Sound & Science: Digital Histories

Koenig, Rudolph. "Über die höchsten hörbaren und unhörbaren Töne von c5 = 4096 Schwingungen (ut7 = 8192 vs), bis über f9 (fa11), zu 90000 Schwingungen (180000 vs), nebst Bemerkungen über die Stosstöne ihrer Intervalle, und die durch sie erzeugten Kundt'schen Staubfiguren." Annalen der Physik und Chemie 69, (1899): 626–660, 721–738.

https://acoustics.mpiwg-berlin.mpg.de/node/1454

Scan licensed under: CC BY-SA 3.0 DE | Max Planck Institute for the History of Science

Signatur
Nr. 610/20

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

[F.3]

BAND 69.

DER GANZEN FOLGE 305. BAND.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

MIT ACHT FIGURENTAFELN.

BIBLIOTHEK DES ASIATISCHEN GEMEINSCHAFTS BERLIN



LEIPZIG, 1899.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Ve[illegible] Gymnasium
Lehrerbücherei

5. *Ueber die höchsten hörbaren und unhörbaren Töne von $c^5 = 4096$ Schwingungen ($ut_7 = 8192$ v s), bis über f^9 (fa_{11}), zu 90000 Schwingungen (180000 v s), nebst Bemerkungen über die Stosstöne ihrer Intervalle, und die durch sie erzeugten Kundt'schen Staubfiguren;*

von Rudolph Koenig.

Die oft citirte Reihe sehr hoher Stimmgabeln, mit der Despretz im Jahre 1848 seine Untersuchungen über die Grenze der Hörbarkeit der höchsten Töne angestellt, war von Marloye angefertigt worden, welcher erklärt[1]), dieselbe von c^6 bis c^7 vermittelst der Schätzung ihrer musikalischen Intervalle mit dem Ohre gestimmt zu haben, und dass er darauf auch noch hätte das Intervall der höheren Octave dieses letzten Tones stimmen können, also $c^8(ut_{10} = 65{,}536$ v s), welcher Ton schon sehr beträchtlich über der mittleren Grenze der Hörbarkeit normal hörender Menschen liegt. Nun ist es allerdings möglich, dass es Menschen geben kann, deren Gehör die angeborene oder durch Uebung erlangte Fähigkeit besitzt, auch noch Töne zu vernehmen und ihre musikalischen Intervalle zu erkennen, die wegen ihrer Höhe für gewöhnliche Ohren nicht mehr existiren, aber leider ist es in solchen Fällen immer so gut wie unmöglich, sich mit Sicherheit davon zu überzeugen, ob diese Fähigkeit bei den betreffenden Personen denn auch wirklich existirt oder nur eingebildet ist. Mein schon aus diesem Grunde nur sehr geringer Glaube an die Richtigkeit der von Marloye hergestellten Töne schwand vollständig, als gleich in den ersten Jahren, nachdem ich 1858 angefangen hatte, mich mit der Anfertigung akustischer Apparate zu beschäftigen, ich mehrfach Gelegenheit hatte, an Musikern die Beobachtung zu machen, dass bei ihnen allen, trotz ihres oft sogar aussergewöhnlich gut ausgebildeten musikalischen Gehörs,

1) Marloye, Einleitung zu seinem Catalog von 1851, p. 7.

die Beurtheilung der musikalischen Intervalle immer schon in der oberen Hälfte der Octave von c^4 cis c^5 anfing, erst unsicher und dann vollständig fehlerhaft zu werden. Unter solchen Umständen schien es mir nöthig, dass Töne, welche über $c^5(ut_7)$ hinausliegen, nothwendig entweder durch eine ganz objective Methode hergestellt werden müssten, oder in Ermangelung einer solchen, wenigstens durch eine Methode, bei der das Ohr nichts zu verrichten hätte, was die Fähigkeiten des gewöhnlichen guten Gehörs überschritte, und dass in jedem Falle auch die Richtigkeit ihrer Stimmung sich durch eine dieser Methoden immer müsste mit Sicherheit prüfen lassen, wenn sie in der Wissenschaft wirklich verwerthbar sein sollten. Ich construirte also im Jahre 1874 eine Reihe von Stimmgabeln, welche ich so massiv als möglich wählte, um mit denselben recht starke Differenztöne zu erhalten, vermittelst deren Verwendung ich beim Stimmen bis zu $f^7(fa_9 = 43\,690{,}6\ v\,s)$ gelangte. Die Zinken dieser letzten Gabel hatten nur noch eine Länge von 14 mm, welche gleich ihrer grössten Dicke war, was denn natürlich zur Folge hatte, dass sie schon allein nur noch schwer in Schwingung versetzt werden konnte, und es noch schwieriger war, ihren Ton zugleich mit dem der nur wenig längeren ihr vorhergehenden Stimmgabel e^7 stark genug für die Erzeugung des Differenztones hervorzulocken. Gabeln mit dünneren Zinken für die gleichen Töne mussten natürlich leichter erregbar ausfallen, dafür wäre aber bei ihnen auch wieder der Ton schwächer geworden, und ich glaubte daher annehmen zu dürfen, dass man auch mit solchen Gabeln vermittelst der angewendeten Stimmmethode nicht viel weiter würde gelangen können. Jedenfalls liess ich es damals bei dieser ersten Stimmgabelreihe bewenden, es schien mir aber interessant, nun auch noch zu zeigen, welche Dimensionen die anderen Tonwerkzeug nach ihren Schwingungsgesetzen berechnet, annehmen müssen, um solch hohe Töne erzeugen zu können, und so stellte ich, ausser einer Reihe von transversalschwingenden Stahlstäben, wie ich eine solche schon 1867 auf der Ausstellung in Paris gezeigt hatte, auch noch Reihen von longitudinalschwingenden Stäben, von Platten und von Orgelpfeifen her, welche ich alle 1876 auf die Ausstellung in Philadelphia schickte, in der Absicht, nach dem Schlusse derselben

eine Beschreibung dieser Arbeit zu veröffentlichen. Da erfuhr ich dort in der Ausstellung selbst, dass Preyer kürzlich eine Arbeit[1]) hätte erscheinen lassen, in welcher er über eine Stimmgabelreihe spräche, die bis zum e^8 hinaufreichen sollte, und darauf las ich dann auch selbst in seiner Schrift, dass er über dieselbe sagt (p. 21): „Innerhalb der ganzen Reihe lassen sich sehr deutliche Differenztöne erzeugen, und dadurch wird die Richtigkeit der Tonhöhe der Gabeln bewiesen," und weiter (p. 22): „Da es aber in der grossen Höhe auf einige Schwingungen mehr oder weniger zuerst nicht ankam, so wurden die Differenztöne zum Stimmen benutzt." Hiernach musste man also nothwendig annehmen, dass seine Gabeln wirklich vermittelst der Differenztöne gestimmt waren und folglich nur ganz kleine Fehler haben konnten. Da jedoch diese Resultate Preyer's in vollkommenem Widerspruche mit meinen eigenen Beobachtungen standen, so würde ich nach meiner Heimkehr von Amerika der Sache sofort auf den Grund zu kommen gesucht haben, wenn es mir nicht unmöglich gewesen wäre, dieses zu thun, ohne dabei vor allen Dingen auch die von Preyer angewendete Gabelreihe, oder doch wenigstens eine solche Reihe gleichen Ursprunges einer Prüfung zu unterwerfen, über welche aber den Bericht zu erstatten mir dann voraussichtlich sehr schwer gewesen sein würde, ohne mich dabei, in meiner Eigenschaft als Verfertiger akustischer Apparate, dem Verdachte auszusetzen, vielleicht nicht allein im rein wissenschaftlichen Interesse in dieser Angelegenheit das Wort genommen zu haben. Ich beschloss also, mit allen Mittheilungen über die höchsten Töne zu warten, bis die besagten Stimmgabeln erst einmal von irgend einem anderen Gelehrten, ohne meine Betheiligung dabei, geprüft sein würden, und begleitete vorläufig nur die Anzeige meiner Stimmgabelreihe von c^5 bis f^7 in meinem Catalog von 1882 (Nr. 47) und in dem von 1889 (Nr. 50) mit einer kleinen Notiz, in welcher ich, nach der Beschreibung, wie man die Gabeln zu zweien auf dem Gestelle zu befestigen hätte, sagte: „Schon mit den drei letzten Stimmgabeln über c^7 wird die Hervorbringung und Beobachtung dieser Töne recht schwer,

1) W. Th. Preyer, Die Grenzen der Tonwahrnehmungen.

ich habe daher vorgezogen, die Reihe mit f^7 abzuschliessen, damit man mir nicht den Vorwurf machen könne, in das Reich der Einbildung zu gerathen. Für fast alle Ohren ist übrigens die Grenze der Hörbarkeit mit diesen letzten Tönen nicht nur erreicht, sondern sogar überschritten, und für bejahrte Leute sinkt diese Grenze gewöhnlich bis unter $c^7 = 16384$ Schwingungen."

Seitdem hat nun aber, wie bekannt, zuerst Melde 1894 nachgewiesen, dass in Stimmgabelreihen gleicher Art und gleichen Ursprunges, als der von Preyer angewendeten, schon c^6 um eine kleine Terz falsch war, bei einem c^7 aber der Fehler sogar eine volle Octave betrng, worauf dann 1897 Stumpf und Meyer in der von Preyer selbst benutzten Serie nicht nur Fehler gleicher Grösse vorfanden, sondern auch noch constatirten, dass die Gabeln in derselben nicht einmal „ununterbrochen in die Höhe gehen", obgleich Preyer (S. 21) noch ganz besonders betont hatte, dass wenn sie von c^4 an der Reihe nach erklingen, er stets „vollkommen deutlich erkennt, dass sie bis zum e^8 immer höher werden". Damit scheint mir der Grund also wohl nun fortgefallen zu sein, aus welchem ich früher Anstand nahm, meine persönlichen Bemerkungen, die ich bei der Beschäftigung mit den höchsten Tönen gemacht, zu veröffentlichen, und so will ich sie nun, aber auch jetzt noch mit Ausschluss jeder Beurtheilung oder Kritik fremder Arbeiten, in Folgendem zugleich mit meinen neuesten Untersuchungen über diesen Gegenstand zusammenstellen, was mir dann auch noch Gelegenheit geben wird, meine früheren Untersuchungen über Stösse und Stosstöne durch die Beobachtung der Stosstöne an Intervallen der höchsten Töne vervollständigen zu können.

I. Ueber die höchsten Töne, welche man durch directes Stimmen herstellen kann.

1. Stimmgabeln von c^5 bis fis^7, vermittelst der Stosstöne gestimmt.

Ehe ich nach der Herstellung der oben erwähnten Reihe sehr massiver Stimmgabeln zur Anfertigung neuer vermittelst der Stosstöne gestimmter Reihen schritt, machte ich zahlreiche Versuche mit Stimmgabeln von sehr verschiedener Masse und

auch von sehr verschiedener Form, bei denen sich herausstellte, dass die Gabeln für die höchsten Töne, welche am leichtesten in Schwingung versetzt werden konnten und mit denen sich auch am besten die Stosstöne mit genügender Deutlichkeit erzeugen liessen, bedeutend geringere Masse haben mussten, als die Gabeln der alten Reihe, so dass also z. B. die Gabel für f^7 jetzt nur noch Zinken hat, deren grösste Dicke unten etwa 6 mm und oben 4 mm, bei einer Länge von 12 mm, beträgt. Alle diese neuen Stimmgabelreihen umfassen aber auch wie die alte die Töne der diatonischen Tonleiter von $c^5(ut_7 = 8192\ vs)$ bis $f^7(fa_9 = 43690{,}6\ vs)$. Mit den tiefsten Stimmgabeln derselben bis etwa zum g^5 oder a^5 erhält man noch ohne jede Schwierigkeit ganz leicht zu beobachtende Stosstöne, indem man die betreffenden zwei Gabeln schnell hintereinander anschlägt; über a^5 hinaus klingen die Gabeln aber nicht mehr, nachdem man sie angeschlagen hat, lange genug nach, man ist daher gezwungen, sie durch einen Bogenstrich zu erregen und ihre Töne während desselben zu beobachten. Stosstöne können unter solchen Umständen dann natürlich nur entstehen, wenn zwei Gabeln zu gleicher Zeit angestrichen werden. Für ein solch gleichzeitiges Anstreichen zweier Gabeln bedient man sich am besten eines besonders zu diesem Zwecke hergerichteten schweren Ständers aus Gusseisen, welcher eine Art von doppelter Schraubenpresse trägt, wie Fig. 96 in meinem illustrirten Catalog von 1889 zeigt. Auf diesem Gestelle befestigt man die beiden Stimmgabeln mit ihren Flächen dicht nebeneinander und mit ihren Zinkenenden in gleicher Höhe, man fasst dann den Contrabassbogen mit beiden Händen am Frosch und am Kopfe und stellt dadurch aus ihm einen Doppelbogen her, dass man die beiden Zeigefinger durch die Mitte seines Bezuges steckt, wo man dann mit demselben Bogenstriche über die Enden der Gabeln beide zugleich zum Schwingen bringt. Soll der Bogen nur für diese Experimente dienen, so ist es zweckmässig, etwa ein Fünftel der Haare des Bezuges aus seiner Mitte für das bequemere Durchstecken der Finger herauszuschneiden. Ohne diese Vorsicht, den Bezug des Bogens in der angegebenen Weise in zwei Theile zu theilen, führt beim Anstreichen der Oberfläche der Zinken immer ein Theil der Haare zwischen

die beiden Gabeln und verhindert dabei die Entstehung ihrer Schwingungen.

Diese Experimente lassen sich ganz leicht bis etwa zum g^6 ausführen, über diese Grenze hinaus gelingen sie aber immer schwerer, und hat man erst c^7 von 16384 Schwingungen überschritten, so gehört schon eine sehr grosse Uebung und Sicherheit im Anstreichen dazu, noch Stosstöne mit den Gabeln bis f^7 hervorzubringen. Alle meine Versuche aber, auch noch das g^7 auf diese Weise zu erreichen, brachten mich trotz meiner grossen Uebung und auch Geduld nur noch bis in die Mitte zwischen f^7 und g^7, wo die Mühe und Anstrengung, den Stosston noch hervorzubringen, schliesslich so gross wurde, dass ich es aufgab, weiter zu gehen und es auch für $f\sharp^7$ bei der einen Gabel, mit der ich es erreicht, bewenden liess, und in der Folge die Reihe der Gabeln immer schon bei f^7 abbrach.

2. Bemerkungen über die Stosstöne beim Zusammenklange zweier Töne von c^5 bis fis^7.

Ich lasse nun hier die Tabelle folgen, welche sämmtliche Stosstöne enthält, die sich mit allen zwischen diesen Gabeln möglichen Intervallen hervorbringen und beobachten lassen, sodass sie füglich als eine Fortsetzung der von mir früher in meiner Abhandlung „Ueber den Zusammenklang zweier Töne“[1]) gegebenen angesehen werden kann; in welcher ich sämmtliche Stösse und Stosstöne zusammengestellt habe, die sich an Intervallen mit den Grundtönen von Contra F (fa_1), Gr. C (ut_1), Kl. c, c^1, c^2, c^3, c^4 beobachten lassen. In folgender Tabelle (vgl. p. 632 u. 633) für die Intervalle mit den Grundtönen von c^5 bis f^7 habe ich nur eine etwas andere Anordnung gewählt, die mir hier angemessener schien. In dieser enthält die Verticalcolumne links die Grundtöne mit ihren Verhältnisszahlen und Schwingungen, die Horizontalreihe oben die höheren Töne mit ihren Verhältnisszahlen sämmtlicher Intervalle. Die oberen Stosstöne der Intervalle der ersten Periode von 1 : 1 bis 1 : 2 habe ich einfach, die unteren Stosstöne der Intervalle der zweiten Periode von 1 : 2 bis 1 : 3 doppelt in derselben unterstrichen.

1) R. Koenig, Pogg. Ann. **157.** p. 203—215. 1875; Quelques Exp. p. 113—124.

Tabelle der direct beobachteten Stosstöne bei Intervallen mit den Grundtönen von c^5 bis f^7.

	27 $d^5\,(ré^7)$	30 $e^5\,(mi_7)$	32 $f^5\,(fa_7)$	36 $g^5\,(sol_7)$	40 $a^5\,(la_7)$	45 $h^5\,(si_7)$	48 $c^6\,(ut_8)$	54 $d^6\,(ré_8)$	60 $e^6\,(mi_8)$	64 $f^6\,(fa_8)$	
$24 = c^5\,(ut_7) = 4006$ *v d*	8:9, $1 = c^2$	4:5 $1 = c^3$	3:4 $1 = f^3$	2:3 $1 = c^4$	3:5 $1 = f^3$	—	—	4:9 $1 = c^3$	—	—	—
$27 = d^5\,(ré_7) = 4608$ *v d*	—	9:10 $1 = c^2$	27:32 $5 = a^2$	3:4 $1 = g^3$	27:40 $13 = 2218{,}6$ $14 = 2389{,}3$	3:5 $1 = g^3$	9:16 $2 = c^3$	—	9:20 $2 = c^3$	27:64 $10 = a^3$	—
$30 = e^5\,(mi_7) = 5120$ *v d*	—	—	15:16 $1 = f^1$	5:6 $1 = c^3$	3:4 $1 = a^3$	2:3 $1 = e^4$	5:8 $2 = e^4$	5:9 $1 = c^3$	—	—	—
$32 = f^5\,(fa_7) = 5461{,}3$ *v d*	—	—	—	8:9 $1 = f^2$	4:5 $1 = f^3$	32:45 $13 = 2218{,}6$	2:3 $1 = f^4$	16:27 $5 = a^3$	—	—	—
$36 = g^5\,(sol_7) = 6144$ *v d*	—	—	—	—	9:10 $1 = f^2$	4:5 $1 = g^3$	3:4 $1 = c^4$	2:3 $1 = g^4$	—	—	—
$40 = a^5\,(la_7) = 6826$ *v d*	—	—	—	—	—	8:9 $1 = a^2$	5:6 $1 = f^3$	20:27 $7 = 2389{,}3$	—	—	—
$45 = h^5\,(si_7) = 7680$ *v d*	—	—	—	—	—	—	15:16 $1 = c^2$	5:6 $1 = g^3$	3:4 $1 = e^4$	45:64 $19 = 3242{,}6$	—

	27 d^6 ($ré_8$)	30 e^6 (mi_8)	32 f^6 (fa_8)	36 g^6 (sol_8)	40 a^6 (la_8)	45 h^6 (si_8)	48 c^7 (ut_9)	54 d^7 ($ré_9$)	60 e^7 (mi_9)	64 f^7 (fa_9)	22993 *v d*
$24 = c^6$ (ut_8) = 8192 *v d*	8:9 1 = c^3	4:5 1 = c^4	3:4 1 = f^4	—	—	—	—	—	—	—	—
$27 = d^6$ ($ré_8$) = 9216 *v d*	—	9:10 1 = c^3	27:32 5 = a^3	3:4 1 = g^4	—	—	—	—	—	—	—
$30 = e^6$ (mi_8) = 10240 *v d*	—	—	15:16 1 = f^3	5:6 1 = g^4	(3:4 1 = a^4)	—	—	—	—	—	—
$32 = f^6$ (fa_8) = 10922,6 *v d*	—	—	—	8:9 1 = f^3	4:5 1 = f^4	—	—	—	—	—	—
$36 = g^6$ (sol_8) = 12288 *v d*	—	—	—	—	9:10 1 = f^3	4:5 1 = g^4	(3:4 1 = c^5)	—	—	—	—
$40 = a^6$ (la_8) = 13653,3 *v d*	—	—	—	—	—	8:9 1 = a^3	5:6 1 = f^4	20:27 7 = 4778,6	—	—	—
$45 = h^6$ (si_8) = 15360 *v d*	—	—	—	—	—	—	(15:16 1 = c^3)	5:6 1 = g^4	—	—	—
$48 = c^7$ (ut_9) = 16384 *v d*	—	—	—	—	—	—	—	8:9 1 = c^4	(4:5 1 = c^5)	—	—
$54 = d^7$ ($ré_9$) = 18432 *v d*	—	—	—	—	—	—	—	—	9:10 1 = c^4	27:32 5 = a^4	—
$60 = e^7$ (mi_9) = 20480 *v d*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15:16 1 = f^3	—
$64 = f^7$ (fa_9) = 21845,3 *v d*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1148 *v d*

Ein Blick auf diese Tabelle lässt sofort erkennen, dass die Intervallweite, bis zu welcher sich Stosstöne beobachten lassen, mit der Höhe des Grundtones immer kleiner wird, sodass sie, die für den Grundton c^5 noch bis über eine None reicht, für c^6 nur noch eine Quarte, für c^7 gar nur noch etwas über einen ganzen Ton, und für e^7 und f^7 bloss noch einen halben beträgt. Es ist hiernach sehr möglich, dass die grosse, ja sogar unüberwindliche Schwierigkeit, auf welche ich bei meinen Versuchen noch über das oben erwähnte fis^7 hinaus weiterzustimmen, gestossen war, zum Theil auch darin seinen Grund gehabt haben wird, dass das Intervall 15 : 16 für den Grundton f^7 schon die grösste Weite besass, bei welcher sich hier überhaupt noch ein Stosston bilden konnte, und dass es also vielleicht möglich wäre, wenn man mit dem erhaltenen fis^7 als Grundton, eine andere Stimmgabel noch höher zu stimmen versuchte, um mit dieser zuerst zwischen fis^7 und g^7 zu gelangen, und darauf die auf solche Weise gewonnene Gabel dann wieder als Grundton benutzte, dann mit einer dritten Gabel schliesslich das g^7 noch zu erreichen. Eine solche Arbeit würde aber immerhin so schwierig auszuführen sein, dass sie wohl kaum die Mühe lohnen dürfte, besonders da sich ein gleiches Resultat, wie man weiterhin sehen wird, jetzt auf weit einfachere Weise erreichen und sogar weit übertreffen lässt.

Dass die Intervallweite, in deren Grenzen Stosstöne überhaupt hörbar sind, mit der Höhe der Grundtöne so beträchtlich abnimmt, ist jedenfalls höchst bemerkenswerth. Man begreift in der That nicht, warum z. B. g^6 mit d^6 (3 : 4), ganz vortrefflich den Ton $1 = g^4$ giebt, aber mit c^6 (2 : 3), keine Spur von einem Stosston hören lässt. Es lässt sich dieses weder dadurch erklären, dass etwa das Intervall 3 : 4 als ein kleineres besser hörbar sein sollte als die Quinte, da ja in allen tieferen Lagen gerade der Stosston der Quinte, als aus dem oberen und unteren Stosston zugleich bestehend, ganz besonders stark zu sein pflegt, noch lässt sich der Grund davon in dem Umstande finden, dass die Intensität der sehr hohen Stimmgabeltöne mit ihrer Höhe schnell bis zu Null abnimmt, denn die Intensität von g^6 bleibt in den beiden angegebenen Fällen dieselbe, während von den Grundtönen aber gerade c^6 stärker ist als d^6.

Eine ganz genaue Grenze der Intervallweite für einen gegebenen Grundton wird sich natürlich darum nie mit Bestimmtheit angeben lassen, weil dieselbe zwar hauptsächlich, aber doch nicht nur allein von der Tonhöhe des Grundtones abhängt, und auch die Intensität der primären Töne und das mehr oder weniger empfindliche Gehör des Beobachters nicht ohne Einfluss auf sie sind, aber die von mir mit den von

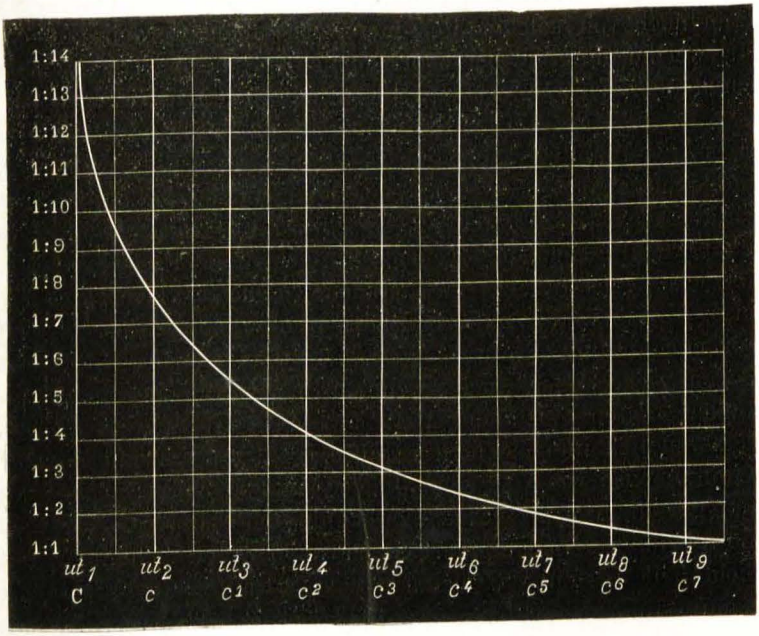

Fig. 1.

mir angewendeten Tönen erhaltenen Resultate lassen sich für die Grundtöne der neun Octaven Gr. C bis c^7 sehr annähernd genau durch die Fig. 1 gegebene Curve darstellen, wovon man sich durch eine Vergleichung mit den in den beiden Tabellen zusammengestellten Experimenten überzeugen kann. In dieser Figur sind auf der Abscissenlinie in gleichen Abständen voneinander die Grundtöne in Octaven aufgetragen, und ist die Weite der Intervalle seitlich neben der Ordinate der Intervallweite des Grundtones Gr. C (ut_1), verzeichnet.

Eine zu grosse Enge des Intervalles ist der Hörbarkeit

der Stosstöne ebenfalls nicht besonders günstig. So hört man bei $h^5 c^6 (15:16)$ zwar den Ton $1 = c^2$ noch recht gut, doch bringt man ihn nur noch mit sehr starkem Anstreichen der Gabeln heraus, und bei $h^6 : c^7 (15:16)$ ist der Ton $1 = c^3$ schon so schwach, dass man ihn kaum mehr vernehmen kann. Eine ganz besonders merkwürdige Thatsache ist aber jedenfalls die, dass Stosstöne, welche in eine Gegend der Scala fallen, in der das Ohr meistens Töne zu hören gut gewöhnt ist, auch dann noch von solchen Personen vernommen werden können, für welche die sie hervorbringenden primären Töne selbst schon über der Grenze der Hörbarkeit liegen.

Als ich im Jahre 1874 die erste Reihe Stimmgabeln von c^5 bis f^7 stimmte, welche ich 1876 in Philadelphia ausstellte, und dann gegen 1880 eine neue, über welche ich in meinem Katalog von 1882 unter Nr. 47 eine kurze Notiz gab, hörte ich noch alle Töne, mit welchen ich arbeitete. Im Jahre 1890, als ich neue Gabelreihen herzustellen hatte, bemerkte ich, dass f^7 mir ganz unhörbar geworden war und ich auch e^7 nur noch mitunter, etwa bei aussergewöhnlich gut gelungenem Bogenstriche, oder auch, wenn meine Ohren in einem besonders guten Zustande sein mochten, wirklich gut hörte. Jetzt endlich in meinem 67. Jahre, geht es mir mit dem d^7 schon ebenso wie vor zehn Jahren mit dem e^7, welches ich nun gar nicht mehr vernehmen kann, dieses hat mich jedoch nie gehindert, und hindert mich auch jetzt noch nicht, mit Sicherheit bis zum f^7 meine Gabeln vermittels der Stosstöne genau stimmen zu können. Auch ist es den verschiedenen Gelehrten, vor welchen ich im Laufe der letzten Jahre Gelegenheit hatte, diese Experimente zu wiederholen, ausnahmslos ohne grosse Mühe immer gelungen, die Stosstöne zu hören, welche vermittelst der Gabeln von c^7 bis f^7 erzeugt wurden, obgleich nicht einer von ihnen die Töne selbst alle bis zum f^7 hinauf hören konnte und die Grenze ihrer Hörfähigkeit mitunter kaum viel über c^7 zu liegen schien. Auch konnte in allen diesen Fällen von einer etwaigen Illusion keine Rede sein, da die betreffenden Hörer die von ihnen vernommenen Töne unter den Hülfsgabeln immer selbst herausfanden. Das auffallendste Hören von Stosstönen, deren primäre Töne nicht vernommen wurden, hatte ich aber Gelegenheit an einem

Musiker zu beobachten. Er stand noch in den besten Mannesjahren und hatte ein sonst so gut ausgebildetes musikalisches Gehör, dass er alle Stosstöne, welche ich ihn bei Intervallen, die sowohl mit den tiefsten wie mit den allerhöchsten Stimmgabeln der ganzen Reihe gebildet waren, hören liess, immer ohne die geringste Unsicherheit und ohne jedes Zögern sofort richtig erkannte und auch mit den entsprechenden Hülfsgabeln angeben konnte, die Töne der Gabeln selbst hörte er aber nur bis a^6, und schon h^6 existirte für ihn nicht mehr, sodass die Grenze seiner Hörfähigkeit also zwischen a^6 und h^6, und somit eine ganze Quinte tiefer lag als die höchsten Töne des Intervalles $e^7 : f^7$, dessen Stosston er noch ohne jede Schwierigkeit hören und erkennen konnte. Ich erfuhr später, dass er einige Zeit vorher, ehe ich ihn kennen lernte, eine lange, schwere Krankheit durchzumachen gehabt hätte, und vielleicht mag diese bei ihm ein Sinken der Hörgrenze für die höchsten Töne zur Folge gehabt haben.

Unter allen Stosstönen in obiger Tabelle befinden sich nur drei, welche der Gattung der unteren Stosstöne der zweiten Periode angehören und bei den Intervallen $c^5 : d^6$ (4 : 9), $d^5 : e^6$ (9 : 20) und $d^5 : f^6$ (27 : 64) vernommen werden, dass man zwei dieser Töne bei Intervallen mit dem Grundton d^5 erhält und nur einen mit dem von c^5, hat seinen Grund offenbar darin, dass von $c^5 : d^6$ bis zu $c^5 : e^6$ die Intervallweite gleich um eine ganze Tonstufe zunimmt, dagegen aber von $d^5 : e^6$ bis zu $d^5 : f^6$ nur um einen halben Ton, sodass die äusserste Grenze der Intervallweite, bis zu welcher sich noch ein Resultat aus Zusammenklängen mit den Grundtönen c^5 und d^5 erhalten lässt, zwischen 4 : 9 und 2 : 5 fällt.

Obere Stosstöne der Intervalle der ersten Periode von 1 : 1 bis 1 : 2 findet man in der Tabelle sechs bei den Zusammenklängen $c^5 : a^5$, $d^5 : h^5$, $d^5 : c^6$, $e^5 : c^6$, $e^5 : d^6$ und $f^5 : d^6$. Auch bei den drei ersten dieser Stosstöne bemerkt man wieder, dass aus dem gleichen Grunde wie bei den vorher erwähnten, man mit dem Grundtone c^5 nur einen einzigen oberen Stosston bei $c^5 : a^5$ (3 : 5) erhält, dass ein solcher sich aber nicht mehr bei der Erweiterung dieses Intervalles um einen ganzen Ton, von $c^5 : a^5$ bis zu $c^5 : h^5$ (8 : 15), hören lässt, während man mit dem Grundtone d^5 das Intervall $d^5 : h^5$ (3 : 5), um einen halben

Ton bis zu $d^5 : c^6 (9 : 16)$ erweitern kann, ohne dass sein Stosston verschwindet. Die Hörbarkeit der oberen Stosstöne der ersten Periode zeigt sich also ebenso wie die der unteren Stosstöne der zweiten Periode durchaus abhängig von dem directen Abstande des höheren Tones vom Grundtone, wogegen seine Stellung zum ersten harmonischen Tone des Grundtones ganz gleichgültig zu sein scheint, denn der untere Stosston der zweiten Periode verschwindet, wenn sich der höhere Ton des Intervalles $c^5 : d^6$ um einen ganzen Ton, statt nur um einen halben von der Octave des Grundtones entfernt, während der obere Stosston der ersten Periode des Intervalles $c^5 : a^5$ aufhört, hörbar zu sein, wenn sich der höhere Ton dieser Octave des Grundtones gerade um einen ganzen Ton nähert, statt nur um einen halben.

Eine besondere Aufmerksamkeit verdient bei den oberen Stosstönen der ersten Periode auch noch das sehr starke und alleinige Auftreten derselben bei den Intervallen $3 : 5$, $c^5 : a^5$ und $d^5 : h^5$. In der That, bei dem gleichen Intervalle $3 : 5$, mit den Grundtönen c^1, c^2, c^3 gebildet, ist bei $c^1 : a^1$ der untere Stosston, $2 = f$, weit stärker als der obere, $1 = F$, der sich direct noch kaum vernehmen lässt. Bei $c^2 : a^2$, $c^3 : a^3$ gleicht sich die Intensität der beiden Töne dann aber mehr und mehr aus, bis diese bei $c^4 : a^4$ schliesslich gleich stark geworden sind, bei $c^5 : a^5$ endlich ist dann aber der untere Stosston $2 = f^4$ nicht nur schwächer gegen den oberen geworden, sondern sogar schon so vollständig verschwunden, dass man keine Spur mehr von ihm hört, und allein nur noch den oberen Stosston $1 = f^3$, und zwar dieses f^3 ganz ebenso stark als bei der Quarte $c^5 : f^5 (3 : 4)$, wo es ebenfalls allein, aber als unterer Stosston auftritt.

Alle anderen beobachteten Stosstöne in der Tabelle gehören der Klasse der unteren Stosstöne der ersten Periode an, welche ihrer Schwingungszahl nach also mit den Differenztönen zusammenfallen, und sie sind es auch, welche man nur allein als Hülfsmittel beim Stimmen der höchsten Töne zu verwenden hat, wobei man dann immer hauptsächlich solche Intervalle wird zu wählen haben, deren höherer Ton so viel als möglich in die Mitte der Intervallweite fällt, in welcher für den gegebenen Grundton sich Stosstöne überhaupt beobachten lassen,

weil man diese unter solchen Umständen dann am stärksten und deutlichsten hörbar erhält.

Nach der Erfüllung der Bedingung, die Stosstöne nur überhaupt erst deutlich hervorzubringen, ist dann das Wichtigste, ihre Tonhöhe genau bestimmen zu können, da hiervon auch die Genauigkeit abhängt, welche sich beim Stimmen mit ihrer Hülfe erreichen lässt. Werden Stosstöne durch tiefere, lange anhaltende Töne erzeugt, und haben dann auch selbst eine längere Dauer, so existirt keine Schwierigkeit, ihre Tonhöhe vermittelst der Stösse mit Hülfsgabeln, deren Schwingungszahlen bekannt sind, ganz ebenso genau zu bestimmen, als die eines primären Tones von gleicher Schwingungsdauer; aber wenn schon die primären Töne, durch welche sie hervorgebracht werden, wie die der sehr hohen Stimmgabeln, nur noch während der ganz kurzen Zeit eines Doppelbogenstriches existiren, so hat auch das Erklingen der Stosstöne dann eine so kurze Dauer, dass es so zu sagen nur dem momentanen Aufleuchten eines Lichtblitzes gleicht, und es somit unmöglich sein würde, die Methode der Stösse bei ihrer Vergleichung mit Hülfstönen zur Verwendung zu bringen, es bleibt also unter solchen Umständen dann kein anderes Mittel übrig, als die Uebereinstimmung der Stosstöne mit den Hülfstönen vermittelst des musikalischen Gehörs abzuschätzen. Ich habe gefunden, dass eine solche Schätzung dadurch sehr erleichtert wird, dass man mit passenden kleinen Stimmgabeln die Hülfstöne ebenso kurz und schnell abgebrochen mehrmals hintereinander hervorbringt, wie die Stosstöne unter einer Reihe aufeinanderfolgender Doppelbogenstriche sich hören lassen. Auch kann man dem Ohre noch dadurch zu Hülfe kommen, dass man den betreffenden Stosston abwechselnd mit einem etwas zu hohen und einem etwas zu tiefen Hülfston vergleicht, und ferner ist es zweckmässig, für einen zu stimmenden Ton sich nie nur mit der Bestimmung des Stosstones von einem einzigen Intervall zu begnügen, sondern vielmehr immer, so weit dieses angeht, mit dem gleichen Tone die Stosstöne mehrerer Intervalle zu erzeugen und dann zu bestimmen, wodurch man besonders verhütet, dass die etwa begangenen Fehler bei den aufeinander folgenden Gabeln der Reihe sich summiren könnten. Aber trotz aller angewendeten Sorgfalt bleibt die Anwendung des

musikalischen Gehörs natürlich doch immer eine Quelle von Fehlern, die schon störend werden könnten, wenn nicht ein bei der Schätzung der Tonhöhe des Stosstones begangener Fehler immer nur einer weit geringeren Ungenauigkeit des Intervalles der ihn hervorbringenden Töne entspräche, wie man aus folgendem Beispiel erkennen kann. Bei dem Intervalle der Secunde 8 : 9 ist der Stosston = 1, erweitert man diese Secunde aber allmählich, indem man ihren höheren Ton bis zur Terz 8 : 10 erhöht, so wird der Stosston schliesslich = 2, sodass also während der Erweiterung des Intervalles um nur einen Ton er selbst eine ganze Octave durchlaufen hat, woraus hervorgeht, dass, wenn man beim Stimmen der Intervalle zwischen 8 : 9 und 8 : 10 in der Schätzung des Stosstones einen kleinen Irrthum beginge, dieses nur einen sechs Mal kleineren Fehler bei den Intervallen zur Folge haben möchte. Wie gering darum auch in Wirklichkeit diese Fehler ausfallen, davon kann man sich durch folgende einfache Experimente mit einigen Stimmgabeln aus der Reihe selbst Rechenschaft geben.

Das Intervall $a^5 : d^6$ ist, bloss nach den Noten gerechnet, eine Quarte, und wenn diese rein wäre, so müsste sie bei 3 : 4 den Stosston d^4 hören lassen, wie d^6 wirklich genau mit c^6 (8 : 9) den Stosston $1 = c^3$, und mit h^5 (5 : 6) den Stosston $1 = g^4$ giebt, da es sich hier aber um Töne der auf den Grundton c etablirten diatonischen Tonleiter handelt, so ist das Verhältniss von $a^5 : d^6$ in Wirklichkeit 20 : 27, und also um ein Komma, 80 : 81, weiter, als das reine Quartenintervall 3 : 4; diese kleine Abweichung lässt aber schon einen so beträchtlichen Unterschied zwischen dem Stosstone dieses gestörten Intervalles und dem Hülfstöne d^4 hören, dass man offenbar noch weit geringere Abweichungen von der Reinheit des Intervalles 3 : 4 würde sofort bemerken können, als die um ein Komma. — Man kann das gleiche Experiment auch mit den Tönen a^6, h^6, c^7 und d^7 machen, aber in diesem Falle befindet sich der Stosston von $a^6 : d^7$ schon an der Grenze seiner Hörbarkeit und ist nur noch schwer zu erhalten.

Aus den vorstehenden Erörterungen geht also hervor, dass man vermittelst der Stosstöne Stimmgabeln, welche gut gearbeitet sind, um ihr Maximum von Intensität zu geben, sehr

wohl mit grosser Genauigkeit bis zum f^7 und selbst bis zum fis^7 stimmen kann, und dass sich auch die Richtigkeit ihrer Stimmung immer mit einigen Doppelbogenstrichen sofort nachweisen lässt, aber diese Stimmmethode hat darum doch den Nachtheil, dass sie nicht gestattet, einen einzelnen bestimmten Ton direct, ohne eine mehr oder weniger grosse Anzahl von Zwischengabeln herzustellen, welche so zu sagen die Brücke bilden müssen, über welche man erst zu ihm gelangen kann, indem man von c^5 ausgeht, einem Tone, für den sich noch Stimmgabeln herstellen lassen, welche eine genügend lange Schwingungsdauer und auch genügend grosse Schwingungsamplituden haben, um vermittelst der optischen und akustischen Präcisionsmethoden noch direct mit den Schwingungen der Normalstimmgabel von $c^1 = 512\ vs$ bei 20° Cels. in genaue Uebereinstimmung gebracht werden zu können. Es soll daher im nächsten Abschnitt nun eine Methode besprochen werden, welche, ohne jede Mitwirkung des Ohres, die directe Herstellung jedes beliebigen Tones bis weit über die Grenze der Hörbarkeit hinaus gestattet.

3. Stimmgabeln von c^5 bis über f^9 zu 90000 Schwingungen, vermittelst der Kundt'schen Staubfiguren gestimmt.

Bekanntlich hat Lord Rayleigh [1]) gezeigt, wie man die Wellenlänge eines hohen Tones erhalten könne, indem man in einiger Entfernung von der Tonquelle den Ton von einer Glasplatte reflectiren lässt, und in den auf diese Weise zwischen der Tonquelle und der reflectirenden Fläche erzeugten stehenden Wellen die Stellen der aufeinanderfolgenden Knoten und Bäuche vermittelst einer sensitiven freien Flamme unter starkem Drucke bestimmt, welche in ersteren ihre grösste Ruhe, in den letzteren aber die grösste Bewegung zeigt. Diese Methode scheint mir jedoch für die Töne der elastischen festen Körper, wie die der Stimmgabeln, Stäbe etc., sehr schwer anwendbar, besonders weil diese alle immer nur von einer sehr kurzen Dauer sind, und ich glaube daher vielmehr, in der Methode der Staubfiguren von Kundt das eigentlich beste, einfachste und bequemste Mittel sehen zu müssen, vermittelst dessen

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 7. p. 153. 1879; Rayleigh Sound, second edition 2. p. 403. 1896.

sich die Wellenlänge sehr hoher Töne, und somit also auch ihre Schwingungszahl, mit grösster Genauigkeit ermitteln lässt.

Während einiger Versuche, welche ich im vorigen Sommer anstellte, um die mechanische Wirkung zweier gleich hoher und für das Ohr ungefähr gleich starker Töne zu prüfen, von denen einer durch longitudinale, der andere durch transversale Schwingungen erzeugt wurde, war es mir aufgefallen, wie sehr leicht und mit welcher Schärfe die Staubfiguren von Kundt unter gewissen Bedingungen durch starke, sehr hohe Stimmgabeln, wie ich sie für die Beobachtung der Stosstöne construire[1]), in Röhren hervorgerufen wurden; und so fing ich an zu untersuchen, bis zu welcher Höhe auch die Stimmgabeln einer Reihe für die höchsten Töne, wie ich sie im Vorhergehenden beschrieben, der gleichen Wirkung fähig sein möchten, weil dann die Staubfiguren in Röhren, welche die halben Wellenlängen der Töne sichtbar darstellen, bis zu dieser Höhe hin als höchst bequemes, von den Leistungen des Ohres vollständig unabhängiges Mittel zum Stimmen der Stimmgabeln mussten verwendet werden können. Gleich bei meinen ersten Versuchen hatte ich fast ohne jede Mühe die Staubwellen mit allen Stimmgabeln für die Töne von c^5 bis c^7 erhalten, und als ich darauf nach einer Unterbrechung diese Experimente wieder aufnahm, konnte ich auch mit den Tönen von c^7 bis f^7 noch ebenso gute Staubfiguren erzeugen, wie auch ferner noch mit der kleinen oben erwähnten Stimmgabel für den höchsten Ton, welchen ich überhaupt, und nur einmal, vermittelst der Stosstöne gestimmt, und mit der ich etwa die Mitte zwischen f^7 und g^7 erreicht zu haben meinte. Diese bildete in einer Röhre von 6 mm Durchmesser, Halbwellen von ungefähr 7,45 mm Länge.

Nimmt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft bei der Temperatur von 0° zu 330,60 m an und die Zunahme dieser Geschwindigkeit für 1° Cels. zu 0,60 m, so erhält man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft bei 20° Cels. = 342,60 m, welchen Werth ich bei allen folgenden Tonhöhebestimmungen durch die Länge der Halbwellen immer zu Grunde gelegt habe. Die Schwingungszahl der kleinen Gabel war hiernach also gleich

1) Catal. Nr. 201. 1889.

342600/7,45 = 45986,5 *v s*, und fiel somit auch wirklich gerade zwischen fis^7 (43690,4 *v s*) und ges^7 (47185,6 *v s*).

Bis hierher hatte es sich immer nur noch um Schwingungen und Tonhöhen gehandelt, die auch schon auf anderem Wege nachgewiesen worden waren, jetzt aber versuchte ich denn auch zwei winzige kleine Stimmgabeln, welche sich unter den zahlreichen anderen befanden, die ich für die Versuche, um die beste Stimmgabelform für sehr hohe Töne zu ermitteln, früher angefertigt hatte. Diese kleinen Stimmgabeln, deren nach oben zu verjüngte Zinken bei einer Länge von 9 und 8,5 mm, unten nur eine Dicke von etwa 3 mm und oben von 1,75 mm hatten, waren noch nie weder direct vernommen worden, noch hatten sie jemals einen Stosston miteinander oder mit anderen Tönen zusammen hören lassen, aber ein Bogenstrich reichte bei jeder von ihnen hin, sofort die Staubwellen in der ganzen Länge der Röhre von 6 mm Durchmesser hervorzubringen, welche für die eine 8,55 mm, für die andere 8,2 mm lang waren, sodass ihre Töne demnach entsprechend zwischen d^7 und e^7 und zwischen e^7 und f^7 fielen, und ich also aus ihnen sofort ein genau gestimmtes e^7 und ein f^7 herstellen konnte. Diese Gabeln entsprechen also, wegen der geringen Dicke ihrer Zinken, Tönen, welche ich an starken, für die Erzeugung der Stosstöne gefertigten Gabeln früher noch direct gehört, und deren Stosstöne ich auch jetzt noch vollständig gut vernehme, und wenn sie mir, wie auch anderen Beobachtern immer vollständig stumm geblieben waren, so zeigt dieses, welche grosse Rolle die Intensität bei sehr hohen Tönen in Bezug auf ihre Hörbarkeit spielt, und dass Stimmgabeln, welche für die Hervorbringung der Stosstöne genügend stark gefertigt sind, zwar auch immer vortrefflich für die Erzeugung der Staubwellen dienen können, dass aber weniger massive Stimmgabeln für dieselben Töne, selbst wenn sie vollkommen gute Staubwellen erzeugen, darum noch keineswegs immer auch hörbare Stosstöne hervorzubringen im Stande sein werden.

Es galt nun zu ermitteln, bis zu welcher Höhe vermittelst dieser Methode der Staubfiguren sich noch würden Stimmgabeln mit genau bestimmten Schwingungszahlen herstellen lassen. Ein vorläufiger Versuch mit einer alten etwas rohen Stimmgabel, deren parallele Zinken von unten bis oben eine

gleiche Dicke von etwa 3 mm hatten, aber im Verhältniss zu ihrer Länge offenbar zu weit voneinander abstanden, brachte mich bei der Verkürzung ihrer Länge nur bis in die Nähe von h^7, mit Stimmgabeln aber, die ich darauf in passender Form für diese Experimente gefertigt hatte, gelang es mir schliesslich, sämmtliche Töne der diatonischen Tonleiter von g^7 (sol_9) bis f^9 ($fa_{11} = 174762{,}6$ *v s*) herzustellen, allerdings nicht ohne grosse Mühe, denn von c^8 ab wurde mir schon jeder nächst höhere Ton immer schwerer und schwerer zu erreichen. Es ist wahr, dass, wenn ich ihn erst erlangt und darauf mit ihm mehrfach Staubfiguren erzeugt hatte, es mir dann immer bald viel leichter wurde, solche von Neuem mit ihm zu erhalten. Mit den Tönen e^9 und f^9 ist es mir auch jetzt noch mitunter schwer, ihre Staubwellen hervorzubringen, wenn sie jedoch plötzlich hervorspringen, sind sie stets noch so bestimmt gezeichnet, dass mit diesen Tönen die möglichst höchste Grenze noch nicht erreicht zu sein scheint, und dass ich daher hoffte, vielleicht noch die runde Zahl von 100000 Schwingungen, welche nur noch um weniger als eine kleine Terz höher als f^9 ist, erreichen zu können. Dieses gelang mir jedoch nicht. Nachdem ich eine Schwingungszahl mit einer nur sehr wenig kürzeren Halbwellenlänge als 1,9033 mm erreicht, welche letztere genau 90000 Schwingungen entspricht, war es mir nicht mehr möglich, noch weitere Staubwellen hervorzurufen. Da die Länge der Zinken der höchsten Gabeln, im Verhältniss zur Breite der Spalte zwischen ihnen, schliesslich sehr gering geworden war, so glaubte ich, dass Gabeln für die gleichen Töne mit schmaleren Spalten vielleicht noch eine etwas grössere Schwingungsfähigkeit besitzen würden, und construirte also für diese noch eine neue Reihe von Gabeln, bei welchen die Spalten für c^9 und d^9 1,5 mm, für e^9 und f^9 1,0 mm, und bei zwei Gabeln für die etwa über f^9 hinaus zu erreichenden Töne nur 0,5 mm Breite hatten, aber auch mit diesen konnte ich nicht weiter vordringen und sah mich also gezwungen, schliesslich bei den erreichten 90000 Schwingungen die ganze Stimmgabelreihe bis auf weiteres abzubrechen.

Die Töne über c^5 hinaus, welche man hiernach mit sehr genauer Stimmung jetzt herstellen kann, erstrecken sich also über vier und eine halbe Octave, und man könnte sie füglich

in drei Gruppen eintheilen, nämlich in die der durchaus hörbaren Töne von c^5 bis c^7, in die der Töne von c^7 bis c^8, zwischen welchen die Grenze ihrer Hörbarkeit bei verschiedenen Personen und bei Personen verschiedenen Alters schwankt, und endlich in die der durchaus unhörbaren Töne von c^8 bis $f^9 + 2618{,}6 = 90000$ Schwingungen, und was sich über diesen letzten Ton hinaus noch etwa sollte erreichen lassen.

Ich gebe hier folgend die Tabelle sämmtlicher von mir hergestellter Töne der letzten beiden Gruppen von c^7 bis zu 90000 Schwingungen, mit den Längen ihrer Halbwellen in der Luft bei der Temperatur von 20° cent. ($L/2$), der Schallgeschwindigkeit von 342,60 m und ihren Schwingungszahlen in einfachen Schwingungen ($v\,s$) und in Doppelschwingungen ($v\,d$).

Tabelle der Stimmgabeln für die Töne von c^7 bis zu 90000 Schwingungen mit den Längen ihrer Halbwellen und ihren Schwingungszahlen.

c^7 (ut_9)	$L/2$	= 10,4553 mm	32768	$v\,s$	16384	$v\,d$
d^7 ($ré_9$)	$L/2$	= 9,2936	36864	$v\,s$	18432	$v\,d$
e^7 (mi_9)	$L/2$	= 8,3642	40960	$v\,s$	20480	$v\,d$
f^7 (fa_9)	$L/2$	= 7,8418	43690,6	$v\,s$	21845,3	$v\,d$
g^7 (sol_9)	$L/2$	= 6,9702	49152	$v\,s$	24576	$v\,d$
a^7 (la_9)	$L/2$	= 6,2732	54613	$v\,s$	27306,6	$v\,d$
h^7 (si_9)	$L/2$	= 5,5761	61440	$v\,s$	30720	$v\,d$
c^8 (ut_{10})	$L/2$	= 5,2276	65536	$v\,s$	32768	$v\,d$
d^8 ($ré_{10}$)	$L/2$	= 4,6468	73728	$v\,s$	36864	$v\,d$
e^8 (mi_{10})	$L/2$	= 4,1821	81920	$v\,s$	40960	$v\,d$
f^8 (fa_{10})	$L/2$	= 3,9207	87381,3	$v\,s$	43690,6	$v\,d$
g^8 (sol_{10})	$L/2$	= 3,4851	98304	$v\,s$	49152	$v\,d$
a^8 (la_{10})	$L/2$	= 3,1366	109226,6	$v\,s$	54613,3	$v\,d$
h^8 (si_{10})	$L/2$	= 2,7880	122880	$v\,s$	61440	$v\,d$
c^9 (ut_{11})	$L/2$	= 2,6138	131072	$v\,s$	65536	$v\,d$
d^9 ($ré_{11}$)	$L/2$	= 2,3234	147456	$v\,s$	73728	$v\,d$
e^9 (mi_{11})	$L/2$	= 2,0911	163840	$v\,s$	81920	$v\,d$
f^9 (fa_{11})	$L/2$	= 1,9604	174762,6	$v\,s$	87381,3	$v\,d$
		1,9033	180000	$v\,s$	90000	$v\,d$

Fig. 2 zeigt die Staubfiguren der Töne c^5, c^6, e^6, g^6, c^7, Figg. 3, 4, 5 die der Töne von c^7 bis c^8, von c^8 bis c^9 und von c^9 bis f^9, nebst drei mit der Stimmgabel von 90000 Schwingungen erhaltenen Figuren, in fast genau natürlicher Grösse.

Die Glasröhren waren mit einem ihrer Enden in Rinnen, unter federnden Stahllamellen, auf einem Brette befestigt, das sie

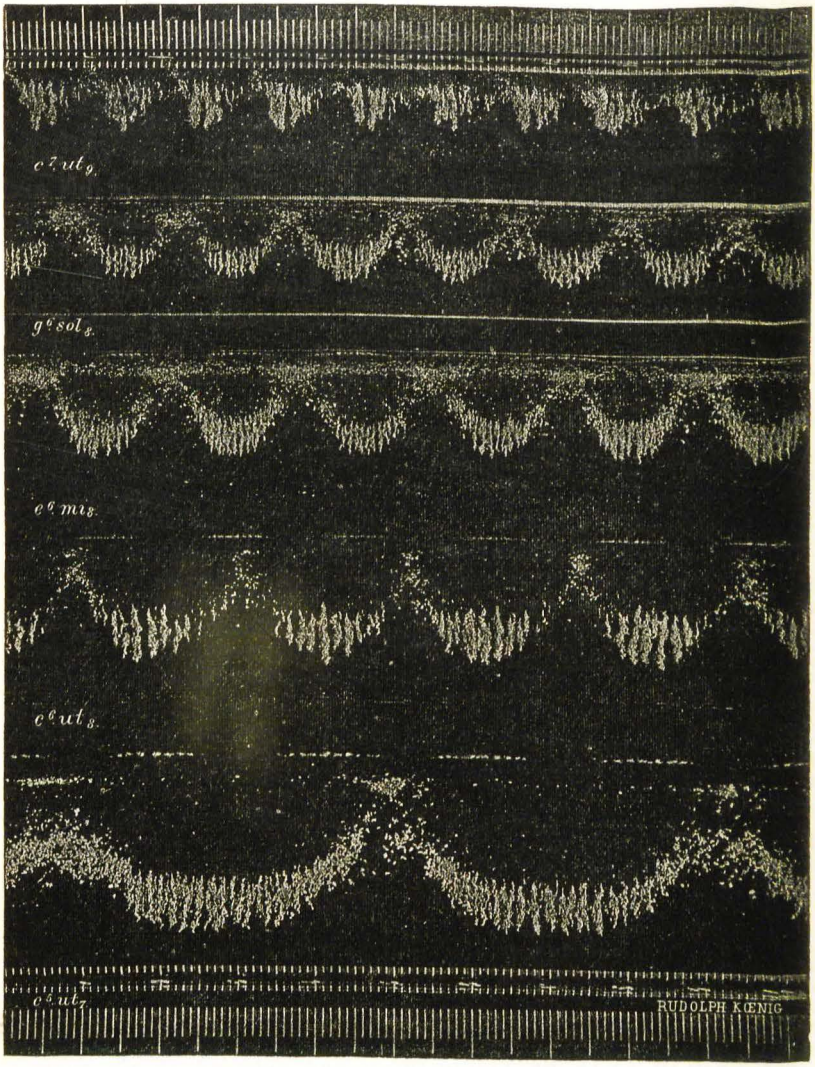

Fig. 2.

seitlich über einer schwarzen Sammetfläche überragten, zwischen zwei in Millimetern getheilten Maassstäben, welche jedoch

natürlich zu ganz genauen Messungen der photographirten Staubwellen nicht werden dienen können, da die Staubwellen



Fig. 3.

und die Theilungen beim Photographiren sich nicht genau in der gleichen Ebene befanden. Da schon die geringste Er-

schütterung hinreicht, diese Staubfiguren, besonders die der höchsten Töne, theilweise oder gar ganz zu zerstören, so ist

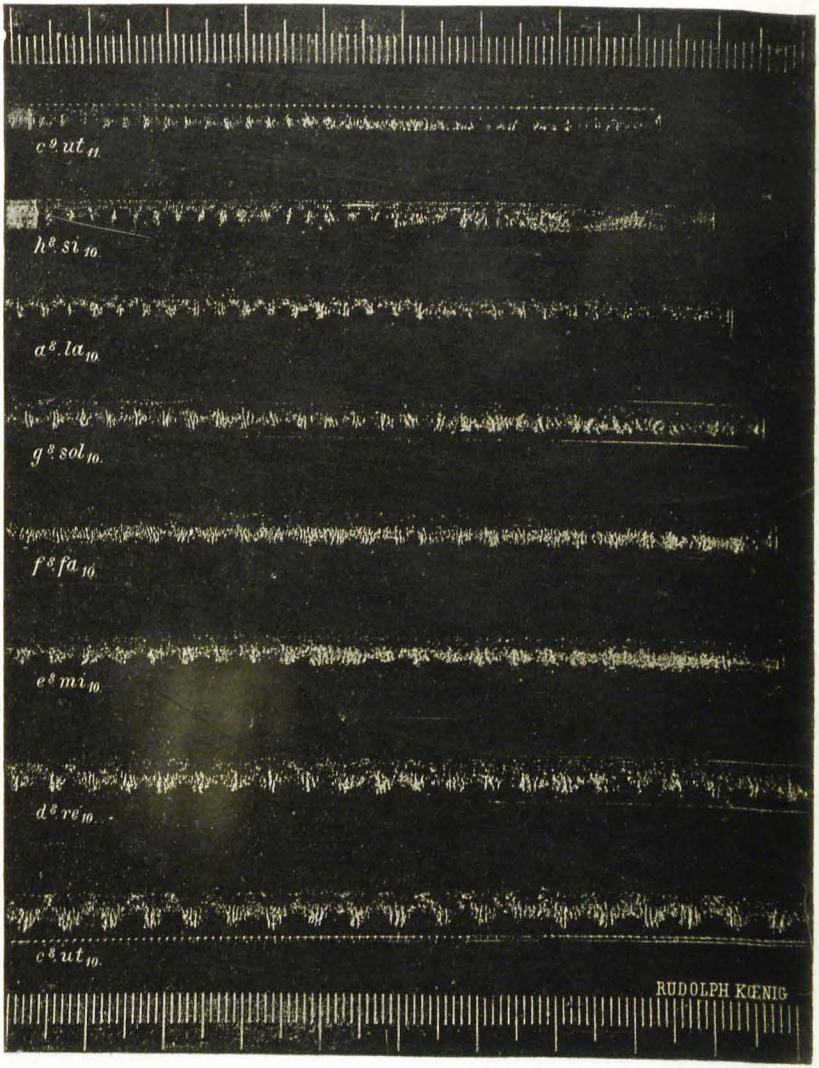

Fig. 4.

es nicht leicht, eine grössere Anzahl solcher Glasröhren nahe aneinander zu befestigen und dabei jeden, auch selbst geringsten

Anstoss zu vermeiden, was dann zur Folge hat, dass schliesslich einzelne dieser Figuren nicht mehr die ganze Schärfe

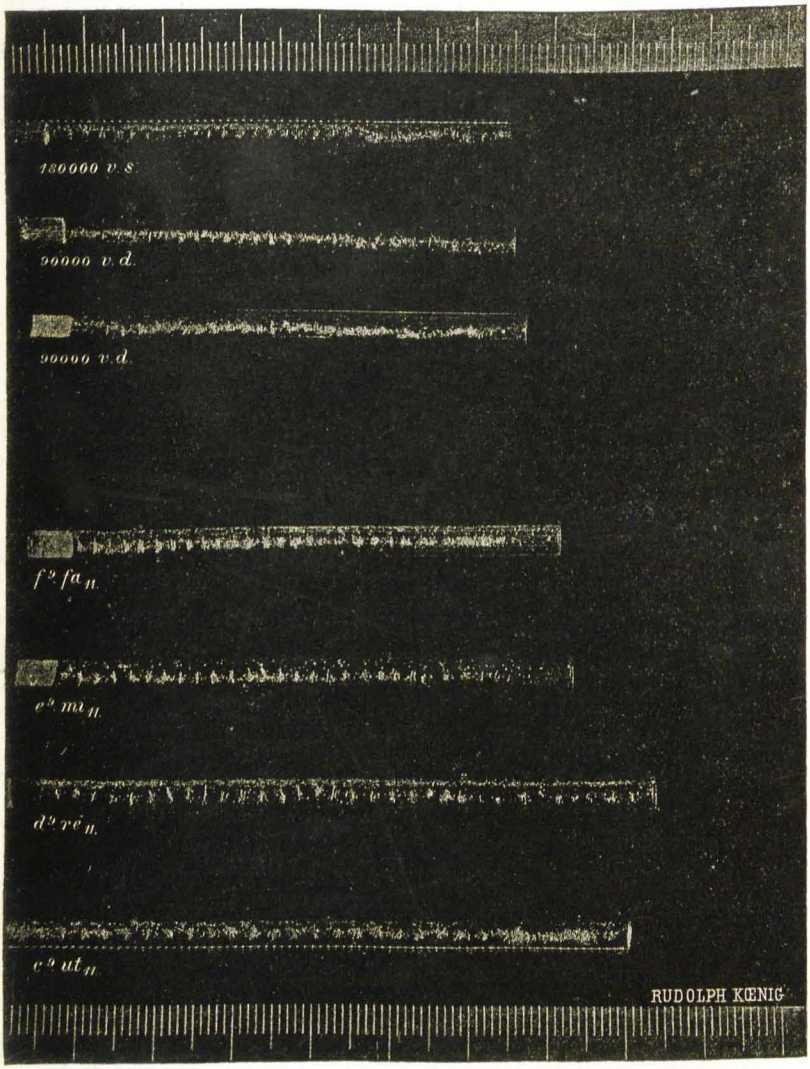

Fig. 5.

zeigen, wie im Augenblick, in welchem sie eben während des Bogenstriches hervorgesprungen waren. Die Photographien

selbst aber verdanke ich Hrn. Prof. Marey, welcher so freundlich war, dieselben bei mir und unter seiner eigenen Leitung aufnehmen zu lassen, wofür ich ihm, wie auch den Herren Lucien Bull und Kossonis in seinem Laboratorium, die mich dabei unterstützten, hiermit meinen aufrichtigen und herzlichsten Dank sage. Die Figg. 2—6 sind heliographisch von P. Dujardin ausgeführt worden.

4. Bemerkungen über die Staubfiguren der Töne von c^5 bis f^3.

Der Grad der Genauigkeit der Bestimmung von Schwingungszahlen, welcher sich vermittels der Methode der Staubfiguren erreichen lässt, hängt von der Messung der Länge der Staubwellen in den Röhren ab, und von der Uebereinstimmung der Länge dieser Wellen mit der Länge der Wellen derselben Töne in der freien Luft.

Um die directe Messung der Länge der Staubwellen in den Röhren mit absoluter Genauigkeit ausführen zu können, müsste man in zwei Wellen zwei sich ganz genau entsprechende Punkte auffinden können, und man weiss, dass dieses bei den verhältnissmässig noch langen Halbwellen von c^4 bis c^5 allerdings nicht gut angeht, doch lässt sich die hieraus entspringende Fehlerquelle erstens schon dadurch verringern, dass man statt die Mittelpunkte zweier Knoten oder zweier Bäuche in zwei Wellen aufzusuchen, vielmehr zwei Punkte wählt, welche von der Mitte der Knoten oder Bäuche gerade so weit in derselben Richtung entfernt sind, dass ein Abstand von dieser überhaupt nicht mehr zweifelhaft sein kann, wodurch in jedem Falle schon die Möglichkeit, dass sich die Ungenauigkeiten in den Bestimmungen der beiden Punkte summiren könnten, verhindert wird, dann aber ist es möglich, den Mittelwerth der Halbwellenlänge aus Messungen sehr beträchtlich viel zahlreicherer Wellenreihen abzuleiten, als man es bis jetzt immer gethan hat. Ich fand in der That, dass eine Stimmgabel c^5 mit Zinken von 20 mm Breite[1]) nicht nur in einer Röhre von 23 mm Durchmesser eine Reihe von 38 bis 40 gut ausgebildeter Halbwellen, wie sie Fig. 2 zeigt, hervorrief, sondern dass in zwei aneinander gesetzten und luftdicht miteinander verbundenen gleichen Röhren die Bildung der 75—80 auf-

1) Aus Cat. Nr. 201. 1889.

einanderfolgenden Halbwellen auch noch durchaus nichts zu wünschen übrig liess. Erst nach dem Ansatz noch einer dritten solchen Röhre wurden die Rippen der Halbwellen weniger scharf, ohne jedoch dass die Wellen selbst, welche jetzt eine Reihe von 115—120 bildeten, darum ihre Messbarkeit verloren hätten. Mit einer Stimmgabel c^6 [1]) erhielt ich in zwei aneinander gesetzten Röhren von 20 mm ebenfalls 90 bis 100 aufeinanderfolgende gut messbare Halbwellen, und mit der Stimmgabel c^7, aus demselben Satze, in einer Röhre von 11 mm Durchmesser, auch noch gegen 100 gut ausgebildeter Halbwellen, welche sich jedoch nach Ansatz einer zweiten gleichen Röhre nicht mehr hervorrufen liessen.

Es ist offenbar, dass man sich bei der Bestimmung der beiden sich entsprechenden Punkte in zwei Wellen weder um die Hälfte, noch um ein Viertel einer Halbwelle wird irren können, selbst die Annahme, dass der Irrthum ein Achtel oder ein Zehntel ihrer Länge sollte betragen können, dürfte durchaus übertrieben erscheinen, ein Fehler dieser letzten Art, welcher bei der directen Messung nur einer einzigen Halbwelle die Bestimmung der Schwingungszahl dann allerdings um einen ganzen Ton fälschen würde, müsste aber auf hundert Wellen vertheilt, welche man mit den Tönen von c^5 bis c^6 ganz bequem erhalten kann, nur noch einen Fehler von weniger als einem Komma bedingen. Bei den Tönen über c^7 hinaus muss aber die Länge der Röhren dann einer immer geringeren Anzahl von Halbwellen gleich werden, wenn man in ihnen gute Staubwellen erhalten will. So fand ich, dass in der Mitte der Octave von c^8 bis c^9, in Röhren, deren Länge etwa die von 50 Halbwellen der betreffenden Töne war, sie sich schon schlecht oder gar nicht mehr bildeten, während sie nach der Verkürzung der gleichen Röhren um 10 bis 15 Halbwellen dieser Töne sofort wieder erhalten werden konnten. Wenn bei sehr hohen Tönen die höchst mögliche Genauigkeit in ihrer Tonbestimmung hiernach also allerdings etwas geringer wird, so gewinnt sie andererseits auch wieder durch den Umstand, dass die vermittelst dieser höchsten Töne hervorgerufenen Staubfiguren schliesslich nur noch in einer Reihe

1) Aus Cat. Nr. 50. 1889.

ganz kleiner gleicher Anhäufungen in den Wellenbäuchen bestehen, welche wie eine Reihe einzelner Perlen in gleichen Abständen aneinander aufgereiht liegen, deren Mittelpunkte sich mit grosser Genauigkeit bestimmen lassen.

Für die Herstellung der Töne über c^7 schien mir übrigens die möglichst genaue Messung der Länge einer Reihe von 20 Halbwellen durchaus hinreichend, und so habe ich bei derselben immer nur Röhren angewendet, welche nicht mehr als 30 Halbwellen der betreffenden Töne enthalten konnten, wo ich dann immer mit Fortlassung einiger Wellen an den Enden der Röhre die gewünschte Reihe von 20 gleichmässigen Halbwellen erhalten, und gewöhnlich sogar von mehreren verschiedenen Ausgangspunkten messen konnte.

Die Weite der Röhren ist bei diesen Experimenten von noch viel grösserer Wichtigkeit als ihre Länge, denn wie man weiss, ist erstens die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft in zu engen Röhren geringer als in der freien Luft, sodass also auch die Staubwellen in solchen eine Verkürzung erleiden müssen, dann aber bewirkt eine nicht genügende Weite der Röhren auch, dass in ihnen die Länge der Staubwellen in merklicher Weise von der Intensität der sie erzeugenden Töne abhängig wird. Es war hiernach also aus doppeltem Grunde wichtig, zu untersuchen, welchen Durchmesser eine Röhre mindestens haben müsse, damit sich ein gegebener Ton in ihr ungestört und mit gleicher Geschwindigkeit wie in der freien Luft fortpflanzen könne. Nach Kundt soll dieser Durchmesser immer zum wenigsten gleich der Viertelwelle des Tones sein, doch da er seine Untersuchungen nicht auf die sehr hohen Töne ausgedehnt hat, so dürfte man nicht berechtigt sein, ungeprüft anzunehmen, dass seine Regel auch auf diese anwendbar sein müsse.

Unter dem Einflusse der Stimmgabel c^5 mit der Zinkenbreite von 20 mm, entstanden bei der gerade im Zimmer herrschenden Temperatur Staubwellen, deren Länge in Röhren von 27, 23 und 20 mm Durchmesser immer 41,6 mm betrug, die Intensität des Tones mochte sein, welche sie wollte. Die Veränderung in derselben wurde nicht durch verschieden starkes Anstreichen der Gabel bewirkt, sondern dadurch, dass man die vor dem offenen Ende der Röhre wirkende Zinken-

fläche der Gabel, welche immer gleich in möglichst starke Schwingungen versetzt wurde, von diesem offenen Ende allmählich entfernte, bis die Staubfiguren anfingen, undeutlich und nicht mehr gut messbar zu werden, was bei den Röhren von 27 und 23 mm Durchmesser geschah, wenn die Entfernung der Zinkenfläche von ihrem offenen Ende etwa 50 mm, bei der von 20 mm Durchmesser etwa 20 mm betrug. In Röhren mit Durchmessern von 15 und 20 mm war die durchschnittliche Länge der Halbwellen dann aber bei stärkstem Tone 41,4 mm geworden, und fand sich bei geschwächtem Tone, wenn die Entfernung der Stimmgabelzinke von dem offenen Ende der Röhre von 15 mm Durchmesser 15 mm, von dem der Röhre von 10 mm Durchmesser etwa 7 mm betrug, = 41,4 bis 41,5 mm, sodass in diesen beiden Fällen sich also schon der Einfluss der zu geringen Weite der Röhre sowohl auf die Länge der Staubwellen erkennen lässt, wie auch dass diese Länge hier nicht mehr von der Intensität des Tones ganz unabhängig ist. In einer Röhre von 8 mm Durchmesser bilden sich die Staubwellen in der Nähe des offenen Endes schon sehr schlecht aus, sie bestehen hauptsächlich nur noch aus einer Folge von Rippen, in denen die Gliederung nur sehr wenig ausgeprägt ist und die im übrigen Theil der Röhre gut ausgeprägten Halbwellen sind nicht gleichförmig, so betrug ihre Länge bei starkem Tone in der dem geschlossenen Ende der Röhre zunächst liegenden Hälfte 41,3 mm und in der anderen Hälfte nur 40,4 mm. Auch änderte sich diese Länge mit der Intensität des Tones, doch waren alle diese Erscheinungen so schwankend und gestatteten so wenig wirklich genaue Messungen, dass ich sie nicht weiter untersucht.

An den mit der Stimmgabel c^6 erzsugten Staubwellen, welche nur noch die halbe Länge als die von c^5 haben, lassen sich die Messungen schon mit sehr viel grösserer Genauigkeit ausführen. In einer Röhre von 20 mm Durchmesser, und welche die Länge von etwa 50 Halbwellen des Tones hatte, erhielt ich alle diese Halbwellen von einem ihrer Enden bis zum anderen so scharf ausgebildet, dass verschiedene Messungen von 40 Halbwellen enthaltenden Reihen immer fast ganz genau denselben Mittelwerth von 20,85 mm für eine Halbwelle ergaben, welcher auch bei den verschiedenen Abständen der

Gabelzinke vom offenen Ende der Röhre bis zu 50 mm durchaus unverändert blieb. In einer Röhre von 15 mm Durchmesser erhielt ich auch noch gute Staubfiguren in ihrer ganzen Länge, und fand bei der stärksten Intensität des Tones die Länge der Halbwellen = 20,78 mm, und bei einem Abstande der Gabelzinke von 40 mm = 20,85. In einer Röhre von 10 mm Durchmesser entstanden weit weniger gute Staubfiguren, welche sogar in der Nähe ihres offenen Endes schon ganz schlecht waren, und die Länge der Halbwellen in ihr bei stärkstem Tone war = 20,71 mm, beim schwächsten = 20,85 mm. In einer Röhre von 8 mm endlich bildeten sich gute Staubwellen nur noch in den ihrem geschlossenen Ende zunächst liegenden zwei Dritteln ihrer Länge, welche bei stärkstem Tone 20,60 mm, beim schwächsten 20,70 mm lang waren.

Die Stimmgabel c^7 erzeugte in einer etwa 95 Halbwellen des Tones langen Röhre mit dem Durchmesser von 15 mm, von einem bis zum anderen Ende scharf ausgeprägte, aber unregelmässig geformte Wellen, in deren Folge sich jedoch eine gewisse Periodicität erkennen liess und in denen die Rippen nicht senkrecht zur Axe der Röhre standen, sondern sich abwechselnd bald nach einer, bald nach der anderen Seite hinneigten. Diese Art der Staubfiguren zeigt immer eine zu grosse Weite der Röhre an. In einer Röhre von 14 mm Durchmesser waren die Wellen schon etwas regelmässiger, sie wurden es aber ganz und gar erst, wenn der Durchmesser der Röhre nur noch 11 mm betrug, wo dann auch die Länge der Halbwellen bei verschiedener Intensität des Tones immer dieselbe von 10,45 mm blieb. In Röhren von 10 oder gar 9 mm Durchmesser lässt sich aber dann schon wieder der Einfluss der zu geringen Weite der Röhre beobachten, und in einer Röhre von 5 mm Durchmesser betrug die Länge der Halbwellen bei stärkstem Tone nur noch 10,0 mm, bei schwächstem 10,3 mm.

Aus diesen Beobachtungen geht also hervor, dass für den höchsten musikalischen Ton c^5 die Regel von Kundt noch vollständig gültig ist und man sie also für ihn Röhren, deren Durchmesser gleich der Viertelwelle des Tones ist, anwenden kann, für c^6 ist aber die passendste Röhrenweite ungefähr

gleich der Halbwelle des Tones, denn wenn diese noch drei Achtel der Wellenlänge beträgt, zeigt sich in den Staubwellen schon der schädliche Einfluss eines zu geringen Durchmessers, und bei der Weite von einer Viertelwelle wird die Röhre für alle genaueren Experimente sogar schon geradezu unbrauchbar. Die von mir experimentell gefundene passendste Weite für alle Töne über c^6 bis zu den höchsten hin, wuchs dann aber nur noch von der Hälfte bis etwa zu zwei Drittel der Wellenlänge, und betrug also für c^7 11 mm, für c^8 5,5 mm, für c^9 3 mm, und ähnlich so dann auch für alle Zwischentöne.

Die Fig. 6 veranschaulicht den Einfluss der Röhrenweite auf die Staubfiguren durch zwei Gruppen von drei Staubfiguren, welche mit den Stimmgabeln c^7 und c^8 in einer zu weiten, in einer passenden und in einer zu engen Röhre erzeugt wurden, und ausserdem zeigt die einzelne Röhre über diesen beiden Gruppen auch noch die Figur von c^9 in einer zu weiten Röhre allein.

Die Grenzen der geringsten und grössten Weite der Glasröhren, bei welcher ein gegebener Ton gute Staubwellen in ihnen erzeugen kann, rücken mit der Höhe dieses Tones immer näher aneinander, sodass es bei den höchsten Tönen zwischen c^9 und 90 000 Schwingungen schon schwer ist, Glasröhren von genau richtigem Durchmesser anzutreffen, was mir der hauptsächlichste Grund dafür zu sein scheint, dass die Staubfiguren dieser Töne, wie man aus Fig. 5 ersehen kann, alle immer nur in einem Theile der Röhrenlänge, statt von einem Ende bis zum anderen derselben gut ausgebildet sind.

Die Wanddicke der Glasröhren hat natürlich auf die Bildung der Staubfiguren in ihnen an und für sich gar keinen Einfluss, da jedoch bei diesen Experimenten der Rand der Röhre nie die Oberfläche der Gabelzinken überragen darf, um nicht die Bewegung des anstreichenden Bogens zu stören, so wird der Mittelpunkt der Röhrenöffnung um so weiter von dem Ende, und also gerade von dem am stärksten schwingenden Theile der Gabelzinke entfernt, als die Wanddicke der Röhre zunimmt, was dann bei den höchsten Tönen das Gelingen der Experimente oft schon ganz und gar verhindern kann, da bei diesen der blosse Durchmesser der Röhrenöffnung schon immer nur noch sehr wenig kleiner ist als die ganze Zinkenlänge

der Stimmgabeln. Man muss also für die höchsten Töne Röhren wählen, deren Wände immer so dünn als möglich sind.

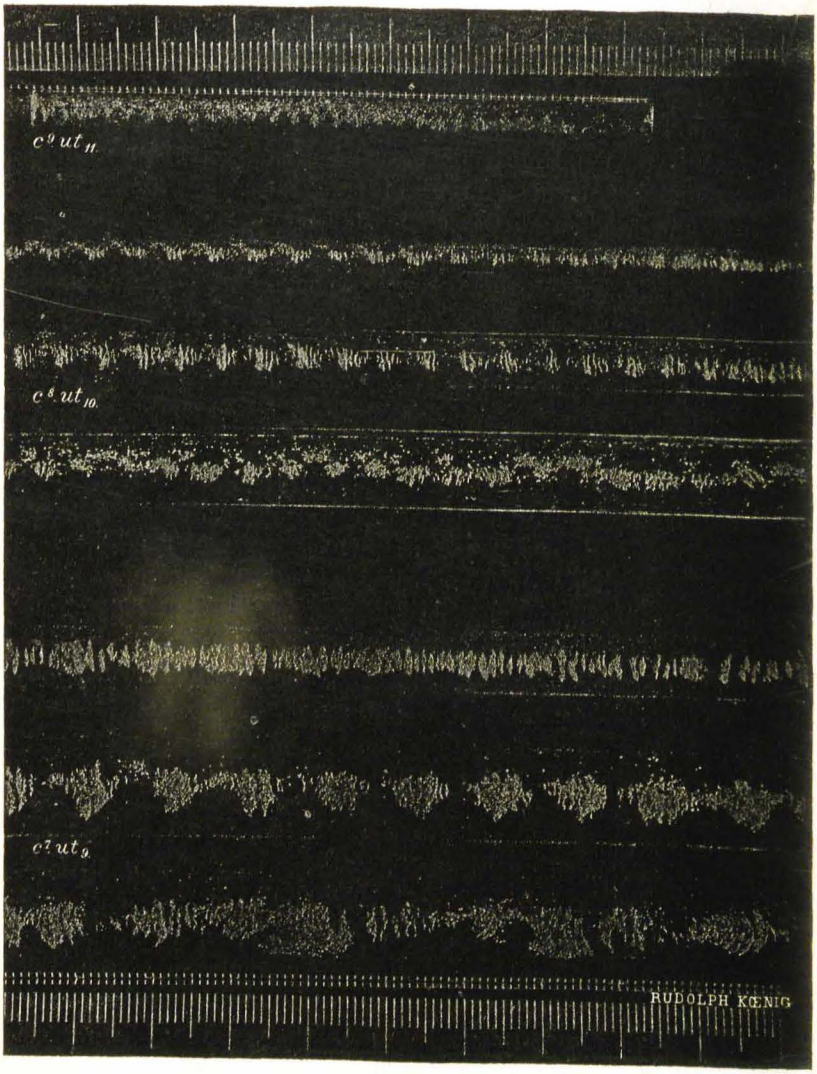

Fig. 6.

Das offene Ende der Glasröhre muss für diese Versuche immer senkrecht zu ihrer Längenaxe gut eben ge-

schliffen sein, um parallel und dicht vor die schwingende Zinkenfläche der Stimmgabel eingestellt werden zu können. Da die Röhre auf ihrem Gestelle natürlich immer eine durchaus horizontale Lage haben muss, weil sonst der Staub sich in ihrem tiefer liegenden Theile anhäufen würde, ist es nöthig, dass die Zinkenfläche immer genau senkrecht vor ihr eingestellt werden könne und zu diesem Zwecke ist die Schraubenpresse, in welcher der Stiel der Stimmgabel befestigt wird, auf ihrem eisernen Ständer drehbar, was gestattet, dieser jede

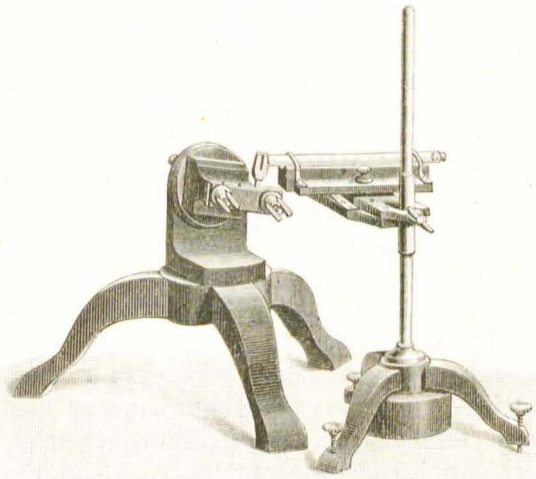

Fig. 7.

beliebige Neigung zu geben. Fig. 7 zeigt die ganze Zusammenstellung während eines Versuches.

Das gute Gelingen der Staubfiguren ist auch von dem angewendeten Staube nicht ganz unabhängig, und ich fand, dass sich Korkfeilicht am besten für diese Experimente eignete, besonders wenn man ihn für die verschieden hohen Töne mit verschiedener Körnergrösse wählte. Ich wendete fünf Sorten an, welche vermittelst einer Reihe von fünf Sieben hergestellt waren, deren Löcher von einem zum andern immer kleiner wurden, sodass sie auf einem Quadratcentimeter annähernd 277, 670, 1660, 3080 und 4444 Löcher enthielten,

oder genau nach den Angaben der Fabrik der Drahtnetze 45, 70, 110, 150 und 180 Maschen auf einem Zoll zu 27 mm. Ich verwendete die erste und zweite Sorte hauptsächlich für die Töne von c^5 bis c^7, und die beiden nächsten dann für die höheren Töne. Das letzte feinste Sieb mit 4444 Löchern hatte aber einen so feinen Staub ergeben, dass er ganz so wie Lycopodiumpulver wirkte, sich wie dieses mehlartig zusammenbackte und auch an den Wänden der Röhre zu fest anklebte, wenn man auch auf die Reinigung dieser vor der Einführung des Staubes in sie alle nöthige Sorgfalt verwendet hatte.

Wenn der Staub in der Röhre gleichmässig vertheilt ist und auf dem Boden derselben eine Linie bildet, so muss man die Röhre um ihre Axe drehen, um dieser Linie eine höhere Lage auf der Seitenwand zu geben, unter dem Einflusse des Tones bilden sich dann sehr oft noch die Wellenfiguren ganz vortrefflich, selbst in Fällen, in denen sich die am Boden befindliche Staublinie gar nicht mehr rühren will, und zeigt dann die bogenförmigen Zacken, in denen die Staubrippen wie Fransen herabzuhängen scheinen, eine Form, welche auch für die Bestimmung der Knotenstellen bei den tieferen Tönen vortheilhaft ist, bei denen sie oft recht scharfe Spitzen bildet, wie man besonders gut auf Fig. 2 sehen kann. Bei den ganz hohen Tönen habe ich häufig auch noch einen anderen kleinen, aber oft sehr erfolgreichen Kunstgriff angewendet. Wenn nämlich auch die hochgelegte Staublinie sich durchaus nicht mehr rühren wollte, gab ich einen kleinen Schlag gegen das Gestell, auf welchem die Röhre befestigt war, sodass der Staub der hochgelegten Linie niederfiel und auf dem Boden der Röhre eine neue Staublinie bildete, welche ich so schnell als möglich durch Drehung der Röhre wieder in eine hohe Lage brachte, um dann den Bogenstrich über die Gabel sogleich folgen zu lassen. In sehr vielen Fällen habe ich bei diesem Verfahren dann die Figur erhalten, wahrscheinlich wohl, weil der während des ersten Niederfallens gelockerte Staub noch nicht Zeit gehabt hatte, in der neu gebildeten Linie sich wieder zu fest zusammenzubacken, ehe die Wirkung des Tones erfolgte.

5. Prüfung einer mit Hülfe der Stosstöne gestimmten Stimmgabelreihe von c^5 bis f^7 vermittelst der Kundt'schen Staubfiguren.

Es ist nach den vorstehenden Erörterungen selbstverständlich, dass man vermittelst der Staubfiguren nun auch mit Leichtigkeit wird prüfen können, bis zu welcher Genauigkeit in der Stimmung der hohen Stimmgabeln ich es vermittelst der Anwendung der Stosstöne hatte bringen können, ich finde aber dass die Prüfung einer von mir gelieferten Stimmgabelreihe durch irgend einen anderen Gelehrten und ohne mein Zuthun, zweckentsprechender sein dürfte, als wenn ich meine eigenen Messungen an einer von mir selbst früher gestimmten Stimmgabelreihe nun mit dieser in ihrer Anwendung neuen Methode von Kundt geben möchte. Eine solche Arbeit ist aber, jetzt auch schon wirklich, und zwar von Hrn. Dr. Schwendt in Basel ausgeführt worden, der eine der einzigen sechs von mir mit Stosstönen gestimmten vollständigen Stimmgabelreihen von c^5 bis f^7 besitzt, welche ich überhaupt jemals geliefert habe.[1]) Nach einigen Mittheilungen darüber, wie ich meine Versuche mit den Kundt'schen Staubfiguren in Verbindung mit den hohen Stimmgabeln angestellt, war es auch ihm sehr bald gelungen, gute Staubfiguren mit den Tönen von c^5 bis f^7, seiner ganzen im Jahre 1897 von mir bezogenen Stimmgabelreihe zu erhalten und dann die nöthigen Messungen an denselben zu vollziehen. Da Hr. Dr. Schwendt die Resultate dieser Messungen nun schon selbst veröffentlicht hat[2]), so kann ich natürlich einfach auf seinen Aufsatz verweisen, aus welchen man ersehen wird, wie gering überall der Unterschied zwischen den erforderten und den von ihm gefundenen Werthen ist. Als ein Beispiel mag seine Bestimmung der Schwingungszahl seines höchsten Tones f^7 dienen, für welche er statt 43690,6 *v s*, 31 *v s* mehr gefunden. Nun sind seine Messungen aber bei 15° ausgeführt, während die Gabel in Ueber-

1) Von den anderen fünf Stimmgabelreihen sind zwei in Amerika, eine ist in England, eine in Frankreich und eine in Russland.

2) A. Schwendt, Archiv für die ges. Physiol. **75**. p. 346. 1899. Experimentelle Bestimmung der Wellenlänge und Schwingungszahl höchster hörbarer Töne, mit Benutzung von Hrn. Rudolph Koenig brieflich mitgetheilter praktischer Anleitungen, ausgeführt von A. Schwendt.

einstimmung mit der Normalgabel $c' = 512\ vs$ bei 20^0 construirt war. Da der Einfluss der Wärme auf Stimmgabeln aus Stahl für $1^0 = \pm 0{,}0001117\ vs$ ist[1]), so muss also eine Gabel f^7 von $43690{,}6\ vs$ bei 20^0, bei der Temperatur von 15^0 $43690{,}6 \,.\, 0{,}0001117 \,.\, 15 = 24{,}4\ vs$ mehr machen, wodurch der schon an und für sich so kleine Unterschied von $31\ vs$ zu einem von $6{,}6\ vs$ verringert wird, und dann die durch beide verschiedene Methoden erhaltenen Werthe so gut wie vollständig übereinstimmen.

Paris, Juni 1899.

(Schluss im nächsten Heft.)

1) R. Koenig, Wied. Ann. **9.** p. 408. 1880; Quelques Exp. p. 185.

(Eingegangen 7. Juli 1899.)

1899. ANNALEN № 12.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND 69.

1. *Ueber die höchsten hörbaren und unhörbaren Töne von $c^5 = 4096$ Schwingungen ($ut_7 = 8192$ v s), bis über f^9 (fa_{11}), zu 90000 Schwingungen (180000 v s), nebst Bemerkungen über die Stosstöne ihrer Intervalle, und die durch sie erzeugten Kundt'schen Staubfiguren;*

von Rudolph Koenig.

(Schluss von p. 660.)

II. Ueber die höchsten Töne, welche man ohne directes Stimmen mit den verschiedenen tönenden Körpern nach der Berechnung ihrer Dimensionen und auch durch mechanisch erzeugte Impulse herstellen kann.

Für die Herstellung von Tönen mit bestimmten Schwingungszahlen vermittelst des directen Stimmens sind die Stimmgabeln unbedingt die zweckmässigsten und bequemsten von allen Tonwerkzeugen, da man ihre Töne mit gleicher Leichtigkeit erhöhen, wie auch vertiefen kann, will man jedoch mit geringerer Mühe und Arbeit ohne directes Stimmen für praktische Zwecke noch hinreichend genaue Tonreihen herstellen, indem man nur den Ton eines einzigen Körpers direct stimmt und darauf nach seinen Dimensionen die Dimensionen gleichartiger Körper für alle andere Töne berechnet und in einem akustisch durchaus gleichen Material ausführt, so sind Stimmgabeln in diesem Falle wegen ihrer zu complicirten Form natürlich nicht anwendbar und man muss vielmehr Körper von möglichst einfacher Form benutzen, wie transversal und longitudinal schwingende Stäbe, Platten, Luftsäulen etc. Im Folgenden sollen nun die Eigenschaften jeder dieser Körperklassen untersucht werden, welche sie mehr oder weniger geeignet macht, die erforderten Bedingungen erfüllen zu können.

1. Transversal schwingende Stäbe.

Transversal schwingende Stäbe haben vor allen anderen Körpern den Vorzug voraus, dass sich bei ihnen der schädliche Einfluss der Befestigung so gut wie ganz vermeiden lässt, denn da sie bei der Erzeugung ihres tiefsten Tones mit zwei Knoten schwingen, so kann man sie an diesen beiden Stellen vollständiger Ruhe an Fäden oder dünnen Drähten aufhängen, ohne dadurch die Freiheit ihrer Schwingungen zu beeinträchtigen, weshalb ich auch ganz natürlich sie gewählt hatte, als ich im Jahre 1866 eine Reihe sehr hoher Töne ohne directes Stimmen herzustellen unternommen. Diese befand sich denn 1867 unter meinen Apparaten auf der Weltausstellung in Paris und ist seitdem allgemein bekannt geworden.[1]) Solche cylindrische Stäbe lassen beim Anschlagen immer Stösse hören, und ich habe in meiner Abhandlung „Ueber die Stösse und Stosstöne zweier in demselben Körper erregter Schwingungsbewegungen“[2]) beschrieben, wie sich mit Stäben von quadratischem oder rechtwinkeligem Querschnitt zwischen zwei rechtwinkelig zu einander erzeugten Schwingungsbewegungen ein Unisono ohne Stösse ebenfalls nicht erreichen lässt, was auch der Theorie vollständig entspricht, welche Lord Rayleigh und besonders seitdem Max Wien[3]) von diesen und ähnlichen Erscheinungen gegeben haben. Ausserdem entstehen aber gewöhnlich auch noch in cylindrischen Stäben direct zwei etwas voneinander verschiedene Töne zugleich, wegen der Ungleichheit ihrer beiden Elasticitätsaxen und der nicht absolut gleichen Länge der Diameter ihres Querschnittes in den verschiedenen Richtungen. Es sind also meistens mehrfache Ursachen, welche die Stösse beim Anschlagen der Stahlcylinder hervorrufen, weshalb es kaum möglich sein dürfte, experimentell ein allgemeines Verhältniss zwischen ihrer Frequenz und den absoluten Schwingungszahlen der Cylinder aufzufinden. Bei drei Cylindern beispielsweise, welche aus der gleichen Stahlstange geschnitten, die Längen von 771,5 mm, von 298,5 mm und von 146,5 mm hatten, waren die beobachteten Stösse der Grundtöne entsprechend 0,60; 0,67 und 3,00 in der Secunde,

1) R. Koenig, Cat. Nr. 51. 1889.
2) R. Koenig, Wied. Ann. **34.** p. 400. 1889.
3) M. Wien, l. c. **61.** p. 151. 1897.

worin sich offenbar keine Gesetzmässigkeit erkennen lässt. In jedem Falle können diese Stösse aber immer nur einen ganz geringen Einfluss auf die Bestimmung der Tonhöhe des Stabes ausüben, denn selbst wenn ihre Anzahl für den Grundton $c^5 = 4096$ Schwingungen bis zu 8 oder 10 in der Secunde steigen sollte, so möchte man doch noch immer den einen wie den andern der beiden sie hervorrufenden Töne für den Ton des Cylinders annehmen können, ohne dabei einen grossen Fehler zu begehen.

Die Längen der aus ein und derselben Stahlstange für bestimmte Töne geschnittenen Cylinder müssen zu einander im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln aus den Schwingungszahlen dieser Töne stehen, um die Genauigkeit, welche man von der Anwendung dieses Gesetzes im allgemeinen zu erwarten berechtigt ist, zu prüfen, bestimmte ich die Schwingungszahlen einiger solcher nach demselben hergestellter Cylinder direct, und fand, dass bei ihnen nach der Höhe zu die Schwingungszahlen, wenn auch nur in sehr geringem Maasse, so doch immer mehr und mehr hinter den geforderten Werthen zurückblieben. So hätte nach einem Stahlcylinder von 771,5 mm Länge mit dem mittleren Grundton von 310 *v s* berechnet, ein Stahlcylinder für $c^3 = 2048$ *v s* die Länge von 300,16 mm haben sollen, er musste jedoch bis zu 298,5 mm verkürzt werden, um c^3 wirklich zu erreichen, und ebenso war es nöthig, die berechnete Länge eines Cylinders von 150,08 mm für $c^5 = 8192$ *v s* um 3,6 mm zu verkürzen, um mit ihm genau c^6 zu erhalten. Man kann die gleiche Beobachtung auch noch an den Tönen der Stahlstäbe von c^5 bis a^5 weiter verfolgen, da bei schnell aufeinander folgendem Anschlagen ihre Intervalle noch sehr gut die Stosstöne hören lassen und also vermittelst dieser auch noch direct gestimmt werden können. Die nach der Länge des für den Grundton c^5 direct gestimmten Cylinders berechneten Längen einer Reihe solcher Cylinder, und ihre beim directen Stimmen erhaltenen Längen, wie auch die allmählich nach der Höhe hin wachsenden Unterschiede zwischen beiden, lasse ich hier folgen:

	c^5	d^5	e^5	f^5	g^5	a^5
Berechnete Längen	146,5 mm	138,1	131,0	126,9	119,6	113,5 mm
Gefundene Längen		137,7	130,3	125,8	118,3	112,1
Nöthige Verkürzungen der berechn. Längen		0,4	0,7	1,1	1,3	1,4 mm

Der höchste Cylinder a^5, dessen beim directen Stimmen gefundene Länge um 1,4 mm kürzer ist, als seine berechnete, würde folglich bei seiner berechneten Länge 13318 *v s* statt der erforderten 13653 *v s* gemacht haben und somit um ungefähr einen Viertelton zu tief gewesen sein. Würde die Vertiefung der Cylindertöne nach der Höhe zu immer in gleicher Weise fortschreiten, so möchte sie dabei für die Töne zwischen c^7 und g^7 dann ungefähr drei Viertel eines Tones betragen, und dieses scheint wirklich der Fall zu sein, da bei einer directen Bestimmung der Schwingungszahl des Cylinders e^7 aus einer meiner Reihen, vermittelst der Staubfiguren, Schwendt den Ton desselben näher d^7 als e^7 gefunden hat, was er glaubte der Verstimmung dieses Cylinders zuschreiben zu dürfen, in der That aber offenbar in der beschriebenen experimentell festgestellten Abweichung der wirklichen Schwingungszahlen von den durch Berechnung nach der Formel $L : L' = \sqrt{N'} : \sqrt{N}$ gefundenen, seinen Grund haben muss, denn ich wüsste wirklich nicht, wodurch eine derartige Verstimmung bei einem solchen Stahlcylinder hätte bewirkt werden können. Da ich bei den bis jetzt von mir construirten Cylinderreihen die tiefsten Töne bis in die Mitte der Octave von c^5 bis c^6 immer vermittelst der Stosstöne corrigirt und dann erst über diese Grenze hinaus das Längengesetz ohne Correctur angewendet, so dürfte die regelmässig fortschreitende Vertiefung bei allen bis zu den Tönen zwischen c^7 und g^7 gewöhnlich nur einen halben Ton erreichen, und auch dieser Fehler wird sich nun in der Folge noch zum grössten Theile durch eine kleine Correctur der berechneten Längen der Cylinder, nach den experimentell gefundenen Forderungen, vermindern lassen.

Was die Hörbarkeit der Töne dieser Stahlcylinder anlangt, deren ganze Reihe von c^5 bis c^8 reicht, so ist sie fast eben so gut wie die der Stimmgabeln, sodass man mit ihnen bei Untersuchungen über die Hörgrenze bei verschiedenen Personen auch gewöhnlich die gleichen Resultate wie mit den letzteren erhält. Die Cylinder von c^5 bis c^7 können dabei auf ihrem Untersatze aufgehängt bleiben und da angeschlagen werden, wie Fig. 8 zeigt; die von d^7 bis e^8 müssen jedoch, an ihren beiden Fäden hängend, dicht vor dem Ohre gehalten werden, während man sie mit dem Hammer in ihrer Mitte

anschlägt. — Der Einwurf aber, welchen man gegen die Brauchbarkeit dieser Stahlcylinder für die Bestimmung der Hörgrenze mitunter hat machen wollen, dass man bei den nicht gehörten Tönen der kleinsten Cylinder gar nicht mehr

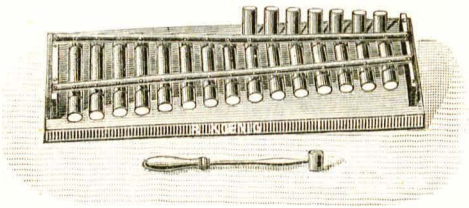

Fig. 8.

wissen könne, ob diese überhaupt noch vibriren, ist bekanntlich schon lange dadurch beseitigt worden, dass Ed. Hagenbach-Bischoff gezeigt hat, dass sich die Existenz ihrer unhörbaren Töne vermittelst der sensitiven Flammen sichtbar nachweisen lässt.[1])

2. Longitudinal schwingende Stäbe.

Die longitudinal schwingenden Stäbe werden schon in der Octave von c^5 bis c^6 zu kurz, um noch durch Anstreichen in ihrer Längenrichtung, sei es an einem Ende für den Grundton, sei es in ihrer Mitte für die Octave, bequem zum Tönen gebracht werden zu können, wo dann also nur übrig bleibt, sie durch Anschlagen einer ihrer Endflächen in der Richtung der Axe zu erregen. Hier ist es dann schon sehr schwer, die Stäbe in ihrer Mitte stark genug zu befestigen, um sie kräftig mit einem Stahlhammer anschlagen zu können, und ohne dabei ihre Tonhöhe beträchtlich zu verändern und auch ihre Schwingungsdauer in sehr hohem Grade zu beeinträchtigen, nur wenn man sie in ihrer Mitte blos zwischen zwei Fingerspitzen hält, vibriren sie noch gut. Immer stellt sich bei ihnen aber der Uebelstand ein, dass beim Anschlagen zugleich mit dem Longitudinaltone auch ihr zweiter Transversalton mit drei Knoten entsteht, und zwar gewöhnlich mit einer solch grossen Intensität, dass er die Beobachtung des ersteren bei den tieferen Tönen schon sehr stark beeinträchtigt, bei den höheren aber in vielen Fällen sogar geradezu unmöglich macht, weil er

1) J. Violle, Cours de Physique 2. p. 26.

nämlich dann schon selbst so hoch geworden ist, dass man nicht mehr wissen kann, mit welchem der beiden Töne man es eigentlich zu thun hat, wie sich aus folgendem Beispiele ersehen lässt. Ein Stab von 316 mm Länge und 20 mm Durchmesser giebt den Longitudinalton c^6, und den zweiten Transversalton zwischen d^4 und e^4, um die Hälfte verkürzt sollte er also den Longitudinalton c^7 und den Transversalton mit drei Knoten zwischen d^6 und e^6 hören lassen, schlägt man aber diesen Stab von 158 mm Länge und 20 mm Durchmesser an einer seiner Endflächen in seiner Längenrichtung an, so hört man zwar einen tieferen, schnell verschwindenden Ton, und auch einen hohen starken, der für seine Höhe recht lange fortklingt, und hat auch durchaus den Eindruck, nun einen Transversalton des Stabes und seinen hohen Longitudinalton zu vernehmen; untersucht man jedoch die Sache näher, so findet man, dass der tiefere Ton, der tiefste Transversalton mit zwei Knoten des Stabes ist, der so schnell verschwindet, weil der Stab in der Mitte, also gerade in seinem Schwingungsbauche, mit den Fingern gehalten wird, der hohe vermeintliche Longitudinalton aber dem Transversalton mit drei Knoten entspricht, wovon man sich sofort dadurch überzeugen kann, dass man mit dem Stahlhammer den Stab transversal an einer Reihe dicht aufeinander folgender Punkte in seiner ganzen Länge anschlägt, wo man dann diesen Ton an seinen drei Knotenstellen vollständig verschwinden hört, während er an allen anderen immer stark, und an seinen beiden Enden und in der Mitte zwischen zweien seiner Knoten mit grösster Intensität hervorgerufen wird. Statt der beiden erwarteten Töne c^7 und dem Tone zwischen d^6 und e^6 hört man also den Transversalgrundton, welcher etwas höher als a^4 ist, und den Ton zwischen d^6 und e^6, aber Nichts von dem Longitudinalton c^7, da dieser wahrscheinlich von dem starken Transversaltone mit drei Knoten vollständig übertönt wird. Es ist also schon in dieser Gegend der Tonhöhen nichts Brauchbares mehr von den Longitudinaltönen zu erwarten, obgleich hier der Abstand des Transversaltones von dem Longitudinaltone doch noch immer etwa eine Septime beträgt, wollte man aber gar den Cylinder noch weiter verkürzen, um schliesslich seinen Longitudinalton c^8 zu erreichen, so würde der Transversalton sich nicht nur

bald seinem Longitudinaltone bis zum Unisono genähert haben, sondern sogar auch, wenn der Longitudinalton c^8 geworden wäre, über ihn schon um eine kleine Terz hinausgegangen sein. —

Soweit sich aber der Longitudinalton mit Sicherheit ohne Verwechselung beobachten lässt, also etwa bis in die Mitte der Octave von c^6 bis c^7, zeichnet er sich vor den Tönen gleicher Höhe der transversal schwingenden Stäbe und auch der Stimmgabeln durch eine beträchtlich längere Dauer aus, und man erhält auch bei der Anwendung des Gesetzes, nach welchem die Längen der longitudinal schwingenden Stäbe im umgekehrten Verhältnisse ihrer Schwingungszahlen zu einander stehen, was die Richtigkeit der Tonhöhe anlangt, mit den berechneten Längen der Stäbe sehr gute Resultate, denn beispielsweise liessen drei Stäbe, deren Längen nach der Länge eines für c^4 gestimmten Stabes von 1250 mm Länge, für die Töne e^4, g^4, c^5 berechnet waren, e^4+2, g^4+4 und c^5+8 *v d* hören, sodass sie also nur in sehr geringem Grade nach der Höhe zu höher als die absolut richtigen Schwingungszahlen wurden. Beiläufig sei denn auch noch bemerkt, dass bei den ersten vier harmonischen Longitudinaltönen einer Stahlstange von 3,086 m Länge, welche 836 Schwingungen machte, sich gar keine Abweichung von den erforderten Schwingungszahlen nachweisen liess. —

3. Platten.

Um die Leistungsfähigkeit der Platten prüfen zu können, hatte ich eine Reihe von Quadratscheiben construirt, und die alle aus demselben etwa 1 mm dicken Messingbleche geschnitten waren, und deren tiefste bei der Figur des Diagonalenkreuzes direct auf c^1 gestimmt, etwa 112 mm Seitenlänge hatte und die dann für die Berechnung der Seitenlängen aller anderen als Grundlage gedient hatte.

Es ist sehr schwer, bei solch kleinen dünnen Platten die Tonhöhe mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, denn erstens verändert sich dieselbe schon unter sonst gleichen Umständen beträchtlich mit der Amplitude der Schwingungen, sodass z. B. bei der Platte c^2 der Ton von ihrer grössten Schwingungsweite bis zur geringsten beim vollständigen Verklingen sich etwa um 8 bis 10 Schwingungen, bei der Platte c^3 um 4—5

vertiefte, und ferner treten bei ihnen auch noch ganz ebenso wie bei den transversal schwingenden Stäben, und aus denselben Gründen oft Stösse auf. Der grösste Uebelstand aber, auf welchen man stösst, wenn man mit Platten feste Töne herzustellen versucht, ist die bei ihnen sehr grosse Abhängigkeit ihrer Tonhöhe von der Art ihrer Befestigung. Um diese klar darzustellen, benutzte ich eine Platte c^3, welche bequem in einer Zwinge zwischen drei Paaren kleiner runder Scheiben von 6, von 8 und von 10 mm Durchmesser festgeschraubt werden konnte. Diese Scheiben hatten alle eine durchaus gleiche Dicke, sodass bei gleicher Einstellung der pressenden Schraube die Platte zwischen ihnen sich immer unter demselben Drucke befand. Die Scheiben, wie die Platten waren in ihrer Mitte mit einem Löchelchen durchbohrt, durch welches ein auf der Unterlage befestigtes Stahlstäbchen von der Dicke einer etwas starken Nähnadel gerade hindurchgesteckt werden konnte, wodurch die richtige Lage der Scheiben und der Platte zu einander und zu der Mitte der pressenden Schraube immer gesichert war. Absolut genaue Tonbestimmungen konnten natürlich aus den schon angegebenen Gründen nicht erhalten werden, dann aber auch, weil in den meisten untersuchten Fällen der Ton der Platten nur während der Wirkung des Bogens dauerte und nicht frei nachtönte, und es immer äusserst schwer ist, während der Wirkung des Bogens einen Ton mit so durchaus isochronen Schwingungen ohne plötzliche Phasensprünge zu erhalten, dass er mit einer frei schwingenden Stimmgabel regelmässige Stösse bilden kann, doch waren die Mittelwerthe, welche ich erhielt, folgende. Die Platte auf die Spitze des Mittelfingers gelegt, mit der Spitze des Daumens gehalten, und nach dem Anstreichen durch Aufheben des Daumens in ihren grösstmöglich freien Schwingungszustand versetzt, machte 1028 Schwingungen; wurde sie dann der Reihe nach zwischen den Platten von 6, von 8 und 10 mm Durchmesser mit möglichst schwachem, aber immer gleichem Drucke eingeschoben, so waren ihre Schwingungszahlen entsprechend 1030, 1060 und 1096, und bei einem mittleren und dann stärksten Drucke wuchsen sie von 1030 bis zu 1040, von 1060 bis zu 1080 und von 1096 bis zu 1144, oder vom schwächsten bis zum stärksten Drucke um 10, um 20 und

um 48 Schwingungen, sodass demnach der Unterschied zwischen den Tönen der möglichst frei schwingenden, und der unter stärkstem Drucke zwischen zwei Scheiben von etwa einem Sechstel ihrer Seitenlänge im Durchmesser vibrirenden Platte fast einen ganzen Ton betrug.

Bei möglichst freischwingenden und auch nachklingenden Platten bestätigt sich aber allerdings das Gesetz, nach welchem ihre Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Oberflächen, oder der Quadrate ihrer Seitenlängen zu einander stehen, sehr wohl, denn von zwei Platten nach demselben für c^2 und c^4 construirt, schwankte der Ton der ersteren zwischen ungefähr 512 und 504, und der letzteren zwischen 2045 und 2046 Schwingungen bei den verschiedenen Amplituden, es ist aber eben nicht möglich, sehr kleine Platten mit sehr hohen Tönen gut in Schwingungen zu versetzen, ohne sie stark zu befestigen, und auch wenn dieses möglich wäre, würden sich Platten doch noch immer nicht zur Herstellung von Reihen fester Töne eignen, welche zur Bestimmung der Hörgrenze dienen sollen, wegen der Schwäche ihrer Töne, die für Ohren, welche sonst noch c^7 und d^7 gut hören können, schon in dem untersten Theile der Octave von c^6 bis c^7 unvernehmbar werden.

Sehr gut eignen sich dagegen kleine Platten dazu, um überhaupt die Existenz vollständig unhörbarer Töne bequem zur Darstellung zu bringen, denn man erhält ohne Schwierigkeit beim einfachen Anstreichen mit dem Bogen das Kreuz der Diagonalen noch auf Quadratscheiben, deren Seitenlänge nicht mehr als 9,9 mm beträgt, und deren Ton c^8 wohl für alle Ohren schon vollständig unhörbar sein dürfte. Ich habe dieses Diagonalkreuz sogar noch auf einer Quadratscheibe von 8,85 mm Seitenlänge erhalten, deren Ton also e^8 sein musste, was aber schon etwas schwieriger war. Man hat übrigens für dieses Experiment gar keine besondere Platte nöthig, sondern kann dazu irgend ein kleines Geldstück trotz seiner geprägten Oberfläche verwenden, denn Silbermünzen von 10 und 4 Sous, 4 Pfennigen und 3 Pence gaben mir ganz gleich gute Resultate. Die kleine Münze wurde dabei zwischen den zwei sich gegenüberstehenden abgeplatteten Spitzen zweier Schrauben in einer kleinen Zwinge eingeklemmt, welche selbst in einem Schraubstock befestigt war, und ausserdem auch noch, um ihre Drehung

um ihren Befestigungspunkt während des Anstreichens zu verhindern, ein Punkt auf ihrer Oberfläche nahe am Rande mit einer Stahlspitze festgelegt. —

Bei dieser Gelegenheit möchte ich noch eine Beobachtung, welche ich an kleinen Platten gemacht, obgleich sie eigentlich nichts mit den höchsten Tönen zu thun hat, hier mittheilen, da sie, wie ich glaube, noch nie beschrieben worden ist. Man kann nämlich auf kleinen Platten ausser den bei grösseren für ihre tiefsten Töne bekannten Chladni'schen Figuren, die bei Kreisscheiben aus zwei sich rechtwinklig schneidenden Diametern, und auf Quadratscheiben in einem Kreuze zweier durch ihren Mittelpunkt parallel zu ihren beiden Seiten laufenden Linien bestehen, auch noch Schwingungsformen mit nur einer einzigen geraden Linie erhalten, welche auf der Kreis-



Fig. 9.

scheibe die Lage irgend eines ihrer Durchmesser haben kann, auf der Quadratscheibe eine Diagonale, oder eine ebenfalls durch ihren Mittelpunkt gehende Parallellinie zu einer Seite bildet. So erhält man auf einer Quadratscheibe von 19,8 mm Seitenlänge, welche für das Diagonalenkreuz auf den Ton $c^6 (ut_8)$ zugeschnitten war, wenn sie mit dem Kreuz der zu ihren Seiten parallelen Linien schwingt, natürlich $f^5 (fa_7)$, dann aber auch noch bei der Bildung nur einer Diagonale $f^4 (fa_6)$ und bei nur einer Parallellinie zu einer Seite $fis^4 (fa\sharp_6)$ (Fig. 9). In diesen beiden letzten Fällen schwingen die beiden gleichen Hälften der Platte, in welche sie durch die gerade Linie getheilt wird, mit gleichen Zeichen, wie die beiden Zinken einer schwingenden Stimmgabel sich gleichzeitig einander nähern und von einander entfernen, und wie es auch ein kleiner schmaler Stab von der Dicke der Platte und der Länge ihrer Seite thut, der in seiner Mitte in gleicher Weise wie die Platte festgeschraubt ist und an einem seiner Enden angestrichen wird, der dann auch nur eine durch seinen Mittelpunkt gehende Querlinie zeigt und auch den gleichen Ton wie die Platte mit nur einer

Querlinie giebt. Die Platte bildet also bei der Theilung durch nur eine gerade Linie gleichsam eine Stimmgabel mit Zinken, deren innere Flächen in derselben Ebene liegen, und deren Stiel durch die Klemmschrauben gebildet wird.

Mit zunehmender Grösse der Platte wird es immer schwerer, die Figuren mit einer einzigen Linie zu erhalten, und nimmt auch die Schärfe derselben mehr und mehr ab, sodass schon auf einer Quadratscheibe von 80 mm Seitenlänge sie sich nur noch sehr unvollkommen bilden.

4. Orgelpfeifen.

Nach Cavaillé Coll soll die Länge der offenen rechteckigen Orgelpfeifen gleich der halben theoretischen Wellenlänge ihres Tones weniger ihrer doppelten Tiefe sein, und die der gedeckten Pfeifen gleich der theoretischen Viertelwelle, ebenfalls weniger ihrer doppelten Tiefe. Dieses, obgleich nur durch die Erfahrung gefundene und vollständig empirische Gesetz bestätigt sich in der Praxis dennoch ganz vortrefflich, wie man sich davon z. B. durch eine Reihe von neun Orgelpfeifen überzeugen kann, welche nach diesem Gesetze construirt sind, und von denen fünf bei gleicher Tiefe verschiedene Längen haben und die Töne c', d', e', f', g' geben, vier aber gleich lang und verschieden tief, d', e', f', g', hören lassen.[1]) Die gute Uebereinstimmung dieses Gesetzes mit den Beobachtungen lässt sich ebenso auch noch bis zu c^5 direct ohne jede Schwierigkeit nachweisen, und es ist daher kein Grund vorhanden, weshalb es nicht auch noch für höhere Töne sollte gelten können. Ich construirte also im Jahre 1876 für die Ausstellung in Philadelphia nach diesem Gesetze und unter der Annahme einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles von 340 m, eine Reihe von 19 offenen Orgelpfeifen für die Töne der diatonischen Tonleiter von c^5 bis g^7, deren tiefste eine Länge von 33,5 bei 4 mm Tiefe hatte, deren höchste g^7, aber 5 mm lang und 0,9 mm tief war. Diese Pfeifen, welche ich noch besitze, tönen am besten, wenn sie von c^5 bis e^6 unter einem Wasserdrucke von 80 mm angeblasen werden, von e^6 bis a^6 unter einem von 100 mm und

1) Cat. Nr. 97. 1889.

von a^6 bis g^7 unter einem von 120 mm. Ihre Töne sind in sehr hohem Grade von der Stärke des Anblasens abhängig, sodass z. B. der Ton der Pfeife c^5 beim Anblasen unter fortschreitendem Wasserdrucke von 35 bis zu 120 mm um ungefähr 150 Schwingungen, also etwa um einen halben Ton stieg. Infolge dessen reichen schon sehr geringe Druckveränderungen während des Anblasens hin, die Töne dieser Pfeifen beständig höher und tiefer werden zu lassen, wie das in auffälliger Weise sich durch die grossen Schwankungen der Tonhöhe der Stosstöne zu erkennen giebt, welche sich bei den Intervallen der Pfeifen von c^5 bis a^5 gut beobachten lassen.

Wollte man nun die Richtigkeit des betreffenden Gesetzes auch noch für die höchsten Töne prüfen, so könnte man dieses natürlich thun, indem man die Tonhöhe aller dieser Pfeifen vermittelst der schon einmal erwähnten Methode von Lord Rayleigh mit der sensitiven Flamme oder vermittelst der Staubfiguren bestimmte, eine solche specielle Untersuchung lag jedoch nicht im Plane dieser Arbeit, und so begnügte ich mich damit, nur die Töne der Pfeifen von c^5 bis a^5 noch vermittelst der Stosstöne zu bestimmen, welche jede dieser Pfeifen, unter möglichst gut regulirtem constanten Drucke angeblasen, mit Stimmgabeln von genau bekannter Tonhöhe hören liess, und ich fand dabei, dass nach den erhaltenen Mittelwerthen sämmtliche Pfeifen von c^5 bis a^5 etwas zu hoch waren, ungefähr im Verhältniss von 25 : 26, und dass diese Erhöhung constant zu sein schien und kein regelmässiges Steigen oder Abnehmen nach der Höhe zu erkennen liess.

Man kann, denke ich, hiernach wohl annehmen, dass in keinem Falle die noch höheren Pfeifen plötzlich eine grosse Vertiefung erfahren sollten, besonders da ihre Dimensionen noch alle für Orgelpfeifen gut passende Verhältnisse haben, indem selbst bei g^7 sich die Tiefe zur Länge noch wie 1 : 5,5 verhält, und dass folglich auch noch die für c^7 bis g^7 construirten Pfeifen wirklich noch ziemlich genau diese Töne geben dürften, dann aber würden sie die wichtige Thatsache sehr klar beweisen, dass die Hörbarkeit der höchsten Töne nicht allein von ihrer Schwingungszahl und Intensität, sondern auch noch beträchtlich von ihrer Dauer abhängt, denn Personen, die sonst nur c^7 und d^7 noch gut hören, vernehmen

die Pfeifentöne noch bis g^7, wenn auch nicht immer gleich im Augenblicke, in welchem die Pfeife anspricht, aber nachdem ihr Ton schon einige Zeit auf das Ohr gewirkt hat.

5. Saiten und Membranen.

Die durch Spannung elastischen Körper, die Saiten und Membranen, sind für die Erzeugung der höchsten Töne durchaus unbrauchbar. Eine Claviersaite, welche auf einem Monocord bei einer Länge von 1 m c (ut_2) giebt, müsste für die Töne c^5, c^6, c^7 entsprechend schon bis zu 31,2, 15,6 und 7,8 mm verkürzt werden, also bis zu Längen, bei denen die Stahlsaite schon durchaus nicht mehr die nöthige Geschmeidigkeit besitzt, um auf sie noch die allgemeinen Schwingungsgesetze der Saiten anwenden zu können, da selbst ein 200 bis 250 mm langes Stück derselben, an einem seiner Enden in horizontaler Lage befestigt, in dieser noch durch eigene Steifheit bis zu seinem anderen Ende verbleiben kann. Die Membranen sind aber ganz unfähig, sehr hohe Töne hervorzubringen, wenn sie auch durch solche noch in Mitschwingungen versetzt werden können, wie der auf runde Membranen von Goldschlägerhaut aufgestreute Sand zeigt, indem er in Bewegung geräth und sich in Linien zu lagern sucht, wenn die Membranen in einiger Entfernung über hohen Pfeifen gehalten werden. Eine Membrane von 20 mm Durchmesser zeigte in dieser Weise ihr Mitschwingen bis e^7 (mi_9) an, und eine von 15 mm bis g^7 (sol_9). Dass es in diesem Falle aber wirklich die Töne waren, welche die Bewegung des Sandes verursachten, und nicht etwa der aus dem offenen Ende der Pfeife austretende Luftstrom, davon konnte man sich dadurch zweifellos überzeugen, dass beim directen Anblasen mit continuirlichem Luftstrome die Membranen in vollständiger Ruhe blieben.

6. Mechanisch erzeugte Impulse.

Um Töne vermittelst mechanisch erzeugter Impulse hervorzubringen, hat man Zahnräder und Sirenen angewendet, von welchen letztere mir durchaus den Vorzug zu verdienen scheinen. Die Sirenenscheibe, welche ich für die höchsten Töne construire[1]) hat einen Durchmesser von 1 m bei einer

1) Cat. Nr. 52. 1889.

Dicke von 1,5 mm und trägt zehn Kreise von 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 640, 768 und 1024 Löchern, sodass die Töne, welche sich mit ihr bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit erzeugen lassen, einen Umfang von sieben Octaven haben, wodurch es leicht wird, selbst bei Anwendung eines Rotationsapparates ohne directes Zählerwerk, in allen Fällen die Schwingungszahlen ihrer höchsten Töne durch die immer leicht zu schätzende Tonhöhe ihrer tieferen zu bestimmen. Die absolute Höhe der Töne dieser Scheibe kann natürlich soweit getrieben werden, als die Leistungen des Rotationsapparates, über den man verfügen kann, gestatten, die Intensität und Hörbarkeit derselben hängt aber in hohem Grade von der Stärke des anblasenden Windes ab, und ich glaube, dass man dieses oft beim Experimentiren ausser Acht gelassen hat, indem man annahm, dass beim Anblasen mit jeder Windstärke immer nothwendig ein der angeblasenen Löcherzahl entsprechender Ton entstehen müsse. Die Tonbildung beruht aber bei der Sirene darauf, dass der anblasende Wind durch die an der Windröhre vorbeigehenden Löcher durchfahren und somit auf der freien Seite der Scheibe Explosionen bewirken könne. Wenn man nun aber z. B., um c^8 zu erhalten, eine Reihe von 32768 Löchern mit Zwischenräumen, welche ihrem Diameter gleich sind, in einer Secunde anblasen will, so würde der Wind an der Stelle, wo er in die Oeffnungen eindringt, schon die Schnelligkeit von 32768 . 1,5 mm = 49 m, 1520 in der Secunde, haben müssen, um nur überhaupt in sie bis zur anderen freien Seite der Sirenenscheibe einzudringen, und folglich eine noch viel grössere, um auf dieser Seite noch heraustreten zu können, um Tonimpulse zu erzeugen.

Es ist sehr schwer, Scheiben von dem angegebenen grossen Durchmesser und verhältnissmässig geringer Dicke so eben herzustellen, dass ihre Ränder bei der Drehung ohne jede oscillirende Bewegung bleiben sollten, doch verschwindet diese bei einer grossen Rotationsgeschwindigkeit fast ganz, indem bei ihr die Scheibe durch die Centrifugalkraft zu einer wirklich ganz ebenen Fläche gemacht wird. Wenn der Rotationsapparat es gestattet, kann man die Sirenenscheibe auch auf demselben zwischen zwei starken, ganz ebenen Holzscheiben von 0,50 m Durchmesser einspannen, über die dann

nur der 250 mm breite Rand mit den zehn Löcherreihen hervorragt, wodurch dann auch schon bei langsamer Rotationsbewegung die Oscillationen der Ränder fast ganz beseitigt werden.

Die Resultate der im Vorhergehenden mitgetheilten Untersuchungen sind also der Hauptsache nach die folgenden:

I.

1. Man kann vermittelst der Stosstöne Stimmgabeln mit grosser Genauigkeit für Töne von c^5 bis fis^7 stimmen, wenn diese Stimmgabeln stark genug sind und eine gute Schwingungsfähigkeit haben.

Die Stosstöne kann man mit Stimmgabeln von c^5 bis a^5 noch gut durch Anschlagen erzeugen, über a^5 hinaus muss man aber die beiden Gabeln immer zugleich mit demselben Bogenstriche zum Vibriren bringen.

2. Die Intervallweite, in deren Grenzen Stosstöne für einen gegebenen Grundton möglich sind, nimmt mit der Höhe desselben immer mehr ab und beträgt schliesslich für den Grundton f^7 nur noch einen halben Ton.

Die Intervallweiten der Grundtöne vom gr. C bis f^7 lassen sich in einer ununterbrochenen Curve darstellen (Fig. 1).

Stosstöne können auch noch gehört werden, wenn die sie erzeugenden primären Töne schon über der Grenze der Hörbarkeit liegen.

Die Hörbarkeit der oberen Stosstöne der ersten Periode, wie die der unteren Stosstöne der zweiten hängt wie bei den anderen von dem absoluten Abstande des primären höheren Tones vom Grundtone ab, während seine Stellung zur Octave dieses Grundtones gleichgültig ist.

Bei den Sechstenintervallen 3 : 5, mit den hohen Grundtönen c^5 und d^5 gebildet, wird der obere Stosston nur noch allein, und zwar sehr stark, gehört.

Als Hülfsmittel beim praktischen Stimmen hat man nur die unteren Stosstöne der ersten Periode, deren Schwingungszahl gleich der Differenz der Schwingungszahlen ihrer primären Töne ist, anzuwenden, und welche am deutlichsten bei

denjenigen Intervallen entstehen, deren oberer primärer Ton etwa in die Mitte der ganzen Intervallweite für Stosstöne des Grundtones fällt.

Die Tonhöhe der Stosstöne kann man in diesen hohen Lagen wegen ihrer kurzen Dauer nur durch ihre Vergleichung mit Hülfsstimmgabeln vermittelst des musikalischen Gehörs bestimmen, ein hierbei begangener Irrthum entspricht aber immer nur einem sehr viel kleineren Fehler in der Stimmung der primären Töne.

3. Vermittelst der Kundt'schen Staubfiguren lassen sich auch die Tonhöhen von Stimmgabeln bestimmen, welche viel zu schwach sind, um Stosstöne erzeugen zu können.

Man kann mit Hülfe der Staubfiguren Stimmgabeln für alle Töne von c^5 bis über f^9 hinaus zu 90000 Schwingungen (180000 $v\,s$) mit grosser Genauigkeit stimmen (Fig. 2, 3, 4, 5).

4. Die angewendeten Röhren können für die Töne von c^5 bis c^7 noch eine Länge von 100 Halbwellen haben, müssen aber über c^7 hinaus einer immer kleineren Anzahl von Halbwellen entsprechen, welche schon in der Mitte der Octave von c^8 bis c^9 nicht mehr 40 überschreiten darf.

Der Durchmesser der Röhren kann für den Ton c^5 gleich der Länge seiner Viertelwelle sein, muss dann aber von c^5 bis zu c^6 bis zur Länge einer Halbwelle heranwachsen und über diesen Ton hinaus bis zu den höchsten Tönen hinauf, dann aber nur noch bis zu ungefähr zwei Drittel der ganzen Wellenlänge zunehmen.

In einer zu weiten Röhre bilden sich die Rippen der Staubwellen nicht mehr senkrecht zu ihrer Axe, sondern neigen sich periodisch den beiden entgegengesetzten Richtungen zu.

Bei einem zu kleinen Durchmesser der Röhre bilden sich die Staubwellen nur noch gut in dem ihrem geschlossenen Ende zunächst liegenden Theile derselben, sind unregelmässiger und haben eine durchschnittlich geringere Länge, welche auch noch von der Intensität des Tones sehr abhängig ist (Fig. 6).

5. Die Prüfung einer vermittelst der Stosstöne gestimmten Stimmgabelreihe von c^5 bis f^7 mit der Methode der Staubfiguren zeigt, dass beide Methoden für diese Töne fast gleiche Resultate geben.

II.

1. Transversal schwingende Stäbe werden weniger als alle anderen Körper durch die Art ihrer Befestigung in der Freiheit ihrer Schwingungen beeinträchtigt.

Die Stösse, welche sie immer beim Anschlagen hören lassen, kann man bei der Bestimmung ihrer Tonhöhe ausser Acht lassen.

Die nach den berechneten Längen hergestellten Stäbe lassen nach der Höhe zu eine Vertiefung erkennen, welche für ein Sechstenintervall etwa einen Viertelton zu betragen scheint.

Die Hörbarkeit der Töne dieser Cylinder ist fast ebenso gut, wie die der Stimmgabeln und auch die höchsten, unhörbaren der Reihe, welche bis c^8 reicht, schwingen noch wirklich beim Anschlagen.

2. Longitudinal schwingende Stäbe können schon von etwa g^5 oder a^5 ab nur noch durch Anschlagen erregt werden, wobei immer starke Transversaltöne störend mit auftreten.

Schon zwischen c^6 und c^7 hört die Möglichkeit auf, die Longitudinaltöne noch mit Sicherheit beobachten zu können, so weit sie aber erkennbar sind, haben sie eine grössere Stärke und eine längere Dauer als die Töne gleicher Höhe aller anderen festen Körper.

Die nach dem Längengesetze zugeschnittenen Stäbe lassen nach der Höhe zu nur eine ganz geringe Erhöhung wahrnehmen und die longitudinalen Theiltöne einer langen Stahlstange scheinen sogar in den absolut rein harmonischen Verhältnissen zu ihrem Grundtone zu stehen.

3. Die Töne der Platten hängen sehr von der Amplitude ihrer Schwingungen ab und sind in sehr hohem Grade durch die Befestigungsart in der Freiheit ihrer Schwingungen beeinträchtigt, auch sind ihre Töne zu schwach, um zur Bestimmung der Hörgrenze dienen zu können.

An kleinen Platten lässt sich die Existenz unhörbarer Töne hübsch demonstriren, auch kann man an ihnen eine besondere Schwingungsart beobachten, welche grössere Platten nicht zeigen (Fig. 9).

4. Die Töne der hohen Orgelpfeifen von c^5 bis g^6 sind sehr von der Windstärke beim Anblasen abhängig, doch scheint

sich auch bei ihnen das empirische Gesetz von Cavaillé Coll gut zu bewähren.

Man kann an ihnen wahrnehmen, wie sehr die Hörbarkeit eines Tones auch von seiner Dauer abhängt.

5. Saiten und Membranen sind für die Erzeugung höchster Töne unbrauchbar.

6. Bei grossen Sirenenscheiben wird die Grenze ihrer höchsten Töne nicht nur durch den Rotationsapparat bedingt, sondern auch noch durch die Stärke und somit auch Geschwindigkeit des Windes, welche immer gross genug sein muss, dass derselbe auch wirklich durch die Löcher der Scheibe hindurchdringen kann.

Paris, Juni 1899.

(Eingegangen 7. Juli 1899.)