, sie gehen wegen ihrer grofsen Zahl in Töne über, welche für die verschiedenen Intervalle in folgender Weise gehört werden:

Bei der Secunde $c'' : d''$ ist der Ton $m$ (64 St.), das grofse $C$, gut vernehmbar, bei der Terz $c'' : e''$, ist er bis zum kleinen $c$ (128 St.) gestiegen und noch lauter. Bei der Quarte kommt zum Stofston $m$ (170,6 St.), $f$, noch der Stofston $m'$ (341,3 St.), $f'$, hinzu. Diese beiden Töne verschmelzen, wenn die Quarte ganz rein ist, zu einem Klange, der bald wie $f$, bald wie $f'$ zu klingen scheint. — Die Töne $m$ und $m'$ werden einander gleich bei der Quinte $c'' : g''$, welche daher sehr laut $c'$ hören läfst. Bei der Sexte ist der untere Ton $m$ bis zu $f'$ gestiegen, und der Ton $m'$ bis zu $f$ gesunken. Diese beiden Töne sind stärker und verschmelzen auch nicht so innig miteinander als bei der Quarte. Entfernt man bei immer gleicher Intensität des Grundtones die Gabel $a''$ etwas weiter vom Ohre, so hört man $f$ stärker, bringt man sie näher, so tritt $f'$ deutlicher hervor. — Das Intervall $c''$ : 1792 v. s. (4 : 7) läfst die beiden Töne $m = g'$ und $m' = e$, fast gleich stark hören.

Bei der Septime vernimmt man Nichts mehr von dem unteren Tone, und $m' = 64$ St. bildet ein bloſses Gerassel, eine Rauhigkeit aus der das groſse $C$ nicht herauszuhören ist.

Ueber die Octave hinaus läſst $c' : d'''$ $(4:9)$ den Ton $m = 128$ St., das kleine $c$ leise hören, ebenso das Intervall $c'' : 2389{,}3$ v. s. $(3:7)$, den Ton $f$. — Bei $c'' : e'''$ $(2:5)$, wo $m = m' = 256$ St., ist $c'$ sehr deutlich, über diese Gränze hinaus lassen sich jedoch weiter keine Stoſstöne mehr bemerken, nur treten noch unter und über der Duodecime $c'' : g'''$ deutliche, und bei der Doppeloctave einige sehr schwache Stöſse hervor.

*E. Intervalle* mit dem Grundton $c''' = 2048$ v. s.

Nehmen wir jetzt $c'''$ zum Grundton der Intervalle, so kommen wir damit in diejenige Gegend der Skala, welche für die Beobachtung der Stoſstöne ebenso geeignet ist, als die tiefsten Octaven für die Untersuchung der einzelnen noch nicht zu einem Tone verschmolzenen Stöſse waren.

Die Stoſstöne der ersten Periode lassen sich in folgender Weise hören. Der Ton $c'''$ giebt mit

| Intervall | | $m$ | $m'$, | |
|---|---|---|---|---|
| $d'''$ | $8:9$ | $c$ | ... | $m$ ist allein und gut vernehmbar, |
| 2389,3 v. s. | $6:7$ | $f$ | ... | $m$ ist allein und gut hörbar, |
| $e'''$ | $4:5$ | $c'$ | $g''$ | $m$ ist lauter, $m'$ schwächer als $m$, |
| $f'''$ | $3:4$ | $f'$ | $f''$ | $m$ und $m'$ verschmelzen zu einem Klange, |
| 2816 v. s. | $8:11$ | $g'$ | $e''$ | $m$ und $m'$ sind gleich laut, |
| $g'''$ | $2:3$ | $c''$ | $c''$ | $m = m'$, der Ton ist sehr stark, |
| 3328 v. s. | $8:13$ | $e''$ | $g'$ | $m$ und $m'$ gleich stark und deutlich, |
| $a'''$ | $3:5$ | $f''$ | $f'$ | $m$ und $m'$ stärker als bei der Quarte und auch einzeln hörbar, |
| 3584 v. s. | $4:7$ | $g''$ | $c'$ | $m$ und $m'$ etwa gleich stark und deutlich, |
| $h'''$ | $8:15$ | ... | $c$ | $m$ ganz unhörbar, $m'$ hörbar und deutlich. |

In der zweiten Periode von $c''' : c^{IV}$ bis $c''' : g^{IV}$ hört man die Stoſstöne folgendermaſsen:

| $c'''$ mit | Intervall | $m$ | $m'$ | |
|---|---|---|---|---|
| $d^{IV}$ | 4 : 9 | $c'$ | $g''$ | $m$ deutlich hörbar, $m'$ kaum vernehmbar, |
| $e^{IV}$ | 2 : 5 | $c''$ | $c'$ | $m = m'$, laut hörbar, |
| $f^{IV}$ | 3 : 8 | $f''$ | $f'$ | $m$ und $m'$ ungefähr gleich stark, |
| 5632 v. s. | 4 : 11 | $g''$ | $c'$ | $m$ sehr schwach, $m'$ stärker als $m$ hörbar, |
| Dritte Periode von $c''' : g^{IV}$ bis $c''' : c^{V}$: | | | | |
| 6656 v. s. | 4 : 13 | $c'$ | ... | $m$ allein hörbar, |
| $a^{IV}$ | 3 : 10 | $f'$ | $f''$ | $m$ verschmilzt mit $m'$, |
| 7168 v. s. | 2 : 7 | $c''$ | $c''$ | $m = m'$, deutlich, |
| $h^{IV}$ | 4 : 15 | ... | $c'$ | $m'$ allein hörbar, |
| 7936 v. s. | 8 : 31 | ... | $c$ | $m'$ allein hörbar. |

*F. Intervalle* mit dem Grundton $c^{IV} = 4096$ v. s.

Die Intervalle schliefslich mit dem Grundton $c^{IV}$ lassen folgende Töne hören:

| $c^{IV}$ mit | Intervalle | $m$ | $m'$ | |
|---|---|---|---|---|
| $d^{IV}$ | 8 : 9 | $c'$ | ... | $m$ ist laut vernehmbar, |
| $e^{IV}$ | 4 : 5 | $c''$ | ... | $m$ ist laut, |
| $f^{IV}$ | 3 : 4 | $f''$ | ... | $m$ ist ebenfalls laut, |
| 5632 v. s. | 8 : 11 | $g''$ | $e'''$ | $m$ und $m'$ laut, |
| $g^{IV}$ | 2 : 3 | $c'''$ | $c'''$ | $m = m'$, ganz laut, |
| 6656 v. s. | 8 : 13 | $e'''$ | $g''$ | $m$ und $m'$ beide hörbar, |
| $a^{IV}$ | 3 : 5 | $f'''$ | $f''$ | $m$ und $m'$ hörbar, |
| 7168 v. s. | 4 : 7 | $g'''$ | $c''$ | $m$ hörbar, $m'$ stärker als $m$, |
| $h^{IV}$ | 8 : 15 | ... | $c'$ | $m$ ganz unhörbar, $m'$ laut vernehmbar, |
| 7936 | 16 : 31 | ... | $c$ | $m'$ allein und laut hörbar, |
| 8064 | 32 : 63 | ... | $C$ | $m'$ vernehmbar. |

Wenn man nun die ganze Reihe aller hier einzeln angegebenen Beobachtungen mit ihren Resultaten übersieht, so findet man, dafs ihre Gesammtheit folgendes zeigt:

1) Sowohl die unteren Stöfse $m$, als auch die oberen Stöfse $m' = n - m$ eines Intervalles $n : hn + m$ $(h = 1, 2, 3 \ldots)$, gehen bei hinreichender Anzahl der Stöfse und genügend

starker Intensität der primären Töne, in Stoſstöne über, — z. B. die Töne des Verhältnisses 8 : 15, $C:H$, lassen $m' = 8$ Stöſse hören, und die Töne desselben Verhältnisses $c''' : h'''$ den Stoſston $m' = c$, die Töne $c^{IV} : h^{IV}$ den Stoſston $c'$. Ferner hört man bei den Tönen des Verhältnisses $4 : 15$ $(n : 3n + m)$, $C : h$ ein deutliches Rollen der 16 oberen Stöſse, und bei den Tönen desselben Verhältnisses $c''' : h^{IV}$, den oberen Stoſston $m' = c'$.

2) Die Stoſstöne in den hohen Octaven und die einzeln hörbaren Stöſse in den tiefen, sind immer gleich den beiden Differenzen der Doppelschwingungen des höheren primären Tones und der beiden ihm nach oben und unten zunächst liegenden Töne der harmonischen Reihe des tieferen primären Tones, und nicht, wie man bis jetzt angenommen hat, einfach gleich der Differenz der Doppelschwingungen der beiden primären Töne. — Z. B. die Töne des Verhältnisses 4 : 9, $c''' : d^{IV}$, lassen ganz laut den Stoſston $m = 1 = c'$, und keine Spur des Tones $9 - 4 = 5 = e'''$ hören. $c''' : e^{IV}$ (2 : 5) giebt $m = 1 = c''$ und durchaus nicht $g'''$. Das Verhältniſs $n : 2n + m$, 4 : 11, gebildet von den Tönen 2048 ($c'''$) und 5632 v. s. läſst ferner die Stoſstöne $m = 3 = g''$ und $m' = 1 = c'$ wahrnehmen und keine Spur vom Tone $7 = 3584$ v. s.

3) Von den Stoſstönen der höheren Octaven $m$ und $m'$, wie von den einzeln hörbaren Stöſsen $m$ und $m'$ der tieferen, wird $m$ allein hörbar, wenn $m$ viel kleiner als $\frac{n}{2}$ ist, $m'$ wenn $m$ viel gröſser als $\frac{n}{2}$, und die Coexistenz von $m$ und $m'$ nimmt man wahr, wenn $m$ sich $\frac{n}{2}$ nähert. Z. B. $c^{IV} : d^{IV}$ (8 : 9) läſst nur $m = 1 = c'$ hören, $c^{IV} : h^{IV}$ (3 : 15) nur $m' = 1 = c'$, und bei $c^{IV}$: 6656 v. s. (8 : 13) hört man sowohl $m = 5 = e'''$, als auch $m' = 3 = g''$.

### II. Secundäre Stöſse und Stoſstöne.

Im vorigen Abschnitte habe ich gesucht im Zusammenhange die Wirkung der unteren und oberen Stöſse zu schildern, wie sie sich bei den verschiedenen Intervallen äufsert, wenn dieselben erst von dem tiefsten, dann von immer höheren Tönen, bis zu den höchsten hin, gebildet werden, und um diesen Zusammenhang nicht zu stören, habe ich eine Klasse von Erscheinungen bis jetzt bei Seite gelassen, welche ich nun beschreiben will.

Wir haben oben gesehen, dafs beim Zusammenklange der beiden Töne 80 und 148 v. s. das Rollen der 34 unteren Stöfse $m$, und die einzeln hörbaren oberen 6 Stöfse $m'$, gesondert vernommen werden konnten, dafs in der Gegend der Quinte $C : G$, aus der Coexistenz dieser beiden Arten Stöfse ein starkes, verworrenes Gerassel entstand, und dafs endlich in den hohen Octaven, ebenfalls bei den Intervallen $n : hn + m$, wenn $m$ nahe $\frac{n}{2}$ war, beide Stofstöne $m$ und $m'$ zugleich beobachtet werden konnten. Diese beiden nebeneinander bestehenden Stofstöne verhalten sich nun wieder ebenso mit einander, als es zwei gleiche, primäre Töne von derselben Intensität thun würden, d. h. sind sie dem Einklange nahe, so lassen sie starke Stöfse hören; bilden sie nahezu das Intervall der Octave, so geben sie ebenfalls Stöfse, welche jedoch schwächer sind, und in gleicher Weise kann auch noch ihre gestörte Duodecime Stöfse hören lassen.

Bei den Intervallen $n : hn + m$ sind die beiden Stofstöne $m$ und $m'$ im Einklange, wenn $m = \frac{n}{2}$, also bei den Intervallen 2 : 3, 2 : 5, 2 : 7. Ist nun $m = \frac{n}{2} + 1$, so ist $n - m = \frac{n}{2} - 1$, und man erhält zwei Stöfse.

Der obere Stofston $m'$ ist die höhere Octave des unteren Stofstones $m$, wenn $m = \frac{n}{3}$, also bei den Intervallen 3 : 4, 3 : 7 . . . Ist nun $m = \frac{n}{3} + 1$, so ist $n - m = \frac{2n}{3} - 1$, und also erhält man $\left(\frac{2n}{3} + 2\right) - \left(\frac{2n}{3} - 1\right)$ d. h. drei Stöfse.

Der untere Stofston ist die höhere Octave des oberen Stofstones, wenn $m = \frac{2n}{3}$, also bei den Intervallen 3 : 5, 3 : 8 . . . Ist nun $m = \frac{2n}{3} + 1$, so ist $n - m = \frac{n}{3} - 1$ und man erhält wieder $\left(\frac{2n}{3} + 1\right) - \left(\frac{2n}{3} - 2\right)$, d. h. drei Stöſse.

Die Stoſstöne $m$ und $m'$ bilden mit einander die Duodecime wenn $m = \frac{n}{4}$, bei den Intervallen 4 : 5, 4 : 9, und wenn $m = \frac{3}{4}$, bei den Intervallen 4 : 7, 4 : 11. Ist $m = \frac{n}{4} + 1$, so ist $m' = \frac{3n}{4} - 1$ und man erhält $\left(\frac{3n}{4} + 3\right) - \left(\frac{3n}{4} - 1\right)$, d. h. vier Stöſse; ist $m = \frac{3n}{4} + 1$, so ist $m' = \frac{n}{4} - 1$ und man erhält wieder $\left(\frac{3n}{4} - 3\right) - \left(\frac{3n}{4} + 1\right)$, d. h. vier Stöſse.

Im Allgemeinen also, wenn der höhere Ton von der Reinheit der Intervalle um eine Doppelschwingung abweicht, so entstehen bei den Intervallen 2 : 3, 2 : 5, 2 : 7 zwei, bei den Intervallen 3 : 4, 3 : 7 . . . und 3 : 5, 3 : 8 . . . drei, und endlich bei den Intervallen 4 : 5, 4 : 9 . . . und 4 : 7, 4 : 11 vier Stöſse.

Von allen diesen secundären, durch Stoſstöne entstandenen Stöſsen, konnte ich bei Anwendung der mir zu Gebote stehenden starken Töne direct folgende beobachten.

In der Nähe der Quinte Contra *E* und Contra *H*, bei welcher die primären Töne ein lautes Rasseln bilden, werden nur ein bis zwei secundäre Stöſse hörbar, bei der Quinte Contra *G* : *D* (96 : 144 v. s.), bei welcher die primären Stöſse ebenfalls noch ein lautes Rasseln bilden, wo sie aber wegen der gröſseren Intensität der primären Töne weit stärker sind, kann man die secundären Stöſse bis 8, und über der Quinte selbst bis 10 verfolgen. Sie sind nämlich über der Quinte deutlicher, was auch in den höheren Lagen der Fall ist und sich dadurch erklärt, daſs in dieser Gegend die Intensitäten der unteren und oberen Stöſse mehr gleich seyn müssen, da die an sich, bei gleicher Anzahl immer schwächeren oberen Stöſse $m'$, hier noch nicht so zahlreich geworden sind, als die unteren

Stöſse *m*, wogegen unter der Quinte das Gegentheil stattfindet.

Bei gleicher Intensität des Grundtones treten hier die secundären Stöſse am deutlichsten hervor, wenn der höhere Ton etwas schwächer ist, während das Rasseln der primären Stöſse am lautesten, wenn der höhere Ton stärker ist.

Bei den Intervallen mit dem Grundton *C* habe ich die secundären Stöſse nur beim gestörten Einklange von *m* und *m'* beobachten können, da aber bis in die dritte Periode. Man kann sie bei *C* : *G* (2 ; 3), bis etwa 6 oder 8 und bei *C* : *e* (2 : 5), bis etwa 5 oder 6 verfolgen. Bei 2 : 7 hört man noch 2 bis 3.

Bei den Intervallen Contra *E* : Contra *H*, Contra *G* : *D* und *C* : *G* klingen die secundären Stöſse verbunden mit dem lauten Rasseln der primären Stöſse etwa ebenso, wie ich oben den Zusammenklang 80 : 144 v. s. geschildert habe. Bei *C* : *e* jedoch, wo das Rasseln der primären Stöſse schon weit schwächer ist, tritt dasselbe vor den secundären Stöſsen zurück und ein Gleiches findet auch bei der Quinte *c* : *g* statt.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone *c* läſst sich das ganze System der secundären Stöſse sehr vollständig beobachten. Man hörte nicht allein die Stöſse des Einklanges der Stoſstöne zahlreich und deutlich bei dem Intervalle 2 : 3, wo man sie sogar verfolgen kann, bis sie in ein Rasseln von 12 bis 16 übergehen, bei 2 : 5, 2 : 7 und selbst noch bei 2 : 9 bis zu etwa vieren, sondern auch die der Octave von *m* und *m'* gebildet, bei 3 : 4, 3 : 5 bis zu etwa 6 oder 8, bei 3 : 7 und 3 : 8, die ersten schwächer als die letzteren, bis etwa 4, und bei 3 : 11 in der dritten Periode, bis 3 oder 4. Die Stöſse der Duodecime von *m* und *m'* werden nur in der ersten Periode bei den Intervallen 4 : 5 und 4 : 7 vernehmbar und lassen sich nur bis zu 3 oder 4 verfolgen.

Bei den Intervallen mit dem Grundtone *c'* sind die Schwingungen meiner Gabeln zum Theil etwas ungünstiweil das Intervall der beiden primären Töne zu sehr verstimmt ist.

Ich habe schon bei Gelegenheit der Stöfse rein harmonischer Intervalle bemerkt, dafs man bis jetzt alle Stöfse weiterer Intervalle auf Stöfse zweier dem Einklange naher Töne zurückgeführt hat. Man setzte voraus, dafs der erste Differenzton der primären Töne mit diesen primären Tönen selbst wieder Differenztöne gäbe, diese wieder neue mit den primären Tönen und dem ersten Differenztone, und so ging man weiter, bis man auf zwei dem Einklange nahe Töne gekommen war, die dann miteinander schlagen sollten. Man nehme also z. B. an, dafs bei der gestörten grofsen Terz $4n : 5n + x$ zum Vorschein käme:

$$\begin{array}{llll}
5n + x - 4n = n + x & & & \\
& 4n - (n + x) = 3n - x & & \\
5n + x & & -(3n - x) = 2n + 2x & \\
& 4n & & -(2n + 2x) = 2n - 2x,
\end{array}$$

wo dann $2n + 2x$ mit $2n - 2x$, $4x$ Stöfse hören liefsen. Man kommt durch dieses Verfahren auch immer auf die wahre Zahl der Stöfse, man ist aber gezwungen bei demselben stets die Existenz von Tönen vorauszusetzen, welche nicht nur selbst nicht gehört werden, sondern oft auch noch gar von Tönen erzeugt seyen und andere erzeugen sollen, die alle ebenfalls unhörbar sind. In dem hier angegebenen Beispiele erzeugt $5n + x$ und $4n$ den Stofston $n + x$ von einer gewissen Intensität, läfst man nun einen primären Ton $n + x$ von etwa gleicher Intensität mit dem primären Ton $4n$ allein zusammenklingen, so wird man nur $4x$ Stöfse hören, keineswegs aber einen Ton $3n - x$ von solcher Intensität, dafs er bei neuen Combinationen wieder noch neue Töne hervorzubringen im Stande seyn könnte. Dieser Ton $3n - x$ würde dazu, nach der Analogie mit anderen Fällen zu schliefsen, schon nicht mehr stark genug seyn, wenn er ein Stofston wäre, er ist jedoch aus $n + x$ und $4n$ entstanden, also nur ein Differenzton, und wie sehr die Differenztöne und Summationstöne an Intensität den Stofstönen nachstehen, werden wir weiter unten in dem diese Töne behandelnden Abschnitte sehen.

Wie wenig annehmbar die Erklärung der Stöfse weiter Intervallen durch die Combinationstöne ist, springt noch mehr in die Augen, wenn man statt eines Intervalles der ersten Periode, einen Zusammenklang der zweiten oder dritten untersucht. Wir haben oben gesehen, dafs sich deutliche, secundäre Stöfse bei dem Verhältnisse 2 : 7 hören lassen. Ist es mit dem Grundtone $c'''$ gebildet, so sind beide Stofstöne $m$ und $m' = c''$ und dieses $c''$ hört man laut und deutlich. Sind bei geringer Verstimmung des Intervalles 2 : 7, $m$ und $m'$ nicht mehr im reinen Einklange, so schlagen sie ganz in derselben Weise miteinander als es zwei um eine gleiche Differenz verstimmte primäre Töne $c''$ von derselben Intensität thun, und man hat durchaus keine weiteren unhörbaren Töne zur Erklärung dieser Erscheinung nöthig; nach der alten Ansicht wäre aber:

$$7n+x-2n(c''')=5n+x(e^{IV}+x)$$

$$5n+x-2n=3n+x(g'''+x).$$

$$7n+x \qquad -(3n+x)=4n(c^{IV})$$

$$5n+x \qquad -4n=n+x(c''+x)$$

$$4n-(n+x)=3n-x(g'''-x)$$

und schliefslich gäbe dann $3n+x$ und $3n-x$ die Stöfse $2x$. Von allen diesen Zwischentönen läfst sich aber Nichts entdecken und man kann daher wohl annehmen, dafs, wenn schon bei so aufserordentlich starken Tönen, als ich sie angewendet habe, die Entstehung der secundären Stöfse durch Combinationstöne so gut wie gar keine Wahrscheinlichkeit für sich hat, sie bei schwächeren einfachen Tönen, wie sie z. B. von gedachten Orgelpfeifen gegeben werden, wohl sicherlich nur als eine Fiction ohne alle Wirklichkeit zu betrachten ist. Gelänge es aber andererseits, so mächtige, einfache primäre Töne herzustellen, dafs von ihnen alle nach der alten Anschauungsweise zur Bildung der secundären Stöſse erforderlichen Combinationstöne mit einer genügenden Intensität gebildet würden, so möchten in dem Falle denn auch wieder die beiden Stoſstöne $m$ und $m'$ und ihre Stöſse eine solch bedeutende Stärke erlangt haben, daſs die mit letzteren zusammenfallenden Stöſse der Combinationstöne höherer Ordnung doch immer nur einen äuſserst geringen Theil der Intensität der gehörten Stöſse bilden möchten.

Um eine leichte Uebersicht über alle meine Beobachtungen primärer und secundärer Stöſse und Stoſstöne zu gestatten, habe ich folgende Tabelle entworfen. In dieser enthält die Spalte $A$ die primären Töne nebst ihren Schwingungszahlen, $B$ die Verhältniſszahlen dieser beiden Töne, $C$ die Anzahl der unteren Stöſse $m$, und $c'$ die Verhältniſszahl derselben zum Grundton des Intervalles; $D$ die Anzahl der oberen Stöſse $m'$, und $d$ ihre Verhältniſszahl zum Grundton. Unter $E$ ist angegeben, wie die unteren Stöſse $m$, unter $F$, wie die oberen Stöſse $m'$ gehört werden. Die Spalte $G$ endlich enthält die aus der Zusammenwirkung der von $m$ und $m'$ entstandenen secundären Stöſse und secundären Stoſstöne.

Ich habe in dieser Tabelle nur diejenigen Resultate angegeben, welche jedes gewöhnliche gesunde Ohr bei der Anwendung von Tönen, wie ich sie bei diesen Untersuchungen benutzt habe, wahrnehmen kann, und die Fälle besonders bemerkt, in welchen Töne nicht direct ganz gut vernehmbar waren, deren Existenz sich nicht allein durch die secundären Stöſse zu erkennen giebt, sondern deren Daseyn auch vermittelst Hülfsgabeln unzweifelhaft nachgewiesen werden kann, wie dies z. B beiden Stoſstönen in der Intervalle $c':e'$ und $c':f'$ der Fall ist. Ein „gewöhnlich gesundes Ohr“ und Töne „wie ich sie angewendet habe“, sind allerdings trotz der angegebenen Dimensionen der Stimmgabeln und Resonanzröhren, Voraussetzungen, welche der Präcision sehr ermangeln, aber es versteht sich von selbst, daſs auch die Erscheinungen beim Zusammenklange zweier einfachen Töne sich erst dann werden in Bezug auf ihre Intensität mit vollständiger Genauigkeit angeben lassen, wenn es uns überhaupt erst möglich seyn wird, die Intensität von Tönen verschiedener Höhe in einem gemeinsamen Maafse mit derselben Präcision auszudrücken, als man jetzt ihre Höhe der Schwingungszahlen anzugeben im Stande ist.

Einige scheinbare Anomalien, welche diese Tabelle zeigt, indem z. B. das System der secundären Stöfse sich weniger vollständig bei den Intervallen mit dem Grundtone $c'$ als bei denen mit den Grundtönen $c$ und $c''$ beobachten läfst und der Mangel der Stofstöne bei den Intervallen mit dem Grundtone $c''$, welche über 2 : 5 hinausliegen, erklären sich, wie ich schon oben angegeben habe, aus der geringeren Intensität der Töne, welche diese betreffenden Intervalle bildeten.

## Tabelle der direct beobachteten primären und secundären Stöfse und Stofstöne.

Intervalle mit dem Grundton Contra $E = 80$ v. s.

| *A* | | *B* | *E* | *c* | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| Ct.$E$ : Ct.$E$ = | 80 | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| » : Ct.$G$ = | 100 | 4 : 5 | Einzeln hörbar | | 10 | | | | |
| » : Ct.$A$ = | 106,6 | 3 : 4 | Lautes Rasseln | | 13,3 | 0 - 2 | 26,6 | | |
| » : Ct.$H$ = | 120 | 2 : 3 | » | 1 | 20 | | 20 | 1 | |
| » : | 144 | | » | | 32 | | 8 | | Treten hervor |
| » : | 148 | | » | | 34 | 0 - 2 | 6 | | Ganz deutlich |
| » : | 150 | | Schwächeres Rasseln | | 35 | | 5 | | » |
| » : | 156 | | | | 38 | | 2 | | » |
| » : Ct.$E$ = | 160 | | | | | | 0 | | Octave |

Intervalle mit dem Grundton Contra $G = 96$ v. s.

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| Ct. $G$ : Ct. $G$ = 96 | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| „ : 116 | | Einzeln hörbar | | 10 | | | | |
| „ : 136 | | Lautes Rasseln | | 20 | 0–8 | 28 | | Laut. Rasseln |
| „ : 140 | | „ | | 22 | | 26 | | „ |
| „ : Ct. $D$ = 144 | 2 : 3 | „ | 1 | 24 | | 24 | 1 | „ |
| „ : 148 | | „ | | 26 | | 22 | | „ |
| „ : 152 | | „ | | 28 | 0–10 | 20 | | „ |
| „ : 156 | | „ | | 30 | | 18 | | „ |
| „ : Ct. $E$ = 160 | 3 : 5 | „ | | 32 | | 16 | | „ |
| „ : 172 | | „ | | 38 | | 10 | | Einz. hörbar |
| „ : 192 | | | | | | 0 | | Octave |

Intervalle mit dem Grundton $C = 128$ v. s.

Erste Periode von $C : C'$ (1 : 1) bis $C : c$ (1 : 2).

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | | | |
| $C : C$ = 128 | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| 132 | | Einzeln hörbar | | 2 | | | | |
| 136 | | „ | | 4 | | | | |
| 140 | | „ | | 6 | | | | |
| : $D$ = 144 | 8 : 9 | „ | | 8 | | | | |
| 148 | | „ | | 10 | | | | |
| 152 | | „ | | 12 | | | | |
| 156 | | Einfaches Rollen | | 14 | | | | |
| : $E$ = 160 | 4 : 5 | „ | | 16 | | | | |
| 164 | | „ | | 18 | | | | |
| 168 | | „ | | 20 | | | | |
| : $F$ = 170,6 | 3 : 4 | „ | | 21,3 | | | | |
| 172 | | „ | | 22 | | | | |
| 176 | | Verworrenes Ras- | | 24 | | 40 | | Verworrenes |
| 180 | | seln | | 26 | | 38 | | Rasseln |
| 184 | | „ | | 28 | 0–8 | 36 | | „ |
| 188 | | „ | | 30 | | 34 | | „ |
| : $G$ = 192 | 2 : 3 | „ | 1 | 32 | | 32 | 1 | „ |
| 196 | | „ | | 34 | | 30 | | „ |
| 200 | | „ | | 36 | 0–8 | 28 | | „ |
| 204 | | „ | | 38 | | 26 | | „ |
| 208 | | „ | | 40 | | 24 | | „ |
| 212 | | „ | | 42 | | 22 | | „ |
| : $A$ = 213,3 | 3 : 5 | „ | | 42,6 | | 20,3 | | „ |
| 216 | | „ | | 44 | | 20 | | Einfaches |
| 220 | | | | | | 18 | | Rollen |
| 224 | 4 : 7 | | | | | 16 | | „ |
| 228 | | | | | | 14 | | „ |
| 232 | | | | | | 12 | | „ |
| 236 | | | | | | 10 | | Einzeln hörbar |
| : $H$ = 240 | 8 : 15 | | | | | 8 | | „ |
| 244 | | | | | | 6 | | „ |
| 248 | | | | | | 4 | | „ |
| 252 | | | | | | 2 | | „ |
| $C : c$ = 256 | 1 : 2 | | | | | 0 | | Octave |

Zweite Periode von $C:c$ (1 : 2) bis $C:g$ (1 : 3).

| *A* | *B* | *E* | *c* | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:2n+m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $C:c=$ 256 | 1 : 2 | Octave | | 0 | | | | |
| 260 | | Einzeln hörbar | | 2 | | | | |
| 264 | | " | | 4 | | | | |
| 268 | | " | | 6 | | | | |
| 272 | | " | | 8 | | | | |
| 276 | | " | | 10 | | | | |
| 280 | | Einfaches Rollen | | 12 | | | | |
| 284 | | " | | 14 | | | | |
| $:d=$ 288 | 4 : 9 | " | | 16 | | | | |
| 292 | | " | | 18 | | | | |
| 296 | | Verworrenes Ras- | | 20 | | 44 | | Verworrenes |
| 300 | | seln | | 22 | | 42 | | Rasseln |
| 304 | | " | | 24 | | 40 | | " |
| 308 | | Schwaches Rasseln, | | 26 | | 38 | | " |
| 312 | | welches vor den | | 28 | 0–6 | 36 | | " |
| 316 | | secundären Stö- | | 30 | | 34 | | " |
| $:e=$ 320 | 2 : 5 | ſsen zurücktritt | 1 | 32 | | 32 | 1 | " |
| 324 | | " | | 34 | | 30 | | " |
| 328 | | " | | 36 | 0–6 | 28 | | " |
| 332 | | " | | 38 | | 26 | | " |
| 336 | | Bloſse Rauhigkeit | | 40 | | 24 | | Bloſse Rauhig- |
| 340 | | | | | | 22 | | keit |
| $f:=$ 341,3 | 3 : 8 | | | | | 21,3 | | " |
| 344 | | | | | | 20 | | Einfaches |
| 348 | | | | | | 18 | | Rollen |
| 352 | | | | | | 16 | | " |
| 356 | | | | | | 14 | | " |
| 360 | | | | | | 12 | | " |
| 364 | | | | | | 10 | | Einzeln hörbar |
| 368 | | | | | | 8 | | " |
| 372 | | | | | | 6 | | " |
| 376 | | | | | | 4 | | " |
| 380 | | | | | | 2 | | " |
| $C:g=$ 384 | 1 : 3 | | | | | 0 | | Duodecime |

Dritte Periode von $C:g$ (1 : 3) bis $C:c'$ (1 : 4).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:3n+m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $C:g=$ 384 | 1 : 3 | Duodecime | | 0 | | | | |
| 388 | | Einfach hörbar | | 2 | | | | |
| 392 | | " | | 4 | | | | |
| 396 | | " | | 6 | | | | |
| 400 | | " | | 8 | | | | |
| 404 | | Einfaches Rollen | | 10 | | | | |
| 408 | | " | | 12 | | | | |
| 412 | | " | | 14 | | | | |
| 416 | | " | | 16 | | | | |
| 420 | | Verworrenes und | | 18 | | | | Verworrenes u. schwaches |
| 424 | | schwach. Rasseln | | 20 | | | | Rasseln |

| *A* | *B* | *E* | *c* | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 3n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| 426,6 | | Verworrenes und | | 21,3 | | | | Verworren |
| 428 | | schwach. Rasseln | | 22 | | | | schwacl |
| 432 | | „ | | 24 | | 40 | | Rassel |
| 436 | | „ | | 26 | | 38 | | „ |
| 440 | | „ | | 28 | | 36 | | „ |
| 444 | | „ | | 30 | 0–3 | 34 | | „ |
| 448 | 2 : 7 | „ | 1 | 32 | | 32 | 1 | „ |
| 452 | | „ | | 34 | 0–3 | 30 | | „ |
| 456 | | Bloſse Rauhigkeit | | 36 | | 28 | | Bloſse Rau |
| 460 | | | | | | 26 | | keit |
| 464 | | | | | | 24 | | „ |
| 468 | | | | | | 22 | | „ |
| 472 | | | | | | 20 | | „ |
| 476 | | | | | | 18 | | „ |
| 480 | | | | | | 16 | | Einfach. d |
| 484 | | | | | | 14 | | liches Rol |
| 488 | | | | | | 12 | | „ |
| 492 | | | | | | 10 | | Einzeln hör |
| 496 | | | | | | 8 | | „ |
| 500 | | | | | | 6 | | „ |
| 504 | | | | | | 4 | | „ |
| 508 | | | | | | 2 | | „ |
| 512 | 1 : 4 | | | | | 0 | | Doppelocta |

Vierte Periode von $C : c'$ (1 : 4) bis $C : e'$ (1 : 5).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 4n + m$ | | | | | | | |
| $C : c =$ 512 | 1 : 4 | Doppeloctave | | 0 | | | | |
| 520 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| 528 | | „ | | 8 | | | | |
| 536 | | Einfaches Rasseln | | 12 | | | | |
| 544 | | Schwaches Rasseln | | 16 | | | | |
| 552 | | Reiner Zusammen- | | 20 | | | | |
| 560 | | klang | | 24 | | | | |
| 568 | | „ | | 28 | | | | |
| $: d' =$ 576 | 2 : 9 | „ | | 32 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | |
| 616 | | | | | | 10 | | Treten herv |
| 624 | | | | | | 8 | | Einzeln deu |
| 632 | | | | | | 4 | | lich |
| $C : e' =$ 640 | 1 : 5 | | | | | 0 | | Terz der Dopp octave |

Fünfte Periode von $C : c'$ (1 : 5) bis $C : g'$ (1 : 6).

| *A* | *B* | *E* | *c* | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 5n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $C : e' =$ 640 | 1 : 5 | Terz d. Doppeloctave | | 0 | | | | |
| 648 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| 656 | | " | | 8 | | | | |
| 660 | | Noch deutlich | | 10 | | | | |
| 664 | | Verschwinden | | 12 | | | | |
| : | | | | | | | | |
| 748 | | | | | | 10 | | Treten hervor |
| 752 | | | | | | 8 | | Einzeln deutlich |
| 760 | | | | | | 4 | | |
| $C : g' =$ 768 | 1 : 6 | | | | | 0 | | Quinte d. Doppeloctave |

Sechste Periode von $C : g'$ (1 : 6) bis $C$ : 896 v. s. (1 : 7).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 6n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $C : g' =$ 768 | 1 : 6 | Quinte der Doppeloctave | | 0 | | | | |
| 776 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| 780 | | Noch deutlich | | 6 | | | | |
| 784 | | Verschwinden | | 8 | | | | |
| : | | | | | | | | |
| 884 | | | | | | 6 | | Schwach hörbar |
| 888 | | | | | | 4 | | Ganz deutlich |
| 892 | | | | | | 2 | | " |
| 896 | 1 : 7 | | | | | 0 | | Rein 1 : 7 |

Siebente Periode von $C$ : 896 v. s. (1 : 7) bis $C : c''$ (1 : 8).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 7n + w$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $C$: 896 | 1 : 7 | Rein 1 : 7 | | 0 | | | | |
| 900 | | Einzeln hörbar | | 2 | | | | |
| 904 | | Noch deutlich | | 4 | | | | |
| : | | Verschwinden | | 6 | | | | |
| 1016 | | | | | | 4 | | Vernehmbar |
| 1020 | | | | | | 2 | | Ganz deutlich |
| 1024 | 1 : 8 | | | | | 0 | | Dritte Octave |

## Intervalle mit dem Grundton $c = 256$ v. s.

Erste Periode von $c : c$ (1 : 1) bis $c : c'$ (1 : 2).

| *A* | | *B* | *E* | c | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | v. s. | $n : n + m$ | | | *m* | | *m'* | | |
| $c : c =$ | 256 | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| | 264 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| | 272 | | „ | | 8 | | | | |
| | 280 | | „ | | 12 | | | | |
| $: d =$ | 288 | 8 : 9 | Einfaches Rasseln | | 16 | | | | |
| | 296 | | „ | | 20 | | | | |
| | 304 | | „ | | 24 | | | | |
| | 312 | | „ | | 28 | 0—4 | 100 | | |
| $: e =$ | 320 | 4 : 5 | Verworrenes Ras- | 1 | 32 | >< | 96 | 3 | |
| | 328 | | seln | | 36 | 0—4 0—6 | 92 | | |
| | 336 | | „ | | 40 | | 88 | | |
| $: f =$ | 341,3 | 3 : 4 | „ | 1 | 42,6 | | 85,3 | 2 | |
| | 344 | | „ | | 44 | 0—6 | 84 | | |
| | 352 | | „ | | 48 | | 80 | | |
| | 360 | | Das Rasseln wird | | 52 | | 76 | | |
| | 368 | | immer schwächer | | 56 | 0—8 | 72 | | |
| | 376 | | und tritt vor den | | 60 | | 68 | | |
| $: g =$ | 384 | 2 : 3 | lauten secundären | | 64 | | 64 | | Rauhheit |
| | 392 | | Stöfsen zurück | | 68 | | 60 | | kaum hör |
| | 400 | | | | 72 | 0—10 | 56 | | „ |
| | 408 | | | | 76 | | 52 | | „ |
| | 416 | | | | 80 | | 48 | | „ |
| | 424 | | | | 84 | 0—6 | 44 | | „ |
| $: a =$ | 426,6 | 3 : 5 | | 2 | 85,3 | | 42,6 | 1 | „ |
| | 432 | | | | 88 | | 40 | | „ |
| | 440 | | | | 92 | 0—8 0—4 | 36 | | Deutliche |
| | 448 | 4 : 7 | | 3 | 96 | >< | 32 | 1 | Rollen |
| | 456 | | | | | 0—4 | 28 | | „ |
| | 464 | | | | | | 24 | | „ |
| | 472 | | | | | | 20 | | „ |
| $: h =$ | 480 | 8 : 15 | | | | | 16 | | Einz. hörb |
| | 488 | | | | | | 12 | | „ |
| | 496 | | | | | | 8 | | „ |
| | 504 | | | | | | 4 | | „ |
| $c : c' =$ | 512 | 1 : 2 | | | | | 0 | | Octave |

Zweite Periode von $c : c'$ (1 : 2) bis $c : g'$ (1 : 3).

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | v. s. | $n : 2n + m$ | | | *m* | | *m'* | | |
| $c : c' =$ | 512 | 1 : 2 | Octave | | 0 | | | | |
| | 520 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| | 528 | | „ | | 8 | | | | |
| | 536 | | „ | | 12 | | | | |
| | 544 | | Einfaches Rollen | | 16 | | | | |
| | 552 | | „ | | 20 | | | | |
| | 560 | | „ | | 24 | | | | |
| | 568 | | „ | | 28 | | | | |

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 2n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c : d' =$ 576 | 4 : 9 | Schwaches Rollen | | 32 | | | | |
| 584 | | Rauhigkeit | | 36 | 0–3 | 92 | | |
| 592 | | " | | 40 | | 88 | | |
| 596,3 | | " | 1 | 42,6 | | 85,3 | 2 | |
| 600 | | " | | 44 | | 84 | | |
| 608 | | Ungestörter Zu- | | 48 | 0–3 | 80 | | |
| 616 | | sammenklang | | 52 | | 76 | | |
| 624 | | | | 56 | | 72 | | |
| 632 | | | | 60 | 0–8 | 68 | | |
| $: e' =$ 640 | 2 : 5 | | 1 | 64 | | 64 | 1 | |
| 648 | | | | 68 | 0–10 | 60 | | |
| 656 | | | | 72 | | 56 | | |
| 664 | | | | 76 | | 52 | | |
| 672 | | | | 80 | | 48 | | |
| 680 | | | | 84 | 0–4 | 44 | | |
| $: f' =$ 682,6 | 3 : 8 | | 2 | 85,3 | | 42,6 | 1 | |
| 688 | | | | 88 | 0–4 | 40 | | |
| 696 | | | | | | 36 | | |
| 704 | | | | | | 32 | | Rauhigkeit |
| 712 | | | | | | 28 | | Stärk. Rauhigk. |
| 720 | | | | | | 24 | | Rollen |
| 728 | | | | | | 20 | | " |
| 736 | | | | | | 16 | | " |
| 744 | | | | | | 12 | | Einzeln hörbar |
| 752 | | | | | | 8 | | " |
| 760 | | | | | | 4 | | " |
| $c : g' =$ 768 | 1 : 3 | | | | | 0 | | Duodecime |

Dritte Periode von $c : g'$ (1 : 3) bis $c : e''$ (1 : 4).

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 3n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c : g' =$ 768 | 1 : 3 | Duodecime | | 0 | | | | |
| 776 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| 784 | | " | | 8 | | | | |
| 792 | | Rollen | | 12 | | | | |
| 800 | | " | | 16 | | | | |
| 808 | | " | | 20 | | | | |
| 816 | | Rauhigkeit | | 24 | | | | |
| 824 | | Ungestörter Zu- | | 32 | | | | |
| ⋮ | | sammenklang | | ⋮ | 0–8 | | | |
| 888 | | | | 60 | | 68 | | |
| 896 | 2 : 7 | | 1 | 64 | | 64 | 1 | |
| 904 | | | | 68 | 0–10 | 60 | | |
| 912 | | | | 72 | | 56 | | |
| 920 | | | | 76 | | 52 | | |
| 928 | | | | 80 | | 48 | | |
| 936 | | | | 84 | 0–4 | 44 | | |
| 944 | 1 : 11 | | 2 | 88 | 0–4 | 40 | 1 | |
| ⋮ | | | | | | ⋮ | | |
| 984 | | | | | | 20 | | Rauhigkeit |

| *A* | *B* | *E* | *c* | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | | | | | | | | |
| $c:g' =$ 992 | | | | | | 16 | | Stärker.Rauhh… |
| 1000 | | | | | | 12 | | Rollen |
| 1008 | | | | | | 8 | | Einzelnhörb… |
| 1016 | | | | | | 4 | | „ |
| $c:c'' =$ 1024 | 1 : 4 | | | | | 0 | | Doppeloctav… |

Vierte Periode von $c:c''$ (1 : 4) bis $c:e''$ (1 : 5).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:4n+m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c:c'' =$ 1024 | 1 : 4 | Doppeloctave | | 0 | | | | |
| 1032 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| ⋮ | | Ungestörter Zusammenklang | | | | | | |
| 1148 | | | | 60 | 0–4 | 68 | | |
| $:d =$ 1152 | | | 1 | 64 | | 64 | 1 | |
| 1160 | | | | 68 | 0–4 | 60 | | |
| | | | | | | | | Einz. hörba… |
| 1272 | | | | | | 4 | | „ |
| $c:e'' =$ 1280 | 1 : 5 | | | | | 0 | | Terz der Doppeloctave |

Fünfte Periode von $c:e''$ (1 : 5) bis $c:g''$ (1 : 6).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:5n+m$ | | | $m$ | | | | |
| $c:e'' =$ 1280 | 1 : 5 | Terz d. Doppeloctave | | 0 | | | | |
| 1304 | | Einzeln hörbar | | 12 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | |
| 1520 | | | | | | 6 | | Hörbar |
| $c:g'' =$ 1536 | 1 : 6 | | | | | 0 | | Quinte d. Doppeloctave |

Sechste Periode von $c:g''$ (1 : 6) bis $c:$ 1792 v. s. (1 : 7).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:6n+m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c:g'' =$ 1536 | 1 : 6 | Quinte d. Doppeloct. | | 0 | | | | |
| ⋮ | | | | ⋮ | | | | |
| 1552 | | Hörbar | | 8 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | |
| 1780 | | | | | | 6 | | Hörbar |
| 1792 | 1 : 7 | | | | | 0 | | Rein 1 : 7 |

Siebente Periode von $c:$ 1792 v. s. (1 : 7) bis $c:c'''$ (1 : 8).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n:7n+m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c:$ 1792 | 1 : 7 | Rein 1 : 7 | | 0 | | | | |
| 1804 | | Hörbar | | 6 | | | | |
| 2040 | | | | | | 4 | | Hörbar |
| $c:c''' =$ 2048 | 1 : 8 | | | | | 0 | | Dritte Octa… |

## Intervalle mit dem Grundton $c' = 572$ v. s.

Erste Periode von $c' : c'$ (1 : 1) bis $c' : c''$ (1 : 2).

| *A* | *B* | *E* | c | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c' : c' =$ 512 | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| 528 | | Stöfse | | 8 | | | | |
| 544 | | Rollen | | 16 | | | | |
| 560 | | Rasseln | | 24 | | | | |
| $: d =$ 576 | 8 : 9 | " | | 32 | | | | |
| 592 | | " | | 40 | | | | |
| 608 | | " | | 48 | | | | |
| 624 | | " | | 56 | 0–4 | | | |
| $: e' =$ 640 | 4 : 5 | Rauhigkeit u. leiser | 1 | 64 | >< | 192 | 3 | Leiser Ton nur |
| 656 | | Ton *C* | | 72 | 0–4 0–8 | 184 | | durch Stöfse |
| 672 | | " | | 80 | | 176 | | mit Hülfsga- |
| $: f' =$ 682,6 | 3 : 4 | " | 1 | 85,3 | | 170,6 | 2 | beln nach- |
| 688 | | Ton ohne Rauhheit | | 88 | | 168 | | weisbar |
| 704 | | " | | 96 | 0–8 | 160 | | " |
| 720 | | " | | 104 | | 152 | | " |
| 736 | | " | | 112 | | 144 | | " |
| 752 | | " | | 120 | 0–16 | 136 | | " |
| $: g' =$ 768 | 2 : 3 | " | | 128 | | 128 | | " |
| 784 | | " | | 136 | | 120 | | " |
| 800 | | Ton etwas stärker | | 144 | 0–16 | 112 | | " |
| 816 | | " | | 152 | | 104 | | " |
| 832 | | " | | 160 | 0–6 | 96 | | " |
| 848 | | " | | 168 | | 88 | | |
| $: a' =$ 853,3 | 3 : 5 | " | 2 | 170,6 | | 85,3 | 1 | |
| 864 | | Ton wieder schwä- | | 176 | 0–6 | 80 | | Ton selbst mit |
| 880 | | cher, doch noch | | 184 | | 72 | | Hülfsgabeln |
| 896 | | mit Hülfsgabeln | | 192 | | 64 | | kaum mehr |
| 912 | | nachweisbar | | | | 56 | | nachweisbar |
| 928 | | | | | | 48 | | |
| 944 | | | | | | 40 | | |
| $: h' =$ 960 | 8 : 15 | | | | | 32 | | Rauhigkeit |
| 976 | | | | | | 24 | | Rollen |
| 992 | | | | | | 16 | | " |
| 1008 | | | | | | 8 | | Einzeln hörbar |
| $c' : c'' =$ 1024 | 1 : 2 | | | | | 0 | | Octave |

Zweite Periode von $c' : c''$ (1 : 2) bis $c' : g''$ (1 : 3).

| *A* | *B* | *E* | c | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 2n + m$ | | | $m$ | | | | |
| $c' : c'' =$ 1024 | 1 : 2 | Octave | | 0 | | | | |
| 1032 | | Einzeln hörbar | | 4 | | | | |
| 1040 | | " | | 8 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | |
| $: d'' =$ 1152 | 4 : 9 | Schwache Rauhigkeit | | 64 | | | | |
| ⋮ | | | | | | | | |
| $: e'' =$ 1280 | 2 : 5 | | 1 | 128 | 0–4 >< 0–4 | 128 | 1 | |
| ⋮ | | | | | | | | |

## Intervalle mit dem Grundton $c''' = 2048$.

Erste Periode von $c''' : c'''$ (1 : 1) bis $c''' : c^{IV}$ (1 : 2).

| *A* | *B* | *E* | c | *C* | *G* | *D* | *d* | *F* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c''' : c''' = 2048$ | 1 : 1 | Einklang | | 0 | | | | |
| | | Stöfse | | | | | | |
| $: d''' = 2304$ | 8 : 9 | $c$ gut hörbar | | 128 | | | | |
| 2389,3 | 6 : 7 | $f$ gut hörbar | | 170,6 | | | | |
| $: e''' = 2560$ | 4 : 5 | $c'$ laut | 1 | 256 | hörbar >< | 768 | 3 | $g''$ schwach |
| $: f''' = 2730,6$ | 3 : 4 | $f'$ laut | 1 | 341,3 | deutlich >< | 682,6 | 2 | $f''$ verschmil mit $f$ |
| 2816 | 8 : 11 | $g'$ laut | | 384 | | 640 | | $e''$ laut wie $g$ |
| $: g''' = 3072$ | 2 : 3 | $c''$ sehr laut | 1 | 512 | laut >< | 512 | 1 | $c''$ sehr laut |
| 3328 | 8 : 13 | $e''$ laut | | 640 | | 384 | | $g'$ laut wie $e$ |
| $: a''' = 3413,3$ | 3 : 5 | $f''$ deutlich | 2 | 682,6 | >< deutlich | 341,3 | 1 | $f'$ deutlich |
| 3584 | 4 : 7 | $g''$ vernehmbar | 3 | 768 | >< hörbar | 256 | 1 | $c'$ vernehmbar |
| $: h''' = 3840$ | 8 : 15 | | | | | 128 | | $c$ deutlich |
| | | | | | | | | Stöfse |
| $c''' : c^{IV} = 4096$ | 1 : 2 | | | | | 0 | | Octave |

Zweite Periode von $c''' : c^{IV}$ (1 : 2) bis $c''' : g^{IV}$ (1 : 3).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 2n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c''' : c^{IV} = 4096$ | 1 : 2 | Octave | | 0 | | | | |
| $: d^{IV} = 4608$ | 4 : 9 | $c'$ laut | 1 | 256 | vernehmbar >< | 768 | 3 | $g''$ schwach |
| $: e^{IV} = 5120$ | 2 : 5 | $c''$ laut | 1 | 512 | laut >< | 512 | 1 | $c''$ laut |
| $: f^{IV} = 5461,3$ | 3 : 8 | $f''$ stark | 2 | 682,6 | >< vernehmbar | 341,3 | 1 | $f'$ schwächer |
| 5632 | 4 : 11 | $g''$ schwach | | 768 | | 256 | | $c'$ gut hörbar |
| | | | | | | | | Stöfse |
| $c''' : g^{IV} = 6144$ | 1 : 3 | | | | | 0 | | Duodecime |

Dritte Periode von $c''' : g^{IV}$ (1 : 3) bis $c^{IV} : c^{V}$ (1 : 4).

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 3n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c''' : g^{IV} = 6144$ | 1 : 3 | Duodecime | | 0 | | | | |
| 6656 | 4 : 13 | $c'$ hörbar | | 256 | | | | |
| $: e^{IV} = 6826,6$ | 3 : 10 | $f'$ hörbar | | 341,3 | | 682,6 | | $f''$ verschm mit $f'$ |
| 7168 | 2 : 7 | $c''$ deutlich | 1 | 512 | hörbar >< | 512 | 1 | $c''$ deutlich |

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : 3n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c''' : h^{IV} = 7680$ | 4 : 15 | | | | | 256 | | $c'$ schwach aber deutlich |
| 7936 | 8 : 31 | | | | | 128 | | $c$ vernehmbar |
| $c''' : c^{V} = 8192$ | 1 : 4 | | | | | | | Doppeloctave |

Intervalle mit dem Grundton $c^{IV} = 4096$ v. s.

| A | B | E | c | C | G | D | d | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v. s. | $n : n + m$ | | | $m$ | | $m'$ | | |
| $c^{IV} : c^{IV} = 4096$ | 1 : 1 | Einklang | | | | | | |
| $: d^{IV} = 4608$ | 8 : 9 | Stöfse $c'$ laut | | 256 | | | | |
| $: e^{IV} = 5120$ | 4 : 5 | $c''$ laut | 1 | 512 | hörbar >< | | 3 | |
| $: f^{IV} = 5461{,}3$ | 3 : 4 | $f'''$ laut | 1 | 682,6 | >< | | 2 | |
| 5632 | 8 : 11 | $g''$ laut | 3 | 768 | deutlich $c''$ | 1280 | 5 | $e'''$ laut |
| $: g^{IV} = 6144$ | 2 : 3 | $c'''$ laut | 1 | 1024 | laut >< | 1024 | 1 | $c'''$ laut |
| 6656 | 8 : 13 | $e'''$ laut | 5 | 1280 | $c''$ | 768 | 3 | $g''$ laut |
| $: a^{IV} = 6826{,}6$ | 3 : 5 | $f'''$ hörbar | 2 | 1365,3 | deutlich >< | 682,6 | 1 | $f''$ hörbar |
| 7168 | 4 : 7 | $g'''$ schwächer | 3 | 1536 | >< hörbar | 512 | 1 | $c''$ stärker als $g''$ |
| $: h^{IV} = 7680$ | 8 : 15 | | | | | 256 | | $c'$ laut |
| 7936 | 16 : 31 | | | | | 128 | | $c$ laut |
| 8064 | 32 : 63 | | | | | 64 | | $C$ vernehmbar Stöfse |
| $c^{IV} : c^{V} = 8192$ | 1 : 2 | | | | | | | Octave |

### III. Differenztöne und Summationstöne.

Bekanntlich hat Helmholtz auf theoretischem Wege nachgewiesen, dafs, „wenn irgendwo die Schwingungen der Luft oder eines andern elastischen Körpers, der von beiden primären Tönen gleichzeitig in Bewegung gesetzt wird, so heftig werden, dafs die Schwingungen nicht mehr als unendlich klein betrachtet werden können, Schwingungen der Luft entstehen müssen, deren Tonhöhe gleich ist der Differenz und der Summe der Schwingungszahlen der primären Töne.“ Diese Combinationstöne, welche mit den

Stöfsen in durchaus keiner Verbindung stehen, sind alle, sowohl die der Differenz, als die der Summe, ganz aufserordentlich viel schwächer als die Stofstöne.

Wenden wir uns zuerst zur Beobachtung der Differenztöne, so finden wir, dafs dieselben für alle Intervalle $n : n + m$, wenn $m$ nicht viel gröfser als $\frac{n}{2}$, mit den Stofstönen zusammenfallen und sich also bei diesen nicht nachweisen lassen. Wir haben aber gesehen, dafs für alle Intervalle $n : n + m$, wenn $m$ viel gröfser als $\frac{n}{2}$, die Stofstöne $m' = n - m$ sind, für die Intervalle $n : h\,n + m$, wenn $m$ kleiner als $\frac{n}{2}, = m$, und wenn $m$ viel gröfser als $\frac{n}{2}, = n - m$, also nicht gleich der Differenz der Schwingungen der primären Töne: man mufs also bei diesen Intervallen die Differenztöne zu beobachten suchen.

Wie ich eben angegeben habe, lassen diese Intervalle, von hohen Tönen gebildet, die Stofstöne ganz laut hören, während von den Differenztönen keine Spur wahrzunehmen ist. $c''' : h'''$ (8 : 15) läfst nur $c$ (1) und keine Spur von 7 hören, $c''' : d^{IV}$ (4 : 9) nur $c'$ (1), und nichts von $e'''$ (5), $c''' : f^{IV}$ (3 : 8) nur $f'$ und $f''$, aber durchaus kein $a'''$ (5), und es geht hieraus also hervor, dafs die Differenztöne in jedem Falle ganz aufserordentlich viel schwächer seyn müssen, als die Stofstöne sind, was ihre Existenz überhaupt aber anlangt, gelang es mir doch, dieselben unzweifelhaft nachzuweisen, indem ich die eben angeführten Intervalle mit tieferen Tönen bildete, welche bei ihrer längeren Dauer mir gestatteten, Hülfsgabeln zu benutzen, die mit den gesuchten Tönen eine bestimmte Anzahl Stöfse gaben.

Liefs ich die grofsen Gabeln $c'$ und $h'$ (8 und 15), vor den Resonanzröhren ertönen, so fiel zuerst das starke Rasseln der 32 Stöfse $m' = n - m$ in die Ohren, hielt ich aber eine Stimmgabel von 440 v. s. in einer gröfseren Entfernung vom Ohre, so traten die vier Stöfse mit dem Tone $7 = 448$ v. s. vernehmbar hervor. Ebenso gelang es mir beim Zusammenklange der Töne $e'$ und $d''$ (4 und 9), die Existenz des sehr leisen Tones $e'$ (5), mit Hülfe einer Stimmgabel von 648 v. s., und beim Zusammenklange der Töne $c'$ und $f''$ (3 und 8), ein leises $a'$ (5) durch die Stöfse mit einer Gabel von 860 v. s. nachzuweisen.

Was die Beobachtung der Summationstöne anlangt, so hat Helmholtz bemerkt, dafs „dieselben, nur bei besonders günstigen Gelegenheiten, namentlich am Harmonium und an der mehrstimmigen Sirene leichter zu hören seyen.“ (Tonempfind. III, p. 244). Wenn man aber auch wirklich beim Zusammentönen zweier Klänge einer Sirene oder eines Zungeninstrumentes mitunter Töne vernehmen kann, deren Höhe gleich der Summe der primären Grundtöne beider Klänge ist, so genügt dieses doch noch nicht die Existenz der Summationstöne zu beweisen, denn weder die Sirenen noch die Zungeninstrumente erzeugen einfache Töne, sondern Klänge, die an Obertönen reich sind, und eine einfache Betrachtung zeigt, dafs in Folge dessen die blofsen Stofstöne, welche von den Obertönen erzeugt werden müssen, ausreichen, die Existenz von Tönen zu erklären, deren Schwingungszahl gleich ist der Summe der Schwingungszahlen der Grundtöne der Klänge.

Zwei Klänge im Intervalle der Quinte enthalten die beiden Reihen Töne:

$$\begin{array}{ccccc} 2, & 4, & 6, & 8, & 10 \\ 3, & 6, & 9, & 12, & 15 \end{array}$$

und die fünften Töne beider Klänge (10 und 15) geben einen Stofston $m = m' = 5$, welcher gleich ist der Summe $2 + 3$ der Grundtöne.

Bei der Quarte $3:4$ hat man die beiden Reihen Töne

$$\begin{array}{ccccccc} 3, & 6, & 9, & 12, & 15, & 18, & 21 \\ 4, & 8, & 12, & 16, & 20, & 24, & 28 \end{array}$$

und es sind hier die siebenten Töne der Klänge, welche einen Stofston erzeugen, der gleich der Summe $3 + 4$ ist. Bei der Terz $4:5$, mufs durch die erneuten Töne beider Klänge (36 und 45), ein Stofston entstehen, welcher gleich der Summe $4 + 5$, und so ist bei jedem Verhältnisse von der Form $n : n + 1$, der Stofston der $2n + 1$ ten Töne beider Klänge gleich der Summe der Grundtöne.

Bei Intervallen von der Form $n : n + 2$, sind es auch zwei Töne gleicher Ordnung, nämlich die $n + 1$ ten beider Klänge, deren Stofston gleich der Summe der Grundtöne ist. So giebt die Sexte $3 : 5$ die Töne

$$\begin{matrix} 3, & 6, & 9, & 12 \\ 5, & 10, & 15, & 20 \end{matrix}$$

wo der Stofston $m$ von 12 und $20 = 8 = 5 + 3$ ist.

Bei Intervallen endlich von der Form $n : n + 3$, sind es Töne ungleicher Ordnung, nämlich der $n + 2$te Ton des tieferen Klanges und der $n + 1$te des höheren, deren Stofston gleich der Summe der Grundtöne ist. Also z. B. bei der kleinen Sexte $5 : 8$, gaben der siebente Ton von 5 (35), und der sechste von 8 (48), den Stofston $m$, welcher gleich der Summe $5 + 8$ ist.

Es könnte vielleicht auffallend erscheinen, dafs man gerade diejenigen Stofstöne von Obertönen zweier Klänge besonders bemerkt haben sollte, deren Schwingungszahl gleich der Summe der beiden Grundtöne war, während doch noch viele andere Obertöne ebenfalls ihre Stofstöne müfsten hören lassen; dagegen ist aber zu bemerken, dafs die Anzahl dieser Töne, welche hörbar werden können, durchaus nicht so grofs ist, als man wohl vor einer genaueren Prüfung anzunehmen geneigt seyn möchte. So können die Obertöne eines Quintenintervalles bis zu dem fünften hin, unter einander aufser dem Tone 5, keinen Stofston mehr hören lassen, der höher als die Grundtöne, welcher nicht mit einem der Obertöne beider Klänge zusammenfiele. Bei der Quarte ist es neben dem Tone 7 nur noch der aus 15 und 20 entstandene Stofston 5 der ersten sieben Obertöne, welcher nicht mit Tönen, die schon in den Klängen enthalten, zusammenfällt, und ähnlich gestalten sich die Verhältnisse bei den andern Intervallen.

Die Stofstöne in allen hier angeführten Fällen sind gleich der Differenz der Töne, von welchen sie gebildet werden und fallen also zusammen mit den Differenztönen dieser selben Töne; wenn man aber in Erwägung zieht, welch' grofse Intensität zwei primäre Töne haben müssen, um nur einen sehr schwachen Differenzton hervorzubringen, so kann man mit ziemlicher Gewifsheit annehmen, dafs die Intensität der durch die Obertöne erzeugten Differenztöne verschwindend klein seyn mufs gegen die der Stofstöne, mit denen sie zusammenfallen.

Es ist ferner zu bemerken, dafs bei der Sirene und dem Harmonium nicht nur die einzeln hervorgebrachten Töne von Obertönen begleitet sind, sondern auch, wenn zwei Klänge zu gleicher Zeit angegeben werden, keiner derselben mehr als aus einer Reihe aufeinanderfolgender gleicher Impulse entstanden angesehen werden kann, denn im Augenblicke, in welchem die Oeffnungen auf zwei concentrischen Kreisen der Sirene zugleich offen sind, ist die Intensität des Impulses nicht doppelt so grofs, als sie seyn würde, wenn nur ein Löcherkreis allein geöffnet wäre, und diese Verringerung der Intensität der Impulse im Augenblicke der Coexistenz, welche allein durch die Disposition des angewendeten Instrumentes hervorgerufen wird, reicht allein hin Erscheinungen hervorzurufen, welche mit denen des Zusammenklanges einfacher und durch gesonderte Tonquellen hervorgerufener Töne nichts zu thun haben. (Tonemfind. III, 627. *Terquem*, *Annales de l'École Normale VII*, 1870). Will man also sicher seyn, dafs man es wirklich mit Summationstönen einfacher primärer Töne zu thun hat, so mufs man sowohl die mehrstimmige Sirene, wie auch die Zungenpfeifen bei Seite lassen und sich wieder nur der einfachen Stimmgabeltöne bedienen.

Stimmgabeln für die Töne $c'$, $e'$, $g'$, $c''$, mit Zinken von 6 Mm. Dicke auf Resonanzkästen, wie sie gewöhnlich in den physikalischen Cabineten gebräuchlich sind, bilden trotz ihrer schon ziemlich bedeutenden Intensität, die Summationstöne nur so schwach, dafs man Hülfsgabeln, welche mit ihnen Stöfse geben, nöthig hat, um ihre Existenz zweifellos wahrzunehmen. Besitzt man eine Reihe

Stimmgabeln für die harmonischen Töne des Grundtones $c$, so sind besonders die Intervalle $c' : g'$ und $g' : c''$ für den Nachweis der Summationstöne vermittelst der Stöfse geeignet, da die Hülfsgabeln für dieselben sich leicht herstellen lassen, indem man die Gabeln der erwähnten Reihe für $e''$, und für den siebenten Oberton von $c$ mit etwas Wachs verstimmt. Bei so starken Tönen aber, wie ich sie angewendet habe, sind die Summationstöne schon hinreichend laut, um direct ohne Hülfsgabeln wahrgenommen zu werden. Bei $c' : g'$ (2 : 3), hört man deutlich $e''$ (5), welches mit $c'$ und $g'$ wieder die Summationstöne der zweiten Ordnung 7 und 8 ($c'''$) bildet, die sich durch Stöfse mit den passenden Hülfsgabeln zu erkennen geben, und andere Hülfsgabeln lassen, wenn auch schon durch nur sehr leise Stöfse, sogar noch die Summationstöne dritter Ordnung $2 + 7 = 9$ ($d'''$), $2 + 8$ und $3 + 7 = 10$ ($e'''$), und $3 + 8 = 11$ bemerken. Ebenso hört man auch bei $c' : e'$ (4 : 5) den Ton $9 = d''$, und kann man vermittelst der Hülfsgabeln die Töne $9 + 4 = 13$, $9 + 5 = 14$ und die Summationstöne dritter Ordnung 17, 18 und 19 nachweisen. Die Intervalle mit dem Grundtone $c' = 512$ v. s. eignen sich im Allgemeinen am besten für die Beobachtung der Differenz- und Summationstöne, da bei diesen einerseits das Rasseln der discontinuirlichen Stöfse nicht mehr sehr, oder selbst garnicht mehr störend ist und andererseits die Stofstöne wegen ihrer grofsen Tiefe nur eine sehr geringe Intensität haben.

Aus den hier angegebenen Beobachtungen geht also hervor, dafs Differenztöne und Summationstöne auch beim Zusammenklange einfacher und durch gesonderte Tonquellen erzeugter Töne, wenn dieselben eine sehr grofse Intensität besitzen, nachgewiesen werden können, dafs sie aber aufserordentlich viel schwächer sind, als die Stofstöne, so dafs beim Zusammenklange zweier Klänge mit einigermafsen starken Obertönen, aller Wahrscheinlichkeit nach in den meisten Fällen die hörbaren Töne, deren Schwingungszahlen gleich der Summe der primären Töne sind, Stofstöne der Obertöne und nicht Summationstöne der primären Töne seyn dürften.

Diese Combinationstöne werden eben so wenig durch Resonatoren verstärkt, als die oben beschriebenen Stoſstöne.

IV. Ueber die Natur der Stöſse und ihre Wirkung, verglichen mit der Wirkung primärer Impulse.

Da die Schwingungszahl der Summationstöne nicht mit der Anzahl der Stöſse beider primären Töne übereinstimmt, und dieselben folglich nicht durch diese entstanden seyn können, so hat Helmholtz diesen Umstand unter den Gründen aufgeführt, mit welchen er die Ansicht unterstützt, daſs Stöſse überhaupt keine Töne bilden können. (Tonempfind. III, pg. 245, 263). Wenn aber einerseits die Summationstöne nicht mit den Stöſsen zusammenfallen, so fallen auch andererseits, wie wir oben gesehen haben, die Stoſstöne der Intervalle $n:n+m$, wenn $m$ viel gröſser als $\frac{n}{2}$ und ferner die Stoſstöne aller Intervalle $n:hn+m$, nicht mit der Differenz oder Summe der primären Töne zusammen, es erklären sich daher die Stoſstöne eben so wenig durch die Ursache, welche die Combinationstöne hervorruft, als sich diese letzteren aus der Existenz der Stöſse erklären lassen, und man muſs also annehmen, daſs jede dieser Gattungen von Tönen ihren besonderen Ursprung hat.

Was nun die Frage anlangt, ob die Natur der Stöſse es überhaupt zuläſst, daſs sie sich zu einem Tone zusammensetzen können, so kann natürlich der Umstand, daſs, wenn die Schwingungen der primären Töne nicht unendlich klein sind, dann Combinationstöne der Differenz und der Summe entstehen, weder für, noch gegen diese Annahme etwas beweisen; gegen die ältere Meinung von Th. Young giebt jedoch Helmholtz einige andere Gründe an, welche, um widerlegt zu werden, eine genauere Untersuchung erfordern.

Es ist vor allen Dingen die Art, wie sich die Stöſse bei gewöhnlichen und daher, besonders in den tiefen Lagen der Skala, meistens sehr schwachen Tönen vernehmen lassen, welche Helmholtz veranlaſst hat zu erklären, daſs Schwebungen einfacher Töne, ohne daſs sich Obertöne oder Combinationstöne einmischen „nur entstehen, wenn die beiden angegebenen Töne um ein verhältniſsmäſsig kleines Intervall von einander entfernt sind,“ und daſs „wenn ihre Entfernung auch nur zur Gröſse einer kleinen Terz anwächst, ihre Schwebungen undeutlich werden.“ (Tonempfind. III, S. 284). Wendet man tiefe und genügend starke Töne an, so sind jedoch die primären Stöſse, wie ich oben beschrieben habe, noch bei beträchtlich weiteren Intervallen hörbar. In der Octave $C$ — $c$ giebt es kein Intervall, welches dieselben nicht laut hören lieſse, und will man selbst die Stöſse $m'$ bei Seite lassen, so kann man auch die Stöſse $m$ allein bis über die Quinte verfolgen und bei Intervallen mit dem Grundtone Contra $E$, sind sie sogar bis in die Gegend der Septime zu bemerken.

In obiger Tabelle habe ich angegeben, daſs die Terz $c:e$ ein Rasseln von 32 Stöſsen hören läſst, und daſs man dieses immer schwächer werdende Rasseln noch bis zur Quinte verfolgen kann. Es bezogen sich diese Resultate jedoch nur auf den Zusammenklang primärer Töne von solcher Stärke, wie sie meine vor Resonanzröhren montirten Stimmgabeln hervorbrachten. Indem ich aber noch stärkere Töne $c$, $e$ und $g$ anwendete, welche ich erhielt, indem ich die betreffenden, ohne Laufgewichte schwingenden Gabeln auf passenden, groſsen, an beiden Enden offenen Resonanzkästen ertönen lieſs, war das Rasseln der Terz noch mächtiger und das der Quinte um ebenso viel lauter. Die 64 Stöſse der Terz $c':e'$, welche mit den Stimmgabeln und Resonatoren eine bloſse Rauhigkeit hören lassen, wurden mit den Stimmgabeln auf Resonanzkästen zu einem wahren Gerassel, und selbst die Quinte $c':g'$ lieſs noch eine Spur der durch 128 Stöſse hervorgerufenen Rauhigkeit vernehmen.

Wenn ein Ton in einem geschlossenen Raume erzeugt wird, so bilden sich bekanntlich durch die Zusammensetzung der directen und der von den Wänden zurückgeworfenen Tonwellen, Knotenstellen und Bäuche. Bei sehr starken einfachen Tönen mit ziemlich beträchtlicher Wellenlänge, ist der Unterschied der Intensität an diesen verschiedenen Stellen so beträchtlich, daſs man bei den hier eben erwähnten Experimenten, bei denen es vor allen Dingen darauf ankommt, daſs das Ohr beide Töne mit groſser Gewalt empfängt, wohl darauf achten muſs, daſs dasselbe sich für beide in einer Knotenstelle befinde. Man muſs dem Ohre daher erst die beste Stellung für einen Ton geben und dann die zweite Gabel so weit verschieben, bis man auch ihren Ton mit gröſster Intensität hört.

Je höher man in der Skala steigt, um so leichter ist es, sehr starke, eindringliche Töne zu erhalten und während das Intervall der Quinte $c' : g'$, welches bei gewöhnlich starken Tönen keine Spur von Rauhigkeit vernehmen läſst, von so mächtigen Tönen erzeugt werden muſs, wie sie kein in der Musik gebräuchliches Instrument giebt, wenn seine 128 Stöſse empfunden werden sollen, so genügen für die Töne $h''' \; c^{IV}$ schon die Zungen eines Harmoniums um dieselbe Anzahl Stöſse hören zu lassen.

Helmholtz, der diese letzte Thatsache angiebt, legt, um sie zu erklären, ein besonderes Gewicht auf die Kleinheit des Intervalles (Tonempfind. III, 263), aber wie aus den angeführten Experimenten mit tiefen, sehr starken Tönen hervorgeht, kommt es nur darauf an, primäre Töne von genügender Intensität anzuwenden, um bei sehr viel weiteren Intervallen dieselbe Erscheinung zu erhalten, wie man andererseits auch wieder mit genügend schwachen hohen Tönen sehr kleine Intervalle bilden kann, welche dieselbe nicht wahrnehmen lassen.

Wie sich die kleinen Intervalle hoher Töne in Bezug auf die Hörbarkeit der einzelnen Stöſse nicht von weiteren Intervallen tieferer Töne, die genügende Stärke haben, unterscheiden, welche von einander um eine gleiche absolute Anzahl Schwingungen abstehen, so zeigen sie auch keinen Unterschied in der Art, wie sie die Stoſstöne bilden. Zwei

Stimmgabeln $h''' c^{IV}$ (15 : 16) lassen bei einer gewissen Intensität das Rasseln der 128 Stöfse vernehmen, zugleich aber auch den Ton *c*, ebenso wie bei sehr starken Tönen $c'$ und $g'$ neben der Rauhigkeit ein leises *c* vernommen wird; nur ist zu bemerken, dafs, da diese hohen primären Töne eine verhältnifsmäfsig weit gröfsere Intensität haben, als die tieferen, auch ihre Stofstöne weit stärker sind als die Stofstöne gleicher Höhe, welche durch die weiteren Intervalle tieferer Töne hervorgebracht werden, und dafs es folglich auch weit leichter ist, mit ihnen sehr tiefe, gut hörbare Stofstöne zu erzeugen, als mit tieferen primären Tönen.

Ich habe oben angegeben, dafs der Zusammenklang $c : g$ selbst bei Anwendung sehr starker Stimmgabeln und Resonatoren, nur ein kaum hörbares *C* (128 v. s.) vernehmen läfst, und tiefere Stofstöne konnte ich bei den Intervallen in den tieferen Lagen der Skala gar nicht direct beobachten, mit hohen Gabeln gelingt es dagegen selbst noch das Contra *C* von 32 v. d. zu erzeugen, welches schon an der äufsersten Gränze der Hörbarkeit liegt.

Die erste Reihe Stimmgabeln, welche ich für diese Untersuchung anwendete, war auf Töne zwischen $h'''$ und $c^{IV}$ gestimmt; da diese Gabeln jedoch schon die Stofstöne von 40 und von 36 v. d. (Contra *E* und Contra *D*) nur äufserst schwach hören lassen, so construirte ich noch eine zweite Reihe für Töne zwischen $h^{IV}$ und $c^{V}$, welche eine verhältnifsmäfsig noch viel gröfsere Intensität gaben. Die Stofstöne entstehen bei diesen letzteren so stark, dafs man nicht nur z. B. *c* und *C* aus ziemlicher Entfernung laut hört, sondern dafs auch alle Töne der Contra Octave bis zum Contra *C* deutlich vernehmbar werden. Dieses letztere wird durch die Töne 4064 und 4096 v. s. erzeugt, welche im Verhältnifs von 127 : 128 stehen und also ein Intervall bilden, das weit kleiner ist als ein Komma (80 : 81).

Folgende Tabelle enthält sämmtliche Stimmgabeln, welche die beiden eben besprochenen Reihen bilden, nebst ihren Verhältnifszahlen und den aus ihnen gebildeten Stofstönen.

| v. s. | v. s. | | Stöfse | Ton |
|---|---|---|---|---|
| 3840 | : 4096 | 15 : 16 | 128 | = *C* |
| 3904 | : „ | 61 : 64 | 96 | = *G* |
| 3936 | : „ | 123 : 128 | 80 | = *E* |
| 3968 | : „ | 31 : 32 | 64 | = *C* |
| 3976 | : „ | 497 : 512 | 60 | = Ct. *H* |
| 3989,3 | : „ | 187 : 192 | 53,3 | = „ *A* |
| 4000 | : „ | 125 : 128 | 48 | = „ *G* |
| 4010,7 | : „ | 47 : 48 | 42,7 | = „ *F* |
| 4016 | : „ | 251 : 256 | 40 | = „ *E* |
| 4024 | : „ | 503 : 512 | 36 | = „ *D* |
| | | | | |
| 7936 | : 8192 | 31 : 32 | 128 | = *C* |
| 8064 | : „ | 63 : 64 | 64 | = *C* |
| 8096 | : „ | 253 : 256 | 48 | = Ct. *G* |
| 8106,7 | : „ | 95 : 96 | 42,7 | = „ *F* |
| 8112 | : „ | 507 : 512 | 40 | = „ *E* |
| 8120 | : „ | 1015 : 1024 | 36 | = „ *D* |
| 8128 | : „ | 127 : 128 | 32 | = „ *E* |

Man kann diese Gabeln beim Experimentiren wie gewöhnlich mit dem Bogen anstreichen, da man jedoch wegen ihrer grofsen Höhe nicht mehr die Bildung von Theiltönen zu fürchten hat, so ist es oft bequemer sie mit einem Stahlklöppel anzuschlagen, weil dieses schneller geht und der Ton der zuerst erregten Gabel dann noch nicht viel von seiner Intensität verloren hat, wenn der zweite Ton auch schon hervorgerufen ist.

Alle in dieser Tabelle angegebenen Zusammenklänge lassen immer das Rasseln, oder wie man bei diesen hohen Tönen besser sagen könnte, das Schwirren der Stöfse zugleich mit den Stofstönen hören, welch letztere um so stärker sind, als die Stimmgabeln stärker angeschlagen werden. Will man das Schwirren der Stöfse allein hören, so hat man die beiden Gabeln nur etwas weiter vom Ohre zu entfernen, die Stoſstöne kann man jedoch nicht ganz allein vernehmen, wenn man auch die Gabeln ganz dicht vor das Ohr bringt; es gelingt dieses selbst mit den Tönen 7936 und 8192 v. s. nicht vollständig, obgleich bei diesen der Stoſston *c* äuſserst stark ist.

Man ersieht aus diesen Experimenten, daſs bei genügend starken primären Tönen nicht mehr als 32 Stöſse nöthig sind um einen Ton zu bilden, daſs ferner Stöſse bis zu etwa 128 bei Intervallen jeder beliebigen Breite vernommen werden können, und daſs zwischen 32 und etwa 128 Stöſsen in der Secunde die Stöſse und Stoſstöne zugleich gehört werden. Es fragt sich nun, ob dieses dieselben Resultate seyen, welche man auch mit primären Impulsen erhalten kann.

Daſs erstlich 32 primäre Impulse einen Ton bilden können, ist bekannt, und daſs andererseits das Ohr im Stande seyn müsse, noch über hundert Impulse in der Secunde wahrzunehmen, lieſs sich schon nach der alten Beobachtung erwarten, nach welcher dasselbe den Gangunterschied zweier Pendel wahrnimmt, die um nicht mehr als eine Hundertel Secunde vom Isochronismus abweichen. Es war in der That anzunehmen, daſs, wenn das Ohr zwei Eindrücke gesondert empfinden konnte, welche um $\frac{1}{100}$ Secunde von einander abstanden, es auch eine ganze Reihe solcher Eindrücke in gleichen Abständen wahrnehmen werde; direct läſst sich jedoch diese Beobachtung sehr gut an einem Zahnrade machen. Das, welches ich angewendet, ist von Holz, hat eine Dicke von 35 Mm., einen Durchmesser von 36 Ctm. und 128 Zähne. Läſst man auf diese Zähne ein federndes Brettchen von hartem Holze sehr stark aufschlagen, so hört man bei immer zunehmender Drehungsgeschwindigkeit, die erst einzeln vernehmbaren Schläge in ein Rasseln übergehen, welches noch deutlich vernehmbar ist, wenn das Rad einmal in der Secunde umgedreht wird und folglich die Anzahl der Schläge schon 128 erreicht hat. Neben diesem Rasseln hört man denn aber auch, wenn die einzelnen Schläge nicht gar zu stark sind, den Ton *c* (256 v. s.). Ersetzt man das stark aufschlagende Holzplättchen durch eine Kartenspitze, so ist von dem Rasseln kaum mehr etwas zu spüren und der Ton *c* tritt mit gröſserer Deutlichkeit hervor. Dreht man das Rad nur einmal in zwei Secunden, so daſs man bloſs 64 Schläge in der Secunde hervorbringt, so ist das fast vollständige Verschwinden, oder das Zurücktreten des Tones *C* vor dem Gerassel der 64 Schläge noch leichter zu beobachten. Es findet demnach die gröſste Uebereinstimmung zwischen dem Verhalten primärer Impulse und dem der Stöſse statt.

Daſs die gleichzeitige Hörbarkeit der einzelnen Schläge und des aus ihrer Aufeinanderfolge entstandenen Tones, wie auch das Aufhören der Hörbarkeit einzelner Schläge, wenn dieselben eine gewisse Zahl überschreiten, sich vollständig aus der von Helmholtz aufgestellten Hypothese des Höractes erklären, ist einleuchtend. Nach dieser Hypothese bestehen bekanntlich im Ohre gewisse elastische Gebilde mit „starker Dämpfung" (Tonempfind. III, 226), welche namentlich der Wahrnehmung schnell vorübergehender, unregelmäſsiger Erschütterungen dienen können, und ferner „schwächer gedämpfte elastische Körper," die durch einen musikalischen Ton von entsprechender Höhe viel stärker erregt werden, als von einzelnen Stöſsen. Jeder der einzelnen Stöſse bringt also auf ein Gebilde der ersten Art einen Eindruck hervor, so lange diese Schläge nicht in einem kürzeren Zeitintervalle aufeinander folgen, als zur Dämpfung der in demselben erregten Erschütterung nöthig ist. Ferner ist aber die durch die Aufeinanderfolge der Schläge hervorgerufene periodische Bewegung aus einer Summe von pendelartigen Schwingungen d. h. einfachen Tönen zusammengesetzt, von denen jeder einen elastischen Körper der zweiten Art erregen kann. Je mehr nun die durch die einzelnen Schläge erzeugte Bewegung der Luft von der einfachen Pendelbewegung abweicht, je gröſser wird die Vernehmbarkeit der einzelnen

Stöfse und je schwächer die Intensität des aus ihrer Aufeinanderfolge entstandenen Tones seyn, wogegen die Intensität des letzteren um so mehr zunimmt, und die Hörbarkeit der einzelnen Impulse schwächer wird, als sich diese periodische Bewegung mehr der einfachen Pendelbewegung nähert, so dafs zuletzt bei nahezu ganz einfachen pendelartigen Schwingungen, wie sie Stimmgabeln ausführen, schon über 32 und 36 hinaus, nichts mehr von den einzelnen Impulsen vernehmbar bleibt und nur der Ton allein gehört wird.

Helmholtz hat ferner bemerkt, dafs sich ein schwebender Zusammenklang mit einem Ton von periodisch wechselnder Intensität vergleichen läfst, und dafs „Schwebungen nnd Intermittenzen sowohl unter sich gleich sind, als auch bei einer gewissen Anzahl die Art des Geräusches hervorbringen, welche wir Knarren nennen" (Tonempfind. III, 266). Würden nun Intermittenzen immer nur Knarren erzeugen, so könnte allerdings die grofse Aehnlichkeit, welche sie bei nicht zu grofser Anzahl mit den Schwebungen zeigen, vermuthen lassen, dafs auch diese letzteren immer nur ein Knarren hervorzubringen im Stande seyn dürften, es gehen aber auch Intermittenzen, ganz ebenso wie primäre Impulse, bei genügender Anzahl und hinreichender Intensität in einen Ton über.

Es läfst sich dieses leicht vermittelst einer Scheibe nachweisen, welche einen Kreis von grofsen Löchern trägt und die man von einer Stimmgabel rotiren läfst. Ich habe verschiedene Scheiben, mit 16, 24 und 32 Löchern von 20 Mm. Durchmesser in verschiedenen Abständen angewendet, welche aber alle immer beträchtlich gröfser waren als die Löcherkreise, so dafs der Ton so viel als möglich nur wenn eine Oeffnung sich vor der Stimmgabel befand, stark zum Ohre dringen konnte.

Natürlich wird nicht jeder beliebige Ton bei jeder beliebigen Anzahl Unterbrechungen einen Ton hervorrufen können, welcher dieser Unterbrechungszahl entspricht, sondern es wird aufser der genügenden Stärke und der hinreichenden Anzahl der Intermittenzen auch noch nöthig seyn, dafs die Lufterschütterungen, welche durch die Oeffnungen der Scheibe hindurchdringen, einander gleich seyen, und dieses sind sie z. B. nie, wenn die Zahl der Unterbrechungen gröfser ist als die der Doppelschwingungen des Tones. In diesem Falle gehen nämlich entweder mehrere Löcher vor derselben Tonwelle vorbei, so dafs immer ein anderer Theil dieser Welle durch jedes hindurchdringen kann, oder es sind doch wenigstens nicht gleiche Theile verschiedener Tonwellen, denen die Oeffnungen den Weg zum Ohre frei machen. Auch wenn die Zahl der Unterbrechungen nur wenig gröfser ist, als die der Doppelschwingungen des Tones, finden noch ähnliche Verhältnisse statt, und es wird wohl nöthig seyn, dafs wenigstens eine ganze Tonwelle durch jede Oeffnung dringe, wenn der Intermittenzton gut vernehmbar werden soll. Am günstigsten aber für seine Hörbarkeit scheint der Fall zu seyn, in welchem immer eine ganze Reihe von Tonwellen durch jede Oeffnung dringen kann, d. h. wenn also die Schwingungszahl des Tones sehr beträchtlich gröfser ist als die Zahl der Intermittenzen.

Läfst man eine Scheibe, auf welcher der Abstand der Löcher von einander dreimal so grofs als ihr Durchmesser (2 Ctm.) ist, mit solcher Geschwindigkeit laufen, dafs 128 Löcher in der Secunde vor der Stimmgabel vorbeigehen, so hört man schon den Intermittenzton *c* mit der Gabel $c'' = 512$ v. d., doch ist er schwach und tritt sehr vor den beiden Variationstönen zurück, welche gleich der Differenz und gleich der Summe der Intermittenzen und der Doppelschwingungen der Gabel, also hier $g' = 384$ v. d. und $e'' = 640$ v. d. sind (Tonempfind. III, 628). Wendet man bei immer gleicher Geschwindigkeit der Scheibe dann nacheinander die Gabeln $e''$, $g''$, siebente harmonische Ton von *c* und $c'''$ an, so wird der Intermittenzton immer stärker und deutlicher. Läfst man endlich die Töne der sehr starken Gabeln $c^{IV}$ und $c^{V}$ durch die Löcher der Scheibe dringen, bei denen dann das Verhältnifs zwischen der

Zahl der Unterbrechungen und der der Doppelschwingungen des Tones 1 : 16 und 1 : 32 ist, so hat der Intermittenzton eine aufserordentliche Stärke, während die Töne der Differenz und der Summe 15 und 17 bei 1 : 16, schon wenig deutlich sind, und sich die Töne 31 und 33 bei 1 : 32, wohl kaum mehr beobachten lassen.

Bei den Experimenten mit den letztgenannten Gabeln, welche also für die Beobachtung des Intermittenztones am günstigsten sind, lasse ich die Scheibe unmittelbar vor der Fläche der Gabeln laufen, bei Anwendung der tieferen Gabeln schalte ich aber zwischen diese und die Scheibe passende Resonanzröhren von dem Durchmesser der Löcher auf der Scheibe ein, so dafs der Ton jedesmal laut hervortritt, wenn eines dieser Löcher sich vor der Röhrenöffnung befindet. Beiläufig sey bemerkt, dafs bei dieser Disposition dann besonders die Variationstöne überraschend schön erklingen und man sie bei abwechselnd schnellerem und langsamerem Drehen der Scheibe deutlich sich von einander entfernen und sich einander nähern hört.

Im Vorigen wurde ein Ton von an sich beständig gleicher Intensität auf mechanischem Wege nur intermittirend zum Ohre gelassen; der Uebergang periodischer Schwingungsmaxima in einen Ton läfst sich jedoch auch bei Tönen beobachten, welche selbst eine periodisch wechselnde Intensität besitzen. Ich habe zu diesem Zwecke Sirenenscheiben construirt mit Kreisen, auf denen sich die Löcher in gleichen Abständen befinden, aber periodisch gröfser und kleiner werden, so dafs eine Reihe isochroner Impulse von periodisch wechselnder Intensität erzeugt wird, wenn man sie durch Röhren von dem Durchmesser der gröfsten Löcher anbläst. Eine dieser Scheiben trug drei Kreise, jeden von 96 gleichabstehenden Löchern, deren Durchmesser auf dem ersten sechszehnmal von 1 zu 6 Mm. zu- und abnahmen, auf dem zweiten zwölfmal und auf dem dritten achtmal. Blies man diese Kreise mit einer Röhre von 6 Mm. Durchmesser an, während die Scheibe erst ganz langsam gedreht wurde, so hörte man auf allen drei Kreisen die einzelnen Löcherperioden wie gesonderte Stöfse; wurde darauf immer schneller gedreht, so gingen zuerst die sechszehn Perioden des ersten, dann die zwölf des zweiten, und zuletzt die acht des dritten Kreises in einen Ton über; hatte endlich der hohe Ton der 96 Löcher bei acht Umdrehungen der Scheibe in der Secunde $g''$ erreicht, so waren die tiefen, der Anzahl der Perioden entsprechenden Töne *c*, *G* und *C* ganz laut und kräftig neben diesem $g''$ zu hören.

Auf einer andern noch gröfseren Scheibe von 70 Ctm. Durchmesser, disponirte ich sieben Kreise von 192 gleichabstehenden Löchern, welche 96, 64, 48, 32, 24, 16 und 12 Mal periodisch an Gröfse zu- und abnahmen. Eine ganze Periode auf dem ersten bestand also nur in zwei verschieden grofsen Oeffnungen, und der Ton der Perioden auf demselben war also blofs um eine Octave tiefer als der Ton der 192 Löcher, während auf dem siebenten Kreise jede Periode von 16 Oeffnungen gebildet wurde und der Ton der Perioden folglich vier Octaven tiefer war als der Ton der 192 Löcher; trotz dieser sehr grofsen Verschiedenheit in der Anzahl der primären Impulse, welche die einzelnen Perioden auf diesen verschiedenen Kreisen zusammensetzten, gingen sie dennoch alle in gleicher Weise, wenn ihre Anzahl grofs genug geworden war, in einen Ton über und liefsen, wenn man die Kreise der Reihe nach vom siebenten bis zum ersten anblies, neben dem immer gleichen hohen Ton, laut und deutlich den tiefen Ton in der abwechselnden Folge von Quarte und Quinte hören.

Obgleich solche Reihen isolirter Impulse von periodisch wechselnder Intensität also eine grofse Aehnlichkeit mit schwebenden Zusammenklängen zeigen, was die Möglichkeit anlangt die einzelnen Intensitätsmaxima in einem Ton übergehen zu lassen, so sind sie doch von letzteren sehr verschieden. Würde z. B. eine Reihe 96 isochroner, sechszehnmal an Intensität zu- und abnehmender Impulse, genau den Zusammenklang zweier Töne, welche 16 Stöfse hören lassen, darstellen, so müfsten die beiden primären Töne, welche diesen Zusammenklang bilden, also hier 88 und 104, zwei Töne im Intervalle von 11 : 13, vernehmbar werden; man kann sie aber in Wirklichkeit nicht hören. Der Grund hiervon dürfte wohl darin zu suchen seyn, dafs zwei dem Einklange nahe Töne, deren Schwingungszahlen $a$ und $b$, beim Zusammenklange zwar periodisch an Intensität zu- und abnehmende Schwingungen von nahezu $\frac{a+b}{2}$ erzeugen, dafs aber bei jedem Uebergange der einen Periode zu der andern, ein Zeichenwechsel vor sich geht, so dafs die Compressionsmaxima der mittleren Schwingungen nur in den ungeraden Perioden isochron sind, in den geraden Perioden aber die Dilatationsmaxima an ihre Stelle treten.

Ich habe versucht auf zwei verschiedene Weisen vermittelst primärer Impulse diesen Vorgang annähernd nachzubilden, und zwar erstens, indem ich die resultirenden Compressionen aller auf einanderfolgenden Schwingungen des Zusammenklanges auf demselben Kreise einer Sirenenscheibe durch Löcher von passender Gröfse darstellte. Der Zusammenklang zweier Töne von 80 und 96 Doppelschwingungen erzeugt einen Ton von $\frac{80+96}{2} = 88$ Schwingungen, mit 16 Mal zu- und abnehmender Intensität, und bei jedem Uebergange des eines Stofses zum anderen bewirkt der Zeichenwechsel, dafs das Compressionsmaximum der ersten Schwingung der folgenden, von dem Compressionsmaximum der letzten Schwingung der vorhergehenden Schwebung, um eine halbe Schwingung weiter absteht. Ich theilte also den Kreis in 176 Theile, und bohrte in den Theilpunkten 1, 3, 5, 7 und 9 fünf an Gröfse zu- und wieder abnehmende Löcher, ebenso in den Theilpunkten 12, 14, 16, 18 und 20, ferner in den Theilpunkten 23, 25, 27, 29 und 31, u. s. f. Wurde nun ein solcher Löcherkreis durch eine Röhre vom Durchmesser der gröfsten Oeffnung angeblasen, so konnte man in der That neben dem Tone 88 und dem sehr kräftigen Tone der Perioden 16 die beiden Töne 80 und 96 wahrnehmen, doch waren sie sehr schwach und besonders wegen der starken Rauhigkeit des tiefen Tones ziemlich schwer zu beobachten.

Durch die zweite Disposition suchte ich den Phasenwechsel der Schwingungen beim Uebergange von einer Schwebung zur andern direct nachzuahmen. Ich theilte zu diesem Zwecke zwei nahe nebeneinander laufende concentrische Kreise in 88 Theile und disponirte die Oeffnungen, welche die aufeinanderfolgenden Schwebungen darstellen sollten, abwechselnd auf beiden. Da bei 88 Löchern und 16 Perioden auf jede der letzteren $5\frac{1}{2}$ Löcher gekommen wären, so nahm ich immer zwei Perioden zusammen und durchbohrte also auf dem ersten Kreise die Theilpunkte 1, 2, 3, 4, 5, 6, und auf dem zweiten 6, 7, 8, 9, 10, 11, dann wieder auf dem ersten Kreise die Theilpunkte 12, 13, 14, 15, 16, 17 und auf dem zweiten 17, 18, 19, 20, 21, 22 usw. fort. Wurden diese beiden Löcherkreise nun zugleich durch zwei Röhren vom Durchmesser der gröfsten Oeffnungen auf demselben Radius, der eine von oben, der andere von unten angeblasen, so entstand bei jedem Umlauf der Scheibe eine Reihe von 88 isochronen, 16 Mal periodisch die Intensität wechselnden Impulse, welche beim jedesmaligen Uebergange von einer zur andern Intensitätsperiode die Zeichen wechselten. Bei diesem Experimente traten dann die beiden Töne 80 und 96 sehr viel deutlicher hervor als bei dem vorherbeschriebenen mit dem von einer Seite angeblasenen Löcherkreise, welcher die unter einander um eine halbe Schwingungsdauer verschobenen Löcherperioden trug.

Es bleibt mir schliefslich noch zu erwähnen, dafs Tyndall die geringe Intensität der resultirenden Töne als Beweis dafür angeführt hat, dafs sie nicht durch Stöfse der primären Töne entstanden seyn können (*On sound* III, 350). Nachdem er auseinandergesetzt, dafs der Ton, wenn zwei gleich starke Töne Stöfse geben, immer periodisch vom Aufhören zu einer doppelt so großen Amplitude übergeht, als sie jeder der primären Töne einzeln hatte, sagt Tyndall wörtlich: „Wenn also die resultirenden Töne von den Stößen der primären gebildet würden, so müßten sie auch gehört werden, wenn die primären schwach sind, aber sie werden nicht unter diesen Umständen gehört.“ Nun würden allerdings Stoßtöne immer eine größere Intensität haben müssen als ihre primären Töne, wenn gleiche Schwingungsamplituden auch für alle Töne immer gleiche Intensitäten hervorbrächten, dieses ist jedoch nicht der Fall, wie sich durch ein sehr einfaches Experiment sofort nachweisen läßt. Entfernt man eine Stimmgabel *c*, während sie mit einer bestimmten Amplitude von etwa 1 Mm. schwingt, so weit vom Ohre, daß ihr Ton verschwindend schwach gehört wird, und man macht darauf dasselbe Experiment mit einer zweiten Gabel *c'*, welche Zinken von gleicher Dicke und Breite hat, während sie ebenfalls mit 1 Mm. Amplitude vibrirt, so findet man, daß man sie etwa doppelt so weit vom Ohre entfernen muß, um dieselbe Wirkung auf dasselbe zu erhalten und es geht daraus hervor, daß der Ton *c'* bei gleicher Schwingungsweite etwa viermal so stark ist als der Ton *c*. Sucht man darauf den beiden Gabeln solche Schwingungsweiten zu geben, daß sie bei gleicher Entfernung vom Ohre etwa die gleiche Wirkung auf dasselbe hervorbringen, so findet man wieder, daß die Amplitude der Gabel *c* etwa viermal so groß seyn muß als die der Gabel *c'*. Hiernach würden also z. B. die Amplituden zweier gleich starken Töne im Intervall der Quinte, 9 und 4 seyn müssen, und die Summe dieser Amplituden wäre dann 13, der resultirende Ton aber, welcher um eine Octave tiefer ist als der Grundton des Quintenintervalles, würde schon die Schwingungsweite 36 erfordern um nur dieselbe Intensität zu erlangen als die primären Töne einzeln haben.

Ist das Intervall der primären Töne noch enger, so fällt der Stoßton noch tiefer und muß daher noch schwächer werden im Verhältnifs zu der Intensität der primären Töne. Es versteht sich von selbst, dafs ich weder diese hier angegebenen Experimente, noch auch die Zahlen im Beispiele für ganz genau ausgeben will; aber sie sind es im genügenden Maafse um zu zeigen, worauf es mir hier allein ankam, dafs tiefe Töne weit gröfsere Schwingungsweiten haben müssen als hohe, wenn sie diesen letzteren an Intensität gleich kommen sollen. Auf genauere Untersuchungen über die Intensität verschieden hoher Töne hoffe ich in nicht zu langer Zeit zurückkommen zu können.

---

Die hauptsächlichsten Resultate der im Vorstehenden mitgetheilten Untersuchungen sind also kurz zusammengefafst die folgenden:

1) Die Anzahl der Stöfse zweier Töne $n$, $n'$ ist immer gleich dem positiven und dem negativen Reste der Division $\frac{n'}{n}$, d. h. gleich den Zahlen $m$, $m'$, die man erhält indem man setzt $n' = h\,n + m = (h + 1)\,n - m'$, wo $n$, $n'$ die Anzahl der Doppelschwingungen und $h$ der Quotient der Division ist, welche den Rest $m$ giebt. Die Sache verhält sich daher so als wenn die Stöfse von den zwei Obertönen $h$ und $h + 1$ des tiefen Tones $n$, zwischen welche der höhere Ton $n'$ fällt, herrührten. Die Ursache der Stofstöne ist einfach die periodische Coincidenz der gleichartigen Maxima der beiden Wellenzüge.

2) Die Stöfse der rein harmonischen Intervalle können noch mit den Verhältnissen 1 : 8 und selbst 1 : 10 gehört werden, und lassen sich wie die Stöfse des Einklanges als direct aus der Composition der Schwingungen der primären Töne entstandene betrachten, ohne Hülfe resultirender Zwischentöne, deren Existenz sich nicht nachweisen läfst.

3) Sowohl die Stöfse $m$, als auch die Stöfse $m'$, nicht nur der Intervalle $n : n + m$, sondern auch der Intervalle $n : h\,n + m$ ($h = 2, 3, 4$), gehen bei genügender Intensität

der primären Töne und hinreichender Anzahl in Stofstöne über.

II. 4) Wenn die beiden Stofstöne *m* und *m'* nahe dem Einklange, der Octave und Duodecime sind, so lassen sie dieselben Stöfse hören, welche zwei gleiche primäre Töne geben würden. Diese Stöfse der Stofstöne habe ich zum Unterschiede von den aus primären Tönen entstandenen Stöfsen, secundäre Stöfse genannt.

5) Bei genügender Intensität der sie bildenden Stofstöne und genügender Anzahl, gehen diese secundären Stöfse wieder in einen secundären Stofston über, wie primäre Stöfse in einen primären Stofston übergehen.

III. 6) Die Differenztöne und Summationstöne, welche beim Zusammenklange zweier starker Töne entstehen, weil die Schwingungen dieser nicht unendlich klein sind, bilden eine von den Stöfsen und Stofstönen unabhängige Erscheinung. Sie sind aufserordentlich viel schwächer als die Stofstöne.

IV. 7) Die Stöfstöne lassen sich nicht durch die Ursache der Differenztöne und Summationstöne erklären, da ihre Schwingungszahlen in vielen Fällen andere sind, als diese Ursache erfordern würde.

8) Die Hörbarkeit der Stöfse hängt allein von ihrer Anzahl und von der Intensität der primären Töne ab, und ist unabhängig von der Weite des Intervalles.

9) Die Anzahl der Stöfse und primären Impulse, bei welcher beide noch als gesonderte Impulse empfunden werden können, ist dieselbe.

10) Neben den als gesonderte Impulse wahrnehmbaren Stöfsen, wie neben den in gleicher Weise vernommenen primären Impulsen, ist der Ton, der ihrer Anzahl zukommt, hörbar.

11) Die Zahl, bei welcher Stöfse und primäre Impulse in einen Ton übergehen können, ist dieselbe.

12) Wie Stöfse und primäre Impulse, können auch Intermittenzen eines Tones in einen Ton übergehen.

13) Wenn die Schwingungen eines Tones periodisch

an Intensität zu- und abnehmen, so gehen die periodischen Schwingungsmaxima bei genügender Anzahl auch in einen Ton über.

14) Der Stofston, welcher durch zwei primären Töne gebildet wird, mufs immer schwächer seyn als diese, obgleich einzelne Stöfse stärker sind, als die sie bildenden Töne.

Paris, December 1875.

---

## II. *Die Reibungsconstanten einiger Salzlösungen und ihre Beziehungen zum galvanischen Leitungsvermögen; von O. Grotrian.*

(Schlufs von Seite 146.)

---

In der folgenden Tabelle sind die gemachten Beobachtungen enthalten. Ueber jeder Reihe zusammengehöriger Zahlen ist der Name des gelösten Salzes, ferner die Schwingungsdauer sowie das logarithmische Decrement $\varepsilon_0$ für Luft (letzteres in Brigg'schen Logarithmen) angegeben. Die erste Columne enthält unter $p$ den Prozentgehalt, d. h. die Gewichtsmenge wasserfreien Salzes in 100 Gewichtstheilen der Lösung. Unter $\varrho$ ist das specifische Gewicht bezogen auf Wasser von $4^0$, unter $\tau$ die Temperatur, bei welcher es bestimmt wurde, angegeben. In der 4. Columne unter $t$ befinden sich die Temperaturen, bei denen das logarithmische Decrement für die Flüssigkeit bestimmt wurde. Sämmtliche Temperaturangaben beziehen sich auf die 100-theilige Skala. Die 6. Columne giebt unter $\varepsilon$ die Decremente selbst in Brigg'schen Logarithmen; die in Klammer neben $\varepsilon$ gesetzte Zahl bezeichnet die Zahl der Amplituden, aus denen $\varepsilon$ berechnet wurde. Unter $\varepsilon - \varepsilon_0$ ist die Differenz der Decremente für Flüssigkeit und Luft enthalten. Der Umstand, dafs diese in einigen Fällen um eine Einheit der vierten Decimale falsch zu seyn scheint, hat seinen Grund