Annalen der Physik (Leipzig)

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND LX.

ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

SECHSZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE HUNDERT SECHS UND DREISSIGSTER.

NEBST DREI KUPFERTAFELN.

LEIPZIG, 1843.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ANNALEN
DER
PHYSIK
UND
CHEMIE.

ZWEITE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

DREISSIGSTER BAND.

NEBST DREI KUPFERTAFELN.

LEIPZIG, 1843.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Inhalt

des Bandes LX der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

Zweites Stück.

Drittes Stück.

Viertes Stück.

Nachweis zu den Kupfertafeln.

1843. ANNALEN *No.* 12.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND LX.

I. *Ueber die Sirene;*
von August Seebeck.

1) In einer so eben erschienenen interessanten Abhandlung [1]) hat G. S. Ohm eine Theorie der Töne der Sirene gegeben, und sich dabei auf einige Beobachtungen bezogen, welche von mir an diesem Instrument angestellt worden sind [2]). Obgleich ich diesem Gegenstande einige Mufse zu widmen gegenwärtig nicht im Stande bin, so halte ich doch ein Paar Bemerkungen, welche sich mir beim Lesen jenes Aufsatzes dargeboten haben, und welche mir geeignet scheinen, Einiges zur Berichtigung und Ergänzung der Ansichten des gelehrten Verfassers beizutragen, besonders deshalb für mittheilenswerth, weil es sich dabei um eine für die Akustik ungemein wichtige Frage handelt, nämlich: *was ist als das Wesentliche der Wellen eines Tons anzusehen,* sey es dafs derselbe allein, oder zugleich mit andern Tönen auftritt? Es bildet diese Frage einen Theil einer andern, über welche ich seit längerer Zeit, wenigstens etwas Aufschlufs zu erhalten, einige Versuche gemacht habe, nämlich: welche Vorstellung hat man sich von der eigenthümlichen Wellenform verschiedener Klänge zu machen?

2) Es wird häufig angenommen, dafs die Geschwindigkeit, welche ein zu den Wellen eines einzelnen Tons gehörendes Theilchen zur Zeit t besitzt, vorgestellt werde durch $a \cos 2\pi(mt+\theta)$, wo a die Schwingungsweite, m die Schwingungsmenge und θ einen constanten Zeitwerth

1) Diese Annalen, 1843, No. 8.

2) Ebendaselbst, 1841, No. 7.

bezeichnet. Der Grund zu dieser Annahme liegt, so viel mir bekannt ist, nur darin, dafs man durch die Theorie der Schwingungen in gewissen einfacheren Fällen der Tonerzeugung auf diese Form geführt wurde, und in anderen, weniger einfachen Fällen mittelst einer Betrachtungsweise, deren Strenge durch die neuere Mathematik erwiesen ist, die Welle auf Bestandtheile von dieser Form, also auf verschiedene Töne von jener Beschaffenheit, zurückzuführen sich im Stande sah. Wie dieses Letztere auch auf die Sirene und überhaupt auf jene Töne, die durch eine Reihe mehr oder weniger getrennter Eindrücke erzeugt werden, anzuwenden sey, ist von Ohm in der genannten sehr werthvollen Abhandlung gezeigt worden. Es ist meine Absicht im Nachfolgenden zu untersuchen, in wie weit die Richtigkeit der Ansicht, dafs jene Wellenform als das Wesen des Tones zu betrachten sey, durch die Sirene-Versuche bestätigt werde.

3) Ich habe ein Paar Worte über die in Rede stehenden Versuche vorauszuschicken. — Wenn durch ein enges Röhrchen ein Luftstrom gegen die Löcherreihe der rotirenden Scheibe geblasen wird, so ist es einleuchtend, dafs der aus dem Röhrchen tretende Luftstrom, so lange er gegen den nicht durchbrochenen Theil der Scheibe tritt, zurückgeworfen und seitwärts verbreitet werden mufs; doch wird durch diese Ausbreitung jedenfalls die Luftbewegung in so bedeutendem Maafse geschwächt, dafs man annehmen darf, es finde die Hauptwirkung eines jeden Luftstofses dann statt, wenn ein Loch der Sirene in den *directen* Luftstrom, oder doch sehr in dessen Nähe tritt. Sind daher die Abstände der Löcher von einander grofs genug gegen deren Durchmesser — bei meinen Versuchen in der Regel 4 bis 12 Mal so grofs — und auch das Röhrchen eng genug — bei meinen Versuchen noch etwas enger als die Löcher, — so können die Luftstöfse mit mehr oder weniger Annäherung als getrennte Eindrücke betrachtet werden, oder genauer: es mufs ein

Wellenzug entstehen, in welchem die positiven Halbwellen viel hervortretender sind, als die negativen, wenn man unter einer positiven Halbwelle diejenige Hälfte der Periode versteht, in deren Mitte die Löcher sich gerade vor der Röhre befinden, und unter einer negativen die andere Hälfte, in deren Mitte sich die Röhre mitten zwischen zwei Löchern befindet. Fig. 14 Taf. I, mag ungefähr ein Bild einer solchen Wellenform geben, indem die über irgend einer wagerechten Abscissenlinie errichteten Ordinaten der Curve *ambcnd*.... die Geschwindigkeiten der Lufttheilchen für irgend einen Zeitmoment vorstellen; *AB* ist nicht diese Abscissenlinie, sondern ihr parallel, und so gezogen, daſs sie den Wellenzug in Hälften von gleicher Länge $ab = bc = cd = de \ldots$ theilt; die positiven Halbwellen *amb*, *cnd*... sind so hervortretend, daſs sie angenähert als getrennte Eindrücke zu betrachten sind.

4) Diese in der Natur jener Tonerzeugung begründete Ansicht findet in den Erfahrungen, von welchen ich a. a. O. Nachricht gegeben habe, vielfältige Bestätigung. In diesem Sinne wurden — und werden auch jetzt noch — die in jener Abhandlung unter III. genannten Versuche, so wie auch die Interferenz eines Tones mit seiner Octave als einfache und nothwendige Folgerungen von mir angesehen, während die Interferenz zweier Unisonotöne ganz einfach auf dem Wesen entgegengesetzter Gröſsen beruht, sobald nämlich — worauf diese Versuche eben zielten — die Ansicht F. Savart's aufgegeben wird, als habe das Gehörorgan die Eigenschaft, die aus verschiedenen Orten kommenden Eindrücke durchaus getrennt zu halten. In der That finde ich auch in Ohm's Erklärung dieser Erscheinungen wesentlich dieselbe Auffassung wieder, nur unter einer specielleren Form, deren Zulässigkeit ich nachher beleuchten werde.

5) Nicht in gleichem Maaſse einfach sind die a. a. O. unter II. beschriebenen Versuche, und es schienen mir

dieselben aus verschiedenen Gesichtspunkten aufgefafst werden zu können. Namentlich entging es mir bei weiterer Erwägung nicht, dafs z. B. in den Fällen, wo die Abstände der Eindrücke abwechselnd t und t' sind, die Bewegung einige Aehnlichkeit mit der haben müsse, welche aus zwei regelmäfsigen Wellenzügen gebildet werden können, etwa wie in Fig. 15 Taf. I. Allein der Versuch, dieser Aehnlichkeit weiter nachzugehen, schien mir scheitern zu müssen, einerseits an der Unkenntnifs von der näheren Beschaffenheit der Sirenestöfse, und andererseits an der in §. 1 berührten Ungewifsheit über das, was als wesentlich zur Wellenform eines Tones gehörend zu betrachten sey. Dieser Schwierigkeit ist Ohm dadurch entgangen, dafs er als das Wesen der Tonwellen die in §. 2 erwähnte Form $a \cos 2\pi(mt+\theta)$ *voraussetzt*, und dabei annimmt, dafs die Stärke des Tones durch den Werth von $\frac{a}{m}$ bestimmt werde [1]), in Betreff der Sirenestöfse aber zunächst der Einfachheit wegen eine ganz einseitige Form in's Auge fafst, auf welche sich jedoch, mit Hülfe des auch für die Akustik so fruchtbaren Satzes von der Darstellung willkührlicher Functionen durch Sinusreihen, diese Eindrücke jederzeit zurückführen lassen. Die unter diesen Voraussetzungen entwickelten theoretischen Resultate findet der gelehrte Verfasser in Uebereinstimmung mit meinen Versuchen. Ich werde im Folgenden untersuchen, wie es sich mit dieser Uebereinstimmung verhalte, wenn man

I. an Ohm's Theorie keine Aenderungen vornimmt, als ein Paar kleine, aber wesentliche Berichtigungen;

II. wenn man diese Theorie verallgemeinert in Betreff der über die Sirenestöfse zu machenden Voraussetzungen, aber bei der Annahme bleibt, dafs das Wesen des Tones in der bezeichneten Wellenform liege;

1) A. a. O. S. 518 und 558 Anmerk.

III. wenn man in der letzteren Beziehung von einer weniger beschränkenden Annahme ausgeht.

I.

6) Zuvörderst darf wohl der von Ohm an die Spitze seiner Betrachtungen gestellte Grundsatz, »dafs zur Erklärung einer Naturbegebenheit keine anderen Ursachen anzunehmen seyen, als welche nothwendig und hinreichend sind,« dahin ausgelegt oder ergänzt werden, dafs, um auf dem Felde der Empirie das Ausgemachte von dem Wahrscheinlichen und Hypothetischen zu unterscheiden, man die Vorstellung von den wesentlichen Ursachen einer Erscheinung nicht weiter beschränken dürfe, als die Erfahrung unbedingt verlangt. — Diesem Grundsatze gemäfs kann über die Ursachen eines Tones *zunächst* so viel gesagt werden: Ein Ton entsteht durch periodische Wiederkehr eines gleichen oder ähnlichen Bewegungszustandes; die Dauer der Periode, deren Länge wohl ohne Zweifel zwischen gewissen Gränzen liegen mufs, bestimmt die Höhe des Tones. Obgleich durch minder regelmäfsiges Einhalten der Periode ein unvollkommener Ton erzeugt wird, so kann doch die Regelmäfsigkeit derselben als Norm für den vollkommenen Ton betrachtet werden. — Diese Erklärung ist, indem sie die Bewegung innerhalb der Periode noch völlig unbestimmt läfst, offenbar zu weit, denn sie pafst eben sowohl auf die Fälle, wo der durch die Periode bedingte Ton allein auftritt, als wo wir ihn von den Tönen seiner harmonischen Oberreihe begleitet hören. Die Art der Bewegung während der Dauer einer Periode mufs also, damit der Ton einfach sey, noch einer gewissen Beschränkung unterliegen. Macht man nun die Annahme, es bestehe diese Beschränkung darin, dafs die Wellen des einfachen Tones von der Form $a \cos 2\pi(mt+\theta)$ sind, und es beruhe überhaupt das Auftreten des Tones m stets und nur auf dem Vorhandenseyn eines Wellenzugs von dieser Form, so gelangt man z. B. an der Sirene

zu gewissen Folgerungen, welche mit der Erfahrung verglichen werden können. Sollte diese mit ihnen in Widerspruch treten, so würde dadurch bewiesen seyn, dafs jene Annahme entweder unrichtig oder wenigstens zu beschränkt ist; stimmen sie dagegen mit der Erfahrung überein, so gewinnt jene Annahme an Wahrscheinlichkeit, oder es bilden wenigstens die in Rede stehenden Erscheinungen kein Argument gegen dieselbe, wenn sie sich anderweitig bewährte; erwiesen aber würde dieselbe erst dann seyn, wenn gezeigt würde, dafs man bei jeder andern Annahme zu erfahrungswidrigen Resultaten gelangt, dafs nicht nur *jedesmal* dann, sondern auch *nur* dann der Ton *m* gehört wird, wenn Wellen von der angegebenen Form da sind. Welcher von diesen drei Fällen auch eintrete, so wird daraus immer ein Gewinn für unsere Einsicht in das Wesen der Töne erwachsen. Auf diese Weise bleibt Ohm's Arbeit durch die angeregte Art der Behandlung jedenfalls ein entschiedener Werth gesichert.

7) Ich habe zu den früher beschriebenen Erfahrungen nur *eine* hinzuzufügen, welche ich damals zu unvollkommen kannte, um etwas darüber zu sagen. An der einfachen Sirene nämlich, mit gleichabstehenden Löchern, also isochronen Eindrücken, kann man öfters neben dem Hauptstrom, wenn auch äufserst schwach, einen und den andern Ton seiner harmonischen Oberreihe mitklingen hören. Auch beim Anschlagen der Löcher mit einer Kartenblattspitze können sie bemerkt werden. Hierin ist zunächst eine Bestätigung der Ohm'schen Theorie zu finden, denn nach dieser müfste jeder Sireneton mehr oder weniger von diesen Beitönen begleitet seyn. Ich habe früher einige Versuche zur Erklärung dieser Wahrnehmung gemacht; da ich aber fand, dafs bei ungeändertem Apparate bald dieser, bald jener Ton der Reihe erkennbar wurde, je nachdem ich den Standpunkt des Ohres veränderte, so schien mir das Wahrscheinlichste, sie ent-

ständen dadurch, dafs die von den Wänden zurückgeworfenen Stöfse zwischen die directen treten, und dadurch eine vermehrte Schwingungsmenge geben. Ich halte es aber jetzt für viel wahrscheinlicher, dafs sie im Wesentlichen auf dem von Ohm bezeichneten Wege zu erklären sind, wonach ihre Entstehung von der Zurückwerfung unabhängig ist, und nur ihre verschiedene Stärke an verschiedenen Stellen des Zimmers durch eine Interferenz mit den zurückgeworfenen Wellen auf bekannte Weise zu erklären ist.

8) Bei einer genaueren Erwägung zeigt sich jedoch einige Schwierigkeit in der ungemein geringen Stärke dieser Töne. Zwar stellt Ohm (a. a. O. S. 558 d. und S. 564) den Satz auf, dafs die Beitöne, welche bei sehr kurzen, getrennten Eindrücken äufserst stark seyn müssen, unter Umständen gegen den Hauptton verschwindend schwach werden können, wenn nämlich die aus jedem Loche hervorgehenden Eindrücke sich nahe über das ganze Intervall (Periode) erstrecken; allein diesem Satze liegt ein Versehen zum Grunde, das zwar offenbar nur auf einem Schreibfehler beruht, aber gerade hier zu ganz irrigen Resultaten führt. Setzt man nämlich $\lambda = l$, so wird die Schwingungsweite nicht, wie S. 558 steht, $\frac{4\alpha}{\pi(i^2-1)}$, sondern $\frac{4\alpha}{\pi(4i^2-1)}$ [1]). Dann wird

1) Ein anderes Versehen liegt auch in dem Satze c auf derselben Seite; denn setzt man $\lambda = \frac{1}{2}l$, so wird die Schwingungsweite nicht $\frac{\alpha}{2i}$, sondern $\frac{2\alpha}{\pi(i^2-1)} \cos\frac{\pi}{2}i$. Dieser Werth wird Null, so oft i eine ungerade Zahl ist, aufser wenn $i=1$, wo er in $\frac{\alpha}{2}$ übergeht. Die Töne erhalten also nicht gleiche Stärke, sondern die mit der Schwingungsmenge $\frac{3}{2l}$, $\frac{5}{2l}$, $\frac{7}{2l}$ ... fallen ganz weg, und für die übrigen $\frac{1}{2l}$, $\frac{2}{2l}$, $\frac{4}{2l}$ ... nimmt die Stärke mit der Höhe ab. Diefs wird unten in §. 9 zu berücksichtigen seyn.

aber der erste Ton nicht unendlich Mal stärker, als die Beitöne, sondern es verhalten sich die Schwingungsweiten der Töne $\frac{1}{2l}$, $\frac{2}{2l}$, $\frac{3}{2l}$ ... wie die Zahlen $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{35}$ ... Wenn nun, wie man mit vieler Wahrscheinlichkeit annehmen darf, die Stärke der Töne (bei gleicher Empfänglichkeit des Ohres) ihrer lebendigen Kraft proportional ist, so werden die verhältnifsmäfsigen Intensitäten jener Töne $\frac{1}{9}$, $\frac{4}{225}$, $\frac{9}{1225}$ ... Diese Zahlen bezeichnen die Gränze, *unter* welche die Stärke der höheren Töne im Vergleich zum tieferen nach Ohm's Theorie nicht würde sinken können, dagegen sie bei sehr kurzen, getrennten Eindrücken mit viel gröfserer Stärke auftreten und beinahe 4, 9 ... Mal stärker als der erste, tiefste Ton werden müfsten. Nun erscheinen diese höheren Töne jederzeit, die Löcher der Sirene mögen einander sehr nahe stehen, oder durch sehr grofse Zwischenräume getrennt seyn, nur äufserst schwach, so dafs sie wahrscheinlich von den Meisten, welche sich mit Versuchen an diesem Instrument beschäftigt haben, gar nicht bemerkt worden sind, und obschon die Vergleichung verschiedener Tonstärken mit dem Gehöre eine sehr unsichere Sache ist, so würde ich doch kaum anstehen zu behaupten, dafs sie noch nicht einmal jene untere Gränze erreichen, auch wenn sich nicht aus der Vergleichung der so eben berechneten Zahlen mit denen des folgenden §. ein festerer Anhaltpunkt für die Vergleichung der Intensitäten ergäbe.

9) Das vorhin bezeichnete Versehen übt auch einen bedeutenden Einflufs auf die Rechnung aus, zu welcher einige meiner Versuche Ohm Anlafs gegeben haben, und aus welcher er den Schlufs zieht, dafs an meiner Sirene die Eindrücke sich nahe über die ganze Länge des Intervalls erstrecken (a. a. O. S. 561 bis zum Schlufs). Setzt man nämlich λ nahe $= l$, so erhält man für den Versuch, wo die Löcherabstände an meiner Sirene abwechselnd 5^{0} und 7^{0} betrugen, das Verhältnifs der Schwin-

gungsweite des Tones $\frac{1}{2l}$ zu der des Tones $\frac{2}{2l}$ wie

$$\frac{\cos 75^\circ}{3} : \frac{\cos 150^\circ}{15},$$

folglich das Verhältnifs der Intensitäten beider Töne wie $\left(\frac{\cos 75^\circ}{3}\right)^2 : 4.\left(\frac{\cos 150^\circ}{15}\right)^2$, das ist nahe wie $5:7$, so dafs der zweite Ton noch etwas stärker als der erste seyn müfste, da ihn doch die Erfahrung sehr viel schwächer giebt. Für die Löcherreihe mit abwechselnd 9° und 11° würde der zweite Ton fast 16 Mal und für die mit $9\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ Grad würde er gegen 70 Mal stärker seyn, als der erste Ton, was auf keine Weise mit der Erfahrung stimmt. — Nun ist aber in der That nicht abzusehen, wie bei der Art, wie die in Rede stehenden Versuche ausgeführt worden sind, der Werth von λ dem von l gleich kommen, d. h. der Eindruck das ganze Intervall ausfüllen soll; denn wenn auch diese Annahme zulässig seyn möchte, wo zwei getrennte Löcherreihen mit zwei dazu gehörenden Röhren so angeblasen werden, dafs auf der einen der eine, auf der andern der andere Eindruck des Intervalls erzeugt wird, so ist diefs doch hier nicht der Fall, da mit *einer* Röhre auf *einer* Löcherreihe der beschriebenen Art die beiden zu einem Intervall gehörenden Eindrücke erregt wurden, und es könnte λ höchstens nahe $=\frac{1}{2}l$ gewesen seyn; alsdann aber müfste gar bei der Löcherreihe mit abwechselnd 5° und 7° der zweite Ton wenigstens 6 Mal stärker seyn, als der erste, bei der mit 9° und 11° ungefähr 70 Mal, und bei der mit $9\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ etwa 300 Mal. Um die beobachteten Intensitäten mit der Ohm'schen Theorie in Einklang zu bringen, müfste man annehmen, dafs λ etwa zwischen $\frac{7}{10}l$ und $\frac{8}{10}l$ betragen habe, eine Annahme, welche aus mehreren Gründen unzulässig erscheint. Ich unterlasse es, diese Betrachtung auf die Fälle auszudehnen, wo an ternären Löchersystemen der Ton $\frac{3}{2l}$ gehört wurde.

10) Ich habe mich bis hierher ganz an die unmittelbaren Ergebnisse von Ohm's Abhandlung gehalten, und nichts daran geändert, als ein Paar offenbare Rechnungs- oder vielmehr Schreibfehler. Diese Ergebnisse stehen, wie sich gezeigt hat, mit der Erfahrung in völligem Widerspruch. Ehe jedoch hieraus ein Schlufs gegen die von Ohm zum Grunde gelegte Annahme über das Wesen der Tonwellen gezogen wird, oder Hypothesen zur Beseitigung dieser Schwierigkeit versucht werden, ist zu untersuchen, ob nicht die aufgedeckten Widersprüche vielleicht nur auf der zu grofsen Verallgemeinerung beruhen, welche den theoretischen Resultaten gegeben ist, indem sie unter einer ganz bestimmten Voraussetzung von der Form der einzelnen Sirenestöfse entwickelt sind. Zwar sagt Ohm (S. 522 Anm.), dafs die Untersuchung sich völlig allgemein mit dem gleichen Erfolge durchführen lasse; allein man darf sich durch diese Aeufserung und durch die wohl zu allgemeine Anwendung, welche jener Gelehrte von seinen Resultaten macht, nicht zu der Ansicht verleiten lassen, als gelange man — worauf es hier ankommt — bei jeder Form der Eindrücke zu denselben *Intensitätsbestimmungen.* Ich werde zunächst eine Art der Behandlung andeuten, durch welche man diefs prüfen kann, im engsten Anschlufs an Ohm's Theorie und mit Beibehaltung seiner Zeichen.

11) Zuerst leuchtet ein, dafs alle Ergebnisse wesentlich ungeändert bleiben, wenn man voraussetzt, es werde jeder Eindruck durch eine Summe solcher Halbwellen, wie Ohm deren eine einzige annimmt, gebildet von verschiedener Länge zwar, aber alle in ihrem Maximumpunkte zusammenfallend. Auch die Bestimmungen über die Stärke der Beitöne der Sirene bleiben in diesem Falle so weit gültig, dafs die Schwingungsweite für

den Ton $\frac{i}{2l}$ zwischen den Gränzen $\frac{4}{\pi l}\Sigma\alpha\lambda$ und $\frac{4}{\pi(4i^2-1)}\Sigma\alpha$ liegen mufs.

Nun denke man sich zwei gleiche und gleichgerichtete solche Halbwellen, die eine auf die Zeit $\theta-\tau$, die andere auf $\theta+\tau$ fallend, nämlich $\alpha\cos 2\pi\frac{t-(\theta-t)}{4\lambda}$ und $\alpha\cos 2\pi\frac{t-(\theta+\tau)}{4\lambda}$, so geben sie nach Ohm's Theorie, S. 526:

$$A_i=\frac{4\alpha\lambda l}{\pi(l^2-4\lambda^2 i^2)}\cos\pi\frac{\lambda i}{l}\left(\cos\pi\frac{\theta-\tau}{l}+\cos\pi\frac{\theta+\tau}{l}\right),$$

wofür man schreiben kann:

$$\frac{8\alpha\lambda l}{\pi(l^2-4\lambda^2 i^2)}\cos\pi\frac{\lambda i}{l}\cos\pi\frac{\tau i}{l}\cos\frac{\theta i}{l}$$

und eben so:

$$B_i=\frac{8\alpha\lambda l}{\pi(l^2-4\lambda^2 i^2)}\cos\pi\frac{\lambda i}{l}\cos\pi\frac{\tau i}{l}\sin\frac{\theta i}{l}.$$

Beide Eindrücke zusammen üben also in Beziehung auf den Ton $\frac{i}{2l}$ denselben Einflufs aus, wie ein einziger von der Form $\alpha_i\cos 2\pi\frac{t-\theta}{l}$ von $t=\theta-\lambda$ bis $\theta+\lambda$ genommen, wo $\alpha_i=\alpha\cos\pi\frac{\tau i}{l}$. Sie können also ersetzt werden durch einen einzigen Eindruck von der Ohm'schen Form, aber dieser ersetzende Eindruck ist *abhängig von i zu denken.*

Jetzt nehme man einen Eindruck von ganz beliebiger Form, nur sey derselbe symmetrisch in den zu beiden Seiten von θ gleich weit abstehenden Punkten, so kann derselbe dargestellt werden durch einen constanten Werth plus einer Summe von Gliedern von der Form:

$$\alpha\cos 2\pi\frac{t-\theta}{4\lambda},$$

welche aber nicht blofs von $t=\theta-\lambda$ bis $\theta+\lambda$, sondern über die ganze Dauer des Eindrucks erstreckt zu nehmen sind, so dafs jedes Glied nicht eine Halbwelle, sondern einen Wellenzug vorstellt. Theilt man nun einen solchen Wellenzug in lauter einzelne Halbwellen, so entspricht, bei der vorausgesetzten Symmetrie, jeder Halbwelle $\alpha \cos 2\pi \frac{t-(\theta-\tau)}{4\lambda}$ eine andere $\alpha \cos 2\pi \frac{t-(\theta+\tau)}{4\lambda}$ und es kann jedes solches Paar, nach dem so eben Bewiesenen, ersetzt werden durch eine einzige in θ wirkende Halbwelle, also auch alle zusammen, so dafs der ganze Wellenzug durch einen einzigen von der Ohm'schen Form ersetzt werden kann, nur dafs diese ersetzende Halbwelle mit verschiedener Stärke in Rechnung kommt, je nach dem Werthe von i. Da dasselbe von allen anderen Wellenzügen gilt, in welche der gegebene Eindruck zerlegt worden, so kann der letztere durch eine solche Summe von Halbwellen ersetzt werden, wie im Eingange dieses §. angenommen wurde, *wobei jedoch die Stärke dieser Halbwellen je nach dem Werthe von i verschieden zu denken ist.* — Nimmt man an, der Eindruck sey nicht symmetrisch, so kann er zunächst in zwei Eindrücke zerlegt werden, von denen der eine zwei symmetrisch gleiche, der andere zwei symmetrisch entgegengesetzte Hälften hat; der erste kann auf die so eben bezeichnete Weise behandelt werden, der letztere aber durch ein ähnliches Verfahren auf eine gleiche Form gebracht werden, nur dafs für θ der Werth $\frac{l}{2i}-\theta$ zu setzen ist. Diese beiden Bestandtheile des gesammten unsymmetrischen Eindrucks sind von ungleicher Stärke, und beider Stärke, oder vielmehr die ihrer einzelnen Componenten hängt von i ab.

Der Zweck dieser Andeutungen ist, nur zu zeigen, dafs, wenn vorhin einige Widersprüche zwischen der Erfahrung und Ohm's Theorie aufgedeckt wurden, dieselben doch eine Widerlegung der von ihm über die Form der Tonwellen gemachten Voraussetzung nicht begründen, dafs aber auch andererseits die Bestätigung, welche für jene Voraussetzung aus meinen Versuchen hervorzugehen schien, auf ein sehr viel kleineres Maafs zusammenschwinden dürfte. Wie es sich in der letzteren Beziehung verhält, soll in der folgenden Abtheilung untersucht werden.

II.

12) Die Annahme, dafs die Wellen eines Tones, dessen Schwingungsmenge m ist, von der Form $a\cos(mt+\theta)$ seyn müssen, und dafs der Werth von a, oder vielmehr von $\frac{a}{m}$ die Stärke des Tones bestimme, erscheint nach §. 11 in sofern wieder zulässig, als das Bisherige nichts enthält, was dieselbe widerlegte. Legen wir daher diese Annahme auf's Neue zum Grunde, und untersuchen wir in der vorliegenden Abhandlung, welche Folgerungen sich *unter dieser Voraussetzung* aus den Versuchen ziehen lassen, und wie weit diese Folgerungen unter sich übereinstimmen. Zu diesem Zwecke ist es nöthig der Theorie eine gröfsere Allgemeinheit zu geben, und das kann auf eine Weise geschehen, wodurch sie in der That noch einfacher wird, als bei der Beschränkung, unter welcher Ohm sie behandelt hat.

13) Gehen wir auf die Gleichung zurück, durch welche die in der Zeit $2l$ periodisch wiederkehrende Luftbewegung bei der einfachen Sirene vorgestellt werden kann, nämlich:

$$F(t)=A_0+A_1\cos\pi\frac{t}{l}+A_2\cos\pi\frac{2t}{l}+A_3\cos\pi\frac{3t}{l}+\dots\dots$$
$$+B_1\sin\pi\frac{t}{l}+B_2\sin\pi\frac{2t}{l}+B_3\sin\pi\frac{3t}{l}+\dots\dots$$

Wir können dieselbe unter die Form setzen:

$$\left.\begin{aligned}F(t)=A_0+\alpha_1 cos\,\pi\frac{t-\theta_1}{l}+\alpha_2 cos\,\pi\frac{2t-\theta_2}{l}\\+\alpha_3 cos\,\pi\frac{3t-\theta_3}{l}+\ldots\end{aligned}\right\}\quad(A)$$

wo α_1 und θ_1 aus A_1 und B_1, so wie α_2 und θ_2 aus A_2 und B_2 u. s. w. auf eine Weise bestimmt werden, die entweder aus meinen Bemerkungen über den Einklang (S. 434 der erwähnten Abhandl.) oder aus Ohm's Behandlung (S. 520 seines Aufsatzes) entnommen werden kann. Das Glied A_0 ist constant und giebt also keinen Ton; jedes der folgenden Glieder aber würde nach der gemachten Annahme einen Ton repräsentiren; die Schwingungsmenge dieser Töne ist der Reihe nach $\frac{1}{2l}, \frac{2}{2l}, \frac{3}{2l}\ldots$, ihre Stärke wird durch die Werthe der Factoren $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\ldots$ bestimmt, wobei auf das Vorzeichen derselben nichts ankommt; die Werthe von $\theta_1, \theta_2, \theta_3\ldots$ haben auf die Höhe und Stärke keinen Einflufs [1]).

Werden nun auf einer zweiten Löcherreihe Eindrücke erzeugt, welche zwar von derselben Periode und Stärke sind, aber um $\frac{l}{n}$ später erfolgen, als die der ersten, so wird die durch sie erzeugte Bewegung vorgestellt durch $F\left(t+\frac{l}{n}\right)$, und man hat:

$$\left.\begin{aligned}F\left(t+\frac{l}{n}\right)=A_0+\alpha_1\,cos\left[\pi\frac{t-\theta_1}{l}+\frac{\pi}{n}\right]\\+\alpha_2\,cos\left[\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+\frac{2\pi}{n}\right]+\alpha_3\,cos\left[+\frac{2t-\theta_3}{l}+\frac{3\pi}{n}\right]+\ldots\end{aligned}\right\}\quad(B)$$

1) Es verdient erinnert zu werden, dafs alle $\theta=$Null gesetzt werden können, wenn die Zu- und Abnahme der Bewegung innerhalb jedes Eindrucks symmetrisch angenommen werden darf, was zwar wegen der rotirenden Bewegung der Scheibe nicht genau seyn kann, aber doch in ziemlicher Annäherung der Fall seyn mag.

Bildet man eben so $F\left(t-\frac{l}{n}\right)$, und addirt die entstehende Gleichung zu der vorigen, so erhält man durch eine leichte Verwandlung:

$$\left.\begin{aligned} &F\left(t-\frac{l}{n}\right)+F\left(t+\frac{l}{n}\right)=2A_0+2\alpha_1 \cos\frac{\pi}{n}\cos\frac{t-\theta_1}{l} \\ &+2\alpha_2 \cos\frac{2\pi}{n}\cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+2\alpha_3 \cos\frac{3\pi}{n}\cos\frac{3t-\theta_3}{l}+\ldots \end{aligned}\right\} (C)$$

Diese Gleichungen reichen für die meisten der angestellten Versuche hin.

14) Vergleicht man die Gleichung (A) mit der Erfahrung, dafs neben dem Hauptone der Sirene dessen harmonische Oberreihe bemerkbar, doch äufserst schwach mitklingt, so ist daraus, im Sinne der in §. 12 gemachten Voraussetzung, der Schlufs zu ziehen, dafs die Factoren α_2, α_3 ... zwar nicht Null, jedoch sehr viel kleiner sind, als α_1, und es mufs auffallend erscheinen, dafs sie weder bei kleinen, noch bei grofsen Abständen der Löcher sich zu einem bedeutenderen Werthe erheben. Offenbar müfsten diese höheren Töne ganz verschwinden, wenn die einzelnen Eindrücke von der Form

$$A_0+\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}$$

wären. Gleichwohl darf hieraus nicht gefolgert werden, dafs, wo jene Töne äufserst schwach werden, diese letztere Form angenähert stattfinden müsse; denn es ist denkbar, dafs in der Gleichung (A) das erste Glied nach A_0 jedem der folgenden weit überlegen wäre, ohne darum auch die Summe oder Resultante dieser letzteren zu übertreffen.

15) Um den Fall darzustellen, wo zwei Löcherreihen von *einer* Seite her so angeblasen werden, dafs die Stöfse der einen mitten zwischen die der anderen fallen, und wo der fast allein gehörte Ton um eine Octave höher wird, als mit *einer* Löcherreihe, wo also dieser Ton

$\frac{2}{2l}$ ist, hat man in der Gleichung (B) $n=1$ zu setzen und sie zur Gleichung (A) zu addiren, diefs giebt:

$$F(t)+F(t+l)=2A_0+2\alpha_2 \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+2\alpha_4 \cos\pi\frac{4t-\theta_4}{l}$$
$$+2\alpha_6 \cos\pi\frac{6t-\theta_6}{l}+\ldots.$$

Das erste veränderliche Glied drückt den Ton $\frac{2}{2l}$ aus, die folgenden dessen harmonische Oberreihe; da nun die letztere auch hier nur äufserst schwach mitklang, so folgt daraus, unter gemachter Annahme, dafs α_4, α_6, α_8 ... wiederum sehr viel kleiner seyn müssen, als α_2. Es tritt aber hier eine Erfahrung ein, welche mit der Folgerung des vorhergehenden §. nicht hinreichend übereinstimmt; da sich nämlich ergeben hatte, dafs α_2 sehr viel kleiner als α_1 ist, so müfste auch jetzt der Ton $\frac{2}{2l}$ nur schwach gehört werden, was nicht eben der Fall ist. Diefs wird besonders auffallend, wenn man erwägt, dafs $2F(t)$ diesen Ton eben so stark geben müfste, als $F(t)+F(t+l)$, d. h. eben so stark, wenn die beiderlei Eindrücke zusammenfallen, als wenn sie alterniren, nur mit dem Unterschiede, dafs im ersteren Falle noch der Ton $\frac{1}{2l}$ hinzutritt, welcher im letzteren wegfällt (eben so wie auch die Töne $\frac{3}{2l}$, $\frac{5}{2l}$..., was aber weniger in Betracht kommt). Obgleich ich nun die Intensitätsschätzungen durch das Gehör für sehr mangelhaft halte, so scheint mir doch der Ton $\frac{2}{2l}$ bei alternirenden Eindrücken von solcher Stärke zu seyn, im Vergleich zu dem Tone $\frac{1}{2l}$ bei zusammenfallenden Stöfsen, dafs er im letzteren Falle, wo er diesen tieferen Ton nur begleitet, nicht überhört wer-

werden könnte. Hierfür spricht auch der Umstand, dafs man mit einer einzigen Löcherreihe von doppelter Löcherzahl, die natürlich auch die obere Octave giebt, diesen Ton nicht eben sehr viel stärker hört, als mit den beiden abwechselnd angeblasenen Löcherreihen.

16) Werden zwei Löcherreihen eben so isochronisch abwechselnd, wie im vorhergehenden §., aber *entgegengesetzt* angeblasen, so ist nur $F(t+l)$ negativ zu nehmen, und man erhält:

$$F(t)-F(t+l)=2\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}+2\alpha_3 \cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}$$
$$+2\alpha_5 \cos\pi\frac{5t-\theta_5}{l}+\ldots.$$

so dafs dieser Ton sich nicht nur durch gröfsere Stärke, sondern auch durch den Mangel der geraden Beitöne von dem der einfachen Löcherreihe unterscheiden müfste. In der That höre ich auch in diesem Falle neben dem Hauptton $\frac{1}{2l}$ den Beiton $\frac{3}{2l}$ am kenntlichsten, und etwas merklicher als bei *einer* Löcherreihe mitklingen, was vielleicht dem Wegfallen des Tones $\frac{2}{2l}$ zugeschrieben werden dürfte. Doch hat man auch hier Gelegenheit zu bemerken, dafs bei der einfachen Löcherreihe der Ton $\frac{2}{2l}$ sehr schwach gegen $\frac{1}{2l}$ seyn mufs, weil sonst sein Wegfall durch das Hinzunehmen der zweiten Reihe auffallender erscheinen müfste, als diefs in der That bemerkbar wird. Wenigstens fand ich diefs so bei Anwendung von zwei Löcherreihen, bei welchen die Abstände der Löcher ungefähr zehn Mal so grofs sind, als ihre Durchmesser.

17) Setzt man in der Gleichung (C) $n=\frac{3}{2}$, so erhält man einen Fall, wo die Eindrücke der einen Reihe auf $\frac{1}{3}$ des Intervalls der andern Reihe fallen, oder, was dasselbe sagt, ein System von gleichen Stöfsen, deren

Zwischenräume abwechselnd $\frac{2}{3}l$ und $\frac{4}{3}l$ betragen. Es ist aber:

$$F(t-\tfrac{2}{3}l)+F(t+\tfrac{2}{3}l)=2A_0-\alpha_1\cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}-\alpha_2\cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}$$
$$+2\alpha_3\cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}-\alpha_4\cos\pi\frac{4t-\theta_4}{l}-\alpha_5\cos\pi\frac{5t-\theta_5}{l}$$
$$+2\alpha_6\cos\pi\frac{6t-\theta_6}{l}-\ldots\ldots$$

Hier bekommt also der Ton $\frac{3}{2l}$ und seine harmonische Oberreihe eine doppelt so grofse Schwingungsweite oder vier Mal so grofse Stärke, als mit *einer* Löcherreihe, dagegen die übrigen Töne nur eben dieselbe Stärke. In der That hört man auch in diesem Falle nächst dem Haupttone $\frac{1}{2l}$ dessen Duodecime $\frac{3}{2l}$ recht merklich mitklingen.

18) Addirt man zu der letzten Gleichung noch die Gleichung (A) hinzu, so erhält man den Fall, wo drei Löcherreihen von *einer* Seite her so angeblasen werden, dafs sie das Intervall $2l$ in drei gleiche Theile theilen; es ist bereits in meiner früheren Abhandlung gezeigt, dafs man in diesem Falle die Duodecime, d. i. $\frac{3}{2l}$ hört, eben so, als wenn eine einzige Reihe von drei Mal so viel Löchern angeblasen würde. In der That hat man auch:

$$F(t-\tfrac{2}{3}l)+F(t)+F(t+\tfrac{2}{3}l)=3A_0+3\alpha_3\cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}$$
$$+3\alpha_6\cos\pi\frac{6t-\theta_6}{l}+3\alpha_9\cos\pi\frac{9t-\theta_9}{l}+\ldots.$$

Da man in diesem Falle wieder den Ton $\frac{3}{2l}$ fast ohne höhere Beitöne hört, so folgt, dafs α_6, α_9 ... sehr viel kleiner seyn müssen, als α_3. Es tritt aber auch hier, ähnlich wie in §. 15, die Erfahrung ein, dafs bei diesem Versuche der Ton $\frac{3}{2l}$ stark gehört wird, stärker als man nach dem geringen Werthe, den α_3 nach §. 14 haben mufs, zu erwarten hätte. Auch hier müfste dieser Ton eben so stark, und nur von seiner Unter-Duodecime begleitet gehört werden, wenn man $3F(t)$ nimmt, d. h. die Luftstöfse aller drei Löcherreihen zusammenfallen läfst. Der Versuch aber zeigt, dafs man ihn im ersteren Falle sehr stark und deutlich hört, entschieden stärker als im letzteren Falle, wo man ihn kaum bemerkt, obgleich der hinzutretende tiefere Ton gar nicht etwa eine solche Stärke besitzt, dafs dadurch der höhere überhört werden könnte. Diese Erfahrung stellt sich also ebenfalls der in dieser Abtheilung (§. 12) zum Grunde gelegten Voraussetzung entgegen.

19) Um auf einige andere Versuche überzugehen, welche mit dem des §. 17 Aehnlichkeit haben, mufs ich eine Unterscheidung hervorheben. Eine Folge von Eindrücken, die in abwechselnd gröfseren und kleineren Abständen auf einander folgen, läfst sich auf verschiedene Weise hervorbringen, namentlich:

1) durch eine Sirene mit ungleich abstehenden Löchern, welche mit *einer* Röhre angeblasen werden (Vergl. S. 421 meiner mehrerwähnten Abhandlung);
2) durch *eine* Reihe gleichabstehender Löcher, aber angeblasen mit zwei Röhren, welche so gestellt sind, dafs die Stöfse aus der einen Röhre in der beabsichtigten Weise zwischen die der andern fallen;
3) durch zwei Reihen gleichabstehender Löcher, deren jede mit *einer* Röhre angeblasen wird.

Das Entsprechende gilt auch von der Hervorbringung einer Folge von isochronen Eindrücken. — Der dritte Fall nun ist sowohl in Ohm's Theorie, als bei der jetzt von mir gegebenen Darstellung vorausgesetzt; der erste Fall aber ist bei den unter II. meiner früheren Abhandlung beschriebenen Versuchen hauptsächlich angewendet worden, weil er die meiste Genauigkeit in der Ausführung zuläfst. Inzwischen ist es nicht nur durch die in §. 3 gemachten Bemerkungen wahrscheinlich gemacht, dafs alle drei Versuchsarten ziemlich dasselbe geben, wenn wenigstens die Löcherabstände viel gröfser sind, als ihre Durchmesser, sondern es ist auch diese Ansicht durch meine Versuche vielfältig bestätigt [1].

20) In so weit nun die Voraussetzung zulässig ist, dafs die dritte Versuchsart durch die erste ersetzt werden darf, kann die Gleichung (C) auch auf die Versuche angewendet werden, wo eine Löcherreihe mit abwechselnd gröfseren und kleineren Abständen durch *eine* Röhre angeblasen wurde. Die Beobachtungen mit Löcherreihen von abwechselnd 5° und 7° Abstand, von 9° und 11°, so wie von $9\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ Grad, geben dann zu einer ähnlichen Berechnung Anlafs, wie jene, welche von Ohm versucht und von mir in §. 9 besprochen worden ist. Ehe ich diese Berechnung, die jetzt zu einem sehr verschiedenen Resultate führt, anstelle, mufs ich bevorworten, dafs die hier in Betracht kommenden Intensitätsangaben nur eine bedingte Gültigkeit haben; denn nicht nur besitzt unser Ohr über Tonstärke wohl ein eben so unvollkommenes Urtheil, als unser Auge über Lichtstärke, sondern die Resultate werden auch wahrscheinlich von dem Verhältnifs, in welchem die Durchmesser der Röhren und Löcher zu dem Abstande der letzteren stehen,

1) Diefs ist unter vielen andern Beispielen sehr auffallend bei der Interferenz eines Tones mit seiner Octave; denn wenn die Eindrücke des tieferen Tones durch die eine Hälfte der Eindrücke des höheren ganz oder fast ganz aufgehoben werden können, so müssen die einzelnen Eindrücke der einen Löcherreihe denen der andern ganz oder beinahe gleich seyn, obgleich zu jenen der doppelte Abstand als zu diesen gehört. In diesem Sinne hatte ich jenen Versuch früher (a. a. O. S. 420) dargestellt, und es scheint mir Ohm's Erklärung desselben (S. 554 seiner Abhandlung) davon durchaus nicht verschieden, obgleich diefs mit seiner — bereits widerlegten — Ansicht, dafs bei meinen Versuchen $\lambda = l$ zu setzen sey, im Widerspruch steht. Dafs dieser Gelehrte auch bei den Erscheinungen des gestörten Isochronismus das dritte Verfahren dem ersten substituirt hat, ist bereits in §. 9 in Betracht gezogen worden.

mehr oder weniger abhängig seyn. Dennoch können in Ermanglung genauerer Data folgende Angaben zum Grunde gelegt werden. Von den beiden, um eine Octave unterschiedenen Tönen, welche bei diesen Versuchen gehört werden, ist:

a) bei der Reihe mit 5° und 7° der tiefere sehr viel stärker als der höhere;

b) bei der Reihe mit $9\frac{1}{2}$ und $10\frac{1}{2}$ tritt der höhere stärker hervor, als der tiefere;

c) bei der Reihe mit 9° und 11° halte ich den tieferen für etwas stärker, als den höheren.

Der Durchmesser der Löcher betrug in allen drei Fällen gegen 2 Grad; die Abstände sind von der Mitte des einen Lochs bis zu der des nächsten gerechnet.

Setzt man nun, um den ersten dieser drei Fälle zu berechnen, $n=\frac{12}{5}$, so giebt die Gleichung (C):

$$2A_0+2\alpha_1 \cos 75^\circ \cos\frac{t-\theta_1}{l}-2\alpha_2 \cos 30^\circ \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}$$

$$-2\alpha_3 \cos 45^\circ \cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}+2\alpha_4 \cos 60^\circ \cos\pi\frac{4t-\theta_4}{l}$$

$$+2\alpha_5 \cos 15^\circ \cos\pi\frac{5t-\theta_5}{l}-2\alpha_7 \cos 15^\circ \cos\pi\frac{7t-\theta_7}{l}+\ldots$$

Wendet man die Erfahrung *a*) auf das zweite und dritte Glied dieser Reihe an, so ergiebt sich, daſs $\alpha_1 \cos 75^\circ$ viel gröſser seyn muſs, als $2\alpha_2 \cos 30^\circ$, oder α_1 beträchtlich gröſser als $7\alpha_2$. Daſs in diesem Falle die Töne $\frac{3}{2l}$, $\frac{5}{2l}$, $\frac{7}{2l}$ nicht stärker hervortreten, scheint zu beweisen, daſs die Werthe α_3, α_5, α_7 nicht nur gegen α_1, sondern auch gegen α_2 nur sehr klein sind; doch darf nicht unberücksichtigt bleiben, daſs gerade bei diesem Versuche die Abstände der Löcher im Vergleich gegen deren Durchmesser wohl nicht groſs genug waren, um die im vorigen §. erwähnte dritte Versuchsart der ersten mit hinreichender Annäherung zu substituiren.

Um die Gleichung (C) auf den Versuch b) anzuwenden, setze man $n=\frac{40}{19}$; diefs giebt:

$$2A_0+2\alpha_1 \cos 85^\circ{,}5 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}-2\alpha_2 \cos 9^\circ \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+\ldots$$

Hieraus ergiebt sich in Verbindung mit der Erfahrung b) dafs $\alpha_2 \cos 9^\circ$ beträchtlich gröfser, als $\frac{1}{2}\alpha_1 \cos 85^\circ{,}5$ oder $\alpha_1 < 25\alpha_2$ seyn mufs. — Setzt man endlich, um den Versuch c) darzustellen, $n=\frac{20}{9}$, so erhält man:

$$2A_0+2\alpha_1 \cos 81^\circ \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}-2\alpha_2 \cos 18^\circ \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+\ldots$$

und hieraus $\alpha_1 \cos 81^\circ$ wenigstens nicht kleiner als $2\alpha_2 \cos 18^\circ$, oder α_1 nicht kleiner als $12\alpha_2$.

21) Eben so können auch die Fälle behandelt werden, wo von den beiderlei Abständen der eine ein aliquoter Theil von dem andern ist, und wo der dem ersteren entsprechende Ton neben dem ihrer Summe entsprechenden gehört wurde. Setzt man in der Gleichung (C) z. B. $\frac{1}{n}=\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$, so erhält man den Fall, wo die Abstände $\frac{1}{2}l$, $\frac{3}{2}l$, $\frac{1}{2}l$, $\frac{3}{2}l\ldots$ sind. Es ist aber:

$$F(t-\tfrac{1}{4}l)+F(t+\tfrac{1}{4}l)=2A_0+2\alpha_1 \cos\frac{\pi}{4}\cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}$$
$$-2\alpha_3 \cos\frac{\pi}{4}\cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}-2\alpha_4 \cos\pi\frac{t-\theta_4}{l}-\ldots.$$

Da $\cos\frac{\pi}{4}=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ist, so wird, wenn man die Stärke der Töne dem Quadrat ihrer Schwingungsweite proportional annimmt, der erste Ton, und so auch die übrigen ungeraden zwei Mal, der vierte aber und seine harmonischen Obertöne vier Mal so stark, als mit einer einfachen Löcherreihe $F(t)$ allein, während die übrigen geraden Töne $\frac{2}{2l}$, $\frac{6}{2l}$, $\frac{10}{2l}\ldots$ ganz verschwinden. Man hat also zu erwarten, dafs in diesem Falle nächst dem Hauptone $\frac{1}{2l}$ noch der Ton $\frac{4}{2l}$ bemerkbar hervortreten werde. Eben so der Ton $\frac{5}{2l}$, wenn man $n=5$ setzt, d. h. wenn die Abstände abwechselnd $\frac{2}{5}l$ und $\frac{8}{5}l$ sind. Diese beiden Fälle finden in der That Bestätigung in ein Paar Beobachtungen, welche ich a. a. O. S. 424 angeführt habe, nämlich in dem Versuche, wo die Abstände abwechselnd 3° und 9° betrugen, und in dem, wo sie 4° und 16° waren, obgleich auch hier der kleinere Zwischenraum wohl nicht grofs genug ist, um die Gleichung (C) mit grofser Annäherung auf diese Fälle anzuwenden.

22) Auch das Bemerkbarwerden des Tones, welcher dem gemeinsamen Maafse der beiderlei Abstände entspricht, ergiebt sich aus der Gleichung (C); denn setzt man $n=\frac{i}{k}$, wo i und k relative Primzahlen sind, so wird $\cos\frac{i\pi}{n}=\pm 1$, und die zur Periode $\cos\pi\frac{it-\theta_i}{l}$ gehörende Schwingungsweite erhält den gröfsten Werth, den sie bei zwei gegebenen Löcherreihen annehmen kann; eben so auch das $(2i)^{\text{te}}$, $(3i)^{\text{te}}$ ... Glied der Cosinusreihe, während diefs mit den übrigen Gliedern nicht der Fall ist.

23) Die Versuche, wo immer auf zwei gleiche Abstände ein ungleicher folgt, lassen sich darstellen, indem man die Gleichungen (A) und (C) addirt. Dafs hierbei stets der den gleichen Abständen entsprechende Ton gehört wurde, ist, wie auch Ohm fand, nicht der Theorie gemäfs; es wird aber, wie ich bereits in meinem früheren Aufsatze bemerkt habe, auf die Savart'sche Beobachtung, dafs schon zwei Eindrücke durch ihren Zwischenraum einen Ton bestimmen, zurückzuführen seyn, eine Ansicht, welcher sich auch Ohm anschliefst. — Um diese Betrachtungen nicht zu sehr auszudehnen, übergehe ich die, wenn auch nicht schwierige, doch minder einfache Theorie der wenigen noch übrigen Versuche, von welchen mein früherer Aufsatz Nachricht giebt.

24) Man sieht aus den in dieser Abtheilung angestellten Vergleichungen, dafs zwar die meisten der Erfahrungsresultate, zu welchen ich früher gelangt war, sich mit der nach §. 12 zum Grunde gelegten Annahme über die Natur des einfachen Tones in Einklang bringen lassen, so dafs sie der Richtigkeit dieser Annahme wenigstens nicht entgegenstehen; allein diefs ist doch nicht mit allen der Fall. Namentlich zeigt sich für die in §. 15 und 18 behandelten Fälle eine solche Uebereinstimmung nicht. Die Töne $\frac{2}{2l}$ und $\frac{3}{2l}$ werden, wenn die zwei oder drei Systeme von Eindrücken das Intervall $2l$ in zwei oder drei gleiche Theile theilen, entschieden stärker gehört, als diefs nach den übrigen Beobachtungen der Fall seyn sollte, und namentlich stärker, als wenn die zwei- oder dreierlei Eindrücke zusammenfallen [1]). Obgleich nun in dem letzteren Falle der Ton $\frac{1}{2l}$ hinzutritt, und dadurch den andern weniger auffallend erscheinen lassen dürfte, und obgleich ich nicht verkenne, dafs das Ohr ein schwaches Mitklingen des höheren Tones um so leichter überhören könnte, da es durch Blase- und Saiteninstrumente an ein solches Mitklingen gewöhnt seyn mag, so halte ich dennoch die genannten Versuche für entscheidend genug, um mich gegen die in §. 12 bezeichnete Voraussetzung zu erklären.

III.

25) Ich ziehe aus den zuletzt berührten Erfahrungen den Schlufs, *dafs die Stärke der Töne* $\frac{1}{2l}$, $\frac{2}{2l}$,

1) Diese Erfahrung tritt also dem von Ohm, S. 557, aufgestellten Satze entgegen, welcher zu den Resultaten seiner Theorie gehört, die nicht an die von ihm gewählte beschränkte Form der einzelnen Eindrücke geknüpft ist, sondern bei der Annahme seiner Definition eines Tones allgemein gültig bleibt, wie auch die einzelnen Eindrücke beschaffen seyn mögen.

$\frac{3}{2l}$ .... *nicht blofs von der Gröfse der bezüglichen Factoren* α_1, α_2, α_3 .... *abhängig ist*; da aber weder A_0, noch die Werthe der θ, noch das Vorzeichen der α hieran einen Antheil haben können, so glaube ich annehmen zu müssen, *dafs jeder dieser Töne nicht blofs durch das eine seiner Periode entsprechende Glied gebildet wird.* Um diefs näher zu begründen, diene die folgende Darstellung.

26) Man bezeichne durch $f(t)$ eine Anzahl Glieder der Gleichung (A), nämlich die Glieder vom s^{ten} an, so dafs:

$$f(t)=\alpha_s \cos\pi\frac{st-\theta_s}{l}+\alpha_{s+1}\cos\pi\frac{(s-1)t-\theta_{s+1}}{l} \\ +\alpha_{s+2}\cos\pi\frac{(s+2)t-\theta_{s+2}}{l}+\ldots \qquad (a)$$

und denke sich zunächst, die durch $f(t)$ vorgestellte Bewegung werde unabhängig von den vorausgehenden Gliedern der Gleichung (A) hervorgebracht. Es ist sehr wohl denkbar, dafs von den Gliedern der Gleichung (a) *einzeln* keines eine merkbare Wirkung auf das Gehörorgan hervorzubringen vermag, während sie doch *zusammengenommen* stark genug sind, um eine solche zu erzeugen. Wenn namentlich unter s eine hinreichend grofse Zahl gedacht wird, so können die Töne $\frac{s}{2l}$, $\frac{s+1}{2l}$, $\frac{s+2}{2l}$ .... unmerkbar bleiben, theils weil sie bereits die Gränze der Hörbarkeit nach der Höhe übersteigen können, theils auch wohl weil das Ohr unter den vielen einander nahe liegenden Tönen keinen einzelnen zu unterscheiden vermag, indem zugleich die einzelnen α äufserst klein gedacht werden können. Dessen ungeachtet können diese Glieder als Gesammtwirkung eine beträchtliche Bewegung hervorbringen, und es ist nicht wahrscheinlich, dafs diese ganz ohne Wirkung auf das Gehör bleibe. Da aber, wie man sogleich sieht, $f(t)$ periodisch denselben Werth wieder annimmt, so oft t um $2l$ vermehrt wird, so hat $f(t)$ dieselbe Länge der Periode, wie oben das Glied $\alpha_1 \cos \pi \frac{t-\theta_1}{l}$, das den Ton $\frac{1}{2l}$ gab. Es läſst sich daher vermuthen, daſs $f(t)$ denselben Ton $\frac{1}{2l}$ erzeugt, nur wahrscheinlich mit einer Verschiedenheit im Klange. In unserer bisherigen Kenntniſs von dem Wesen des Tones liegt Nichts, was dieser Vermuthung entgegenstände (vergl. §. 6), und ich halte diese Annahme für wenigstens eben so zulässig, als die entgegengesetzte, welche sowohl Ohm's Berechnungen, als den von mir unter II. geführten überall zum Grunde liegt, und nach welcher $f(t)$ gar keinen Ton würde erkennen lassen. Wenn aber jene Annahme für den Fall richtig ist, daſs die Glieder der Gleichung (a) einzeln nicht hörbar sind, so läſst sich dasselbe allgemeiner auch dann vermuthen, wenn das letztere nicht der Fall ist, wenn also s so klein und die α so groſs sind, daſs wenigstens die ersteren Glieder der Gleichung (a) auch *einzeln* hörbar sind und die Töne $\frac{s}{2l}, \frac{s+1}{2l} \ldots$ erkennen lassen. Man mag sich, wenn man will, den durch $f(t)$ erzeugten Ton $\frac{1}{2l}$ als Combinationston der (vielleicht einzeln unhörbaren) Töne $\frac{s}{2l}, \frac{s+1}{2l}, \frac{s+2}{2l} \cdots$ denken [1]); man wird jedoch wohl nicht weit entfernt

1) Wenn man nämlich solche Schwingungen, welche zu schnell sind, um einzeln, wenigstens bei ihrer geringen Stärke, dem Ohre irgend bemerkbar zu werden, überhaupt noch Töne nennen will, so hätte man sie als unhörbare Töne zu betrachten, und könnte den durch $f(t)$ erzeugten Ton als *hörbaren* Combinationston *unhörbarer* Obertöne ansehen, sobald die Glieder von $f(t)$ einzeln jene Beschaffenheit haben. Es ist mir jedoch um die Benennungen nicht zu thun,

seyn von der Vorstellung ziemlich isolirter Eindrücke in dem in §. 3 erörterten Sinne, wenigstens dann wenn θ_s, θ_{s+1}, θ_{s+2} .... nahe $=$ Null gesetzt werden dürfen, wie oben in der Anmerkung zu §. 13 bemerklich gemacht ist, ein Umstand, welcher gerade für das hier betrachtete Verhältnifs recht wesentlich seyn mag. — Gehen wir nunmehr von der in diesem §. aufgestellten Ansicht aus, und untersuchen, wie sich dieselbe an den bereits mehrfach erwähnten Beobachtungen bewährt.

27) Wenn auf einer einfachen Sirene mit gleichabstehenden Löchern der Ton $\frac{1}{2l}$ so sehr viel stärker gehört wird, als alle seine Beitöne, so braucht diefs nicht daher zu rühren, dafs in der Gleichung (A) α_1 sehr viel gröfser ist, als α_2, α_3, α_4 ...., sondern jener Ton mufs eine überwiegende Stärke dadurch erlangen, dafs alle folgenden Glieder, indem sie in ihrer Gesammtheit dieselbe Periode wie das zu α_1 gehörende Glied geben, ebenfalls zur Erzeugung desselben mitwirken. Es wäre sogar denkbar, dafs die durch die ersten Glieder der Gleichung (A) vorgestellte Bewegung nur sehr schwach oder unendlich klein sey, im Vergleich zu der durch $f(t)$ bezeichneten; ich will das Letztere bei den in Rede stehenden Versuchen nicht eben als wahrscheinlich bezeichnen, und es scheint daher angemessen den auf $\alpha_1 \cos \pi \frac{t-\theta_1}{l}$ folgenden Gliedern der Gleichung (A) zunächst nur eine *wesentliche Mitwirkung* an der Erzeugung des Tones $\frac{1}{2l}$ zuzuschreiben.

28) Jetzt denke man sich, wie in §. 15, eine zweite gleiche Löcherreihe so angeblasen, dafs ihre Eindrücke mitten zwischen die der ersteren fallen, so ist $f(t+l)$

ich wünschte nur durch das Obige zu zeigen, dafs diese Erörterungen auch wohl den einfachen Ton, d. h. den, in dessen Begleitung keine Beitöne gehört werden, betreffen.

anstatt $f(t)$ zu schreiben. Dadurch werden die Glieder auf der rechten Seite abwechselnd positiv und negativ, z. B. wenn s eine gerade Zahl ist:

$$f(t+l)=\alpha_s \cos\pi\frac{st-\theta_s}{l}-\alpha_{s+1}\cos\pi\frac{(s+1)t-\theta_{s+1}}{l}$$
$$+\alpha_{s+2}\cos\pi\frac{(s+2)t-\theta_{s+2}}{l}-\ldots.$$

Addirt man hierzu die Gleichung (a), so erhält man:

$$f(t)+f(t+l)=2\alpha_s \cos\pi\frac{st-\theta_s}{l}+2\alpha_{s+2}\cos\pi\frac{(s+2)t-\theta_{s+2}}{l}$$
$$+2\alpha_{s+4}\cos\pi\frac{(s+4)t-\theta_{s+4}}{l}+\ldots.$$

Da hier s, $s+2$, $s+4$ .... gerade Zahlen sind, so nimmt die rechte Seite der letzten Gleichung periodisch denselben Werth an, so oft t um l vermehrt wird, hat also dieselbe Periode, wie das Glied $\alpha_2 \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}$ der Gleichung (A), und mufs der obigen Annahme zufolge zu der Bildung des Tones $\frac{2}{2l}$ wesentlich mitwirken, so dafs dieser Ton, wenn auch nicht allein dadurch erzeugt, doch jedenfalls dadurch verstärkt wird. Hier ist nun gar kein Grund vorhanden, dafs der durch $f(t)+f(t+l)$ vorgestellte Ton $\frac{2}{2l}$ nicht eine gleiche Stärke erlangen sollte, wie vorhin der durch $f(t)$ erzeugte $\frac{1}{2l}$, und es verschwindet hiermit die in §. 15 berührte Schwierigkeit, die Erfahrung mit der Theorie in Einklang zu bringen. Denn da die letzte Gleichung sich von der Gleichung (a) darin unterscheidet, dafs die ungeraden Glieder weggefallen und die geraden verdoppelt worden sind, so mufs es von der Geltung der einzelnen Glieder abhängen, welche Stärke der Ton $\frac{2}{2l}$ durch $f(t)+f(t+l)$ erhält, im Vergleich zu dem Tone $\frac{1}{2l}$ durch $f(t)$, allein; es wird diefs also von der Form der einzelnen Luftstöfse der Sirene abhängen, und wahrscheinlich nach der Beschaffenheit der Sirene sich einige Verschiedenheit darin zeigen. — Man kann das hier Erörterte auch unmittelbar aus dem Werthe entnehmen, welchen $F(t)+F(t+l)$ nach §. 15 erhält. Alle die Glieder, welche nach unserer jetzigen Annahme zur Bildung des Tones $\frac{2}{2l}$ mitwirken können, sind darin enthalten, und zwar verdoppelt, dagegen alle diejenigen, welche hierzu unwirksam bleiben würden, sind weggefallen.

29) Auf gleiche Weise läfst sich der in §. 18 behandelte Fall betrachten. In $F(t-\frac{2}{3}l)+F(t)+F(t+\frac{2}{3}l)$ sind alle Glieder, welche zur Bildung des Tones $\frac{3}{2l}$ mitwirken können, vorhanden, und zwar in dreifacher Gröfse; alle übrigen sind weggefallen, und so begreift man, warum dieser Ton hier in so beträchtlicher Stärke auftritt, als es an jener Stelle angegeben worden ist. Dieser Versuch spricht daher eben so bestimmt als der vorhergehende für die an die Spitze dieser Abtheilung gestellte Ansicht.

30) Man sieht leicht ein, wie die übrigen unter II. besprochenen Fälle nach unserer jetzigen Ansicht zu behandeln sind, und dafs namentlich die in §. 17, 21 und 22 behandelten Fälle sich dieser Auffassungsweise eben so natürlich anschliefsen, als der früheren. Was die in §. 20 besprochenen Doppeltöne betrifft, so versteht es sich, dafs in jenem §. über das Verhältnifs von α_1 und α_2 gezogenen Schlüsse nunmehr ihre Gültigkeit verlieren; es gestatten aber diese Versuche jetzt keine so bestimmte Folgerung, weil nicht mehr blofs die Werthe dieser beiden, sondern aller α in Betracht kommen, also eine viel gröfsere und nicht einmal bekannte Anzahl von Unbekannten zu bestimmen seyn würde.

31) Endlich giebt der Versuch des §. 16 Gelegenheit, die beiden unter II. und III. behandelten Ansich-

ten auf eine ziemlich entscheidende Probe zu stellen, welche ich auszuführen nicht unterlassen habe. Ich nahm eine Scheibe mit zwei Reihen Löcher, deren Abstände 20 Grad, und deren Durchmesser nahe 2 Grad betragen, und richtete gegen dieselbe drei Röhren, zwei von der einen Seite her gegen *eine* Reihe so gerichtet, dafs sie um den Löcherabstand von einander entfernt waren, also ihre Stöfse zusammenfielen, die dritte entgegengesetzt, und so, dafs ihre Stöfse mitten zwischen die der ersten oder die der zweiten fielen. Ich verglich nun den Ton, wenn ich 1) eine der Röhren allein anblies, was natürlich in allen drei Fällen das Nämliche giebt, und zwar, bei sorgfältiger Aufstellung, in gleicher (nicht merklich verschiedener) Stärke; 2) wenn ich die beiden ersten Röhren zusammen anblies; 3) wenn ich die dritte mit einer der beiden ersten zugleich blies, wie in §. 16. Diefs giebt also im ersten Falle:

$$F(t)=A_0+\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}+\alpha_2 \cos\pi\frac{2t-\theta_2}{l}+\alpha_3 \cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}+\ldots.$$

im zweiten:

$$F(t)+F(t+2l)=2A_0+2\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}+2\alpha_2 \cos\pi\frac{t-\theta_2}{l}+2\alpha_3 \cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}+\ldots.$$

im dritten:

$$F(t)-F(t+l)=2\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}+2\alpha_3 \cos\pi\frac{3t-\theta_3}{l}+\ldots.$$

Würde nun der Ton $\frac{1}{2l}$ einzig durch das Glied

$$\alpha_1 \cos\pi\frac{t-\theta_1}{l}$$

gebildet, so müfste er im zweiten und dritten Falle in gleicher Stärke erscheinen, dagegen im ersten bei halber Schwingungsweite vier Mal schwächer. Diefs findet aber keineswegs statt, vielmehr hörte ich ihn im dritten Falle nur unbedeutend stärker als im ersten, und sehr auffallend schwächer als im zweiten. Der Unterschied zwischen dem zweiten und dritten Falle ist bedeutend, und kann nicht wohl dem Hinzutreten oder Wegfallen der Octave $\frac{2}{2l}$ als solcher zugeschrieben werden, weil sonst dieser Ton sich dem Gehöre viel bemerklicher machen müfste, wenn man den zweiten oder ersten Fall mit dem dritten abwechseln läfst. Da nun das constante Glied A_0 für den Ton gar nicht in Betracht kommt, so kann die verhältnifsmäfsig geringe Stärke des Tones $\frac{1}{2l}$ im dritten Falle nur daher kommen, dafs das 2te, 4te, 6te... veränderliche Glied weggefallen sind, und es scheint mir daraus mit Bestimmtheit hervorzugehen, dafs überhaupt an der Erzeugung des Tones $\frac{1}{2l}$ nächst dem ersten Gliede der Cosinusreihe auch die folgenden Glieder dieser Reihe einen wesentlichen Antheil haben.

32) Da der Sireneton, wie bemerkt worden, nicht ganz einfach, sondern von Beitönen noch eben merklich begleitet ist, so folgt hieraus — um nicht zu viel zu sagen — allerdings nur, dafs ein Ton wenigstens durch *hörbare* Obertöne verstärkt werden kann. Ist diefs aber der Fall, so scheint mir in Verbindung mit den Bemerkungen des §. 26 die Vermuthung sehr nahe zu liegen, dafs das Gleiche auch auf einen Ton, der gar keine Beitöne erkennen läfst, Anwendung finden kann, dafs also der einfache Ton m nicht nothwendig von der Form $a \cos(mt+\theta)$ seyn mufs, sondern aufserdem noch eine Anzahl Glieder von der Form $a_s \cos 2\pi(smt+\theta_s)$ enthalten kann, wenn s sehr grofs und a_s sehr klein ist. Ja es ist sogar die Vermuthung nicht ausgeschlossen, dafs diese letzteren Glieder zusammengenommen allein den Ton m erzeugen können, wenn auch gar kein Glied von der Form $a \cos 2\pi(mt+\theta)$ vorhanden ist.

33) Ich will hier noch eine Betrachtung nicht unberührt lassen. Man hat vielleicht Grund zu vermuthen, dafs ein Unterschied zu machen sey zwischen der *objectiven* Wellenbewegung, nämlich der der Lufttheile, und der *subjectiven*, d. h. der der Gehörswerkzeuge, und könnte vermuthen, dafs der Antheil, welchen das 2te, 3te, 4te .... Glied der Cosinusreihe an der Erzeugung des Tones $\frac{1}{2l}$ hat, darin liegen möge, dafs sie im Gehörorgan eine Bewegung von der Form des ersten Gliedes erzeugen. Da wir keinen Grund haben, vorauszusetzen, dafs die Bewegung der Lufttheile ganz ohne Veränderung der Wellenform an das Trommelfell, und von da bis zu den Gehörnerven übertragen werde, so bin ich der Ansicht nicht abgeneigt, dafs z. B. ein System von Eindrücken von der Form $f(t)$, wo also $\alpha_1 =$ Null ist, dennoch im Gehörorgan eine Bewegung erzeugen könne, wo α_1 einen bestimmten Werth erhält. Allein immer dürfte, auch subjectiv genommen, das Glied $\alpha_1 \cos \pi \frac{t-\theta_1}{l}$ nicht allein die Empfindung des Tones $\frac{1}{2l}$ begründen, denn es scheint mir unabweislich, dafs die übrigen Glieder der Cosinusreihe die Verschiedenheiten des *Klanges* bedingen müssen, und ich halte es für sehr glaublich, dafs gerade hieran auch diejenigen Glieder einen Antheil haben können, welche *einzeln* nicht vernehmbar seyn würden, und nur in ihrer Gesammtheit, durch die ihnen gemeinsame Periode $2l$ einen hinlänglichen Eindruck auf das Gehörorgan ausüben.

34) Ich unterlasse es diese Betrachtungen, an welche sich noch Manches anknüpfen liefse, für jetzt weiter auszudehnen. Das Ergebnifs der unter I., II. und III. geführten Untersuchung kann auf folgende Weise gefafst werden:

I. Unter den beschränkenden Voraussetzungen, welche

che **Ohm** in Betreff der Sirenestöfse der Einfachheit wegen angenommen hat, gelangt man zu Resultaten, welche durch die Erfahrung nicht bestätigt werden, und man mufs wenigstens von dieser Seite her die Theorie allgemeiner behandeln.

II. Vollzieht man diese Verallgemeinerung, hält aber dabei noch die Annahme fest, dafs ein Ton von der Schwingungsmenge m ausschliefslich gebildet werde durch eine Bewegung von der Form $a \cos 2\pi(mt+\theta)$, so kann diese Voraussetzung mit mehreren Resultaten der Sirene-Versuche in Einklang gebracht werden, steht jedoch mit einigen anderen Erfahrungen (§§. 15. 18. 31.), so viel ich habe bemerken können, nicht in Uebereinstimmung.

III. Die Annahme, dafs an der Erzeugung jenes Tones auch die übrigen Glieder von der Form

$$a \cos 2\pi(imt+\theta_i),$$

vermöge der ihnen gemeinsamen Periode $\frac{1}{m}$ einen Antheil haben, läfst sich nicht nur mit den ersteren Beobachtungen ebenfalls in Uebereinstimmung setzen, sondern erklärt auch auf eine einfache Weise die Erfahrungen, welche der in II. versuchten Voraussetzung entgegenstehen. Die Erfahrung spricht also für die in III. gemachte Annahme.

Da mir die hier behandelte Frage in verschiedenem Betracht von Wichtigkeit zu seyn scheint, so kann ich nur wünschen, es mögen Andere, und namentlich der scharfsinnige Physiker, durch dessen höchst schätzbare Arbeit der vorstehende Aufsatz veranlafst ist, dieselbe mit Berücksichtigung meiner Bemerkungen ferner prüfen, da die Erledigung derselben ohne Zweifel durch mehrseitige Beleuchtung nur gewinnen kann. Es läfst die Annahme, welche sich mir als die wahrscheinlichste herausgestellt hat, der ferneren Untersuchung noch ein weites Feld in Beziehung auf die Gröfse und die Beschaffenheit des Antheils, welchen die höheren Glieder der Cosinusreihe an der Erzeugung des dem ersten Gliede entsprechenden Tones haben. In einem längst entworfenen Aufsatze über das Mittönen, welchen ich nächstens zu liefern hoffe, werde ich denselben Gegenstand von einer anderen Seite her zu berühren haben.