{BnF

gallica
BIBLIOTHÈQUE
NUMÉRIQUE

Biot, Jean-Baptiste (1774-1862). Traité de physique expérimentale et mathématique, par J.-B. Biot,.... 1816.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF.Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
 *La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
 *La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer ici pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

 *des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
 *des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisation@bnf.fr.

C1a76
17135

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE.

TOME II.

Source gallica.bnf.fr / Université de Paris Sud 11

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE,

PAR J. B. BIOT,

Membre de l'Académie des Sciences, Adjoint du Bureau des Longitudes, Professeur au Collége de France et à la Faculté des Sciences de Paris; de la Société philomatique de Paris; des Sociétés royales de Londres, d'Edimbourg, des Antiquaires d'Ecosse; des Académies royales de Turin, de Munich, et de l'Université de Wilna.

Omnis enim Philosophiæ difficultas in eo versari videtur, ut, à phænomenis motuum, investigemus vires naturæ, deinde, ab his viribus, demonstremus phænomena reliqua.

NEWTON, *Princip. præfat.*

TOME SECOND.

A PARIS,

CHEZ DETERVILLE, LIBRAIRE, RUE HAUTEFEUILLE, N° 8.

1816.

TRAITÉ
DE PHYSIQUE
EXPÉRIMENTALE
ET MATHÉMATIQUE.

LIVRE SECOND.
DE L'ACOUSTIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

De la production et de la propagation du Son.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les particules des corps élastiques, lorsqu'elles étaient tirées momentanément de leur position naturelle, y revenaient par une suite d'oscillations isochrones. Ces vibrations se communiquant à l'air, qui est aussi un corps compressible et élastique, y produisent des condensations et des dilatations alternatives qui sont d'abord excitées dans les couches les plus voisines des corps mis en mouvement, mais qui de là se propagent au loin dans toute la masse de l'air, de même que les ondes formées sur une eau tranquille par une pierre que l'on y jette, se propagent circulairement tout autour du centre de l'ébranlement. Quand

ces dilatations et contractions se succèdent avec assez de rapidité, elles excitent dans l'organe de l'ouïe la sensation de ce que l'on appelle un son, et la rapidité plus ou moins grande de leur succession forme toute la différence des tons aigus ou graves par lesquels les sons se distinguent les uns des autres. Conformément à la marche que nous avons toujours suivie dans le cours de cet ouvrage, nous allons établir d'une manière expérimentale les différentes propriétés que nous venons d'énoncer, quoiqu'à dire le vrai, la plupart d'entre elles soient déjà des conséquences nécessaires de ce que nous avons trouvé par l'expérience sur les vibrations des corps élastiques et sur la nature physique de l'air.

D'abord, il est bien facile de prouver qu'en effet les corps solides, lorsqu'ils sont ébranlés de manière à produire un son distinct, vibrent avec beaucoup de rapidité; car si on les touche alors légèrement avec le doigt ou avec le tranchant d'une petite lame métallique, on sent très-distinctement une multitude de pulsations ou de battemens qui se succèdent avec une extrême rapidité. Par exemple, l'on peut faire aisément cette épreuve sur une cloche que l'on vient de frapper, ou sur une corde métallique tendue que l'on a pincée de manière à produire un son.

Pour prouver que le son est réellement l'effet de ces vibrations portées à un certain degré de rapidité, il n'y a qu'à d'abord les rendre très-lentes, comme on peut le faire en prenant pour corps élastique une lame d'acier très-longue, fixée horizontalement dans un étau par une de ses extrémités; car si l'on écarte l'extrémité libre de cette lame de la situation horizontale, et qu'on l'abandonne ensuite à elle-même, elle y reviendra par une suite d'oscillations qui, en supposant la lame suffisamment longue, pourront être assez lentes pour être comptées; mais alors il ne se produira aucun son distinct. Supposons que la longueur de la lame soit telle qu'elle fasse précisément quatre vibrations par seconde de temps; alors, en diminuant cette longueur, et recommençant l'expérience, les vibrations deviendront plus rapides, et si rapides que l'on ne pourra plus les compter

directement. Mais ici le calcul viendra à notre aide; car on démontre en mécanique que si l'épaisseur d'une pareille lame est partout exactement la même, et qu'elle soit toujours mise en vibration d'une manière semblable, les durées de chacune de ses vibrations sont exactement proportionnelles aux carrés des longueurs qu'on lui donne; d'où il suit que si l'on a d'abord mesuré la longueur qu'elle avait quand elle faisait dans une seconde quatre oscillations visibles, on pourra ensuite calculer le nombre de vibrations invisibles qu'elle fait dans une seconde, selon la longueur qu'on lui aura donnée. On trouvera ainsi que lorsqu'elle commence à rendre un son bien distinct, sa longueur sera telle qu'elle fera à peu près 32 vibrations par seconde, et lorsqu'elle fera exactement ce nombre de vibrations, le son qu'elle rendra sera celui qui, dans les orgues, est produit par la résonnance d'un tuyau ouvert, de la longueur de 32 pieds. Si l'on raccourcit encore davantage la partie saillante de la lame, on entendra des sons plus aigus; d'où nous voyons que le ton, plus aigu ou plus grave, des sons produits par un même corps sonore, dépend de la rapidité de ses vibrations; et cette remarque nous fournira un moyen sûr et commode pour fixer d'une manière précise les rapports des sons entre eux; mais nous ne faisons ici qu'indiquer ce résultat important sur lequel nous reviendrons plus tard.

Après avoir prouvé que le son est excité par les vibrations rapides des corps élastiques, il faut prouver que sa transmission se fait par le moyen de l'air, du moins lorsqu'il n'y a que ce fluide entre le corps sonore et l'organe de l'ouïe. Or, cela est très-facile: il suffit de suspendre une petite cloche dans un récipient de verre, au moyen de quelques fils de chanvre non tordus. Tant que le ballon est rempli d'air, si on le secoue, on entend le son de la cloche; mais si on ôte l'air, au moyen de la machine pneumatique, on a beau secouer le ballon, et faire vibrer la cloche, on n'entend plus rien; au lieu que le son renait dès qu'on laisse rentrer un peu d'air: il est d'abord très-faible, et augmente progressivement d'intensité à

mesure que l'air rentre. Tous les autres fluides élastiques peuvent servir à propager le son aussi bien que l'air, comme on peut s'en assurer en les introduisant tour à tour dans le ballon après y avoir fait le vide. Les vapeurs mêmes, d'eau, d'éther et d'alcool, transmettent le son, comme je m'en suis assuré en introduisant dans le ballon les liquides propres à les produire; ce qui se faisait aisément par le moyen d'un double robinet adapté au ballon, comme la fig. 1 le représente (1). C'est pourquoi lorsqu'on veut prouver avec rigueur que le son ne se produit point dans le vide, il faut mettre dans le ballon quelques morceaux de potasse caustique, afin d'absorber les vapeurs aqueuses qui pourraient y rester, et qui transmettraient encore le son d'une manière perceptible, quoique très-faible, à cause de leur peu de densité.

Les fluides élastiques ne sont pas les seuls corps qui transmettent le son; il se propage aussi par le moyen des corps fluides. Car si l'on choque deux pierres ensemble sous l'eau, dans un étang, on entend le bruit de ce choc, même à de grandes distances, lorsqu'on a la tête plongée dans l'eau. Franklin assure avoir ainsi entendu le son sous l'eau à la distance d'un demi-mille.

Enfin le son se transmet aussi à travers les corps solides. Le mineur, en creusant sa galerie, entend les coups du mineur qu'on lui oppose, et juge ainsi de sa direction. Si l'on se place à l'une des extrémités d'une longue file de tuyaux métalliques, comme on peut le faire dans les aquéducs, on entend très-distinctement les coups de marteau frappés à l'autre extrémité, et même on entend ainsi distinctement deux sons, l'un plus rapide, transmis par le métal, l'autre plus lent, transmis par l'air. Nous comparerons plus loin les vitesses de ces deux sortes de propagations; pour le moment, nous nous bornerons à conclure de ce phénomène, que lorsqu'on fait vibrer un corps sonore dans le vide, il faut, pour qu'il ne produise point de son, que ce corps ne touche point immédiatement les parois du ballon;

(1) Voyez les Mémoires d'Arcueil, tome 2.

et comme il faut pourtant qu'il y soit soutenu par quelque chose, on se trouve obligé, ou de le suspendre avec des corps mous et flexibles, qui propagent mal les vibrations, comme une corde de chanvre très-mince et détordue, ou de le poser sur un petit lit de laine ou de coton placé au fond du ballon. Or, comme une cloche ne vibrerait pas étant ainsi posée, il faut, si l'on veut adopter cette disposition, employer un timbre de pendule frappé par un marteau qui est mis en mouvement par un ressort d'horlogerie. On peut même enfermer ce petit appareil dans un premier ballon plein d'air que l'on introduit dans le grand ballon, en l'y posant sur du coton de la même manière. Alors, quand le mouvement d'horlogerie marche, et que l'on voit le marteau frapper sur le timbre, il n'y a point de doute que l'air ne soit ébranlé dans le ballon intérieur de manière à exciter la sensation du son pour une oreille qui y serait placée. Mais cet ébranlement ne se propage point du ballon intérieur à l'air extérieur, lorsqu'on a fait le vide entre deux, parce qu'il ne reste plus alors entre eux aucune matière pondérable qui puisse transmettre le mouvement.

Maintenant il nous faut considérer de plus près comment les ébranlemens, produits par les vibrations des corps sonores dans les molécules d'air qui les avoisinent, peuvent être propagés de là progressivement jusqu'à l'organe de l'ouïe; et puisque la continuité des vibrations ne fait autre chose que rendre cette transmission continuelle et durable, on voit que pour considérer le phénomène dans sa plus grande simplicité, il faut examiner d'abord comment se propage un ébranlement instantané; par exemple, l'explosion subite d'un canon ou d'un pistolet.

Dans ce cas, tout le monde sait que le son ne s'entend pas, à toute distance, au même instant que le coup part. Il emploie un certain temps à venir, et ce temps est d'autant plus long, qu'on est plus éloigné du lieu où l'explosion s'est faite. Jusqu'à ce que le son arrive, l'air qui vous environne reste parfaitement calme. Tout à coup il s'ébranle, frappe votre organe du bruit de l'explosion, et si elle est suffisamment forte, ou si vous en êtes assez près, les corps élastiques, comme les planchers

et les vitres, en sont agités. Mais après que cette explosion a duré un certain temps, ordinairement très-court, le bruit cesse, et l'air rentre dans son calme accoutumé.

Cette expérience journalière nous montre que l'agitation primitivement imprimée à une certaine partie de la masse d'air, ne se transmet que successivement au reste de cette masse, de même que les agitations produites en un seul point de la surface d'une eau tranquille, s'étendent et se propagent successivement à tous les points de cette surface. Mais si le résultat du phénomène est le même, le mode de transmission est différent. Dans l'eau, l'ondulation est continuée par l'effet de la pesanteur des particules soulevées qui retombent sur les plus basses; dans l'air, le mouvement est transmis par l'effet de l'élasticité du fluide.

Pour plus de simplicité, supposons que l'explosion se fasse dans une masse sphérique d'air. Au moment où elle aura lieu, les molécules comprises dans cette sphère seront chassées et poussées fortement sur celles qui les avoisinent. Mais celles-ci leur opposant une résistance qu'il faut vaincre, il s'ensuit que les premières se compriment en même temps qu'elles se déplacent. Celles qui les environnent, cédant en partie à leur effort, se déplacent aussi et se compriment, mais dans une proportion moindre, jusqu'à ce qu'enfin la compression et le mouvement deviennent insensibles à une certaine distance du centre de l'explosion. Voilà ce qui a lieu au premier instant; mais la cause de l'explosion ayant cessé, les molécules qui avaient été comprimées se dilatent en tous sens par l'effet de leur élasticité naturelle, et repoussent de toutes parts les obstacles qui s'opposent à ce mouvement. Elles repoussent donc aussi les molécules voisines, qui n'avaient pas été ébranlées dans le premier instant, et les compriment à leur tour. L'effet devient alors le même pour celles-ci qu'il avait été d'abord pour les premières, et par ces condensations et dilatations alternatives, l'ondulation se propage successivement dans toute l'étendue de la masse d'air, comme un choc instantané à travers une file de billes élastiques en contact les unes avec les autres.

D'après cette analyse mécanique du phénomène, on voit que le mouvement et les condensations qui existent à chaque instant dans la masse d'air, ne sont réellement que la répercussion du mouvement et des condensations imprimées aux premières particules sur lesquelles l'explosion a agi directement; et comme dans un air libre, à mesure que l'ondulation s'étend, elle se communique à la fois à un plus grand nombre de particules, il faut qu'alors les agitations et les changemens momentanés de densité aillent toujours en s'affaiblissant à mesure que l'on s'éloigne du centre de l'explosion. C'est aussi ce que l'on observe dans l'atmosphère, car le son paraît d'autant plus faible qu'on est plus éloigné du lieu où il s'est produit. Mais si la masse d'air, dans laquelle le mouvement se propage, était cylindrique, on ne voit pas que la force du son dût s'affaiblir avec la distance, si ce n'est peut-être par le frottement de l'air contre les parois des tuyaux. C'est aussi ce que j'ai éprouvé, par expérience, dans les tuyaux des aquéducs de Paris, sur une colonne d'air cylindrique de 951 mètres de longueur. La voix la plus basse était entendue à cette distance de manière à distinguer parfaitement les paroles, et à établir une conversation suivie. Je voulus déterminer le ton auquel la voix cessait d'être sensible, je ne pus y parvenir. Les mots dits aussi bas que quand on parle à l'oreille, étaient reçus et appréciés; de sorte que pour ne pas s'entendre, il n'y aurait eu absolument qu'un moyen, celui de ne pas parler du tout. Entre une demande et une réponse faite de cette manière, il s'écoulait 5″,58 sex.; c'était donc là le temps que le son mettait à parcourir deux fois la longueur de la colonne d'air, c'est-à-dire 1902 mètres. Pour savoir si les sons graves ou aigus, forts ou faibles, se propageaient avec une égale vitesse, ou s'il y avait entre eux, sous ce rapport, quelque différence, je fis jouer des airs de flûte à une des extrémités du tuyau. On sait qu'en général un chant musical est assujetti à une certaine mesure qui règle très-exactement l'intervalle des sons successifs. Par conséquent si quelques-uns des sons s'étaient propagés plus rapidement ou plus lentement que les autres, lorsqu'ils seraient parvenus à mon oreille, ils se seraient trouvés confondus avec ceux qui les pré-

cédaient ou qui les suivaient dans l'ordre du chant, et le chant ainsi entendu aurait paru tout-à fait altéré. Au lieu de cela, il était parfaitement régulier, et conforme à sa mesure naturelle; d'où il résulte que tous les sons se propagent avec une vitesse égale. Cette remarque avait déjà été faite en 1738 par les membres de l'Académie des Sciences; j'ignore au moyen de quel procédé. Pour faire avec succès les expériences que je viens de rapporter, il est absolument nécessaire de choisir les instans de la nuit les plus calmes, comme de une heure à deux heures du matin. Dans le jour, mille bruits confus agitent l'air extérieur, font résonner les tuyaux, et empêchent de distinguer, ou même détruisent les faibles ébranlemens produits par une voix basse à l'extrémité de la colonne d'air. Aussi, dans ces circonstances, les cris les plus forts ne sont quelquefois pas entendus.

Enfin, on peut aisément rendre sensible dans les tuyaux le double effet des vitesses et des condensations transmises en même temps aux particules d'air, à mesure que l'ondulation sonore les atteint. Dans la colonne cylindrique sur laquelle je faisais mes expériences, des coups de pistolet tirés à une des extrémités, occasionaient encore à l'autre une explosion considérable, lorsque l'ébranlement y arrivait. L'air était chassé du dernier tuyau avec assez de force pour produire sur la main un vent impétueux, pour lancer à plus d'un demi-mètre de distance des corps légers que l'on plaçait sur sa direction, et pour éteindre des bougies allumées; quoique l'on fût à 951 mètres de distance du lieu où le coup était parti deux secondes et demie auparavant.

La détermination mathématique de ces mouvemens de l'air exige des calculs beaucoup trop élevés pour que nous puissions les expliquer ici; mais nous allons du moins en rapporter les résultats pour les comparer aux expériences.

On considère d'abord un milieu élastique, homogène, d'une densité D, et d'une température constante, comprimé par le poids d'une colonne de mercure, dont la hauteur est p, et dont la densité est prise pour unité. On suppose qu'une portion sphérique de cet air, ayant pour rayon α, soit tout à coup ébranlée

d'une manière quelconque, c'est-à-dire que chacune des particules qui y sont comprises reçoive instantanément des vitesses et des changemens de densité absolument arbitraires. Puis on se demande suivant quelles lois cet ébranlement se propagera de proche en proche dans tout le reste de la masse d'air.

Soit x la distance d'une particule quelconque au centre de cette agitation, et t le temps écoulé depuis l'instant où elle a eu lieu.

Nommons, pour abréger, a un coefficient constant, égal à $\sqrt{\frac{gp}{D}}$, g représentant la pesanteur terrestre; en sorte que gp soit le poids de la colonne de mercure, dont la hauteur est p, et la base égale à l'unité de surface. Cela posé, on démontre que la particule commence *toujours* à s'ébranler quand on a

$$x = at + \alpha, \quad \text{ce qui donne} \quad t = \frac{x - \alpha}{a},$$

et qu'elle cesse de s'ébranler quand on a

$$x = at, \quad \text{ce qui donne} \quad t = \frac{x}{a},$$

De sorte que la durée de son agitation est $\frac{\alpha}{a}$.

L'interprétation physique de ces résultats va nous conduire à une conséquence importante. Soit, fig. 2, C le centre de la sphère, M la particule éloignée. Par ces deux points, menons un plan qui coupera la sphère suivant un grand cercle ADBE, dont les points A et B soient situés sur la direction du rayon mené à la particule. Alors CM étant x, AM est $x - a$; d'où l'on voit que l'ondulation commence à atteindre la particule M, après un temps proportionnel à AM, et cesse de l'atteindre après un temps proportionnel à CM. Le premier intervalle se rapporte donc à l'arrivée de l'ébranlement produit en A, le second à l'arrivée de l'ébranlement produit en C, et les instans intermédiaires se rapportent à l'arrivée des ondulations excitées dans les points intermédiaires entre A et C. Voilà pourquoi la durée totale de l'on-

dulation est égale à $\frac{\alpha}{a}$, c'est-à-dire au temps que l'ondulation émanée de C emploie à parcourir le rayon C A. Les points de la sphère, situés au-delà du centre, ne produisant point d'ondulation vers M, il paraît que ces ondulations sont arrêtées et détruites par les mouvemens contraires qui émanent des particules situées sur le rayon A C. C'est ainsi du moins que l'on peut interpréter ce résultat, que l'analyse démontre.

D'après cette discussion, on voit que le coëfficient constant a ou $\sqrt{\frac{gP}{D}}$ exprime la vitesse de propagation du son produit par l'ébranlement de chaque point de la sphère aérienne A D B E. Cette vitesse étant constante et indépendante des condensations et des vitesses initiales imprimées aux particules d'air comprises dans la sphère, il en résulte en général, que dans une masse d'air où la densité et la température sont constantes, la propagation du son est uniforme, et que les sons graves ou aigus, forts ou faibles, s'y propagent avec la même vitesse; ce qui est conforme à l'expérience.

Lorsqu'après le temps t, l'ondulation commence à se faire sentir sur la molécule M, dont la distance est

$$x = at + \alpha,$$

elle cesse d'agir sur une autre particule du même rayon, dont la distance x' est telle qu'on ait

$$x' = at.$$

De là on tire $x - x' = \alpha$;

c'est-à-dire qu'à chaque instant toutes les molécules du même rayon, qui se trouvent ébranlées, sont situées sur une longueur α, égale au rayon de l'ébranlement initial. Ainsi cet ébranlement, primitivement sphérique, se propage aussi sphériquement, et embrasse, à chaque instant t, toutes les particules comprises entre les surfaces de deux sphères, dont les rayons sont $at + \alpha$ et at.

Mais il ne faut pas croire que les mouvemens de ces particules soient nécessairement dirigés sur leur rayon C M. On conçoit,

au contraire, que leur direction doit dépendre de celle des vitesses initiales imprimées aux particules d'air comprises dans l'ébranlement primitif. Par la même raison l'intensité des agitations, produites par chaque onde sonore, n'est pas généralement la même sur toute sa circonférence; seulement ces agitations, quelles qu'elles soient, vont toujours en s'affaiblissant à mesure que l'onde plus agrandie se communique à un plus grand nombre de particules.

Maintenant, si l'on veut supposer que la portion d'air primitivement ébranlée a une autre figure quelconque, différente de la sphère, on pourra toujours ramener la propagation de son ébranlement au cas que nous venons d'examiner. Car on peut toujours, par la pensée, compléter la sphère, en supposant des vitesses et des condensations nulles aux particules d'air qu'on est obligé d'y comprendre, et qui ne faisaient pas partie de l'ébranlement réel. Seulement les formules données ci-dessus ne s'appliqueront qu'à la propagation du son au-delà de l'espace que cette sphère embrasse; et l'intensité des ondulations dérivées, ainsi que le temps pendant lequel elles agitent sensiblement chaque particule éloignée, seront en général différens sur les divers rayons sonores menés du centre de l'ébranlement, considéré comme sphérique. On peut même, d'après la théorie, concevoir des ébranlemens primitifs, tels que les intensités des ondes qui en dérivent, ne seraient sensibles que d'un seul côté de l'espace, en sorte que le son ne se ferait sentir réellement que dans ce seul sens; et, comme la théorie le fait voir encore, c'est là précisément la combinaison de densités et de vitesses qui existe dans les ondulations dérivées, produites par un ébranlement quelconque; ce qui explique pourquoi leur propagation ne se fait sentir que dans un seul sens, en s'éloignant de l'ébranlement primitif, sans qu'elles puissent jamais faire naître d'ondes rétrogrades qui reviendraient vers lui.

Nous n'avons jusqu'ici considéré qu'un seul ébranlement; mais s'il y en a plusieurs, il faudra considérer chacun d'eux comme le centre d'une ondulation particulière qui se répandra sphériquement dans l'espace; et si les vitesses et les variations

de densité imprimées aux particules, sont toutes fort petites, comme on le suppose toujours dans cette théorie, le mouvement des particules éloignées sera la somme des agitations produites par ces centres particls, de même que, dans le cas d'un ébranlement sphérique, la durée de l'ondulation $\frac{\alpha}{a}$ répondait aux ondulations diverses émanées de tous les points du rayon α. Si tous ces mouvemens sont très-petits, ils ne feront que se superposer, comme les ondes qui se croisent sans se confondre sur la surface d'une eau tranquille; alors, pour avoir le mouvement absolu résultant de leur ensemble sur la même particule, il ne faudra qu'ajouter ensemble tous les déplacemens que chacun d'eux tend à y produire, en regardant comme positifs ceux qui éloignent la particule du centre de gravité de l'ébranlement, et comme négatifs ceux qui l'en rapprochent. Cette coexistence des mouvemens très-petits est un principe de physique extrémement fécond et utile. On en doit la première remarque à Daniel Bernouilli, qui en a fait heureusement usage pour une infinité de problèmes. L'analyse le confirme, et montre qu'il résulte de ce que tous les petits mouvemens sont exprimés par des équations différentielles linéaires, dont l'intégrale complète est composée de la somme des intégrales particulières qui y satisfont. Ceci explique, par exemple, pourquoi tous les sons qui se produisent a la fois dans les divers points d'une salle où l'on fait de la musique, se propagent séparément sans se troubler les uns les autres, et parviennent nets et distincts à l'organe de l'ouïe.

Cherchons maintenant à comparer ces résultats de la théorie avec ceux que l'expérience donne sur la vitesse de propagation du son. Pour savoir si cette vitesse est réellement constante et uniforme, il faut exciter en un point de l'atmosphère une explosion subite, et mesurer les intervalles de temps après lesquels le bruit en parvient à diverses distances, dans une même couche horizontale. Cela sera facile, si l'explosion produit en même temps une lumière qui soit visible du lieu où l'observateur est placé; car la transmission de la sensation que

les corps lumineux excitent dans nos organes est si rapide que, dans toutes les distances où nous pouvons opérer sur la terre, elle paraît absolument instantanée. Ainsi l'instant physique où nous verrons la lumière, pourra être pris pour celui auquel l'explosion a eu lieu. Il ne restera plus qu'à mesurer, avec une montre à secondes, l'intervalle de temps écoulé entre l'apparition de la lumière et le moment où l'on entend le son.

C'est ainsi qu'en 1738, les membres de l'Académie des sciences déterminèrent la vitesse de la propagation du son, entre Montlhéry et Montmartre, sur une longueur d'environ 29000^{m}. Le signal se faisait par des coups de canon. Ils trouvèrent ainsi que la vitesse de propagation était uniforme. La valeur absolue de cette vitesse, conclue d'un grand nombre d'expériences, se trouva de 337^{m},18 par seconde. Elle était sensiblement la même, soit que le temps fût couvert ou serein, clair ou brumeux, pourvu que l'air fût tranquille. Mais s'il était agité par le vent, la vitesse du vent, décomposée suivant la direction de la ligne sonore, augmentait ou diminuait de toute sa valeur la vitesse de propagation du son, selon qu'elle lui était ou favorable ou contraire.

Comparons ce résultat de l'expérience avec l'expression donnée par la théorie. A la température de la glace fondante et sous la pression de 0^{m},76, la densité de l'air sec à Paris est $\frac{1}{10463}$, celle du mercure étant l'unité. Si la température s'élève de t degrés, et que la pression barométrique devienne p, l'expression de cette densité deviendra

$$D = \frac{p}{10463.(1 + t.0{,}00375) . 0^{m},76}.$$

Par conséquent, en la substituant dans la formule, la vitesse de la translation du son sera

$$\sqrt{\frac{gP}{D}} = \sqrt{10463 . 0^{m},76\, g\,(1 + t . 0{,}00375)}.$$

On voit alors qu'elle est indépendante de la pression atmosphérique, car la quantité p a disparu. Cela nous apprend que, si la température était la même dans toute l'atmosphère, la vitesse

du son dans une même couche horizontale, située à une hauteur quelconque, serait toujours constante et la même qu'au niveau de la mer; en quoi l'on voit bien que l'intensité du son doit être essentiellement distinguée de sa vitesse; car cette intensité, qu'il paraît raisonnable d'attribuer à la force avec laquelle les particules aériennes choquent l'organe de l'ouïe, doit dépendre de la densité des particules et de leur vitesse. Elle doit donc s'affaiblir, toutes les autres circonstances restant les mêmes, à mesure que la couche d'air où le premier ébranlement s'excite a moins de densité; car alors la quantité de mouvement qu'elle peut transmettre aux couches environnantes est moindre, et est plus vite épuisée en se distribuant à leurs particules. C'est ce que nous avons, en effet, prouvé plus haut par l'expérience; et c'est aussi ce que Saussure a observé sur les hautes régions des Alpes, où le bruit d'un coup de pistolet n'était pas plus sensible que n'est ici bas celui d'un petard.

La valeur de la densité que nous venons d'introduire ici dans la formule, est relative à l'air sec. Or, on sait que l'atmosphère contient toujours une certaine quantité d'eau en vapeur; et comme cette vapeur, à force élastique égale, pèse moins que l'air qu'elle remplace, il en résulte qu'à force élastique égale, elle diminue la densité de l'air, et influe par conséquent de cette manière sur la vitesse du son. Mais comme la quantité de vapeur aqueuse qui existe ordinairement dans l'atmosphère, est fort petite, et que sa densité est peu différente de celle de l'air, puisqu'elle en est les $\frac{10}{16}$, il en résulte que l'influence qu'elle doit avoir, doit être nécessairement fort petite; et elle devient encore moindre dans des températures basses, telles que celle où les expériences des académiciens ont été faites. D'où l'on voit que nous pouvons, sans crainte d'une erreur notable, appliquer à ces expériences la formule relative à l'air sec, sauf ensuite à évaluer l'influence de l'humidité dans les cas extrêmes, où nous trouverons qu'elle est réellement très-faible, comme nous venons de le supposer.

Il ne reste donc plus, pour réduire la formule en nombres, qu'à donner la valeur de la gravité g. Or, en prenant pour

unité de temps la seconde sexagésimale, cette valeur à Paris est $9^m,8088$; en la substituant dans la formule, l'expression de la vitesse devient

$$\sqrt{10463.0^m76.9^m8088(1+t.0,00375)};$$

ou, en effectuant les calculs numériques,

$$279,29\sqrt{1+t.0,00375}.$$

J'ai laissé exprès le nombre qui montre la température en évidence, afin qu'on puisse appliquer le résultat à tous les cas. En supposant t nul, nous aurons la vitesse du son pour la température de la glace fondante, qui sera $279^m,29$; et, en mettant pour t la température de six degrés qui est celle où les expériences des Académiciens ont été faites, nous aurons $282^m,42$ pour la valeur qui convient aux circonstances où ils ont observé. Ce résultat est moindre de $\frac{1}{6}$ que la vitesse observée $337^m,18$.

Newton, et après lui tous les géomètres qui ont calculé la vitesse du son, se sont accordés à la trouver telle que la donne la formule précédente. Et, d'un autre côté, les expériences faites en différens pays se sont aussi parfaitement accordées entre elles pour la donner telle que les académiciens de Paris l'ont déterminée. Cette différence entre des expériences bien faites et une théorie mathématique fondée sur les lois de la mécanique, a beaucoup exercé la sagacité des géomètres, et méritait, en effet, d'être examinée avec beaucoup d'attention. Newton pensait que la différence pouvait être occasionée par la propagation immédiate du son à travers la matière propre des molécules de l'air, qui, transmettant ainsi le son très-rapidement à la manière des corps solides, accélérait d'autant sa propagation absolue. Mais maintenant que l'on a fait l'analyse chimique de l'air avec beaucoup d'exactitude, on s'est assuré qu'il ne contient pas sensiblement de ces particules sulfureuses et salines dont on le supposait fort mêlé du temps de Newton. D'une autre part, d'après les connaissances que nous avons acquises sur la constitution des substances aériformes, il est hors de doute que, dans les petites condensations qu'elles

éprouvent par l'agitation d'un corps sonore, il s'en faut beaucoup qu'elles s'approchent les unes des autres jusqu'au contact. Car elles sont encore fort éloignées d'y parvenir, même quand on les comprime par une pression de 30 atmosphères, comme nous l'avons éprouvé, Delaroche et moi, en faisant descendre dans la mer, à de grandes profondeurs et sur le mercure, des mélanges gazeux susceptibles d'entrer en combinaison. Quoiqu'ils fussent ainsi réduits à un volume 30 fois moindre que celui qu'ils occupaient à la surface de la terre, ils ne se sont pas combinés pour cela, et pourtant ils auraient dû se combiner, si leurs particules s'étaient rapprochées, je ne dis pas seulement jusqu'au contact, mais jusqu'à une distance telle que leur attraction réciproque pût devenir sensible. A plus forte raison ne pourrait-on pas supposer un choc mutuel des particules pendant les condensations et les raréfactions infiniment petites qui produisent le son; ce que l'explication de Newton semblerait néanmoins exiger.

On ne serait pas mieux fondé à supposer quelque erreur dans les lois de la dilatation de l'air ou dans l'évaluation de sa densité. La valeur de la dilatation donnée par MM. Gay-Lussac et Dalton est d'une exactitude qui ne peut être révoquée en doute; et l'évaluation de la densité de l'air, déduite des expériences que j'ai faites avec M. Arago, ne me paraît pas non plus susceptible d'incertitude.

Mais on pourrait être tenté d'attribuer l'erreur de la formule à l'existence de la vapeur aqueuse dans l'atmosphère. Pour apprécier l'influence de cette cause, prenons-la dans un cas extrême. Supposons qu'il y ait dans l'air toute l'eau qui peut y exister en vapeur à la température de 30 degrés; c'est là un degré de saturation qui ne se rencontre jamais naturellement. Dans ce cas, la tension de la vapeur serait de 31 millimètres, d'après les expériences de Dalton. En la désignant par T, et nommant toujours p la pression barométrique, la densité de l'atmosphère humide sera la même que celle d'un air sec qui soutiendrait la pression

$$p - \mathrm{T} + \tfrac{10}{16}\mathrm{T} \quad \text{ou} \quad p - \tfrac{3}{8}\mathrm{T};$$

son expression sera donc

$$D = \frac{p - \frac{1}{8}T}{10463.0^m,76(1+t.0,00375}$$

ce qui donne pour la vitesse du son,

$$\sqrt{\frac{gp}{D}}, \text{ ou } \sqrt{10463.0^m,76\,(1+t.0,00375)\,\frac{g.p}{p-\frac{1}{8}T}}.$$

Le facteur dépendant de T est toujours plus grand que l'unité; car son numérateur p est nécessairement plus grand que son dénominateur $p - \frac{1}{8}T$. Il augmente donc toujours la vitesse du son. Mais en même temps, on voit que son influence est très-petite; car il est toujours très-peu différent de l'unité, puisque T est toujours très-petit par rapport à p dans l'état naturel de l'atmosphère. Si l'on suppose $p = 0^m,76$, et $T = 0^m,031$, ce qui, comme on l'a vu, est un cas extrême, ce facteur devient

$$\sqrt{\frac{0,76}{0,76-0,0116}};$$

et en l'évaluant par logarithmes, on trouve sa valeur égale à

$$\frac{111}{110}, \quad \text{ou} \quad 1+\frac{1}{110};$$

c'est-à-dire, qu'il n'augmenterait pas la vitesse du son de $\frac{1}{110}$, ou de $2^m,5$ par seconde.

Mais il est une autre cause à laquelle nous n'avons pas eu égard dans le calcul, et qui a été indiquée par M. Laplace; c'est l'influence de la chaleur qui se développe dans l'air par l'effet de la compression. On sait depuis long-temps qu'une masse d'air que l'on comprime, dégage de la chaleur, et qu'au contraire, une masse d'air que l'on dilate en absorbe. Ce phénomène, pour être observé, demande des précautions particulières, parce qu'on ne peut comprimer ou dilater l'air que dans des vaisseaux fermés dont les parois solides ont beaucoup de masse, ce qui fait qu'ils absorbent presque instantanément la chaleur que l'air dégage quand on le comprime; et qu'au contraire, quand on le dilate, ils lui rendent très-vite celle qui lui manque, sans que leur température propre soit altérée notablement. Pour affaiblir cette influence des parois, on suspend dans la

masse d'air un petit thermomètre extrêmement sensible qui, ayant très-peu de masse, annonce promptement les variations de température de l'air qui l'environne. Si l'on place un pareil thermomètre sous le récipient d'une machine pneumatique ou d'une pompe à condenser, et que l'on pompe l'air ou qu'on le comprime avec rapidité, on verra que, dans le premier cas, le petit thermomètre s'abaisse, et que, dans le second, il s'élève; mais il faut opérer rapidement, afin que les parois du récipient et de la machine aient le moindre temps possible pour exercer leur influence. Encore, malgré cette précaution, ne peut-on jamais obtenir que la preuve de l'existence du phénomène, mais nullement sa mesure. Car, quel que petit que soit le thermomètre, il absorbe et dissimule, dans une proportion énorme, la quantité absolue de chaleur que la masse d'air peut dégager. En général, on doit se rappeler que le thermomètre n'indique exactement la température, qu'en supposant que la source de chaleur qui agit sur lui est indéfinie et peut lui donner toute la chaleur nécessaire pour élever sa température, sans éprouver soi-même dans la sienne aucun changement appréciable. Or, ce ne peut pas être là le cas d'une petite masse d'air qui éprouve subitement et passagèrement un changement de température, par l'effet d'un dégagement borné de chaleur. Néanmoins, puisqu'au milieu d'influences si puissantes le thermomètre s'élève encore de quelques degrés, il faut que la température propre d'une masse d'air ainsi comprimée éprouve en elle-même d'énormes changemens. D'après cela, on doit s'attendre que plus les condensations seront rapides, plus aussi le dégagement de chaleur semblera considérable. En effet, quand on comprime l'air avec une extrême rapidité dans une pompe de fusil à vent terminée par un fond de glace, pour que l'on puisse voir ce qui se passe dans l'intérieur, on parvient à en dégager même de la lumière, et à enflammer ainsi des corps combustibles. Ces faits étant bien constatés, il est évident que les compressions et les dilatations excessivement rapides qu'un corps sonore fait éprouver aux molécules d'air qui le touchent, et celles-ci à leur tour aux molécules voisines, doivent alternativement en dégager de la chaleur et

les disposer à en absorber. La rapidité même avec laquelle les vibrations se succèdent, doit empêcher cette chaleur dégagée de se disperser, et doit lui donner plus d'influence sur la température. De là il résulte que, dans le calcul des vibrations des molécules d'air, on ne peut plus supposer, comme on l'avait fait d'abord, que le ressort de l'air soit uniquement proportionnel à la pression. Car, pendant les condensations, l'élévation de température qui se produit dans les particules aériennes augmentera leur ressort, et, au contraire, le refroidissement produit dans les dilatations le diminuera. Pour avoir égard à cette cause évidente, et pour en apprécier l'effet, supposons qu'à un instant quelconque, la densité initiale D d'une molécule aérienne soit devenue $D(1+\omega)$, ω étant une quantité fort petite qui exprime la proportion suivant laquelle cette densité se trouve alors diminuée ou augmentée. Si cette variation s'opérait sans dégagement ou absorption de chaleur, l'élasticité de la particule changerait proportionnellement, et au lieu d'être exprimée par gp comme dans l'origine, elle deviendrait $gp(1+\omega)$; mais le dégagement de la chaleur modifie ce résultat, et ajoute à l'élasticité un terme dépendant de l'accroissement ω de la densité. Or, quelle que soit la forme générale de ce terme, lorsque la variation du volume sera fort petite, il doit lui devenir sensiblement proportionnel, et on peut le représenter par $Kgp\omega$, K étant un coefficient constant et inconnu. Tel doit être précisément le cas de la formation du son par les petites vibrations des corps sonores, et l'on peut en conséquence y représenter l'élasticité par l'expression $gp(1+\omega+K\omega)$ lorsque la densité est $D(1+\omega)$.

En substituant ces nouvelles valeurs dans les considérations analytiques, et se bornant à la première puissance de ω, comme on doit le faire, puisqu'il s'agit d'agitations très-petites, on trouve que l'expression de la vitesse qui était précédemment $\sqrt{\frac{gp}{D}}$, devient $\sqrt{\frac{gp(1+K)}{D}}$.

En réduisant, comme nous l'avons fait plus haut, cette formule

en nombres, pour les circonstances dans lesquelles les observations de l'Académie ont été faites, on trouve sa valeur égale à

$$282{,}42\sqrt{1+K}.$$

Si le coefficient K était connu, on substituerait sa valeur, et le résultat devrait égaler la vitesse observée $337^{m},18$; ne le connaissant pas, on peut se servir de cette condition pour le déterminer. On a alors

$$282{,}42\sqrt{1+K}=337{,}18;$$

d'où l'on tire

$$K=0{,}4254.$$

Essayons de calculer l'accroissement de température qu'il faudrait faire éprouver à une molécule d'air, pour y produire le même accroissement de ressort que ce résultat suppose. Pour cela, partons de l'état initial où la densité de cette molécule est D, son ressort gp, et sa température (t). Imaginons maintenant qu'on la comprime jusqu'à lui donner la densité $D(1+\omega)$, non pas subitement, mais après tout le temps nécessaire pour que la chaleur dégagée se soit dissipée, et que l'équilibre de température se soit rétabli; alors la force de ressort gp se trouvera augmentée exactement dans la même proportion, et deviendra $gp(1+\omega)$, la température restant toujours exprimée par (t). Cela posé, si l'on échauffe cette particule d'un nombre t' de degrés, en la contenant toujours dans le même espace, sa densité restera la même, mais son ressort augmentera; et si on l'exprime par l'unité à la température de la glace fondante, il deviendra

$$1+[(t)+t']\,0{,}00375;$$

qui se transforme en

$$\frac{1+[(t)+t']\,0{,}00375}{1+(t)\,.\,0{,}00375},$$

en prenant pour unité le ressort initial à la température de (t) degrés. On aura donc en même temps

la densité $D(1+\omega)$; la température $(t)+t'$;

le ressort $gp(1+\omega)\left(\frac{1+[(t)+t']\,.\,0{,}00375}{1+(t)\,.\,0{,}00375}\right)$.

Dans la formation du son, l'accroissement t' de la température

est nécessairement d'une petitesse extrême ; et, à cause de cette petitesse, on peut sans erreur le supposer proportionnel à l'altération ω de la densité. Faisons donc

$$t' = a\,\omega,$$

a étant un coefficient constant qu'il faudra déterminer par les phénomènes mêmes. Puis effectuons la multiplication indiquée par $1 + \omega$, et négligeons le carré de ω comme on le fait dans toute cette théorie, où les changemens de densités sont toujours comme infiniment petits. Alors l'expression de l'élasticité deviendra

$$gp\left(1 + \omega + \frac{a \,.\, 0{,}00375}{1 + (t) \,.\, 0{,}00375} \,.\, \omega\right).$$

En comparant cette expression à celle que nous avons employée d'abord en général, on voit que le dernier terme compris entre les parenthèses, représente exactement celui que nous avons désigné par $K\omega$; par conséquent, si l'on veut regarder K comme provenant de la variation de température résultante du changement subit de volume des particules d'air, il faudra faire

$$\frac{a \,.\, 0{,}00375}{1 + (t) \,.\, 0{,}00375} = K.$$

Dans les expériences de l'Académie on avait $(t) = +6°$; de plus, nous avons trouvé que, dans les circonstances où ces expériences ont été faites, il fallait supposer $K = 0{,}4254$; mettant donc pour K et (t) ces valeurs, on trouve

$$a = 115°{,}99 ;$$

et par suite l'accroissement t' de la température, par l'effet du changement subit du volume, devient

$$t' = 115°{,}99 \,.\, \omega.$$

Par exemple, si la condensation ω est $\frac{1}{116}$, on aura $t' = 1°$, c'est-à-dire qu'il en résulterait 1° de changement dans la température ; et si ω était moindre, t' serait moindre encore. C'est très-probablement ce qui a lieu dans la formation du son.

Si l'on suppose que la valeur de K reste la même dans les températures diverses que la couche inférieure de l'atmosphère peut acquérir dans nos climats, supposition qui n'est proba-

blement pas très-éloignée de la vérité, à cause du peu de changement de chaleur réelle qui répond aux variations de ces températures, on pourra modifier la formule théorique de manière qu'elle donne la vitesse du son, conformément à l'expérience, pour toute autre température de l'atmosphère que celle où ont opéré les académiciens; car, puisqu'en passant de la température de zéro à celle de 6°, le coefficient 279,29, donné par la théorie, a dû être augmenté de $3^m,13$; de même le coefficient véritable $337^m,18$, relatif à cette dernière température, devra être diminué proportionnellement de $3^m,74$ pour être ramené à la température 0; ce qui le réduit à 333,44. Pour toute autre température, la vitesse du son dans le sens horizontal sera

$$333,44\sqrt{1+t.0,00375.}$$

On conçoit que ces dégagemens passagers de chaleur produits dans les molécules d'air ne sauraient être appréciables par le thermomètre, à cause de la rapidité de leurs alternatives; de même que le baromètre n'annonce point les variations momentanées de force élastique qui ont lieu dans la production du son, quoique tout le monde s'accorde néanmoins à en admettre l'existence. Mais on peut vérifier ce phénomène d'une autre manière, en observant s'il se produit du son dans les vapeurs aériformes; car en partant des résultats que l'expérience a fait connaître relativement à la constitution des vapeurs qui remplissent un espace limité, et leur appliquant les principes mathématiques sur lesquels on a coutume d'établir les lois des petites vibrations des fluides élastiques, on voit que s'il ne s'y dégage point de chaleur, il ne doit s'y produire absolument aucun son.

En effet, il est prouvé par les expériences de Deluc, de Saussure et de M. Dalton, que la quantité de vapeur d'eau ou de tout autre liquide qui se forme dans un espace vide, dépend uniquement des dimensions de cet espace et de la température; en sorte que si cette vapeur a une force élastique capable de soutenir le baromètre à une certaine hauteur, et que vous la compriniez lentement de manière à lui faire occuper un espace

moindre, la force élastique n'augmentera point par cette compression, comme ferait celle d'un gaz permanent; mais une partie de la vapeur repassera à l'état liquide, sans que le baromètre varie, et il ne restera que celle qui convient aux nouvelles limites dans lesquelles l'espace se trouve réduit. L'inverse arrivera, si l'on étend l'espace au lieu de le diminuer; une nouvelle quantité de vapeurs se formera pour le remplir, mais sans aucune variation de la force élastique ni de la hauteur du baromètre, du moins tant que l'espace contiendra assez de liquide pour fournir de nouvelles vapeurs.

Or, supposons qu'un corps solide vienne à entrer en vibration dans un pareil milieu, sans y changer la température. Chacune de ses oscillations ne fera que diminuer l'espace dans un sens, et l'augmenter dans le sens opposé. Ainsi il y aura d'un côté une petite quantité de vapeur qui passera à l'état liquide, et de l'autre une petite quantité de liquide prendra l'état de vapeur. Ces condensations et ces dilatations auront lieu, tout près du corps sonore, dans la très-petite étendue de ses vibrations; mais elles ne se produiront pas au-delà. Ainsi l'ébranlement ne se propagera pas dans le reste de la masse fluide, et par conséquent le son ne sera pas transmis.

Au contraire, supposons que le corps sonore, en comprimant la vapeur par ses vibrations rapides, en dégage mécaniquement une certaine quantité de chaleur; cette supposition n'est point du tout invraisemblable, car on sait que les vapeurs dégagent beaucoup de chaleur par leur condensation. La vapeur d'eau, par exemple, selon les expériences de Watt, abandonne, en se liquéfiant, une quantité de chaleur qui serait capable de porter la masse d'eau liquide qui en résulte, à la température de 525° du thermomètre centésimal. En ayant égard à cette circonstance, les effets du corps sonore sur la vapeur ne sont plus les mêmes. Les portions qu'il comprime se maintiennent à l'état de fluide élastique, malgré la diminution de l'espace, en vertu de la chaleur dégagée qui augmente momentanément leur ressort. Au contraire, dans la portion qui se dilate, l'abaissement de la température, empêchant une nou-

velle vaporisation, y fait diminuer l'élasticité. Les phénomènes qui se produisent près du corps sonore sont donc alors de la même nature que si la vapeur devenait un gaz permanent. Ce sont des augmentations et des diminutions de ressort, successives et momentanées, dont l'effet se transmet de proche en proche dans toute la masse fluide, de manière à permettre au son de s'y produire et de s'y propager.

On peut donc ainsi éprouver, par l'expérience, l'ingénieuse idée de M. Laplace sur les effets de la chaleur dégagée ou absorbée dans la transmission du son; car si l'effet qu'il a supposé n'a pas lieu, les vibrations des corps sonores dans les vapeurs ne doivent absolument y produire aucun son; et si elles en produisent, ce ne peut être que par l'effet unique du dégagement de la chaleur. Or, en faisant l'expérience par les procédés expliqués page 4, j'ai trouvé que la transmission du son a réellement lieu dans les vapeurs tout aussi bien que dans les gaz; par conséquent, l'influence du développement de la chaleur dans ce phénomène est incontestable; mais, comme nous l'avons déjà remarqué, l'effet doit en être insensible sur le thermomètre, et l'on ne doit pas plus demander pourquoi la température ne s'élève pas dans une salle où l'on fait de la musique, que l'on ne demande pourquoi le baromètre n'y varie point.

Jusqu'ici nous avons considéré la propagation du son dans une masse d'air homogène et indéfinie. Supposons maintenant cette masse terminée par une surface de position fixe; alors il faudra que les molécules d'air, immédiatement adjacentes à cette surface, ne puissent pas s'en détacher; car, si cela arrivait, il se produirait un vide sur la surface, et les molécules d'air qui l'auraient un instant quittée seraient aussitôt forcées d'y revenir. Elles ne pourront donc que glisser dans le sens du plan tangent. D'ailleurs, jusqu'à ce que l'ondulation sonore soit parvenue à la surface fixe, elle doit se propager comme dans l'air libre, puisque pendant tout ce trajet la densité de l'air est la même que si l'obstacle n'existait pas. Ces conditions, introduites dans les formules analytiques, montrent,

lorsqu'on sait y satisfaire, comment l'ondulation sonore doit se continuer. On prouve de cette manière qu'à la rencontre d'une surface plane le son doit se réfléchir comme la lumière, en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; et si l'on suppose que l'ondulation directe émane d'un seul point ébranlé, l'ondulation réfléchie sera précisément la même que si elle émanait d'un point situé à même distance de l'autre côté du plan réflecteur. Ces résultats expliquent le phénomène de l'écho. Si la surface de l'obstacle est un ellipsoïde, et que le centre de l'ondulation directe soit placé à un des foyers, le son se réfléchira par une autre onde sphérique, dont le centre sera à l'autre foyer, et son intensité croîtra après la réflexion à mesure qu'elle se concentrera et convergera vers ce point. Tels sont, jusqu'à présent, les seuls cas de réflexion du son que l'on ait su tirer de la théorie, en ayant égard aux trois dimensions de la masse d'air.

Supposons maintenant que la masse d'air soit composée de couches pesantes de densité variable, mais d'une température constante. C'est le cas de l'atmosphère, en faisant abstraction du décroissement de la température. Si, de plus, pour simplifier la question, on suppose la pesanteur constante dans toute l'étendue de cette atmosphère, alors le calcul montre que le son se propage encore uniformément dans tous les sens avec une vitesse égale; et cette vitesse est la même que nous avons plus haut déterminée, c'est-à-dire

$$\sqrt{10463 \,.\, 0,^{m}76 \,.\, g(1+t \,.\, 0{,}00375)(1+K)};$$

résultat qu'il était naturel de prévoir. Car on peut décomposer par la pensée la masse d'air en une infinité de couches très-minces dans chacune desquelles la densité sera constante; et la vitesse du son dans chacune de ces couches sera toujours la même, puisque nous avons reconnu plus haut qu'elle est indépendante de la densité. Quant à l'intensité du son, le calcul prouve qu'elle dépend uniquement de la densité de l'air dans le point où il a été primitivement produit, et de la distance qu'il a parcourue à partir de ce point; en sorte qu'à distance égale

l'intensité sera d'autant plus faible, que le son sera parti d'un point plus élevé dans l'atmosphère. Mais si l'on fait varier la température des couches en même temps que leur densité, la vitesse du son n'est plus uniforme, et elle a des valeurs inégales dans les différentes directions.

Ces résultats, et ceux que j'ai rapportés plus haut sur la réflexion, sont extraits d'un Mémoire de M. Poisson, inséré dans le 14e cahier du Journal de l'École Polytechnique. La théorie du son est une des applications les plus belles et les plus satisfaisantes du calcul. Newton en a jeté les premiers fondemens; Euler et Lagrange y ont ajouté de grandes découvertes; le Mémoire que nous venons de citer a étendu leurs résultats, et les a rendus plus rigoureux.

En remplissant un même ballon avec différens fluides aériformes, ou même avec des vapeurs, on peut mesurer l'intensité du son qui s'y produit, d'après la distance à laquelle il est entendu; mais il faut alors employer un corps sonore dont les vibrations se fassent toujours avec une force égale, tel que serait, par exemple, un petit timbre d'horlogerie. En opérant de cette manière, on trouve que l'intensité du son croit avec la densité du fluide aériforme que le ballon renferme. La vitesse avec laquelle les vibrations s'y propagent, ne peut pas s'observer de cette manière; mais nous donnerons bientôt un moyen de la mesurer.

Les physiciens ont aussi cherché à mesurer la vitesse de propagation du son dans des substances liquides et solides; mais la grande rapidité de sa transmission et le peu d'étendue qu'ont ordinairement les corps sur lesquels on opère, ne permettent pas d'espérer autre chose que des résultats approchés; toutefois on s'est assuré de cette manière que la transmission du son par les corps solides, et probablement aussi par les corps liquides, est beaucoup plus rapide que par l'air. J'ai fait moi-même des observations de ce genre sur un assemblage de 376 tuyaux de fonte qui formait une longueur de 951 mètres $\frac{1}{4}$. La longueur moyenne de chaque tuyau était de $2^m,515$. J'ai obtenu ce résultat en mesurant la longueur totale de 12 tuyaux placés bout à

bout. Les tuyaux étaient séparés par des rondelles de plomb revêtues de futaine goudronnée ; mais ils étaient serrés les uns contre les autres par de fortes vis, de manière que les rondelles se trouvaient extrêmement comprimées, ce qui rendait leur contact assez intime pour qu'elles ne laissassent point écouler l'eau. L'épaisseur moyenne de chaque rondelle était $0^{m},014256$. Ce résultat est la moyenne entre les mesures de douze rondelles différentes ; de sorte que sur la longueur totale $951^{m},25$, la somme des rondelles seules entrait pour $5^{m},61$; l'assemblage total des tuyaux formait une ligne courbe qui avait deux inflexions vers le milieu de sa longueur. On plaçait dans le dernier tuyau, tout près de son orifice, un anneau de fer de même diamètre que lui, portant à son centre un timbre et un marteau que l'on pouvait laisser tomber à volonté. Le marteau, en frappant sur le timbre, frappait aussi le tuyau avec lequel il était en communication par le contact de l'anneau de fer. Ainsi, en se plaçant à l'autre extrémité de la ligne, on devait entendre deux sons, l'un transmis par le métal du tuyau, l'autre par l'air.

En effet, on les entendait fort distinctement en appliquant l'oreille contre les tuyaux, et même sans l'y appliquer. Le premier son, plus rapide, était transmis par le corps des tuyaux ; le second par l'air. Des coups de marteau frappés sur le dernier tuyau produisaient aussi cette double transmission. On observait soigneusement, avec des chronomètres à demi-secondes, l'intervalle des deux sons transmis. Les premières expériences avec cet appareil furent d'abord faites par M. Bouvard et moi, sur une longueur de $196^{m},17$; mais je me bornerai à rapporter les dernières que j'ai faites seul sur la longueur totale de $951^{m},25$, parce qu'elles me paraissent mériter plus de confiance, tant à cause de la distance beaucoup plus considérable, que parce que j'y ai employé des procédés plus précis. Dans toutes ces expériences, nous avions été aidés par l'artiste qui avait construit les timbres ; c'était un ouvrier en horlogerie, nommé Martin, le même qui a imaginé d'appliquer au pendule la compensation par des lames.

Je me suis d'abord assuré à diverses reprises, et par plus de deux cents observations, soit avec le marteau, soit avec le timbre, que l'intervalle des deux sons transmis par le métal et par l'air était exactement de 2″,5, et je n'ai trouvé aucune variation sensible dans cette quantité. Je l'ai fait observer aussi par M. Martin, sans lui donner connaissance de mon résultat, et il a trouvé la même chose. Or, à la distance de 951m,25, la température étant de 11°, le temps de la transmission du son par l'air est, d'après le calcul, 2″,796 (1), comme on peut le voir par la formule de la page 22. Retranchons de ce résultat 2″,5, intervalle des deux sons observés, il nous reste 0″,296, pour le temps de la propagation du son par le métal sur cette étendue; et d'après le soin que j'ai mis à répéter ces observations, d'après le concours exact des cinq battemens du chronomètre, qui était à demi-secondes, entre l'intervalle des deux sons, je crois que l'on peut regarder ce résultat comme très-approché.

Cependant, on pourrait objecter encore que la vitesse du son dans l'air, déduite du calcul, peut bien, à cause des écarts de la température, différer d'une petite quantité de celle qui avait lieu réellement dans les tuyaux lors de mes observations. Cela laissait toujours quelque incertitude sur le résultat, et surtout sur sa quantité précise; j'ai donc cherché à le vérifier directement d'une autre manière, et j'y suis parvenu, comme on va le voir.

J'ai placé M. Martin à l'une des extrémités du canal, avec une montre à demi-secondes; je me suis mis à l'autre extrémité avec une montre semblable, soigneusement comparée à la première, au commencement et à la fin des expériences; comparaison qui, au reste, comme on le verra tout à l'heure, n'influe presque en rien sur les résultats. Lorsque la montre de M. Mar-

(1) En effet, si l'on fait $t = 11°$ dans cette formule, elle donne la vitesse par seconde égale à 340m,25 pour cette température. D'où il suit proportionnellement que l'espace de 951m,25 sera parcouru dans un nombre de secondes égal à $\frac{951,25}{340,25}$, ou 2″,796.

tin marquait o″ ou 30″, il frappait un coup de marteau sur le dernier tuyau, près duquel il était placé; et lorsque ma montre marquait 15″ ou 45″, je lui répondais par un coup semblable. Nous observions en outre, l'un et l'autre, l'arrivée des sons qui nous étaient envoyés, et on notait les époques. Nous avions d'ailleurs une très-grande attention à frapper juste à la seconde déterminée; et avec un peu d'habitude on y parvient très-facilement, comme le prouve la série même de nos observations. Or, quelle que soit la différence des montres, quand même elles seraient variables, pourvu qu'elles ne changent pas sensiblement dans l'intervalle de 30″, elle se détruit exactement quand on prend la moyenne de deux observations consécutives, et le résultat en devient tout-à-fait indépendant. Car, supposons que le premier chronomètre avance sur le dernier de la quantité r; soit p le temps de la propagation du son par le corps solide. Lorsque le premier observateur frappe le coup à o″ de sa montre, l'autre lit sur la sienne $o'' - r$; et par conséquent $p - r$ indique, avant ou après o″, l'époque à laquelle il reçoit le son. Au contraire, quand le second observateur frappe à 30″, le premier observateur marque déjà $30'' + r$; et par conséquent $p + r$ indique au-delà de 30″, l'époque à laquelle il reçoit le son transmis. Les quantités $p - r$ et $p + r$ sont donc données par ces observations simultanées, et la moitié de leur somme fait de suite connaître le temps de la propagation p, à travers le métal, indépendamment des écarts des deux montres, et plus exactement que par l'observation directe.

Dans les expériences que j'ai faites, la série des quantités $p - r$ et $p + r$ a été telle qu'on la voit dans les deux colonnes ci-jointes.

	$p - r$.	$p + r$.	Somme ou valeur de $2p$.
1re série de $0^h\,5'$ à $0^h\,59'$.	— 2″,0	+ 2″,5	0″,5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
	2, 0	2, 5	0, 5
2e série de $1^h\,27'$ à $1^h\,32'$.	— 2″,8	3″,5	0″,7
	2, 9	3, 5	0, 6
	3, 0	3, 5	0, 5
	2, 9	3, 5	0, 6
	3, 0	3, 5	0, 5
	3, 0	3, 5	0, 5
	3, 0	3, 5	0, 5
	2, 9	3, 5	0, 6
	3, 0	3, 5	0, 5
	3, 0	3, 5	0, 5
	3, 1	3, 5	0, 4

Valeur moyenne de $2p = 0″,52$

Temps de la propagation par le métal $p = 0,26$

Cette valeur diffère seulement de 0″,036 de celle que nous avons trouvée plus haut d'après la différence des propagations; mais la dernière méthode, donnant le double de la quantité p, qu'il faut conclure, mérite la préférence.

En ajoutant à 0″,26 qui exprime le temps de la propagation par le métal la différence 2″,5 constamment observée entre les intervalles des deux sons, on aura le temps total de la propagation dans l'air qui sera égal à 2″,76. Ce temps calculé d'après la longueur du tuyau, serait 2″,796, comme on vient de le voir tout à l'heure, et l'accord de ces nombres qui ne diffèrent l'un de l'autre que de 0″,036, parait de nature à inspirer quelque confiance dans les résultats.

Le temps de la propagation par le métal étant 0″26, tandis que celui de la propagation par l'air est 2″,79; il s'ensuit que

le son se propage 10 $\frac{1}{4}$ fois aussi vite par le métal de fonte que par l'air. Si cette évaluation n'est pas encore assez précise pour déterminer exactement le rapport de ces vitesses, du moins elle suffit pour montrer de quel ordre ce rapport peut être, et quelle idée l'on en doit avoir. Il est probable d'ailleurs qu'elle est plutôt trop faible que trop forte ; car, quelque bien serrées que fussent les rondelles, il est difficile de croire qu'elles n'ont pas un peu ralenti la propagation du son.

L'ingénieux physicien M. Chladni a donné un autre moyen d'évaluer la vitesse de propagation du son transmis par les diverses substances, d'après le ton, plus aigu ou plus grave, du son que fait entendre une lame de ces substances frottée dans le sens de sa longueur, d'une manière propre à la faire entrer en vibration. Mais pour comprendre le rapport qui existe entre ces deux genres de phénomènes, il faut avoir appris comment on peut comparer les sons entre eux, et quelle est la relation qui existe entre ces sons et l'élasticité du milieu qui les transmet ou qui les excite dans l'air par ses vibrations.

Si l'on veut connaître complètement la théorie analytique de la propagation du son dans l'air, il faut, outre le Mémoire de M. Poisson, que j'ai cité plus haut, consulter les Recherches de Lagrange dans les Mémoires de Turin, celles d'Euler dans les Mémoires de Berlin, 1759, 1765 ; et dans les nouveaux Commentaires de Pétersbourg, tome XVI.

CHAPITRE II.

De la perception et de la comparaison des Sons continués.

MAINTENANT que nous savons comment une agitation subite, produite dans quelques points d'un fluide élastique, se propage à toute sa masse, il nous sera bien facile de comprendre comment les vibrations des corps peuvent être transmises par l'air jusqu'à l'organe de l'ouïe, et y faire entendre un son continu. Car, à mesure que les particules d'un corps vibrant vont et reviennent dans leurs excursions alternatives, elles agissent mécaniquement sur les molécules d'air qui les environnent; et si, en allant, elles les poussent et les compriment, en revenant elles leur ouvrent un vide où elles peuvent se dilater. C'est pourquoi les particules d'air contiguës au corps sonore iront aussi, et reviendront tour à tour comme lui par des vibrations pareilles; elles agiteront donc à leur tour les molécules d'air qui les avoisinent, celles-ci en agiteront d'autres, et ainsi de suite à l'infini.

Pour nous faire une idée nette de cette transmission, considérons-la d'abord dans une colonne d'air cylindrique, de densité uniforme et isolée de toutes parts, telle que AO, fig. 3. Supposons que le corps sonore soit une surface plane qui vibre perpendiculairement à cette colonne, en sorte que CC C'C' représentent les limites de ses excursions; et désignons par T le temps très-court qu'elle met à passer d'une de ces positions à l'autre. Pour ramener l'effet de ces vibrations à celui des ébranlemens instantanés, que nous avons traité d'abord, divisons par la pensée leur étendue totale A A' en une infinité de petites lames d'air que nous supposerons être ébranlées les unes après les autres, mais chacune en un instant infiniment petit. Alors, la surface vibrante partant du point A, le premier ébranlement sera pro-

duit en A; et si elle s'arrêtait tout court après ce premier choc, il en résulterait une onde sonore d'une longueur insensible, qui se propagerait dans toute la masse d'air avec la vitesse ordinaire du son. De sorte qu'une particule quelconque M, située à la distance x du point A, s'ébranlerait après un temps t, déterminé par la condition

$$(1) \qquad x = at, \qquad \text{d'où} \qquad t = \frac{x}{a}.$$

Et, à cause de la petitesse de la lame d'air primitivement soumise à l'impulsion du corps sonore, l'ébranlement ne durerait qu'un instant infiniment petit. Maintenant, avant de transporter la surface vibrante à une seconde lame d'air, il faut admettre, ce qui sera prouvé dans peu par l'expérience, que, dans tous les sons appréciables par l'organe de l'ouïe, la vitesse absolue du corps sonore est toujours très-petite comparativement à la vitesse de transmission du son. D'après cela, quand la surface vibrante atteindra la seconde lame d'air, l'agitation excitée en elle par la première onde sonore sera déjà passée, et elle se trouvera revenue à l'état de repos. La surface l'ébranlera donc par son choc, comme elle avait ébranlé la première lame, ce qui produira une seconde ondulation qui se propagera dans toute la ligne d'air, à la suite de la première. Enfin, lorsqu'après le temps T, la surface vibrante sera arrivée en A′, limite de son excursion dans ce sens, la dernière ondulation partira de ce point. Si l'on compte toujours les temps à partir du premier ébranlement du corps sonore, et que l'on demande l'époque à laquelle la dernière ondulation atteindra une particule d'air située à la distance x de l'origine A, il n'y a qu'à désigner l'intervalle A A′ par ω, et faire

$$(2) \qquad x - \omega = a(t - \mathrm{T}), \quad \text{d'où} \quad t = \mathrm{T} + \frac{x - \omega}{a}.$$

Si, de cette seconde valeur de t, on retranche la première $\frac{x}{a}$, on aura le temps total pendant lequel une même particule d'air est agitée par la série d'ondulations qu'excite une vibration en-

tière du corps sonore. Ce temps sera $T - \frac{\omega}{a}$, et se réduira simplement à T, si l'étendue des excursions du corps sonore est extrêmement petite, comme on doit toujours le supposer dans cette théorie.

On peut également connaître, d'après ces formules, la longueur occupée sur la ligne d'air par la série des particules qui se trouvent ébranlées à chaque instant. Pour cela, il faut supposer t le même, relativement à toutes ces particules, et regarder x comme différent. On a alors

Première ondulation émanée du point A $\quad x = at.$
Dernière ondulation émanée de A′ . . . . $x = \omega + a(t - T).$

Retranchant cette seconde abscisse de la première, on aura la longueur totale α de l'onde sonore composée, qui sera exprimée par

$$\alpha = aT - \omega, \qquad \text{ou simplement} \qquad \alpha = aT,$$

en négligeant ω comparativement à aT. Nous verrons par la suite que l'expérience confirme ces résultats de la manière la plus exacte.

Nous n'avons encore considéré qu'une seule des vibrations du corps sonore, de A en A′. Quand il reviendra de A′ en A, il excitera une autre série d'ondulations pareilles, dont l'ensemble formera une onde totale qui aura encore la longueur α. Celle-ci suivra immédiatement la première, comme se suivent les mouvemens du corps sonore qui les excite. Mais si l'une a poussé les particules d'air dans le sens A A′, en les condensant, la seconde les attirera dans le sens A′ A, en les raréfiant; de sorte que, si leur densité initiale D est devenue successivement D, $D + d$, D, par l'effet de la première onde, elle deviendra D, $D - d$, D, par l'effet de la deuxième. Toutes les particules aériennes successivement ébranlées éprouveront graduellement ces états divers; et dans le passage d'une onde à la suivante, elles se retrouveront dans leur état initial de situation et de densité. Car les positions CC, C′ C′ étant supposées les limites des vibrations naturelles du corps sonore, limites fixées

par la seule élasticité de ses parties, son mouvement ne doit pas y cesser brusquement, mais il doit devenir graduellement insensible à mesure qu'il s'en approche ; de sorte que les dernières impulsions qu'il produit alors sur l'air sont très-faibles et finissent par être nulles, ce qui permet aux molécules ébranlées de revenir graduellement à leur premier état. Cela aura lieu ainsi indéfiniment, quel que soit le nombre des ondes alternatives qui se succèdent; de sorte qu'après un nombre n de vibrations du corps sonore, il y aura sur la ligne d'air un nombre n d'ondes égales, courant à la suite les unes des autres, fig. 4, qui occuperont ensemble une longueur $n\alpha$ comptée à partir du corps sonore. Si donc il existe sur la ligne d'air un organe propre à être ébranlé par ces ondulations, l'observateur qui en sera doué aura la sensation du son produit par un corps sonore. La périodicité des ondes, leur durée, leur force, seront autant de circonstances qui lui serviront à apprécier la qualité des sons, et à les distinguer les uns des autres.

On voit aussi, par cette distinction, que le commencement et la fin des ondes sonores doivent produire peu d'impression sur l'organe, puisqu'alors les déplacemens des particules et leurs variations de densités sont très-faibles. Néanmoins comme les sensations durent et subsistent toujours un certain temps, même après que la cause qui les produisait a cessé, il doit arriver et il arrive en effet, quand les vibrations sont fort rapides, que l'impression causée par le milieu des ondes sonores couvre la faiblesse de leurs extrémités et produit une sensation continue. Mais si leur succession devient assez lente pour que l'oreille puisse y saisir des périodes d'intensité, et distinguer leurs intervalles, on doit, au lieu d'un son continu, entendre une suite de bruits ou de battemens périodiquement réglés. C'est aussi ce que l'expérience confirme, et nous en aurons bientôt des preuves multipliées.

Maintenant il nous faut examiner les lois mêmes suivant lesquelles s'opèrent les vibrations des corps sonores. Nous avons déjà prouvé, de diverses manières, qu'il existe une dépendance physique entre la rapidité des vibrations d'une corde tendue et la

nature des sons qu'elle produit. En approfondissant ce rapport, nous allons y trouver un moyen de comparer les sons entre eux.

Lorsqu'une corde métallique, telle qu'on les emploie dans les instrumens de musique, est attachée par ses deux extrémités à deux obstacles fixes, et tendue fortement dans le sens de sa longueur, elle prend une direction sensiblement rectiligne. Si on l'écarte tant soit peu de cette direction et qu'on l'abandonne ensuite, la force de traction, qui tend à l'y ramener, lui fait faire de part et d'autre un grand nombre d'oscillations que l'on peut apercevoir à la vue simple, quoiqu'elles soient ordinairement trop rapides pour pouvoir être comptées. L'étendue de ces oscillations va continuellement en diminuant; mais, si elles sont fort petites, la variation de leur amplitude, n'altérant pas sensiblement la tension primitive, ne change pas non plus le ton du son qui en résulte, c'est-à-dire l'espèce de sensation d'aigu ou de grave qu'il fait éprouver; et, par une conséquence du même principe, ce son demeure aussi le même de quelque façon que la corde soit écartée de son état d'équilibre, soit qu'on la pince ou qu'on la fasse vibrer avec un archet. Dans ce phénomène on peut considérer chaque élément infiniment petit de la corde comme une petite masse dont la tension est le moteur; de façon que si l'on donne la longueur de la corde, son poids et la force de tension qui la tire, ce doit être un simple problème de mécanique que de déterminer la durée de ses oscillations infiniment petites. Pour mieux fixer les élémens de la question, on peut imaginer que la tension de la corde est produite par un poids P attaché à une de ses extrémités, que l'on fera pour cela passer sur une poulie fixe, comme le représente la fig. 5. Un appareil ainsi disposé s'appelle un monocorde. Supposons la corde uniformément épaisse, soit l sa longueur, p son poids, et P le poids qui la tend, le temps t pendant lequel elle fait une vibration très-petite est exprimé, en secondes sexagésimales, par la formule

$$t = \sqrt{\frac{l\,p}{g\,\mathrm{P}}},$$

g étant comme ci-dessus, le double de l'espace décrit par un corps pesant dans une seconde, c'est-à-dire $9^{m},8088$. Cette expression est applicable, quelle que soit l'étendue des vibrations, pourvu qu'elle soit très-petite.

Considérons la corde comme cylindrique : soit r le rayon de sa section transversale, δ ce que pèse l'unité de volume de la matière qui la compose; désignons par π la demi-circonférence dont le rayon $= 1$; le volume de la corde sera $\pi r^2 l$, et son poids $p = \pi r^2 l \delta$; qu'on mette cette valeur dans la formule ci-dessus, le facteur r^2 l^2 sort de dessous le radical, et l'on a

$$t = r l \sqrt{\frac{\pi \delta}{g \mathrm{P}}}.$$

Soit N le nombre de vibrations faites par la corde dans un temps donné T, on aura

$$\mathrm{T} = \mathrm{N} r l \sqrt{\frac{\pi \delta}{g \mathrm{P}}}, \quad \text{ou} \quad \mathrm{N} = \frac{\mathrm{T} \sqrt{g \mathrm{P}}}{r l \sqrt{\pi \delta}}.$$

Si le temps arbitraire T est supposé égal à $1''$, il vient

$$\mathrm{N} = \frac{\sqrt{g \mathrm{P}}}{r l \sqrt{\pi \delta}}.$$

De là résultent plusieurs conséquences importantes pour la théorie des sons.

On voit d'abord que, pour deux cordes de même grosseur et de même matière, tendues également, et différant seulement par la longueur, les nombres de vibrations dans un temps donné sont réciproques aux longueurs des cordes; car toutes les quantités restent les mêmes dans la formule, excepté l.

Mais si, la nature de la corde et sa longueur restant les mêmes, on fait varier seulement le poids qui la tend; les nombres des oscillations seront directement proportionnels aux racines carrées de ces poids, car alors toutes les quantités restent les mêmes dans la formule, excepté P. On peut aisément éprouver sur le monocorde l'effet de ces deux genres de variation.

D'abord, pour faire varier la longueur l toute seule, on se sert d'un petit chevalet mobile, de forme triangulaire, que l'on

place sous la corde en tel point de sa longueur que l'on veut. Ce chevalet représenté par H, fig. 6, a une hauteur telle qu'étant placé entre le plateau du monocorde et la corde elle-même, celle-ci presse dessus, et se trouve ainsi fixée en ce point.

Supposons donc que l'on fasse d'abord vibrer la corde entière; le nombre des oscillations par seconde sera

$$\frac{\sqrt{gP}}{rl\sqrt{\pi\delta}}.$$

Si le poids P est suffisamment considérable, elles seront trop rapides pour qu'on puisse les compter; mais on entendra un certain son dont on pourra se rappeler la sensation; ou bien encore à côté de la première corde on pourra en placer une autre pareille, et de même longueur, que l'on tendra avec un poids égal ou tel qu'elle rende exactement le même son; ce que l'on pourra vérifier en les comparant. Si l'on avait près de soi un forté-piano accordé, ou un orgue, on pourrait encore chercher et trouver sur ces instrumens la touche qui répond au son que l'on aura produit.

Je suppose maintenant que l'on place le chevalet sous la corde, précisément à la moitié de sa longueur, comme le représente la fig. 7, sans changer le poids qui la tend. Alors, en changeant l en $\frac{1}{2}l$ dans la formule, on aura le nombre des vibrations en une seconde pour chacune des deux parties; ce sera

$$\frac{2\sqrt{gP}}{rl\sqrt{\pi\delta}};$$

c'est-à-dire qu'il sera double du premier. Or, le son rendu par chaque partie de la corde ainsi divisée, différera du premier son rendu par la corde entière. Il en sera ce que l'on appelle en musique l'*octave aiguë*; et comme ce rapport se vérifie toujours, quelle que soit la longueur, la grosseur et la tension de la corde que l'on divise, il faut en conclure que lorsqu'un son est l'octave aiguë d'un autre, il répond à un nombre de vibrations deux fois plus rapides; de sorte que si l'on veut désigner chaque son par le nombre de vibrations qui lui appartient, le premier sera 1

et le second 2, et si l'on veut appeler le son fondamental ut_1 et son octave ut_2, comme on le fait ordinairement dans la musique, on aura

Le son fondamental..... $ut_1 = 1$
L'octave aiguë..... $ut_2 = 2$.

Ce qui offre déjà, comme on voit, le moyen de fixer un rapport mathématique entre ces deux sons. Plaçons maintenant le chevalet au tiers de la corde, comme le représente la fig. 8, et faisons vibrer sa plus petite partie; alors il faudra changer l en $\frac{1}{3}l$, et le nombre des vibrations de cette partie sera

$$\frac{3\sqrt{gP}}{rl\sqrt{\pi\delta}};$$

c'est-à-dire qu'il sera triple de celui qui convient à la corde entière; aussi le son qu'elle produira sera beaucoup plus aigu que le son fondamental ut_1. Pour en rapprocher ce nouveau son, prenons son octave grave, qui sera donnée par les deux autres tiers de la corde, comme les expériences précédentes le prouvent, et comme l'observation directe le montre aussi. Le nombre des vibrations de cette partie sera alors deux fois moindre, ou

$$\frac{3\sqrt{gP}}{2rl\sqrt{\pi\delta}};$$

c'est-à-dire qu'il sera $\frac{1}{2}$ du nombre de vibrations donné par la corde entière. On trouve ainsi que ce son est par rapport au premier ce que l'on appelle en musique la *quinte;* en sorte que si le premier est $ut_1 = 1$, le second sera $sol_1 = \frac{1}{2}$, et par conséquent son octave aiguë, qui était d'abord donnée par le tiers de la corde, sera $sol_2 = 3$. Nous le représentons par sol_2, parce qu'il est l'octave aiguë de sol_1.

Maintenant, plaçons notre chevalet au quart de la corde, fig. 9, le nombre de vibrations pour la partie la plus petite sera

$$\frac{4\sqrt{gP}}{rl\sqrt{\pi\delta}}$$

c'est-à-dire qu'il sera double de ut_0 ; ce sera donc l'octave de ut_2 ou ut_3. Mais pour l'autre portion qui contient les trois autres quarts de la corde, le nombre des vibrations sera $\frac{4}{3}$ du nombre qui convient au son fondamental; le son qui en résulte, se trouve être ce que l'on appelle la quarte du son fondamental que l'on désigne en musique par fa_1 ; on aura donc $fa_1 = \frac{4}{3}$.

En continuant à diviser ainsi la corde en un nombre de plus en plus grand de parties égales, on pourra trouver successivement tous les sons employés dans la musique. Mais en nous bornant ici à ceux qui composent la série des sons que l'on nomme la *gamme*, on aura les valeurs suivantes dans lesquelles on a pris pour unité le nombre de vibrations qui appartient au son fondamental ut_1.

Noms des sons.....	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
Nomb. des vibr. dans un même temps..	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Longueur des cordes qui les donnent..	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$.

Si l'on assemble à côté les unes des autres, sur une même table, huit cordes de même nature, de même grosseur, tendues par des poids égaux, et dont les longueurs soient en raisons renversées des nombres d'oscillations qui appartiennent à chaque son, ces cordes, lorsqu'on les fera vibrer, rendront les sept sons de la gamme, comme on peut aisément le vérifier par l'expérience; et si l'on emploie un plus grand nombre de cordes, dont les longueurs soient successivement doubles, quadruples, octuples des précédentes, on aura autant de nouvelles gammes, dont les sons seront l'octave ou la double octave, ou la triple octave de la première. Dans les instrumens de musique, tels que le piano et le clavecin, on ébranle les cordes des diverses octaves par des marteaux qui sont mis en mouvement au moyen de petits leviers de bois sur lesquels on pose les doigts, et que l'on nomme *touches*. Les touches qui appartiennent à une même gamme, sont placées à côté les unes des autres. Ainsi la touche qui donne re_1 est la seconde après ut_1, celle qui donne mi_1 est la troisième, celle qui donne fa_1 est la quatrième, celle qui donne sol_1 est la cinquième; et ainsi de suite. On a pris de là l'usage de désigner

les notes d'après le rang où elles se trouvent placées à la suite d'*ut*. Ainsi on dit que mi_1 est la tierce d'ut_1; fa_1, la quarte; sol_1, la quinte; la_1, la sixte; si_1, la septième, et ainsi de suite; de sorte que si l'on énonce, par exemple, la dix-septième majeure au-dessus de ut_1, cela veut dire la dix-septième touche en partant de ut_1; ce qui répond par conséquent à la double octave de mi_1 ou à mi_3.

Jusqu'ici nous n'avons fait varier que la longueur de la corde; mais en faisant varier la tension seule, qui est représentée par le poids P, nous pourrons aussi doubler et tripler le nombre des vibrations, ou en général le multiplier dans tel rapport qu'il nous plaira. Alors, quand le calcul nous indiquera quelqu'un des nombres d'oscillations donnés par les expériences précédentes, nous devrons aussi retrouver le même son, s'il est vrai que pour la même espèce de corde, le son ne dépende que du nombre de vibrations. C'est en effet ce qui se vérifie avec exactitude. Si la corde tendue par le poids P donne ut_1, tendue par le poids 4P elle donnera ut_2, tendue par le poids $(\frac{1}{3})^2$ P elle donnera sol_1, avec le poids $(\frac{1}{4})^2$ P elle donnera mi_1, et ainsi de suite.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que le son principal donné par chaque corde, selon sa longueur et le poids qui la tend. Mais en écoutant avec attention le son produit par une corde métallique, on peut facilement y reconnaître le mélange de plusieurs autres sons plus aigus que le son fondamental; en sorte que si celui-ci est représenté par ut_1, on entend très-distinctement, par exemple, sol_2 et mi_3, c'est-à-dire l'octave de sa quinte, et la double octave de sa tierce, lesquelles sont respectivement représentées par les nombres 3 et 5, le son fondamental étant 1. Une oreille exercée apprécie encore l'octave de ut_1, qui est représentée par le son 2, et la double octave dont la valeur est 4. En sorte qu'en généralisant ce résultat, on conçoit que la même corde fait entendre à la fois, mais avec une intensité continuellement décroissante, les sons 1, 2, 3, 4, 5,... etc., c'est-à-dire tous ceux qu'elle peut donner en se divisant dans un nombre entier de parties. Cela a fait donner à ces sons le nom d'*harmoniques*,

parce que le mot d'harmonie désigne la résonnance simultanée de plusieurs sons dont l'ensemble flatte l'oreille, et qu'il n'en est point de plus flatteuse pour elle, que celle des sons qui forment la série 1, 2, 3, 4, 5. Afin que leur coexistence dans la corde vibrante soit plus facile à reconnaitre, il faut faire l'expérience avec une corde assez grosse et assez longue pour que le son principal *ut*$_1$ soit grave et intense. Telles sont les grosses cordes d'une basse ou celles d'un piano-forté; mais quand on se sera habitué à distinguer ainsi les sons simultanés, ils deviendront ensuite sensibles avec toutes les cordes des instrumens de musique.

Pour découvrir quelle peut être la cause de cette multiplicité de vibrations, il faut remonter aux principes qui déterminent le son produit par une corde : c'est la tension et la longueur. Ici la tension est constante et donnée; c'est le poids qui est suspendu à la corde. Il faut donc que ce soit la longueur qui change. Or, puisque la corde est fixée par ses deux extrémités, sa longueur ne peut varier qu'en se divisant d'elle-même en plusieurs parties, qui vibrent isolément les unes autour des autres pendant la vibration générale de la corde entière, de manière à produire cette coexistence de sons.

En effet, en examinant d'aprés les lois de la mécanique les mouvemens qu'une corde tendue peut prendre autour d'un axe rectiligne, on voit qu'elle peut former une infinité de courbures différentes qui, toutes, rendront des sons divers. La plus simple de ces configurations est celle qui n'offre qu'une seule concavité vers l'axe, comme le représente la figure 10. Elle donne le son le plus grave de la corde, ou son ton fondamental *ut*$_1$, que nous désignerons par l'unité. Mais on pourrait encore concevoir que la corde se partageât en deux moitiés, de courbures égales et contraires, comme le représente la fig. 11. Car, en vertu de la symétrie de cette figure, le point N où elle coupe l'axe serait toujours également tiré de haut en bas, et de droite à gauche; de sorte qu'il resterait immobile. Alors chacune des deux moitiés A V N, N V' B serait précisément dans le même cas qu'une corde isolée dont les extrémités seraient fixes, et

dont la longueur serait égale à la moitié de la corde entière. Ainsi, en vibrant toutes deux en même temps, elles rendraient l'une et l'autre un même son, qui serait l'octave aiguë du son fondamental, c'est-à-dire

$$ut_2 = 2.$$

On pourrait également concevoir que la corde se partageât en trois parties égales de courbures contraires autour de l'axe, comme le représente la fig. 12. Alors, on démontrerait comme tout-à-l'heure que les points NN′ où elle coupe l'axe, resteraient immobiles pendant le mouvement, et qu'ainsi chacune des parties vibrerait à part, comme une corde fixe à ses deux extrémités, et égale en longueur au tiers de la corde principale; de sorte que le son serait $sol_2 = 3$.

Enfin, en généralisant cette considération, on voit que le mouvement sera encore possible, en concevant la corde divisée en un nombre quelconque n de parties égales, dont les courbures alterneront autour de l'axe, et seront séparées les unes des autres par des points qui resteront naturellement immobiles. Alors le son sera représenté par n; de sorte qu'en multipliant progressivement les divisions, on obtiendra tous les sons harmoniques 1, 2, 3, 4, etc. Pour abréger, nous désignerons les sommets VV′ des courbures par le nom de *ventres*, et nous appellerons *nœuds* les points NN′, qui demeurent immobiles sur l'axe pendant chaque espèce de mouvement.

Maintenant rappelons-nous ce principe général de mécanique. Si un corps ou un système de corps est susceptible de plusieurs sortes de mouvemens très-petits, on peut les lui imprimer tous à la fois, et son mouvement composé sera la somme de ces petits mouvemens partiels. En appliquant ici ce principe, nous concevrons qu'une même corde peut réunir à la fois tous les genres d'oscillations que nous venons d'examiner. Car, d'abord, si l'on veut combiner les figures 10 et 11, il n'y a qu'à considérer la première comme un axe sensiblement rectiligne sur lequel on décrira la seconde, ce qui donnera l'espèce de courbure représentée fig. 13. Alors, comme les vibrations de chaque moitié AVN, NV′B sont deux fois aussi rapides que celles de la corde

entière, il s'ensuit que chaque oscillation complète de cette dernière offrira successivement les cinq configurations représentées par les figures 13, 14, 15, 16, 17; la première répondant à l'instant du départ où on lâche la corde, et les quatre autres à chacun des instans où les deux moitiés AVN, NV'B auront chacune exécuté une demi-vibration autour de la courbe translatrice. Les deux genres d'oscillations qui composent ce mouvement exciteront dans l'air deux sortes d'ondulations qui, se propageant jusqu'à l'oreille ensemble, mais sans se confondre, y produiront la double sensation d'un son fondamental et de son octave. Maintenant, si sur la courbe AVNV'B, considérée comme axe, on construit la fig. 12, où la corde est divisée en trois parties égales, on aura une troisième sorte de courbure, qui fera entendre à la fois les sons 1, 2, 3; et en continuant la superposition de la même manière, on obtiendra à la fois dans une même corde la résonnance de tous les sons harmoniques.

Non-seulement cette coexistence de mouvemens est possible dans une même corde, mais on peut la réaliser par l'expérience, et la rendre sensible aux yeux. Par exemple, si l'on veut produire la fig. 11, il faut placer en N, au milieu de la corde, un obstacle léger, tel qu'un chevalet de carton qui empêche ce point de s'écarter de l'axe, sans toutefois arrêter la transmission du mouvement d'une des moitiés à l'autre. Alors, si l'on passe un archet sur la première moitié AN, de manière à la faire vibrer toute entière, elle rendra le son qui convient à sa longueur; ce sera par conséquent l'octave aiguë ut_2 du son fondamental. Mais en même temps l'autre moitié se mettra aussi en mouvement par communication, et oscillera de la même manière que la première. Pour rendre ce mouvement visible, il suffira de poser sur cette seconde partie de très-petits morceaux de papier pliés qui soient comme à cheval sur elle; car aussitôt que la première moitié de la corde entrera en vibration par l'agitation qu'on lui imprime immédiatement, les petits morceaux de papier posés sur l'autre partie s'agiteront vivement, et pourront même être lancés au loin.

Un moyen semblable nous donnera la figure 12; pour cela, il

faudra placer l'obstacle léger au tiers de la corde, et poser de petits papiers, non-seulement aux points qui répondent aux ventres des deux autres parties, mais encore à l'endroit N qui répond à un nœud, et qui est situé au tiers de la corde vers l'autre extrémité. Alors, en passant l'archet sur la partie A N en V, elle se mettra en mouvement, et rendra le son représenté par le nombre 3; ce qui doit être, puisque A N est le tiers de la corde entière A B. Mais de plus, le reste de la corde se divisera aussi de lui-même en deux autres tiers qui vibreront séparément à l'unisson du premier, et la preuve en est que les petits papiers placés sur les ventres seront aussitôt jetés à terre, tandis que le papier placé sur le nœud N′ demeurera sans éprouver aucune agitation; ce qui montre que le point N′ reste fixe pendant le mouvement.

On peut ainsi diviser la corde en 4 parties ou en 5, ou en tel autre nombre; il suffit de séparer la première de ces parties du reste de la corde par un léger obstacle, et de l'ébranler séparément. Alors, si cette partie est la n^e partie de la corde totale, le reste se divisera en un nombre $n - 1$ de parties égales à la première, et qui seront séparées les unes des autres par un nœud de vibration immobile; ce que l'on pourra rendre sensible comme tout-à-l'heure, en posant des papiers à ces endroits. Cette jolie expérience est de Sauveur; ces points qui, d'espace en espace, se maintiennent immobiles d'eux-mêmes entre tous les autres points qui se meuvent, et cela dans un corps qui semblerait devoir prendre du mouvement dans toute sa longueur, est un phénomène très-curieux, et qui dut frapper beaucoup ceux qui l'observèrent pour la première fois. Nous verrons plus loin quelle peut en être la cause.

On peut encore exciter des sons harmoniques et la division de la corde d'une autre manière, en plaçant près d'elle une autre corde dont la longueur soit à la sienne dans le rapport de l'unité à un nombre entier. Si, par exemple, cette seconde corde est la moitié de la première en longueur, en sorte qu'elle donne ut_2, et la première ut_1; lorsqu'on lui fera résonner ut_2,

l'autre se mettra aussi en mouvement, et se divisera naturellement en deux parties égales, séparées par un nœud de vibration. C'est ce que l'on pourra reconnaître, soit en écoutant avec attention le son de cette corde, soit en la touchant et la sentant frémir, soit enfin en posant de petits morceaux de papier sur les ventres qui doivent se mouvoir, et sur le nœud qui doit rester immobile. Ici la transmission du mouvement se fait vraisemblablement par l'intermède de l'air qui, agité par la première corde, agite l'autre à son tour, et lui communique l'espèce de vibrations qu'il exécute lui-même. Mais, pour qu'il s'établisse un mouvement sensible par l'effet d'ondulations si faibles, il faut que les ébranlemens successifs que la seconde corde éprouve, conspirent tous à la faire mouvoir. Il faut donc qu'elle puisse prendre un mouvement de vibration qui s'accorde périodiquement avec le retour des ondulations de l'air qui la frappe. C'est ce qui a lieu lorsque sa longueur est un multiple exact de la première corde mise en vibration. Mais la condition serait encore satisfaite si elle en était un sous-multiple, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$... Alors le son de la première corde étant exprimé par $ut_1 = 1$, celui de la seconde corde serait toujours un de ses harmoniques 2, 3, 4, 5...; et comme tous ces harmoniques résonnent à la fois dans la première corde, chacun d'eux doit mettre en mouvement la corde isolée qui lui correspond. Pour vérifier ce résultat par l'expérience, il faut se servir d'un piano bien accordé. Après avoir pris une note quelconque pour représenter le son fondamental ut_1, on mettra des petits papiers sur les autres cordes qui représentent les sons harmoniques de celle-là, c'est-à-dire ut_2, sol_2, ut_3, mi_3, et on soulevera les marteaux qui étouffent le son de ces cordes, afin de les rendre libres. On fera alors vibrer la première qui donne ut_1. Aussitôt toutes les autres se mettront en mouvement par résonnance, et l'on verra les petits papiers s'agiter et sauter à terre. Mais ce mouvement ne sera bien sensible que sur les premiers sons harmoniques que nous venons de désigner. Aussi avons-nous trouvé que ce sont les seuls qui s'entendent distinctement avec le son principal dans

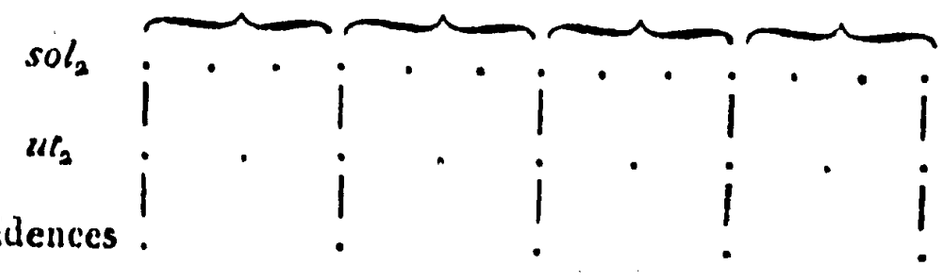
la vibration de la corde entière ; et d'ailleurs il y en a une autre raison fondée sur la manière même dont les instrumens à touches sont accordés. Mais on voit toujours par cette expérience, que l'air lui-même peut aussi recevoir à la fois plusieurs espèces de mouvemens de vibration très-petits qui se propagent sans se confondre, et communiquent leur impression aux corps susceptibles de la recevoir.

Pour répéter l'expérience précédente d'une manière tout-à-fait exacte, il faut avoir un monocorde bien divisé. Puis plaçant successivement le chevalet de ce monocorde, de manière à obtenir les fractions $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, etc. de la corde entière, on accordera séparément à l'unisson de chacune d'elles une des cordes d'un piano ou d'une guitare. Les sons rendus par ces cordes, en y comprenant la première, seront exprimés par 1, 2, 3, 4, 5, en raison renversée des longueurs ; ils seront donc des harmoniques du plus grave. Aussi en pinçant la corde entière qui donne ce son grave, on sentira frémir et résonner toutes les autres.

Dans ces expériences, l'excitation des harmoniques est produite par une communication immédiate de mouvement ; mais on peut aussi exciter, et pour ainsi dire créer de nouveaux sons par le seul concours de plusieurs autres, sans aucune communication de mouvement quelconque ; et même, ce qui paraîtra plus extraordinaire, sans employer aucun corps qui donne immédiatement ces sons. Pour vérifier cette espèce de paradoxe, il faut se former l'idée la plus étendue de ce qui constitue pour nous le son. En général, toutes les fois que l'oreille reçoit l'impression soutenue d'une suite de battemens suffisamment rapides, elle éprouve la sensation distincte d'un son, et elle détermine la nature de ce son d'après la rapidité avec laquelle ses vibrations se succèdent. Ce principe sert à expliquer plusieurs phénomènes en apparence très-singuliers.

Supposons, par exemple, que l'on fasse résonner à la fois, par deux cordes placées près l'une de l'autre, les deux sons ut_2 et sol_2 d'une même octave. Les nombres des vibrations de ces sons dans un même temps sont 2 et 3 ; il y aura donc des époques où elles arriveront ensemble à l'oreille, et d'autres où elles

y arriveront séparées. Pour les distinguer, représentons les instans qui répondent aux milieux des vibrations, par des points également espacés sur une même ligne :



Les époques des coïncidences sont évidentes ; les intervalles qui les séparent sont doubles de ceux qui séparent les vibrations de ut_2. L'oreille sera donc affectée par leur retour périodique, comme elle le serait par un son ut_1, plus grave d'une octave que ut_2. C'est en effet ce qui arrive, et la découverte de ce beau phénomène est attribuée au célèbre musicien Tartini. Pour l'observer, il faut que les deux sons soient parfaitement justes, et soutenus quelque temps sans aucune altération. Autrement, le retour de leurs coïncidences n'étant plus régulier, ne pourrait plus produire l'effet d'un son appréciable. Cette expérience s'exécute avec la plus grande facilité sur l'orgue, dont les sons joignent à une justesse mécanique l'avantage de pouvoir être prolongés indéfiniment. Elle offre même une épreuve sûre, et depuis long-temps usitée, pour reconnaître si cet instrument est exactement d'accord.

En effet, il est toujours facile de déterminer quel doit être le son résultant du concours de deux autres. Pour cela, représentons par l'unité un son fondamental arbitraire ut_1, et supposons que les sons donnés soient exprimés par les fractions $\frac{n}{N}, \frac{n'}{N}$, réduites au même dénominateur. Si l'on considérait un troisième son dont la valeur fût $\frac{1}{N}$, on voit que les deux autres en seraient des harmoniques, c'est-à-dire que pendant qu'il ferait une seule vibration, les deux autres en feraient, l'un n, l'autre n'. Ainsi, après cet intervalle de temps, il y aura une coïncidence; pour qu'il n'y en ait qu'une seule, il faut que les nombres n et n' soient premiers entre eux. Généralement, s'ils ont un fac-

teur commun f, $\frac{f}{N}$ exprimera la valeur du son résultant de leur consonnance.

Dans notre exemple, les sons composans étaient exprimés par 2 et 3; on avait donc

$$n = 2 \qquad n' = 3 \qquad N = 1.$$

Les nombres 2 et 3 étant premiers entre eux, le son résultant de la consonnance est $\frac{1}{1}$ ou ut_1.

Si l'on avait pris pour sons composans mi_1 et fa_1, qui sont exprimés par $\frac{5}{4}$ et $\frac{4}{3}$, en les réduisant au même dénominateur, on aurait eu les fractions $\frac{15}{12}$ et $\frac{16}{12}$, ce qui aurait donné

$$n = 15 \qquad n' = 16 \qquad N = 12;$$

et comme les nombres 15 et 16 sont premiers entre eux, le son résultant serait exprimé par $\frac{1}{12}$. Pour trouver sa place dans les octaves, il faut décomposer sa valeur en $\frac{1}{4 \cdot 3}$. On voit alors qu'il est la double octave grave du son $\frac{1}{3}$. Or, dans la gamme, la valeur de fa_1 est $\frac{4}{3}$, sa double octave grave fa_{-2} est donc $\frac{1}{3}$, et la double octave grave de ce dernier est

$$fa_{-4} = \frac{1}{12}.$$

Tel serait donc le son produit par la résonnance simultanée de mi_1 et fa_1.

Quand les sons composans seront exprimés par des nombres entiers, comme dans notre premier exemple, on aura toujours $N = 1$, et le son résultant sera le plus grand diviseur commun des deux nombres n et n' par lesquels les valeurs des sons composans sont exprimées. De là résulte une conséquence très-belle et très-importante pour la théorie de l'harmonie en général.

Ayant pris un bon monocorde, accordez une suite quelconque de cordes, par exemple, celles d'une guitare, à l'unisson de ses parties successives

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}....$$

les valeurs des sons correspondans formeront la série des nombres naturels

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7....$$

Ce seront, par conséquent, les harmoniques du plus grave

$ut_1 = 1$. Si vous faites résonner *à la fois* les deux premières cordes de la série, ou les trois premières, ou les quatre premières, ou un nombre quelconque, prises de suite en y comprenant la première, vous n'entendrez toujours qu'un seul son, qui sera le son le plus grave $ut_1 = 1$.

Pour comprendre la raison de ce fait, il faut considérer que deux termes quelconques de cette série, comparés ensemble, ne peuvent avoir pour facteur commun que des nombres plus petits qu'eux-mêmes. Si ce facteur commun est l'unité, le son résultant sera $ut_1 = 1$; s'il est différent de l'unité, il tombera sur quelqu'un des termes de la série, inférieur à celui que l'on compare, et il le renforcera. Celui-ci, à son tour, ou se résoudra de même sur un autre nombre plus petit que lui, ou donnera immédiatement pour résultat ut_1 ; de sorte qu'en définitif toutes les combinaisons possibles concourront par leurs résonnances à renforcer le son ut_1, qui, étant d'ailleurs donné par la corde $\frac{1}{1}$ elle-même, prédominera sur tous les autres. Choisissons, par exemple, la série des six premiers termes, leurs combinaisons nous donneront le tableau suivant :

Sons composans.	Facteurs communs.	Sons résultans.
1 et 2	1	1
1 3	1	1
1 4	1	1
1 5	1	1
1 6	1	1
2 3	1	1
2 4	2	
2 5	1	1
2 6	2	
3 4	1	1
3 5	1	1
3 6	3	
4 5	1	1
4 6	2	
5 6	1	1

On voit que, sur quinze combinaisons, il y en a onze qui donnent immédiatement le premier son $ut_1 = 1$; trois autres combinai-

sons donnent son octave aiguë 2 ; celles-ci doivent être considérées comme s'ajoutant au son 2 déjà existant dans la série, et par conséquent comme renforçant le son résultant 1 qui en provient par résonnance. Enfin une seule combinaison donne la douzième 3, qui, étant de même reportée sur le son 3 de la série, fortifie le son 1 qui en résulte.

On peut vérifier ce résultat de la manière la plus facile et la plus convaincante, en se servant du jeu de *cornet* d'un orgue bien accordé. Dans ce jeu, chaque touche fait parler *à la fois* cinq tuyaux qui donnent *exactement* les sons 1, 2, 3, 4, 5, ou ut_1, ut_2, sol_2, ut_3, mi_3. Néanmoins, si l'on baisse une de ces touches, on n'entend distinctement qu'un seul son $ut_1 = 1$.

Ici la disposition de l'instrument sert encore à favoriser la prédominance du son résultant ut_1 sur les sons partiels. Car, dans le jeu de cornet, les tuyaux destinés à former ut_3 et mi_3, ont des tons si aigus que les sons qu'ils donnent, surtout dans le haut du clavier, sont presque inappréciables, et ressemblent à des sifflemens. Mais le son résultant ut_1 qui en provient, étant de deux octaves plus grave, est parfaitement appréciable. On conçoit qu'il n'en serait plus de même, si les sons les plus élevés de l'accord, c'est-à-dire ut_3 et mi_3, étaient pris dans des octaves plus basses ; car alors le son résultant ut_1 s'abaissant de la même manière, ils pourraient finir par devenir plus éclatans et plus sensibles que lui. Aussi ne fait-on guère descendre les jeux de cornet de l'orgue plus bas que le milieu du clavier, où l'ut_1 est donné par un tuyau d'un pied de longueur, bouché d'un côté, et au-dessous de cette limite ils ne sont pas bons.

La raison pour laquelle le jeu de cornet est spécialement approprié à ce genre d'expérience, c'est que les divers sons qui le composent, étant pris dans différentes séries de tuyaux accordées chacune à part de la même manière, ont entre eux les rapports précis qu'expriment les nombres 1, 2, 3, 4, 5. On n'obtiendrait pas le même accord en faisant résonner ensemble les tuyaux analogues d'une même série, parce que les sons qu'ils donnent sont nécessairement altérés ou *tempérés*, comme on le verra dans le chapitre suivant.

En général, si vous altérez la série des harmoniques d'une manière quelconque, soit en supprimant quelques-uns de ses termes, ou en les altérant, ou en les mêlant avec d'autres qui n'y soient pas compris, votre oreille s'en apercevra d'abord. Par exemple, si vous faites résonner à la fois les sons

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \frac{1}{4} & 2 & 3 & 4 \\ ut_1, & mi_1, & ut_2, & sol_2, & ut_3, \end{array}$$

c'est-à-dire les mêmes que précédemment, à l'exception de mi_3, qui se trouve ici baissé de deux octaves, vous entendrez distinctement plusieurs sons. Aussi est-il facile de voir que la combinaison de mi_1 avec les autres sons de la série, et avec ut_1 lui-même, donne pour son résultant $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire un *ut* plus bas de deux octaves que ut_1; par conséquent la résonnance de ut_1 doit en être fort affaiblie, et l'oreille n'étant plus préoccupée par elle, distingue plus aisément les autres sons.

Ce serait bien pis encore, si vous faisiez entendre à la fois

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{4} & 2 & 3 \\ ut_1, & ré_1, & mi_1, & ut_2, & sol_2; \end{array}$$

car il en résulterait une dissonnance insupportable. Cependant les sons $ré_1$ et mi_1 sont compris dans la série des harmoniques de ut_1, le premier dérivant du son 9, dont il est la triple octave grave, et le second dérivant de même par octave du son 5. Mais aussi il est facile de voir qu'ainsi abaissés, ils ne forment plus, avec les autres termes de la série, les mêmes consonnances qu'auparavant; et qu'il en résulte des sons secondaires bien différens de ut_1.

Ces expériences montrent que la résonnance simultanée d'un son principal avec la série de ses harmoniques, forme un accord si agréable à l'oreille, qu'on ne peut l'altérer le moins du monde, sans qu'elle s'en aperçoive à l'instant; aussi lui a-t-on donné le nom d'*accord parfait*, et le premier son duquel tous les autres dérivent a été nommé fondamental ou *générateur*.

En désignant ce son par ut_1 ou 1, tous les autres sons de la gamme, excepté *fa* et *la*, se trouvent dériver des harmoniques

de ut_1, compris dans l'octave ut_4 ut_5. Car si l'on prend dans cette octave les sons

8, 9, 10, 12, 15, 16,

et qu'on les divise par 8, pour les réduire à la première, on aura 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{15}{8}$ et 2, qui sont respectivement les valeurs de ut_1, $ré_1$, mi_1, sol_1, si_1 et ut_2. Les sons *fa* et *la* ne peuvent pas s'obtenir de cette manière, parce que leurs valeurs $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{3}$ ont pour dénominateur 3, qui n'est pas une puissance de 2. Mais on voit pourtant, par analogie, qu'ils répondent aux sons 11, 13 et 14, dont nous n'avons pas fait encore usage ; car en divisant ces nombres respectivement par 8, pour les ramener à la première octave, ils deviennent $\frac{11}{8}$, $\frac{13}{8}$ et $\frac{14}{8}$, ou ce qui est la même chose, $\frac{11}{14}$, $\frac{12}{14}$ et $\frac{13}{14}$. Or, les fractions $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{3}$, qui sont les valeurs usitées de *fa* et *la*, étant ainsi réduites, deviennent $\frac{12}{14}$ et $\frac{10}{14}$; elles approchent donc beaucoup des autres. De là quelques auteurs ont conclu que notre gamme moderne n'était qu'une altération de la quatrième octave des harmoniques

8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,

dans laquelle on avait un peu altéré la vraie valeur du son 11, et substitué aux sons 12 et 13 une sorte de valeur intermédiaire. Ils ont donc pensé que, pour rétablir l'analogie, il convenait de donner des caractères à ces sons, et ils les ont nommés *vf*, *ta*, *vl* ; ce qui donne la nouvelle gamme

8 9 10 11 12 13 14 15 16

ut, *ré*, *mi*, *vf*, *sol*, *ta*, *vl*, *si*, *ut*.

Il paraît que cette considération introduit beaucoup de simplicité dans l'étude des principes de l'harmonie, et rend raison d'un grand nombre de règles qui, sans elle, ne se comprendraient pas aisément.

Je terminerai ce chapitre en rapportant un phénomène qui s'explique très-bien par la comparaison des coïncidences, mais qui semble très-singulier au premier abord, parce qu'on y produit avec une même corde un son plus grave que celui qui convient aux vibrations ordinaires de cette corde entière. On obtient cet effet en plaçant au milieu de la corde en N un chevalet de bois ou de métal, comme le représente la fig. 18. Ensuite on sou-

lève la corde pour la mettre en vibration ; et, en l'abandonnant à elle-même, elle rend un son extrêmement rauque et désagréable, mais plus grave *d'une quinte* que si la corde entière eût vibré librement. Pour se rendre raison de ce fait, il faut remarquer qu'à chaque fois que la corde retourne dans l'axe, elle frappe le chevalet N, et c'est le retour de ces battemens qui produit le son dont il s'agit. En effet, comptons les intervalles de temps après lesquels ils se succèdent, et dans ce calcul prenons pour unité de temps celui que la corde entière emploierait à faire une vibration libre. Partons du moment où la corde vient de frapper le chevalet en allant vers lui. Après cette époque, elle se divise comme le représente la fig. 19, en deux moitiés qui vibrent isolément ; alors les diverses périodes du mouvement seront les suivantes :

1°. Pour que les deux moitiés AVN, NV'B arrivent à la limite de leur oscillation, il faut un temps égal à $\frac{1}{4}$ d'une vibration de la corde entière ;

2°. Pour que ces moitiés reviennent dans l'axe AB, il faut encore le même temps, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$;

3°. Pour que la corde devenue libre achève sa demi-oscillation AEB au-dessus de l'axe, il faut $\frac{1}{1}$;

4°. Pour qu'elle revienne frapper le chevalet, encore $\frac{1}{1}$.

La somme de ces intervalles sera $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{3}{2}$. C'est-à-dire que pendant le temps qui sépare deux battemens sur le chevalet, la corde entière, si elle était libre, ferait $\frac{3}{2}$ vibrations. Le son produit par ces battemens reviendra donc *deux* fois pendant *trois* vibrations libres de la corde ; et ainsi il sera la quinte grave du son fondamental qu'elle peut rendre en appliquant le chevalet à d'autres points de la corde, les battemens se succéderaient à d'autres intervalles, et leur succession formerait d'autres sons qui seraient toujours comme le précédent, extrêmement rauques et désagréables, à cause de la difformité des courbures et de l'interruption brusque des vibrations.

Vibrations longitudinales des cordes.

Une corde élastique peut encore vibrer d'une autre manière; savoir, en s'étendant et se contractant tour à tour dans le sens de sa longueur. Car, en traitant de l'élasticité des cordes tirées par des poids, nous avons vu qu'elles tendent à revenir sur elles-mêmes, et que lorsque la force qui les tirait est affaiblie ou supprimée, elles reviennent en effet à leurs dimensions primitives par une suite d'oscillations. On peut donc concevoir que si une corde, déjà tendue par une force quelconque entre deux points fixes, est frottée dans le sens de sa longueur, on devra y exciter de semblables vibrations. Le mode le plus simple de ces mouvemens est celui que représente la fig. 20. La corde entière a un mouvement alternatif vers l'une et l'autre extrémité. Quand elle va de A vers B, elle se contracte en B et s'allonge en A; c'est le contraire, quand elle revient de B vers A dans l'oscillation suivante. Dans l'un et l'autre cas, le milieu de la corde n'éprouve ni condensations, ni dilatations; mais c'est là que le mouvement de translation des particules est le plus rapide. Au contraire, ce mouvement est nul aux deux extrémités fixes. Le second mode de vibrations longitudinales est celui que représente la fig. 21. La corde se divise en deux parties égales et consonnantes entre elles, qui ont des mouvemens alternatifs constamment opposés en direction, et séparés par un nœud de vibration N qui reste immobile. Enfin, on peut concevoir d'autres modes de vibrations où la corde se partagerait en trois parties, comme dans la fig. 22, ou en un plus grand nombre. Pour produire ces sons, il faut frotter la corde longitudinalement, avec un archet de violon très-incliné sur la direction de sa longueur, et que l'on applique sur des parties qui doivent se mettre en mouvement; ou bien on peut la frotter ainsi avec le doigt, ou avec quelque autre corps flexible enduit de poudre de colophane. Pour produire les divisions en parties aliquotes, il faut toucher en même temps un nœud de vibration. Les sons obtenus de cette manière ont entre eux les mêmes rap-

ports que ceux des vibrations transversales; c'est-à-dire que, pour des cordes de même nature, également tendues, ils sont réciproquement proportionnels aux longueurs des parties vibrantes, et par conséquent si la corde se divise successivement en 1, 2, 3... *n* parties, ils suivent la série des nombres naturels 1, 2, 3... *n*. Mais ils sont excessivement plus aigus que ceux des oscillations transversales, parce que l'élasticité propre de la matière, qui tend à ramener les particules à leur position primitive d'équilibre, est beaucoup plus puissante que ne l'est, dans les vibrations transversales, la tension produite par un poids. C'est pourquoi il faut employer des cordes très-longues pour abaisser les sons à un degré de gravité tel qu'on puisse les apprécier exactement.

Ces vibrations longitudinales des cordes ont une analogie évidente avec les contractions et dilatations alternatives dont nous avons reconnu l'existence dans les ondes aériennes par lesquelles le son est transmis; et comme nous le verrons bientôt, elles offrent une représentation exacte de la manière suivant laquelle les colonnes d'air vibrent dans les instrumens à vent.

Ce genre de vibrations n'a, je crois, encore été étudié que par Chladni; il y a employé des cordes qui avaient jusqu'à 48 pieds de longueur.

CHAPITRE III.

Approximations usitées en musique pour exprimer les intervalles des sons. Nécessité d'altérer la justesse de ces intervalles dans les instrumens à sons fixes ; règles de ce tempérament.

Les besoins de la musique ont fait insérer entre les intervalles de la gamme un certain nombre de divisions plus petites, qu'il est nécessaire au physicien de connaître, parce que sans cela, il ne pourrait ni évaluer ni énoncer d'une manière intelligible les diverses espèces de sons très-multipliées que présentent les vibrations des corps.

Rappelons d'abord les sons qui composent la gamme, et joignons-y leurs valeurs exprimées par les nombres de vibrations qui les donnent.

	ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
Nombres de vibrations....	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Longueurs des cordes.....	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$.

Remarquons que toutes les comparaisons que nous pouvons faire des sons entre eux ne portent que sur les rapports des nombres de vibrations qui les donnent. Quand nous entendons deux sons dont les vitesses de vibrations sont entre elles comme 1 à 2, nous avons le sentiment d'une octave. Si ce rapport est $\frac{3}{2}$, nous avons le sentiment de la quinte, et ainsi du reste.

Comparons de cette manière les intervalles des sons de la gamme les uns avec les autres, et voyons si le calcul s'accorde avec le sentiment que nous en avons.

D'abord, en commençant par les deux premiers, nous voyons que le rapport de *ré* à *ut* est $\frac{9}{8}$, celui de *mi* à *ré* qui vient ensuite est $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{40}{36}$ ou $\frac{10}{9}$; il est un peu moindre que le précédent, car on peut le mettre sous la forme $\frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81}$. Mais lorsque

le rapport de deux sons est aussi près de l'égalité que $\frac{80}{81}$, l'oreille ne fait pas entre eux de différence sensible. Aussi lorsque l'on essaye de chanter la gamme, on sent que le passage de *ré* à *mi* n'exige pas sensiblement plus d'effort d'intonation que celui de *ut* à *ré*. Néanmoins dans la théorie, il devient nécessaire de distinguer ces deux intervalles par des dénominations particulières. L'intervalle de *ré* à *ut*, c'est-à-dire le rapport des deux sons *re*, *ut* ou $\frac{2}{1}$, s'appelle un *ton majeur*, et l'intervalle de *mi* à *ré* ou $\frac{10}{9}$, s'appelle un *ton mineur*.

Il n'est personne qui, en chantant la gamme, ne sente que l'intervalle de *mi* à *fa* est autre que celui de *ré* à *mi*, ou de *ut* à *ré*. En effet, le rapport des sons *fa* et *mi* est $\frac{4}{3}$. $\frac{4}{5}$ ou $\frac{16}{15}$, et il ne diffère de l'unité que de $\frac{1}{15}$, tandis que le rapport de *ut* à *ré* ou $\frac{9}{8}$ en diffère de $\frac{1}{8}$, à peu près deux fois davantage; aussi cet intervalle $\frac{16}{15}$ a-t-il reçu une dénomination particulière, on l'appelle *semi-ton majeur*.

Si l'on continue à comparer ainsi deux à deux les sons consécutifs qui composent la gamme, leurs rapports se trouveront compris dans quelques-uns de ceux que nous venons de considérer. Pour s'en convaincre, il ne faut que jeter les yeux sur le tableau suivant, qui présente les résultats de ce calcul :

Désignations des sons.	Leurs rapports.	Valeur musicale de l'interv. qu'ils comprennent.
De *ut* à *ré*	$\frac{9}{8}$	ton majeur.
De *ré* à *mi*	$\frac{10}{9}$	ton mineur.
De *mi* à *fa*	$\frac{16}{15}$	semi-ton majeur.
De *fa* à *sol*	$\frac{9}{8}$	ton majeur.
De *sol* à *la*	$\frac{10}{9}$	ton mineur.
De *la* à *si*	$\frac{9}{8}$	ton majeur.
De *si* à *ut*	$\frac{16}{15}$	semi-ton majeur.

Toute série de sons qui procède ainsi par une succession de tons majeurs ou mineurs et de demi-tons majeurs, s'appelle un *chant diatonique*.

Outre les intervalles des sons compris dans la gamme, il en est un autre qu'il faut connaître, parce qu'il est fort employé dans la musique, et qu'il forme une consonnance très-agréable

à l'oreille, c'est celui de $\frac{6}{5}$; cet intervalle est un peu moindre que la *tierce-majeure ut mi*, car celle-ci a pour valeur $\frac{5}{4}$, et peut se mettre sous la forme $\frac{6}{5} \cdot \frac{25}{24}$; d'où l'on voit que, pour former l'intervalle $\frac{6}{5}$, il faut affaiblir la tierce-majeure *ut mi* ou $\frac{5}{4}$, en la multipliant par $\frac{24}{25}$. Par cette raison, l'intervalle $\frac{6}{5}$ a reçu la dénomination de *tierce-mineure*, et le facteur $\frac{25}{24}$ qui mesure son intervalle à la tierce majeure, s'appelle un *semi-ton mineur*.

On a profité de ces semi-tons majeurs et mineurs pour introduire entre les notes de la gamme des sons intercalaires qui permissent de passer de l'une à l'autre par des gradations moins éloignées que leurs intervalles naturels. C'est ce que l'on a nommé des *dièses* et des *bémols*.

On dit qu'une note est *diésée* quand elle est haussée d'un *semi-ton mineur*, c'est-à-dire quand sa valeur primitive est multipliée par $\frac{25}{24}$; et l'on dit qu'elle est *bémolisée*, quand elle est baissée dans la même proportion au moyen du facteur $\frac{24}{25}$. Par exemple, ut_1 étant exprimé par 1, ut_1 *dièse* sera $\frac{25}{24}$, et ut_1 *bémol* sera $\frac{24}{25}$; de même, sol_1 étant $\frac{3}{2}$, sol_1 *dièse* sera $\frac{3}{2} \cdot \frac{25}{24} = \frac{75}{48}$, et sol_1 *bémol* sera $\frac{3}{2} \cdot \frac{24}{25}$ ou $\frac{36}{25}$. On indique le dièse par le signe *, et le bémol par le signe ^{b}, placés l'un et l'autre à droite de la note et un peu au-dessus d'elle, comme un exposant. Ainsi on dira

$$ut_1{}^b = \tfrac{24}{25},\ ut_1{}^* = \tfrac{25}{24}; \qquad sol_1{}^b = \tfrac{36}{25},\ sol_1{}^* = \tfrac{75}{48}.$$

L'intervalle $\frac{25}{24}$ est le plus petit de ceux que l'on emploie dans la pratique de la musique. Quand le rapport de deux sons est exprimé par une fraction qui approche davantage de l'unité, on l'appelle *un comma*. Je joins ici le tableau d'une gamme entière construite avec des dièses et des bémols, d'après ces définitions. Si l'on a besoin d'en transporter les sons dans d'autres octaves plus élevées ou plus basses, il suffira de multiplier ou de diviser leurs valeurs par 2 4 8 16...., ou, en général, par la puissance de 2, qui marquera le rang de ces octaves.

		Dénomination de l'intervalle qu'ils forment avec *ut*.	
ut	$= 1$	*ut ut*	l'unisson.
*ut**	$= \frac{15}{14}$	*ut ut**	semi-ton mineur.
ré^b	$= \frac{17}{15}$	*ut ré*^{b}	semi-ton majeur.
ré	$= \frac{9}{8}$	*ut ré*	seconde majeure.
*ré**	$= \frac{75}{64}$	*ut ré**	seconde superflue.
mi^b	$= \frac{6}{5}$	*ut mi*^{b}	tierce mineure.
mi	$= \frac{5}{4}$	*ut mi*	tierce majeure.
*mi**	$= \frac{125}{96}$	*ut mi**	
fa^b	$= \frac{32}{25}$	*ut fa*^{b}	quarte diminuée.
fa	$= \frac{4}{3}$	*ut fa*	quarte.
*fa**	$= \frac{25}{18}$	*ut fa**	quarte superflue.
sol^b	$= \frac{36}{25}$	*ut sol*^{b}	quinte diminuée.
sol	$= \frac{3}{2}$	*ut sol*	quinte.
*sol**	$= \frac{25}{16}$	*ut sol**	quinte superflue.
la^b	$= \frac{8}{5}$	*ut la*^{b}	sixte mineure.
la	$= \frac{5}{3}$	*ut la*	sixte majeure.
*la**	$= \frac{125}{72}$	*ut la**	sixte superflue.
si^b	$= \frac{9}{5}$	*ut si*^{b}	septième mineure.
si	$= \frac{25}{8}$	*ut si*	septième majeure.
*si**	$= \frac{125}{64}$	*ut si**	
ut^b	$= \frac{48}{25}$	*ut ut*^{b}	octave diminuée.
ut_2	$= 2$	*ut* ut_2	octave.

Au moyen des dièses et des bémols, on peut composer des séries de sons qui commencent par une note quelconque de la gamme naturelle d'*ut*, et dont néanmoins les intervalles se succèdent dans le même ordre que ceux de cette gamme. Reprenons, par exemple, la gamme d'*ut* en y joignant la désignation des intervalles qui séparent les sons.

$\frac{2}{8}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{16}{15}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{16}{15}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{16}{15}$ $\frac{9}{8}$

ut$_1$ *ré*$_1$ *mi*$_1$ *fa*$_1$ *sol*$_1$ *la*$_1$ *si*$_1$ ut_2 *ré*$_2$ *mi*$_2$ *fa*$_2$ *sol*$_2$, etc.

Concevons que l'on ait tendu sept cordes dont les sons forment la première octave de cette série. Maintenant, je suppose que l'on demande de former une nouvelle gamme qui com-

mence par la corde sol_1, et qui soit ordonnée comme la première. Pour voir comment nous pourrons y parvenir, écrivons la série naturelle des sons, en commençant par sol_1, et joignons-y leurs intervalles, nous aurons

$$\frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8}$$
$$sol_1 \quad la_1 \quad si_1 \quad ut_2 \quad ré_2 \quad mi_2 \quad fa_2 \quad sol_2.$$

L'intervalle des deux premiers sons, *sol la*, est un ton mineur $\frac{10}{9}$, tandis que, dans la gamme de *ut*, le même intervalle est un ton majeur $\frac{9}{8}$. Mais nous avons déjà remarqué que le rapport de ces deux intervalles, exprimé par $\frac{80}{81}$, est assez près de l'égalité, pour qu'on puisse les prendre l'un pour l'autre. Ainsi les deux cordes sol_1 et la_1 de la première gamme pourront être employées sans altération pour former les deux premières cordes de la seconde. Il en sera de même et par la même raison des cordes la_1 et si_1, qui forment l'intervalle du second son au troisième. Quant au passage du troisième si_1 au quatrième ut_2, il aura encore sa juste valeur $\frac{16}{15}$; et, en continuant cette comparaison, on voit que les cordes de la première gamme pourront être employées sans correction jusqu'à mi_2 inclusivement.

Mais une fois arrivé à mi_2, il faut changer leur longueur; car l'intervalle de mi_2 à fa_2 n'est que $\frac{16}{15}$, tandis que, pour conserver l'ordre de la première gamme, ce doit être $\frac{9}{8}$. On ne peut pas baisser le mi_2 pour l'éloigner du fa_2, car alors on altérerait son intervalle à $ré_2$ qui est tel qu'il doit être. Il ne reste donc d'autre moyen à prendre que de hausser le fa_2 d'un semi-ton, en le multipliant par $\frac{25}{24}$; car alors son rapport au précédent mi_2, qui était seulement $\frac{16}{15}$, deviendra $\frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24}$ ou $\frac{10}{9}$, qui, pouvant être confondu avec $\frac{9}{8}$, donnera le même intervalle que dans la première gamme. En même temps l'intervalle fa_2 sol_2 qui était primitivement $\frac{9}{8}$ deviendra par ce changement $\frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25}$ ou $\frac{27}{25} = \frac{16}{15} \cdot \frac{81}{80}$, de sorte qu'il ne différera plus de $\frac{16}{15}$ que du comma $\frac{81}{80}$, que nous avons déjà dit être insensible à l'oreille. En se bornant donc à diéser le *fa* de la nouvelle gamme, tous les sons se trouveront ordonnés sensible-

ment comme ceux qui composent la gamme de *ut*, ce qui donnera ce chant diatonique,

$$sol_1, la_1, si_1, ut_2, ré_2, mi_2, fa_2^{\#}, sol_2.$$

Si l'on demande de former un pareille gamme en commençant par fa_1, il n'y a qu'à écrire la série

$$\begin{matrix} \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{9}{8} & \frac{16}{15} & \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{16}{15} \\ fa_1 & sol_1 & la_1 & si_1 & ut_2 & ré_2 & mi_2 & fa_2. \end{matrix}$$

On voit alors que tous les intervalles sont tels qu'ils doivent être, excepté celui de la_1 à si_1 et de si_1 à ut_2. On voit, de plus, qu'il n'y a d'autre parti à prendre que d'abaisser ce si_1 d'un semi-ton, en le multipliant par $\frac{24}{25}$, ce qui le rapprochera de la_1 et l'éloignera de ut_2. Par ce moyen, le premier intervalle deviendra $\frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25}$ ou $\frac{27}{25} = \frac{16}{15} \cdot \frac{81}{80}$, rapport que nous avons vu être semblable à $\frac{16}{15}$. Et, au contraire, le second intervalle de si_1 à ut_2 deviendra $\frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24}$ ou $\frac{10}{9}$, qui pouvant aussi être confondu avec $\frac{9}{8}$, rétablira complètement l'ordre de la série; on aura donc ainsi le chant diatonique

$$fa_1, sol_1, la_1, si_1^{\flat}, ut_2, ré_2, mi_2, fa_2.$$

En général, il est facile de comprendre que cet artifice réussira toujours, quelque corde que l'on veuille choisir pour commencer la série. Car tous les intervalles primitifs de la gamme naturelle de *ut* sont ou des tons majeurs comme $\frac{9}{8}$, ou des tons mineurs comme $\frac{10}{9}$, ou des semi-tons majeurs comme $\frac{16}{15}$. Or, puisque l'on se permet de négliger le comma $\frac{81}{80}$, on pourra toujours hausser ou abaisser d'un demi-ton tous les intervalles où ce changement sera nécessaire, en se bornant à les multiplier par $\frac{15}{14}$ ou $\frac{24}{25}$, c'est-à-dire en armant un certain nombre de notes d'un dièse ou d'un bémol. Les diverses gammes que l'on peut former de cette manière se désignent par la dénomination générale de *tons*, ton de *ut*, ton de *sol*, expressions qu'il ne faut pas confondre avec le mot *ton* employé pour désigner un intervalle musical. La première note de chaque ton, celle que l'on choisit pour point de départ, s'appelle *note fondamentale* ou *tonique*, parce qu'elle détermine et appelle pour ainsi dire tous les autres sons de la gamme que l'on veut former à sa suite. Quand on écrit un morceau de musique, on indi-

que d'abord sur la ligne qui appartient à chaque note, les dièses ou les bémols dont elle doit être constamment affectée. Quoique toutes ces gammes soient réglées sur la gamme de *ut*, cependant il y aura toujours entre elles quelques différences très-légères, à cause du comma $\frac{81}{80}$, qui tantôt se trouve ajouté aux intervalles, et tantôt retranché. Quoique ces différences soient insensibles dans le passage d'une note à une autre, elles ne laisseront pas d'agir à la longue sur l'organe, et le chant en reçoit un certain caractère particulier. Ainsi un même chant peut paraître plus agréable dans un ton que dans un autre, et il y a de l'avantage ou du désavantage à l'y *transposer*. Bien plus, le musicien peut, dans un même air, vous faire passer insensiblement d'un ton dans un autre par des gradations que l'art enseigne, et qu'il combinera de manière à jeter de la variété dans son chant, ou à favoriser l'impression qu'il veut produire; c'est ce que l'on appelle *moduler*.

Ce n'est pas tout. Nous n'avons jusqu'à présent formé que des gammes dans lesquelles la première tierce est majeure comme ut_1 mi_1 sol_1 si_1 fa_1 la_1, dont le rapport est toujours $\frac{5}{4}$. mais on emploie aussi d'autres gammes où la première tierce est mineure, comme la suivante:

$$\underset{la_1}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{si_1}{\overset{\frac{16}{15}}{}}\ \underset{ut_2}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{re_2}{\overset{\frac{10}{9}}{}}\ \underset{mi_2}{\overset{\frac{16}{15}}{}}\ \underset{fa_2}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{sol_2}{\overset{\frac{10}{9}}{}}\ la_2,$$

dans laquelle l'intervalle la_1 ut_2 est $\frac{6}{5}$. Celle-ci offre le type de toutes les autres du même genre, que l'on peut former en différens tons. D'après cela, on distingue les tons en deux classes ou *modes* que l'on appelle *majeur* ou *mineur*, selon que la tierce de la tonique est majeure ou mineure.

Il y a une observation de plus à faire sur les gammes en mode mineur, c'est que lorsque l'on parcourt la série des sons qui les composent, *en montant de suite* du grave à l'aigu, de la_1 à la_2, par exemple, il faut, avant d'arriver à la_2, diéser accidentellement le fa_2 et le sol_2 qui précèdent, de manière à l'élever d'un demi-ton; ce qui donne

$$\underset{la_1}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{si_1}{\overset{\frac{16}{15}}{}}\ \underset{ut_2}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{re_2}{\overset{\frac{10}{9}}{}}\ \underset{mi_2}{\overset{\frac{10}{9}}{}}\ \underset{fa_2}{\overset{\frac{9}{8}}{}}\ \underset{sol_2}{\overset{\frac{16}{15}}{}}\ la_2,$$

tandis que, quand on redescend la série en allant de l'aigu au grave, il faut conserver à tous les intervalles leurs valeurs diatoniques

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{9}{10} & \frac{8}{9} & \frac{15}{16} & \frac{9}{10} & \frac{8}{9} & \frac{15}{16} & \frac{8}{9} & \\ la_2 & sol_2 & fa_2 & mi_2 & ré_2 & ut_2 & si_1 & la_1. \end{array}$$

La raison de cette anomalie est fondée sur un résultat d'expérience : c'est qu'en général, quand par une suite d'intonations on remonte au son fondamental d'un mode, l'oreille exige qu'on y arrive par une note qui n'en diffère que d'un semi-ton majeur. Cette note précédente s'appelle dans chaque mode la *note sensible*, parce qu'elle annonce pour ainsi dire la note fondamentale du mode. Cette condition n'était point remplie dans la gamme mineure de la_1, telle que nous l'avions d'abord décrite, parce que l'intervalle $\frac{10}{9}$ de sol_2 à la_2 est d'un ton entier ; il a donc fallu diéser sol_2 pour diminuer cet intervalle ; par conséquent il a fallu aussi diéser fa_2, afin que l'intervalle $fa_2\ sol_2$ n'excédât pas un ton entier ; ce qui est la limite des intervalles diatoniques. Mais comme cette addition de dièses dans les sixièmes et septièmes notes des gammes mineures n'est qu'accidentelle, et n'a lieu que dans les cas particuliers où l'on remonte jusqu'à la tonique, on se borne à les indiquer dans le courant de l'air à chaque fois qu'ils reviennent, et on ne les marque pas sur la clef comme les dièses et les bémols qui doivent se maintenir constamment.

En opérant sur la gamme de *la* mineur, comme nous avons opéré sur la gamme de *ut* majeur, nous pourrons de même la transposer dans d'autres tons, et trouver les altérations qu'il faut faire pour cela aux intervalles diatoniques ordinaires ; par exemple, si l'on demande de former la gamme de *mi* dans le mode mineur, j'écris d'abord le type général de *la* mineur avec ses intervalles diatoniques

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{2}{3} & \frac{16}{15} & \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{16}{15} & \frac{2}{3} & \frac{10}{9} & \\ la_1 & si_1 & ut_2 & ré_2 & mi_2 & fa_2 & sol_2 & la_2, \end{array}$$

puis la série des mêmes sons, en commençant par mi_2

$$\begin{array}{cccccccc} \frac{16}{15} & \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \frac{9}{8} & \frac{16}{15} & \frac{9}{8} & \frac{10}{9} & \\ mi_2 & fa_2 & sol_2 & la_2 & si_2 & ut_3 & re_3 & mi_3, \end{array}$$

et je vois aussitôt que tous les intervalles sont sensiblement les mêmes, à l'exception du premier *mi fa* qui est trop faible, et du second *fa sol* qui est trop fort; il faut donc diéser *fa* en le multipliant par $\frac{25}{24}$. Cela change l'intervalle $\frac{16}{15}$ en $\frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24}$ ou $\frac{10}{9}$, que l'on peut confondre avec $\frac{9}{8}$, dont il ne diffère que par le comma $\frac{80}{81}$. Par compensation, l'intervalle $\frac{9}{8}$ de *fa* à *sol* devient $\frac{9}{8} \cdot \frac{24}{25}$ ou $\frac{27}{25} = \frac{16}{15} \cdot \frac{81}{80}$, qui peut être encore supposé égal à $\frac{16}{15}$ par la même raison. J'ai donc ainsi pour la gamme demandée

$$\frac{10}{9} \quad \frac{27}{25} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9}$$

$$mi_1 \quad fa_1^{\#} \quad sol_1 \quad la_1 \quad si_1 \quad ut_1 \quad ré_1 \quad mi_2.$$

Seulement, il faut se rappeler que lorsqu'on montera dans cette gamme jusqu'à l'octave du son fondamental mi_1, on devra diéser la sixième note et la septième, comme nous l'avons fait dans la gamme de *la* mineur; et de même aussi cette correction ne sera point nécessaire en descendant.

On peut remarquer que cette gamme de *mi* mineur est composée précisément des mêmes sons que la gamme de *sol* majeur trouvée plus haut. Cette règle est générale; chaque gamme mineure est composée des mêmes sons, naturels, dièses, et bémols, que la gamme majeure qui a sa tonique plus élevée d'une tierce mineure; comme sol_1 est la tierce mineure de mi_1. Voilà pourquoi la gamme de *la* mineur ne contient ni dièses ni bémols, étant composée des mêmes notes que la gamme majeure de ut_2.

D'après cela, quand on voit, à la *clef* d'un morceau de musique, l'indication d'un certain nombre de dièses ou de bémols, on n'a jamais à choisir qu'entre deux gammes, l'une majeure, l'autre mineure, pour savoir dans quel ton le morceau est composé. Le choix entre ces deux gammes se décide ensuite d'après les caractères de la modulation, qui procède différemment dans les deux modes. Sans entrer dans plus de détails sur cette matière, on concevra aisément par ce qui précède, quelle richesse ce doit être pour la mélodie que cette variété de tons et de modes par lesquels le compositeur habile peut vous faire passer tour à tour, en les disposant de manière qu'ils semblent se préparer les uns les autres, et s'appeler mutuellement.

De quelque manière que ces transitions soient opérées, il en résulte toujours, qu'un son qui, dans le premier système, était une simple note subordonnée à la tonique, devient tonique à son tour, et détermine une autre gamme dans laquelle tous les sons viennent occuper la place assignée par leurs rapports avec leur nouveau régulateur. Or, il est facile de voir que cette liberté de modulation ne peut pas exister avec une exactitude mathématique dans les instrumens à sons *fixes*, c'est-à-dire qui ne rendent qu'un certain nombre limité de sons, dont chacun conserve constamment le rapport que l'on a une fois établi entre lui et tous les autres.

Pour prouver tout de suite cette vérité d'une manière évidente, concevons un instrument qui donne non-seulement tous les sons de la gamme naturelle de *ut* dans plusieurs octaves, mais encore les dièses et les bémols de chacun de ces sons. On a cet avantage dans la harpe perfectionnée d'Erard; il nous importe peu par quel mécanisme on y produit cet effet, admettons-le comme réalisé. Ce jeu sera beaucoup plus varié que celui de tout autre instrument fixe, par exemple, du piano-forté ou de l'orgue, sur lesquels on ne peut exécuter qu'une sorte de semiton neutre, qui, n'étant ni dièse, ni bémol, sert à la fois de dièse à la note qui le précède, et de bémol à celle qui le suit. Cependant, malgré cette supériorité d'exécution dans la nouvelle harpe, on ne pourra pas encore suivre la mélodie sans altération, et l'impossibilité augmentera avec l'étendue des octaves que l'on devra parcourir.

En effet, admettons un moment que l'on ait donné aux cordes de la première octave *ut*, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, les longueurs justes qu'elles doivent avoir pour faire entendre les sept sons de la gamme de *ut* majeur, ainsi que leurs dièses et leurs bémols. Concevons même, pour plus d'exactitude, qu'on ait pris ces sons l'un après l'autre sur un excellent monocorde, et qu'on ait accordé ainsi par unissons toutes les cordes de la première octave. Il ne restera plus qu'à répéter cette première gamme dans toutes les autres octaves qu'embrasse l'instrument, ce qui se fera par accord d'octave ou par le monocorde; et de

cette manière l'instrument entier se trouvera complètement et exactement accordé dans le ton d'*ut* majeur.

Mais, puisque la marche de la mélodie peut parcourir successivement tous les autres tons et tous les autres modes, pour voir si l'instrument pourra l'y suivre, mettons-le à l'épreuve par le calcul. Prenons d'abord pour tonique ut_1, que nous désignerons par 1, et partant de ce terme, calculons sa quinte qui est sol_1 ; puis prenant ce sol_1 pour tonique à son tour, calculons de nouveau sa quinte qui sera $ré_2$; et procédant toujours de la même manière, calculons la série des quintes qui se suivent ; puis voyons si les valeurs que nous obtiendrons pourront trouver place sur l'instrument, déjà accordé dans le mode de *ut* majeur.

Pour effectuer ce calcul, il suffira de se rappeler que chaque quinte est $\frac{3}{2}$ du son fondamental qui l'engendre, et par conséquent la suite des quintes sera représentée par les puissances successives de $\frac{3}{2}$. Quand leurs valeurs seront ainsi connues, il ne restera plus qu'à trouver leur place dans une des octaves de la gamme primitive

$$ut_1 \quad ré_1 \quad mi_1 \quad fa_1 \quad sol_1 \quad la_1 \quad si_1 \quad ut_2,$$

et à voir si elles peuvent être exprimées exactement par l'un des sons de ces octaves, soit diésé, soit naturel, soit bémolisé. C'est ce que l'on connaîtra tout de suite en partant des valeurs exactes des sons dans la première octave, et voyant s'il suffit de les multiplier par une puissance de 2 pour les rendre égaux à ceux que renferme la suite des quintes calculées. Le tableau suivant montre les résultats de ce calcul ; j'ai mis le signe + à la suite des quintes qui ont surpassé la note la plus voisine dans la série des octaves; je l'ai répété deux fois, lorsque l'écart est devenu égal au comma $\frac{81}{80}$, et trois fois, quand il s'est trouvé plus fort. Je n'ai pas mis du tout de signe aux quintes qui ont pu être représentées exactement, et j'ai appliqué le signe — à celles dont la valeur calculée était moindre que celle de la note la plus voisine.

Son fondamental.	Valeur exacte des quintes successives.			Dénomination de la note dont elles approchent le plus dans la série des octaves.
ut_1	$\frac{1}{1}$			sol_1
sol_1	$(\frac{1}{1})^2 = \frac{2}{4}$		$= 2 \cdot \frac{9}{8}$	re_2
re_2	$(\frac{1}{1})^3 = 2 \cdot \frac{17}{16}$		$= 2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{81}{80}$	la_2 + +
la_2	$(\frac{1}{1})^4 = 2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{81}{80}$		$= 2^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{81}{80}$	mi_3 + +
mi_3	$(\frac{1}{1})^5 = 2^2 \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{81}{80}$		$= 2^2 \cdot \frac{15}{8} \cdot \frac{81}{80}$	si_3 + +
si_3	$(\frac{1}{1})^6 = 2^2 \cdot \frac{45}{16} \cdot \frac{81}{80}$		$= 2^3 \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{1024}{1048}$	$sol_4{}^b$ —
$sol_4{}^b$	$(\frac{1}{1})^7 = 2^3 \cdot \frac{64}{45} \cdot \frac{1024}{1048}$		$= 2^4 \cdot \frac{17}{15} \cdot \frac{1024}{1048}$	$re_5{}^b$ —
$re_5{}^b$	$(\frac{1}{1})^8 = 2^4 \cdot \frac{81}{80} \cdot \frac{1024}{1048}$		$= 2^4 \cdot \frac{8}{1} \cdot \frac{128}{1312}$	$la_5{}^b$ +
$la_5{}^b$	$(\frac{1}{1})^9 = 2^4 \cdot \frac{64}{80} \cdot \frac{128}{1312}$		$= 2^5 \cdot \frac{6}{1} \cdot \frac{128}{1312}$	$mi_6{}^b$ +
$mi_6{}^b$	$(\frac{1}{1})^{10} = 2^5 \cdot \frac{32}{80} \cdot \frac{128}{1312}$		$= 2^5 \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{128}{1312}$	$si_6{}^b$ +
$si_6{}^b$	$(\frac{1}{1})^{11} = 2^5 \cdot \frac{192}{80} \cdot \frac{128}{1312}$		$= 2^6 \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{1114441}{1141888}$	fa_7 + + +
fa_7	$(\frac{1}{1})^{12} = 2^6 \cdot 2 \cdot \frac{1114441}{1141888}$		$= 2^7 \cdot 1 \cdot \frac{1114441}{1141888}$	ut_8 + + +

En examinant les nombres contenus dans la seconde colonne, on voit que les valeurs calculées des quintes ne s'écartent d'abord des sons naturels, compris dans la gamme de *ut*, que d'une petite quantité exprimée par le facteur $\frac{81}{80}$. Bientôt cet écart accumulé élève assez les quintes calculées pour qu'il y ait de l'avantage à les représenter par une note supérieure bémolisée; ce qui fait passer l'erreur en sens contraire, et la réduit au comma $\frac{1024}{1048}$, plus faible que le précédent. L'élévation toujours croissante des quintes diminue encore cette erreur dans les quintes suivantes, où elle se trouve réduite à $\frac{128}{1312}$, fraction plus voisine encore de l'unité. Mais lorsqu'on est arrivé à fa_7, l'accroissement des quintes successives l'emporte de nouveau, et il en résulte un fa_7 et un ut_8 qui ne peuvent ni l'un ni l'autre trouver leur place sur l'instrument rigoureusement accordé dans le mode d'*ut*; car ils sont compris entre fa_7 et $fa_7{}^*$, ut_8 et ut_8 ,

et ils diffèrent de l'un et de l'autre d'une quantité trop forte pour pouvoir être supportée. Si, au lieu d'effectuer nos transitions par la suite des quintes, nous les calculions par la suite des tierces, nous trouverions aussi des erreurs semblables, et même nous les trouverions plus tôt, comme il est aisé de s'en convaincre en calculant les tierces successives. Mais il faut surtout faire attention aux erreurs des quintes; car ce sont elles qui, après l'octave, sont les plus remarquées par l'oreille, et lui indiquent de la manière la plus distincte le caractère du chant dont elles font partie.

On voit donc qu'il n'y aura que deux partis à prendre; ou de n'étendre les cordes et l'usage de l'instrument qu'entre ut_1 et si_6, ou d'altérer tous les intervalles pour leur faire partager l'erreur desderniers de manière à l'affaiblir, en la répartissant sur tous. La première ressource est celle que l'on emploie dans la harpe, même perfectionnée; elle n'embrasse ordinairement que six octaves.

Mais l'erreur sera bien d'un autre ordre dans les instrumens à touches qui n'offrent qu'une seule corde intercalaire entre deux notes principales, pour exprimer les dièses et les bémols. Alors, si nous voulons réaliser sur ces instrumens le $sol_4^{\flat}$, le $la^{\flat}{}_5$, etc. donnés par la suite des quintes justes, les cordes que nous aurons ainsi déterminées seront trop hautes pour donner ensuite les fa_4^{*}, sol_5^{*}, auxquelles il faudra néanmoins qu'elles servent également. Si donc nous voulons conserver à ces demi-tons une neutralité supportable, il faudra abaisser un peu toutes les quintes calculées, de manière que la dernière qui surpasse ut_8 s'accorde avec lui. Car de songer à altérer les octaves, pour faire disparaître l'erreur des quintes, c'est ce qui serait intolérable, l'oreille appréciant si bien la justesse des consonnances d'octaves, qu'elle n'y peut souffrir la moindre altération.

Cet abaissement qu'il faut faire subir aux quintes, dans les instrumens à sons fixes, s'appelle le *tempérament*: on peut le répartir d'une infinité de manières; mais pour que l'altération qui en résulte soit la plus petite possible, il faut la faire égale pour toutes. A cet effet, supposons que la valeur de la quinte ne soit pas exprimée par $\frac{1}{1}$, mais généralement par le nombre inconnu n, ut_1 étant toujours exprimé par 1. Alors la première

quinte sol_1 sera n^1, la seconde $ré_2$ sera n^2, et ainsi de suite jusqu'à la douzième, qui sera exprimée par n^{12}, et qui devra coïncider exactement avec ut_8. Or, l'expression exacte de ut_8 est 2^7; on aura donc cette condition

$$n^{12} = 2^7, \quad \text{qui donne} \quad n = \sqrt[12]{2^7} = 1{,}49831,$$

La nouvelle expression de la quinte sera donc 1,49831, au lieu de 1,50000, valeur exacte de la fraction $\frac{1}{1}$; d'où l'on voit quelle petite correction il faut y faire pour que la douzième quinte coïncide exactement avec ut_8.

Comme les sons donnés par des cordes de même nature, et également tendues, sont réciproques à leur longueur, si l'on veut diviser un monocorde de manière qu'il donne les différentes quintes ainsi tempérées, il n'y a qu'à prendre les puissances inverses de n ou de $\sqrt[12]{2^7}$; alors, en représentant par 1000000 la longueur de la première corde qui donne ut_1, les longueurs des cordes qui donneront les quintes suivantes pour un instrument à dièses neutres, seront

ut_1	1000000
sol_1	667420
$ré_2$	445449
la_2	297302
mi_3	198425
si_3	132433
$fa_4^{\#}$ ou $sol_4^{\flat}$	88388
$ut_5^{\#}$ ou $ré_5^{\flat}$	58992
$sol_5^{\#}$ ou $la_5^{\flat}$	39373
$ré_6^{\#}$ ou $mi_6^{\flat}$	26278
$la_6^{\#}$ ou $si_6^{\flat}$	17538
fa_7	11706
ut_8	7813

Si l'on voulait réaliser ce tempérament avec l'exactitude que comportent des expériences de physique, il faudrait se procurer un monocorde muni d'une division très-exacte; puis représentant la longueur de la corde fondamentale, ut_1 par 1000000,

comme nous venons de le faire, on prendrait sur le monocorde les autres valeurs successives des cordes qui appartiennent aux quintes tempérées; et on accorderait successivement à leur unisson les cordes de l'instrument qui doivent y correspondre. Quand cette opération sera faite, le reste n'offrira plus aucune difficulté; car le premier ut_1, pris pour point de départ, donnera successivement tous les autres *ut* par l'accord d'octave; de même le $ré_2$ donnera tous les *ré*, le mi_3 tous les *mi*, le fa_3 tous les *fa*, le sol_1 tous les *sol*, et ainsi de suite. On aura de même, par des accords pareils, toutes les notes qui doivent être diésées, puisque l'on en a une de chaque espèce parmi les quintes tempérées que le monocorde donne directement. Car, dans les instrumens à sons fixes et à dièses neutres, on ne met point de touches intermédiaires entre *mi* et *fa*, non plus qu'entre *si* et *ut*, à cause du peu d'étendue de ces intervalles. Tout l'instrument se trouvera donc complètement accordé dans toutes ses parties.

Cette compensation est nécessaire dans tous les instrumens à sons fixes, tels que le piano, l'orgue, et même la harpe, quand elle n'est point armée du nouveau mécanisme d'Erard. Cavallo, physicien exact et ingénieux, rapporte dans les Transactions philosophiques, qu'ayant accordé soigneusement une harpe ordinaire sur ces principes, en se servant d'un bon monocorde, l'exécution s'y est trouvée très-bonne dans tous les tons et dans tous les modes. Il est évident que le tempérament égal est le seul qui puisse jouir d'une telle universalité; mais dans l'exécution habituelle de la musique, cette qualité n'est presque jamais nécessaire, parce qu'il y a de certains tons et de certains modes dans lesquels on n'exécute que très-rarement. C'est pourquoi les artistes préfèrent, pour l'ordinaire, un tempérament inégal, dans lequel la justesse des quintes rarement employées est sacrifiée à celles qui sont d'un plus fréquent usage; ce qui donne aussi à ces dernières des tierces beaucoup moins altérées que dans le tempérament égal. S'il arrive quelquefois que l'on soit obligé de jouer dans quelqu'un des modes extraordinaires, ils sont toujours chargés de dièses et de bémols qui déroutent l'oreille,

et lui rendent moins sensibles les altérations de ces intervalles auxquelles elle n'est point accoutumée.

D'après ce que je viens de dire, on doit comprendre que le tempérament est particulier aux instrumens à sons fixes, parce qu'ils n'ont qu'un certain nombre de cordes invariables pour représenter toutes les variations de rapports amenées par la modulation. Mais il n'y aura pas de tempérament dans la voix d'une personne qui chante juste, sans être accompagnée par un instrument à diéses neutres, parce qu'à mesure qu'elle entrera dans un mode, elle formera les sons tels qu'ils doivent être relativement à la nouvelle tonique, et elle trouvera dans les inflexions graduelles de sa voix toutes les intonations nécessaires pour les exécuter exactement. Il en sera de même dans le violon, *s'il joue seul*; car lorsque cet instrument est habilement manié, il permet de donner à chaque son sa valeur actuelle et précise, selon le ton où l'on se trouve, comme M. Charles s'en est assuré par des expériences avec Viotti; et ainsi l'on ne doit pas dire, comme l'a fait M. Chladni dans son acoustique, qu'une personne qui chante juste *tempère* sans le savoir. Elle ne tempère pas, lorsqu'elle n'y est point contrainte par un instrument à sons fixes; au contraire, elle exécute les sons justes, et pour cela elle est obligée de leur donner des rapports exacts selon les tons et les modes où l'entraîne la mélodie. Sous ce rapport, une voix mélodieuse et juste peut être assimilée à un instrument qui aurait une infinité de touches fixes, sur lesquelles toutes les gammes imaginables pourraient toujours s'exécuter exactement.

CHAPITRE IV.

Vibrations transversales des verges élastiques droites.

Les vibrations des verges élastiques droites peuvent également se calculer d'après les principes de la mécanique. Leurs lois sont très-différentes de celle des cordes, parce que, dans ces dernières, la tension n'agit que dans le sens de la longueur, tandis que, dans les lames élastiques et en général dans les surfaces élastiques rigides, la force de ressort agit sur la courbure même.

Il faut distinguer dans ces vibrations six cas différens qui dépendent des circonstances où la verge se trouve placée :

1°. L'un des bouts fixé invariablement, l'autre libre ;

2°. L'un des bouts appuyé, l'autre libre ;

3°. Les deux bouts libres ;

4°. Les deux bouts appuyés ;

5°. Les deux bouts fixés invariablement ;

6°. Un bout fixé, l'autre appuyé.

Pour faire les expériences, il faut se servir de verges droites, cylindriques ou planes, mais homogènes et uniformément épaisses. Quand un des bouts doit être fixé, on le serre entre les mâchoires d'un étau. S'il doit être simplement appuyé contre un obstacle, on le presse contre un plan solide. Pour mettre la verge en vibration, on la frotte transversalement avec un archet légèrement enduit de colophane.

Chacune des dispositions précédentes peut, comme dans les cordes vibrantes, donner lieu à plusieurs espèces de vibrations, selon que la lame ne forme qu'une seule courbure vers l'axe rectiligne, ou le coupe en plusieurs points. Mais le rapport des sons avec le nombre des courbures est autre que dans les cordes vibrantes, à cause de l'action différente de la force élastique.

1er Cas. *Un bout fixe, l'autre libre.*

Dans ce cas, la manière de vibrer la plus simple est celle que représente la fig. 23. La verge ne coupe l'axe AB qu'au point A où elle est fixée. Elle donne alors le son le plus grave qui puisse résulter de ses vibrations; je le nommerai le son fondamental de la verge. Dans les autres manières de vibrer, représentées fig. 24 et 25, la verge coupe l'axe une ou plusieurs fois. Le meilleur moyen de produire ces figures, c'est de toucher légèrement avec le doigt un des points où l'on veut déterminer un nœud de vibration, et de mettre en mouvement avec un archet le milieu d'une des parties qui doivent être vibrantes. Si l'on se sert de lames planes, on pourra rendre les autres nœuds sensibles en répandant sur la lame du sable très-fin et sec, qui s'accumulera aux endroits où le mouvement de vibration est nul. Le premier son où il ne se fait pas de nœud est, pour ainsi dire, une exception à tous les autres; car il est au second son, dans lequel il se produit deux ventres, comme le carré de 2 est au carré de 5, ou comme 4 est à 25; mais les autres sont entre eux comme les carrés 3, 5, 7..... Voici le tableau de tous ces sons, donné par M. Chladni, en prenant pour son fondamental un *ut* plus bas d'une octave que l'*ut* le plus grave du clavier ou du violoncelle, c'est-à-dire suivant notre notation ut_{-1} :

Nombre des nœuds.	0	1	2	3	4	5
Sons.	ut_{-1}	$sol_2^{\#}$	$ré_4$—	$ré_5$—	$si_5^{\flat}$	fa_6—
Nombres dont les carrés représentent ces sons.	(2)	(5) 3	5	7	9	11
etc.						

Pour compléter toutes les données relatives à ces expériences, il faudrait déterminer aussi dans chaque cas, quelle doit être la position des nœuds. Cela pourrait se faire par le calcul, comme on peut le voir dans les Mémoires d'Euler (*) sur cette matière. Mais l'observation y suppléra aisément dans tous les cas, puisque chaque espèce de divisions ne deviendra possible qu'autant qu'on placera convenablement les doigts sur le point où le nœud peut se former, et ce sera alors seulement que l'on obtiendra un son net, distinct et conforme à la théorie. Mais aussi une fois ces points reconnus et déterminés, le même son se reproduira toujours en les touchant. Cette remarque s'applique aussi à toutes les expériences qui vont suivre.

Le mode de vibrations que nous venons de considérer, est employé dans la construction d'un instrument que l'on appelle le violon de fer. Il est composé de plusieurs tiges d'acier parallèles entre elles et de longueurs inégales, fixées circulairement sur un même tambour. On les met en vibration par le moyen d'un archet, et l'on n'en tire que le son fondamental de chacune d'elles.

2e Cas. *Un bout appuyé, l'autre libre.*

Cette disposition ne permet pas de faire vibrer d'un même mouvement la verge entière, puisqu'il faut toujours la toucher en quelque point pour la tenir pressée contre l'obstacle sur lequel elle s'appuie. Dans les manières de vibrer où il se forme des nœuds, leurs distances au bout libre sont plus grandes que dans le premier cas, et les courbures que prend la verge sont différentes, ainsi que les rapports des sons qui en résultent. Le mode de vibrations le plus simple est celui que représente la fig. 26, où il n'y a qu'un nœud dont la distance au bout libre est à peu près le tiers de la longueur de la lame. Ensuite vient le mode qui donne deux nœuds, fig. 27, dont le dernier est éloigné du bout libre à peu près de $\frac{1}{7}$ de cette même longueur. Pour produire à volonté ces configurations diverses, il faut appuyer un des bouts

(1) Mémoires de Pétersbourg. 1779.

de la verge contre un plan fixe, tenir légèrement entre les doigts un des points où il doit se former un nœud, et passer l'archet vers le milieu d'une partie qui doit entrer en vibration. La série des sons possibles est représentée par la série des carrés des nombres 5, 9, 13, 17, qui vont toujours en augmentant de quatre unités. Le premier de ces sons est au plus grave du premier cas, ou au son fondamental de la verge, comme 625 à 144, ou à fort peu de chose près comme $ré_4$ à ut_{-1}. Généralement la verge étant supposée la même, les sons de ce deuxième cas formeront le tableau suivant, que j'emprunte encore de M. Chladni, ainsi que toute la partie expérimentale de ce chapitre :

Nombre des nœuds.	1	2	3	4	5	6
Sons.	$ré_2$—	la_3*	si_4—	sol_5 ♭	$ré_6$* +	la_6
Nombres dont les carrés représentent ces sons.	5	9	13	17	21	25
etc.						

3e Cas. *Les deux extrémités libres.*

Ici la manière de vibrer la plus simple est celle qui offre deux nœuds situés à peu près au quart de chaque bout libre, comme le représente la fig. 28. Ensuite viennent les autres modes qui donnent trois nœuds, fig. 29, ou davantage. Ici le premier son est au son fondamental de la verge comme 25 à 4, et la série des sons est représentée par les carrés des nombres impairs 3, 5, 7, 9. En voici le tableau pour la même verge employée dans les expériences précédentes.

Nombre des nœuds.	2	3	4	5	6	7
Sons.	$sol_2{}^{\#}$	re_4	re_5-	$si_5{}^{b}$	fa_6+	si_6-
Nombres dont les carrés représentent ces sons.	3	5	7	9	11	13
etc.						

Les sons obtenus de cette manière sont donc les mêmes que dans le premier cas, quoique les courbures de la verge soient très-différentes. C'est ce que montre la comparaison de leurs valeurs.

Pour réaliser ces résultats de la théorie, il faut poser deux points de la verge, où il doit se former des nœuds, sur des chevalets faits de quelque matière un peu molle, par exemple, de liége, et les y presser légèrement avec le doigt. Si l'on assemble ainsi des lames de verre ou de bois dur, par des rubans qui alternent sur leurs surfaces aux endroits désignés, on en formera un petit instrument assez connu, dont on joue en frappant les lames sonores, sans les toucher d'ailleurs en d'autres points que dans ceux où les nœuds sont déjà déterminés.

4e Cas. Les deux bouts appuyés.

Alors les courbures de la verge entre ses points d'appui sont analogues à celles d'une corde vibrante; mais les sons suivent des rapports différens : ils sont réciproques aux carrés des longueurs des parties vibrantes. Pour faire vibrer ainsi la lame, on la presse entre deux plans fixes, perpendiculaires à sa direction d'équilibre, et qui l'empêchent de s'échapper. Puis on pose le doigt sur le nœud de vibration le plus voisin de l'extrémité, et on met en mouvement avec un archet le milieu d'une partie qui doit être vibrante. En cela le mode d'ébranlement est le même

que pour une corde tendue. Dans le mode de vibration le plus simple où il n'y a pas de nœud, le son est au son fondamental de la verge comme 25 à 9. Les autres sont entre eux comme les carrés des nombres naturels. En voici le tableau pour la même verge que ci-dessus :

Nombre des nœuds.	0	1	2	3	4	5
Sons.	$fa_1{}^{\#}$	$fa_3{}^{\#}$	$sol_4{}^{\#}$	$fa_5{}^{\#}$	$ré_6$	$sol_6{}^{\#}$
Nombres dont les carrés représentent ces sons.	1	2	3	4	5	6
etc.						

5e Cas. *Les deux bouts fixés.*

Ici la verge pourra encore vibrer toute entière ou par parties. Les sons ont absolument les mêmes valeurs que dans le cas où les deux bouts sont libres, quoique les courbures soient différentes. En voici le tableau, toujours pour la même verge que précédemment :

Nombre des nœuds.	0	1	2	3	4	5
Sons.	$sol_2{}^{\#}$	$ré_4$	$ré_5-$	$si_5{}^{\flat}$	fa_6+	si_6-
Nombres dont les carrés conviennent à ces sons.	3	5	7	9	11	13
etc.						

6e Cas. *Un bout fixe, l'autre appuyé.*

La verge peut encore vibrer, soit entière, soit par parties, mais les courbures et les sons diffèrent des cas précédens. Pour le son le plus grave, la courbure est représentée figure 30. On voit qu'elle n'est pas symétrique à ses deux extrémités, ce qui vient de ce que, au bout fixe, non-seulement la position de ce bout est donnée, mais encore la direction de la tangente en ce point, au lieu qu'à l'autre bout, la direction de cette tangente n'est pas déterminée par les circonstances initiales, et elle varie pendant le mouvement.

Cependant les sons se trouvent exactement les mêmes que dans le cas où un bout est appuyé et l'autre libre. En voici le tableau pour la même verge que ci-dessus :

Nombre des nœuds.	0	1	2	3	4	5
Sons.	re'_2	$si_3^{\flat} +$	$si_4 -$	$sol_5^{\sharp} -$	$re'_6 +$	la_6
Nombre dont les carrés conviennent à ces sons.	5	9	13	17	21	25
etc.						

Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'une seule et même verge que nous avons comparée à elle-même, dans ses différens modes de vibration. Mais généralement lorsque les manières de vibrer sont les mêmes, quant aux circonstances initiales et au nombre des nœuds, les sons rendus par les verges élastiques droites de différente longueur ou de différente nature ont entre eux des rapports qui peuvent être fort simplement exprimés. Soit e l'épaisseur de la verge, l sa longueur, ε la rigidité de la matière dont elle est faite, δ sa densité spécifique, g le double

de l'espace qu'un corps pesant décrit en tombant pendant une seconde sexagésimale, c'est-à-dire 9,8088 ; enfin n un nombre entier, constant pour chaque mode de vibration, mais dont la valeur absolue variera d'un mode à l'autre, suivant le nombre des nœuds et la nature des circonstances initiales ; alors le nombre N des vibrations faites en une seconde sera exprimé par la formule

$$N = \frac{n^2 e}{l^2} \sqrt{\frac{g \varepsilon}{\delta}}.$$

Cette formule pourra servir, en général, pour tous les corps élastiques quelconques dont la forme sera la même, et qui seront ébranlés semblablement.

Si l'on compare entre elles des verges de même matière et dont l'épaisseur seule et la longueur soient différentes, les quantités contenues sous le radical restent les mêmes. Le nombre des vibrations, dans des modes semblables, est alors proportionnel aux épaisseurs des lames et réciproque aux carrés de leurs longueurs. Si les longueurs sont égales, la proportion de l'épaisseur reste seule, et il en résulte que les lames les plus épaisses rendent les sons les plus aigus, ce qui est tout simple ; puisque plus elles sont épaisses, plus aussi leur force de ressort agit avec énergie pour les redresser ; ce qui doit accélérer leurs vibrations. S'il s'agit de verges cylindriques, e peut être regardé comme représentant leur diamètre transversal. Généralement dans les verges de matière et de figure semblables, e et l étant proportionnels entre eux, les sons seront en raison renversée des dimensions homologues ; par conséquent en raison renversée des racines cubiques des poids, car alors les poids sont comme les cubes des dimensions. Enfin quand les lames sont mises en vibration par les procédés que nous avons décrits, leur largeur n'influe pas sur le son qu'elles rendent. Giordano Riccati, qui a donné la formule précédente dans le tome I des Mémoires de la Société italienne, en a vérifié tous les résultats au moyen d'expériences faites avec une précision extrême sur des verges cylindriques libres ; de sorte qu'on peut les regarder comme très-assurés.

CHAPITRE V.

Vibrations longitudinales des verges droites.

Les verges élastiques droites peuvent, comme les cordes, vibrer dans le sens de leur longueur; elles peuvent de même, ou avoir un mouvement général, dirigé alternativement vers leurs deux extrémités, ou se diviser en plusieurs parties, animées par des mouvemens contraires, et séparées les unes des autres par des nœuds de vibrations immobiles. Les figures que nous avons données pour les vibrations longitudinales des cordes, serviront encore ici toutes les fois que la verge aura une épaisseur égale dans toute sa longueur; car alors sa grosseur absolue n'aura aucune influence sur ce genre de vibrations, puisqu'on peut considérer de pareilles verges comme des assemblages de cylindres de même nature et de même longueur, disposés parallèlement à côté les uns des autres, et dont les couches transversales vibrent d'un mouvement simultané. Pour produire ce genre de vibrations, lorsque la verge est de bois ou de métal, il faut la frotter dans sa longueur avec un petit morceau de drap sur lequel on a mis de la poudre de colophane; mais si c'est un tube de verre, il vaut mieux mouiller le drap et étendre sur sa surface un peu de sable très-fin, ou de poudre de pierre ponce. Pour produire les divisions en parties aliquotes, il faut, comme dans toutes les expériences précédentes, toucher un ou plusieurs nœuds, et mettre en mouvement une des parties qu'on veut faire vibrer. Les valeurs des sons, de même que pour les cordes, sont réciproquement proportionnelles aux longueurs, et excessivement aiguës, lorsqu'on les compare à celles que produisent les vibrations transversales. C'est pourquoi il faut employer des verges très-longues pour pouvoir les apprécier.

Les verges élastiques étant d'ordinaire assez rigides pour pouvoir soutenir d'elles-mêmes leur propre poids, on peut

varier ici toutes les circonstances du mouvement initial, de même que dans les vibrations transversales. Le son fondamental le plus grave que la friction puisse tirer de la verge, s'obtient en la fixant dans un étau par une de ses extrémités, et la frottant dans toute sa longueur pour y produire le plus simple des mouvemens de vibration. Dans ce cas, représenté fig. 31, les particules s'éloignent et s'approchent alternativement de l'extrémité fixée A. Le déplacement des particules est nul à cette extrémité, mais les expansions et les contractions y sont les plus grandes. De là elles vont en décroissant toujours, jusqu'à l'extrémité libre, où il n'y a ni condensation ni dilatation; mais le mouvement de translation des particules y est à son maximum.

Nous verrons bientôt que ce mode de vibration est tout-à-fait pareil à celui de l'air dans les tuyaux d'orgue bouchés par un bout et ouverts par l'autre.

Supposons maintenant les deux bouts de la verge libres, fig. 32. Alors, dans le mode de vibration qui donne le son le plus grave, le milieu de la verge reste immobile, et les deux moitiés vibrent isolément en s'éloignant et s'approchant tour à tour de ce milieu, qui devient un nœud de vibration. Chacune des moitiés est donc dans le même cas qu'une verge de longueur égale, et dont une extrémité N serait fixée, l'autre restant libre Aussi les sons dans ce cas sont précisément à l'octave aiguë du son fondamental, donné dans le cas précédent par la verge entière. C'est, comme on le verra plus tard, le cas des vibrations de l'air dans un tuyau ouvert par les deux bouts.

Supposons enfin les deux extrémités fixées, fig. 33. Alors, dans le mode de vibration qui donne le son le plus grave, la verge a un mouvement de dilatation et de contraction alternatif vers l'une et vers l'autre extrémité. Dans ce cas, comme dans l'analogue pour les cordes, les dilatations et les contractions sont les plus grandes aux deux extrémités où le déplacement des particules est nul; et de là elles vont continuellement en décroissant jusqu'au milieu de la verge, où elles sont nulles, tandis que le mouvement de translation des particules y est

à son maximum. Chacune des deux moitiés vibre donc comme ferait une verge de longueur égale, dont l'extrémité A ou B serait fixée, l'autre O restant libre. D'où l'on voit que les sons doivent être pareils à ceux du cas précédent, où les deux bouts de la verge entière étaient libres. C'est aussi ce que confirme l'expérience. Ce mode de vibration est semblable à celui de l'air dans les tuyaux bouchés des deux côtés.

Les analogies que nous venons de remarquer entre les vibrations longitudinales des cylindres d'air et celles des verges rigides, nous permettent de concevoir comment ces dernières sont agitées. Il en résulte que la friction y excite des ondes sonores d'une certaine étendue, qui courent et se propagent sur toute la longueur de la verge, comme celles qui émanent d'un corps sonore se propagent dans l'air; et la durée de l'agitation produite par ces ondes sur chacun des points qu'elles atteignent, doit être de même égale au temps que le son, excité dans la matière, emploie pour parcourir leur longueur. Nommant donc, pour l'air, ce temps T, la longueur des ondes α, la vitesse a, et accentuant ces lettres pour les appliquer à la matière dont la verge rigide est faite, nous devrons avoir

dans l'air $\alpha = aT$, dans la verge $\alpha' = a'T'$.

Lorsque nous étudierons les vibrations de l'air dans un tuyau ouvert par les deux bouts, nous verrons que le son fondamental est donné par des ondes sonores d'une longueur égale à celle du tuyau lui-même, et qui, émanant au même instant de ses deux extrémités, se rencontrent à son milieu où elles produisent un nœud de vibration immobile. Conséquemment le son fondamental d'une verge rigide, libre par les deux bouts, sera produit de même par des ondes de la longueur de la verge; de sorte qu'en nommant celle-ci l', on aura

$$l' = a'T', \quad \text{d'où} \quad a' = \frac{l'}{T'}.$$

Cette équation ferait connaître la vitesse a' de propagation du son dans la verge rigide, si l'on connaissait pour ce même cas, le temps T' des vibrations de ses particules. Or, on peut le

déduire de la nature du son qu'elles excitent dans l'air environnant. En effet, supposons qu'une onde aérienne de même longueur que la verge se propage dans un temps T, on aura

$$l' = a\,T, \quad \text{par conséquent} \quad a' = a\,\frac{T}{T'}.$$

Or le rapport $\frac{T}{T'}$ peut se déterminer par l'expérience, en comparant le son fondamental de la verge avec celui d'une colonne d'air de même longueur, vibrant dans un tuyau ouvert par ses deux bouts. Car soient N, N', les valeurs de ces deux sons déduites de leur évaluation musicale ; elles seront inversement proportionnelles à T et à T', on aura donc

$$a' = a\,\frac{N'}{N}.$$

expression dont tous les élémens peuvent être déterminés par observation.

M. Chladni a fait sur ce sujet un grand nombre d'expériences que nous allons rapporter ; il en a ramené tous les résultats, par le calcul, au cas d'une verge de la longueur de deux pieds du Rhin, qui serait libre par les deux bouts, et il a représenté par at_3 le son rendu dans les mêmes circonstances par une colonne d'air de même longueur que les verges, vibrant dans un tuyau ouvert des deux côtés. Cela suffit pour fixer l'échelle de tous les sons rendus par toutes les verges solides. On aura donc, en faisant usage de ces données, $N = at_3$, et par suite

$$\frac{a'}{a} = \frac{N'}{at_3} \qquad a' = a\,\frac{N'}{at_3}.$$

La première formule donnera le rapport des vitesses de propagation du son dans le corps solide et dans l'air; on voit qu'il suffit pour cela de comparer les valeurs des notes que font entendre les colonnes de même longueur, formées avec les deux substances. La seconde formule donnera la valeur absolue de la vitesse de propagation dans le corps solide, quand on se donnera a, c'est-à-dire la vitesse dans l'air. Voici maintenant le tableau des observations :

NATURE DES VERGES.	VALEUR de N′.		RAPPORT des vitesses $= \frac{N'}{ut_1}$.
Fanon de baleine		la_5	6 $\frac{1}{5}$
Etain		si_5	7 $\frac{1}{2}$
Argent		re_6	9
Bois de noyer Bois d'if (1)		fa_6	10 $\frac{1}{5}$
Cuivre jaune Bois de chêne Bois de prunier		fa_6	10 $\frac{1}{5}$
Tubes de pipes de tabac		mi_6	10
		sol_6	12
Cuivre	presque	sol_6	12
Bois de poirier		sol_6*	12 $\frac{1}{2}$
Bois de hêtre rouge		la_6	13 $\frac{1}{3}$
Bois d'érable			
Bois d'acajou Bois d'ébène Bois de charme Bois d'orme Bois d'aune Bois de bouleau	à peu près	si_6♭	14 $\frac{2}{3}$
Bois de tilleul	presque	si_6	15
Bois de cerisier		si_6	15
Bois de saule Bois de pin (2)		ut_7	16
Verre Fer ou acier		ut_7	16 $\frac{2}{3}$
Bois de sapin		ut_7*	16 $\frac{2}{3}$
	ou presque	re_7	18

(1) Si les fibres de ces bois avaient été exactement droites, le son aurait été un peu plus aigu.

(2) Si les fibres de ces bois n'étaient pas assez droites, le son était plus grave quelquefois d'une tierce.

Ces valeurs sont susceptibles de quelques légères incertitudes, à cause des différences internes de la même matière, lesquelles peuvent quelquefois hausser ou baisser le son ; mais l'ensemble

des résultats n'est sujet à aucun doute. Tous s'accordent à montrer que la vitesse de propagation du son est beaucoup plus grande dans les corps solides qu'à travers l'air; dans le fer, le verre, le bois de sapin, elle est jusqu'à 17 ou 18 fois plus grande. Si l'on excepte la baleine et l'étain, dont les sons, à cause du peu de rigidité, sont très-imparfaits et difficiles à déterminer avec exactitude, les sons de toutes les autres matières rigides sont compris à peu près dans l'intervalle d'une octave. D'après cela, comme les sons des matières différentes dépendent des différens rapports de la rigidité longitudinale et de la pesanteur spécifique, si des matieres de constitutions fort diverses, telles que le verre, le fer et le bois de sapin, ont donné presque le même son, on peut présumer qu'une de ces qualités s'y est trouvée compensée par l'autre. Désignons par n la vitesse relative qui convient à chaque mode de vibrations, selon le nombre de nœuds; soit l la longueur de la verge, ε sa rigidité, et δ sa pesanteur spécifique; le son de cette verge ou bande, dans ses vibrations longitudinales, semble devoir être représenté par quelque expression de la forme

$$\frac{n}{l}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\delta}}.$$

Mais ce n'est là qu'une analogie fondée sur ce que la rigidité et la pesanteur spécifique paraissent devoir agir sur le ressort de la verge dans ses vibrations longitudinales, comme elles agissent dans les vibrations transversales où leur effet peut se calculer. Au reste, cette incertitude ne porte que sur la composition du coefficient qui exprime la valeur absolue des vitesses, en fonction des qualités physiques de chaque substance; car, quant au rapport des vitesses de propagation avec les tons que les verges font entendre, nous l'avons établi d'une manière générale et rigoureuse, en traitant du mouvement des ondulations sonores dans l'air.

CHAPITRE VI.

Vibrations circulaires des verges droites.

Lorsque nous avons exposé les effets de la torsion sur les fils élastiques, nous avons vu que si l'on tord un pareil fil d'un certain nombre de degrés, il tend à revenir à sa position primitive, et qu'il y revient en effet par une suite d'oscillations, dès qu'on l'abandonne à lui-même. De plus, nous avons trouvé que, pour des tensions et des longueurs égales, les vitesses des oscillations croissent comme les carrés des diamètres des fils. Si donc, au lieu d'un fil très-mince, nous prenons une verge cylindrique assez grosse et assez roide pour se soutenir d'elle-même quand elle sera arrêtée par un de ses points, les oscillations résultantes de la torsion pourront devenir assez rapides pour produire un son. C'est ainsi que se produisent les vibrations circulaires des verges.

Le mode le plus simple de ces vibrations est celui dans lequel toutes les parties de la verge tournent à la fois dans un même sens, quoiqu'avec des vitesses inégales. Pour exciter ce genre de mouvement, il faut serrer une des extrémités de la verge dans un étau, et la frotter circulairement avec un archet, sans la toucher dans aucun autre point; mais elle pourra encore vibrer de beaucoup d'autres manières, en se séparant en parties aliquotes dont les unes tourneront dans un sens, tandis que les autres tourneront en sens opposé. Les points intermédiaires resteront fixes et seront de véritables nœuds de vibrations. Pour produire ces divers modes, il faut toucher légèrement la verge dans un des points où l'on veut établir un nœud, et appliquer l'archet au milieu d'une des parties où le mouvement de rotation doit être le plus rapide; cela peut se faire en fixant un des bouts ou tous les deux, mais les résultats seront différens.

M. Chladni est le premier, et, je crois, jusqu'à présent, le

seul qui se soit occupé de ce genre de vibrations : il a trouvé que les divisions opérées de cette manière dans une verge fixée par une de ses extrémités, ou libre, ou fixée aux deux extrémités, suivaient absolument les mêmes lois que dans les vibrations longitudinales, et que la série des sons était aussi la même. Mais leur valeur absolue est différente; et il y a découvert ce rapport remarquable, que le son d'une verge cylindrique ou prismatique, qui fait des vibrations circulaires, est toujours *plus grave d'une quinte* que si elle vibrait de la même manière dans le sens longitudinal. D'après cela, on pourrait présumer que, dans ce genre de vibration, les excursions des particules ne se font pas circulairement et dans une direction perpendiculaire à la longueur de la verge, mais suivant une direction inclinée sur cette longueur de 45°; en sorte que les lignes vibrantes tourneraient autour de la verge comme une hélice. En effet, dans cette supposition, la longueur de ces lignes serait égale à la longueur totale de l'hélice, c'est-à-dire à $\sqrt{2}$, si l'on représente la longueur de la verge par l'unité; c'est ce qu'il est facile de voir en développant le cylindre et représentant l'hélice par une ligne droite inclinée à 45° sur sa base. Alors ce mode de vibration ne différant des vibrations longitudinales que par la longueur des lignes vibrantes, les valeurs des sons qu'il produira seront inverses des longueurs; de sorte que si on les prend pour unité et qu'on les exprime par ut_1, les autres le seront par $\sqrt{2}$. Or, $\sqrt{2}$ est peu différent de $\frac{1}{2}$ qui représente la quinte sol_1, et sa valeur se rapproche encore davantage de $\frac{16}{11}$, qui représente $sol_1{}^{\flat}$. Cette considération expliquerait donc fort simplement la cause du rapport trouvé par Chladni entre les vibrations longitudinales et circulaires, et il serait intéressant de la vérifier par l'observation.

Ce genre de vibrations mérite d'autant plus d'être étudié, qu'on pourrait peut-être le lier avec les oscillations plus lentes qui sont produites par la torsion, dans les fils élastiques chargés d'un poids donné.

CHAPITRE VII.

Des vibrations des verges courbes, telles que les fourches et les anneaux.

Les verges élastiques courbes peuvent aussi être mises en vibration de diverses manières ; les sons qu'elles rendent, ainsi que la manière dont elles se divisent, sont aussi variés que leur courbure. Dans cette diversité infinie, je me bornerai à deux exemples susceptibles d'application

Le premier est celui des doubles verges ou fourches d'acier qui servent de diapason pour régler le ton des instrumens de musique ; on en voit la forme fig. 34. Les deux branches A C, B C sont un peu plus écartées à leur base C qu'elles ne le sont à leurs extrémités A et B ; on introduit entre elles un cylindre métallique F F, qui peut entrer librement en C, mais qui ne peut sortir en A B qu'en forçant les deux extrémités de la fourche à s'écarter l'une de l'autre. Lorsqu'il est sorti, elles reviennent sur elles-mêmes avec vitesse, et se mettent en vibration sonore. Quand on les ébranle toujours de cette même manière, le son qu'elles rendent est le même aussi, et fournit par conséquent un type constant sur lequel on peut régler le ton d'un instrument quelconque. Les fourches destinées à cet usage ont à leur base un prolongement M, qui forme une sorte de pied sur lequel on les pose quand on les a mises en vibration. Mais cette addition, utile pour l'objet auquel on les emploie, donne à leurs mouvemens une complication qui ne les rend pas propres aux considérations géométriques. C'est pourquoi il nous conviendra plutôt de considérer les vibrations des verges cylindriques uniformément épaisses, et courbées dans le sens de leur longueur, fig. 35.

Le son le plus grave de tous ceux qu'une telle fourche peut rendre s'obtient quand chaque branche vibre toute entière sans se diviser (sauf la partie comprise entre les deux

nœuds très-rapprochés de la flexion au milieu), fig. 36. Alors toutes les parties d'une même branche vont ensemble dans le même sens, quoique avec d'inégales vitesses. Ce genre de mouvement est analogue à celui que représente la fig. 28, relative aux vibrations transversales des verges droites; mais le son est plus grave dans le rapport de 16 à 25. Dans le second mode de vibrations, fig. 37, la fourche se partage en cinq divisions séparées par quatre nœuds, deux très-rapprochés au milieu, et un à chaque branche NN′ *nn*′. Pour produire ce genre de mouvement, il faut la tenir par un de ses nœuds et passer l'archet sur le milieu d'une des parties qui doivent entrer en vibration; par exemple, vers les extrémités. Entre ce mode et le précédent, il n'est pas possible d'en établir un où la verge se divise en quatre parties séparées par trois nœuds; ce qui serait l'analogue de la fig. 29 pour les vibrations transversales des verges droites. Quand la courbure de la verge est fort petite, fig. 38, ce genre de vibrations est encore possible; sa difficulté augmente avec la courbure, et enfin il devient tout-à-fait impraticable.

Dans les autres modes de vibrations dont la fourche est susceptible, les nœuds sont au nombre de cinq, six, etc....., et la série des sons qui en résultent, en commençant par la fig. 37, est exprimée par la suite des quarrés des nombres 3, 4, 5, 6..... Le son le plus grave, fig. 36, n'est pas compris dans la même loi; il est à celui de la fig 37 comme 4 à 25. Voici le tableau de ces sons, donné par M. Chladni :

Nombre des nœuds.	2	3	4	5	6	7	8
Sons.	ut_2	manque.	sol_4*	fa_5*	$ré_6$	sol_6*	$ré_7$—
Nombres dont les carrés représentent ces sons.	(2)		(5) 3	4	5	6	7

Si l'on compare ce tableau à celui de la page 78, relatif à une verge droite appuyée par ses deux extrémités, on verra qu'à partir du troisième son, sol_4^* qui est donné par la fig. 37, tout le reste de la série des sons est le même. Les nœuds qui s'établissent dans les branches de la fourche produisent le même effet que les points d'appui. Dans les manières de vibrer où il y a deux nœuds très-rapprochés, les vibrations s'exécutent comme dans une verge dont une extrémité est fixée et l'autre libre; aussi la progression des sons est-elle la même; mais leurs valeurs absolues dans la fourche sont plus aiguës de deux octaves, parce que l'équilibre des deux branches qui s'appuient l'une contre l'autre les fait vibrer comme des verges droites dont une extrémité est fixée.

Si l'on continue à courber davantage la verge, jusqu'à en former un anneau circulaire dont on soudera ensemble les deux extrémités, on pourra encore y produire des vibrations diverses et en tirer différens sons. Ces vibrations sont toujours telles que l'anneau se partage en 2, 4, 6, ou en général en un nombre *pair* de parties égales qui vibrent isolément en sens contraire, et qui sont séparées les unes des autres par des nœuds de vibrations. Les sons qui correspondent à ces manières de vibrer sont entre eux comme les carrés des nombres impairs 3, 5, 7, 9.

Pour produire à volonté chacun d'eux, il faut poser l'anneau sur des chevalets de bois, de liége, ou de toute autre matière flexible, que l'on place de manière qu'ils répondent à autant de points dans lesquels on veut établir des nœuds. Puis pressant légèrement l'anneau en ces points avec les doigts, on passe l'archet au milieu d'une des parties qui doivent vibrer. Il faut faire en sorte que le mouvement de l'archet soit à peu près vertical, le plan de l'anneau étant placé horizontalement. De cette manière les vibrations s'établissent avec plus de facilité que si le plan de l'anneau était vertical, parce que son poids les contrarierait.

Il est bien facile de voir pourquoi un anneau en vibrant se divise toujours en un nombre pair de parties : cela est né-

cessaire pour l'immobilité des nœuds. Car, pour que cet équilibre ait lieu, il faut que les points où les nœuds se trouvent soient également tirés de tous les côtés ; il faut donc que les mouvemens des parties vibrantes de part et d'autre de chaque nœud soient toujours contraires. Or, dans une courbe rentrante comme le cercle, cela ne peut avoir lieu que par une division en nombres pairs. Si l'on concevait, par exemple, une division en trois parties aux points ABC, comme le représente la fig. 39, il faudrait que le mouvement de AB fût contraire à celui de CB, et que celui de AC fût contraire à la fois à AB et à CB, ce qui serait impossible.

En représentant par ut_2 le son le plus grave qu'un anneau peut rendre, lorsqu'il se divise seulement en quatre parties, tous ses autres sons se trouvent compris dans le tableau suivant, calculé par M. Chladni :

Nombre des nœuds.	4	6	8	10	12	14
Sons.	ut_2	fa_3*	fa_4*—	re_5*—	la_5	$ré_6$
Nombre dont les carrés représentent ces sons.	3	5	7	9	11	13

CHAPITRE VIII.

Vibrations des Corps rigides ou flexibles, agités dans toutes leurs dimensions.

Les vibrations des cordes et des verges droites sont les seules, parmi celles des corps rigides, que l'on ait pu jusqu'à présent soumettre au calcul de manière à en tirer les lois des mouvemens et les rapports des sons; c'est pourquoi nous les avons expliquées en détail. Pour les autres cas où les corps doivent être considérés avec toutes leurs dimensions, l'expérience seule peut nous guider, et elle a fait connaître un petit nombre de résultats généraux que nous allons rapporter ici.

Généralement, lorsqu'un corps vibre, il se partage en un certain nombre de parties qui exécutent leurs vibrations séparément, sans s'empêcher les unes les autres, et qui sont douées à chaque instant de mouvemens alternatifs: de là il résulte que les points par lesquels ces parties se joignent, ne participent ni au mouvement de l'une ni au mouvement de l'autre, et restent par conséquent immobiles; ce que l'on peut rendre sensible pour les surfaces horizontales, en y versant du sable très-fin et sec, qui s'accumule dans les *lignes nodales*. Ce moyen très-ingénieux a été imaginé par Galilée, comme on le peut voir dans ses dialogues. La possibilité de cette division et de cette alternative de mouvement paraît être la condition essentielle de laquelle dépendent toutes les manières de vibrer que chaque corps peut admettre, selon les circonstances initiales où on le place; et si on ne peut les prévoir d'avance, du moins lorsqu'on les a une fois produites, on peut les reproduire encore en plaçant des obstacles légers sur les lignes nodales, et passant un archet sur une des parties qui doivent entrer en vibration. Mais, malgré ces précautions, on est quelquefois trompé dans son attente, parce que les mêmes portions de lignes nodales peuvent appartenir à plusieurs modes de vibrations différens;

de sorte que pour obtenir particulièrement celui qu'on désire, il faut rendre son indication plus complète en multipliant la désignation des points qui doivent rester en repos.

M. Chladni a fait surtout un très-grand nombre d'expériences de ce genre sur les vibrations des plaques de verre de forme diverse; il a déterminé dans chaque cas la nature des sons, le nombre des parties vibrantes et la figure des lignes nodales. On peut voir ces intéressans détails dans son Acoustique, qu'il a lui-même traduite en français. Je me bornerai à quelques exemples qui montreront la marche générale des phénomènes et la manière d'opérer.

Il faut d'abord se procurer des plaques de verre de diverses formes, et autant que possible d'égale épaisseur; par cette raison le verre de vitre est préférable aux plaques de glace qui, étant plus épaisses, admettent de plus grandes inégalités de masse, à moins qu'elles n'aient été exactement travaillées, de manière à avoir leurs surfaces bien parallèles. On pince ces lames entre les doigts dans un des nœuds de vibration, ou on les serre entre les mâchoires d'un petit étau de bois représenté fig. 40, et on les met en mouvement en les frottant avec un archet sur leurs bords qui, par conséquent, doivent être adoucis et usés à l'émeri. Pour rendre les lignes nodales sensibles, on répand sur la plaque du sable fin et sec, comme je l'ai dit plus haut.

Dans les plaques carrées, la figure 41 est celle qui donne le son le plus grave : on l'obtient en serrant la lame au centre et la mettant en mouvement près d'un angle. Les rayons de cette figure peuvent quelquefois se changer en quatre courbes qui joignent les milieux des côtés de la plaque.

Le son le plus grave, après le précédent, est donné par la fig. 42; alors les lignes nodales passent par les diagonales. Pour l'obtenir, il faut serrer la plaque à son centre, et appliquer l'archet au milieu d'un des côtés. De cette manière, il est impossible qu'il se fasse en ce milieu une ligne de repos, comme dans la figure précédente, et cette ligne va s'établir aux angles, symétriquement, de part et d'autre du point ébranlé. Le son ainsi obtenu est la quinte aiguë du premier.

Si l'on serre la plaque en N, fig. 43, et que l'on applique l'archet en F sur une même ligne droite perpendiculaire au côté A B, il se produira trois lignes nodales droites, parallèles entre elles, et au côté A B. L'une d'elles passera par le centre de la plaque. Il faut que la plaque soit serrée très-légèrement, pour ne pas interrompre la rectitude de ces lignes. Si on la serre un peu plus loin du bord, toujours sur la même direction F N que précédemment, la flexion devient sensiblement plus grande vers la partie où l'archet est appliqué, et les lignes nodales se courbent comme dans la fig. 44.

On peut varier à l'infini ces modes de vibrations; mais ce qui précède suffit pour que l'on puisse répéter les expériences sur ce genre de plaques.

Pour montrer maintenant l'influence que la figure de la plaque a sur ce phénomène, je rapporterai quelques-unes des expériences de M. Chladni sur les plaques circulaires.

Dans ces plaques, lorsqu'elles sont libres par leurs bords, toutes les formes possibles des lignes nodales peuvent être rapportées à deux types primitifs, qui sont des droites diamétrales et des cercles. Ces deux types peuvent être plus ou moins défigurés, c'est-à-dire que les lignes droites diamétrales peuvent se courber en divers sens, que les cercles peuvent se distordre de manière à dégénérer en d'autres lignes souvent irrégulières; mais ces modifications ne changent point la nature du son, qui reste le même dans toutes les formes secondaires dérivées d'une même forme primitive.

Quand toutes les lignes nodales sont des diamètres, elles se prolongent d'un côté du cercle à l'autre. Leur ensemble présente alors la figure d'une étoile dont le nombre des rayons peut être 4, 6, 8, 10; toujours en nombre pair: on en verra la raison tout-à-l'heure. A mesure que ce nombre augmente, le son devient plus aigu; ce qui tient évidemment à ce qu'alors la plaque se divise en parties vibrantes plus petites.

Le ton le plus grave que la plaque puisse rendre est donné par la fig. 45, qui est formée de deux diamètres croisés à angles droits. Ceci est analogue avec ce que nous ont présenté les plaques carrées. Pour obtenir aisément cette figure, il faut

pincer la plaque à son centre, qui se trouve être un nœud de vibration commun à tous les diamètres ; puis on la pince encore en un autre point de sa circonférence, pour déterminer complètement la direction d'une des lignes nodales ; et l'on applique l'archet à l'un des points dont on veut faire le milieu d'une partie vibrante, c'est-à-dire, dans le cas actuel, à 45° de la ligne nodale que l'on a déterminée. Si l'on a eu soin de répandre sur la plaque du sable fin et sec pour y rendre les lignes nodales sensibles, on voit ce sable se réunir dans les directions de deux diamètres qui se croisent à angles droits, comme le représente la fig. 45 ; dans ce cas, la plaque est partagée en quatre parties qui vibrent séparément. Il faut remarquer que, pour produire cette figure, et en général les figures les plus simples parmi celles d'un même ordre, il faut appuyer l'archet davantage, et le promener plus lentement que lorsqu'on veut produire des divisions plus multipliées. La raison en est toute simple ; c'est que moins les divisions sont nombreuses, et plus leur surface est grande. Pour les faire vibrer sans qu'elles se divisent, il faut les ébranler plus fortement, et prolonger davantage la pression, afin qu'elle s'étende jusqu'à leurs limites. Si, au contraire, on faisait mouvoir l'archet légèrement et rapidement, on pourrait ébranler vivement les points où il est appliqué, sans que le mouvement se communiquât dans toute l'étendue d'une grande division ; et alors il pourrait se former des subdivisions plus petites entre les limites que l'on a fixées. Aussi, quand on a déterminé, par exemple, la fixité d'une ligne nodale diamétrale, comme nous l'avons fait tout-à-l'heure, si l'on place l'archet à 45° de cette ligne, on peut également obtenir la fig. 45 formée de quatre rayons, ou la fig. 45 *bis*, formée de douze, parce que dans celle-ci le milieu d'une partie vibrante est le même que dans l'autre. Mais la première est la plus facile à obtenir, tellement qu'on réussit à la produire, même sans fixer la ligne nodale, et seulement en arrêtant la plaque à son centre. On peut rendre ce phénomène sensible sur de très-petites plaques ; par exemple, sur une pièce de monnaie.

La figure qui vient ensuite est celle qui donne le ton le plus grave après la précédente ; elle est formée de six rayons qui font

entre eux des angles de 60°. Pour la produire, il faut déterminer comme ci-dessus la fixité d'une des lignes diamétrales, et appliquer l'archet en un des points dont on veut faire le milieu d'une partie vibrante, c'est-à-dire à 30° du point de la circonférence que l'on a rendu fixe. On y réussirait aussi, quoique plus difficilement peut-être, en l'appliquant au milieu de toute autre partie; par exemple, à $60° + 30°$, $120° + 30°$, etc.

Le son donné par cette seconde figure est plus aigu que celui qui résultait de la première, et il est facile de prévoir quel doit être le rapport de ces deux sons. En effet, dans l'un et l'autre cas, les parties vibrantes sont des secteurs circulaires semblables, de même épaisseur, dont les dimensions absolues sont entre elles comme 6 à 4, ou comme 3 à 2. Or, nous avons dit qu'en général les sons donnés par des corps élastiques semblables, qui vibrent de la même manière, sont en raison inverse des carrés de leurs dimensions. Par conséquent, dans le cas actuel, les deux sons rendus par la plaque seront entre eux comme 4 à 9; de sorte qu'en prenant le premier pour unité fondamentale, et le représentant par $ut_1 = 1$, le second sera $\frac{9}{4}$ ou re_2. Car en donnant les valeurs des sons de la gamme, nous avons vu que $re_1 = \frac{9}{8}$.

Généralement, si l'on veut que le nombre des parties vibrantes soit n, n étant un nombre pair quelconque, chacun des secteurs circulaires comprendra un nombre de degrés égal à $\frac{360}{n}$; et par conséquent lorsqu'on aura fixé une ligne nodale diamétrale, il faudra placer l'archet à une distance de cette ligne égale à $\frac{180°}{n}$. Mais on ne sera pas encore sûr d'obtenir cette division, car les mêmes conditions initiales conviennent aussi à d'autres divisions plus petites. Par conséquent les circonstances qui achèveront de déterminer chaque mode, seront produites par le degré de pression de l'archet, et par l'espèce de mouvement qu'on lui imprimera. Quant à la nature du son résultant de chaque espèce de vibration, il sera exprimé par $\left(\frac{n}{4}\right)^2$, si le nombre des parties

vibrantes est n, et que l'on prenne pour unité fondamentale le son donné par la figure 45, où le nombre des parties vibrantes est 4.

On pourrait se demander pourquoi le nombre de parties vibrantes obtenues de cette manière est toujours pair. Cela résulte des conditions générales de symétrie et d'alternative qui doivent exister entre les vibrations des parties d'un corps élastique. En effet, supposons pour un moment, par exemple, que la plaque circulaire A D B étant pincée en C à son centre, et mise en vibration d'une manière quelconque, se partageât en trois secteurs égaux et triangulaires, séparés les uns des autres par les lignes nodales A C, B C, D C, dirigées suivant trois rayons écartés entre eux de 120°. Je dis qu'un tel mouvement de vibration sera impossible; car pour que la ligne nodale A C, par exemple, ou seulement le point A de cette ligne reste constamment immobile, il faut qu'à chaque instant il soit tiré en haut et en bas par des forces contraires, produites par le mouvement des divisions qui l'avoisinent; et ainsi il faut qu'à chaque instant le mouvement de ces divisions soit dirigé en sens opposé. Désignons ces directions par + et —, selon que chaque partie s'écarte d'un côté ou de l'autre du plan de la plaque. Alors supposons qu'à un certain instant le secteur A C B soit +, A C D sera —; mais de même pour la fixité de la ligne nodale C B, A C D étant —, il faudra que D C B soit +, et si D C B est +, il faudra que B C A soit — pour la fixité de la ligne C B. Ainsi A C B devra être + et — à la fois, ce qui est impossible, puisqu'il ne peut pas se mouvoir au même instant en deux sens opposés; d'où l'on voit que le mode de vibration supposé n'est pas admissible. La même démonstration s'appliquerait également à tout autre système de division qui exigerait le partage de la plaque en nombres impairs. Nous avons déjà fait une remarque semblable sur les vibrations des anneaux.

Mais les modes primitifs formés par les lignes diamétrales 2, 4, 6, 8, 10, peuvent se déformer en d'autres modes secondaires dans lesquels deux lignes nodales se réunissent pour former une ligne courbe qui ne passe plus par le centre de la plaque. C'est

ainsi que la figure 46, formée par une étoile à 8 rayons, se montre quelquefois déformée comme le représente la fig. 47, dans laquelle il ne reste plus qu'une seule ligne nodale diamétrale, les autres s'étant réunies deux à deux. C'est même souvent par cette figure que l'on passe pour arriver au rayonnement régulier composé de six secteurs. Cependant, au milieu de toutes ces variations de forme, le son rendu par la plaque reste toujours exprimé par $\left(\frac{n}{4}\right)^2$, n étant le nombre des secteurs ; par exemple, dans le cas actuel ou $n=8$, il sera exprimé par $(\frac{8}{4})^2$ ou 4 ; il sera donc toujours la double octave du son fondamental.

On peut aussi déterminer des lignes nodales circulaires, fig. 48, 49, 50, 51, 52. Pour cela, il faut laisser le centre de la plaque libre, serrer entre les doigts un des points de la ligne nodale que l'on veut fixer, et appliquer l'archet sur le bord de la plaque, d'autant plus fortement et plus lentement que l'on veut déterminer une plus grande portion de sa surface à vibrer à la fois dans un même sens.

Parmi ces modes de vibrations le plus simple, et celui qui donne le ton le plus grave, est représenté fig. 48 ; il est formé d'une seule ligne circulaire. Pour le produire, il faut appliquer l'archet sur le même rayon où se trouve le point de la ligne circulaire que l'on a fixé. Mais il faut un peu de tâtonnement pour placer ce point fixe ; car toutes les distances à la circonférence extérieure ne sont pas convenables, puisque la ligne circulaire nodale a sur la plaque une position déterminée. Quand on a réussi à former cette figure, le son est au son le plus grave donné par la fig. 45, comme 5^2 est à 4^2 ; de sorte qu'il est représenté par $(\frac{1}{4})^2$, le premier étant 1.

Vient ensuite la fig. 49, composée d'une ligne circulaire traversée par un diamètre. Pour la produire, il faut pincer la plaque plus près du bord, et appliquer l'archet à 90° de distance de ce point. Le son est au précédent comme 3^2 à 2^2, ou comme $\frac{2}{4}$ à 1 ; par conséquent si le premier est représenté par ut_1, le second sera re_2.

Après cela, on obtient la fig. 50, qui offre une ligne circu-

laire coupée par deux diamètres à angles droits. On l'obtient, en serrant la plaque, comme dans le cas précédent, mais plaçant l'archet à 45° du point fixe, au lieu de 90°. Si la ligne nodale circulaire restait à la même distance du bord que dans l'expérience précédente, fig. 49, les parties vibrantes seraient semblables, et seulement plus petites dans le rapport de 1 à 2. Les sons seraient donc dans le rapport de 4 à 1, c'est-à-dire que le second serait la double octave du précédent; mais cette similitude n'a pas lieu, parce que le rayon de la ligne nodale circulaire s'agrandit, et le rapport des deux sons est simplement $(\frac{4}{3})^2$ ou $\frac{16}{9}$, ce qui est peu moins que l'intervalle de ut_1 à $si_1^{\flat}$.

En général, à mesure que les lignes diamétrales se multiplient, la ligne circulaire nodale se rapproche du bord; et cette circonstance influe sur la progression des sons.

Ces exemples suffisent pour montrer comment on produirait un plus grand nombre de lignes diamétrales traversant une seule circulaire. J'ajouterai seulement que pour faciliter l'expérience, on peut fixer plusieurs points des lignes diamétrales que l'on veut obtenir, en ayant toujours soin de placer l'archet vers le milieu d'une des parties que l'on veut déterminer à vibrer séparément.

On peut également produire plusieurs lignes nodales circulaires et concentriques, telles que celles que représente la fig. 51. Pour les produire, il faut nécessairement toucher la plaque en deux points situés sur ces deux lignes. Mais comme on n'a point théoriquement la mesure de leur distance au centre, ce n'est que par tâtonnement qu'on peut parvenir à la déterminer. Aussi est-il assez difficile de produire cette figure. Il faut que les deux points fixés soient sur le même rayon, et que l'archet n'en soit pas éloigné; il faut aussi l'appuyer fortement, et le faire mouvoir assez lentement, comme pour toutes les autres figures simples de chaque ordre.

Si au lieu de fixer un point de la ligne nodale extérieure, on fixe un des points de la circonférence même de la plaque en l'appuyant contre un plan fixe, et que l'on place l'archet à 30° du point de contact, on aura la distorsion représentée fig. 52,

où le cercle extérieur est replié cinq fois sur lui-même, et le cercle intérieur changé en ovale. Comme cette distorsion dérive de la fig. 51, qui contient deux cercles concentriques, le son est aussi à très-peu de chose près le même; il diffère au plus d'un semi-ton.

Généralement, si l'on représente par D le nombre des lignes nodales diamétrales, par C le nombre des lignes circulaires, tous les sons rendus par la plaque, pour une combinaison quelconque de ces lignes, seront à très-peu de chose près exprimés par $(D + 2C)^2$. Mais cette formule ne s'applique point au cas où C est nul, c'est-à-dire où il n'y a pas de lignes circulaires; ce cas demande à être considéré à part. L'application de la formule commence quand $D = 0$ et $C = 1$, ce qui donne 2^2 pour le nombre caractéristique de ce premier son. En le prenant pour unité, tous les autres auxquels la formule s'applique seront représentés par

$$\left(\frac{D + 2C}{2}\right)^2.$$

De là résulte le tableau suivant, dans lequel M. Chladni a rangé par ordre toutes les valeurs des nombres $D + 2C$, dont les carrés expriment le son de la plaque, selon les diverses lignes nodales, soit diamétrales, soit circulaires, qu'elle contient. Les chiffres de la première série où il n'y a point de lignes circulaires sont enveloppés de parenthèses, afin de montrer que cette série doit être considérée à part; les signes + et — sont employés pour désigner que le son donné par l'expérience est un peu plus aigu ou un peu plus grave que celui qui résulterait du carré du nombre $D + 2C$, indiqué par la formule

Nombres des lignes circulaires.	Nombres des lignes diamétrales.								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0			(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
I	2	3	4—	5—	6—	7— —	8— —	9— —	
II	4+	5+	6	7—	8—	9— —	10— —	11— —	
III	6+	7+	8—	9	10—	11—	12—	13— —	
IV	8+ +	9+	10+	11+	12	13—	14—		
V	10+ +	11+	12+	13+					
VI	12+ +	13+ +	14+	15+					
VII	14+ +								

M. Chladni a infiniment varié les expériences de ce genre; il les a étendues à des plaques elliptiques et triangulaires. Il serait fort à désirer qu'une théorie certaine parvint à découvrir la correspondance de ces résultats et à mesurer exactement leurs rapports.

On a aussi fait quelques recherches sur les sons qui peuvent être produits par des membranes extensibles, tendues dans un plan comme celles qui forment les tambours de toute espèce. Mais on a jusqu'ici obtenu peu de résultats certains sur cet objet. La difficulté est de mesurer exactement la tension, de la rendre égale dans tous les sens, et d'ébranler la membrane de la même manière. Il faut remarquer qu'alors l'élasticité agit sur les fibres de la membrane par extensibilité et non par ressort, c'est-à-dire qu'elle agit dans le sens de la surface pour la contracter ou l'étendre, et non dans le sens de sa courbure pour la redresser ou l'infléchir.

Si on n'a pas encore été plus loin dans la théorie des vibrations des surfaces planes, on conçoit qu'à plus forte raison, on ne sait point déterminer théoriquement les vibrations des corps élastiques de forme plus composée. Tout ce que l'on sait jusqu'à présent sur cet objet, se réduit aux conditions de symétrie que nous avons établies au commencement de ce chapitre. Dans cette multitude de phénomènes aussi divers que le sont les formes des corps qui les produisent, nous nous bornerons à étudier les vibrations des vases dont les surfaces intérieures et extérieures sont de révolution autour d'un même axe, parce que ce genre de vibration est employé dans les cloches et dans l'instrument de musique nommé *harmonica*.

Il suffira même pour ce but de considérer parmi toutes les vibrations possibles d'un pareil vase, celles dans lesquelles les points situés sur un même méridien de la surface ont des mouvemens du même genre, c'est-à-dire que si l'un de ces points est un nœud de vibration, tous les autres seront aussi des nœuds de vibrations, et resteront par conséquent immobiles comme le premier. Si, au contraire, un de ces points se meut de dedans en dehors, tous les autres se mouvront comme lui de dedans en dehors. Il n'y aura de différence que dans l'étendue des excursions qui sera différente pour les points d'un méridien situés à diverses distances de l'orifice libre. Nous verrons bientôt comment on peut exciter dans un vase de pareils mouvemens de vibration ; ce sont même les plus simples qu'il puisse admettre. Pour le moment, supposons-les réalisés, et suivons-en les conséquences.

Si l'on fait une section dans la surface par deux plans perpendiculaires à son axe, et très-voisins l'un de l'autre, figure 53, cette section, qui sera un élément circulaire du vase, sera, quant à la direction des mouvemens, la seule chose que nous ayons à considérer. Car tous les genres de mouvemens qu'un tel anneau pourra admettre seront communs à tous les autres anneaux qui composent le vase.

Alors tout ce que nous avons dit sur les divers modes de vibrations dont les anneaux sont susceptibles, s'applique ici

naturellement, du moins pour ce qui concerne le nombre des nœuds, leurs situations symétriques autour du centre, la direction alternative des mouvemens et des parties vibrantes, et en général à toutes les circonstances de mobilité et d'immobilité. Mais nous ne devons pas étendre cette analogie jusqu'aux valeurs absolues des sons, parce qu'elles dépendent non-seulement de la position des nœuds et des ventres, mais encore de la rapidité absolue avec laquelle les vibrations s'exécutent. Or, cette rapidité est évidemment modifiée par la liaison des parties qui vibrent ensemble de la même manière, et qui, selon qu'elles sont plus ou moins épaisses, ont une force de ressort plus grande ou plus faible, et par conséquent accélèrent ou retardent l'ensemble total des vibrations. On ne peut pas même conclure de la similitude des nœuds et des ventres l'égalité des rapports des sons dans les divers modes, à moins que les corps vibrans ne soient semblables; et c'est ainsi, par exemple, que les sons d'un anneau suivent d'autres lois que ceux d'une plaque circulaire, quoique celle-ci, considérée géométriquement, soit composée d'une infinité d'anneaux concentriques qui, tous, dans la direction de leurs mouvemens, s'accordent à vibrer comme ferait un seul anneau isolé. Mais ces anneaux, dans la plaque, sont liés entre eux par la rigidité de la matière, qui, s'opposant à la courbure de la surface, dans le sens de ses rayons, empêche chaque anneau de céder entièrement aux mouvemens qu'il prendrait s'il était seul, et l'en empêche avec plus ou moins de force, selon le mode particulier de vibrations. D'après cela, il n'est pas surprenant qu'un anneau libre et une plaque circulaire rendent des sons différens dans le même mode de vibration, et même suivent, dans les divers modes, des progressions de sons différentes.

L'analogie sera plus intime entre les vibrations annulaires d'un vase de révolution et celles d'une plaque circulaire, parce que les anneaux qui composent le vase sont liés par la force de ressort de même que ceux de la plaque, avec la seule différence de la direction suivant laquelle cette liaison est établie. Aussi l'expérience montre-t-elle qu'un vase de révolution, qui vibre comme nous l'avons supposé, dans

le sens de ses sections génératrices, suit, dans le progrès des sons qu'il fait entendre, ainsi que dans les positions de ses nœuds et de ses parties vibrantes, absolument les mêmes lois qu'une plaque circulaire qui vibre dans le sens de ses rayons, c'est-à-dire dont toutes les lignes nodales sont dirigées dans le sens de ses diamètres.

On voit par là que le son le plus grave que puisse donner un pareil vase, répond au cas de la fig. 45, où la circonférence se partage en quatre parties vibrantes, et qui répond aussi à une séparation en quatre parties égales dans le vase entier. Pour produire ce genre de vibrations, il faut s'y prendre précisément comme nous l'avons expliqué relativement aux plaques circulaires, c'est-à-dire poser le doigt sur un des points de la circonférence libre du vase, et appliquer l'archet à 45° de ce point. Tous les autres sons, qui répondent à des divisions plus multipliées, se produiront d'une manière analogue ; et d'après la similitude des parties vibrantes, on conclura, comme nous l'avons fait alors pour les plaques, que si le nombre de divisions dans lesquelles le vase se partage est n, la progression des sons sera représentée par la série des carrés des nombres pairs . . . . 4, 6, 8. . . . . ,

ce qui est parfaitement confirmé par l'expérience. On prouvera de même qu'il n'y a pas d'autres sons possibles, parce que n est nécessairement pair. Si l'on veut prendre le premier son pour l'unité, les valeurs de tous les autres seront

$$1, \left(\tfrac{6}{4}\right)^2, \left(\tfrac{8}{4}\right)^2, \left(\tfrac{10}{4}\right)^2, \left(\tfrac{11}{4}\right)^2$$

ou ut_1, re_2, ut_3, $sol_3^{\#}$, re_4. . . .

Or, de même qu'une corde qui vibre, fait entendre à la fois ses harmoniques, qui répondent aux diverses parties aliquotes dans lesquelles elle peut se partager, de même une cloche ou un vase de révolution donne, outre son ton le plus grave, cette infinité d'autres sons que nous venons de déterminer ; et comme ils sont forts différens des sons harmoniques ut, ut_2 sol_2 mi_3 que produit la vibration d'une corde, on voit quelle est l'erreur de ceux qui ont voulu tirer l'accord parfait ut, mi, sol, et tous les principes de l'harmonie, de la coexistence de

ces trois sons dans les vibrations des corps sonores, puisqu'ils se trouvent seulement compris dans les harmoniques d'une corde, mais non dans les harmoniques d'un vase. Néanmoins il importe de remarquer que ceux-ci ont, comme les autres, la propriété de s'accorder entre eux dans leurs résonnances. De quelque manière que l'on combine, par exemple, les cinq premiers sons ut_1, re_2, ut_3, $sol_3^{\#}$ et re_4, ils donnent toujours pour son résultant 1 ou $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire le premier *ut* ou sa double-octave grave ut_{-2}. Je ne prétends pas pourtant affirmer que ce soit là le principe qui rend leur consonnance flatteuse. Il est très-difficile d'expliquer d'une manière satisfaisante pourquoi tel accord plaît à l'oreille, tandis que tel autre lui déplaît. D'autant plus que ce sentiment n'est pas toujours fidèle, et qu'on peut le tromper fort souvent par des gradations que les musiciens connaissent. Le parti le plus sage est de ne point mêler les résultats clairs et certains de la physique avec la métaphysique compliquée de nos sensations.

D'après la remarque générale que nous avons faite sur les vibrations des corps élastiques, les sons donnés par des vases de figure semblable, mais d'épaisseurs diverses, la manière de vibrer étant la même, seront proportionnels à leurs épaisseurs, et réciproques aux carrés de leurs dimensions; de sorte que s'ils sont en tout semblables, les valeurs des sons seront réciproques à leurs dimensions homologues. D'après cela, si l'on assemble les uns à côté des autres un certain nombre de vases de verre semblables de forme, mais de grandeur inégale, on pourra tellement graduer leurs grandeurs qu'ils donnent les divers octaves de sons que l'on emploie ordinairement dans la musique, et alors en touchant successivement ces vases, on pourra exécuter des morceaux donnés. C'est là le principe de l'instrument connu sous le nom d'*harmonica*.

Mais il y a beaucoup à faire avant de rendre ce principe applicable. D'abord, il faut choisir des vases d'une épaisseur bien égale dans tout leur contour; car l'inégalité d'épaisseur causerait de l'irrégularité dans les sons qui ne seraient pas les mêmes, quand la partie épaisse vibrerait, et quand elle resterait im-

mobile. Secondement, il faut choisir des vases d'un beau timbre, c'est-à-dire dont les sons soient purs, agréables, et qui se mettent en vibration facilement; ce qui résulte sans doute de l'homogénéité de leurs parties et de la combinaison intime des principes qui les composent. On emploie ordinairement des verres minces à pied élevé, ou des capsules de verre ou de porcelaine. Enfin ce qui est la condition la plus nécessaire, il faut les accorder exactement.

Si l'on se sert de verres à pied, on peut les fixer tous verticalement à côté les uns des autres, dans l'ordre que doivent occuper les notes des diverses octaves. Alors, pour les accorder on y verse de l'eau en quantité plus ou moins considérable; ce qui fait baisser le son de plus en plus. Quand le verre vibre, cette eau vibre aussi, comme on le voit par les rides qui se forment sur sa surface. On pourrait de même employer tout autre liquide; seulement les quantités qu'il en faudrait mettre varieraient avec sa densité. Quand on se sert de mercure, et qu'on emploie un grand vase dont on frotte la surface avec un archet, les rides de la surface fluide sont beaucoup plus apparentes, et se soutiennent plus long-temps.

Au lieu d'employer un archet pour faire vibrer chaque verre de l'harmonica, on peut se borner à les frotter sur le bord avec un doigt mouillé. Avec un peu d'habitude, on en tire facilement un son qui est aussi le son fondamental de la figure 45; car nous avons déjà remarqué que les modes de vibrations les plus aisés à produire sont toujours ceux qui donnent les figures les plus simples. Quand on rend le frottement continu en tournant le doigt tout autour de la circonférence du verre, le son se soutient au même ton qu'auparavant. Alors les nœuds et les ventres se déplacent à chaque instant en même temps que le doigt.

Cette construction d'harmonica met nécessairement un intervalle sensible entre la production des différens sons. Elle ne permet pas de faire entendre à la fois plusieurs sons avec facilité, ni de les faire succéder rapidement les uns aux autres. On obtient une partie de ces avantages en construisant

l'harmonica avec des capsules de verre de grandeur convenable, enfilées par leur centre sur un même axe horizontal, auquel on donne un mouvement de rotation uniforme et continue. Une bande de peau mouillée d'eau, et que l'on a soin d'entretenir humectée, est étendue sur l'ensemble des cloches dans le sens de sa longueur; ses deux bouts sont fixés invariablement, afin que le mouvement de rotation du cylindre ne l'entraine pas. Alors quand on veut toucher l'harmonica, on ne fait que presser cette peau humide contre la capsule qui répond à la note que l'on veut faire entendre; et selon que l'on presse avec plus ou moins de force, on augmente ou on affaiblit l'intensité du son sans que la valeur du ton change. On peut ainsi le prolonger à volonté, et en faire entendre plusieurs à la fois en touchant plusieurs capsules; mais il faut toujours un intervalle de temps sensible avant que le mouvement de vibration se communique à chaque vase, et c'est pourquoi cet appareil ne convient guère qu'aux morceaux de musique dont le mouvement est très-lent. On le nomme l'*harmonica à cylindre*. Le son en est extrêmement pénétrant, et les personnes qui ont le système nerveux très-sensible en sont vivement affectées.

M. Chladni, qui s'est tant occupé des vibrations des corps élastiques, et qui en a tiré de si curieuses découvertes, a fait entendre à Paris, il y a peu d'années, deux instrumens de son invention qu'il a nommés l'*euphone* et le *clavicylindre*, et qui étaient probablement des harmonica d'une construction perfectionnée. Mais comme il s'est réservé le secret de cette construction, nous ne pouvons que l'indiquer.

On a heureusement plus de détails sur un instrument très-harmonieux inventé par M. Dietz, et auquel il a donné le nom de *melodion*. Il comprend cinq octaves dont les différentes notes sont produites par les vibrations de tiges métalliques de même matière, de longueurs inégales, fixées par une de leurs extrémités, et libres par l'autre. Le mouvement de vibration est imprimé par un cylindre ou par une roue métallique que le musicien fait tourner au moyen d'une pédale. Mais cet *archet* circulaire ne frotte pas immédiatement contre les tiges. Chacune

de celles-ci porte à son extrémité libre, et à angles droits sur sa direction, une lame de cuivre mince, étroite, qui y est vissée, et dont la surface est couverte par le bas d'une petite bande de feutre imprégnée de colophane. La construction est telle que cette petite bande se trouve tout près de la circonférence de l'archet. Alors, quand on veut faire vibrer une tige, on pose le doigt sur la *touche* qui y correspond; celle ci, par un levier de renvoi, pousse la petite bande contre l'archet, et la vibration de la lame de cuivre se communiquant a la tige sonore, la fait parler à l'instant. Le son se prolonge aussi long-temps que l'on presse la touche; on peut même le renforcer ou l'adoucir, en accélérant ou retardant la rotation de l'archet. Mais si on lève le doigt, la lame rendue à elle-même se détache de l'archet par son ressort, et va se reposer sur des corps mous, qui, arrêtant ses vibrations, font cesser le son instantanément.

La nature du corps sonore offrait ici de grandes difficultés pour obtenir de beaux sons, surtout dans les tons graves. En effet, les sons des tiges métalliques étant proportionnels à leurs épaisseurs, et réciproques à leurs longueurs, on voit que pour les rendre graves, il faut allonger les tiges et les amincir. Mais alors il devient de plus en plus difficile d'en tirer le son fondamental, et d'ailleurs une trop grande flexibilité finit par rendre les vibrations incertaines. M. Dietz a évité tous ces inconvéniens d'une manière très-ingénieuse, en chargeant pour ainsi dire ses tiges avec de petits disques métalliques, percés dans le sens de leur diamètre, de manière à ce que chaque tige puisse les traverser à frottement. Ces disques glissant ainsi le long des tiges, comme des curseurs, font varier l'intonation suivant la place qu'on leur donne; et en outre le ton de la tige qui les porte s'abaisse à mesure que leur masse augmente. Ce double effet permet à la fois d'obtenir des tons graves avec des verges très-rigides, et de régler l'accord avec la plus grande facilité.

Il est presque superflu de remarquer que le *melodion* et l'*harmonica*, de même que tous les autres instrumens à sons fixes, doivent être tempérés dans leur accord, conformément aux règles établies dans le chapitre III.

CHAPITRE IX.

Des Instrumens à vent.

Les instrumens à vent sont généralement composés de tuyaux droits ou courbes dans lesquels l'air est mis en vibration, suivant le sens de leur longueur, par divers procédés. Ces vibrations transmises à l'air extérieur y produisent un son qui devient appréciable lorsqu'elles sont assez rapides. Ainsi, dans les instrumens à vent, ce n'est pas le tuyau lui-même, mais la colonne d'air renfermée, qui est le corps sonore, et leur théorie est tout-à-fait pareille à celles des vibrations longitudinales des cordes dont nous avons parlé page 55.

Pour ébranler la colonne d'air renfermée dans un tuyau, de manière à lui faire produire un son, il ne faut pas la pousser ou la presser toute entière; ce qui ne ferait que la transporter parallélement à elle-même, ou la condenser dans un plus petit espace; il faut exciter en un de ses points, à une de ses extrémités, par exemple, une succession de rapides condensations et de dilatations alternatives, telles que celles qui résulteraient des allées et venues d'un corps solide mis en vibration. Ces mouvemens alternatifs, transmis à toute la colonne d'air, la déterminent à osciller dans le sens de sa longueur, et y excitent des ondes sonores, pareilles à celles que nous avons décrites en traitant de la propagation du son.

Le moyen le plus simple de produire cet ébranlement consiste à souffler dans le tuyau de manière à ce qu'une lame mince d'air, mise en mouvement avec rapidité, vienne se briser contre le tranchant de ses bords; c'est ainsi, par exemple, que l'on siffle dans une clef forée. En général, ce que l'on appelle un *sifflet* n'est qu'un tuyau cylindrique, fig. 54, taillé en biseau à son orifice, au-devant duquel est placé un canal

étroit qui sert à souffler de l'air contre le taillant de ce biseau. A mesure que le tuyau est plus long, le son ainsi produit devient plus grave. On emploie une disposition analogue dans les tuyaux d'orgue, que l'on appelle tuyaux *à bouche*, et qui sont représentées *fig.* 55 : ils sont composés d'un *corps* cylindrique BBHH, ouvert ou fermé par un bout HH. A l'autre bout est une ouverture latérale LLL que l'on appelle la *bouche*, parce que c'est elle qui fait *parler* le tuyau. La partie BL des parois qui est au-dessus de cette ouverture est aplatie et rentrée en-dedans : on la nomme la *lèvre supérieure*. C'est contre elle que vient se briser la lame d'air qui met la colonne en vibration. Pour cela on soude au tuyau un cône creux *bbc*, que l'on nomme le *pied*, parce qu'il sert de pied au tuyau quand il est en place. Ce cône est ouvert à sa pointe *c* pour recevoir le vent des soufflets, et il est fermé à sa base par une lame métallique *bb*, où l'on pratique seulement une petite fente longitudinale FF que l'on nomme la *lumière*. Cette fente, qui est taillée en biseau dans l'épaisseur de la plaque *bb*, a fait donner à celle-ci le nom de *biseau*. La partie des parois du cône qui est immédiatement au-dessous de la lumière se nomme la *lèvre inférieure* du tuyau ; elle est aplatie comme la lèvre supérieure, et elle rentre comme elle un peu en-dedans, en formant avec l'axe du système un angle d'environ 22° $\frac{1}{2}$. L'appareil étant ainsi arrangé, on souffle de l'air dans le pied du tuyau ; cet air s'échappe par la lumière FF en formant une lame mince qui va se briser contre la lèvre supérieure BL. Si la direction de cette lèvre est convenablement disposée par rapport à la lame d'air, l'air du tuyau se met en vibration sonore ; mais si elle est trop rentrée en-dedans ou trop retirée en-dehors, le tuyau parle mal, ou ne parle pas du tout. On modifie donc peu à peu l'inclinaison de la lèvre, jusqu'à ce que le tuyau rende un son net et pur. L'ouverture plus ou moins grande de la bouche est aussi un élément essentiel à considérer. Si le bas de la lèvre BL est trop éloignée de la lumière, la bouche sera trop large pour la quantité d'air que les soufflets donnent, et le tuyau

parlera mal, ou même ne parlera pas du tout. Si, au contraire, la lèvre BL descend trop bas, l'ouverture de la bouche sera trop étroite et le tuyau *octaviera*, c'est-à-dire qu'il ne rendra pas le son fondamental qui convient à sa longueur, et qui est toujours le plus plein de ceux qu'il peut rendre; mais il en fera entendre quelque autre plus élevé. On conçoit qu'il est plus facile de remédier à cet inconvénient qu'à l'autre, puisqu'il suffit de rehausser la lèvre supérieure pour l'amener au degré convenable. Aussi commence-t-on toujours par la faire plus basse qu'elle ne doit être, et on la coupe peu à peu jusqu'à ce que le tuyau, mis en place, donne le son fondamental qu'on en attend. L'ouverture de la bouche, celle de la lumière et la longueur des lèvres sont assujetties à des proportions que l'expérience a fait connaître, et qui influent sur la beauté des sons. Il y a aussi des rapports à observer entre la longueur et la grosseur des tuyaux, pour que tous les tuyaux d'un jeu d'orgue puissent parler également bien avec la quantité de vent qui sort du commun réservoir où l'air est condensé par les soufflets. En général, la lame mince d'air dirigée parallélement à la colonne contenue dans le tuyau, semble produire sur elle le même effet que le frottement dans les vibrations longitudinales des cordes. Pour qu'elle détermine des vibrations régulièrement continuées, il faut qu'elle frappe la lèvre supérieure avec un certain degré de force proportionné à la masse d'air qu'elle doit ébranler, et d'autant plus considérable, que le tuyau est plus large. Le seul souffle de la bouche suffit pour les petits tuyaux. C'est ainsi, par exemple, que l'on joue de la flûte traversière. Dans cet instrument, c'est avec les lèvres que l'on dirige le souffle, de manière qu'il aille frapper obliquement le bord tranchant d'un trou circulaire que l'on appelle l'*embouchure*; aussi ne réussit-on à faire résonner une flûte qu'après s'y être quelque temps exercé. Mais on y parviendrait à coup sûr en dirigeant convenablement la lame d'air par des moyens mécaniques; et cela se trouvait réalisé dans le flûteur automate de Vaucanson. On emploie encore d'autres procédés pour faire résor-

ner les tuyaux d'orgue ; mais alors la colonne d'air n'y est pas mise en vibration immédiatement, comme dans ceux que nous venons de décrire ; c'est pourquoi nous en parlerons plus tard. Du reste, l'extrémité des tuyaux la plus éloignée de la bouche, peut être ou fermée, ou ouverte. On y produit également des sons ; le ton seul en est différent pour la même longueur.

Il est facile de prouver que, dans ces expériences, c'est bien réellement l'air qui est le corps sonore. Pour cela, il faut construire plusieurs tuyaux égaux en longueur et en diamètre, mais différens quant à la matière de leurs parois ; puis on les ajuste successivement sur un même pied qui porte avec lui sa bouche et sa lumière, et qui ne sert absolument que pour pouvoir introduire la lame d'air qui détermine les vibrations. Alors, en soufflant par le trou *c*, on obtient toujours le même son et la même série de sons, quelque soit la matière du tuyau, qu'il soit de bois, ou de cuivre, ou de plomb, ou de papier. Mais il faut avoir soin que, dans tous les cas, la distance de la lumière à l'orifice soit parfaitement la même, sans quoi la colonne d'air aurait des longueurs inégales, et les sons seraient différens. Je ne parle ici que du ton des sons, qui, en effet, ne dépend pas de la nature du tuyau ; car pour cette autre qualité physique, dont nous avons parlé plus haut, et que l'on nomme le timbre, elle en dépend sans aucun doute. C'est par elle que le son d'un tuyau de verre se distingue parfaitement de celui que rend un tuyau de plomb ou de bois. Il est très-difficile d'en assigner la cause ; mais il est cependant probable qu'elle tient au frottement de l'air sur la surface intérieure du tuyau, ou peut-être à une faible vibration du tuyau lui-même, qui modifie les variations de la densité dans les différentes parties de chaque onde sonore.

Après avoir montré comment on peut tirer des sons des tuyaux ; après avoir prouvé que, dans ces expériences, c'est réellement l'air qui vibre et qui rend des sons, il nous reste à examiner la manière dont ces vibrations peuvent s'opérer d'après la nature et les propriétés physiques de l'air.

Considérons d'abord un tuyau cylindrique AB, fig. 56, en partie ouvert à son embouchure A, et fermé à son extrémité BB. Un tel tuyau, dans le jeu des orgues, se nomme un *bourdon*. Lorsqu'on y mettra l'air en vibration sonore, comme nous venons de l'expliquer tout-à-l'heure, la lame mince d'air qui imprime le mouvement en A agitera sans doute les premières couches aériennes suivant des lois compliquées; mais nous verrons bientôt, par des expériences très-précises, que cette complication ne s'étend qu'à une petite distance de l'embouchure, après laquelle les mouvemens des différentes couches aériennes deviennent parfaitement réguliers et semblables; du moins lorsque le son qui en résulte est lui-même constant et uniforme. C'est pourquoi, afin de simplifier le problème, nous considérerons d'abord le courant d'air qui sert de moteur, comme agissant uniquement sur une première couche infiniment mince, au-delà de laquelle le mouvement se communique avec régularité jusqu'à l'extrémité du tuyau. Nous admettrons en outre que ce courant se renouvelle sans cesse en A avec une vitesse et une densité invariables; circonstance qui, d'après l'observation, est nécessaire pour obtenir un son soutenu et uniforme. Ainsi, dans tous les modes d'oscillations que pourra prendre la colonne d'air vibrante, la lame mince d'air qui affleure son orifice, et que l'on peut considérer comme sa première couche, ne fera qu'entrer un peu dans le tuyau, et en sortir tour à tour, sans éprouver ni condensation ni dilatation.

Des ébranlemens pareils, répétés périodiquement avec une succession très rapide, devront, comme les vibrations d'un corps sonore, exciter dans la colonne d'air des ondulations d'une longueur constante α, mais alternativement condensantes et raréfiantes, qui, partant de l'orifice, se propageront vers le fond du tuyau avec la vitesse ordinaire du son. Arrivées à l'extrémité B, elles se réfléchiront sur elles-mêmes dans le sens BA, et continueront à se propager dans cette nouvelle direction, exactement comme elles l'auraient fait si la colonne d'air se fût continuée au-delà du fond B. De plus,

ces deux séries d'ondulations directes et rétrogrades, n'excitant dans la colonne d'air que des agitations très-petites, leurs influences se superposeront sans se confondre, et l'état des couches d'air sera le même que si elles étaient sollicitées à chaque instant par la somme de ces deux impulsions. Pour en suivre les effets, considérons d'abord le retour de la première onde, que nous supposons produite par condensation, et saisissons-là au moment où son milieu atteint précisément le fond du tuyau. Alors le commencement O de cette onde, *fig.* 57, déjà ramené par la réflexion, coïncide en M avec sa fin O_1; et si, pour plus de simplicité, nous supposons d'abord ses deux moitiés exactement symétriques, les condensations des couches d'air M$m\mu$, dans lesquelles elles se superposent, se trouvent partout exactement doublées. Ainsi leur intensité est nulle en M aux extrémités de l'onde, et de là elle va en augmentant jusqu'au fond du tuyau. Mais il n'en est pas de même des vitesses de translation. Celles-ci étant égales, et rendues contraires par la réflexion, dans les deux moitiés de l'onde, se détruisent exactement sur toute l'étendue BM. Cet état d'équilibre ne dure qu'un instant; la deuxième onde directe $O_1 O_2$, et l'onde réfléchie $O B O_1$, continuant leur marche, la couche aérienne M, située à la distance $\frac{1}{2}\alpha$ du fond B, éprouve à la fois les dilatations apportées par l'une, et les condensations ramenées par l'autre. Ces influences sont égales si toutes les ondes sont pareilles, comme cela semble résulter de la constance de l'impulsion primitive et de la permanence du son; alors leurs effets opposés se détruisent exactement, de sorte que la couche dont il s'agit reste dans son état de densité naturel. En suivant de même les progrès successifs des différentes ondes, supposées toutes d'une largeur constante α, et alternativement condensantes et raréfiantes, on verra que la couche aérienne M conserve toujours cet état invariable de densité. Mais pour cela elle ne reste pas immobile, car l'action directe de l'onde raréfiante $O_1 O_2$ l'entraînera dans le même sens que l'action réfléchie de l'onde condensante $O O_1$; et il en sera toujours de même par la suite. Ces deux forces étant toujours égales et conspirantes, le

seul instant d'immobilité de la couche sera celui où elles sont nulles ; c'est-à-dire celui où les extrémités des deux ondes coïncideront. Et cela arrivera périodiquement à des époques séparées les unes des autres par les intervalles égaux T, 2T, 3T; T étant le temps nécessaire pour la propagation entière d'une onde de la longueur α.

Considérons maintenant une autre couche aérienne N_1 dont la distance au fond B soit α, c'est-à-dire égale à la longueur totale des ondes. Cette couche sera d'abord ébranlée par la première onde condensante directe OO_1 ; puis elle le sera par la deuxième onde raréfiante O_1O_2, qui agira encore sur elle isolément, car elle est traversée par la dernière extrémité O_2 de cette onde lorsqu'elle commence à ressentir la réflexion de la première. A cet instant la couche N_1 se trouvera dans sa position primitive d'équilibre, et dans son état de densité initial. Or, je dis qu'à compter de cette époque, si les ondes qui se succèdent ont toujours une largeur constante, la couche N_1 n'éprouvera jamais plus aucun déplacement; car elle subira toujours à la fois l'action opposée de deux ondes de même nature, condensantes ou raréfiantes, mais dont l'une sera directe et l'autre sera réfléchie. Elle restera donc immobile entre les deux forces de translation de ces ondes, mais elle subira la somme des condensations ou des raréfactions qu'elles apportent. Il en sera de même des couches aériennes N_2 N_3.... situées aux distances 2α, 3α.... du fond B; et cela aura lieu aussi pour la couche d'air contiguë à ce fond lui-même, parce que le mouvement de translation produit par chaque point de l'onde directe s'y détruit immédiatement par la réflexion.

En étendant successivement ces considérations à toutes les parties de la colonne d'air comprises entre le fond du tuyau et son orifice, on verra que, lorsque la superposition des deux systèmes d'ondes directes et réfléchies sera complète, cette colonne se trouvera constamment partagée en un certain nombre de parties vibrantes, d'une longueur α, dont les extrémités seront fixes ; et les directions de mouvemens alternativement contraires. C'est ce que représente la fig. 58, où les mouvemens des couches suc-

cessives sont désignés par des flèches placées au-dessous : en sorte qu'il y aura, par exemple, à une même époque, condensation en B, raréfaction en N_1, condensation en N_2, raréfaction en N_3, et ainsi de suite dans toute l'étendue de la colonne d'air mise en vibration. Sur quoi il faudra bien se rappeler que les condensations ne doivent pas être uniquement limitées aux points $B N_2 N_4$.... ni les raréfactions aux points $N_1 N_3$.... ; mais que le passage d'un de ces états à l'autre sera progressif, en sorte qu'entre ces extrêmes en $M, M_2 M_3$, par exemple, il se trouvera des particules qui ne seront ni raréfiées ni condensées ; et ce seront là les endroits où le mouvement de translation alternatif en avant et en arrière sera le plus considérable.

Or, d'après ce que nous avons déjà remarqué, tel doit être précisément l'état de la mince lame d'air qui imprime le mouvement à toute la colonne en affleurant l'orifice du tuyau. Il faudra donc que la longueur des ondulations soit proportionnée de manière à ne point faire varier la densité de cette lame ; alors ses mouvemens seront tels que l'exige son rang parmi les autres couches, et elle ne troublera point leur continuité. Elle ne fera, pour ainsi dire, que répercuter contre l'air extérieur toutes les vibrations que la colonne exécute dans le tuyau. De là naîtront dans l'air environnant de nouvelles ondes sonores de la même longueur α qui, se propageant au-dehors du tuyau, transporteront partout avec elles la sensation du son correspondant à leur longueur.

D'après cette théorie, les divers modes de vibrations régulières, que la colonne d'air contenue dans le tuyau pourra prendre, seront toujours assujettis à deux conditions uniques : savoir, que le fond bouché du tuyau soit un nœud de vibrations où les particules aériennes restent immobiles, et que l'orifice ouvert devienne le milieu d'une onde où il ne se fasse point de variations de densité. Ces deux conditions, dérivées du principe unique de la constance des ondes, peuvent être remplies d'une infinité de manières, d'où résultent autant de modes de vibrations que la théorie indique et que l'expérience confirme avec la plus parfaite précision.

Le plus simple de ces modes est celui dans lequel l'étendue

des ondes est double de celle du tuyau ; en sorte que la moitié d'une onde occupe toute sa longueur, fig. 59. Alors la colonne d'air oscille sans se diviser de A vers B, et de B vers A : la densité en A est constante comme elle doit l'être, mais de là jusqu'au fond B les contractions ou les dilatations vont continuellement en croissant ; les premières ayant lieu quand la colonne s'avance de A vers B, et les autres quand elle revient de B vers A. Si, au contraire, on considère le mouvement de translation des particules, on devra concevoir qu'il est toujours nul en B au fond bouché du tuyau, où elles sont arrêtées par sa résistance, et que de là l'étendue des excursions va en augmentant jusqu'à l'orifice ouvert A, dans lequel une petite portion insensible du courant d'air qui fait vibrer la colonne entre et sort alternativement.

Il ne reste donc qu'à déterminer la durée de ce genre de vibrations ; et c'est ce qui est bien facile. Car lorsqu'une onde sonore, d'une longueur α, se propage dans une colonne d'air cylindrique, et ébranle successivement chacune de ses couches, nous avons vu que le temps T pendant lequel cet ébranlement dure est donné par l'équation

$$\alpha = a\,T,$$

dans laquelle a désigne la vitesse du son, c'est-à-dire l'espace qu'il parcourt pendant l'unité de temps. Or, c'est justement ce temps T qui, dans nos tuyaux, détermine l'oscillation de la colonne d'air en avant ou en arrière. Puisqu'ici nous voulons supposer la longueur des ondulations double de celle du tuyau, que nous représenterons par l, il faut faire $\alpha = 2\,l$ dans la formule générale, et elle donnera

$$T = \frac{2\,l}{a}, \quad \text{d'où} \quad \frac{1''}{T} = \frac{a}{2\,l}.$$

Ainsi, en y mettant pour l et a leurs valeurs numériques, on connaitra T et $\frac{1''}{T}$, c'est-à-dire la durée d'une oscillation de la colonne aérienne, et le nombre de ces oscillations qu'elle exécutera en une seconde de temps. Ce son, comme on le verra bientôt, est le plus grave de tous ceux que le tuyau peut rendre.

Après ce mode de mouvement, où il n'y a pas de nœud, le

plus simple est celui qui produirait dans le tuyau un seul nœud immobile N_1 N_1, fig. 60, outre celui qui doit toujours exister au fond B. Dans ce cas, BN_1 est égal à la longueur totale α des ondes sonores, et AN_1 est la moitié de cette longueur ou $\frac{1}{2}\alpha$. La somme de ces deux quantités $\frac{1}{2}\alpha$ doit donc former la longueur totale du tuyau l, ce qui donne

$$\frac{3\alpha}{2} = l, \quad \text{et par suite} \quad T = \frac{2l}{3a}; \qquad \frac{1''}{T} = \frac{3a}{2l}.$$

Les vibrations produites par ce mode de mouvement sont comme on voit trois fois plus rapides que les premières. Si le premier son est exprimé par 1 et désigné par ut_1, le second sera exprimé par 3; ce sera donc l'octave de la quinte du son fondamental ou sol_2.

Supposons maintenant, fig. 61, deux nœuds de vibrations $N_1 N_1$, $N_2 N_2$, où les particules aériennes soient immobiles. Dans ce cas, les distances BN_1, N_1N_2 devront être égales entre elles et à la longueur α des ondes; la dernière division vers l'orifice devra comme précédemment être la moitié de cette longueur ou $\frac{1}{2}\alpha$. Il faudra donc que la somme de ces quantités $\frac{1}{2}\alpha$ forme la longueur totale du tuyau, ce qui donne

$$\frac{5\alpha}{2} = l, \quad \text{et par suite} \quad T = \frac{2l}{5a}; \qquad \frac{1''}{T} = \frac{5a}{2l}.$$

Si le son fondamental donné par le premier mode est toujours exprimé par $ut_1 = 1$, celui-ci sera exprimé par 5, et répondra à mi_3.

Généralement, s'il se forme un nombre n de nœuds, outre celui qui doit toujours exister au fond du tuyau, leur somme formera une longueur totale $n\alpha$, α étant la longueur d'une des ondulations sonores. Ajoutons $\frac{1}{2}\alpha$ pour la longueur de la dernière division vers l'orifice, où la densité doit être constante, la somme $\frac{(2n+1)\alpha}{2}$ devra former la longueur totale du tuyau l; on aura donc

$$\frac{(2n+1)\alpha}{2} = l, \quad \text{et par suite} \quad T = \frac{2l}{(2n+1)a}; \quad \frac{1''}{T} = \frac{(2n+1)a}{2l}.$$

Nous avons vu que $\frac{a}{2l}$ exprime le son fondamental que le tuyau peut rendre; en l'exprimant par l'unité, tous les autres sons possibles seront exprimés par le facteur $2n + 1$, c'est-à-dire qu'ils formeront la suite des nombres impairs

$$1, 3, 5, 7 \ldots 2n + 1,$$

et d'après la manière dont nous les avons successivement amenés, on voit qu'il n'y aura entre eux aucun intermédiaire possible.

Daniel Bernoulli, à qui l'on doit la véritable théorie des instrumens à vent qu'il a exposée le premier d'une manière claire et rigoureuse, quoiqu'elle eût été indiquée dès 1701 par Sauveur, a cherché à vérifier ce résultat par l'expérience. Pour cela, il s'est servi d'une flûte traversière dont il avait bouché tous les trous latéraux et l'une des extrémités, ne laissant ouvert que l'embouchure; les sons qu'il en tira étant appréciés, lui parurent suivre parfaitement la progression précédente. J'ai répété cette expérience d'une autre manière plus commode et plus exacte avec un de mes amis, M. Hamel, habile amateur de musique, et très-exercé à apprécier avec exactitude les rapports des sons (1). Nous nous sommes servis d'un tuyau de verre cylindrique dont nous avons fermé une extrémité; nous avons ensuite ajusté l'autre sur un appendice de tuyau à bouche, de même diamètre, fait en plomb. Le tout a été adapté à un soufflet d'orgues, dont nous modérions la force à volonté par une pression graduelle. De cette manière, nous avons obtenu successivement les divers sons que le tuyau pouvait rendre, en ménageant la quantité de vent que nous lui donnions, et qui doit être d'autant plus grande, que l'on veut forcer la colonne aérienne à se diviser en un plus grand nombre de parties. Cette observation est très-importante pour le succès de l'expérience. Car si l'on souffle tout de suite avec trop de force, on n'obtient pas le son fondamental, mais un de ceux qui le suivent; et il devient

(1) Nous avons aussi fait ensemble toutes les autres expériences sur le son, qui se trouvent rapportées dans ce chapitre.

même difficile de souffler assez faiblement pour l'obtenir, lorsque le tuyau est trop long, comparativement à son diamètre. Dans notre expérience, la distance du fond du tuyau, jusqu'à l'extrémité de la lèvre supérieure de la bouche, était de 18 pouces 3 lignes, le diamètre intérieur étant d'un pouce. A mesure que l'on obtenait un des sons propres à ce tuyau, on en cherchait l'unisson sur un orgue bien accordé; et lorsqu'on avait trouvé la note qui en approchait le plus, on estimait au jugement de l'oreille la petite correction qui pouvait être attribuée au tempérament de l'instrument. Cette épreuve nous a donné successivement tous les sons indiqués par la théorie, sans qu'il ait été possible d'en obtenir d'autres, quelque ménagement que l'on ait employé pour graduer la force du vent. Je ne rapporterai point ici les détails mêmes de l'expérience, parce que j'aurai plus loin occasion d'en citer une autre du même genre, dans laquelle nous avons seulement substitué aux variations d'intensité du vent, celles de la largeur de l'embouchure.

Dans tous les modes d'oscillations que nous venons de décrire, il existe entre les nœuds de vibrations $N_1 N_2$ d'autres points $M M_1$, fig. 62, où les variations de densité sont tout-à-fait nulles, les couches aériennes qui s'y trouvent ne faisant qu'aller et venir en avant et en arrière. Supposons donc qu'en un de ces points tel que M, on perce un trou latéral qui permette à l'air du tuyau de communiquer librement avec l'atmosphère; cette communication ne portera aucun obstacle aux oscillations de la colonne intérieure en avant et en arrière, puisque la densité en M est constamment égale à celle de l'air du dehors. On pourra donc alternativement ouvrir et boucher cette ouverture, sans que le son en soit nullement altéré. C'est en effet ce que l'expérience confirme, et elle montre aussi que cette propriété est particulière aux points $M M_1 \ldots$, comme il était facile de le prévoir.

Il y a plus : ce phénomène est indépendant de la grandeur de l'ouverture M. On pourrait l'étendre à tout le contour du tuyau, et séparer entièrement la partie M B, depuis le point M jusqu'au fond solide, le son n'en serait nullement altéré; mais alors la

première partie A M, comprise depuis la couche M jusqu'à l'embouchure, formerait un tuyau entièrement ouvert à ses deux extrémités. Cette expérience nous apprend donc comment l'air vibre dans un pareil tuyau, fig. 63; elle nous montre que les ondulations parvenues à son extrémité M la plus éloignée de l'embouchure, sont répercutées par l'air extérieur, non plus comme elles le seraient par un fond solide, mais de manière que cet air ne fasse qu'entrer et sortir en M à une petite profondeur, sans éprouver aucune variation de densité. Ces allées et venues successives forment donc, au bout ouvert M, une sorte de contre-courant, dont les battemens répondent à ceux de la lame d'air que l'on souffle en A. Les ondulations excitées par l'une et par l'autre cause, se propagent de même, et se superposent dans toutes les couches d'air intermédiaires entre A et M. La seule condition nécessaire pour la continuité du mouvement de la colonne AM, sera donc que ces deux séries d'ondulations soient égales en longueur, comme le sont les ondes directes et rétrogrades dans un tuyau bouché à son fond, et qu'en outre par l'effet de leur superposition, la densité puisse être constante à chaque orifice.

D'après cela, dans un pareil tuyau, le mode de vibration le plus simple sera celui où les deux orifices seront séparés par un seul nœud de vibration N_1, fig. 64, dans lequel les molécules d'air seront immobiles. Alors les mouvemens de translation en A et en M devront toujours se faire au même instant dans des directions contraires, et produire des ondulations d'une longueur égale à celle du tuyau. Considérons d'abord les deux premières de ces ondulations, et pour fixer les idées, supposons-les condensantes. En se propageant de part et d'autre vers l'orifice opposé, elles se rencontreront au milieu du tuyau en N_1 N_1, et la couche située en ce point, les recevant toujours toutes deux au même instant, restera constamment immobile; mais elle éprouvera à la fois la somme des condensations ou des dilatations qu'elles apportent. Chaque ondulation continuant à se propager, celle qui est partie de A atteindra l'orifice M au moment où celle qui est partie de M atteindra l'orifice A. A cet instant, les

variations de densité seront nulles dans les couches A et M correspondantes aux extrémités de chaque onde, et de là elles iront en croissant vers le milieu du tuyau où elles seront les plus grandes possibles, puisque ce point répondra alors au milieu des deux ondes. A partir de cette époque, les deux ondulations continuant à se propager, la condensation diminuera en N, N, ; en même temps les couches extrêmes A et M, qui étaient entrées dans le tuyau à une petite profondeur, reculeront en arrière, par l'effet de leur mouvement oscillatoire. Ce retour fera naître près de chaque orifice une nouvelle ondulation raréfiante qui suivra la première qui en était émanée. Ainsi le commencement de cette nouvelle onde atteindra le milieu du tuyau quand la fin de la première onde le quittera. Par l'effet de cette superposition il arrivera qu'à cet instant, les condensations et les vitesses seront nulles dans toute l'étendue du tuyau. Après quoi l'onde raréfiante continuant à se propager fera succéder les dilatations aux condensations. Celle-ci sera suivie d'une troisième ondulation qui sera de nouveau condensante, et ainsi indéfiniment tant que l'on continuera d'entretenir en A le courant d'air continu qui imprime le premier ébranlement.

Il est bien facile de trouver le ton qui résultera de ce mode de vibration ; car puisque la longueur α des ondes est égale à celle du tuyau que nous avons désignée par l, on aura

$$\alpha = l ; \quad \text{et par suite} \quad T = \frac{l}{a}, \qquad \frac{1''}{T} = \frac{a}{l}.$$

On connaîtra ainsi la durée d'une vibration, et le nombre des vibrations par seconde ; ce sera là le son le plus grave que le tuyau pourra rendre avec ses deux orifices ouverts.

Nous avons vu tout-à-l'heure que dans un tuyau de la même longueur, mais bouché à son fond, le son fondamental donnait par seconde un nombre de vibrations $\frac{a}{2l}$, c'est-à-dire moitié du précédent. Le tuyau bouché doit donc alors faire entendre l'octave grave du tuyau ouvert, de la même longueur. C'est en effet ce que l'expérience confirme, du moins lorsque l'on opère sur des tuyaux assez longs pour que l'on puisse y négliger l'irrégu-

larité du mouvement des premières couches d'air situées en A, lesquelles, au lieu d'être ébranlées pleinement sur toute l'étendue de cet orifice, ne le sont que par une petite ouverture. Nous verrons bientôt comment on peut tenir compte de ces effets par le calcul ; mais dès à présent je dois prévenir qu'il devient insensible au-delà d'une certaine longueur des tuyaux.

Après le mode de vibrations que nous venons de considérer, le plus simple sera celui dans lequel il existe, entre les orifices, deux nœuds de vibrations N_1, N_2, fig. 65, dans lesquels les particules aériennes sont immobiles. L'intervalle de ces deux nœuds est évidemment égal à la longueur totale α d'une onde, et de plus ils devront être également éloignés des deux orifices, puisque les ondes émanées de ces points sont égales; alors $N_1 N_2$ étant α, MN_1 et AN_2 seront chacun $\frac{1}{2}\alpha$. La somme totale devra donc former la longueur entière du tuyau l, et ainsi l'on aura

$$2\alpha = l, \quad T = \frac{l}{2a}; \qquad \frac{1''}{T} = \frac{2a}{l}.$$

Ce nouveau son sera donc l'octave aiguë du son fondamental ; si celui-ci est exprimé par $ut_1 = 1$, l'autre sera $ut_2 = 2$.

Généralement, si l'on conçoit dans la colonne vibrante un nombre n de nœuds où les particules aériennes restent immobiles, on devra regarder leurs intervalles comme égaux à la longueur α des ondes, ce qui occupera une longueur totale $(n-1)\alpha$. Il faudra ensuite que les deux parties restantes vers les deux orifices soient chacune égale à $\frac{1}{2}\alpha$, ce qui fera en tout $(n-1)\alpha + \alpha$ ou $n\alpha$; et puisque cette somme doit être égale à la longueur totale l du tuyau, on aura

$$n\alpha = l; \qquad T = \frac{l}{na}; \qquad \frac{1''}{T} = \frac{na}{l}.$$

Nous avons trouvé que le son fondamental était exprimé par $\frac{\alpha}{l}$. En le désignant par l'unité, les autres seront exprimés par la série des nombres naturels

$$1, 2, 3, 4, 5 \ldots n.$$

Ce seront donc là tous les sons que peut rendre un tuyau ouvert

à ses deux orifices; car d'après la manière dont nous les avons obtenus, il est évident qu'il n'y a pas d'intermédiaires entre eux.

Si l'on voulait prendre pour unité le son fondamental rendu par un tuyau de la longueur l, bouché par un bout et ouvert par l'autre, comme la valeur d'un tel son est $\frac{a}{2l}$, l'expression générale de tous ceux que nous trouvons ici, deviendrait $2n$; et ils seraient alors représentés par la série des nombres pairs

$$2, 4, 6, 8 \ldots\ldots 2n.$$

C'est ce qu'a fait Daniel Bernoulli. Mais il me paraît plus naturel de rapporter, comme nous l'avons fait d'abord, chaque série de sons à son unité propre, qui est le son fondamental du tuyau qui la donne, sauf ensuite à lier les deux séries entre elles, par le rapport de 1 à 2, qui exprime le rapport des sons rendus par deux tuyaux de même longueur, l'un ouvert seulement par un bout, l'autre ouvert par tous les deux.

Daniel Bernoulli a également cherché à confirmer ces résultats par l'expérience, en se servant d'une flûte traversière dans laquelle la partie ouverte depuis l'embouchure jusqu'à l'extrémité représentait un tuyau ouvert des deux côtés. Il boucha tous les trous latéraux de cette flûte, et en soufflant par l'embouchure avec une force successivement croissante, il en tira d'abord le ton fondamental exprimé par 1 ou ut_1, puis son octave ut_2 exprimé par 2, puis la quinte de l'octave ou sol_2, dont la valeur est 3, ensuite la double-octave ut_3 exprimée par 4, puis la tierce-majeure de la double-octave ou mi_3, dont la valeur est 5. Quelquefois encore, il parvint à en tirer la quinte de la double-octave ou sol_3, dont la valeur est 6, et il ne paraît pas qu'il ait jamais pu aller au-delà.

Nous avons également répété cette expérience, M. Hamel et moi, en nous servant d'un tuyau de verre cylindrique, d'un pouce de diamètre, et d'environ 37 pouces de longueur, fig. 66. Nous adaptions à l'un de ses bouts une embouchure de plomb munie de sa lumière et d'une lèvre convenablement disposée, et nous l'ajustions sur le conduit à vent d'un soufflet d'orgue pressé par un poids constant, que nous pouvions cependant

affaiblir ou augmenter en soulevant ou en pressant les feuillets du soufflet. Cette graduation était ici très-nécessaire; car l'embouchure restant constante, c'était la force plus ou moins grande du vent qui déterminait la séparation de la colonne en un nombre plus ou moins grand de parties. Par exemple, pour avoir le son fondamental, le plus grave de ceux que le tuyau pouvait rendre, il fallait affaiblir tellement le vent, qu'il y avait de la difficulté à l'obtenir. Avec un souffle un peu plus fort, la colonne se divisait en un nombre de parties plus considérable et le son montait. Quant à la valeur du ton, on l'appréciait très-exactement, comme je l'ai dit plus haut, en le comparant à celui d'un orgue parfaitement accordé, et tenant compte de l'altération produite sur cet instrument par la nécessité de le tempérer. De cette manière, nous sommes parvenus à pousser la série plus loin que Daniel Bernoulli n'avait pu faire. En voici les résultats.

Nous avons d'abord cherché à obtenir le son le plus grave que notre tuyau pût rendre; il était à l'unisson du *sol* d'une des octaves de notre orgue, que je nommerai sol_1, et qui, dans la gamme, est représenté par $\frac{1}{2}$, en prenant ut_1 pour unité. D'après cela, si l'on veut prendre ce sol_1 pour unité, il faudra multiplier sa valeur dans la gamme par $\frac{2}{1}$, et il faudra faire la même opération sur toutes les autres valeurs des sons calculées d'après leur place dans la gamme de ut_1, ou dans les gammes successives. Cela posé, les sons successivement rendus par notre tuyau étant ainsi évalués, ont été tels qu'on le voit ici :

$$
\begin{aligned}
sol_1 &= \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{2}{1} = 1 \\
sol_2 &= 3 \cdot \tfrac{2}{1} = 2 \\
re_3 &= \tfrac{9}{2} \cdot \tfrac{2}{1} = 3 \\
sol_3 &= 6 \cdot \tfrac{2}{1} = 4 \\
si_3 &= \tfrac{15}{2} \cdot \tfrac{2}{1} = 5 \\
re_4 &= 9 \cdot \tfrac{2}{1} = 6 \\
fa_4 - &= \tfrac{13}{2} \cdot \tfrac{2}{1} = 7\tfrac{2}{9} - \\
sol_4 &= 12 \cdot \tfrac{2}{1} = 8 \\
&\vdots \\
ut_5 &= 16 \cdot \tfrac{2}{1} = 10\tfrac{2}{1} \\
re_5 &= 18 \cdot \tfrac{2}{1} = 12.
\end{aligned}
$$

On voit que les valeurs des sons comparées au son fondamental, forment en effet la progression arithmétique des nombres naturels. Le signe — mis à côté de fa_4, veut dire que le fa_4, dont la valeur réduite est $7\frac{1}{9}$, nous paraissait un peu plus haut que le son correspondant de notre tuyau de verre : ce qui est en effet conforme à la théorie. Quant au son ut_5, qui donne la valeur réduite $10\frac{1}{9}$, on voit bien qu'il répond au son exprimé par 11 dans la théorie. Mais l'erreur peut bien être du côté de nos observations, car le rapport de 11 à $10\frac{1}{9}$ est $\frac{11}{10}$, et deux sons qui sont dans ce rapport diffèrent entre eux de moins d'un *semi-ton mineur*. D'ailleurs, à mesure que le nombre de divisions de la colonne d'air augmente, ce qui rend chacune d'elles plus courte, l'effet de l'embouchure, qui ne peut jamais être absolument le même que pour un tuyau tout-à-fait ouvert, a une influence plus sensible, comme nous le verrons bientôt.

Il y a encore une remarque curieuse à faire pour le son exprimé par 7, c'est que la plupart des personnes qui sonnent du cor ou de la trompette ne savent pas le donner. Car après avoir obtenu le son le plus grave 1, que je représenterai par ut_1, ils en tirent aisément les sons $ut_2 = 2$, $sol_2 = 3$, $ut_3 = 4$, $mi_3 = 5$, et $sol_3 = 6$, après quoi l'instrument saute comme par force à la triple octave exprimée par 8, sans qu'ils puissent en tirer le son intermediaire 7. Daniel Bernoulli prétend que cela tient à la difficulté de diviser une quantité en sept parties égales, mais alors il devrait être encore bien plus difficile d'obtenir le son correspondant au nombre 12, lequel cependant s'obtient sans peine. Je partage bien plutôt l'opinion de ce célèbre physicien, quand il dit que cette difficulté tient aussi au défaut d'exercice du musicien, qui n'a jamais besoin de tirer de son instrument le son exprimé par 7, parce qu'il n'est pas usité dans la musique, étant intermédiaire entre les gradations employées par la série des sons; et la preuve que cette habitude est nécessaire pour obtenir à volonté tel son ou tel autre, c'est qu'elle l'est même pour les sons les plus faciles à produire, tels, par exemple, que ut_1, ut_2, sol_2, ut_3 et mi_3. C'est ce dont on peut se convaincre aisément en adaptant une embouchure

à un tuyau de verre, comme nous avons fait dans nos expériences, et essayant de souffler avec la bouche dans le pied du tuyau, pour en tirer des sons. Car d'abord, on les entendra passer brusquement d'un terme à un autre, en sautant pardessus plusieurs intermédiaires, selon le plus ou moins de force avec laquelle on souffle. Mais quand on se sera aperçu de cet effet, on acquerra bientôt l'expérience nécessaire pour monter ou descendre d'un ton à un autre graduellement; et lorsqu'on sera dans un de ces tons, on aura, pour ainsi dire, le sentiment du degré de force qu'il faut donner pour passer à un autre immédiatement supérieur ou inférieur, comme nous nous en sommes assurés nous-mêmes. Il est donc probable qu'avec beaucoup d'exercice, et en se faisant donner assidûment le son 7 par un monocorde, ou par un tuyau, on parviendrait à l'obtenir également, et à donner avec précision la quantité de vent qu'il exige; car il y a pour cela des conditions indispensables, que l'expérience seule apprend à remplir sans qu'on y fasse attention. Le musicien a très-bien le sentiment de de ces degrés pour les tons 6 et 8, qu'il emploie à chaque instant dans la musique, comme étant la quinte et la double octave du son 4, et il est tout simple qu'il tombe comme par précipice dans l'un ou dans l'autre, quand il essaye par hasard de produire le son 7, auquel il n'est point exercé. Pour nous qui avions adapté notre tube de verre à un soufflet dont nous pouvions modérer la force, nous sommes parvenus à obtenir le son 7 bien distinct et soutenu. Mais il nous a fallu nous aider encore d'un autre artifice, qui était d'approcher plus ou moins le doigt de la bouche du tuyau, quand nous avions produit les sons 6 ou 8, de manière à régler pour ainsi dire la direction de la lame d'air qui sortait de la lumière, et à la faire rentrer dans le tuyau. Alors après quelques instans de bourdonnement et comme d'incertitude, on entendait sortir avec éclat le son 7 qui répondait sur notre orgue un peu au-dessous de fa_4, dont nous avions soin de faire parler de temps en temps la touche pour acquérir le sentiment du mode de vibration que nous voulions exécuter. Quant aux sons 11 et 13 que les musiciens

savent communément donner, je crois que cela tient à ce qu'ils diffèrent beaucoup moins des intervalles employés dans la musique, que n'en diffère le son 7, quand on le compare à ceux qui l'avoisinent; et aussi, à ce que le nombre des divisions de la colonne d'air étant plus considérable et chacune d'elles devenant plus courte, le mode d'embouchure y a plus d'influence; de sorte que le musicien, en allongeant plus ou moins les lèvres ou en changeant le mode d'introduction de la lame d'air, peut amener ces sons au degré convenable, favorisé en cela par les petites altérations qu'éprouvent les intervalles employés dans la musique, selon que l'on prend pour fondamentale telle note ou telle autre. On jugera mieux de ces particularités, en jetant les yeux sur le tableau suivant, où la suite des tons que peut rendre un tuyau, dont les deux bouts sont ouverts, se trouve comparée aux intervalles musicaux :

$1 = ut_1$
$2 = ut_2$
$3 = sol_2$
$4 = ut_3$
$5 = mi_3$
$6 = sol_3$
$7 = la_3$ +
$8 = ut_4$
$9 = ré_4$
$10 = mi_4$
$11 = fa_4^{\#}$ —
$12 = sol_4$
$13 = la_4^{\flat}$ +
$14 = la_4^{\#}$ +
$15 = si_4$
$16 = ut_5$
$17 = ré_5^{\flat}$ —
$18 = ré_5$
$19 = mi_5'$ —
$20 = mi_5$
$21 = fa_5$ —

22 = fa_5^{*} —
23 = sol_5 —
24 = sol_5
25 = sol_5^{*}
26 = la_5 +
27 = la_5 —
28 = la_5^{*} +
29 = si_5^{b} +
30 = si_5
31 = ut_6 +
32 = ut_6
33 = ut_6^{*} —
34 = $ré_6^{b}$ —
35 = $ré_6^{b}$ +
36 = $ré_6$.

On voit d'abord par cette table que dans les tons les plus graves, on ne peut tirer que des sons très-éloignés les uns des autres; car, par exemple, les deux premiers ut_1, ut_2 diffèrent entre eux d'une octave entière. Mais à mesure que le ton s'élève, c'est-à-dire à mesure que la colonne d'air se divise en un plus grand nombre de parties, les sons que l'on peut obtenir sont plus rapprochés. En s'élevant encore davantage, on commence à trouver même des intervalles chromatiques tels que les dièses et les bémols. Enfin, dans les sons plus éloignés du son fondamental, ces fractions ne suffisent plus pour représenter tous les sons de l'instrument. On comprend ainsi comment le musicien qui donne du cor ne peut donner que des tons absolus parmi les sons graves, quoiqu'il puisse ensuite moduler des demi-tons parmi les sons élevés. Il peut même modifier assez les effets de son instrument, par les variations d'embouchure, pour abaisser le son 7 qui est au-dessus du la_3^{*} jusqu'à le faire accorder avec la vraie valeur de cette note dans la gamme. Il opère de plus grands changemens encore en bouchant en partie avec la main l'orifice ouvert du tuyau. C'est ainsi, par exemple, que l'on ramène les sons 11 et 13 à leurs valeurs usitées. Enfin, en

unissant cet artifice au mouvement des lèvres et à la grandeur de l'embouchure, on va jusqu'à insérer entre les sons propres du cor des intervalles chromatiques, et faire entendre jusque dans la première octave des tons que l'instrument seul refuserait. Mais ces grandes modifications demandent beaucoup d'habileté et d'exercice pour être produites avec justesse, et elles n'appartiennent pas au commun des musiciens.

Ici, comme dans les cordes vibrantes, plusieurs vibrations différentes peuvent coexister ensemble, et se superposer pour ainsi dire dans la même colonne d'air ; car lorsqu'on produit un son quelconque représenté par n, on entend résonner avec lui tous les sons plus graves qui répondent à des nombres moindres que n. Ce fait, qui n'avait pas échappé à la sagacité de Daniel Bernoulli, s'est représenté dans nos expériences, et nous l'avons vérifié de la manière la moins douteuse. C'est assurément une chose bien remarquable que cette coexistence de plusieurs sortes d'oscillations dans une même colonne d'air où elles ne se troublent nullement.

Jusqu'ici nous avons supposé que les différens modes de vibrations d'un même tuyau étaient déterminés par l'intensité du souffle, l'ouverture de la bouche restant constante. Mais pour compléter cette théorie, il faut examiner particulièrement l'effet des embouchures diverses, et apprécier l'influence de leur ouverture plus ou moins grande.

Dans cette vue, Daniel Bernoulli a cherché à tirer un son des tuyaux cylindriques d'une manière rigoureusement conforme à la théorie, c'est-à-dire sans couvrir une portion de leur orifice. Pour cet effet, il les tenait suspendus à une distance de quelques pouces de sa bouche, et il soufflait de loin dans leur ouverture. A la vérité, on n'obtient ainsi qu'un son très-faible et sourd ; mais pourtant avec un peu d'exercice, on parvient a le reconnaître et à l'apprécier facilement, surtout si on en cherche l'unisson sur un piano ou un orgue bien accordé. L'orgue est de beaucoup préférable par la facilité qu'il donne de soutenir la durée des sons. En soufflant ainsi de loin dans un tuyau de 6 pouces de longueur, bouché par un bout, et ouvert par

l'autre, Bernoulli trouva que le son était entièrement conforme au sol_4 des orgues, dont le ut_1 est donné par un bourdon de 4 pieds ; ce qui est en effet conforme au rapport inverse des longueurs. Mais en soufflant de près dans ce même tuyau, et couvrant par la lèvre inférieure une grande partie de l'ouverture, le son baissait d'une tierce mineure, c'est-à-dire dans le rapport de $\frac{5}{6}$. Bernoulli prit ensuite un autre tuyau de même espèce, mais double en longueur. Celui-ci, quand on soufflait de loin, rendait l'octave grave du précédent, ou sol_3, conformément à la théorie; mais quand on soufflait de près, en couvrant avec la lèvre une grande partie de l'ouverture, il ne baissait plus que d'un demi-ton majeur, c'est-à-dire dans le rapport de $\frac{15}{16}$. En continuant l'expérience sur des tuyaux de plus grandes dimensions, Bernoulli trouva que plus ils étaient longs, moins la manière de souffler avait d'influence sur le son que l'on obtenait, et enfin pour de grands tuyaux d'un pied ou davantage, la différence devenait tout-à-fait insensible. La même chose avait lieu pour les tuyaux ouverts des deux côtés ; seulement l'influence de l'embouchure y était moindre.

Ces résultats indiquaient la progression du phénomène, mais n'en donnaient ni la loi, ni la mesure. Pour la découvrir, Bernoulli prit un tuyau cylindrique, ouvert par les deux bouts, mais dans lequel il introduisit par le fond un piston très-juste qu'il pouvait arrêter à son gré à tel ou tel point. La théorie nous a montré que lorsqu'un pareil tuyau, supposé entièrement ouvert, donne le son le plus grave qu'il peut rendre, la colonne d'air qu'il renferme se partage en deux divisions égales, séparées par un nœud de vibration immobile. Si donc, après avoir d'abord fait résonner le tuyau ouvert, on y enfonçait le piston jusqu'à la moitié de sa longueur, ce qui le changerait en un tuyau bouché d'une longueur moitié moindre, cette moitié bouchée donnerait précisément le même son que le tuyau entier. Mais pour établir ce résultat, la théorie suppose que l'agitation primitive produite à l'orifice du tuyau est bornée aux particules mêmes qui se trouvent à son orifice, ou du moins ne s'étend dans l'intérieur qu'à une distance négligeable,

comparativement à la longueur du tuyau. Quand celui-ci deviendra si court que cette distance en sera une portion sensible, on doit s'attendre que la première division de la colonne d'air située du côté de l'orifice ne sera pas égale en longueur à la seconde, la différence étant compensée par la diverse nature du mouvement; et alors cette seconde partie devra seule conserver dans différens tuyaux les rapports de longueurs assignés par la théorie, puisqu'elle seule sera ébranlée par couches parallèles, conformément à ce que la théorie suppose.

Voici maintenant les résultats de cette épreuve faite par Bernoulli sur des tuyaux de diverses longueurs auxquels il avait adapté une embouchure de forme constante, telle que celle que nous avons décrite au commencement de ce chapitre, et dont l'aire était constamment $\frac{1}{6}$ de l'ouverture totale du tuyau. Celui-ci pouvait donc être considéré comme ayant les $\frac{1}{6}$ d'une de ses ouvertures bouchés. La longueur totale du tuyau se mesurait depuis le milieu de sa lumière jusqu'à l'autre orifice. On voit ces mesures rapportées en lignes dans la seconde colonne du tableau ci-dessous; la première exprime le son que donnait le tuyau lorsqu'il était ouvert, et qu'on soufflait par l'embouchure constante, de manière à en tirer le son fondamental; la troisième colonne exprime le nombre de lignes dont il fallait enfoncer le piston pour l'amener jusqu'au nœud de vibration établi dans la colonne d'air, ce dont on s'apercevait quand le son rendu par le reste du tuyau était le même que celui du tuyau entier; la quatrième colonne contient les longueurs de ce reste, comprises entre le nœud de vibration et l'embouchure; c'est le complément de la longueur du tuyau. Dans la cinquième colonne, on a mis le rapport des longueurs de ces divisions inégales, ce qui indique aussi le rapport des sons qu'elles auraient dû produire avec des orifices entièrement ouverts, tels que la théorie les suppose; et par conséquent l'intervalle musical que chaque rapport exprime, montre de combien le son a baissé par l'effet de l'embouchure en partie couverte. On a désigné le son du tuyau de 137 lignes par ut_4, parce qu'il était d'accord avec l'ut_4 du jeu d'orgues, dont l'ut_4 est donné par un bourdon de 4 pieds.

Son fondamental de chaque tuyau.	Sa longueur en lignes.	Dist. du bout ouvert au nœud de vibr.	Distance du nœud de vibr. à l'embouchure du tuyau.	RAPPORTS des longueurs des segmens.	ABAISSEMENT de ton du segment qui aboutit à l'orifice en partie couvert.
ut_4	137,0	72,0	65,0	$\frac{65}{72} = \frac{9,02}{10}$	de mi_1 à $ré_1$, ton mineur
$ré_4$	121,0	64,0	57,0	$\frac{57}{64} = \frac{8,91}{10}$	de mi_1 à $ré_1$, ton mineur
mi_4	107,6	57,6	50,0	$\frac{50}{57,6} = \frac{7,81}{9}$	de $ré_1$ à ut_1, ton majeur
fa_4	100,0	54,0	46,0	$\frac{46}{54} = \frac{5,11}{6}$	de mi_1^{b} à ut_1, tierce-min.
sol_4	88,0	48,0	40,0	$\frac{40}{48} = \frac{5,00}{6}$	de mi_1^{b} à ut_1, tierce-min.
la_4	76,6	42,6	34,0	$\frac{14}{42,6} = \frac{1,99}{5}$	de mi_1 à ut_1, tierce maj.
si_4	67,8	38,8	29,0	$\frac{29}{38,8} = \frac{3,99}{4}$	de fa_1 à ut_1, quarte
ut_5	62,0	36,0	26,0	$\frac{26}{36} = \frac{18,06}{25}$	de fa_1^{*} à ut_1, quarte sup.
$ré_5$	53,0	32,0	21,0	$\frac{21}{32} = \frac{3,27}{5}$	de sol_1 à ut_1, quinte
mi_5	45,8	28,8	17,0	$\frac{17}{28,8} = \frac{3,95}{5}$	de la_1 à ut_1, sixte-maj.
fa_5	42,0	27,0	15,0	$\frac{15}{27} = \frac{69,144}{125}$	de si_1^{*} à ut_1, sept. sup.
sol_5	36,0	24,0	12,0	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$	de ut_2 à ut_1, octave
la_5	31,3	21,3	10,0	$\frac{10}{21,1} = \frac{11,71}{25}$	de ut_2^{*} à ut_1, neuv. min.
si_5	27,2	19,2	8,0	$\frac{8}{19,2} = \frac{2,08}{5}$	de mi_2 à ut_1, dixième
ut_6	25,0	18,0	7,0	$\frac{7}{18} = \frac{1,11}{8}$	de fa_2 à ut_1, onzième.

Remarquons d'abord que les longueurs rapportées dans la troisième colonne ont entre elles exactement les rapports qui conviennent, selon la théorie, aux notes de la gamme auxquelles elles répondent. Car, par exemple, la longueur qui donne ut_4 est exactement double de celle qui donne ut_5, et celle-ci à son tour est double de celle qui donne ut_6; ce qui doit être en effet le rapport des octaves. De même la longueur qui donne $ré_4$ est $\frac{8}{9}$ de celle qui donne ut_4, et mi_4 en est les $\frac{4}{5}$, parce que ut étant 1, $ré_1$ est $\frac{8}{9}$, et mi_1 $\frac{4}{5}$. On peut faire la même épreuve sur tous les autres intervalles. Cela devait être sans doute, si la division de la colonne d'air s'opère réellement comme la théorie l'in-

dique; mais ceci même en est une confirmation frappante. De là nous pouvons conclure quelle doit être la longueur d'un tuyau qui, étant bouché d'un côté, et entièrement ouvert par l'autre, donnerait l'*ut*$_1$ de la première octave des orgues; car, en partant de *ut*$_4$ et suivant toujours la progression double, on voit que cette longueur sera 72^1 multiplié par 2^3, ou précisément 4 pieds. Or, telle est aussi dans les orgues la dimension précise que l'on donne au bourdon de cet ordre; et comme il y est cependant fermé en partie à son embouchure, on voit que l'influence de l'embouchure devient tout-à-fait insensible dans les grands tuyaux, lorsqu'on se borne à en tirer le son fondamental; résultat conforme à ce que nous avait déjà indiqué la progression des expériences faites sur des tuyaux de diverses longueurs.

Mais pour donner à cette induction une entière certitude, il faut tâcher de découvrir la loi des nombres rapportés dans le tableau précédent. Or, c'est ce qui est très-facile; car si l'on regarde les nombres de la troisième colonne comme des abscisses, et ceux de la quatrième comme des ordonnées qui leur correspondent, et construisant graphiquement la courbe qui en résulte et que la fig. 67 représente, on trouvera que cette courbe est presque exactement une ligne droite, et c'est aussi ce que l'on peut conclure des nombres eux-mêmes; car si l'on considère, par exemple, les trois abscisses 18, 36, 54, qui forment une progression par équidifférence, on trouvera que les trois ordonnées 7, 26 et 46, qui leur correspondent, suivent aussi à très-peu de chose près une progression de même nature, dont la raison est 19; ce qui est le caractère de la ligne droite. Supposons donc que les nombres de la troisième colonne du tableau soient représentés par x, ceux de la quatrième par y, l'équation de cette droite aura nécessairement la forme

$$y = ax + b,$$

a et b étant des coefficiens constans qu'il faudra déterminer d'après les observations. Employons pour cela, par exemple, les ordonnées qui correspondent aux abscisses 18 et 36, nous aurons ces deux conditions

$$7 = 18a + b \qquad 26 = 36a + b,$$

ce qui donne $a = \frac{19}{18}$, $b = -12$,

et par conséquent $y = -12 + \frac{19}{18} . x$.

Si l'on fait $x = 18$ ou $x = 36$, on retrouvera les deux valeurs d'y que nous avons employées; cela est tout simple, puisque ce sont là nos données. Mais pour vérifier la loi, il faut l'appliquer à d'autres abscisses; c'est l'objet du tableau suivant :

Valeurs de x.	Valeurs de y		Excès du calcul en lignes.
	calculées.	observées.	
18	7	7	0
24	$13\frac{1}{3}$	12	$+\frac{4}{3}$
36	26	26	0
48	$38\frac{1}{3}$	40	$-\frac{4}{3}$
54	45	46	-1
72	64	65	-1

On voit que les résultats de la formule s'écartent très-peu des observations. Cependant on les serrera de plus près encore, si au lieu de les exprimer par une ligne droite, on emploie une hyperbole du second degré, dont l'équation soit de la forme

$$y^2 = a + bx + cx^2,$$

$a\,b\,c$ étant trois coefficiens constans; car l'indétermination de ces coefficiens permet de satisfaire à trois observations au lieu de deux. Si l'on choisit pour cela celles qui répondent aux abscisses

$$x = 18, \quad x = 36, \quad x = 72,$$

on trouvera

$$a = 187, \quad b = -\frac{147}{12}, \quad c = \frac{81}{72},$$

et l'équation de la courbe pourra se mettre sous la forme

$$y^2 = 9,928 + \frac{81}{72}(x - X)^2,$$

X étant une nouvelle constante, telle qu'on ait

$$X = 12,247.$$

On voit alors qu'elle représente une hyperbole dont le second

axe coïncide avec la ligne des x, et dont le centre est situé sur cette ligne au point dont l'abscisse est X. A mesure que x augmente, elle approche de plus en plus d'une ligne droite dont l'équation serait

$$y = (x - X)\sqrt{\tfrac{11}{71}}.$$

Cette ligne droite serait donc son asymptote ; elle diffère très-peu de celle que nous avions déterminée par notre première approximation, car $\sqrt{\frac{11}{71}}$ est égal à $\frac{17,56}{118,00}$ ou presque $\frac{17}{71}$; ce qui donne une inclinaison pareille, et le produit de ce coefficient par X donne 13,31 au lieu de 12. Aussi les résultats donnés par l'hyperbole diffèrent très-peu de ceux que nous avions trouvés par la ligne droite, comme le montre le tableau suivant :

Valeurs de x.	Valeurs de y		Excès du calcul.
	calculées.	observées.	
18	7	7	0
24	13,1	12	+ 1,1
36	26	26	0
48	39	40	— 1
54	45,5	46	— 0,5
72	65	65	0

Cependant on doit regarder ceux-ci comme un peu plus exacts. Il n'y a maintenant aucun doute qu'en effet l'abaissement de ton occasioné par l'opercule qui couvre en partie le premier orifice, n'aille toujours en diminuant à mesure que la longueur du tuyau augmente ; cela est clairement indiqué par la nature de la loi qui lie les observations. Car à mesure que x augmente, l'influence du terme constant 9.928 s'affaiblit, et lorsque x est devenu seulement égal à 50, cette influence devient presque nulle ; de sorte que la racine carrée du second

membre qui exprime la valeur de y, devient à très-peu près égale à l'ordonnée de l'asymptote, c'est-à-dire à

$$\frac{19,56}{18}(x - X) \quad \text{ou à} \quad -13,31 + \frac{19,56}{18}x,$$

en mettant pour X sa valeur 12,247. Alors l'abaissement de ton, toujours exprimé par $\frac{y}{x}$ est égal à $-\frac{13,31}{x} + \frac{19,56}{18}$. Il devient nul quand cette expression est égale à l'unité, c'est-à-dire quand on a

$$-\frac{13,31}{x} + \frac{19,56}{18} = 1, \quad \text{d'où l'on tire} \quad x = 154.$$

Ainsi, quand un tuyau, ouvert par les deux bouts, aura une longueur double de 154 lignes ou égale à environ 26 pouces, si l'on couvre les $\frac{1}{6}$ de son orifice, comme Bernoulli l'avait fait dans ses expériences, le son qu'il rendra sera le même que si l'orifice était tout-à-fait découvert. Pour des tuyaux plus longs que cette limite, la fraction $-\frac{13,31}{x}$, devenant moindre, la quantité $\frac{y}{x}$, ou $-\frac{13,31}{x} + \frac{19,56}{18}$, surpasse l'unité, ce qui montre qu'alors le ton, au lieu de s'abaisser, s'élève, comme si le tuyau était un peu raccourci. Mais cette élévation sera toujours très-faible, car dans le cas même de x infini, ce qui suppose une longueur de tuyau infiniment grande, elle ne serait encore que $\frac{19,56}{18}$ ou à peu près $\frac{16}{14}$, c'est-à-dire un peu plus qu'un semi-ton mineur. Ainsi, on peut la regarder comme tout-à-fait négligeable dans la pratique ; et même elle pourrait bien être occasionée par quelque petite erreur dans les expériences ou dans les longueurs mesurées, et il faut seulement en conclure qu'une fois que les tuyaux à bouche, ouverts des deux côtés, ont plus de vingt-six pouces de longueur, on peut suivre, en les construisant, les rapports de longueur donnés par la théorie, comme si leur orifice était entièrement découvert.

Pour compléter ces expériences sur l'effet des embouchures, nous avons cherché, M. Hamel et moi, quelle influence une ouverture plus ou moins grande de la lumière pourrait avoir sur le mode de vibrations établi dans un tuyau par un courant

d'air constant. Pour cela, nous avons pris un tuyau de bois long de quatre pieds, bouché par un bout ; nous l'avons choisi de cette dimension, afin qu'une petite variation dans l'ouverture de la bouche fût comme insensible, relativement à la longueur totale du tuyau, et n'eût d'autre influence que d'amener la lèvre supérieure plus près ou plus loin de la fente étroite, d'où sort le courant d'air qui met la colonne en vibrations. Pour que le courant fût constant, nous avions adapté le tuyau à un soufflet d'orgues pressé par un poids invariable; le tuyau était carré, et avait quatre pouces de côté ; la lumière était pratiquée sur un des côtés qu'elle traversait dans toute sa largeur, sur une hauteur d'un pouce. Avec cette ouverture, le soufflet faisait rendre au tuyau un son fondamental qui était l'*ut* le plus grave de notre orgue ou ut_1 ; mais en la rétrécissant successivement, au moyen d'une lame mince de plomb, aussi large que le tuyau, et que l'on avançait peu à peu parallélement à son axe, le même courant d'air en tirait successivement des tons de plus en plus aigus, quoique toujours compris dans la série de ceux que peut donner un pareil tuyau. Voici la série des expériences : les ouvertures de la lumière sont exprimées en parties égales dont 66 $\frac{1}{2}$ valent 1 pouce.

Son rendu par le tuyau.	Valeur des sons, en prenant le premier pour unité.	Ouverture de la lumière.
ut_1	1	66,00
sol_2	3	36,5
mi_3	5	26,00
$si_3^{\flat}$	7	20,5
re_4	9	16,5
fa_4	11	14,00
⋮	⋮	⋮
fa_6	43	3,8

De quelque manière que l'on ait varié l'embouchure, on n'a

jamais pu obtenir que des sons compris dans la série des nombres impairs, ce qui est conforme à ce que la théorie enseigne pour les tuyaux bouchés par un bout. Par exemple, on a essayé vainement d'obtenir des octaves, on n'a jamais pu y réussir, quelque variation graduée qu'on ait donnée à l'ouverture de la lumière, et l'on passait brusquement du son 1 au son 3 sans obtenir le son 2.

Pour trouver la loi de ces résultats, regardons les valeurs des sons rapportées dans la seconde colonne comme des abscisses, et les ouvertures de la lumière comme les ordonnées correspondantes. Représentons les premières par x, les secondes par y; puis prenant deux axes rectangulaires OX, OY, fig. 68, construisons graphiquement la courbe exprimée par ces observations; nous trouverons que cette courbe ressemble tout-à-fait à une hyperbole équilatère, ayant pour l'une de ses asymptotes l'axe même des X, et pour l'autre asymptote une ligne parallèle à l'axe des Y. Pour savoir jusqu'à quel point cette présomption est exacte, réduisons-la en calcul; l'équation d'une pareille hyperbole, rapportée ainsi à ses asymptotes, est nécessairement de cette forme

$$y\,(x + a) = c,$$

a et c étant des constantes qu'il faut déterminer par observation. Employons pour cela cette considération que l'ordonnée correspondante à *ré*$_4$ ou à $x = 9$ est justement le quart de l'ordonnée correspondante à *ut*$_1$ ou à $x = 1$; en représentant par b cette dernière, qui, dans le cas particulier de notre expérience, est égale à 66, nous aurons d'abord

$$b\,(1 + a) = c,$$

ce qui donne en général

$$y\,(x + a) = b\,(1 + a);$$

puis faisant à la fois

$$x = 9 \quad \text{et} \quad y = \frac{b}{4},$$

il viendra

$$\frac{b}{4}(9 + a) = b\,(1 + a),$$

d'où l'on tire

$$a = \frac{5}{3}.$$

En substituant cette valeur dans l'équation de notre hyperbole, elle devient $y\,(3x+5)=8b$,

d'où l'on tire

$$y=\frac{8b}{3x+5}.$$

Maintenant, pour vérifier cette formule, il faut en déduire les ouvertures de la bouche, correspondantes à nos diverses observations, et voir si elles sont bien représentées. Nous aurons ainsi le tableau suivant, où nous avons fait $b=66$, conformément à notre expérience.

Valeurs de x.	Valeurs de y		
	calculées.	observées.	
1	66	66	0,0
3	37,7	36,5	+1,2
5	26,4	26 +	+0,4
7	20,3	20,5	+0,2
9	16,5	16,5	0,0
11	13,9	14,0	—0,1
43	3,94	3,8	+0,14.

L'accord des expériences avec la formule est aussi exact que les expériences elles-mêmes le comportent; car chaque son n'est pas mathématiquement fixé à telle ouverture de la lumière, et quand on a trouvé le degré d'ouverture qui le donne de la manière la plus pleine, une petite variation en plus ou en moins le donne également. Il est bien remarquable que cette loi soit assez exacte pour représenter encore l'ouverture correspondante au son fa_6, dont la valeur est si éloignée de celles qui ont servi de donnée. D'après la théorie exposée au commencement de ce chapitre, on voit que pour former ce son, la colonne d'air se divise en vingt-deux parties qui vibrent séparément, dont la

première, située près de l'embouchure, a pour longueur $\frac{l}{43}$, l étant la longueur du tuyau, tandis que chacune des 21 autres, ayant une longueur double de la précédente, et égale à $\frac{2l}{43}$, représente un tuyau bouché des deux côtés. Ici, lorsque l'ouverture de la bouche était totale, la longueur l, mesurée depuis le fond du tuyau jusqu'au commencement de la lumière, était 48 pouces. Mais lorsque l'ouverture était rétrécie jusqu'à donner le fa_6, cette longueur était presque augmentée d'un pouce, ce qui la portait à 49. La longueur de la première division de la colonne était donc alors $\frac{49}{43}$, ou $1^{po}\frac{6}{43}$, et celle des autres divisions était $2^{po}\frac{12}{43}$, tandis qu'elles auraient été de $1^{po}\frac{1}{43}$ et $2^{po}\frac{10}{43}$, si l'on n'avait pas tenu compte de la variation de longueur produite par le rétrécissement de l'ouverture ; d'où l'on voit que l'influence de cette augmentation sur la valeur des sons et leur progression successive, n'est ici d'aucune conséquence. Ce fa_6 n'était pas encore le son le plus aigu que l'on pouvait tirer du tuyau, car en rétrécissant l'ouverture encore davantage, nous sommes parvenus à lui faire rendre un son extrêmement peu différent de ut_7 ; et comme ut_7 répondrait au nombre pair 64, qui n'est pas de ceux qu'un pareil tuyau peut admettre, celui que nous avons obtenu devait répondre à 63 ou à 65, qui, en effet, ne diffère de ut_7 que de la valeur du comma $\frac{64}{65}$. Pour savoir quelle était alors la longueur des ondes sonores qui se formaient dans le tuyau et dans l'air extérieur, il n'y a qu'à reprendre la formule générale

$$\frac{(2n+1)}{2}\alpha = l,$$

qui exprime la relation de α et de l dans les tuyaux bouchés par un bout ; et puisque le nombre impair $2n+1$ devient ici égal à 65, on aura

$$n = 32, \qquad \alpha = \frac{2l}{65};$$

c'est-à-dire que lorsqu'on entendait ce son, la colonne d'air contenue dans le tuyau se divisait en 33 parties, dont 32 étaient

égales à $\frac{2l}{65}$, et la dernière vers l'orifice égale à $\frac{l}{65}$. La longueur des ondes sonores excitées alors dans la colonne et dans l'air extérieur, était donc $\frac{98^{po}}{65}$ ou $18^{lig}.1$; c'est à peu près la limite des sons appréciables d'une manière musicale, ceux qui sont plus aigus n'étant pour ainsi dire que des sifflemens. Ainsi nous devons en conclure que des ondes sonores plus courtes, ou n'ébranlent pas assez l'oreille pour former des sons sensibles, ou se succèdent avec trop de rapidité pour que cet organe puisse découvrir entre elles des périodes d'intensité et des intermittences qui lui permettent de les comparer.

A ces résultats si bien d'accord avec la théorie, j'en ajouterai un autre qui achevera de la confirmer avec évidence. Nous avons prouvé de diverses manières que notre oreille distinguait les sons les uns des autres, et les comparait entre eux d'après la rapidité plus ou moins grande des vibrations qui les produisent. Or, si, après avoir fixé une lame élastique par une de ses extrémités, on lui donne une longueur telle qu'elle fasse 128 vibrations par secondes, on trouve qu'elle est alors à l'unisson de l'*ut* le plus grave du clavier, qui, dans l'orgue, répond au son fondamental d'un tuyau de quatre pieds bouché d'un côté; il faut donc que dans ce tuyau la colonne d'air fasse alors 128 vibrations par seconde, quand on en tire le son fondamental. C'est ce qu'il nous sera facile de vérifier; car nous avons trouvé ci-dessus que dans ce cas, le nombre des vibrations par secondes est exprimé par $\frac{a}{2l}$, l étant la longueur du tuyau, et a l'espace que le son parcourt dans une seconde, lequel était de $337^{m},18$ dans l'expérience des académiciens de Paris. Si nous voulons faire le calcul pour cette température, il n'y a qu'à supposer $l = 4^{pds} = 576^{lig}$, et en réduisant aussi la valeur de a en lignes, au moyen du facteur $443,296$, qui exprime la valeur du mètre en lignes, le nombre des vibrations de la colonne d'air, en une seconde, sera

$$\frac{a}{2l} = \frac{337,18 \cdot 443,296}{2.576} = 129,75.$$

Ce résultat est intermédiaire entre le nombre 128 trouvé par M. Chladni, d'après les vibrations des lames élastiques, et le nombre 131,5 trouvé par Sarti, d'après les vibrations transversales des cordes. La différence peut tenir à l'inégalité des températures pour lesquelles sont calculés les résultats que nous comparons; car la température faisant varier l'élasticité de l'air, change nécessairement le son rendu par les tuyaux. On s'aperçoit bien de cet effet dans les orgues et même dans les flûtes ordinaires; lorsque l'air que ces dernières renferment s'est échauffé par le souffle de l'haleine, elles rendent un son plus haut que lorsqu'on commence à s'en servir. Si l'on voulait calculer ce changement de ton pour une température donnée, il n'y aurait qu'à employer le coefficient a qui convient à cette température, selon la formule de la page 22; car le changement que la longueur l du tuyau éprouve par la dilatation propre de la matière qui le compose est trop peu sensible pour qu'il faille y avoir égard. Remarquons enfin que, dans ces calculs, il était nécessaire d'employer, comme nous l'avons fait, le coefficient $337^{m},18$ donné par l'expérience. Car le dégagement mécanique de chaleur qui change la vitesse du son donnée par la théorie, doit avoir la même influence sur la rapidité des vibrations qui dépend de ce même coefficient.

Outre le moyen que j'ai exposé page 3, pour déterminer les nombres absolus de vibrations de chaque son par les oscillations d'une lame élastique, on a encore employé plusieurs autres procédés qui, lorsqu'ils sont appliqués avec exactitude, conduisent au même résultat.

Celui de tous qui semble le plus ingénieux a été indiqué par Sauveur. Il consiste à faire entendre en même temps deux sons assez différens l'un de l'autre, pour que le *son résultant* dont nous avons développé la formation, page 48, soit tellement grave et composé de rencontres si peu fréquentes, qu'il se change en une suite de battemens que l'on puisse compter; car si l'on parvient à déterminer par observation le temps après lequel ces battemens se succèdent, on aura aisément, par le calcul, les nombres absolus de vibrations qui conviennent à chacun des sons composans, nombres dont le rapport est donné

par la théorie. Cette expérience doit se faire sur l'orgue, où l'on a le grand avantage de pouvoir prolonger les sons à volonté, et les soutenir avec une force égale, par le moyen d'un courant constant d'air. Les effets des battemens dont il s'agit sont très-sensibles sur cet instrument, lorsqu'on y fait résonner ensemble deux notes voisines, prises dans les octaves les plus graves; alors ils font, pour ainsi dire, l'effet d'un roulement de tambour dont les coups sont plus ou moins précipités. Si on observe attentivement leurs intervalles avec un chronomètre à demi-seconde, on reconnaît qu'ils sont parfaitement isochrones pour chaque couple de notes que l'on compare, quoique leur durée absolue soit diverse d'une note à une autre. Pour montrer l'application de ce phénomène à la question qui nous occupe, je suppose, par exemple, que l'on fasse résonner ut_1 et $ré_1$ d'une octave grave de l'orgue où l'ut_1 soit donné par un tuyau de 8 pieds, bouché par un bout. D'après la théorie, le nombre de vibrations relatif à cet ut_1, est 64 vibrations par seconde. Pour savoir quel sera ce nombre dans le son résultant, il faut se rappeler que ut_1 étant 1 ou $\frac{8}{8}$, $ré_1$ sera $\frac{9}{8}$, d'où, par la règle donnée page 49, on conclut que le son résultant sera $\frac{1}{8}$, et par conséquent le nombre de ses vibrations par seconde sera aussi $\frac{1}{8}$ de 64 ou seulement 8; mais ce nombre, quoique beaucoup trop petit pour former un son continu, est encore trop grand pour être compté avec exactitude; il faut donc rendre encore les coïncidences des vibrations moins fréquentes, en rapprochant davantage les deux sons. Ayant pris, par exemple, une note quelconque pour représenter $ut_1 = 1$, accordez parfaitement avec elle la tierce-majeure $mi_1 = \frac{5}{4}$, puis la tierce-mineure $mi_1^{\flat} = \frac{6}{5}$ ou $\frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25}$. On peut y parvenir en se faisant donner ces trois sons par un monocorde bien gradué; et comme ils sont fréquemment employés, leurs rapports avec ut_1 s'apprécient avec beaucoup de justesse. Alors si vous faites résonner ensemble $mi = \frac{5}{4} = \frac{25}{20}$ et $mi^{\flat} = \frac{6}{5} \cdot \frac{24}{25} = \frac{24}{20}$, on voit que le son résultant aura pour expression $\frac{1}{20}$, c'est-à-dire qu'il ne fera qu'une vibration pendant que ut en fera 20. Supposons, comme tout-à-l'heure, que ut_1 soit le ut donné

par un tuyau d'orgue de 8 pieds bouché, où d'après la théorie, la colonne d'air fait 64 vibrations par seconde, le nombre de vibrations du son résultant sera $\frac{64}{10}$ ou $6.\frac{1}{5}$, de sorte qu'on pourra l'apprécier avec beaucoup d'exactitude en comptant les vibrations qui se succèdent pendant un intervalle de 20 ou de 30 secondes, mesuré sur un chronomètre bien réglé.

Telle était l'idée de Sauveur; mais on ne doit pas disconvenir que, dans la pratique, elle offre de grandes difficultés. Si, comme nous venons de le supposer, on opère sur une octave très-basse, il sera fort difficile, pour ne pas dire impossible, d'accorder avec la dernière justesse les deux sons *mi*♭ et *mi*, parce que les vibrations étant alors peu rapides, les sons deviennent extrêmement sourds et approchent déjà beaucoup d'un simple bourdonnement. Si, pour éviter cette difficulté, on veut opérer sur des octaves plus aiguës, les deux sons pourront s'obtenir avec beaucoup plus de justesse, mais alors le son résultant sera composé de battemens beaucoup plus rapides. Il donnerait, par exemple, environ sept battemens par seconde, si l'*ut* était donné par un tuyau de 4 pieds bouché; et enfin dans les octaves supérieures, les battemens se succéderaient avec assez de rapidité pour produire un son continu. Pour obvier à cet inconvénient, Sauveur proposait d'insérer entre *mi* et *mi*♭ un tuyau intermédiaire tellement réglé, que les battemens de ce tuyau avec *mi*♭ ou avec *mi* se succéderaient par des intervalles exactement pareils. C'est à quoi l'on conçoit qu'il est possible d'arriver progressivement par des essais, en prenant d'abord un tuyau de même longueur que celui qui donne *mi*♭, et le raccourcissant peu à peu, jusqu'à ce que la condition dont il s'agit soit remplie. Alors la valeur du son donné par ce tuyau serait une moyenne arithmétique entre les extrêmes $\frac{6}{7}$ et $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire qu'il serait $\frac{49}{40}$, et les valeurs consécutives des trois sons réduites au même dénominateur deviendraient $\frac{48}{40}$, $\frac{49}{40}$, $\frac{50}{40}$; d'où l'on voit qu'en effet le premier ferait 48 vibrations, tandis que le second en ferait 49, et le troisième 50. Si l'on voulait comparer les sons extrêmes qui ont pour facteur commun 2, le son résultant serait exprimé par $\frac{3}{40}$ ou $\frac{1}{10}$ du son fondamental ut_1, comme précédemment;

mais si l'on compare le son intermédiaire $\frac{42}{40}$ avec $mi_1^{\flat}$, alors le facteur commun 2 n'existant plus, le nombre des vibrations du son résultant serait $\frac{1}{40}$ de ut_1, c'est-à-dire que ses battemens seraient deux fois moins rapides. Si l'on voulait qu'ils devinssent plus lents encore, il suffirait d'insérer un nouveau tuyau entre $\frac{42}{40}$ et $\frac{40}{40}$, et ainsi de suite indéfiniment; mais je doute que cette bissection, excellente dans la théorie, fût bien exacte dans la pratique.

On pourrait, je crois, atteindre le même but par un moyen plus sûr et plus commode. Concevons deux tuyaux cylindriques A, B, fig. 69, égaux dans toutes leurs dimensions, et montés sur un même réservoir d'air. Je suppose ces tuyaux ouverts par les deux bouts et composés chacun de deux cylindres, mobiles l'un dans l'autre par le moyen d'une vis, afin que l'on puisse à volonté allonger le tuyau total ou le raccourcir. L'allongement serait mesuré par une division tracée sur les cylindres mêmes. Les choses étant ainsi disposées, on commencera par accorder le tuyau A avec le tuyau B, de manière qu'ils soient parfaitement à l'unisson, ce qu'il est bien aisé de reconnaître lorsque l'on a l'oreille exercée. Alors, pour déterminer la vraie longueur l de la colonne d'air vibrante, indépendamment de l'effet de l'embouchure, on emploiera le moyen dont s'est servi Daniel Bernoulli; on introduira dans le tuyau A un piston qui en fera un tuyau fermé par un bout, et on enfoncera ce piston jusqu'à ce que le tuyau A ainsi bouché vienne de nouveau à l'unisson du tuyau B. Quand cette condition sera remplie, on mesurera sur la tige du piston même, la quantité dont il sera enfoncé. Ce sera la longueur exacte l de la colonne d'air consonnante avec B, dans un tuyau bouché par un bout et dont l'orifice serait entièrement ouvert.

Maintenant retirons le piston, et le tuyau A étant redevenu ouvert comme dans la première expérience, faisons marcher la vis V, de manière à l'allonger ou à le raccourcir d'une quantité telle qu'en le faisant résonner avec B, il donne précisément n battemens dans l'intervalle de N secondes, N étant un nombre entier quelconque. C'est à quoi l'on parviendra avec la

plus grande facilité, surtout si les tuyaux sont un peu longs, ce qui rendra le son fondamental plus grave et la variation de longueur plus sensible. Quand on sera arrivé à ce terme, on arrêtera la vis V, et l'on enfoncera le piston de nouveau jusqu'à ce que le tuyau bouché A étant comparé à B, donne aussi n battemens en N secondes. Je suppose que, pour cela, il faille l'enfoncer de la quantité l'; l' sera donc la longueur exacte de la colonne d'air qui, comparée à l, donnerait n battemens en N secondes, l'une et l'autre étant enfermées dans un tuyau bouché par un bout, et entièrement ouvert par l'autre. Or, si l'on appelle x le nombre absolu et inconnu de vibrations faites en N secondes par la première colonne d'air, la seconde en fera en même temps $x + n$, si elle est plus courte, et $x - n$, si elle est plus longue, ce qu'il est facile de savoir. Supposons que le premier cas ait lieu; alors les nombres x et $x + n$ doivent être *rigoureusement* réciproques aux longueurs l et l', ce qui donne l'équation

$$\frac{x+n}{x} = \frac{l}{l'},$$

de laquelle on tire

$$x = \frac{nl'}{l-l'}.$$

Quand on connaîtra ainsi le nombre x de vibrations faites en N secondes, on aura proportionnellement pour une seconde le nombre $\frac{x}{N}$.

Afin d'apprécier l'exactitude de cette méthode, prenons pour exemple les tuyaux de 8 pieds ouverts, dans lesquels la théorie indique environ 128 vibrations par seconde pour le ton fondamental. Supposons de plus que l'un d'eux ait été raccourci de manière à ce que l'on entende précisément quatre battemens par seconde. Il est très-facile de compter jusque-là, et en soutenant ce son pendant quinze ou vingt secondes, on pourra s'en assurer avec la plus grande exactitude. Dans ces suppositions, nous aurions

$$x = 128; \quad n = 4; \quad N = 1; \quad l = 4^{\text{pieds}} = 576^{\text{lignes}},$$

Or, la formule donne

$$l' = \frac{lx}{x+n},$$

et par suite

$$l - l' = \frac{nl}{x+n};$$

en y mettant pour l, n, x, leurs valeurs, il vient

$$l - l' = \frac{576^l.4}{132} = 17^{lig}\,\frac{4}{11}.$$

C'est-à-dire, que la marche du piston depuis la consonnance parfaite jusqu'à la différence de quatre battemens par seconde, serait d'environ dix-sept lignes et demie. Cette quantité est déjà susceptible d'être mesurée avec beaucoup d'exactitude, mais on peut la rendre deux fois plus grande, en comparant les longueurs du tuyau A entre elles, quand les n battemens sont en plus ou en moins, c'est-à-dire quand il est plus court et quand il est plus long que le tuyau B. Car, le nombre absolu des vibrations en N secondes est, dans le premier cas, $x+n$; dans le second, $x-n$; et, en nommant l', l'' les longueurs des colonnes d'air relatives à ces deux expériences, on a

$$\frac{x+n}{x-n} = \frac{l''}{l'},$$

ce qui donne

$$x = \frac{n(l''+l')}{l''-l'},$$

ensuite

$$l' = \frac{l''(x-n)}{x+n}, \qquad \text{et} \qquad l''-l' = \frac{2nl''}{x+n}.$$

Si l'on suppose comme ci-dessus

$$l'' = 576^l. \quad n = 4 \quad x = 128,$$

on aura

$$l''-l' = 3/4^{lign.}\,\frac{10}{11}.$$

quantité double de celle que nous avions obtenue d'abord. Les expériences du pendule, faites sur l'étendue de la méridienne de France, ont montré jusqu'à quel degré de précision

on peut mesurer de petites longueurs en se servant de comparateurs bien exécutés. Pour porter ici à l'extrême les erreurs dont les mesures sont susceptibles, supposons que l'on trouve $l'' - l'$ égale à $34^{lig.}$ au lieu de $34 . \frac{1}{11}$, que nous donne ici le calcul; alors en prenant toujours $n = 4$, $l'' = 576^{lig.}$, on aurait

$$l'' - l' = 34^{lig.} \qquad l' = l'' - 34^{lig.} = 542^{lig.},$$

ce qui donnerait

$$x = \frac{4 . 1118}{34} = 131\,\tfrac{1}{2};$$

de sorte que cette erreur énorme sur les mesures ne donnerait encore, sur les nombres de vibrations par seconde, qu'une différence de trois unités.

Cette seconde manière de faire l'expérience offre encore un autre avantage; c'est que, pour produire les longueurs successives et pour mesurer leur différence $l'' - l'$, on n'a pas besoin de retirer le piston; de sorte que les observations que l'on compare peuvent se faire en quelques instans, dans des circonstances exactement pareilles, et se répéter autant de fois que l'on voudra; ce qui éviterait toute l'influence des variations de température de l'air. Pour plus d'exactitude, il faudrait que le vent fût donné aux tuyaux d'une manière parfaitement égale, par le moyen d'un gazomètre ou par un soufflet à pression constante. Car un courant inégalement rapide, agissant avec plus ou moins de force sur les premières couches d'air, étend plus ou moins loin l'influence de l'embouchure, et peut apporter ainsi quelques changemens dans le ton.

Lorsque dans un orgue imparfaitement accordé on fait résonner ensemble deux tuyaux dont les sons comprennent un intervalle musical, susceptible d'être exprimé par des nombres simples, on entend toujours des battemens pareils à ceux dont nous venons de parler; à mesure que l'on corrige l'erreur et que l'on ramène l'accord, les battemens deviennent plus rares; enfin, quand l'accord est tout-à-fait exact, ils cessent entièrement, et l'on n'entend plus qu'une faible résonnance du son résultant, du moins lorsque l'on n'opère pas sur les octaves les plus graves de l'orgue. La même chose s'observe aussi dans le piano-forté,

quoique plus difficilement, parce que le son n'y est point persistant, et que beaucoup de cordes y résonnent ensemble. Il faut alors une oreille exercée pour apercevoir ces battemens, à moins que l'intervalle ne soit tout-à-fait discord. Mais, dans ces deux instrumens et dans tous ceux du même genre, l'audition d'un troisième son, exempt de battemens, est l'indice le plus sûr d'un accord exact, comme les accordeurs habiles le savent très-bien. Pour concevoir la cause de ce phénomène, il faut l'observer d'abord sur les intervalles peu composés, telles que sont des quintes ou des tierces, que l'oreille apprécie facilement, et dont les rapports avec le son fondamental sont exprimés par des nombres simples, tels que $\frac{4}{5}$ pour la tierce majeure *ut mi*, et $\frac{2}{3}$ pour la quinte *ut sol*. Considérons cette dernière. Si elle est juste et qu'on la fasse résonner avec le son fondamental ut_1, les nombres de vibrations seront comme 2 à 3, et il se fera une rencontre à chaque deuxième vibration de ut_1; d'où naîtra le son résultant ut_{-1}, plus grave que ut_1 d'une octave : c'est précisément l'expérience de Tartini. A présent, supposons que l'on altère le rapport exact $\frac{2}{3}$ d'une petite quantité, telle que $\frac{1}{100}$, en sorte que les nombres de vibrations dans un même temps soient entre eux comme 2 à $3 + \frac{1}{100}$. Alors il arrivera qu'après deux vibrations de ut_1, le *sol* en aura fait un peu plus de 3. Cependant, l'erreur n'étant que de $\frac{1}{100}$ de vibration, il se pourra que l'oreille n'y soit pas sensible, et juge cette première coïncidence exacte. Mais après quatre vibrations de ut_1, l'erreur de la coïncidence sera double; après six vibrations elle sera triple, et ainsi de suite. Il arrivera donc un instant où elle commencera à devenir sensible à l'oreille. Supposez que ce soit après $2n$ vibrations de ut_1, ce qui la portera à $\frac{n}{100}$. Alors l'oreille *commencera* à connaître que l'ordre des coïncidences est interrompu. Mais lorsque l'erreur accumulée surpassera $1 - \frac{n}{100}$, en sorte que pour égaler une vibration entière il lui manque moins que $\frac{n}{100}$, comme par supposition, l'oreille n'est plus

sensible à cette différence, elle jugera que *sol*$_1$ a gagné une vibration, et qu'ainsi l'ordre des coïncidences est redevenu exact. Cette sensation durera jusqu'à ce que l'erreur dont il s'agit soit tout-à-fait détruite, et ait passé en sens contraire comme la première fois. Ces alternatives, successivement répétées, produiront donc sur l'oreille l'effet d'une suite de battemens éloignés les uns des autres, dont la durée et les périodes dépendront du défaut de justesse de l'intervalle. A mesure qu'il s'approchera de l'exactitude, les interruptions des coïncidences deviendront moins sensibles, et les battemens plus rares, jusqu'à ce qu'enfin ils disparaissent tout-à-fait pour ne laisser plus apercevoir que le rapport simple des deux sons et la régularité non interrompue de leurs coïncidences; d'où naîtra le son résultant de Tartini. Sans cette accumulation progressive des erreurs, on ne concevrait pas comment ces battemens peuvent avoir une durée appréciable, ce qui a pourtant lieu quand ils sont réduits, par exemple, à 3 ou 4 par seconde; et l'on ne comprendrait pas davantage comment ils peuvent se succéder avec tant de lenteur lorsqu'ils sont donnés par deux sons aussi distans et aussi rapides que *ré* et *mi*$^\flat$ pris sur la troisième octave de l'orgue, dont l'*ut* est donné par un tuyau de 2 pieds ouvert, ce que j'ai eu pourtant l'occasion d'observer avec M. Hamel, quoique cet intervalle différât très-peu de l'exactitude.

Il se pourrait que cette durée rendît inexact le moyen proposé par Sauveur pour déterminer les nombres absolus des vibrations des colonnes d'air; car il suppose que la coïncidence des pulsations se fait sentir à l'oreille d'une manière instantanée. C'est ce que l'on déciderait, par expérience, en se servant de l'appareil que j'ai décrit plus haut. Jusque-là il faut s'en rapporter aux indications de la théorie qui se trouvent confirmées, comme on l'a vu, par les expériences de Chladni et de Sarti; et puisqu'il en résulte que l'*ut*$_1$ donné par un tuyau de 4 pieds bouché, répond à environ 128 vibrations par seconde, il faut en conclure que l'*ut*$_8$, qui peut être regardé comme la limite des sons appréciables, répond à $(128)^2$ ou 16384 vibrations.

Lorsque l'on touche de grandes orgues dont les tuyaux ont jusqu'à 16 et 32 pieds de longueur, il faut un temps sensible pour mettre la colonne d'air qu'ils renferment en vibration régulière. Car si, dans un de ces instrumens bien accordé, on touche deux notes des premières octaves qui soient entre elles dans un rapport simple, comme celui de quinte ou de tierce, on commence par entendre quelques battemens, qui bientôt disparaissent en laissant à l'accord des sons une parfaite régularité.

En général la construction des orgues présente une foule de phénomènes d'acoustique très-dignes d'occuper les physiciens. C'est là que l'on peut étudier les modifications infiniment variées que le son peut recevoir, soit par l'effet des embouchures diverses qui introduisent l'air, soit par les obstacles qui interrompent ou retardent les vibrations, comme lorsqu'on ferme un des bouts des tuyaux en totalité ou en partie, soit enfin par l'influence de la configuration des tuyaux eux-mêmes. Dans l'impossibilité d'exposer tous ces détails, j'en indiquerai du moins les résultats principaux, qui nous feront d'ailleurs passer en revue ce qu'il y a de plus intéressant dans les instrumens à vent, puisque l'orgue les imite tous, avec quelques légères modifications.

Des Tuyaux à cheminée.

On appelle ainsi, dans l'orgue, des tuyaux fermés par un bout, mais au fond desquels on perce une petite ouverture circulaire à laquelle on adapte un tuyau de plomb ouvert par les deux bouts et de quelques pouces de longueur. Le son de ces tuyaux est intermédiaire entre celui des tuyaux d'égal diamètre, tout-à-fait ouverts et tout-à-fait bouchés.

Pour soumettre cet arrangement à la théorie, considérons d'abord l'assemblage de deux tuyaux cylindriques A B, B D de différens diamètres, ajustés l'un sur l'autre, fig. 70; le premier entièrement ouvert à ses deux bouts A et B; le second entièrement fermé en B et D, à l'exception de l'ouverture né-

cessaire pour laisser passer le tuyau A B. Si la colonne d'air renfermée dans un pareil système est mise en vibration en soufflant par l'extrémité A du petit tuyau, il pourra arriver que toutes ses parties oscillent ensemble ou se séparent en d'autres parties plus petites, comme nous avons vu que cela avait lieu dans les tuyaux cylindriques. Considérons d'abord le premier mode de vibration, qui est le plus simple, et qui nous donnera le son fondamental. Dans ce cas, les variations de densité seront nulles à l'extrémité ouverte A du petit tuyau, mais les excursions y seront les plus grandes possibles. De là, en allant vers l'extrémité B, les variations de densité commenceront à se faire sentir, et les excursions à décroître; mais au point B l'accroissement de diamètre produira un changement brusque qui diminuera tout à coup les excursions, après quoi elles diminueront de nouveau jusqu'au fond bouché du gros tuyau, où elles deviendront tout-à-fait nulles. De plus, il y aura une portion insensible d'air qui passera alternativement d'un tuyau dans l'autre. Ainsi dans chacun des tuyaux considérés à part, les vibrations s'opéreront suivant les lois générales que nous avons trouvées pour les tuyaux cylindriques. Tout ce qui reste à faire, c'est de les renouer, pour ainsi dire, les unes aux autres, en leur donnant des étendues telles que la quantité d'air qui sort du petit tuyau pour entrer dans le grand, quand le mouvement est dans ce sens, soit précisément celle qu'il faut pour remplir alors le grand tuyau, eu égard à sa grosseur, à l'étendue des excursions qui s'y produisent, et réciproquement. Or, le calcul permet d'exprimer cette condition; car il donne à chaque instant l'expression du déplacement et de la densité des particules dans un point quelconque d'un tuyau cylindrique, lorsque l'on connait la durée des vibrations. Ici cette durée est inconnue; mais on sait qu'elle doit être la même pour les particules d'air renfermées dans les deux tuyaux A B, B D, et cette condition la détermine. Soit L la longueur du gros tuyau et n son diamètre, celui du petit étant 1 et sa longueur l. Si l'on désigne par λ la longueur inconnue d'un tuyau entièrement cylin-

drique, qui, étant fermé par un bout, serait à l'unisson des deux autres, on a pour déterminer λ l'équation

$$\text{tang}\left(\frac{\pi L}{2\lambda}\right) . \text{tang}\left(\frac{\pi l}{2\lambda}\right) = \frac{1}{n^2}.$$

π est le rapport de la circonférence au diamètre ou 3,14159.

Si la longueur du petit tuyau est nulle, on a $l = 0$; tang $\frac{\pi l}{2\lambda}$ devient nulle, et tang $\left(\frac{\pi L}{2\lambda}\right)$ infinie; par conséquent l'angle $\frac{\pi L}{2\lambda}$ est alors égal à un angle droit ou à $\frac{\pi}{2}$, ce qui donne $\lambda = L$.

La longueur du tuyau inconnu est alors égale à celle du tuyau L lui-même. Ce résultat est conforme à la vérité ; car, dans ce cas, il n'y a plus qu'un seul tuyau cylindrique L fermé par un bout D, et percé à l'autre d'une ouverture B qui, dans nos calculs, est supposée faire le même effet qu'un orifice entièrement découvert ; supposition qui devient exacte si le tuyau est assez long, ou si l'air y est convenablement ébranlé. De même quand on suppose $L = 0$, la formule donne $\lambda = l$, ce qui est vrai encore, puisqu'alors il ne reste que le petit tuyau l. Enfin si $n = 1$, on a

$$\text{tang}\left(\frac{\pi L}{2\lambda}\right) \text{ tang}\left(\frac{\pi l}{2\lambda}\right) - 1 = 0,$$

or en général

$$\text{tang}\left(\frac{\pi L}{2\lambda} + \frac{\pi l}{2\lambda}\right) = \frac{\text{tang}\left(\frac{\pi L}{2\lambda}\right) + \text{tang}\left(\frac{\pi l}{2\lambda}\right)}{1 - \text{tang}\left(\frac{\pi L}{2\lambda}\right) \text{ tang}\left(\frac{\pi l}{2\lambda}\right)}.$$

Le dénominateur du second membre devient donc nul dans le cas que nous considérons; ainsi tang $\left(\frac{\pi L}{2\lambda} + \frac{\pi l}{2\lambda}\right)$ devient infinie, ce qui donne

$$\frac{L}{\lambda} + \frac{l}{\lambda} = 1, \quad \text{ou} \quad \lambda = L + l;$$

résultat également conforme à la vérité, puisqu'alors il n'y a plus qu'un seul tuyau cylindrique de la longueur $L + l$. Ber-

noulli a fait beaucoup d'expériences pour vérifier cette formule dans les autres cas, et il a toujours trouvé qu'en évitant les erreurs produites par l'influence des embouchures, comme on peut le faire, soit en prenant de longs tuyaux, soit en soufflant de loin dans leur intérieur, le calcul ne le trompait jamais de plus d'un quart de ton.

Il faut remarquer que le passage de l'air en B, du gros tuyau dans le petit, doit faire aussi à peu près l'effet d'une embouchure, c'est-à-dire que les premières couches d'air, qui se trouvent en cette partie, ne doivent pas être ébranlées si régulièrement que le reste de la colonne; mais, ici comme dans les tuyaux entièrement cylindriques, l'anomalie doit devenir insensible en accroissant suffisamment les longueurs, et c'est la seule espèce de limitation que la formule comporte.

Cherchons maintenant ce qui arriverait si le gros tuyau BD était ouvert en D, au lieu d'être bouché comme nous l'avons supposé tout-à-l'heure. C'est ici proprement le cas des tuyaux à cheminée dans les orgues; car ces tuyaux y sont munis en D d'une bouche et d'une lèvre contre laquelle on souffle une lame d'air par le moyen d'un porte-vent. Alors les deux bouts du tuyau communiquant avec l'atmosphère, il faut que la variation de densité y soit nulle, et que la colonne d'air se divise en deux ou plusieurs portions AN, DN, séparées par des nœuds de vibrations où les excursions des particules y soient nulles, et les variations de densité les plus grandes possibles. S'il n'y a qu'un seul nœud, sa position devra être telle que les deux portions ANDN de la colonne fassent leurs vibrations dans le même temps, et rendent par conséquent le même son; d'où l'on voit que la portion cylindrique DN aura, relativement au tuyau AN, précisément la longueur que nous avons désignée par λ dans notre formule. Conservons cette dénomination et toutes les autres dont nous avons fait usage; alors, dans cette seconde manière de vibrer, DN étant λ, BN deviendra $L - \lambda$, et AB restera toujours égal à l. Nous aurons donc la condition

$$\text{tang}\left(\frac{\pi(L-\lambda)}{2\lambda}\right) \cdot \text{tang}\frac{\pi l}{2\lambda} = \frac{1}{n},$$

qui donnera la valeur de λ; ou bien si l'on se donnait λ à volonté, ainsi que L, on en tirerait la valeur de l, c'est-à-dire la longueur du petit tuyau qui ferait rendre au système le son exprimé par le tuyau λ.

En comparant cette formule à l'expérience, il faut, comme pour les tuyaux cylindriques, avoir égard au baissement de ton occasioné par la substitution de l'embouchure en D à l'orifice ouvert que nos calculs supposent; avec cette précaution, Daniel Bernoulli l'a trouvée très-conforme à l'expérience.

Ici, comme dans notre premier exemple, si l'on suppose les deux tuyaux d'égal diamètre, ce qui donne $n = 1$, on trouve que l'arc $\frac{\pi}{2}\frac{(L-\lambda)}{\lambda} + \frac{\pi l}{2\lambda}$ doit être égal à un angle droit; de là on tire

$$\frac{L-\lambda}{\lambda} + \frac{l}{\lambda} = 1, \qquad \text{et} \qquad \lambda = \frac{L+l}{2}.$$

En effet, dans ce cas, le système se réduit à un seul tuyau cylindrique, ouvert par les deux bouts et de la longueur $L + l$. Si, au contraire, on fait n infini, ce qui rend le diamètre du petit tuyau nul, on a

$$\text{tang}\,\frac{\pi(L-\lambda)}{2\lambda} \cdot \text{tang}\,\frac{\pi l}{2\lambda} = 0;$$

condition à laquelle on satisfera conformément à l'expérience en faisant

$$\lambda = L,$$

c'est-à-dire que le système se change alors en un tuyau bouché de la longueur L. Tous les sons possibles d'un tuyau à cheminée sont donc compris entre ces deux limites pour toutes les ouvertures possibles d'un petit tuyau, depuis la première qui convient à un tuyau cylindrique ouvert par les deux bouts et de la longueur $L + l$, jusqu'à la seconde qui convient à un tuyau de la longueur L, fermé à une de ses extrémités. C'est surtout de ce dernier cas que se rapprochent les tuyaux à cheminée dans les orgues; car ils y sont destinés à donner le même ton que des bourdons bouchés par un bout; et si on les sub-

stitue à ceux-ci dans certaines parties du jeu, ce n'est que pour la différence de leur timbre. Aussi lorsqu'on fait les cheminées d'un très-petit diamètre par rapport au corps du gros tuyau, ce qui rend un son considérable, on a soin de les faire aussi très-courtes, parce que la valeur de λ est alors très-peu différente de L; et à mesure qu'on leur donne plus de diamètre, on leur donne aussi plus de longueur, parce que la valeur de λ s'approche alors davantage de $\frac{L+l}{2}$

J'ai dit plus haut que quand les tuyaux d'orgue étaient, à très-peu de chose près, d'accord, on achevait de les accorder en rétrécissant un peu leur extrémité ouverte, si le son était trop aigu, en l'ouvrant s'il était trop grave. On doit voir maintenant que cette pratique est parfaitement conforme à la théorie; car la portion élargie ou rétrécie du tuyau peut être considérée comme une espèce de cheminée plus ou moins large qu'on met sur le grand tuyau.

Mais pour les tuyaux à cheminée eux-mêmes, on ne peut pas les accorder par cette méthode, parce que les changemens que l'on produirait dans l'ouverture de la cheminée n'auraient qu'un effet très-peu sensible sur le gros tuyau : on y supplée par un autre moyen d'autant plus curieux à connaitre, que l'expérience seule a pu y conduire. A la surface extérieure du tuyau et à côté de la lèvre sur laquelle le vent frappe, on adapte deux lames de plomb LL, fig. 71, qui s'ouvrent en dehors et qui ressemblent à deux ailes : aussi les appelle-t-on de ce nom. En les tenant tout-à-fait ouvertes en dehors et couchées sur la surface du tuyau, on a le son naturel que ce tuyau doit rendre suivant sa longueur; mais en les rapprochant peu à peu, le son baisse progressivement et d'une quantité quelquefois fort considérable. On voit que ce phénomène tient à l'influence des embouchures; mais il ne serait pas facile de le calculer.

En général, tout ce qui peut arrêter ou retarder d'une manière quelconque les vibrations de l'air, soit dans l'intérieur des tuyaux, soit au-dehors, modifie le son qu'on en tire. Ainsi les tuyaux sont influencés par leur voisinage même;

car si, dans un orgue bien accordé, on en isole quelques-uns en enlevant ceux qui les avoisinent, leur ton change, et ils ne gardent plus l'accord.

Des Tuyaux coniques et hyperboliques.

Bernoulli a aussi calculé les vibrations de l'air dans les tuyaux coniques, et Euler a étendu ces considérations à une forme hyperboloïde quelconque. Les résultats de ces calculs sont intéressans à connaître, parce qu'ils sont liés avec les effets des porte-voix, des trompettes, et même avec les lois de la propagation du son.

Considérons d'abord un tuyau conique AB, fig. 72, ouvert en A à sa base, et fermé à sa pointe B. Ici, comme dans les tuyaux cylindriques, il pourra se former des vibrations de plusieurs ordres, selon le nombre de parties dans lesquelles se partage la colonne d'air; et plus ces parties seront nombreuses, plus le son sera aigu. Dans le premier ordre de vibrations, qui donne le son fondamental, toute la colonne d'air se meut à la fois dans un même sens, mais alternativement de la base vers le sommet et du sommet vers la base. Les variations de densité sont nulles en A au bout ouvert, et de là elles vont en croissant jusqu'au fond du B. Au contraire, les excursions des particules sont nulles en B, et vont en croissant jusqu'en A. Dans le second ordre de vibrations, la masse d'air se partage en deux parties séparées par un nœud de vibrations qui reste immobile, et le sens du mouvement est toujours contraire dans ces deux parties. Dans le troisième ordre, il se forme ainsi trois divisions séparées l'une de l'autre par des nœuds semblables, et ainsi de suite indéfiniment, comme nous avons vu que cela avait lieu dans les tuyaux cylindriques.

Pour donner à ces divisions de la colonne d'air un nom général qui convienne à toutes les formes de tuyaux, Bernoulli les appelle des *concamérations*. D'après ce que nous avons établi en traitant des tuyaux cylindriques, leur exis-

tence n'est nullement douteuse, et l'on voit qu'elles sont déterminées par la rencontre des ondes directes qui émanent de l'orifice A, et des ondes réfléchies qui reviennent du fond bouché B. Bernoulli désigne par le nom de *ventres*, le point de chaque concamération où les variations de densité sont nulles, tandis que les excursions des particules y sont à leur maximum; enfin il conserve aux limites de deux concamérations voisines le nom de *nœud* que nous avons déjà employé. Il est évident que ces dénominations sont tirées de l'analogie des vibrations aériennes avec celle des cordes. En effet, de même que les oscillations de l'air dans les tuyaux cylindriques se font par des lois pareilles à celles des cordes également épaisses, de même, dans des tuyaux de largeur inégale, elles se font par des lois pareilles à celles des cordes d'inégale épaisseur.

Quel que soit le nombre de concamérations qui se forment dans un tuyau de figure quelconque, on pourra toujours isoler une portion de ce tuyau comprise entre deux ventres, sans que la marche des oscillations et le ton qui en résulte soient changés en aucune manière; car l'air, dans ces endroits, conservant sa densité naturelle comme s'il communiquait avec l'atmosphère, on n'y produira aucune différence en rétablissant cette communication. Seulement, pour que les vibrations se continuent de la même manière, il faudra trouver le moyen d'ébranler la portion de la colonne d'air ainsi isolée, de telle sorte qu'il s'y produise le même nombre de concamérations qu'auparavant. Ces résultats sont communs à tous les tuyaux possibles : leur forme n'influera que sur la longueur des concamérations et sur les distances des nœuds et des ventres, qui, pour chaque mode de vibration, devront se former dans les diverses parties du tuyau.

En appliquant ces principes aux tuyaux coniques, et en développant par le calcul les conséquences qui en résultent, on trouve que si la colonne d'air dont la longueur est l se divise en n parties vibrantes, les distances successives des *ventres* au sommet du cône seront $\frac{l}{n}$ $\frac{2l}{n}$ $\frac{3l}{n}$, et ainsi de suite;

de sorte que la distance de deux ventres consécutifs sera partout constante et égale à $\frac{l}{n}$, comme dans un tuyau cylindrique de même longueur. Il n'en est pas de même des distances des *nœuds*, qui sont inégales dans tous les ordres ; mais avec cette particularité que leur variation, sensible pour les premiers ordres, s'affaiblit rapidement à mesure que le nombre des divisions augmente.

Quant à la progression des sons et à leur valeur absolue, elle est la même que dans un tuyau cylindrique, ouvert à ses deux bouts et de longueur égale au tuyau conique. Dans ce dernier le sommet du cône, distant du premier ventre d'une quantité égale à $\frac{l}{n}$, tient lieu d'un orifice ouvert et communiquant avec l'atmosphère.

Cette correspondance s'étend aussi aux portions égales de cône et de cylindre, isolées de ces corps par deux plans coupans, menés par deux ventres. En effet ces portions, avant d'être coupées, étaient consonnantes, l'une au cône, l'autre au cylindre ; et, par conséquent, elles étaient consonnantes entre elles : elles le seront donc encore après avoir été séparées, puisque, dans cet état, elles peuvent continuer leurs vibrations comme auparavant. On peut vérifier ces résultats par l'expérience, en adaptant une embouchure à la base d'un tuyau conique, et comparant les sons qu'il peut rendre avec ceux d'un tuyau cylindrique ouvert et de même longueur. Après quoi, ayant choisi un mode de vibration où le nombre des parties vibrantes sera n, on retranchera successivement du cône entier les portions $\frac{l}{n}$ $\frac{2l}{n}$ $\frac{3l}{n}$ qui exprimeront les distances des ventres au sommet du cône, et l'on verra si le reste du tuyau pourra donner le même ton que donnait le tuyau entier, lorsque le même ordre de vibration y sera rétabli. Bernoulli a fait ces expériences, et il en a trouvé les résultats conformes à la théorie.

D'après cela nous pouvons prévoir le ton que devra don-

ner une portion quelconque de tuyau conique, ouvert ou fermé; car après avoir prolongé les côtés AB AB, fig. 73, jusqu'à leur rencontre commune en S, ce qui déterminera le sommet du cône, il n'y aura qu'à calculer par les formules un nombre de vibrations tel que le bout A A du tuyau étant un ventre, le bout B B devienne aussi un ventre si le tuyau doit être ouvert, ou un nœud s'il doit être fermé. Pour faire les expériences dans ce dernier cas, on peut se servir d'un cône entier fermé à son sommet, ouvert à sa base, et dans lequel on versera de l'eau ou du mercure à diverses profondeurs.

Lorsque les molécules d'air placées au sommet d'un tuyau conique sont ébranlées instantanément, l'ondulation sonore qui en provient se propage dans le reste du tuyau avec la même vitesse que dans une atmosphère libre dont la densité serait constante. Car, en supposant qu'une portion sphérique d'une pareille atmosphère soit ébranlée instantanément, le mouvement sera symétrique de toutes parts; et ainsi on pourra, sans troubler ses lois, considérer cette atmosphère comme partagée en une infinité de tuyaux coniques, qui auront pour sommet commun le centre de l'ébranlement.

Mais l'étendue des excursions et la force d'impulsion qui en résultent ne seront pas les mêmes à distances égales, lorsque la cause qui produit l'ébranlement primitif agit dans l'air libre, et lors qu'elle agira au sommet d'un pareil tuyau. Car, dans le premier cas, l'ébranlement se distribue sphériquement à toute la masse d'air environnante; tandis que, dans le second, sa répartition est limitée par les parois du tuyau; de sorte que les seules particules comprises dans sa capacité reçoivent, à même distance du centre, la somme d'impulsions qui se serait distribuée à toute une onde sphérique d'un rayon égal; et comme ces particules à leur tour deviennent un principe d'ébranlement pour celles qui sont hors du tuyau, on voit que le son doit se répandre, à partir de sa base dans la direction de son axe, avec plus de force qu'il n'aurait fait s'il s'était étendu sphériquement dans tout l'espace. Tel est l'effet

des instrumens appelés *porte-voix*, fig. 74. On conçoit qu'il sera encore augmenté, si les parois des tuyaux sont inclinées de manière à transmettre parallèlement à l'axe les ébranlemens primitifs des particules situées près de la bouche S. Aussi la forme de ces parois a-t-elle une grande influence sur le renflement du son. Dans les porte-voix communément en usage, on leur donne la forme d'une branche d'hyperbole qui a pour asymptote l'axe du tuyau. D'après ce que nous venons de dire sur les ondes aériennes par lesquelles le son se propage, on conçoit que, pour se faire entendre le plus fortement possible avec un pareil instrument, il faut prendre un ton tel que la colonne d'air qu'il renferme puisse former des vibrations correspondantes, selon sa forme et sa longueur : car si le ton dans lequel on parle n'est pas un de ceux que le porte-voix peut admettre, les vibrations de l'air ne pourront pas s'y faire avec autant de régularité, ni s'entretenir avec autant de constance que si cette harmonie était exactement observée.

Les personnes qui ont l'oreille dure emploient aussi, pour mieux entendre, le secours d'un tuyau conique dont elles placent le sommet dans le trou de leur oreille, afin d'y réunir par réflexion plus de rayons sonores qu'il n'y en entrerait naturellement. Ces instrumens, qui se nomment des *cornets acoustiques*, n'ont d'autre effet que de concentrer les ondulations aériennes.

Pour avoir de plus grands détails sur les vibrations de l'air dans les tuyaux, il faut lire le Mémoire de Daniel Bernoulli, inséré parmi ceux de l'Académie des Sciences, année 1762, et le grand travail d'Euler, inséré dans les Mémoires de Pétersbourg pour l'année 1771.

Des Flûtes et des instrumens à vent percés de trous latéraux.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que des tuyaux de diverses longueurs ouverts ou bouchés, mais dont les parois étaient continues. On fait aussi des instrumens très-harmonieux avec des

tuyaux cylindriques percés de trous latéraux, dans lesquels on souffle par une embouchure; ce sont de véritables tuyaux d'orgue où la bouche du musicien sert de soufflet. Comme je ne dois les considérer que sous le rapport théorique, un seul d'entre eux me servira d'exemple, et je choisirai la flûte traversière, parce qu'elle est plus connue.

Cette flûte, représentée fig. 75, est composée d'un cylindre creux de bois, d'ivoire ou de cristal, entièrement ouvert par une de ses extrémités, et percé seulement à l'autre d'un trou latéral qui sert d'embouchure. Les bords de ce trou sont taillés en biseau; et en les plaçant contre la bouche et serrant les lèvres, on souffle obliquement une lame d'air contre leur tranchant. Par ce moyen, la colonne d'air contenue dans le tuyau, se met en vibration sonore. Si l'on bouche d'abord avec les doigts tous les autres trous percés dans les parois du tuyau, il rentrera dans le cas des tuyaux cylindriques ouverts des deux côtés. L'on en tirera donc d'abord un son fondamental, le plus grave de tous, et ensuite en soufflant plus fort, ou en variant la manière de souffler, on obtiendra une suite d'autres sons de plus en plus aigus, qui, en prenant le premier pour unité, formeront la série des nombres naturels

1 2 3 4 5.....

Mais on en tirera encore d'autres sons intermédiaires, en découvrant successivement un ou plusieurs des trous latéraux que nous supposions tout-à-l'heure fermés; car chacun d'eux étant ouvert, élève le son fondamental d'une quantité relative à sa grandeur et à sa distance de l'embouchure. Pour mieux étudier leur effet, nous avons pris, M. Hamel et moi, un tuyau de carton cylindrique, d'un pied environ de longueur, et d'un pouce de diamètre, que nous avons monté, comme un tuyau d'orgue, sur un porte-vent de plomb. Puis après en avoir tiré le son fondamental, en soufflant lentement dans le porte-vent, nous avons fait une petite ouverture latérale vers le milieu du tuyau, Alors, en soufflant de nouveau, nous avons trouvé que le son fondamental était monté d'un ton majeur, c'est-à-dire qu'il était devenu *ré*, au lieu de ut_1. Cette observation faite,

nous avons élargi un peu l'ouverture circulairement, sans lui donner plus de hauteur dans le sens de l'axe; le son est devenu mi_1. Enfin, en l'étendant ainsi progressivement à des portions de plus en plus grandes de la circonférence du tuyau, nous avons obtenu l'un après l'autre tous les sons de la gamme ut_1 re_1 mi_1 fa_1 sol_1 la_1 si_1 ut_2, et il nous aurait été également facile d'obtenir des demi-tons si nous l'eussions voulu.

L'influence de cette ouverture sur le son fondamental est conforme à la théorie; car, dans un tuyau dont les deux bouts sont libres, le son le plus grave est donné par la division de la colonne d'air en deux moitiés, séparées par un nœud de vibration. C'est dans ce nœud que les dilatations et les condensations alternatives sont les plus considérables, tandis que le mouvement de translation y est nul. Or, si on vient à y percer une ouverture qui donne un libre accès à l'air extérieur, cet air tendra sans cesse à compenser les variations dont il s'agit, et il les affaiblira d'autant plus qu'il aura plus de liberté pour entrer dans le tuyau et pour en sortir, ce qui dépendra de la grandeur de l'ouverture. Mais si l'on tirait du tuyau le second son harmonique, qui est l'octave du premier, et dans lequel la colonne d'air se divise en trois parties, séparées par deux nœuds de vibrations placés au quart de sa longueur, l'existence ou la non-existence d'une ouverture latérale au milieu du tuyau ne devrait produire aucun changement dans le son. Car dans cette seconde manière de vibrer, le milieu du tuyau répond à un *ventre* où la densité reste toujours constante et égale à celle de l'air extérieur; de sorte qu'il devient indifférent que celui-ci communique avec la colonne d'air en ce point, ou n'y communique pas. C'est aussi ce que nous avons vérifié en tirant le second son de notre tuyau de carton, soit avant, soit après l'avoir percé à son milieu.

Les observations que je viens de rapporter suffisent pour faire concevoir que les divers trous de la flûte doivent produire sur le ton de cet instrument des effets particuliers à chacun d'eux, et dépendans de leur position, ainsi que du degré plus ou moins grand d'ouverture qu'on leur donne, en les couvrant

plus ou moins avec les doigts; c'est l'expérience qui en a fait connaître la distribution la plus convenable.

Il y a des instrumens à vent, tels que le serpent et le cor, qui sont formés de tuyaux courbes. Mais cette courbure n'influe en rien sur le son qu'on en tire. Elle ne sert que pour replier le tuyau sur lui-même et lui donner beaucoup de longueur sous peu de volume. Du reste, la série des sons est absolument la même que pour des tuyaux rectilignes de forme et de longueur pareilles.

Des instrumens à Anches.

L'anche, représentée fig. 76, est un appareil vibratoire qui se met en mouvement par un courant d'air, et qui excite ainsi dans ce fluide des sons dont on accroit beaucoup la force en faisant vibrer l'anche dans un tuyau d'une grosseur et d'une longueur convenable. Cet appareil est essentiellement composé d'une languette A L, formée d'une feuille mince de laiton, fixée en A sur une pièce cylindrique A R de bois ou de métal, creusée en rigole suivant A R. On introduit ce système par le bout A dans un trou demi-circulaire d'un diamètre égal, percé au centre d'un bouchon T qui ferme exactement le tuyau S V T. Alors, si l'on souffle par l'orifice S, qui est rétréci à dessein pour cet objet, le courant d'air est forcé d'enfiler la rigole pour s'échapper. Mais comme la rigole est fort petite, comparativement au diamètre du tuyau S V T, il arrive, si l'on souffle assez fort, que l'air, en se pressant pour y entrer, pousse la languette A L contre la rigole, et la ferme. Mais l'élasticité de la languette réagissant presque aussitôt, elle se relève, l'air passe de nouveau, presse la languette, et ce jeu alternatif se continue aussi long-temps que l'on introduit de nouvel air par l'orifice S avec assez de vitesse. Si l'on met cet orifice sur le canal d'un soufflet d'orgue, les alternatives deviennent assez rapides pour produire un son ordinairement rauque et assez désagréable, du moins quand la disposition de l'appareil est réduite à ce degré de simplicité.

Le ton plus ou moins élevé de ce son dépend spécialement de

la longueur de la languette, depuis le point où elle est attachée. Il dépend aussi de son élasticité, de son poids, et de sa courbure plus ou moins concave en dehors. Car tous ces élémens, étant changés, changent le ton dans lequel l'anche résonnait.

Ceci pourra paraître surprenant au premier coup d'œil; en effet, il semble que les vibrations de la languette doivent être les mêmes que celles d'une lame élastique fixée par une de ses extrémités, et les oscillations d'une pareille lame ne dépendent point de sa courbure, mais seulement de son élasticité, de son poids, de sa largeur; mais avec un peu d'attention, on verra bientôt que la comparaison n'est pas exacte. Une lame mince de laiton qui n'a par elle-même qu'une élasticité très-imparfaite, ne peut pas être assimilée à un ressort rigide qui se maintient de lui-même dans une direction rectiligne, et qui est capable de soutenir son propre poids sans se courber. Ce n'est pas la languette elle-même, qui, par ses vibrations, ferme et ouvre tour à tour la rigole, c'est l'air qui l'y pousse, et c'est elle qui revient; le son dépend de ces chocs et de ces retours plus ou moins rapides. Si le point d'attache est fixe, ainsi que la longueur de la languette, l'air aura besoin d'une force d'autant plus grande pour l'amener contre la rigole, qu'elle en sera plus éloignée. Ainsi, l'augmentation de cet éloignement devra rendre les battemens plus rares, et par conséquent rendre plus grave le son qui en résulte. C'est en effet ce que l'on observe constamment. Au contraire, on rendra le son plus aigu, si l'on raccourcit la partie libre de la languette, toutes les autres choses restant les mêmes, parce que son extrémité aura moins de chemin à faire pour s'approcher de la rigole, et moins à faire aussi en s'en éloignant. Ces variations de longueur s'opèrent au moyen d'une tige de fil de fer recourbée *Ef*, qui est adaptée à la languette, et qui la serre contre la rigole par son ressort. En tirant ou enfonçant cette pièce que l'on appelle *une Rasette*, on met le point d'attache de la languette plus près ou plus loin de son extrémité libre, et le son monte ou descend, mais non pas dans la proportion du carré des longueurs, comme je m'en suis assuré par l'expérience; ce qui achève de prouver que le jeu de l'anche ne doit pas être assi-

milé à celui des lames élastiques libres par un bout, fixées par l'autre, et vibrant spontanément.

Dans les instrumens à vent où l'anche est en usage, on ne l'emploie jamais seule, mais on renforce les ondes sonores qu'elle excite en les concentrant dans un tuyau auquel elle transmet le vent qu'on pousse par sa rigole. C'est ainsi qu'elle sert dans les tuyaux des orgues, des bassons, des clarinettes, etc.; c'est à proprement parler un organe vocal qui parle dans un porte-voix d'une figure donnée. Pour que les vibrations produites par cet organe dans la colonne d'air soient régulières et harmonieuses, il faut que leur mode soit un de ceux que le tuyau peut admettre. Aussi a-t-on grand soin de mettre d'avance les anches au ton du tuyau qu'elles doivent faire résonner. Par exemple, l'anche qui est adaptée dans l'orgue à un tuyau cylindrique de seize pieds ouvert, sonne elle-même le seize-pieds, et ainsi des autres; sur quoi il faut observer que le jeu de l'anche exigeant l'introduction d'un courant d'air continuel dans le tuyau auquel elle communique, on ne peut l'adapter qu'à des tuyaux sans bouche latérale, mais ouverts par les deux extrémités.

Si le vent que l'on donne à l'anche est trop faible, ou si la languette est formée d'une lame trop roide, ou enfin si elle est trop écartée, l'air passe librement par la rigole sans produire un tourbillon assez fort pour fermer la languette, et l'anche ne parle pas. Si, au contraire, le vent devient trop rapide, et surtout si sa force vient à varier brusquement, la languette peut se courber de diverses manières, en formant des nœuds, et alors l'anche monte tout de suite à des tons plus élevés. On peut faire quelquefois monter le ton d'une anche, en bouchant rapidement et instantanément avec la main l'extrémité ouverte du tuyau par où l'air s'échappe. Ce refoulement subit réagissant sur la languette, la force quelquefois à se plier de manière à accélérer ses vibrations.

Dans l'orgue, chaque anche n'est destinée qu'à produire un ton fixe; dans le hautbois, la clarinette, etc. où l'on veut tirer d'une anche tous les sons possibles, on conçoit qu'il ne peut y

avoir d'autre manière que de faire varier la longueur de la languette. C'est aussi ce que fait le musicien par la pression de ses lèvres ; mais alors il faut encore pouvoir varier la longueur du tuyau par lequel l'air s'échappe, afin de le mettre en harmonie avec l'anche. C'est à quoi servent des trous latéraux percés dans le tuyau à diverses distances, et que l'on ouvre ou que l'on ferme avec les doigts. L'accord que l'on établit ainsi entre le tuyau et l'anche, donne en outre plus de facilité pour amener l'anche à donner le son qu'on en exige. Cette influence est d'autant plus grande, que le tuyau est plus étroit par rapport à la force de l'anche ; elle est très-peu sensible dans les gros tubes des orgues, où les anches vibrent presque comme dans l'air libre ; mais dans les clarinettes et dans les autres instrumens à anches, dont le tube est fort étroit, elle est telle que l'anche ne pourrait pas vibrer, si le tuyau n'était pas amené à son ton, ou du moins elle vibrerait de manière à ne rendre qu'un son très-sourd.

Pour voir réellement ce qui se passe dans cette circonstance, nous avons, M. Hamel et moi, adapté une anche à un tuyau de verre, de manière qu'on pût la voir vibrer. Le vent était donné avec une force constante, mais on pouvait graduellement faire marcher la rasette de manière à raccourcir à volonté la portion de la languette mise en vibration. On a d'abord laissé vibrer cette languette toute entière, et l'on a ainsi obtenu le plus grave des sons qu'elle pût donner. Ensuite le ton a monté progressivement et sans interruption, à mesure que l'on a poussé la rasette. Mais il y a eu dans l'intensité du son une particularité fort remarquable ; c'est qu'à une certaine époque elle a commencé à s'affaiblir considérablement, et enfin elle est devenue si faible, qu'il n'a plus été possible de distinguer aucun son. Alors, en regardant la languette de profil à travers les parois du tuyau de verre où elle était renfermée, il était facile de voir que ses vibrations étaient toujours très-rapides ; mais leurs excursions s'opéraient uniquement dans l'air, et elles n'allaient plus battre contre la rigole, qui, conséquemment, ne se trouvait plus tour à tour ouverte et fermée. Cet état se maintint aussi long temps que la rasette fut maintenue à la même place ;

mais en la poussant un tant soit peu au-delà, de manière à diminuer la languette d'une quantité presque imperceptible, le son partit de nouveau avec éclat, et se retrouva monté autant qu'il l'aurait fait, si l'intensité n'eût pas éprouvé cette intermittence. Ce phénomène tenait-il à quelque irrégularité dans l'anche dont nous faisions usage, ou est-il commun à toutes les anches? C'est ce que nous n'avons pas eu l'occasion de décider. Le courant d'air qui fait vibrer les anches n'agit pas, sur elles, seulement quand il enfile la rigole; il modifie encore leurs mouvemens par la rapidité plus ou moins grande avec laquelle il s'écoule et fait place à de nouvel air. Par une suite nécessaire de cette réaction réciproque, il arrive que la configuration des tuyaux qu'on ajuste sur les anches influe extrêmement sur la qualité des sons qu'on en tire. Ceux qui rendent les sons les plus éclatans, sont les tuyaux coniques qui vont en s'évasant vers l'air extérieur, fig. 77. Si le cône est renversé, fig. 78, le son devient sourd. Mais si deux cônes pareils, opposés base à base, sont ajustés à l'extrémité d'un long tuyau conique, fig. 79, ce système donne au son de la rondeur et de la force. La théorie est bien loin de pouvoir expliquer ces singulières modifications, et même il s'en faut beaucoup qu'elles aient été suffisamment étudiées par l'expérience; ce serait un sujet de recherche bien curieux.

Les anches sont employées dans les orgues pour imiter les sons de la trompette, de la musette, du hautbois et de quelques autres instrumens dans lesquels l'anche est employée, ou suppléée par les lèvres du musicien. Ces jeux d'anches ont en général de l'éclat et de la force, mais ils ont aussi quelque chose de rude et de criard. M. Hamel, que j'ai souvent cité dans ce livre, a trouvé qu'on les adoucissait beaucoup, et qu'on les rendait plus agréables, en collant une peau fine et bien plane sur les bords de la rigole contre lesquels la languette vient s'appliquer. On conçoit, en effet, que cette peau doit rendre les battemens plus moelleux; il faut qu'elle soit bien usée et aplanie avec la pierre ponce, après avoir été collée sur le rebord de la rigole, afin qu'elle devienne parfaitement unie; car la moindre petite iné-

galité, le moindre corps étranger qui se glisserait entre la languette et les bords de la rigole, suffirait pour permettre constamment le passage de l'air, et l'anche ne parlerait pas. Avec toutes ces précautions on parvient à ôter aux tuyaux d'anches une partie de leur rudesse, mais on n'en obtient jamais des sons doux et nuancés.

Parmi les jeux d'anches de l'orgue, le plus singulier, et celui qui mérite surtout d'attirer les regards du physicien, c'est celui qui imite la voix humaine. Il est composé de plusieurs tuyaux très-courts, tous de dimensions et de longueurs presque égales, dont les anches seules sont montées sur des tons différens. C'est ainsi que des voix très-différentes peuvent sortir de plusieurs bouches à peu près égales en grandeur. En effet, le tuyau figure la bouche, l'anche tient lieu de l'organe vocal placé à son origine ; l'effet des lèvres est imité par un recouvrement circulaire qui ferme à moitié l'extrémité ouverte des tuyaux. Ce jeu, lorsqu'il est bien exécuté, imite la voix humaine d'une manière surprenante; mais cette voix est toujours criarde, et son timbre a ce caractère particulier et désagréable que l'on désigne communément par l'expression *parler du nez*. Comme l'opinion populaire attribue ce défaut à ce que le nez est bouché, et ne laisse plus passer d'air, quelques organistes ont cru y remédier en perçant dans le tuyau vocal, à peu de distance de son orifice, deux petits trous ronds, pour représenter les ouvertures nasales ; mais le ton seul a été modifié par-là, et le timbre est resté le même; c'est qu'en effet, comme nous le verrons par la suite, la cause qui fait parler du nez est précisément l'inverse de ce que l'opinion vulgaire suppose. Lorsque la voix a son vrai timbre, l'air sort uniquement par la bouche; car l'entrée des fosses nasales lui est interdite par une soupape, qui est alors fermée; mais lorsque cette soupape se lève, l'air sort à la fois par les deux routes, et la voix prend le timbre nasillard.

Je viens de faire connaître les anches telles qu'on les emploie d'ordinaire; mais je suis assez heureux pour pouvoir joindre à ces notions l'exposé de plusieurs perfectionnemens remarquables introduits dans leur construction par M. Grenié, habile amateur de musique, qui, à l'aide d'une modification aussi simple

qu'ingénieuse, est parvenu à leur ôter tous les défauts qu'elles avaient, et à leur donner les qualités qu'elles n'avaient pas.

M. Grenié fait la rigole AR, fig. 80, en bois ou en cuivre, mais à arêtes vives et en forme de parallélipipède. La languette est une lame de laiton parfaitement plane, et coupée en forme de rectangle de manière à remplir exactement ou presque exactement la face évidée de la rigole. Une rasette extrêmement ferme et solide *rr* arrête cette languette à la longueur convenable, et fixe invariablement le point à partir duquel elle doit vibrer. Maintenant, lorsque cette anche est montée sur le porte-vent BCS, si l'on souffle par le trou S, l'air comprimé, ne trouvant pas, ou presque pas d'issue entre la languette et les parois de la rigole, pousse la languette et l'y fait entrer. Après qu'il a passé une petite quantité d'air, l'élasticité naturelle de la languette la ramène à sa position primitive; de sorte qu'elle ferme de nouveau le passage à l'air; mais la vitesse qu'elle a acquise en revenant ainsi sur elle-même lui fait aussitôt dépasser ce point, et elle s'écarte dans le sens opposé, en poussant l'air devant elle, jusqu'à ce que la résistance qu'elle éprouve, jointe à l'effort de l'élasticité, l'arrête et la ramène de nouveau à sa position primitive, d'où l'air la pousse une seconde fois dans le tuyau. Voilà le mode de mouvement le plus général que l'on puisse concevoir; et M. Grenié a bien voulu me fournir l'occasion de le vérifier par l'expérience, en disposant une de ses anches dans un porte-vent de verre, de manière qu'on pouvait la voir vibrer. On comprend que de pareilles oscillations, lorsqu'elles deviennent suffisamment rapides, doivent produire un son de même que les battemens des anches ordinaires, avec la différence importante que le son aura un timbre incomparablement plus doux, plus harmonieux, plus égal, puisque la lame de cuivre, au lieu de battre contre du bois, du cuivre, ou de la peau, dont la résistance est toujours brusque et irrégulière, ne fait ici que refouler sur lui même un fluide parfaitement homogène, compressible et élastique, tel que l'air. Aussi les anches de M. Grenié n'ont plus rien de ce ton rude et criard qui fait le désagrément des anches ordinaires, et qui ne disparaît pas même tout-à-fait dans les instrumens où l'anche est modifiée

par le jeu des lèvres. Leur son, dans les octaves les plus aiguës, comme les plus graves, est aussi doux, aussi pur que celui des tuyaux à bouche; et l'on voit bien que cela doit être, d'après la manière dont l'air y est mis en vibration.

Un autre point important de la construction de M. Grenié, c'est la fermeté des languettes et celle des rasettes par lesquelles elles sont retenues. La force de chaque languette est combinée avec la largeur de la rigole qu'elle couvre, de manière que le courant d'air qui la presse ne puisse jamais lui donner plusieurs inflexions autour de son axe; et comme la fixité de la rasette rend sa longueur invariable, il en résulte que quelle que soit la force du vent qui la presse, elle ne peut jamais octavier. L'accroissement du vent n'a donc d'autre effet que de rendre les excursions de la languette plus grandes, de renfler ainsi le son; et le musicien règle à son gré ce renflement au moyen d'une pédale qui fait mouvoir un soufflet à ressort. De cette manière, on peut à volonté produire des sons forts ou faibles, et passer d'un de ces extrêmes à l'autre par un *crescendo* aussi régulier, aussi soutenu que celui de la voix ou des instrumens dans lesquels le son est modifié par le jeu des lèvres.

L'air qui a fait vibrer les anches s'échappe par des tuyaux ouverts, évasés en cône et terminés en demi-sphère, fig. 81. Ce renflement, comme je l'ai déjà annoncé, donne au son de la rondeur et de la force. La longueur de chaque tuyau est toujours égale à celle de la languette. L'expérience a fait connaître cette proportion, comme elle a indiqué la forme la plus favorable du tuyau.

M. Grenié, en construisant ses jeux d'anches, a été longtemps arrêté par un phénomène bien singulier. Il s'était d'abord occupé de l'octave la plus grave dont l'*ut* résonne à l'unisson d'un tuyau à bouche de 8 pieds ouverts; et il avait construit un certain nombre de notes en donnant le vent à toutes ses anches par des tuyaux de même longueur vv', fig. 82. Mais lorsqu'il fut arrivé aux premières notes de la voix de tenor, en continuant à construire ses porte-vents de la même manière,

l'anche ne parla point du tout. En vain, il augmenta le vent et le diminua; en vain, il allongea et raccourcit la languette, l'anche resta constamment muette, ou ne rendit que de très-mauvais sons. Enfin, après beaucoup d'essais, M. Grenié s'imagina que la longueur du tuyau qui amène le vent à l'anche, pouvait avoir sur son mouvement quelque influence inconnue; il substitua à ses tuyaux fixes deux tuyaux emboités l'un dans l'autre, de telle sorte que l'on pût faire varier graduellement la longueur totale; et il essaya de le faire jusqu'à ce que l'anche rendit un son éclatant, pur et soutenu. Il trouva aussi que pour obtenir la voix de tenor dans toute sa plénitude, il fallait faire le porte-vent beaucoup plus long que pour la note immédiatement précédente, et cette longueur alla depuis toujours en diminuant pour les octaves plus aiguës, comme le représente la fig. 83. Alors les sommets de ses tuyaux se trouvèrent former la courbe T T' .. T''. Cela semblait indiquer qu'en prolongeant cette courbe, on obtiendrait les dimensions les plus favorables pour les tuyaux de la première octave que M. Grenié avait faits d'abord d'égale longueur. Mais à son grand étonnement, il se trouva qu'il n'y avait absolument aucun avantage à le faire; qu'au contraire, les sons finissaient par être fort sourds et irréguliers. Il s'en tint donc avec raison à sa première construction, qu'il se propose néanmoins de perfectionner encore, en faisant désormais tous ses porte-vents à coulisse, pour qu'on puisse donner à chacun d'eux la longueur la plus favorable. Il a depuis construit sur ce même modèle des tuyaux d'anches qui sonnent le seize-pieds ouvert, avec une netteté, une force et une régularité véritablement remarquables. Dans ce cas, la languette est une règle de cuivre, dont la longueur est $0^m,240$, la largeur $0^m,035$, l'épaisseur $0^m,003$. Ses vibrations sont si énergiques, qu'elles font frémir le tuyau qui lui sert de prolongement, le porte-vent sur lequel elle est montée, et tous les corps élastiques qui sont dans le voisinage. On conçoit que pour la faire parler, il faut une soufflerie puissante et habilement exécutée. Celle dont M. Grenié fait usage, ne

laisse rien à désirer, soit pour la régularité, soit pour la force; elle est à double courant d'air, et une seule manivelle la fait agir. Mais malgré toute sa perfection, lorsqu'on voit la lame de cuivre dont cette anche est faite, on ne peut s'empêcher d'être surpris que l'air seul soit capable de lui imprimer de pareils mouvemens de vibration. En général, l'orgue de M. Grenié réunit les phénomènes les plus propres à bien éclaircir la théorie du jeu des anches, et c'est pourquoi j'ai cru devoir l'expliquer avec autant de détail (1).

(1) Je dois prévenir que M. Grenié s'est assuré l'application exclusive de ses procédés, en prenant un brevet d'invention.

CHAPITRE XI.

Sur les vibrations des Fluides aériformes différens de l'air.

Toutes les expériences que nous venons de rapporter sur les vibrations de l'air atmosphérique dans des tuyaux bouchés ou ouverts, pourraient également se répéter avec d'autres gaz, et l'on pourrait en déduire la vitesse avec laquelle le son doit s'y propager. L'appareil le plus sûr et le plus commode pour faire ces expériences avec exactitude, me paraît être le suivant.

Soit, fig. 84, M M un manomètre muni d'un tube barométrique *b b* pour mesurer la pression intérieure. Par l'un de ses orifices *o o*, l'on y introduit un tuyau d'orgue A B uni à son porte-vent V, et on lute exactement celui-ci à l'orifice, de manière que l'air ou le gaz contenu dans le manomètre ne puisse pas s'échapper entre deux. Le sommet du porte-vent est muni d'un robinet R′, qui sert pour ouvrir et fermer à volonté la communication entre l'air extérieur et l'intérieur du manomètre.

Veut-on d'abord observer les vibrations de l'air atmosphérique. Le manomètre étant rempli de cet air, on ferme son robinet R, pour ne plus laisser d'accès à l'air du dehors. On visse sur le robinet R′ du porte-vent une vessie V, également remplie de cet air, et ouvrant R′, on établit la communication de cet air avec l'intérieur du manomètre et du tuyau. On observe alors la pression intérieure indiquée par le tube barométrique, puis pressant doucement la vessie, on force l'air qu'elle renferme de passer dans le porte-vent, et de mettre en vibration la colonne d'air que renferme le tuyau. De là résulte un son que l'on apprécie au jugement de l'oreille, ou en cherchant son unisson sur un orgue bien accordé.

Maintenant veut-on éprouver de même les sons de tout

autre gaz, il n'y a qu'à faire le vide dans le manomètre, et y introduire ensuite ce gaz qui se répandra aussi dans le tuyau et dans le porte-vent ; puis vissant sur celui-ci une vessie remplie du même gaz, et ouvrant le robinet R', on opérera exactement de la même manière que l'on avait fait pour l'air atmosphérique, et l'on pourra de même apprécier le son rendu par la colonne gazeuse qui vibre alors dans le tuyau.

Mais pour que ces expériences donnent des résultats comparables, il faut observer deux conditions essentielles, auxquelles les physiciens qui se sont occupés jusqu'ici de ce genre de recherches, n'ont point fait attention ; et c'est, je crois, pour cela, que leurs observations ne présentent point de résultats bien satisfaisans.

La première consiste dans la pression que l'on exerce sur la vessie, pour faire passer le gaz dans le tuyau où se produit le son. Il faut que cette pression soit constante dans chaque expérience, afin que la rapidité du courant qui en résulte le soit aussi ; car nous avons reconnu par expérience que l'accélération du courant fait monter le ton dans les tuyaux à bouche. On évitera cet inconvénient par le procédé que nous avons indiqué page 76 du premier livre, en plaçant la vessie dans un vase plein d'air qui se remplira d'eau par un écoulement constant. On pourrait y parvenir encore d'une manière plus commode, en appliquant au tuyau même un compensateur que M. Grenié a imaginé, et à l'aide duquel il parvient à rendre le son d'un même tuyau constant, quelle que soit la force du vent qui le souffle, pourvu qu'elle ne varie que dans les termes limités ; mais ce procédé est encore un secret que l'auteur ne m'a pas permis de rendre public, parce qu'il le destine à de plus importantes applications.

La seconde condition, et je crois la plus importante, concerne l'influence des embouchures. Nous avons vu que, lorsqu'on fait parler un tuyau à bouche, la colonne d'air qui le remplit ne vibre pas toute entière régulièrement ; les premières couches, situées vers l'ouverture par où le vent arrive, peuvent avoir des mouvemens fort différens des autres ; de

sorte que la régularité ne commence qu'à une certaine profondeur. Nous avons rapporté les expériences par lesquelles Daniel Bernouilli a mis cette influence des embouchures en évidence, et nous avons vu comment il était parvenu à déterminer le son qu'aurait dû faire entendre chaque tuyau donné, s'il eût été ébranlé à plein orifice. Or, cette irrégularité de mouvemens que manifestent les premières couches, quelle raison avons-nous de croire qu'elle est la même dans tous les gaz? et n'est-il pas au contraire bien probable qu'elle varie avec leur nature, s'étendant à une profondeur plus ou moins grande, selon leurs densités? D'après cela, on voit que la première opération à faire, c'est de répéter sur chaque gaz les épreuves que Daniel Bernouilli a faites dans l'air atmosphérique pour déterminer l'influence des embouchures; ce qui exige que le tuyau soit ouvert à ses deux bouts. Ces épreuves donneront, dans chaque cas, les longueurs des colonnes qui, en vibrant à plein orifice, feraient entendre les sons observés; et alors, mais alors seulement, la comparaison des sons pourra se faire avec exactitude.

Supposons donc ces déterminations prises, et voyons quel parti l'on pourra tirer des expériences. Pour cela, j'admettrai que l'on observe, dans chaque gaz, un même ordre de vibrations, c'est-à-dire, par exemple, le son le plus grave de tous ceux que le tuyau peut rendre, ou le son immédiatement supérieur, ou un autre quelconque de l'ordre n. Pour y parvenir, et généralement pour classer les différens sons, ainsi obtenus avec le même gaz, il n'y aura qu'à les comparer à ceux d'un orgue bien accordé, ce qui déterminera premièrement leurs rapports mutuels. Ces rapports doivent tous être expressibles par des nombres entiers, et même par des nombres très-simples, si l'on a soin de faire d'abord passer le courant de gaz avec beaucoup de lenteur. Car, en représentant par 1 le son fondamental inconnu que chaque gaz peut rendre, tous les autres seront exprimés par 3, 5, 7, 9...., si le tuyau est bouché, et par 2, 3, 4, 5....; s'il est ouvert. D'après cela, connaissant les rapports de trois ou quatre termes, on trouvera

aisément la place qu'ils occupent dans chaque suite, et l'on en conclura la valeur du plus grave de tous, ou de tel autre de l'ordre n que l'on voudra prendre pour point de comparaison. Alors, dans tous les gaz, lorsqu'on sera parvenu à cet ordre, la colonne vibrante se divisera en un même nombre de parties dont la première, située vers l'embouchure, participera aux irrégularités de l'introduction du vent, et les autres vibreront comme si elles étaient ébranlées à plein orifice. Ce sont ces dernières que l'expérience de Daniel Bernouilli détermine lorsque le tuyau est ouvert, comme on l'a vu dans la page 133. Supposons-le donc tel ; dans ce cas, la longueur du demi-segment, situé vers l'orifice, étant doublée, donnera la longueur des ondes sonores correspondantes (page 124). Nommons-la α, quand la colonne vibrante est formée d'air atmosphérique ; soit T le temps d'une de leurs vibrations, et représentons par a l'espace que le son parcourt dans cet air en une seconde de temps. Nommons α', T' et a', les quantités analogues, quand la colonne est composée de tout autre gaz, vibrant de la même manière : on aura

pour l'air $\quad \alpha = a\,T \quad$ d'où $\quad \frac{1''}{T} = \frac{a}{l}$

pour le gaz $\quad \alpha' = a'\,T' \quad$ d'où $\quad \frac{1''}{T'} = \frac{a'}{\alpha'}$

$\frac{1''}{T}$ et $\frac{1''}{T'}$ sont les nombres des vibrations que chacune des deux colonnes exécute en une seconde de temps, et on peut les déduire de l'expression musicale des deux sons observés. Soit N celui que rend la colonne d'air atmosphérique, N' celui que rend la colonne gazeuse, ces valeurs seront proportionnelles à $\frac{1''}{T}$ et $\frac{1''}{T'}$; ainsi, en les divisant l'une par l'autre, on aura

$$\frac{N'}{N} = \frac{T}{T'}, \quad \text{et par suite} \quad \frac{N'}{N} = \frac{a'\alpha}{a\alpha'}; \quad a' = a\,\frac{N'l'}{N\alpha}.$$

On pourra donc calculer a', en fonction de a, quand on aura déterminé par expérience α, N, α' et N'.

Lorsque nous avons traité de la propagation du son dans l'air atmosphérique, nous avons vu que l'expression générale de a était

$$a = \sqrt{\frac{gp(1+K)}{D}}.$$

D étant la pesanteur spécifique de l'air comparée au mercure, sous la pression barométrique p, g la gravité, et K un coefficient dépendant de la quantité de chaleur qui se dégage instantanément par la compression. Représentons par p', K', et D' les quantités analogues pour un autre gaz, observé dans le même lieu, ce qui rend g constant; l'expression de a' sera pareille, c'est-à-dire qu'on aura

$$a' = \sqrt{\frac{gp'(1+K')}{D'}},$$

par conséquent

$$\frac{a'}{a} = \sqrt{\frac{p'(1+K')\,D}{p(1+K)\,D'}}.$$

En substituant ce rapport dans l'expression trouvée plus haut pour $\frac{N'}{N}$, elle devient

$$\frac{N'}{N} = \frac{\alpha\sqrt{p'(1+K')\,D}}{\alpha'\sqrt{p(1+K)\,D'}},$$

d'où

$$1+K' = (1+K)\frac{p\,D'N'^2\alpha'^2}{p'\,D\,N^2\alpha^2}.$$

De cette manière, on connaitra le coefficient K' en fonction de K, et l'on saura si des compressions instantanées dégagent des différens gaz des quantités inégales de chaleur, ce qui est très-vraisemblable. Pour achever de réduire cette expression à une forme usuelle, représentons par (ϖ) et (ϖ') les densités de l'air et du gaz observé, prises l'une et l'autre à la température de la glace fondante, et sous la pression de $0^m,76$; puis supposons que l'observation des sons ait été faite, pour l'air, à la température t et sous la pression p; pour le gaz, à

la température t' et sous la pression p' : on aura alors, d'après les principes exposés dans le premier livre,

$$D = (\varpi)\ \frac{p}{0^m,76\ (1 + t.0,00375)};$$

$$D' = (\varpi')\ \frac{p'}{0^m,76\ (1 + t'.0,00375)}.$$

Substituant ces valeurs dans notre formule, p et p' disparaissent, et il reste

$$1 + K' = (1 + K)\ \frac{(\varpi')(1 + t.0,00375)\ N'^4\ \alpha'^2}{(\varpi)(1 + t'.0,00375)\ N^4\ \alpha^2},$$

Maintenant la formule ne contenant plus que le rapport $\frac{(\varpi')}{(\varpi)}$ des densités fondamentales de l'air atmosphérique et du gaz qu'on lui compare, il n'est plus nécessaire de rapporter ces densités à celle du mercure; on peut prendre telle unité que l'on voudra. Si les deux observations de l'air et du gaz sont faites à la même température, t devient égal à t', et la formule se simplifie encore.

Si tous les gaz dégageaient par la compression des quantités de chaleur égales, K serait égal à K', et en supposant d'ailleurs $t = t'$, et $\alpha = \alpha'$, c'est-à-dire que l'influence des embouchures fût la même, on aurait

$$1 = \frac{(\varpi')\ N'^2}{(\varpi)\ N^2}, \quad \text{d'où} \quad \frac{N'}{N} = \sqrt{\frac{(\varpi)}{(\varpi')}}.$$

C'est-à-dire que les sons rendus par diverses colonnes gazeuses seraient réciproquement proportionnels aux racines carrées de leurs densités, à pression égale. Ainsi le gaz hydrogène, le plus léger de tous, donnerait aussi les sons les plus aigus. C'est ce qu'a, en effet, trouvé M. Chladni, par quelques expériences qu'il rapporte dans son Acoustique.

Mais il remarque aussi avec surprise que les rapports des sons n'étaient pas tout-à-fait conformes à la racine carrée des densités; nous voyons maintenant qu'il faut en conclure que les différens gaz ne dégagent pas, par la compression, des quantités égales de chaleur, ou que l'influence des embouchures n'est pas la même pour tous, ou enfin que ces deux causes agissent simultanément. La première est rendue très-vraisem-

blable par des expériences d'un autre genre que nous rapporterons plus tard. Malheureusement M. Chladni n'a pas donné les densités exactes des gaz qu'il avait employés, et il n'a pas non plus fait les expériences nécessaires pour déterminer l et l'; de sorte qu'il est impossible de déduire aucun résultat certain de ses observations : c'est pourquoi il serait à desirer que ces expériences fussent reprises avec exactitude.

On produit aussi des sons très-pénétrans par l'effet de la combustion du gaz hydrogène dans un tuyau de verre. Pour cela, on prend une petite fiole, au col de laquelle on adapte un bouchon de liége bien juste, et traversé à son centre par un bout de tube de baromètre, dont l'extrémité extérieure est effilée en pointe capillaire. Dans cette fiole, on met un mélange de limaille de fer ou de zinc, et d'acide sulfurique étendu d'eau; il se développe du gaz hydrogène qui s'échappe par la pointe du tube comme un filet continu. Si on en approche une bougie allumée, il s'enflamme en se combinant avec l'oxigène de l'atmosphère. Il se forme donc de l'eau; et la chaleur dégagée par cette combustion, élevant la température du gaz à mesure qu'il arrive, l'inflammation se continue d'elle-même, ainsi que la formation d'eau. Maintenant, si l'on fait entrer cette flamme dans un tube de verre plus ou moins large, l'absorption continuelle d'oxigène, et l'élévation de la température de l'eau qui se forme, déterminent dans l'intérieur du tube un courant ascensionnel d'air, de gaz, et de vapeur aqueuse, qui entre en vibration sonore, et dont le ton suit vraisemblablement les lois ordinaires que nous avons exposées pour les tuyaux d'orgue. En faisant cette expérience, il est nécessaire de bien proportionner la quantité de mélange introduit dans la fiole avec l'ouverture par laquelle le gaz s'échappe. Car, si cette ouverture était trop petite, la fiole pourrait se briser avec explosion; et, d'un autre côté, il ne faut pas non plus qu'elle soit trop grande; car alors l'inflammation pourrait se propager jusque dans l'intérieur de la cloche même, ce qui produirait encore une explosion plus certaine. L'expérience seule peut indiquer les dimensions convenables pour opérer sans danger.

CHAPITRE XII.

Sur la Résonnance des corps.

En rassemblant et généralisant les faits que nous avons exposés dans les chapitres qui précèdent, on doit concevoir que tous les corps, quelle que soit leur nature, s'ils sont convenablement ébranlés, peuvent prendre des mouvemens de vibrations dont la rapidité, la force et la permanence dépendront du mode d'agrégation qui unit les particules du corps vibrant, de son élasticité plus ou moins parfaite, et enfin de sa forme, qui établit des relations mécaniques entre les mouvemens possibles de ses diverses parties. Aussi, en examinant les instrumens de musique des diverses nations du monde, on voit que presque toutes les matières connues ont été employées à leur construction.

Non-seulement cet état vibratoire, qui produit dans l'air des ondes sonores, peut être imprimé à tous les corps par l'effet d'un ébranlement immédiat, mais on peut encore l'y exciter par communication, en les mettant en contact avec des corps vibrans qui leur fassent partager leurs oscillations. C'est ainsi que la boite de bois sec et élastique qui forme le corps du violon, du piano, de la harpe, de la basse, frémit et résonne sous l'influence harmonique des cordes de ces instrumens; et selon que sa contexture la rend plus ou moins docile à cette influence, elle renforce avec plus ou moins d'énergie, de plénitude et de justesse, le faible son que les cordes seules avaient primitivement excité. Pour rendre ce phénomène bien sensible, il faut prendre un diapason de fer, tel que celui qui est représenté fig. 89, et qui sert à fixer le ton sur lequel les pianos doivent être accordés; puis, après l'avoir fait vibrer plusieurs fois isolément, et avoir reconnu le degré d'intensité du son qu'il excite, posez-le, en l'appuyant, sur la caisse du piano

dans laquelle toutes les cordes métalliques sont renfermées. Aussitôt le son éclatera, dans le même ton juste, mais avec une force qu'il était loin d'avoir. Si vous voulez rendre l'augmentation plus frappante encore, ne posez le diapason sur la lame qu'après que sa résonnance propre s'est affaiblie presque jusqu'à n'être plus sensible isolément ; aussitôt vous l'entendrez de nouveau, et plus fort qu'il n'avait jamais été. Il est évident qu'alors le mouvement vibratoire du diapason se communique, par l'air et par la matière solide de la caisse, à toutes celles des cordes métalliques qui peuvent l'admettre dans leur longueur totale ou dans leurs divisions; comme aussi il doit se transmettre aux cordes ou fibres ligneuses de la caisse, qui sont en état de le partager, et c'est pour cela sans doute qu'on la sent frémir. On conçoit alors combien le choix d'un bois à fibres mobiles et facilement excitables doit avoir d'influence sur la bonté des instrumens; mais on ne peut s'assurer de ces qualités que par l'expérience. Il faut en général employer des bois sonores, secs, élastiques, à fibres bien égales, et essayer, par des épreuves pareilles à celles que nous venons de décrire, s'ils sont également sonores dans toutes leurs parties. Encore, après tout cela, il faut que les cordes dont on fait usage y soient convenablement appropriées ; telle corde résonne mal sur un violon, qui résonnera bien sur un autre. Il parait aussi que le temps contribue à perfectionner les tables sonores, et que leurs fibres deviennent plus promptes à s'émouvoir quand elles l'ont été souvent. Ces différences sont tellement sensibles pour des oreilles exercées, qu'un habile joueur de violon peut, les yeux fermés, distinguer ceux de ces instrumens qui viennent d'un luthier célèbre, comme Amati ou Guarnerius, uniquement d'après la qualité du son qu'ils rendent ; et vainement essaierait-on de les imiter, si l'on n'a pas à sa disposition des matériaux aussi parfaits. Un *Amati* peut être démonté vingt fois sans rien perdre de son mérite ; si, après l'avoir mis dans cet état, on en copie toutes les pièces avec la fidélité la plus scrupuleuse on pourra obtenir un instrument d'une forme exactement pareille; mais si on les remonte l'un et l'autre, et qu'on les éprouve, le premier

sera toujours un excellent violon, et le nouveau pourra être fort médiocre, ou même fort mauvais.

On a une grande preuve de l'effet de ces vibrations communiquées, même à travers les substances les plus rigides, dans le bruit prodigieux de l'instrument chinois connu sous le nom de *tamtam*, et qui est aujourd'hui employé dans nos orchestres. C'est une sorte de grande cymbale, qui se suspend librement à une corde par un de ses bords. Elle est faite avec un alliage de 0,20 d'étain, et 0,78 de cuivre, qui, d'après une découverte très-curieuse de M. Darcet, lorsqu'il est trempé, est ductile et malléable, de manière à pouvoir être travaillé aisément, mais qui devient dur, élastique et cassant, lorsqu'on le laisse refroidir lentement dans l'air. On travaille d'abord le métal dans le premier de ces deux états; puis, quand l'instrument a la forme requise, on lui donne la dureté et l'élasticité. Pour le faire vibrer, on le frappe sur les bords, non pas avec un corps dur, ce qui le briserait comme du verre, mais avec un gros tampon de peau attaché au bout d'un baton. Le son n'est pas d'abord très-intense; il parait que les anneaux, sur lesquels on frappe, entrent les premiers en vibration; bientôt le mouvement se communique à tout le reste de la masse, et il en résulte un bruit épouvantable.

L'air lui-même, malgré son peu de masse, devient capable de communiquer ainsi ses propres vibrations, lorsqu'il est en contact avec des corps susceptibles de les admettre et de les exécuter avec lui. Nous avons rapporté à ce genre de communications le frémissement des cordes tendues, près desquelles on fait vibrer une autre corde dont elles puissent suivre les oscillations, soit en vibrant tout entières, soit en se divisant d'elles-mêmes en parties aliquotes. L'orgue produit aussi des effets pareils, mais bien plus intenses, sur les corps élastiques qui offrent de larges surfaces aux ondulations de l'air. Si l'on place un de ces instrumens dans une chambre, il arrive presque toujours que quelques-uns de ses tuyaux sont en harmonie avec une ou plusieurs vitres des fenêtres, ou même, parfois, avec la fenêtre entière. Alors la fenêtre frémit et résonne dès

qu'on fait parler ces tuyaux-là ; et le son propagé qui en résulte est souvent beaucoup plus intense que le son principal.

On peut tirer parti de ces propriétés pour augmenter l'effet des orchestres dans les salles de spectacle, et cette précaution, au rapport de J. J. Rousseau, n'est pas négligée dans les théâtres d'Italie. Le lieu où les musiciens sont placés est en quelque façon lui-même un grand instrument. Le plancher est en communication, par le plus petit nombre de points possible, avec la masse solide de l'édifice, qu'il serait trop difficile de faire vibrer ; il la touche seulement par des bâtis légers, qui le tiennent suspendu en l'air. Au-dessous de ce plancher, il y a une voûte creuse, de même étendue horizontale, qui reste constamment vide. L'air que cette cavité renferme est mis en vibration par les instrumens de l'orchestre, et, comme un grand porte-voix, renvoie leurs sons en les rendant plus forts et plus nombreux. Comme il y a très-peu de distance entre chaque point d'où le son se réfléchit dans la cavité, et celui dont il émane, il arrive que les ondes réfléchies et les ondes directes parviennent aux auditeurs à des instans si peu différens, qu'ils n'y aperçoivent point d'intervalle sensible ; mais selon que la cavité résonnante est plus ou moins profonde, et d'une forme plus ou moins bien appropriée à la configuration de la salle, celle-ci en devient plus ou moins sonore. Au reste, de tous les défauts qui peuvent assourdir une salle de spectacle, ou en général un édifice destiné à des assemblées publiques, le pire, et assurément un des moins rares, c'est l'existence de grandes cavités pratiquées mal à propos dans ses parois, et où les ondes sonores vont s'engouffrer sans pouvoir se distribuer au reste des auditeurs, si ce n'est par des échos tardifs et incommodes, qui ne font qu'affaiblir encore davantage les sons directs.

Il parait que les anciens avaient, pour renforcer et répandre les sons, des procédés qu'ils tenaient de l'expérience et de la nécessité où ils étaient d'avoir recours à de semblables artifices pour faire entendre leurs acteurs dans des théâtres immenses et entièrement découverts. Il y avait, dit-on, de grands vases d'airain, placés dans diverses parties de l'enceinte,

et dont la résonnance fortifiait le son au point de le rendre partout sensible et distinct. Vitruve atteste ce fait, et explique la manière dont les vases étaient placés. Mais il est impossible de concevoir comment il en pouvait résulter un pareil effet. En général, nos connaissances sont très peu avancées pour tout ce qui concerne l'intensité des sons; et il est fort à désirer que cette partie, encore toute neuve de la physique, soit étudiée et développée par quelque habile expérimentateur.

Il y a encore une autre espèce de résonnance qui tient en quelque sorte à la nature de notre organe, et qui consiste dans la rondeur et l'éclat qu'un son acquiert lorsqu'il est soutenu par son octave ou sa quinte. Je ne veux pas parler ici du son résultant qui se produit toujours dans un pareil concours de deux sons, et qui naturellement doit contribuer à les faire mieux sentir; il s'agit de phénomènes beaucoup plus frappans. Par exemple, si l'on a, dans un tuyau convenable, une anche libre qui sonne le seize-pieds ouverts, et qu'on la fasse vibrer seule, on entendra un son grave, mais sourd, qui formera presque l'extrême de ceux que nous pouvons apprécier : mais mettez à côté de cette anche l'octave au-dessus, qui a cependant elle-même un ton encore très-grave, et faites-les résonner ensemble, vous obtiendrez, avec la même gravité, une force, une rondeur et un éclat qui vous surprendront. Aussi, dans les jeux d'orgues, ces tuyaux si graves, comme le seize-pieds et le trente-deux pieds, ne s'emploient jamais seuls; car à peine on pourrait les entendre. Ils y sont toujours accompagnés de leurs accords supérieurs. Ceci peut tenir, au moins en partie, à un fait que M. Hamel a découvert, et dont il m'a rendu témoin; c'est que, lorsque plusieurs sons vibrent en même temps, outre le son résultant grave qui peut se calculer par la théorie, on entend encore d'autres sons plus élevés, qui forment avec les premiers une série ascendante; de sorte qu'ils sont surtout sensibles dans les basses, où les premiers se perdent, et qu'ils se perdent dans les tons élevés, où les premiers acquièrent le plus d'énergie.

CHAPITRE XIII.

Organes de l'Ouïe et de la Voix.

Lorsqu'à force de combinaisons et d'expériences, nous sommes parvenus à découvrir les lois communes d'une classe de phénomènes naturels, s'il existe dans les êtres organisés quelques appareils destinés à rendre ces phénomènes sensibles, il est d'un intérêt extrême d'en étudier le mécanisme, et de le comparer à notre théorie ; car, pour savante qu'elle soit, nous trouvons toujours que la nature en savait davantage ; et l'observation de ses ouvrages, après avoir confirmé ce que nous avions découvert de véritable, nous laisse encore bien des énigmes instructives à deviner. Cette considération, très-propre à frapper des esprits philosophiques, m'a engagé à insérer ici quelques détails sur les organes de l'ouïe et de la voix. Je les extrais principalement du traité élémentaire de M. Magendie sur la physiologie.

Tous les appareils des sens sont en général composés d'un système extérieur d'organes qui recueille les impressions extérieures, et d'un nerf placé derrière, qui paraît destiné à nous en donner le sentiment intime. Cette disposition s'observe dans les appareils de la vision, de l'odorat, du toucher ; on la retrouve également dans l'organe de l'ouïe.

DE L'OUIE.

Cet organe offre d'abord à l'extérieur une sorte de *pavillon* évasé par-dehors, comme celui du cornet acoustique ; car, ainsi que je viens de le faire entendre, nos instrumens les plus parfaits ne sont d'ordinaire que des imitations plus ou moins heureuses des procédés de la nature. Ce pavillon se rétrécit peu à peu en un conduit, revêtu intérieurement de poils et d'une

matière visqueuse, qui en défendent l'accès aux corps étrangers. Enfin le fond en est complètement fermé par une membrane sèche et tendue, que la peau, devenue plus mince, recouvre en dehors, et que l'on nomme la membrane *du tympan*. Les ondulations sonores de l'air extérieur ne pouvant pas aller plus loin que cette membrane, il est vraisemblable qu'elle est destinée à les recueillir et à les transmettre à l'intérieur, fonction à laquelle sa structure élastique la rend parfaitement propre. Néanmoins la propagation du son se fait aussi par les parties solides qui l'environnent ; car elle peut être déchirée, ou même entièrement détruite, sans que la faculté d'entendre soit, dit-on, sensiblement altérée. Derrière elle, il y a une cavité qui est nommée la *caisse du tympan*, laquelle communique avec le gosier par un petit conduit, qui permet à l'air de l'arrière-bouche d'y entrer et d'en sortir. Cette condition paraît même essentielle à la communication des sons ; car si le conduit guttural se bouche, on prétend que la surdité s'ensuit. Mais ce que la caisse du tympan renferme de plus singulier, ce sont quatre petits corps osseux, appelés les *osselets*, qui forment une chaîne continue attachée d'une part à la membrane, et de l'autre à un appareil solide, très-composé, appelé le *labyrinthe*, dont une partie, contournée en spirale, a été nommée *limaçon*. Le labyrinthe est rempli d'un liquide, dans lequel le nerf acoustique plonge. Ainsi, l'on conçoit que les ondulations sonores, agissant d'abord par leur choc immédiat sur la membrane du tympan, sont transmises, par l'air de la caisse et par la chaîne des osselets, aux parois du labyrinthe, et de là, par l'intermédiaire du liquide, au nerf acoustique. Mais voilà à peu près tout ce dont on peut se rendre raison. A quoi sert la chaîne des osselets ? On l'ignore. Lorsque la membrane du tympan a été détruite, cette chaîne n'est plus tendue, et ne peut plus servir. Les trois osselets situés de son côté tombent, et le quatrième seul reste d'ordinaire attaché à l'orifice du labyrinthe, et à la membrane qui le ferme, de façon que le liquide intérieur ne s'écoule pas. Alors l'audition a encore lieu comme auparavant, quoique probablement avec moins

de perfection. Il serait important d'examiner si la sensibilité de l'organe, et sa faculté de percevoir, de comparer les sons, n'en est point affaiblie. Au reste, tant que le nerf acoustique est environné de liquide, on comprend que les sons peuvent très-bien lui être transmis par les parties solides de l'organe; mais la transmission cesserait d'être possible, si ce nerf était isolé. Aussi, lorsque, par suite de maladie, la membrane du tympan est détruite, et la chaine des osselets tombée, si le quatrième osselet qui bouche le labyrinthe tombe aussi, et si la membrane qui ferme le labyrinthe se rompt, de façon que le liquide renfermé dans cette cavité s'écoule, la surdité s'ensuit toujours. Mais à quoi sert ce merveilleux travail du labyrinthe? On l'ignore absolument.

DE LA VOIX.

Le mécanisme de l'organe vocal est mieux connu que celui de l'ouïe, quoiqu'on soit encore bien loin de pouvoir l'expliquer dans tous ses détails. Il est, je ne dirai pas semblable, mais analogue aux instrumens à anches libres.

Dans l'homme, l'air, d'abord aspiré dans le poumon, et contenu dans la poitrine, en est chassé par la contraction de ces cavités, laquelle s'opère par un appareil musculaire très-puissant, que l'on nomme *les muscles de l'expiration*. De là il est conduit dans un canal cylindrique que l'on nomme *la trachée-artère*, et qui est composé d'anneaux cartilagineux, alternés avec des anneaux membraneux flexibles, ce qui lui permet de s'allonger et de se raccourcir, quoiqu'à la vérité dans des limites très-peu étendues. Au bout de ce canal sont deux lames membraneuses rectangulaires, placées parallèlement l'une à l'autre à une très-petite distance, de manière que leur intervalle offre une fente étroite, dans laquelle l'air, chassé de la poitrine, est forcé de passer avant de s'échapper par la bouche. L'organisation de ces deux lames est très-composée; mais ce qu'il nous importe le plus de remarquer, c'est qu'elles peuvent vibrer très-rapidement par leur côté libre, et qu'elles vibrent en effet lorsque la voix se produit d'une maniere continue, comme M. Magendie s'en est assuré sur des chiens

vivans. Cet appareil, analogue à une anche, mais à une anche dont les lames seraient contractiles et élastiques, se nomme *la glotte*, et l'endroit de la trachée où il est placé, ainsi que les pièces qui l'accompagnent, s'appellent *le larynx*. Au-dessus de la glotte, on trouve une membrane plate, élastique, à peu près semblable à une langue qui, fixée seulement par sa base, peut prendre dans la trachée diverses inclinaisons s'élevant et s'abaissant sur la glotte de manière à modifier la rapidité du courant d'air qui en sort. Cette membrane a reçu le nom d'*épiglotte*, qui exprime seulement sa place. Nous verrons tout-à-l'heure à quoi elle peut servir. Pour le moment, je me bornerai à dire, d'après M. Magendie, qu'elle entre en vibration aussi-bien que les lèvres de la glotte, dans les sons soutenus. Après avoir dépassé cette membrane, l'air ne rencontre plus d'obstacle; il se répand dans le gosier, dans la bouche, et sort enfin au-dehors.

D'après cette description sommaire, on reconnait avec évidence que l'organe de la voix ne peut être comparé qu'à un instrument à anche libre, où la poitrine sert de soufflet, la trachée de porte-vent, la glotte d'anche, et la bouche de tuyau pour l'écoulement de l'air. Toutes les épreuves expérimentales que l'on peut faire confirment cette analogie.

Et d'abord, il est impossible d'y voir avec quelques auteurs un instrument à cordes. Qu'y a-t-il en effet dans la glotte qui ressemble à une corde vibrante? Où trouverait-on la place nécessaire pour donner à cette corde la longueur qu'exigent les sons les plus graves? Comment pourrait-on en tirer jamais des sons d'un volume comparable à ceux que l'homme produit? Les plus simples notions d'acoustique suffisent pour faire rejeter cette étrange opinion.

C'est donc un instrument à vent; mais cet instrument est tel, qu'il peut donner des sons très-graves avec une longueur de tuyau très-peu considérable, et que le même tuyau, presque sans changer de longueur, suffit pour produire, non-seulement une certaine série de sons, en progression harmonique, mais tous les sons imaginables et toutes les nuances de ces sons,

dans l'étendue de l'échelle musicale que chaque voix peut embrasser. Ces effets sont impossibles avec le jeu des tuyaux de flûtes ; mais ils conviennent parfaitement aux tuyaux d'anches ; car alors la longueur du porte-vent étant supposée fixe, ainsi que celle du tuyau vocal placé au-delà de l'anche, celle-ci, par le seul allongement ou raccourcissement de ses [illegible], peut modifier le courant d'air de manière à obtenir tous les sons et toutes les nuances possibles de sons compris entre les limites extrêmes qu'elle comporte. En effet, en observant la glotte des chiens pendant la production soutenue de la voix, M. Magendie a vu que, dans les sons les plus graves, les lèvres de la glotte vibraient dans toute leur longueur ; mais qu'à mesure que le ton s'élevait, elles se joignaient et se serraient l'une contre l'autre dans une étendue de plus en plus considérable, de manière à diminuer de plus en plus la longueur de la portion vibrante ; de sorte que, dans l'extrême limite des sons aigus, la glotte n'offrait plus qu'une petite fente très-étroite et très-courte, par laquelle tout l'air expiré de la poitrine est contraint de passer. Ce jeu est parfaitement analogue à celui de nos anches, dont il faut aussi raccourcir la languette à mesure que l'on veut faire monter le ton. Mais dans celles-ci, même lorsqu'elles sont parfaitement libres, le ton change toujours un peu quand la force du vent éprouve des variations très-grandes d'intensité ; et M. Grenié a trouvé qu'on pouvait corriger ce défaut en mettant au-dessus des anches, dans le tuyau vocal, de petites lamelles de papier, fixes seulement par leur base, et qui, s'élevant quand le courant s'accélère, s'abaissant quand il se ralentit, peuvent, par ces positions diverses, modifier les ondulations de manière que le ton reste constant, avec une intensité de son différente. On peut conjecturer que l'épiglotte, placée de la même manière, et d'une forme à peu près pareille, est destinée, entre autres choses, à produire un pareil effet, et qu'elle nous donne ainsi la faculté dont nous jouissons, de renfler les sons à volonté sans les altérer.

Lorsque nous avons étudié le son des anches, nous avons remarqué que le tuyau vocal, sans déterminer nécessairement

les sons, avait de l'influence sur leur timbre et sur la facilité plus ou moins grande de les produire. Tel sera donc, dans l'homme, l'effet de la bouche et du conduit guttural. Ainsi, un trou percé dans cette partie du canal n'empêchera pas la voix de se produire, et en changera seulement le timbre ; c'est aussi ce que l'on observe sur les individus auxquels il a été fait naturellement ou artificiellement quelque ouverture *au-dessus* du larynx. Même on peut, sans aucune opération, en avoir une preuve frappante. En effet, il existe au fond de la bouche un trou pareil qui communique dans les fosses nasales, de là à l'air extérieur, et qui peut être ouvert ou fermé à volonté par une soupape membraneuse, que l'on appelle le *voile du palais*. Dans la production habituelle de la voix, cette soupape s'applique sur le trou, et le ferme ; de sorte que l'air sort seulement par la bouche. Mais, en faisant un léger effort pour pousser l'air dans les fosses nasales, on empêche l'application de la membrane, le trou reste ouvert, et le son sort par le nez et par la bouche à la fois. C'est ce que l'on appelle *parler du nez*. Or, tout le monde sait que, dans ce cas, la voix acquiert un timbre particulier, et entièrement différent de son timbre ordinaire.

Au contraire, si vous faites un trou dans le porte-vent d'une anche, le vent sortira par ce trou ; et en le supposant suffisamment large, l'anche ne parlera pas. C'est aussi ce qui arrive aux personnes chez lesquelles il survient, *au-dessous* du larynx, une ouverture fistuleuse. Elles ne peuvent parler qu'après avoir bouché ce trou. M. Magendie a eu sous les yeux un individu qui se trouvait dans ce cas, et qui était contraint de porter habituellement autour du col une cravatte serrée pour pouvoir parler.

L'allongement et le raccourcissement dont la trachée-artère est susceptible peuvent, quoique très-limités, servir aussi à varier les tons, surtout dans les cas extrêmes où l'influence de l'épiglotte ne serait peut-être plus suffisante ; car, dans les anches, M. Grenié a reconnu que la longueur du porte-vent avait une influence analogue. Remarquons toutefois que cette

influence et celle de l'épiglotte, comme membrane compensatrice, ne sont pas des élémens essentiels à la production même du son ; de sorte, par exemple, que l'épiglotte pourrait vraisemblablement être détruite sans que la voix cessât de se former. Mais leur absence ou leur présence doit se faire sentir dans le chant, où les mêmes sons doivent être souvent produits avec d'inégales intensités, et quelquefois avec une intensité variable, le ton restant le même.

L'étendue des diverses voix humaines, depuis les plus graves jusqu'aux plus aiguës, embrasse environ trois octaves. Les voix les plus étendues ne passent guère deux octaves en sons bien pleins et bien justes. Les voix d'hommes, les plus graves, vont communément de *sol*$_1$ à *fa*$_3$, en appelant *ut*$_1$ l'*ut* du violoncelle, ou le son fondamental d'un tuyau de quatre pieds bouché. Les voix de femmes, les plus hautes, vont communément de *re*$_3$ à *la*$_4$. En général, les voix des enfans et des femmes sont plus aiguës que celles des hommes faits, parce que les lames de leur glotte sont proportionnellement beaucoup plus courtes. Elles augmentent dans l'homme vers quinze ou seize ans, et acquièrent en peu de temps une longueur presque double de celle qu'elles avaient d'abord ; c'est ce qui fait le changement qu'on observe à cette époque dans le son de la voix, et qui la rend plus grave. Quant à son volume absolu, il dépend dans chaque individu de l'épaisseur des lèvres de l'anche, et de la force d'expiration que les poumons peuvent exercer.

Après ces explications, il sera très-facile de comprendre les modifications essentielles que l'organe de la voix présente dans les différens animaux. J'emprunte ces détails dans les leçons d'anatomie de M. Cuvier.

Les animaux à poumons, c'est-à-dire les mammifères, les oiseaux et les reptiles, sont les seuls qui aient une véritable voix. La nature de l'organe vocal est, dans tous, essentiellement la même. C'est un instrument à anche libre, que l'air expiré des poumons fait parler. Mais il y a de grandes différences dans la disposition de ce mécanisme.

Les mammifères et les reptiles n'ont, comme l'homme,

qu'une seule glotte, ou anche, placée à l'endroit où la trachée-artère vient se terminer dans la bouche. Leur voix se produit donc absolument de la même manière. Mais l'homme seul, par la flexibilité de ses lèvres, par la mobilité de sa langue, et les autres modifications de la bouche, est susceptible d'une variété d'articulations qu'une organisation plus imparfaite interdit aux animaux.

La classe des oiseaux, qui renferme des chanteurs si mélodieux, offre, dans la construction de l'organe vocal, diverses particularités dont on sentira facilement l'influence sur la variété des sons. La plus remarquable, c'est que la glotte et les lames vibrantes y sont placées presqu'à la sortie des poumons, et à l'origine de la trachée-artère. Du reste, quoique cette trachée soit proportionnellement plus longue et plus extensible que celle des mammifères, elle est encore beaucoup trop courte pour que les sons graves qui en sortent y soient produits comme dans un tuyau de flûte. Cela suffit pour prouver que, dans cette classe, comme chez les mammifères, l'instrument vocal est une anche ; et la preuve que l'anche y est placée au bas de la trachée, c'est que, si l'on coupe le cou à un oiseau criard, même très-loin de la tête, comme M. Cuvier en a fait l'expérience, il crie comme auparavant ; parce que l'instrument qui produit chez lui le son existe encore, au moins dans sa partie la plus essentiellement nécessaire à la formation de la voix.

J'ai dit que la trachée des oiseaux était plus contractile que celle des mammifères. Elle offre encore une autre particularité; c'est que son extrémité supérieure peut se resserrer et s'élargir de manière à laisser un passage plus ou moins libre au courant d'air. Les variations de la longueur et de l'ouverture sont donc deux moyens dont l'oiseau peut disposer pour varier les tons de sa voix et les intensités de ces tons ; de même que la forme des tuyaux qu'on met au-dessus des anches ordinaires réagit sur les tons qu'elles produisent, pour une longueur donnée des lames vibrantes. Mais probablement ce secours auxiliaire ne sert qu'à former les nuances les plus délicates ; car nous

avons vu que le seul changement de longueur des lèvres de l'anche est toujours la première et la principale cause du changement de ton.

Nous avons vu aussi que la forme du tuyau vocal adapté aux anches ordinaires modifie la qualité du son qu'elles produisent, et le rendent plus ou moins semblable à celui de divers instrumens. Des variétés analogues se produisent dans les oiseaux par une cause pareille, c'est-à-dire par la forme de leur trachée-artère. Ceux qui ont une trachée conique évasée vers la bouche ont la voix éclatante, comme les jeux de trompettes dans les orgues. D'autres ont, dans certains endroits de leur trachée, des renflemens qui doivent y modifier la qualité du son; de même qu'il arrive dans les orgues par l'effet des tuyaux à cheminée. Mais les oiseaux chanteurs ont une trachée cylindrique toute composée d'anneaux aussi fins que des fils. On conçoit que la qualité du son peut être modifiée par la construction plus ou moins délicate de la trachée, et par la nature plus ou moins élastique de la substance qui la compose. Elle doit l'être encore par la constitution de l'anche, qui peut être plus ou moins criarde, comme nous observons que cela arrive dans nos anches ordinaires. Mais ces détails, dont la variété se suppose aisément, n'appartiennent pas d'assez près à notre sujet pour que nous devions les parcourir, et il nous suffira d'avoir montré le point de vue véritable sous lequel on doit les envisager.

SUPPLÉMENT A L'ACOUSTIQUE.

Lorsque j'ai parlé des harmonica, je ne connaissais pas les moyens ingénieux et sûrs que M. Grenié a mis en usage pour donner à ces instrumens tout le degré de perfection dont ils sont susceptibles ; c'est pourquoi j'ajouterai ici un mot à ce sujet. D'abord, si l'on veut que l'instrument soit durable et constamment d'accord, il faut qu'il soit de ceux que nous avons appelés à cylindre. Pour l'établir, M. Grenié se procure des cloches d'une même espèce de verre, et des diverses dimensions qui conviennent à l'étendue de l'échelle musicale qu'il veut embrasser. Il les perce toutes à leur sommet, dans l'endroit où elles doivent être enfilées par le cylindre ; puis, ayant fait construire des moules sphériques bien réguliers, il ajuste ses cloches sur un tour, et les use en dedans et en dehors jusqu'à ce qu'elles deviennent partout d'une épaisseur rigoureusement égale, ce dont il s'assure en les mesurant, dans toutes leurs parties, avec un compas à branches courbes. Quand cela est fait, il les use peu à peu sur leur bord extrême, perpendiculairement à leur axe, jusqu'à ce que, placées sur le cylindre, elles rendent exactement le son qu'on veut en obtenir, ce dont on s'assure en les comparant à un orgue bien accordé. Quand on est parvenu à ce terme, la cloche est achevée, et il faut recommencer le même travail pour une autre note. On conçoi qu'un instrument ainsi construit exige beaucoup de soint et de dépenses, surtout si on veut lui donner une grandes étendue de sons ; mais aussi on en est récompensé par la constance de son accord et par la beauté pénétrante des sons qu'il produit.

J'ai aussi omis d'expliquer, en parlant des orgues, la ma-

nière dont on accorde les jeux de bourdon, c'est-à-dire, ceux qui sont composés de tuyaux à bouches, fermés à leur fond. C'est en rendant ce fond mobile, et l'enfonçant ou le retirant plus ou moins, jusqu'à ce qu'on ait obtenu l'accord. En effet, en opérant ainsi, on raccourcit ou on allonge d'autant la colonne d'air vibrante. Ceci complète les données nécessaires pour l'accord des orgues. Car nous avons vu que les tuyaux de flûte s'accordent par l'évasement ou le retrécissement de leur orifice libre; les tuyaux à cheminée, par l'écartement ou le rapprochement des ailes situées près de leur embouchure; et les tuyaux d'anches, par l'enfoncement ou le relèvement de la rasette qui limite la longueur de la languette mise en vibration.

FIN DU LIVRE DEUXIÈME.

SUPPLÉMENT A L'HYGROMÉTRIE.

En exposant, dans le premier Livre de cet ouvrage, les usages des hygromètres, j'ai fait remarquer que l'on ne connaissait point le rapport des indications de ces instrumens avec les quantités absolues d'eau en vapeur contenues dans l'air. Cependant cette connaissance est essentielle pour résoudre une infinité de questions physiques intéressantes, et elle est, par exemple, un préliminaire indispensable au perfectionnement de la météorologie. Depuis l'impression de mon premier volume, M. Gay-Lussac a heureusement résolu cet important problème, et il l'a fait d'une manière si générale, qu'on peut déduire de ses résultats une table complète de la correspondance des degrés de l'hygromètre avec les tensions actuelles de la vapeur aqueuse, et réciproquement. Cet habile physicien ayant bien voulu me communiquer son travail, j'en vais insérer ici l'extrait, estimant qu'un supplément si nécessaire, et qui n'est point étranger aux mouvemens de l'air, sera mieux placé ici que s'il était rejeté après d'autres matières plus éloignées du même sujet.

Le procédé employé par M. Gay-Lussac est aussi simple que sûr et ingénieux. S'étant procuré un hygromètre dont la marche soit bien constante, c'est-à-dire qui, placé dans les mêmes circonstances, revienne toujours au même degré de son échelle, il le suspend dans un grand vase de verre, en partie rempli d'eau ou d'une dissolution saline connue, et dont il a préalablement mesuré la tension, dans le baromètre, à une température donnée. La suspension de l'hygromètre s'opère en l'attachant intérieurement au couvercle même du vase, qui est un disque de verre plan. On lute hermétiquement ce disque aux bords du vase, et on laisse l'expérience se continuer pendant quelque temps. Le liquide répandu sur toutes les parois

du vase, ne tarde pas à saturer l'espace intérieur de vapeurs aqueuses, jusqu'au terme que sa propre tension comporte; et l'hygromètre, après s'être mis en équilibre avec elles, finit par s'arrêter en un certain degré de sa propre division. On apprend donc ainsi que ce degré correspond à la tension observée du liquide; et en répétant la même épreuve à la même température, pour des tensions diverses, comprises entre la sécheresse extrême et la saturation complète de l'espace par les vapeurs émanées de l'eau pure, on peut obtenir autant de termes de cette correspondance, aussi rapprochés que l'on voudra.

Ce procédé peut, comme on voit, s'appliquer, avec un égal succès, à toutes sortes d'hygromètres; il offre par conséquent un excellent moyen de les comparer. Mais M. Gay-Lussac ne l'a jusqu'ici appliqué qu'à l'hygromètre à cheveu, qui, en effet, étant le plus sensible, et peut-être le plus exact, du moins si l'on s'en rapporte à l'opinion de De Saussure, méritait d'être le premier objet de ses déterminations. En l'étudiant ainsi à la température de dix degrés de la division centésimale, il a obtenu les résultats suivans, où les tensions des liquides introduits dans l'appareil sont exprimées en parties de la tension de l'eau pure, celle-ci étant représentée par 100.

NATURE DES DISSOLUTIONS.	DENSITÉS des dissolutions à 10° centésimaux.	TENSION des dissolutions à 20°, celle de l'eau étant représentée par 100.	DEGRÉS de l'hygromètre à cheveu, correspondans à la tension de chaque dissolution.
Eau.....	1000	100,0	100,0
Muriate de soude..	1096	90,6	97,7
idem.	1163	82,3	92,2
idem.	1205	75,9	87,4
Muriate de chaux..	1274	66,0	82,0
idem.	1343 (A)	50,5	71,0
idem.	1397	37,6	61,3
Acide sulfurique...	1493	18,1	33,1
idem	1541	12,2	25,3
idem.	1702	2,4	6,1
idem.	1848	0,0	0,0

En portant la température de 10° à 20°,2, l'hygromètre, plongé dans un air humecté par la dissolution de muriate de chaux (A), a marché vers l'humide de 2°,85. Cette épreuve était nécessaire pour pouvoir ramener précisément à la température

fixe de 10° les observations qui s'en seraient tant soit peu écartées, en plus ou en moins, par l'effet des variations accidentelles de l'air du laboratoire.

Pour prendre une idée générale de la marche de ces résultats, il n'y a qu'à les construire graphiquement sous la forme d'une ligne courbe, en prenant par exemple les tensions pour abscisses, et les degrés de l'hygromètre pour ordonnées. Si l'on représente les premières par x, les dernières par y, on aura d'abord, à l'origine, $x=0$ et $y=0$, puisque le zéro de l'hygromètre répond à la sécheresse extrême. On aura ensuite, à la fin de l'échelle, $x=100$, $y=100$, parce le 100° degré de l'hygromètre répond à l'état complet de saturation par les vapeurs de l'eau pure. Entre ces deux limites, les résultats de M. Gay-Lussac donneront plusieurs autres termes de la courbe. Cela posé, on trouvera aisément que cette courbe est une hyperbole dont la concavité est tournée vers la ligne des x, et dont l'axe incliné de 45° sur cette ligne forme la diagonale du carré qui aurait pour base l'abscisse $x=100$, et pour hauteur, l'ordonnée 100 correspondante à $x=0$; de sorte que l'hyperbole est disposée symétriquement par rapport aux côtés de ce carré. Ceci est un résultat qu'il eût été bien impossible d'imaginer *à priori;* car on aurait plutôt été porté à croire que la courbe, quelle qu'elle fût, devait avoir pour limite asymptotique la dernière ordonnée, qui exprime le point complet de saturation, au lieu qu'elle coupe cette ordonnée obliquement, aussi bien que l'axe des y; comme s'il pouvait encore y avoir des degrés d'humidité au-delà de la tension libre de la vapeur aqueuse, et en-deçà de la sécheresse extrême. Ceci est une nouvelle preuve de l'avantage que l'on a toujours à construire graphiquement les expériences, afin de prendre une idée générale de leur marche, avant de chercher à les lier par des formules numériques. Car les courbes qui résultent des observations indiquent toujours la véritable marche que les formules doivent suivre, et elles les présentent quelquefois immédiatement. Ici, par exemple, une fois la forme hyperbolique reconnue, on peut aisément vérifier jusqu'à quel point elle s'approche

des expériences ; car, la construction même nous découvrant la position de son axe, comme on sait de plus qu'elle doit passer par les extrémités de l'échelle, deux observations suffisent pour la déterminer complètement.

Pour faire ce calcul de la manière la plus simple, il convient de transformer les coordonnées $x\ y$ en d'autres $x'\ y'$, également rectangulaires, mais rapportées à l'axe même de l'hyperbole, et ayant leur origine en un de ses points. D'après cela, les x' formeront un angle de $-45°$ avec les x, et en nommant (x), (y), les coordonnées primitives de la nouvelle origine, les formules connues de la transformation des coordonnées donneront

$$x=(x)+\frac{1}{\sqrt{2}}(y'+x'),\qquad y=(y)+\frac{1}{\sqrt{2}}(y'-x').$$

Afin d'avoir à opérer sur de moindres nombres, représentons par l'unité la longueur de l'abscisse x, qui correspond à la tension 100. Alors, d'après la direction que nous avons reconnue à l'axe de la courbe, l'équation de cet axe en $x\ y$ sera

$$y=1-x.$$

Les coordonnées primitives (x) (y) de la nouvelle origine devront donc satisfaire aussi à cette condition, ce qui permet de déterminer une d'entre elles, par exemple, (y). Nos expressions générales, ainsi limitées, deviennent

$$x=(x)+\frac{1}{\sqrt{2}}(y'+x');\ y=1-(x)+\frac{1}{\sqrt{2}}(y'-x');$$

et ajoutées ensemble, elles donnent

$$y'=\frac{(x+y-1)}{\sqrt{2}}.$$

résultat désormais indépendant du lieu où la nouvelle origine peut être placée. Par exemple, pour le muriate de chaux, dont la densité est 1397, les observations nous donnent

$$x=0{,}376,\ y=0{,}613,\ \text{donc}\ y'=-\frac{0{,}011}{\sqrt{2}}=-0{,}00777818.$$

Cet y' est la distance du point dont il s'agit à l'axe de l'hyperbole. Elle est, comme on voit, si petite, que ce point est presque situé sur l'axe même, et pourrait se prendre pour

le sommet de la courbe. Mais, pour ne point introduire dans ce calcul d'inexactitude volontaire, ne faisons point cette supposition : mettons seulement l'origine des x' au point de l'axe qui forme le pied de l'ordonnée y'. Alors, pour avoir (x), il suffira d'ajouter à 0,376 la projection de y' sur l'axe des x, c'est-à-dire $y'\cos 45°$ ou 0,005/4996 ; cela donnera $(x) = 0{,}3815$, et les relations des deux systèmes des coordonnées seront déterminées complètement. Alors, en en tirant x' et y', on aura

$$y' = \frac{x + y - 1}{\sqrt{2}} ; \qquad x' = (x - 0{,}3815)\sqrt{2} - y'.$$

Quand x et y seront donnés, la première formule fera connaître directement y'. Ensuite, en substituant dans la seconde, on aura x'. Voici les résultats de ce calcul, pour quelques-unes des observations qui vont nous servir d'élémens ultérieurs :

Coordonnées primitives.		Coordonnées nouvelles.	
x.	y.	x'.	y'.
0,000	0,000	+ 0,167584	— 0,707107
0,122	0,253	+ 0,074953	— 0,441942
0,376	0,613	0,000000	— 0,007778

Maintenant, avec ces trois données, dont la première est immédiatement fournie par la nature même de la chose, on peut complètement déterminer l'hyperbole. Car, puisque son axe coïncide avec la ligne des x', elle aura nécessairement une équation de la forme

$$y'^2 = a + 2bx' + cx'^2,$$

a, b, c, étant trois coefficiens constans, que les trois conditions ci-dessus serviront à déterminer. On trouve ainsi

$$a = 0{,}0000605$$
$$b = 1{,}149338 \qquad \log b = 0{,}0604479$$
$$c = 4{,}086830 \qquad \log c = 0{,}6113669$$
$$c - 1 = 3{,}086830 \qquad \log (c-1) = 0{,}4895129.$$

Je place ici la valeur de $c-1$, parce qu'elle nous sera tout-à-l'heure utile. En effet, si l'on veut revenir aux $x\,y$ primitifs, et calculer, par exemple, le degré y de l'hygromètre, la tension x étant donnée, il faudra introduire cet élément dans les formules qui lient les deux systèmes de coordonnées, en faisant

$$(x-0{,}3815)\sqrt{2}=s, \quad \text{ce qui donne} \quad y'=s-x';$$

Et substituant cette valeur de y' dans l'équation de l'hyperbole, elle ne contiendra plus que x' d'inconnu. De sorte que par la résolution, l'on en tirera

$$x'=-\frac{(s+b)+\sqrt{(s+b)^2+(s^2-a)(c-1)}}{c-1},$$

et par suite

$$y'=\frac{sc+b-\sqrt{(s+b)^2+(s^2-a)(c-1)}}{c-1}; \quad (1)$$

De sorte que l'on pourra calculer cette valeur de y' immédiatement. Quand elle sera connue, l'expression générale de y' en $x+y$ donnera

$$y=1-x+y'\sqrt{2}. \quad (2)$$

J'ai calculé ainsi les degrés de l'hygromètre pour les diverses expériences de M. Gay-Lussac, d'après les tensions observées, et j'ai trouvé les résultats suivans (1):

Tensions observées.	Degrés de l'hygromètre, calculés.	Degrés de l'hygromètre, observés.	Excès du calcul.
0, 0	0,°00	0,°00	0,°0
2, 4	5, 34	6, 1	— 0, 8
12, 2	25, 30	25, 3	0, 0
18, 1	35, 7	33, 1	+ 2, 6
37, 6	61, 3	61, 3	0, 0
50, 5	72, 6	71, 0	+ 1, 6
66, 0	82, 9	82, 0	+ 0, 9
75, 9	88, 4	87, 4	+ 1, 0
82, 3	91, 7	92, 2	— 0, 5
90, 6	95, 7	97, 7	— 2, 0
100, 0	100, 0	100, 0	0, 0

(1) En effectuant ces calculs, il faut d'abord ramener les tensions observées à l'espèce d'unité que nous avons choisie, en les divisant par

Les résultats du calcul s'accordent avec l'expérience aussi bien que l'on peut l'espérer ; car on ne saurait éviter des anomalies de deux ou trois degrés dans les indications individuelles d'un instrument aussi délicat que l'hygromètre à cheveu ; et ce ne serait que par une répétition très-multipliée des observations qu'on pourrait espérer de les faire disparaître. Jusque là, les formules qui nous ont donné ces résultats suffiront pour construire des tables qui seront déjà très-approchées. Telle est celle que j'ai insérée à la fin du premier volume.

Je ferai à ce sujet une remarque très-utile, parce qu'elle abrége de moitié le travail. Nous avons trouvé que l'axe de notre hyperbole divise en deux parties égales l'angle droit formé par l'abscisse $x = 1$ avec l'ordonnée $y = 1$. Il s'ensuit de là que, si le degré de l'hygromètre y répond à la tension x, le degré $1 - x$ répondra à la tension $1 - y$; de sorte qu'ayant formé une première table où les tensions marchent de centième en centième, on en déduira, par le simple complément des nombres, une seconde table, où les degrés marcheront aussi suivant la même progression. Par exemple, en prenant maintenant les centièmes pour unité, la tension 1, d'après notre formule, répond à 2°,19 de l'hygromètre. Donc le degré 100—1 ou 99 de l'hygromètre répondra à la tension 100—2,19 ou 97,81, comme en effet cela a lieu.

Au moyen de ces tables, on connaîtra tous les rapports des tensions avec les degrés de l'hygromètre de Saussure pour la température de 10°, à laquelle M. Gay-Lussac a fait ses observations. Mais si la température change, les mêmes tables pourront-elles servir encore? ou, si elles ne sont plus immédiatement applicables, comment devra-t-on les modifier? Ici,

---

100, ce qui revient à prendre pour unité la tension de l'eau pure ; alors la valeur calculée de y se trouve exprimée de la même manière. Il faut donc, pour en déduire le degré de l'hygromètre qu'elle indique, la multiplier par 100. De plus, avant d'effectuer le calcul de y, il faut, pour abréger, multiplier tout de suite ses termes par $\sqrt{2}$, et calculer numériquement tous les coefficiens constans du produit. Tels que $\frac{b\sqrt{2}}{c-1}$; $\frac{b\sqrt{2}}{c-1}$; etc.

l'expérience seule peut servir de guide. Il faudrait refaire une ou deux séries d'observations pareilles avec les mêmes liquides portés à des températures beaucoup plus hautes ; telles, par exemple, que de 50° et 100°. Alors, en rapportant les nouvelles tensions de ces liquides à celles de l'eau, et comparant à ces rapports les degrés indiqués par l'hygromètre, on verrait si leur système est encore représenté par une hyperbole, ayant son axe incliné de 45° sur la ligne des abscisses ; et dans ce cas très-vraisemblable, on déterminerait la variation que les élémens de l'hyperbole primitive doivent subir pour se transporter à celle-là. Alors les résultats relatifs aux températures intermédiaires se déduiraient de ceux-là par interpolations, et les tables modifiées en conséquence deviendraient applicables à toutes les températures. Dans cette recherche, il ne serait plus nécessaire d'observer de nouveau les tensions des dissolutions salines ; car, les ayant observées à 10°, on les transporterait aux nouvelles températures, d'après la loi de M. Dalton. Par exemple, dans les expériences de M. Gay-Lussac, la dissolution de muriate de chaux, dont la densité était 1343, avait à 10° une tension exprimée par 50,5, celle de l'eau pure étant représentée par 100°. Or, la tension totale de l'eau à 10° est $9^{mm},475$, selon la table que nous avons donnée dans le premier livre. Ainsi, la tension de la dissolution était alors $\frac{50,5 . 9^{mm},475}{100}$, ou $4^{mm},785$. Maintenant, si l'on demande quelle sera la tension de cette même dissolution à une autre température, telle que 20°,2, par exemple, il n'y a qu'à prendre l'excès de cette température sur la première, qui sera 10°,2. Puis, consultant de nouveau la table, on cherchera à quel degré l'eau a pour tension $4^{mm},785$, et l'on verra que cela arrive à — 0°,88 ; puis, ajoutant la différence commune 10°,2, ce qui donne pour somme + 9°,32, on cherchera dans la table la tension de l'eau correspondante à ce degré, et on la trouvera de $9^{mm},090$. Ce sera donc aussi la tension de la dissolution à la température de 20°,2, puisqu'en partant d'une même intensité de la force élastique, qui est ici $4^{mm},785$, cette force

augmente également pour tous les liquides par des accroissemens égaux de température. Connaissant ainsi la force élastique absolue de la dissolution, si l'on veut, comme l'a fait M. Gay-Lussac, la rapporter à celle de l'eau, représentée par 100, il n'y aura qu'à chercher dans la table la valeur de cette dernière, qui est $17^{mm},514$, à $20°,2$, et alors celle de la dissolution sera exprimée par $\frac{100.9,090}{17,514}$, ou 51,9.

Or, en élevant en effet la température de cette dissolution jusqu'au degré $20°,2$, M. Gay-Lussac a vu l'hygromètre marcher vers l'humide de $2°,85$, ce qui le fit arriver à $71° + 2°,85$, ou 73,85. Maintenant, dans notre table hygrométrique, construite pour 10° de température, lorsque la tension est 50,5, chaque variation d'une unité dans sa valeur produit sur l'hygromètre $0°,73156$. Ainsi, un accroissement de tension égal à $51,9 - 50,5$, ou 1,4, produirait $1°,024$, dont l'hygromètre devrait marcher vers l'humide. Ce résultat étant beaucoup moindre que la variation $2°,85$, observée pour la même tension 51,9, en changeant de température, on voit que le même rapport des tensions partielles à la force élastique totale ne répond pas au même degré de l'hygromètre à toutes les températures, ou, en d'autres termes, l'hyperbole qui lie les degrés et les tensions change avec la température : ainsi, pour généraliser les résultats des tables, il sera indispensable de chercher dans l'expérience les lois de ses variations.

M. Dulong s'était occupé de l'hygromètre à peu près en même temps que M. Gay-Lussac; mais il abandonna ses travaux déjà fort avancés, quand ce physicien célèbre annonça les siens. Ce sacrifice est à regretter, parce que, dans la détermination de résultats aussi minutieux, les vérifications ne sauraient être trop nombreuses. On en jugera surtout ainsi, quand on aura jeté les yeux sur quelques-uns des résultats déjà obtenus par M. Dulong, et qu'il a bien voulu me communiquer. Ils ont pour objet l'hygromètre à cheveu de Saussure, et l'hygromètre de baleine de Deluc, qui sont les deux plus usités. La température est $13°,9$; les densités de la vapeur

aqueuse, dans laquelle l'hygromètre plonge, sont rapportées à celle qui convient à la saturation complète, celle-ci étant exprimée par 100.

Densités de la vapeur à 13°,9.	Hygromètre de Deluc.	Hygromètre de Saussure.
0, 0997	12,°2	28,°
0, 1980	18, 0	44
0, 2976	22, 5	55
0, 4874	31, 8	75
0, 5912	37, 5	84
0, 6844	45, 5	91
0, 7797	54, 0	92
0, 8774	58, 0	97,5
0, 9762	70, 0	102

On voit que la division de l'hygromètre à cheveu n'était pas réglée parfaitement, puisqu'il dépassait le terme de 100 dans l'humidité presque extrême. Malheureusement, les observations originales que M. Dulong avait faites sont égarées, et il n'est plus possible de retrouver ces corrections. Mais du moins, les nombres observés suffiront pour nous déterminer des rapports; car la température étant constante, les densités sont entre elles comme les tensions. Or, cette comparaison donne des résultats très-conformes à ceux de M. Gay-Lussac; car, par exemple, si l'on compare les degrés 55 et 92,5, le rapport des tensions, d'après M. Dulong, sera $\frac{0,2976}{0,7797}$, ou 0,382; et suivant la table déduite des observations de M. Gay-Lussac, ce sera $\frac{31,76}{83,08}$, ou 0,382, c'est-à-dire absolument la même valeur. Cet accord montre que les observations de part et d'autre sont bonnes, et que la table fondée sur celles de M. Gay-Lussac peut être employée avec sûreté, à la température pour laquelle elle est faite.

LIVRE TROISIÈME.

DE L'ÉLECTRICITÉ.

CHAPITRE PREMIER.

Phénomènes généraux des Attractions et Répulsions électriques ; distinction de deux sortes d'électricités.

Jusqu'ici toutes les propriétés que nous avons découvertes dans les corps, leur étaient constamment inhérentes, et semblaient essentiellement attachées à la matière qui les compose. C'est ainsi que les corps pesans ne peuvent pas être dépouillés de la pesanteur, ni leurs molécules de la propriété de s'attirer mutuellement.

Nous allons examiner maintenant d'autres genres de modifications qu'on peut imprimer passagèrement aux corps, et qui sont d'autant plus singulières que, sans ajouter ni ôter à leurs particules aucun principe tangible et pondérable, elles y développent néanmoins des forces très-puissantes, dont l'influence mécanique peut ensuite mettre en mouvement des corps matériels.

Par exemple, si l'on prend un bâton de cire d'Espagne ou un tube de verre, ou un morceau d'ambre qui n'ait pas été touché depuis long-temps, et qu'on les approche de quelques petites parcelles de papier, de paille ou d'autres petits corps légers, ceux-ci n'en éprouveront aucune impression ; mais si, avant de faire cette épreuve, on frotte légèrement et vivement le tube de verre, le bâton de cire ou le morceau d'ambre, avec une étoffe de laine ou une peau de chat bien sèche, lorsqu'on les

approche ensuite des petits corps légers dont nous parlions tout-à-l'heure, on voit ceux-ci s'envoler vers eux. Voilà donc une nouvelle propriété, une faculté nouvelle que le frottement a développée dans des corps qui ne la possédaient pas auparavant. Cette propriété a été appelée *électricité*, du mot grec ἤλεκτρον, qui signifie *ambre*, parce qu'en effet c'est dans cette résine qu'elle a été remarquée le plus anciennement.

On en était resté pendant des siècles à cette première observation ; mais depuis environ soixante ans ces phénomènes mieux étudiés ont fait découvrir une multitude de résultats importans, dont l'ensemble forme aujourd'hui une des plus belles parties de la physique.

Le premier pas à faire, ce doit être de bien étudier le phénomène fondamental que nous avons d'abord décrit, et d'en bien définir les diverses circonstances. Pour le rendre plus sensible, il faut soumettre au frottement des tubes de verre, de soufre ou de cire d'Espagne, d'un volume un peu considérable; par exemple, de deux centimètres de diamètre, et de trois ou quatre décimètres de longueur. Alors les attractions sur les corps légers sont beaucoup plus vives; on les voit s'élancer avec rapidité vers le tube électrisé. Quelques-uns y adhèrent ; d'autres, après l'avoir touché, sont repoussés rapidement. Si l'on approche le tube de la main ou du visage, on éprouve à une certaine distance une sensation pareille à celle que produiraient des toiles d'araignées; et si on le touche avec le doigt ou avec une boule de métal, on entend le pétillement d'une étincelle qui s'élance sur le corps qu'on lui présente. Cette étincelle devient visible lorsque l'on fait l'expérience dans l'obscurité, et l'on voit aussi une lueur bleuâtre suivre constamment le frottoir à mesure qu'on le promène sur le tube. On peut encore agrandir les effets en substituant au tube un gros globe de verre ou de résine, ou un cylindre, ou un plateau de verre que l'on serre entre des coussins fixes, et que l'on fait tourner circulairement par le moyen d'une manivelle. Cet appareil se nomme une machine électrique; on y ajoute ordinairement plusieurs autres dispositions de détail qui en rendent les effets plus sûrs et plus

intenses. Nous en parlerons plus loin, quand nous aurons acquis les connaissances théoriques sur lesquelles ces dispositions sont fondées. En attendant, l'appareil tel que nous venons de le décrire, suffit pour mettre dans une entière évidence les phénomènes fondamentaux que nous avons annoncés.

Quelle est la nature du principe qui produit tous ces phénomènes? comment existe-t-il dans les corps? comment son action est-elle développée par le frottement? Nous l'ignorons; mais, quel qu'il soit, nous le définirons, pour abréger, par le nom d'*électricité*. C'est ainsi que nous avons nommé *calorique* le principe inconnu de la chaleur.

Toutes les substances vitrées et résineuses produisent ces phénomènes à des degrés divers. On les obtient aussi avec des étoffes de soie; mais ils ne réussissent pas du tout avec les métaux. Si l'on prend un tube de métal d'une main, et qu'on le frotte de l'autre avec une peau de chat ou une étoffe de laine, il ne donnera pas de traces lumineuses, il n'excitera aucune sensation dans les organes, et il n'attirera point les corps légers.

Mais si, au lieu de tenir le tube métallique à la main, vous l'attachez à un tube de verre ou de résine bien sec qui lui serve seulement de support, et qu'ensuite vous le frottiez comme tout-à-l'heure, sans le toucher autrement que par le frottoir, il acquerra toutes les propriétés électriques. La même chose arrivera, si vous le frappez avec une peau de chat après l'avoir suspendu sur des cordons de soie; ou si, pour le tenir, vous enveloppez votre main avec quelques doubles d'une étoffe soyeuse. Ces propriétés ne subsisteront qu'autant que le tube métallique sera exempt de toute autre communication; car si vous le touchez avec le doigt ou avec un autre morceau de métal, il les perdra à l'instant.

Il est clair, d'après ces expériences, que si le métal n'acquérait pas d'abord les propriétés électriques par le frottement, ce n'était pas qu'il fût inhabile à les recevoir; mais il l'était à les conserver, puisque, lorsqu'il les possède, on les lui ôte en le touchant avec le doigt, ou avec un autre morceau de métal. Ainsi, quand on le tenait à la main pour le frotter, l'électricité

qui s'y développait devait se perdre à mesure. Il ne faut donc pas s'étonner si elle ne produisait pas d'effet. Mais elle est devenue sensible, quand le métal a été suspendu dans l'air par des supports de verre, de soie ou de résine ; c'est donc une preuve que ces diverses substances résistaient à l'écoulement de l'électricité ; et en effet, l'électricité ne se répand pas rapidement d'un bout à l'autre d'un ruban de soie, d'un tube de verre, ou d'un bâton de résine ; car lorsque ces corps sont électrisés par le frottement, si on les touche dans une partie, on dépouille bien cette partie des propriétés électriques, mais elles subsistent encore dans tout le reste. C'est pour cela qu'on peut électriser ces corps par le frottement, en les tenant à la main par une de leurs extrémités.

Ceci nous conduit donc à distinguer les corps naturels en deux grandes classes, selon qu'ils transmettent ou ne transmettent pas *librement* l'électricité. Nous les nommerons, en conséquence, *conducteurs* et *non-conducteurs ;* on appelle aussi ces derniers *corps isolans*, parce que, lorsqu'on les emploie comme supports, ils servent à *isoler* les autres de toute communication avec des conducteurs qui pourraient leur enlever l'électricité (1).

L'air atmosphérique est évidemment de la classe des corps non-conducteurs ; car s'il livrait un libre passage à l'électricité, aucun corps qui y serait plongé ne pourrait produire des phénomènes électriques durables. Or, un tube de verre ou de résine frotté, conserve ses propriétés électriques pendant un temps même considérable, quoiqu'il soit environné d'air.

Au contraire, l'eau est un corps conducteur ; car si l'on mouille avec ce liquide, ou seulement avec sa vapeur, un tube

(1) Autrefois on donnait aux corps non conducteurs, le nom d'*idio-électriques*, c'est-à-dire, électriques par eux-mêmes ; et l'on appelait les corps conducteurs, *anélectriques*, c'est-à-dire, non électriques, parce qu'on croyait que les premiers seuls pouvaient être électrisés par frottement. C'est une erreur. Tous les corps s'électrisent quand on les frotte, mais tous n'ont pas la faculté de retenir l'électricité qu'on y développe ; et pour qu'elle y reste, il faut les isoler.

de verre ou de résine électrisé par frottement, il perd à l'instant toute sa vertu. Aussi la vapeur aqueuse suspendue dans l'air altère-t-elle les propriétés isolantes de ce fluide; et c'est pour cela que les expériences électriques ne réussissent jamais mieux que dans les temps froids et secs, où il y a très-peu de vapeur aqueuse suspendue dans l'air.

Cette faculté diverse des corps pour retenir l'électricité ou pour la transmettre, a été découverte par Grey. Il en dut l'observation au hasard, mais à un hasard dont il sut habilement profiter.

Il n'y a aucune relation constante entre l'état des corps et leur faculté conductrice. Parmi les corps solides, les métaux transmettent parfaitement l'électricité; mais les gommes et les résines sèches ne la transmettent pas. Presque tous les liquides sont de bons conducteurs; cependant l'huile est un conducteur fort imparfait. La cire froide et le suif conduisent mal l'électricité; fondus, ils conduisent bien. La faculté conductrice s'observe dans les états les plus opposés; par exemple, dans la flamme de l'alcool et dans la glace. La température des corps parait n'avoir aucune influence sensible sur les étincelles électriques qui en émanent. Celles qui sortent de la glace ne sont pas froides, et celles qui sortent d'un fer rouge ne semblent pas plus brûlantes.

L'air et les gaz secs, outre la propriété isolante qu'ils possèdent, paraissent encore avoir la faculté de retenir l'électricité à la surface des corps par leur force de pression. Car si l'on place sous le récipient de la machine pneumatique un corps conducteur électrisé, et isolé sur des supports de verre ou de résine, ce corps, à un certain degré de raréfaction de l'air, perd toute son électricité, qui s'élance avec une lueur bleuâtre sur les autres corps conducteurs par lesquels elle peut communiquer au sol. Si l'on place dans les mêmes circonstances un corps non-conducteur, par exemple, un bâton de cire d'Espagne électrisé par le frottement, l'électricité l'abandonne aussi lorsqu'on a fait le vide, mais elle s'en sépare plus lentement; et il faut un intervalle de temps fort sensible pour que le corps en soit tout-

à-fait dépouillé. Ces phénomènes semblent donc indiquer que l'électricité n'est retenue à la surface des corps conducteurs que par la pression de l'air, et qu'à la surface des corps non-conducteurs, comme le verre sec et la résine, elle est retenue par cette pression, jointe à la difficulté qu'elle éprouve à se dégager de leurs particules.

La propriété conductrice des métaux s'emploie utilement pour faciliter les usages de la machine électrique. On suspend à des cordons de soie ou sur des cylindres de verre une barre métallique dont l'une des extrémités est placée très-près du globe ou du plateau qui est électrisé par frottement. Alors, à mesure que l'électricité se développe, elle passe dans ce conducteur métallique isolé, et s'y conserve. Si l'on touche ce *premier conducteur* avec une autre barre métallique isolée de même, et que l'on tienne par la substance isolante, cette seconde barre devient électrique à son tour, et l'on peut ainsi transporter où l'on veut l'électricité. Peu importe à quel point on touche le premier conducteur, il donnera partout de l'électricité. Si on y attache un fil métallique d'une longueur quelconque, fût-ce de mille mètres, ce fil deviendra de même instantanément électrique dans toute son étendue, pourvu qu'il soit pareillement isolé. On pourra continuer aussi la communication à travers des masses d'eau liquide contenue et isolée dans des vases de verre. Ce sont là des conséquences et des preuves du libre passage que les corps conducteurs offrent à l'électricité.

Pour que les expériences réussissent, il faut que les cordons de soie ou les tubes de verre qui servent à isoler les conducteurs, soient parfaitement secs; autrement les propriétés électriques s'affaiblissent, et cessent en très-peu de temps. Les fils de soie très-fins et bien secs forment d'excellens isoloirs pour les corps légers. Si l'on suspend à un pareil fil une petite boule de moelle de sureau, substance fort légère et éminemment conductrice, on a sans aucuns frais un des appareils les plus utiles pour étudier la théorie de l'électricité. Il faut, pour la commodité des expériences, attacher ce petit pendule à une tige solide

recourbée, portée sur un pied mobile comme le montre la figure 1.

Si l'on fait toucher la petite boule à un tube de verre ou de résine électrisé par frottement, et qu'ensuite on l'en sépare sans la toucher, elle aura acquis les propriétés électriques. Elle attirera des pailles, des poussières et d'autres petits corps légers qu'on lui présentera. Si on avance la main vers elle, on la verra s'en approcher ; en un mot, elle aura été électrisée *par communication.*

Ces propriétés subsisteront pendant un temps assez considérable, surtout si l'air est sec, pourvu que l'on ne touche point la petite boule ; mais, si on la touche, elle rentrera aussitôt dans son état naturel ; elle aura perdu son électricité.

Ici, de même que dans le cas du conducteur électrisé que l'on touche, on peut demander où l'électricité s'en va, et pourquoi elle ne produit plus aucun effet. On le verra par l'expérience suivante.

Au lieu de toucher la boule avec le doigt, touchez-la avec une autre boule suspendue de même à un fil de soie qui l'isole, mais dont le volume soit quatre-vingts ou cent fois plus considérable que celui de la première. Alors, après le contact, vous trouverez que celle-ci a perdu sa vertu électrique presque aussi complétement que si on l'avait touchée avec le doigt. Vous comprendrez ainsi qu'une quantité donnée d'électricité perd de son intensité en se distribuant à une plus grande surface ; car l'intérieur des boules n'y fait rien, et, qu'elles soient vides ou pleines, le phénomène se passe de même. D'après cela on conçoit que la petite boule perd sa vertu électrique lorsqu'on la touche, parce qu'elle la partage avec le corps humain et la masse immense de la terre, qui sont des corps conducteurs, avec lesquels elle se trouve alors en communication. C'est pour cela que, dans les expériences électriques, on appelle souvent la terre *le réservoir commun* de l'électricité.

Examinons maintenant de plus près ce qui se passe lorsque l'on approche pour la première fois le tube frotté de la petite boule pour l'électriser. D'abord elle s'en approche, se porte sur

lui et s'attache à sa surface ; mais après qu'elle l'a touché pendant un instant très-court, qui suffit pour lui faire partager l'électricité du tube, elle est repoussée par lui et semble le fuir tant qu'elle conserve ses propriétés électriques. A la vérité, en approchant très-brusquement le tube, on parvient quelquefois à faire revenir la petite boule et à changer ainsi la répulsion en attraction ; ceci est un phénomène composé dont nous démêlerons plus loin la cause ; mais en nous bornant à ce qui se passe lorsqu'on présente de loin le tube à la petite boule, comme pour pressentir ses mouvemens après qu'elle en a partagé l'électricité, on voit qu'elle commence toujours par le fuir. De là nous tirerons cette conséquence importante, qu'à l'exception de certains cas particuliers dont il faudra chercher plus tard la cause, les corps électrisés par partage se repoussent entre eux.

A la vérité, il semble au premier coup d'œil que l'expérience précédente ne nous autorise pas tout-à-fait à tirer cette conclusion. En effet, on voit bien que la petite boule fuit le tube dont elle a partagé l'électricité, mais on ne voit pas que le tube fuie la boule. Cela vient uniquement de ce qu'il est trop lourd. La boule se déplace seule ne pouvant le déplacer ; mais voulez-vous rendre les choses pareilles, prenez deux petites boules égales, attachez-les aux deux extrémités d'un fil de lin qui est un corps conducteur de l'électricité ; puis suspendez ce fil par son milieu à un fil de soie, comme le montre la figure 2 ; alors les deux petites boules communiqueront ensemble par le fil de lin, et leur système sera cependant isolé dans l'air par le fil de soie. Touchez les deux boules, ou seulement l'une d'elles, avec un tube électrisé ; non-seulement vous verrez qu'elles fuiront le tube, après qu'elles auront partagé son électricité, mais elles se fuiront entre elles, et les deux moitiés du fil de lin s'écarteront comme le représente la figure 3.

La répulsion de la petite boule électrisée, fig. 1, a lieu également, quelle que soit la nature du tube que l'on emploie, pour lui communiquer l'électricité, pourvu que ce soit toujours le même tube qu'on lui présente ensuite. Mais si, après lui avoir

communiqué l'électricité d'un tube de verre frotté avec de la laine, on en approche un tube de résine ou de soufre, frotté de la même manière, bien loin de fuir ce nouveau tube, elle s'en approchera et se portera vers lui avec plus d'activité encore qu'elle ne ferait si elle n'avait pas été électrisée préalablement. La même chose a lieu si l'on commence par électriser la petite boule avec le tube résineux, et qu'on en approche ensuite le tube de verre; dans un cas comme dans l'autre il y a toujours attraction.

Nous voyons donc que lorsqu'un corps a été préalablement électrisé et isolé, comme notre petit pendule, les autres corps électrisés qui en approchent n'agissent pas tous sur lui de la même manière, puisque les uns le repoussent et les autres l'attirent: cela nous oblige désormais à distinguer deux sortes d'électricités, l'une analogue à celle que développe le verre frotté par une étoffe de laine; nous la nommerons *l'électricité vitrée*; l'autre, semblable à celle qu'exerce la résine, pareillement frottée avec une étoffe de laine; nous la nommerons *l'électricité résineuse*. Cette belle découverte est due à Dufay.

Alors tous les phénomènes d'attractions et de répulsions que nous avons jusqu'à présent observés pourront s'exprimer par cette loi très-simple : *les corps chargés d'électricité de même nature se repoussent mutuellement; de nature différente, ils s'attirent.*

Quoique cette proposition semble être purement l'énoncé des phénomènes, il ne faut pas cependant y attacher une idée de réalité absolue; car des mouvemens absolument pareils à ceux que les corps électrisés nous présentent, peuvent être produits sans aucune attraction ou répulsion véritable des particules matérielles les unes par les autres. Pour en donner un exemple, concevons un verre A B, fig. 4, rempli d'un fluide pesant, tel que l'eau ou le mercure, et suspendu verticalement par un cordon à un point fixe S. Si on ne touche point à ce vase, il restera immobile en vertu des lois de l'équilibre, et le fluide pesant qu'il renferme ne lui fera prendre aucun mouvement horizontal, parce que les pressions latérales, exercées à une

même profondeur dans les sens opposés A B, B A, sont égales entre elles. Mais supposons qu'au moyen d'un miroir ardent M on dirige un cône de lumière sur le point A, et qu'on fasse ainsi un petit trou dans la paroi en ce point : alors le fluide s'écoulant librement par ce trou, la pression dans le sens B A y deviendra nulle ; et la pression A B qui reste constante n'étant plus alors contre-balancée, le vase s'éloignera du miroir comme s'il était repoussé par lui. Au contraire, si le foyer du cône lumineux était dirigé au point B à travers la matière du vase et du fluide supposée transparente, le vase s'approcherait du miroir comme s'il en était attiré. Cependant il n'y a là aucune attraction ni répulsion véritable ; ce n'est qu'un simple effet de pression hydrostatique entièrement propre au fluide contenu dans le vase A B. Or, non-seulement ceci doit nous mettre en garde contre l'idée d'une attraction ou d'une répulsion réelle exercée entre les particules matérielles des corps électrisés ; mais on verra plus tard que les mouvemens de ces corps se produisent exactement par un semblable mécanisme, car leurs particules matérielles, quoique électrisées, n'acquièrent aucune influence réelle les unes sur les autres ; tout se passe entre les électricités vitrées et résineuses qui les recouvrent, et dont l'action réciproque se borne à augmenter ou à diminuer sur certaines parties de leurs surfaces la pression que l'électricité y exerce contre l'air environnant qui la retient, ou en général contre les obstacles qui s'opposent à son déplacement. D'après ces considérations, si nous continuons d'employer les mots d'attraction et de répulsion pour exprimer les mouvemens des corps électrisés, il faudra ne les entendre que comme un moyen commode d'énoncer les circonstances de ces mouvemens, et nullement comme une indication réelle de leur véritable cause.

Ces attractions et ces répulsions ne s'exercent pas seulement à travers l'air ; elles se font sentir aussi à travers les autres corps non conducteurs, comme le verre et la résine. Si l'on suspend au centre d'un matras de verre un tube de cire d'Espagne frotté et électrisé, il attire les corps légers situés hors du ma-

tras, comme il faisait avant l'interposition des parois de verre. Cette transmission d'action s'opère aussi à travers les corps conducteurs ; mais elle est masquée par un autre phénomène dont nous parlerons plus loin.

Pour savoir si une substance donnée, étant frottée d'une certaine manière, acquiert l'électricité vitrée ou l'électricité résineuse, il faut essayer l'effet qu'elle produit sur le pendule électrique déjà chargé d'une électricité connue. Par exemple, on touche ce pendule avec un tube de verre frotté par une étoffe de laine ; il prend l'électricité vitrée. On frotte de même la substance que l'on veut éprouver, et on l'approche du petit pendule. Si elle le repousse, elle a l'électricité vitrée ; si elle l'attire, elle possède l'électricité résineuse. On peut, si l'on veut, répéter l'épreuve inverse en donnant d'abord au petit pendule l'électricité d'un tube de résine. Comme les signes d'électricité donnés par les diverses substances sont quelquefois assez faibles, il est bon de savoir augmenter la sensibilité de l'appareil. On y parvient en diminuant le diamètre de la petite boule de sureau, et en la suspendant à un fil de soie plus fin. Si l'on se sert, par exemple, d'un de ces fils tels qu'ils sortent du cocon, et qu'on lui donne trois ou quatre décimètres de longueur, une électricité même très-faible suffira pour le mettre en mouvement. Nous apprendrons plus tard à construire des appareils encore plus sensibles, lorsque nous nous serons formé une théorie exacte des phénomènes, qui nous permettra d'apprécier toute la délicatesse de leurs rapports ; mais celui que nous venons de décrire, suffira dès à présent dans le plus grand nombre des cas.

En soumettant à cette épreuve l'électricité développée par le frottement d'un grand nombre de substances, on voit que la nature de cette électricité n'a rien d'absolu, et qu'elle dépend de l'espèce du corps frottant tout autant que de celle du corps frotté. Par exemple, le verre poli frotté avec une étoffe de laine prend, comme nous l'avons dit, l'électricité vitrée ; frotté avec une peau de chat, il acquiert l'électricité résineuse. La soie frottée avec la résine prend l'électricité résineuse ; frottée avec le verre poli, elle prend l'électricité vitrée.

Voici une table de plusieurs substances qui acquièrent l'électricité vitrée, quand on les frotte avec celles qui les suivent dans la liste ; et l'électricité résineuse, quand on les frotte avec celles qui les précèdent.

La peau de chat,
Le verre poli,
L'étoffe de laine,
Les plumes,
Le bois,
Le papier,
La soie,
La gomme laque,
Le verre dépoli.

On voit assez, par cette table, qu'il n'y a aucun rapport apparent entre la nature ou la constitution des substances et l'espèce d'électricité qu'elles développent, étant frottées les unes avec les autres.

La seule loi générale que l'on ait trouvée dans ces phénomènes, c'est que *le corps frottant et le corps frotté acquièrent toujours des électricités diverses, l'une résineuse, l'autre vitrée.*

Pour mettre ce résultat en évidence, il faut isoler les deux corps que l'on veut frotter l'un contre l'autre. S'ils sont solides, on leur adapte des manches de verre ou de résine, par lesquels on les tient. Il est bon, quand on le peut, de donner aux substances frottées la forme de plaques, pour que la friction s'opère sur une plus grande surface. On peut isoler et éprouver de même un corps solide et une étoffe ou deux morceaux d'étoffes, deux peaux d'animaux, etc. Lorsqu'on a opéré le frottement pendant quelques instans, on sépare les deux corps ; et les tenant toujours par le manche isolant, on les présente tour à tour à un pendule électrique bien sensible, chargé d'une espèce d'électricité connue. Alors on trouve constamment qu'un d'eux l'attire, et que l'autre le repousse : leurs électricités sont donc diverses. On a fait un nombre infini d'expériences pour savoir quelles étaient les circonstances qui déterminent chacun des corps à prendre l'espèce particulière d'électricité qu'il acquiert ; mais on n'a rien découvert à cet égard de bien décisif. Les plus légères circonstances semblent quelquefois déterminer ce phénomène ; par exemple, lorsque l'on frotte une plaque de verre poli contre une plaque de verre dépoli, la première prend

l'électricité vitrée, la seconde la résineuse, sans que l'on puisse dire pourquoi le poli de la surface a cette influence. Si deux rubans de soie blancs, pris dans la même pièce, sont frottés en croix l'un contre l'autre, celui qui est frotté transversalement prend l'électricité résineuse, celui qui est frotté longitudinalement prend l'électricité vitrée. On ne sait pas davantage comment le sens du frottement agit. Enfin, quelquefois l'effet est variable avec les mêmes corps. Œpinus assure avoir observé ce fait en frottant une plaque de cuivre contre une de soufre, et aussi en frottant deux carreaux de verre l'un contre l'autre : il les retirait toujours dans des états d'électricité contraire ; mais la même espèce d'électricité appartenait tantôt à l'une des plaques, tantôt à l'autre.

On tire de ces phénomènes une expérience assez piquante. Deux personnes montent sur des tabourets dont les pieds sont formés par des tubes solides de verre ou par toute autre substance isolante : ces tabourets se nomment des *isoloirs*. Une des deux personnes tient à la main une peau de chat bien sèche, et en frappe les habits de l'autre. La première prend l'électricité vitrée, la seconde la résineuse, comme on peut le vérifier en leur faisant approcher tour à tour la main d'un petit pendule chargé d'une électricité connue. Si une personne non isolée les touche tour à tour, elle tirera de chacune une étincelle. Il est clair que ces phénomènes n'ont lieu qu'autant que les personnes électrisées restent sur le plateau isolant ; car si elles en descendent, elles perdent aussitôt leur électricité en la partageant avec la masse immense de la terre. C'est pourquoi, lorsqu'on isole seulement une des deux personnes, soit celle qui frappe, soit celle qui est frappée, celle-là seule qui est isolée donne des signes d'électricité ; et si elles ne le sont ni l'une ni l'autre, il ne s'en produit sur aucune des deux. Il est sensible d'ailleurs qu'elles ne doivent jamais se toucher ni communiquer l'une à l'autre autrement que par le frottoir.

La peau de chat est très-commode pour cette expérience et pour beaucoup d'autres analogues, parce qu'elle s'électrise avec beaucoup de facilité. C'est pour cela qu'en passant la main,

dans un temps sec, sur le dos d'un chat vivant, on voit ses poils se hérisser et être attirés par la main ; quelquefois même on les entend pétiller et on en tire des étincelles. Cela n'arrive que dans des temps froids où l'air isole très-bien. Les cheveux, lorsqu'ils ne sont point graissés, s'électrisent aussi avec facilité par le frottement, surtout s'ils sont fins et souples, comme le sont ordinairement les cheveux blonds.

Le frottement des liquides contre les corps solides développe aussi de l'électricité. Pour le prouver, on adapte à la machine pneumatique un récipient cylindrique de verre, dont l'extrémité supérieure est hermétiquement fermée par une capsule de bois où l'on verse du mercure. On fait le vide dans le récipient ; le mercure, pressé par l'air extérieur, filtre à travers les pores du bois, et tombe en une pluie fine qui frappe les parois du cylindre de verre. Alors en approchant un petit pendule électrique que l'on tient suspendu par son fil de soie, on voit que ce cylindre est lui-même électrisé. Pour que l'expérience réussisse, il faut avoir soin de faire bien sécher le cylindre, afin qu'il ne perde pas l'électricité, toujours assez faible, que lui donne le frottement du mercure contre sa surface.

Ceci explique un phénomène que l'on observe dans les baromètres bien purgés d'air. Lorsqu'on penche ces baromètres, de manière que la colonne de mercure remplisse rapidement toute la partie vide du tube, si l'expérience est faite dans l'obscurité, on voit se développer instantanément une lueur phosphorique semblable à celle que produit dans le vide un courant continu d'électricité.

On peut aussi exciter l'électricité par le frottement d'un gaz contre un corps solide. Si l'on dirige un courant d'air atmosphérique contre la surface d'un carreau de verre, au moyen d'un soufflet, le carreau prend l'électricité vitrée. Cette expérience est de Wilson.

Le frottement n'est pas l'unique manière de développer l'électricité, quoique ce soit la plus commune. Il s'en développe, par exemple, dans la fusion des corps. Si l'on verse du soufre fondu dans un vase de métal isolé, le soufre, en se refroidissant,

prend l'électricité vitrée, et le métal la résineuse; quelquefois le phénomène est inverse, mais toujours les deux électricités sont produites à la fois.

Plusieurs substances minérales cristallisées, de nature vitreuse, ont aussi la propriété de devenir électriques, quand on les échauffe à un certain degré. Alors une des extrémités du cristal prend l'électricité vitrée, l'autre la résineuse; de sorte que les parties où elles règnent sont séparées, mais elles sont encore produites simultanément.

Enfin, il se développe aussi de l'électricité dans plusieurs combinaisons chimiques, et même dans le seul contact de toutes les substances hétérogènes; mais ces phénomènes, pour être étudiés, et même pour être aperçus, exigent des appareils beaucoup plus composés et plus sensibles que ceux que nous avons pu former jusqu'à présent; c'est pourquoi nous nous en occuperons plus tard.

CHAPITRE II.

Des lois que suivent les Attractions et les Répulsions apparentes des corps électrisés.

Après avoir reconnu le phénomène des attractions et des répulsions électriques, la première chose qu'il faut faire c'est de déterminer les lois suivant lesquelles elles s'exercent à diverses distances. On y réussit aisément au moyen de la balance de torsion que nous avons décrite page 517 du livre Ier; et cette découverte, due à Coulomb, est une des plus belles applications qu'il ait faites de son ingénieux instrument.

Nous avons vu alors que cet instrument est essentiellement formé d'un fil métallique vertical dont le bout supérieur est attaché à un point fixe, et dont l'inférieur porte une aiguille horizontale. Quand on veut apprécier de très-petites forces, on les fait agir sur l'extrémité de cette aiguille, et l'on mesure leur intensité par l'angle dont elles l'écartent de son point de repos. En un mot, on balance ces forces par la force de torsion, qui est toujours proportionnelle à l'angle de torsion, ainsi que nous l'avons prouvé par l'expérience.

Pour appliquer cet appareil à la mesure des attractions et des répulsions électriques, on fait l'aiguille en gomme laque, qui est une substance très-isolante, et l'on fixe à l'une de ses extrémités une petite boule de moelle de sureau *b*, fig. 5. Puis ayant placé l'index du micromètre de torsion M sur sa division zéro, on tourne le tambour jusqu'à ce que la petite boule *b* vienne se placer devant le zéro de la division tracée sur les parois de l'appareil (1). On s'aperçoit que cette condition

(1) On trace cette division sur une bande de papier que l'on colle dans une direction horizontale tout autour de la cage de verre. Si celle-ci est circu-

est remplie, lorsqu'en regardant du côté opposé de la cage de verre dans le plan vertical qui contient le fil de suspension et l'aiguille, on voit celle-ci dirigée vers le point de zéro.

Cela fait, on fixe une seconde boule *a* à l'extrémité d'un cylindre très-mince de gomme laque, dont la longueur soit telle, qu'étant introduit verticalement dans l'intérieur de la cage de verre, il descende cette boule au niveau de la précédente, et on le place de manière que cette seconde boule réponde aussi au zéro de la division latérale; ce que l'on vérifie comme précédemment. Alors la première boule se trouve écartée de ce point d'un arc égal à la somme des rayons des deux boules, et la petite torsion qui en résulte la maintient en contact avec l'autre.

Maintenant il est clair que si l'on touche un instant ces boules, ou seulement une d'entre elles, avec un corps déjà électrisé et isolé, elles s'électriseront aussi par communication, et toutes deux de la même manière; elles devront donc se repousser mutuellement, et comme la première seule est mobile, l'aiguille qui la porte tournera d'une certaine quantité; et après quelques oscillations, elle s'arrêtera à un certain point d'équilibre que l'on pourra reconnaître sur la division latérale. Alors le degré de torsion qui existera dans le fil fera équilibre à la force répulsive des deux boules, et pourra servir à la mesurer.

C'est en effet ainsi que l'on opère; mais comme il ne faut qu'une extrêmement petite force pour tordre un fil de métal

---

laire, on fait la division en degrés. Mais quand on veut introduire dans la balance des corps d'un volume un peu considérable, on ne trouve plus de cylindres de verre assez grands pour former les parois de l'appareil, et on les construit avec quatre glaces verticales, dont l'assemblage forme un carré. Alors une bande de papier collée horizontalement sur ces glaces, à la hauteur de l'aiguille, devient tangente au cercle qu'elle décrit. On marque donc le zéro de la division sur le point où la direction de l'aiguille est perpendiculaire à chaque face, et on porte de part et d'autre de ce point, des divisions inégales, qui représentent les tangentes des arcs de 1°, 2°, 3°, etc.

d'un grand angle, on conçoit qu'il ne faut communiquer aux boules que de très-petites charges d'électricité. Pour y parvenir, on les touche seulement avec une grosse tête d'épingle dont la tige est cachée dans un bâton de cire d'Espagne; on électrise cette tête d'épingle par communication, soit en la mettant un instant en contact avec le premier conducteur d'une machine électrique, soit en la touchant avec un tube de verre ou de résine frotté. On l'introduit dans la cage de verre par une petite ouverture convenablement pratiquée pour cet objet, en la tenant par le bâton de cire qui l'isole, et quand elle a touché la boule fixe on la retire aussitôt.

En opérant de cette manière, Coulomb, dans une de ses expériences, trouva qu'après le contact l'aiguille avait décrit un angle de 36°. Alors il tordit le fil de suspension en sens contraire de cette répulsion, de manière à rapprocher l'aiguille jusqu'à 18° de la boule fixe, et il fallut pour cela tourner l'index du micromètre de 126°.

Enfin, il rapprocha l'aiguille jusqu'à ce que son écart ne fût plus que de $8° \frac{1}{2}$; lorsqu'il y fut parvenu la marche totale de l'index du micromètre, compté depuis le zéro de la division, se trouva être de 567°.

Pendant ces expériences les boules ne perdirent pas sensiblement d'électricité. Car, par des essais préliminaires, Coulomb s'était assuré que *ce jour-là* les balles électrisées, repoussées à 30° de distance l'une de l'autre, se rapprochaient seulement d'un degré en trois minutes; et comme il n'avait employé que deux minutes à faire les trois expériences que nous avons rapportées, il s'ensuit que l'on pouvait bien négliger comme insensible la diminution qu'éprouvait l'électricité des boules, tant par le contact de l'air que par la déperdition le long des supports. Cela tenait, comme on le verra par la suite, à la sécheresse de l'air le jour de cette expérience, et à l'excellent choix des supports isolans.

Pour découvrir les conséquences de ces expériences, représentons par *a b d*, fig. 6, la circonférence décrite par la boule mobile *b*; soit *c* le centre de cette circonférence, et prenons

d'abord l'arc ab de 36°, comme on l'a trouvé après la première répulsion. Il s'ensuit qu'alors la force répulsive des deux boules était contre-balancée par une torsion de 36° exercée dans le sens ab; car par les dispositions prises en commençant l'expérience, la torsion est nulle quand l'aiguille se trouve au point a.

Dans le second essai on tord le fil de 126° suivant le sens ba. Si l'aiguille était libre, cette torsion l'amenerait en d' à 126° au-delà du point a; mais, au contraire, la force répulsive la retient en b' à 18° en-deçà de ce point. Donc à cette distance la force répulsive des deux boules faisait équilibre à une torsion de $126° + 18° = 144°$.

Enfin, dans la troisième épreuve, la torsion indiquée par le micromètre a été de 567°, toujours dans le sens ba; mais au lieu d'aller à 567° au-delà du point a, l'aiguille est restée à $8° \frac{1}{2}$ en-deçà de ce point; ainsi la force répulsive qui la maintenait à cette distance faisait alors équilibre à une torsion de $567° + 8° \frac{1}{2}$, ou $575° \frac{1}{2}$.

Nous avons donc ce tableau comparatif entre les torsions et les distances.

Arc de distance des deux boules.	Mesure de la force répulsive par la torsion.
36°	36°
18°	144°
$8° \frac{1}{2}$	$575° \frac{1}{2}$

Déjà on y découvre une loi remarquable; les arcs de distance contenus dans la première colonne sont, à très-peu près entre eux, comme les nombres 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$, tandis que les torsions correspondantes qui mesurent les effets des forces répulsives sur l'aiguille sont entre elles comme les nombres 1, 4, 16; c'est-à-dire inversement proportionnelles aux carrés des précédens. Ces rapports semblent donc indiquer que les forces électriques

..

suivent, comme l'attraction céleste, la raison inverse du carré des distances.

A la vérité, la distance rectiligne des deux boules est mesurée par la corde qui les joint, et non par l'arc circulaire que sous-tend cette corde. Secondement, la force répulsive qu'elles exercent l'une sur l'autre agit obliquement sur l'aiguille, et par conséquent ne contribue pas toute entière à la faire tourner. Mais cette obliquité est fort petite dans nos expériences, à cause du peu d'étendue des arcs; et la même raison fait aussi qu'il y a très-peu de différence entre eux et leurs cordes. Ces circonstances légitiment donc la conséquence que nous avons tirée de nos observations.

Cependant elle est trop importante pour ne pas désirer de la mettre tout-à-fait hors de doute. Cherchons donc à la vérifier par un calcul rigoureux. Lorsqu'une sphère ou une couche sphérique est composée de points doués d'un pouvoir attractif ou répulsif égal, et réciproque au carré de la distance, on démontre mathématiquement que l'action de cette sphère ou de cette couche sur les corps extérieurs est la même que si tous les points qui la composent étaient réunis à son centre. Ainsi, en supposant que ce soit là le cas de nos petites boules, comme l'expérience parait l'indiquer, nous pourrons dans le calcul les considérer comme de simples points; alors la force totale avec laquelle elles tendent à s'écarter l'une de l'autre sera réciproque au carré de la distance de leurs centres. Désignons par F l'intensité de cette force totale, dans le cas où la distance rectiligne des boules serait égale à l'unité; si on les éloigne à la distance D, cette force deviendra, par supposition, $\frac{F}{D^2}$, et s'exercera suivant la corde ab, fig. 7, qui joint les deux boules.

Si on la décompose en deux autres, l'une dirigée suivant l'aiguille cb; l'autre suivant bt, perpendiculairement à l'aiguille, cette dernière seule influera sur la rotation; et c'est à elle seulement que la torsion fait équilibre. Pour la connaître, il faudra, selon les lois de la statique, multiplier la force

totale $\frac{F}{D^2}$, dirigée suivant la corde, par le cosinus de l'angle abt. Or cet angle est complément de cba, et celui-ci est égal à $90^0 - \frac{1}{2} acb$, parce que le triangle acb est isocèle; par conséquent $abt = \frac{1}{2} acb = \frac{1}{2} a$, en désignant l'angle acb par a; et la force répulsive qui est employée à tourner l'aiguille à cette distance sera exprimée par $\frac{F}{D^2} \cos \frac{1}{2} a$.

La distance D elle-même peut aussi s'exprimer en fonction de l'arc a; car si du centre c on lui mène la perpendiculaire cp, les deux parties ap, bp seront égales entre elles, et chacune d'elles sera le sinus de la moitié de l'angle acb, que nous avons désigné par a. Ainsi en nommant r le rayon cb, qui exprime la demi-longueur de l'aiguille, on aura $D = 2r \sin \frac{1}{2} a$; et substituant pour D cette valeur dans l'expression de la force de rotation, elle deviendra

$$\frac{F \cos \frac{1}{2} a}{4 r^2 \sin^2 \frac{1}{2} a}.$$

Maintenant, soit A l'arc total de torsion que le fil a dû recevoir pour résister à cette répulsion, en ayant égard au mouvement du micromètre; la force de torsion qui en résulte sera proportionnelle à cet arc, et peut se représenter par nA, n étant un coefficient constant dans toutes les expériences faites avec le même appareil. Dans le cas de l'équilibre, cette force et la précédente doivent être égales; on aura donc

$$\frac{F \cos \frac{1}{2} a}{4 r^2 \sin^2 \frac{1}{2} a} = nA,$$

d'où l'on tire

$$\frac{F}{4nr^2} = \frac{A \sin^2 \frac{1}{2} a}{\cos \frac{1}{2} a},$$

ou bien encore

$$\frac{F}{4nr^2} = A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a.$$

Le premier membre de cette équation étant tout entier con-

stant, on voit que, si la loi supposée est exacte, toutes les expériences doivent donner la même valeur pour la quantité $A \sin \frac{1}{2} a \operatorname{tang} \frac{1}{2} a$ qui lui est égale, et cela doit se vérifier quel que soit l'angle où l'aiguille ait été chassée. Or, si l'on calcule successivement cette quantité pour nos trois expériences, on trouve

	a	A	$A \sin \frac{1}{2} a \operatorname{tang} \frac{1}{2} a$
1re expérience.....	36°	36°	3,614
2e.....	18	144	3,568
3e.....	8 ½	575 ½	3,169
La même, en supposant	9	576	3,557

La différence des deux premiers résultats est pour ainsi dire insensible. L'écart du troisième répond, comme on voit, à une erreur d'environ un demi-degré dans l'observation de l'arc. Mais quoiqu'une pareille erreur puisse aisément être tolérée, il est plus vraisemblable qu'elle n'est qu'apparente et qu'elle tient à la grande proximité des deux boules; car on verra plus loin que cette circonstance développe de nouveaux phénomènes, en vertu desquels les sphères n'agissent plus les unes sur les autres comme de simples points. Faisant donc abstraction de ce petit écart, qui n'est peut-être qu'une confirmation de l'exactitude de l'observateur, nous pourrons regarder ces résultats comme établissant ce que nous avions soupçonné d'abord, c'est-à-dire que les deux boules chargées d'électricité de même nature se repoussent mutuellement avec une force réciproque au carré de leurs distances.

Le calcul rigoureux qui nous a conduit à ces résultats, nous montre aussi comment la petitesse des arcs a permettait la première approximation que nous avions d'abord employée. En effet, si nous introduisons cette supposition dans la quantité

$$A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a,$$

qui doit rester constante par la nature de problème, il faudra remarquer que les très-petits arcs sont presque exactement proportionnels à leurs tangentes et à leurs sinus; de sorte qu'en partant de l'arc et du sinus de 1″, on aura proportionnellement

$$\sin \tfrac{1}{2} a = \frac{\sin 1''}{1''} \cdot \tfrac{1}{2} a ; \qquad \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a = \frac{\operatorname{tang} 1''}{1''} \cdot \tfrac{1}{2} a ,$$

ce qui donne

$$\sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a = \frac{\sin 1'' \operatorname{tang} 1''}{4} \left(\frac{a}{1''}\right)^2 .$$

Si l'on calcule la valeur de $\sin \frac{1}{2} a \operatorname{tang} \frac{1}{2} a$ par cette formule, même lorsque $a = 36°$, on la trouvera égale à 0,098696, tandis que sa valeur exacte est 0,100405. La différence est 0,01709; en la négligeant, on aura la même erreur que si l'on s'était trompé de $\frac{1709}{100000}$ sur la mesure de l'arc A, et l'on ne saurait répondre d'une pareille quantité dans les expériences. Ainsi, en se bornant à cette approximation, la quantité

$$A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a , \quad \text{deviendra} \quad \frac{\sin 1'' \operatorname{tang} 1''}{4} \cdot A \left(\frac{a}{1''}\right)^2 ;$$

et puisqu'elle doit rester constante par la nature du problème, on voit que les arcs de torsion A, et par conséquent les forces qu'ils mesurent, seront réciproques au carré des petits arcs a, comme nous l'avions trouvé d'abord.

Cette discussion nous apprend qu'en bornant l'écart des boules à 36°, on peut sans aucune différence sensible substituer aux cordes des arcs les arcs mêmes, et appliquer à ceux-ci la loi de la répulsion réciproque au carré des distances. Comme cela est beaucoup plus commode que d'employer les sinus, nous userons fréquemment de cette approximation.

Le fil d'argent employé par Coulomb dans les expériences précédentes, avait 28 pouces de longueur, et il était si fin, qu'une longueur d'un pied ne pesait pas un 16e de grain. Le rayon du cercle décrit par l'extrémité de l'aiguille était de quatre pouces. En déterminant la force de torsion de ce fil, comme nous l'avons enseigné en général dans le chapitre de l'élasticité, on trouvait que pour le tordre d'une circonférence entière, il

suffisait d'appliquer perpendiculairement à l'extrémité de l'aiguille une force égale au poids de $\frac{1}{14}$ de grain ; et comme les forces de torsion sont proportionnelles aux angles de torsion, on voit qu'il ne fallait que $\frac{1}{14 \times 360}$ de grain pour le tordre d'un degré ; de sorte que la plus petite force répulsive entre les deux boules, les éloignait sensiblement l'une de l'autre. Mais ce fil, à cause de sa ténuité, se rompait au moindre ébranlement. Coulomb trouva dans la suite qu'il était plus commode d'en employer un d'un diamètre presque double, quoique sa flexibilité, à longueur égale, dût être seize fois plus petite. Il faut, avant de faire usage d'un pareil fil, le tenir pendant deux ou trois jours tendu avec un poids qui soit à peu près la moitié de celui qu'il peut soutenir sans se rompre. On doit aussi ne jamais le tordre au-delà de 300°, parce que, passé ce terme, il commence à s'écrouir, et ne réagit plus avec une élasticité parfaite. C'est ce que nous avons expliqué avec détail dans le chapitre de l'élasticité.

Coulomb réserva l'extrême sensibilité dont la torsion était susceptible, pour construire des appareils uniquement destinés à indiquer les plus petites quantités d'électricité. Ces appareils, que nous nommerons des *électroscopes*, sont de véritables balances électriques dans lesquelles le fil de métal est remplacé par un simple fil de soie, tel qu'il sort du cocon, et de 4 pouces de longueur. L'aiguille est un petit fil de gomme-laque long de 12 lignes, terminé à une de ses extrémités par un petit cercle de clinquant très-léger (1). Dans un de ces appareils dont Coulomb a fait usage, l'aiguille et le clinquant pesaient ensemble $\frac{1}{4}$ de grain. Le fil de soie a, sous cette longueur, une flexibilité

(1) On forme aisément ces fils, en chauffant à la flamme d'une bougie le milieu d'un petit bâton de gomme-laque, que l'on tient par ses deux extrémités. Lorsque cette résine commence à se fondre, on écarte rapidement les deux extrémités, et la matière fondue se tire communément en un fil très-fin qui adhère de part et d'autre aux deux bouts solides. On tire de la même manière des fils de cire d'Espagne, et même des fils de verre ; mais pour ces derniers, à moins d'employer un tube déjà très-fin, la chaleur d'une bougie ne suffit pas, et il faut y employer la lampe d'émailleur.

telle qu'en agissant sur lui avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un poids d'un soixante-millième de grain pour le tordre de 360°. Pour communiquer l'électricité au clinquant, on fait passer à travers un bâton de cire d'Espagne un fil de cuivre terminé d'une part par une petite balle de sureau dorée, et de l'autre par un crochet dont la pointe rentre dans la cire. On introduit ce bâton ainsi armé dans l'intérieur de la cage de verre, et on l'y fixe de manière que le centre de la boule dorée, vue par le fil de suspension, réponde au zéro de la division sur les parois de la cage. Quand l'aiguille est en repos, on tourne doucement l'index du micromètre de torsion jusqu'à ce que le clinquant vienne s'appliquer contre la boule dorée; alors l'appareil est prêt à agir. Si l'on communique de l'électricité au crochet de cuivre par un moyen quelconque, elle se propage dans la boule et dans le clinquant qui est repoussé aussitôt. La sensibilité de ces électroscopes est telle que si, après avoir électrisé par frottement un bâton de cire d'Espagne, on le présente au crochet extérieur, même de loin, et en le tenant à trois pieds de distance, l'aiguille est chassée à plus de 90°. Nous verrons plus loin comment l'électricité peut se développer ainsi à distance, et sans aucun contact. Pour le moment, nous ne donnons ce résultat que comme une preuve de l'extrême sensibilité de l'appareil. Au moyen de cet électroscope, il est bien facile de répéter toutes les expériences indiquées dans le précédent chapitre sur la nature de l'électricité excitée dans différens corps par leur frottement mutuel. Ce serait même un sujet d'étude et de recherche qui ne serait pas sans intérêt.

Après avoir déterminé les lois de la répulsion électrique, il était naturel de chercher celles de l'attraction qui s'exerce entre des corps chargés d'électricités de différente nature; c'est aussi ce que Coulomb a fait par les mêmes procédés. Mais alors il ne faut plus que les boules se touchent dans leur position initiale avant d'être électrisées; il faut au contraire qu'elles soient séparées, et que la torsion les empêche de se réunir. Pour cela, on commencera par enlever la boule fixe a, fig. 8, et par le moyen de la tête d'épingle isolée, on donnera à la boule mobile

une électricité d'une certaine nature; par exemple, résineuse. Cela fait, on tournera l'index du micromètre d'un certain angle connu c; le fil étant libre, suivra ce mouvement, et après quelques oscillations, l'extrémité de l'aiguille s'arrêtera devant un autre point de la division circulaire éloignée de c degrés de celui où elle était d'abord. Cette opération aura donc transporté le zéro de torsion de la quantité connue c, dans le sens $a\,b$.

Alors, on replacera la boule fixe a, et on lui donnera une électricité différente de la première; ce sera dans notre exemple de l'électricité vitrée. Les deux boules s'attirant, l'aiguille marchera vers la boule fixe a, et si l'*équilibre est possible*, elle s'arrêtera quelque part en un certain point que je désignerai par b'. On observera ce point sur la division, puis on tournera ou détournera le micromètre de quantités connues pour varier la torsion, et l'on observera de même dans chaque cas les nouvelles positions où l'aiguille s'arrête. Comparant les torsions et les distances, comme nous l'avons fait en étudiant les répulsions, on trouvera qu'elles suivent une loi pareille, et l'on en conclura que les forces d'attraction produites par les électricités de nature diverse sont, comme les forces répulsives, réciproquement proportionnelles au carré de la distance.

Il faut dans ces expériences observer une précaution sans laquelle on ne réussirait point. Lorsque la force attractive des deux boules les détermine à se rapprocher, l'intensité de leur attraction augmente à mesure que leur distance devient moindre; et si cette cause existait seule, elles finiraient par se joindre. Mais la torsion s'oppose à leur rapprochement, et la résistance augmente à mesure que l'aiguille s'éloigne de son point de départ pour aller vers l'autre boule. Or, au-delà d'une certaine distance, cette résistance ne croît plus assez vite pour vaincre l'accroissement de la force d'attraction; de sorte que l'équilibre devenant impossible, les boules arrivées à ce point se précipitent l'une vers l'autre, et finissent toujours par se joindre. Un calcul très-simple mettra ceci en évidence. Soit F la force avec laquelle les deux boules s'attirent, quand leur distance est égale à l'unité

de longueur. Lorsqu'elles seront séparées par l'arc ab, que je nommerai a, leur attraction deviendra $\frac{F}{a^2}$, en supposant cet arc assez petit pour qu'on puisse le confondre avec sa corde ; ce qui est le cas ordinaire des expériences. Alors le déplacement de l'aiguille sera $ab - ab'$ ou $c - a$, c étant l'angle initial dont le zéro de torsion a été déplacé. La force de torsion, qui tend à ramener l'aiguille vers sa position initiale, sera donc proportionnelle à $c - a$, et pourra être exprimée par $m(c - a)$, m étant un coefficient constant pour tous les arcs. Si elle fait équilibre à la force attractive des deux boules, on devra avoir

$$\frac{F}{a^2} = m(c - a), \quad \text{ou} \quad F = m(c - a)a^2.$$

Or, cette égalité n'est pas toujours possible; car, pour qu'elle le fût, il faudrait qu'en variant l'arc a, le second membre pût prendre toutes les valeurs imaginables, puisque la force attractive F qu'il représente, peut, selon le degré d'électricité des deux boules, s'accroître à l'infini. Cette condition est très-loin d'être remplie. Car la fonction $m(c - a)a^2$ commence bien à croître depuis o, à mesure que l'arc bb' ou $c - a$ augmente, mais cet accroissement est borné à une certaine valeur de a, qui est égale à $\frac{1}{3}c$; et quand la distance a devient moindre, le produit $n(c - a)a^2$ diminue au lieu d'augmenter. La plus grande valeur qu'il puisse atteindre est donc $\frac{4}{9}m(c - \frac{1}{3}c)c^2$ ou $\frac{4}{27}mc^3$; par conséquent toutes les fois que la force F surpassera cette limite, la torsion dans l'arc ba ne pourra pas résister à l'attraction, et les boules se joindront nécessairement.

Il arrive même qu'elles se joignent encore dans des cas où l'équilibre est possible, et quoique la force F soit moindre que $\frac{4}{27}mc^3$. Cela vient de ce que la flexibilité de la suspension permet à l'aiguille d'osciller quelque temps autour du point d'équilibre où elle doit enfin se fixer. Si les amplitudes de ces oscillations amènent la boule mobile assez près de la boule fixe pour que l'attraction croisse plus rapidement que la torsion, celle-ci

ne suffit plus pour ramener l'aiguille, et la boule mobile est entraînée jusqu'au contact. Pour que l'équilibre s'établisse, il faut que les oscillations n'amènent pas l'aiguille dans la partie de l'arc al où la fonction $m\,(c-a)\,a^2$ est décroissante; car si une des oscillations se termine dans cette partie de l'arc, la force attractive saisissant l'aiguille, l'y fera avancer encore davantage, et ainsi de plus en plus jusqu'à ce que les boules se touchent.

Pour éviter tous ces inconvéniens, et rendre les expériences très-faciles, il suffit de tendre verticalement dans la balance un fil de soie très-fin, attaché par ses deux bouts avec de la cire, et qui arrête l'aiguille dans son retour vers la boule fixe. Alors on pratiquera dans les parois de la cage de verre un petit trou pour donner directement de l'électricité à la boule mobile; et si l'on voit ensuite que l'attraction de la boule fixe l'amène jusqu'au contact du fil de soie, on augmentera la torsion en tournant le micromètre jusqu'à ce que l'on ait trouvé un écartement qui convienne à l'équilibre qu'on veut établir.

Coulomb a encore déterminé la loi des attractions électriques par un autre procédé que je rapporterai ici, parce qu'il nous offrira une vérification du précédent, et qu'il nous servira encore dans la théorie du magnétisme. Il consiste à suspendre horizontalement une aiguille dont l'extrémité seule est électrisée, et qui, placée à une certaine distance d'un globe chargé d'une électricité différente, est attirée et oscille en vertu de son action. On détermine ensuite par le calcul la force attractive, à diverses distances, d'après le nombre des oscillations exécutées par l'aiguille en un temps donné; de même que l'on détermine la force de la pesanteur terrestre d'après les oscillations du pendule ordinaire.

L'aiguille est un fil de gomme-laque de 15 ou 16 lignes de longueur. On fixe à une de ses extrémités un petit cercle de papier doré; on la suspend horizontalement à un fil de soie de 7 ou 8 pouces de longueur, d'un seul brin, et tel qu'il sort du cocon. L'autre extrémité de ce fil est attachée et suspendue à un

bâton de cire d'Espagne qui complète l'isolement. La flexibilité de cette suspension est telle qu'une force d'un cent vingt millième de grain appliquée à l'extrémité de l'aiguille suffirait pour lui faire décrire un cercle entier. Ainsi, après avoir laissé l'appareil établi pendant quelques jours pour donner au fil de soie le temps de se détordre complétement, si l'on amène le point de repos de l'aiguille dans la direction du centre du gros globe, on pourra regarder la torsion comme absolument insensible pour une amplitude de quelques degrés ou s'étendent les oscillations.

Le globe, dont Coulomb s'est servi, avait un pied de diamètre; il était de bois, recouvert d'une feuille d'étain, et porté sur trois tubes minces de gomme-laque qui l'isolaient. On pouvait à volonté l'avancer vers l'aiguille ou l'en éloigner à des distances connues, au moyen d'une rainure creusée dans le pied du support. Les choses étant ainsi disposées, on communique au petit cercle de papier doré une certaine espèce d'électricité en le touchant avec une tête d'épingle isolée, ou par un mode d'action à distance, que nous indiquerons dans la suite. On en communique aussi au globe, mais d'une autre espèce, en le touchant avec un conducteur électrisé. Alors les oscillations commencent; on observe avec une montre à secondes combien il s'en fait dans un temps déterminé, et l'on mesure aussi la distance du centre du petit cercle au centre du globe à l'instant de repos. Voici les résultats obtenus par Coulomb :

Distance du centre du cercle de papier au centre du globe, en pouces.	Durée de quinze oscillations.
9	20″
18	41
24	60

Pour calculer ces résultats, il faut d'abord remarquer que,

dans une même expérience et dans les diverses périodes d'une même oscillation, la petite plaque ne s'approchait et ne s'éloignait du globe que d'une quantité insensible. La force attractive qui agissait sur elle était donc constante; et en représentant son intensité par F, lorsque la distance du centre de la plaque au centre du globe était égale à l'unité, sa valeur pour toute autre distance D sera $\frac{F}{D^2}$. Car le globe, à cause de sa sphéricité, et le petit cercle de papier, à cause de sa petitesse, peuvent être regardés comme des points.

En outre, comme les étendues des oscillations étaient fort petites, que l'aiguille était très-courte et éloignée du centre du globe d'une quantité fort considérable comparativement à sa longueur, il en résulte que les lignes menées du cercle de papier au centre du globe dans les diverses périodes d'une même oscillation, peuvent être censées parallèles; de sorte que les formules du pendule ordinaire mis en mouvement par la pesanteur terrestre, sont tout-à-fait applicables ici.

Or, en nommant l la longueur d'un pareil pendule T, la durée d'une de ses oscillations infiniment petites, et g l'intensité de la pesanteur qui agit sur lui, on a par la formule de la mécanique

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

π étant le rapport de la circonférence au diamètre, en sorte que les temps des oscillations de la même aiguille sont réciproquement proportionnels aux racines carrées des pesanteurs. Mais dans nos expériences la pesanteur varie avec la distance des centres, et son expression générale est $\frac{F}{D^2}$. Mettant donc cette valeur à la place de g dans la formule, il vient

$$T = D \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{F}};$$

c'est-à-dire qu'avec la même aiguille, et la même force attrac-

tive F, les temps des oscillations doivent être proportionnels aux distances D. C'est aussi à très-peu de chose près ce que les observations nous donnent. Car les distances sont comme les nombres 3, 6, 8, et les temps comme 20, 41, 60 : suivant la loi de la proportionnalité, ils auraient dû être 20, 40, 54. La dernière observation seule offre un écart sensible ; mais aussi elle avait été faite quatre minutes après la première, par conséquent avec une électricité plus faible. Car par d'autres essais que nous expliquerons bientôt, Coulomb avait trouvé que ce jour-là l'intensité de l'action électrique diminuait de $\frac{1}{45}$ par minute en vertu du contact de l'air. En faisant la petite correction que cette circonstance exige, on trouve pour le temps de quinze oscillations 57 secondes, au lieu de 54 que donnerait la proportionnalité rigoureuse ; ce qui réduit l'erreur à $\frac{1}{19}$ du résultat total. On peut donc regarder ces résultats comme confirmant la loi de l'attraction réciproque aux carrés des distances, que la balance de torsion nous avait déjà fait découvrir.

La même méthode servirait encore à déterminer la loi des répulsions ; car en communiquant au globe et à la plaque des électricités de même nature, l'aiguille sera repoussée et oscillera en vertu de cette répulsion dans une position diamétralement opposée à la première ; mais à l'exception de ce retournement qui influera sur la distance, les observations et les calculs se feront comme auparavant.

A l'aide des résultats auxquels nous venons de parvenir, on peut calculer pour toutes les distances possibles l'énergie de l'attraction ou de la répulsion de deux boules électrisées, lorsqu'on a observé cette énergie pour une seule distance connue. Car puisqu'elle est représentée en général par l'expression $\frac{F}{D^2}$, dans laquelle F est une constante uniquement dépendante de l'état électrique des boules, si on trouve qu'à une distance connue (D) l'attraction ou la répulsion soit contre balancée par une torsion de (A) degrés, n étant la force de

torsion de l'appareil pour l'arc d'un degré, on aura alors l'égalité

$$\frac{F}{(D)^2} = n\,(A), \quad \text{d'où} \quad F = n\,(A)\,(D)^2.$$

En substituant cette valeur dans l'expression générale $\frac{F}{D^2}$, elle deviendra

$$\frac{n\,.\,(A)\,.\,(D)^2}{D^2}.$$

Elle ne contiendra donc plus d'autre inconnue que la distance D, et quand celle-ci sera donnée, le coefficient $\frac{(A)\,(D)^2}{D^2}$ exprimera le nombre de degrés de torsion qui fera équilibre à la force attractive ou répulsive à cette distance.

Mais ceci ne donne encore que la mesure de l'effet total : on ne voit pas dans quelle proportion chacune des boules y contribue. Cependant, à moins qu'elles ne soient parfaitement égales et également électrisées, on conçoit qu'elles doivent y contribuer inégalement. Il nous reste donc à découvrir cette proportion, et à chercher la manière dont l'état propre de chaque boule entre dans la composition de la constante F.

On y parviendrait aisément, si l'on pouvait donner ou enlever à l'une des boules une portion d'électricité qui eût un rapport connu avec ce qu'elle possède déjà. Car en mesurant la nouvelle torsion qui fait équilibre à ce nouvel état, et la comparant avec celle qui avait lieu d'abord à la même distance, on saurait comment l'électricité propre de chaque boule influe sur la constante F. Or, il est très-facile d'enlever ainsi à chaque boule une quantité d'électricité qui soit justement la moitié de celle qu'elle possède. Il ne faut pour cela que la faire toucher un seul instant par une autre boule de même nature, d'égal diamètre, et isolée avec une égale perfection ; car tout étant symétrique pour les deux boules, il est évident que l'électricité devra se partager également entre elles ; et en opérant ainsi, on trouve que la

force totale d'attraction ou de répulsion, qui s'exerçait primitivement entre les deux boules de l'appareil, est exactement réduite à moitié; c'est ce que prouvent les expériences suivantes :

Les deux boules *a* et *b* de la balance étant toutes deux faites de moelle de sureau, on les électrise simultanément avec la tête d'épingle isolée. L'aiguille est repoussée à 48°; on la ramène à 28° en tordant le fil de suspension. Pour cela, il faut tourner l'index du micromètre de 120°, de sorte qu'à cette distance de 28°, la force de répulsion balance une torsion égale à 120° + 28°, ou 148°.

L'aiguille étant devenue stationnaire dans cette position, on touche la boule fixe *a* avec une autre boule exactement pareille et isolée de la même maniere, puis on retire celle-ci. Alors les boules *a* et *b* se rapprochent, et pour les ramener à la distance de 28°, il faut détordre le fil de suspension. Après cette opération, l'index du micromètre ne répond plus qu'à 44°. Ainsi la force répulsive des deux boules, mesurée par la torsion, est réduite à 44° + 28° ou 72°.

Cette quantité est presque la moitié de 148°, valeur primitive de la force répulsive avant le contact; on l'en rapprochera encore davantage en remarquant qu'il y a eu à peu près une minute d'intervalle entre les deux observations, et que ce jour-là la force électrique diminuait de $\frac{1}{36}$ par minute, ce que l'on observait par une méthode que nous expliquerons plus tard. Ainsi la force que nous trouvons ici exprimée par 72°, l'aurait été, sans cette perte, par 72° + $\frac{72}{36}$° ou 73° $\frac{1}{2}$. Cette valeur corrigée est si peu différente de 74°, qu'on peut bien négliger l'erreur.

La même épreuve, répétée une seconde fois, une troisième, donne toujours un résultat semblable. Cela n'a pas seulement lieu pour des boules, mais pour des cercles et probablement pour tous les corps dont la forme, ou la distance entre eux, est telle qu'on peut, dans le calcul de leur attraction, les considérer comme des points. Coulomb a substitué à la boule fixe de la balance un cercle de fer de 10 lignes de diamètre, en laissant toujours une boule de sureau à l'extrémité de l'aiguille;

il a électrisé ces deux corps simultanément par le moyen de la tête d'épingle, la répulsion a chassé l'aiguille, et lorsqu'on l'a eu ramenée à une distance de 30°, le micromètre marquait 110; la force répulsive était donc de 140°. Alors il a fait toucher un instant le petit cercle de fer par un autre de même matière et d'un diamètre égal; aussitôt l'aiguille s'est rapprochée, et pour la ramener comme dans le premier cas à 30° de distance, il a fallu détordre le fil jusqu'à ce que l'index du micromètre fût revenu à 40°; en sorte que la force répulsive était réduite à 40° + 30° ou 70°, moitié de 140°, qui était son intensité primitive.

Et ce qu'il est bien important de remarquer, le partage se fait exactement de la même manière, quelle que soit la nature des corps conducteurs mis en contact, pourvu que leurs dimensions soient les mêmes. Coulomb a fait toucher la boule de sureau fixe par des boules égales de cuivre et de plusieurs autres substances; il a fait toucher le cercle de fer par un cercle de papier d'un diamètre égal; toujours le partage s'est fait également.

Ces observations nous conduisent à deux conséquences importantes. La première, c'est que la force totale d'attraction ou de répulsion exprimée par $\frac{F}{D^2}$ diminuant pour la même distance D, proportionnellement à la quantité absolue d'électricité de chacune des boules, il faut nécessairement que la constante F soit le produit de deux autres constantes R R′, propres à chacune de ces boules, et proportionnelles à la quantité d'électricité qu'elle possède. Alors la force totale avec laquelle elles s'attirent ou se repoussent à une distance quelconque D, aura pour expression générale $\frac{R\,R'}{D^2}$;

où l'on voit comment chacune des deux boules contribue à la composer. D'après ce que l'expérience nous a appris, cette même proportionnalité existe également pour des cercles, et ainsi l'on peut encore leur appliquer cette formule. Nous nommerons désormais les constantes R, R′ la *réaction électrique* du

corps auquel elles appartiennent, en supposant toutefois que, dans les expériences, on puisse considérer ce corps comme un point.

La seconde conséquence, c'est que le partage de l'électricité entre des corps conducteurs de même figure et de même volume, se faisant toujours dans des proportions égales, quelle que soit la nature de leur substance, il en résulte que ces corps n'agissent point sur l'électricité par une affinité chimique dépendante de la nature et de l'arrangement de leurs particules matérielles, et ne sont pour elle que des vases où elle se distribue mécaniquement, selon ses propres lois.

CHAPITRE III.

Des Lois suivant lesquelles l'électricité se dissipe par le contact de l'air et par les supports qui la retiennent imparfaitement.

La loi générale des attractions et des répulsions électriques est bien connue par ce qui précède ; mais, pour en vérifier les conséquences avec exactitude, et suivre le principe électrique dans le détail de ses effets les plus intimes, il faut s'assurer de la constance de son énergie, ou au moins déterminer les lois suivant lesquelles cette énergie s'affaiblit par le contact de l'air et par l'imperfection des supports isolans. Tel est l'objet de ce chapitre, dont les élémens sont encore tirés des travaux de Coulomb.

Lorsqu'un corps conducteur électrisé est soutenu par des supports isolateurs, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroit et s'anéantit assez rapidement. Plusieurs causes paraissent concourir à produire cet effet. D'abord, il n'existe probablement pas, dans la nature, de substance parfaitement isolante ; car on n'en connait aucune qui ne propage, au moins sur sa surface, une forte électricité : le verre, la cire d'Espagne, la gomme-laque elle-même, la transmettent de cette manière, difficilement à la vérité, mais sensiblement. On peut s'en assurer en formant des cylindres de ces diverses substances, et les tenant quelque temps en contact par une de leurs extrémités seulement, avec le premier conducteur d'une machine électrique. Car après les avoir retirés, si l'on présente cette extrémité à l'aiguille de l'électroscope, on voit qu'elle s'est imprégnée de l'électricité du conducteur ; et même, en coupant le bout du petit cylindre, on trouve que l'électricité s'est aussi propagée sur le reste de sa surface dans une certaine longueur, avec une intensité décroissante.

Tous les supports dont on se sert pour isoler les corps électrisés, doivent donc produire sur eux une absorption analogue, et s'ils sont assez courts pour pouvoir être ainsi électrisés dans toute leur longueur, ils produiront un écoulement lent, mais continuel, de l'électricité ; de sorte qu'en vertu de cette seule cause, la réaction électrique du corps isolé devra progressivement s'affaiblir.

Secondement, les corps électrisés sont toujours enveloppés et touchés dans tous les points de leur surface par l'air atmosphérique, lequel transmet aussi l'électricité avec une facilité plus ou moins grande, selon la quantité de vapeur aqueuse qui s'y trouve, et peut-être selon les modifications que la chaleur ou d'autres circonstances apportent dans les propriétés mêmes de ses élémens chimiques ; de sorte que l'on doit généralement le regarder comme composé d'une infinité d'atomes plus ou moins conducteurs. D'après cela, chaque molécule d'air qui touche un corps électrisé, doit prendre une partie de son électricité. Mais dès qu'elle s'en est imprégnée dans la proportion qui convient à sa grosseur et à sa faculté conductrice, elle est reponssée aussitôt, et remplacée par une autre qui s'électrise comme elle, et est chassée à son tour ; de sorte que par le seul effet de ces contacts successifs, continuellement renouvelés, l'électricité des corps doit encore s'affaiblir, suivant une progression dépendante de la faculté conductrice de l'air.

Enfin les vapeurs aqueuses suspendues dans l'air contribuent encore à cette déperdition d'une autre manière ; car elles s'attachent à la surface des supports en plus ou moins grande quantité, selon qu'elles sont abondantes ou rares, et selon que la matière du support a plus ou moins d'affinité pour l'eau. Celles de ces particules qui sont les plus voisines du corps électrisé, en reçoivent immédiatement l'électricité ; et si la force avec laquelle il les repousse ensuite est moindre que l'adhérence qui les attache au support, elles doivent transmettre en partie cette électricité aux molécules qui les avoisinent, et celles-ci de même aux suivantes, de sorte que toutes ces particules, éminemment conductrices, forment comme une chaine

sur laquelle, à la vérité, l'intensité de l'électricité doit aller en décroissant depuis le corps conducteur, mais qui pourtant, lorsque le support n'a pas une longueur suffisante, peut enfin la conduire jusque dans le sol. Si les particules qui forment cette chaîne sont plus rapprochées les unes des autres qu'elles ne le sont dans l'air lui-même, ce qui doit souvent arriver, l'électricité se perdra plus rapidement le long du support que par le contact de l'air; et c'est ce qui a lieu fréquemment, comme on le verra bientôt.

Quelque difficulté qu'il paraisse y avoir à éluder cette dernière cause, on sent qu'il est indispensable de le faire pour connaître le décroissement d'électricité produit par le seul contact de l'air, et pouvoir ensuite en tenir compte dans les observations composées où il se mêle à la perte produite par les supports. Le seul moyen d'y parvenir, c'est de choisir pour supports les substances les plus isolantes, et d'atténuer assez leurs dimensions pour que leur surface contienne proportionnellement moins de molécules d'eau et d'autres particules conductrices, qu'il ne peut s'en trouver dans l'air environnant; car alors le support isolera au moins aussi bien que l'air, et le peu d'étendue de son contact avec le corps électrisé permettra de négliger tout-à-fait la différence.

Par divers essais faits dans cette vue, Coulomb trouva que, lorsque l'intensité de l'électricité n'était pas très-forte, un petit cylindre de cire d'Espagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre et de 18 ou 20 lignes de longueur, suffisait presque toujours pour isoler parfaitement une balle de sureau de cinq ou six lignes de diamètre. Car, en soutenant la boule par plusieurs de ces cylindres, au lieu d'un seul, l'électricité ne s'affaiblissait pas plus rapidement, quoique la facilité de la déperdition fût multipliée avec le nombre des points de contact. Il s'assura de même que, lorsque l'air était sec, un fil de soie très-fin, passé dans de la cire d'Espagne bouillante, et ne formant ensuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, remplissait le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à six pouces. Un fil de verre

tiré à la lampe d'émailleur, de cinq ou six pouces de longueur, n'isole la balle que dans les jours très-secs, et lorsqu'elle est chargée d'une très-faible électricité; il en est de même d'un cheveu ou d'un fil de soie, à moins qu'ils ne soient enduits de cire d'Espagne, ou, ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

Guidé par ces observations préliminaires, Coulomb souda la boule fixe de sa balance à l'extrémité d'un fil de gomme-laque pure, de 20 lignes de longueur, et il termina la suspension par un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, en sorte qu'il pouvait considérer cette boule comme parfaitement isolée. La boule mobile l'était également, puisque l'aiguille qui la porte est aussi un cylindre très-fin de gomme-laque. Coulomb choisit d'abord ces deux boules d'égal diamètre, et il employa une balance assez sensible pour que la torsion d'une circonférence entière répondît sur l'extrémité de l'aiguille à une force de $\frac{1}{140}$ de grain. Le zéro de torsion du fil étant amené au centre de la boule fixe, et les deux boules en contact, on les touche toutes deux avec la tête d'épingle électrisée décrite dans nos premières expériences; la répulsion chasse l'aiguille qui, après quelques oscillations, se fixe à une certaine distance de son point de départ, par exemple à 40°.

Alors on tord le fil de suspension, de manière à le ramener à une distance moindre, par exemple à 20°. Pour cela, il faut tourner l'index du micromètre de 140°. Ainsi la force de torsion, égale à la répulsion des deux balles, est 140° + 20 ou 160°.

On observe, avec une montre à secondes, l'instant précis où la balle mobile s'est arrêtée justement à cette distance; il est 6^h 50$'$.

Comme l'électricité se perd par le contact de l'air, la force répulsive des balles diminue graduellement, et, après quelques minutes, elles sont plus près l'une de l'autre que 20°. Pour les ramener à cette distance, on détord le fil d'une quantité connue, par exemple, de 30°. Sa force de torsion étant diminuée de cette quantité, la balle mobile est chassée plus loin que 20°. On attend que la perte de l'électricité l'y ramène, et on observe ce second instant. Cela arrive à 6^h 53$'$, par consé-

quent trois minutes après la première observation; alors la force de torsion égale à la répulsion des deux boules, est

$$140° - 30° + 20° \text{ ou } 130°.$$

La diminution de la force répulsive entre les deux expériences est donc égale à $160° - 130°$ ou $30°$, c'est-à-dire à la quantité dont on a détordu le fil pour ramener les boules à la même distance. Cet effet s'est produit en 3′; et comme, dans de petits intervalles, on trouve qu'il est proportionnel au temps, il s'ensuit que la perte est de 10° par minute. D'ailleurs la force répulsive moyenne entre les deux essais est $\frac{160° + 130°}{2}$ ou 145°. En lui comparant la diminution observée, on voit que la force électrique des deux balles diminuait ce jour-là de $\frac{1}{14,5}$ par minute, par le seul contact de l'air.

C'est par des épreuves et des calculs pareils, que Coulomb a formé le tableau n° 1, rapporté à la fin de ce chapitre.

On y voit d'abord que, pour un même jour et un même état de l'air, l'affaiblissement de l'électricité, dans un temps très-court, est proportionnel à son intensité, en sorte que le rapport de ces deux élémens est constant. Mais il varie avec l'indication de l'hygromètre, et par conséquent avec la quantité de vapeurs aqueuses suspendues dans l'air.

Il serait très-intéressant de faire sur ce sujet un plus grand nombre d'expériences, pour découvrir le rapport qui doit exister entre la quantité des vapeurs aqueuses et la déperdition plus ou moins rapide de l'électricité. On saurait encore par-là si ces vapeurs seules produisent tout le phénomène, ou si la pression et la température des molécules mêmes de l'air ne contribuent pas aussi à le modifier. Si l'on était parvenu à mesurer ces influences diverses, on trouverait peut-être dans la balance électrique le plus exact et le plus sensible des hygromètres. Du moins, d'après la seule indication des instrumens météorologiques, on pourrait assigner quelle devrait être la proportion d'affaiblissement de l'électricité. Faute de ces connaissances, on est obligé de déterminer directement cette proportion par l'expé-

rience pour chaque jour où on a besoin de la connaître, c'est-à-dire toutes les fois que l'on a des recherches exactes à faire sur l'intensité des forces électriques.

Il est fort heureux pour les observations, que la loi de ce décroissement soit aussi simple ; car puisque, dans un même état de l'air, il est proportionnel à l'intensité absolue de la force répulsive, il suffit de le déterminer à chaque fois, par une seule expérience, pour pouvoir le faire ensuite servir à corriger toutes les autres.

Il y a plus, la loi que nous venons de trouver permet de calculer l'intensité des forces électriques pour une époque quelconque, quand on l'a une seule fois observée et que l'on connaît la loi du décroissement pour ce jour-là. En effet, désignons par A_0 la torsion initiale observée, et par A_1, A_2, A_3.... les valeurs successives que cette torsion a dû prendre à des époques T_1, T_2, T_3, extrêmement rapprochées les unes des autres et équidistantes entre elles. Il est clair qu'il devra exister une certaine relation entre une torsion quelconque A_n et l'époque T_n correspondante ; voilà ce qu'il s'agit de découvrir.

Pour cela, voyons comment se fait le passage d'une observation à une autre, et commençons par la première. Entre celle-ci et la suivante, il s'est écoulé un intervalle de temps très-petit $T_1 - T_0$, qui peut d'ailleurs être exprimé en fraction de telle unité de temps que l'on voudra choisir. La diminution correspondante de la torsion a été $A_0 - A_1$; en la divisant par $T_1 - T_0$, le quotient exprimera la diminution qui aurait eu lieu pendant l'unité de temps, si elle se fût toujours continuée d'une manière uniforme. Ce sera donc $\frac{A_0 - A_1}{T_1 - T_0}$. Or, l'expérience nous apprend que ce quotient, toujours évalué de la même manière, est constamment proportionnel à la torsion moyenne $\frac{A_0 + A_1}{2}$; désignant donc le coefficient de cette proportionnalité par a, on aura

$$\frac{A_0 - A_1}{T_1 - T_0} = \frac{a}{2}\,(A_0 + A_1),$$

d'où l'on tire

$$\Lambda_1 = \Lambda_0 \left[\frac{1 - \frac{1}{2} a (T_1 - T_0)}{1 + \frac{1}{2} a (T_1 - T_0)}\right].$$

Chaque couple d'observations consécutives donnera une expression semblable, dans laquelle le coefficient a sera toujours le même, puisque l'état de l'air est supposé constant pendant toute la série des torsions que l'on compare. Les intervalles $T_1 - T_0$, $T_2 - T_1$, $T_3 - T_2$ seront les mêmes aussi, puisque les observations consécutives sont supposées équidistantes entre elles. Si, pour abréger, nous appelons θ le petit intervalle de temps qui les sépare, nous aurons cette série d'équations

$$T_1 - T_0 = \theta \qquad \Lambda_1 = \frac{1 - \frac{1}{2} a \theta}{1 + \frac{1}{2} a \theta} \cdot \Lambda_0 ;$$

$$T_2 - T_1 = \theta \qquad \Lambda_2 = \frac{1 - \frac{1}{2} a \theta}{1 + \frac{1}{2} a \theta} \cdot \Lambda_1 ;$$

$$T_3 - T_2 = \theta \qquad \Lambda_3 = \frac{1 - \frac{1}{2} a \theta}{1 + \frac{1}{2} a \theta} \cdot \Lambda_2 ;$$

et généralement

$$T_n - T_{n-1} = \theta \qquad \Lambda_n = \frac{1 - \frac{1}{2} a \theta}{1 + \frac{1}{2} a \theta} \cdot \Lambda_{n-1}.$$

Si l'on ajoute ensemble les équations de la première colonne, et que l'on multiplie entre elles celles de la seconde, toutes les observations intermédiaires se trouveront éliminées, et il viendra

$$T_n - T_0 = n\theta \qquad \Lambda_n = \left(\frac{1 - \frac{1}{2} a \theta}{1 + \frac{1}{2} a \theta}\right)^n \Lambda_0.$$

Maintenant, pour trouver la relation que nous cherchons entre une torsion quelconque Λ_n et l'époque T_n correspondante, il n'y a plus qu'à éliminer le nombre n entre ces deux équations ; or, en tirant sa valeur de l'une et de l'autre, ce qui se fera dans la seconde par le moyen des logarithmes, on trouve

$$n = \frac{T_n - T_0}{\theta} \qquad n = \frac{\log. \Lambda_n - \log. \Lambda_0}{\log.(1 - \frac{1}{2} a \theta) - \log.(1 + \frac{1}{2} a \theta)} ;$$

et de là on tire enfin

$$T_n - T_0 = \frac{\theta}{\log.(1+\frac{1}{2}a\theta) - \log.(1-\frac{1}{2}a\theta)} [\log. A_0 - \log. A_n].$$

$T_n - T_0$ est le temps total écoulé depuis la première observation jusqu'à celle que l'on veut considérer. Pour plus de simplicité, nous le désignerons par t; et par analogie nous appellerons A_t la torsion correspondante que nous avions nommée A_n, nous aurons ainsi

$$t = \frac{\theta}{\log.(1+\frac{1}{2}a\theta) - \log.(1-\frac{1}{2}a\theta)} [\log. A_0 - \log. A_t].$$

La valeur de t semble dépendre de l'intervalle θ que nous avons supposé entre les observations; mais dans le fait elle n'en dépend pas. Car si l'on développe les logarithmes qui se trouvent au dénominateur du second membre, en désignant par M le module des tables ordinaires, c'est-à-dire le nombre 2,302585, on aura

$$\log.(1+\tfrac{1}{2}a\theta) = +\frac{1}{M}(\tfrac{1}{2}a\theta) - \frac{1}{2M}(\tfrac{1}{2}a\theta)^2 + \frac{1}{3M}(\tfrac{1}{2}a\theta)^3 \ldots \text{etc.}$$

$$-\log.(1-\tfrac{1}{2}a\theta) = +\frac{1}{M}(\tfrac{1}{2}a\theta) + \frac{1}{2M}(\tfrac{1}{2}a\theta)^2 + \frac{1}{3M}(\tfrac{1}{2}a\theta)^3 \ldots \text{etc.}$$

De là on tire

$$\frac{\theta}{\log.(1+\frac{1}{2}a\theta) - \log.(1-\frac{1}{2}a\theta)} = \frac{M}{a + \frac{1}{24}a^3\theta^2 + \ldots \text{etc.}}$$

L'intervalle de temps θ est supposé extrêmement petit. Pour atteindre la dernière rigueur, il faut le faire absolument nul; ce qui donne

$$\frac{\theta}{\log.(1+\frac{1}{2}a\theta) - \log.(1-\frac{1}{2}a\theta)} = \frac{M}{a}.$$

Alors ce coefficient devient tout-à-fait indépendant de θ; et l'on voit maintenant qu'en différant jusqu'ici à supposer θ nul, nous n'avons fait que nous ménager la possibilité d'établir le raisonnement et d'effectuer les calculs.

D'après ce résultat on aura

$$t = \frac{M}{a}(\log. A_0 - \log. A_t), \text{ et aussi } \log. A_t = \log. A_0 - \frac{a}{M}t.$$

La première formule fera connaitre l'époque t quand on se donnera la torsion A_t ; la seconde, au contraire, fera connaitre la torsion A_t quand on se donnera l'époque ; il faut toujours supposer que la torsion initiale A_0 est connue, ainsi que la loi du décroissement progressif.

Prenons pour exemple les observations du 28 mai, dans lesquelles la torsion primitive A_0 était $120^\circ + 30^\circ$ ou 150°, et le décroissement $\frac{1}{41}$ par minute; et proposons-nous de calculer la torsion A_t pour la sixième observation de ce même jour, faite 45′ après la première. Les données seraient alors

$$A_0 = 150^\circ \qquad a = \tfrac{1}{41} ; \qquad t = 45 ;$$

car il faut toujours que le temps t soit exprimé en unités de même espèce que celles pour lesquelles on a calculé a. Dans ce cas nous aurons

$$\frac{a}{M} = \frac{1}{41 . 2,302585} = 0,0105925 ; \qquad \frac{at}{M} = 0,4766625 ;$$

$$\log. A_0 = 2,1760913 ,$$

ce qui donne $\log. A = 1,6994288$,

et en passant aux nombres

$$A_t = 50^\circ\ 3'\ 10'' ;$$

l'observation a donné

$$A_t = 50^\circ\ 0'\ 0''.$$

La différence entre elle et le calcul doit être regardée comme nulle, car dans ce genre d'expériences il n'est guère possible de répondre des fractions de degré. Si l'on avait d'autres observations de ce même jour à calculer, la même valeur de $\frac{a}{M}$ servirait également pour toutes.

La loi du décroissement des torsions étant ainsi connue, nous en pouvons déduire celle des constantes F qui expriment l'intensité de la force répulsive des deux boules à l'unité de distance. En effet, puisque la distance D est restée la même dans tout le cours des observations, si l'on nomme n le coeffi-

cient de la torsion dans l'appareil dont on fait usage, les conditions de l'équilibre seront

au commencement de l'expérience... $\frac{F}{D^2} = n A_0$;

après le temps t ..... $\frac{F_t}{D^2} = n A_t$;

d'où l'on tire

$$\frac{F_t}{F_0} = \frac{A_t}{A_0} ; \qquad F_t = F_0 \cdot \frac{A_t}{A_0} ;$$

c'est-à-dire que les intensités des forces répulsives sont proportionnelles aux torsions correspondantes, et par conséquent elles diminuent avec le temps suivant la même loi que les torsions. De là, en prenant les logarithmes, on tire

$$\log. F_t = \log F_0 + \log A_t - \log A_0 ;$$

et en éliminant les torsions d'après la relation qui existe entre elles, il vient

$$\log. F_t = \log. F_0 - \frac{a}{M} t.$$

Cette formule fera donc connaître F_t pour une époque quelconque, quand on se donnera F_0.

Les constantes F n'expriment encore que l'intensité de l'action totale des deux boules; pour connaître en particulier le décroissement d'énergie de chacune d'elles, il faut introduire dans nos calculs leurs réactions électriques, et chercher les variations qu'elles éprouvent. Or, en les nommant R, R', comme nous l'avons fait précédemment, on aura

au commencement de l'expérience..... $F_0 = R_0 R'_0$;

après le temps t..... $F_t = R_t R'_t$.

Dans les observations de Coulomb que nous avons rapportées, la boule fixe et la boule mobile étaient de même matière, de même diamètre, et on les électrisait simultanément. Ainsi, à une époque quelconque, leurs réactions électriques étaient nécessairement égales. Cette égalité donne

$$F_0 = R^2_0 \qquad F_t = R^2_t ;$$

substituant cette valeur dans l'équation qui lie F_0 et F_t, on trouve

$$\log. R_t = \log. R_0 - \frac{at}{2M}.$$

La réaction électrique de chaque boule décroit donc suivant la même loi que la torsion, c'est-à-dire, dans un temps très-court, proportionnellement à son intensité. Mais le coefficient $\frac{1}{2}\alpha$ de cette proportionnalité n'est que la moitié de celui qui exprime le décroissement des torsions. Par exemple, dans les observations du 28 mai, le décroissement des torsions par minute était $\frac{1}{47}$. La réaction électrique de chaque boule décroissait donc dans le même temps de $\frac{1}{11}$.

Ce résultat peut maintenant servir pour calculer la diminution de la réaction électrique de chaque boule dans le cas général où leurs volumes seraient inégaux. En effet, désignant toujours par R, R', les intensités de ces réactions pour un instant quelconque, le décroissement que chacune d'elle éprouve en vertu du contact de l'air, devra encore suivre la même loi que nous venons de trouver; car il est indépendant de l'action de l'autre boule. On aura donc séparément

$$\log. R_t = \log. R_0 - \frac{a}{2M} t, \qquad \log. R'_t = \log. R'_0 - \frac{a}{2M} t.$$

Ces deux équations ajoutées donnent

$$\log. R_t R'_t = \log. R_0 R'_0 - \frac{a}{M} t,$$

ou en remettant pour les produits des réactions leurs valeurs $F_0 F_t$

$$\log. F_t = \log. F_0 - \frac{a}{M} t,$$

et par suite

$$\log. A_t = \log. A_0 - \frac{a}{M} t,$$

puisque les forces répulsives, comparées à une même distance, sont toujours proportionnelles aux torsions. Ainsi, selon cette théorie, le décroissement des torsions, dans le cas des boules inégales, doit se faire exactement comme dans le cas des boules égales, et suivant les mêmes proportions. C'est en effet ce que l'expérience confirme. Quel que soit le volume de la boule fixe par rapport à la boule mobile, quelle que soit la quantité initiale d'électricité qu'on leur donne, qu'elles aient été électrisées simultanément ou l'une après l'autre, dans des proportions quelconques, le décroissement instantané de leur force répulsive totale, mesurée à une même distance, est toujours dans

une même proportion avec son intensité ; en sorte que toutes les observations sont également propres à trouver ce rapport constant. Bien plus, ce rapport est encore le même, quand on emploie des boules de diverses matières. La nature de la substance dont elles sont faites n'a absolument aucune influence sur la déperdition de l'électricité par le contact de l'air, au moins sur la portion de cette électricité qui agit à distance par attraction et par répulsion ; et cela confirme bien l'observation que nous avons déjà faite que les corps matériels ne paraissent nullement retenir le principe électrique par une affinité propre, mais par le seul effet de la résistance que lui offre l'air environnant. Par exemple, le jour où l'électricité décroissait de $\frac{1}{36}$ par minute pour chacune des boules de sureau de la balance, elle était aussi de $\frac{1}{36}$ quand on remplaçait une de ces boules par une boule de cuivre ; et ce qui paraîtra plus extraordinaire, elle était aussi de $\frac{1}{36}$ pour une balle de cire d'Espagne que l'on avait chargée d'électricité en la faisant toucher à un corps fortement électrisé ; de sorte que, dans ce cas même, l'espèce de difficulté que la surface d'un pareil corps oppose à la transmission du principe électrique, n'avait aucune influence pour retenir la portion de ce principe qui, devenue libre à sa surface, se manifestait par sa réaction.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que des boules ; mais quelle que soit la figure du corps électrisé, quelle que soit sa grosseur et l'intensité de sa force répulsive, si l'air est très-sec, et que le degré d'électricité imprimé aux corps ne soit pas très-considérable, le décroissement instantané de la force répulsive est toujours le même, et conserve le même rapport avec son intensité. Coulomb a fait cette épreuve avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les grosseurs et de toutes les longueurs. Il a substitué aux boules de sa balance des cercles de papier ou de métal ; il a même armé une fois l'une d'entre elles d'un petit fil de cuivre de 10 lignes de longueur, et d'un quart de ligne de diamètre ; et il a trouvé que le jour où il faisait ces expériences, la force répulsive de tous ces corps, si différens de forme, décroissait également de $\frac{1}{100}$ par minute. Mais il faut

remarquer que cette égalité de décroissement pour les corps de différentes figures n'a lieu que lorsque l'intensité de leur électricité est déjà réduite à un degré assez faible, et d'autant plus faible que l'air est plus humide. Car tous les corps de forme anguleuse, lorsqu'on leur communique une électricité très-forte, perdent d'abord cet excès suivant des lois de décroissement beaucoup plus rapides, que nous déterminerons plus tard en traitant de l'électricité des pointes; jusqu'à ce qu'enfin leur force électrique soit affaiblie dans les limites où la déperdition est constante. On peut même, sans le secours de la balance, rendre ce phénomène sensible aux yeux, en faisant communiquer le premier conducteur de la machine électrique à une barre métallique anguleuse ou garnie de pointes; car si l'on tourne le plateau de la machine, et que l'expérience soit faite dans l'obscurité, l'électricité communiquée à cette barre produit, en s'échappant par les pointes, des aigrettes lumineuses qui forment un très-beau spectacle. Je ne veux pas dire que ce feu soit l'électricité, car c'est là une question que nous devrons examiner par la suite; mais comme il accompagne toujours sa déperdition rapide, il est au moins un signe et une annonce de cette déperdition. Il était intéressant d'examiner si, dans le même état de l'air, la déperdition des deux électricités était également rapide. Pour cela, j'ai fait les expériences suivantes.

J'ai donné à la boule de la balance trois centimètres de diamètre, et j'ai substitué à la boule mobile un disque circulaire de papier doré d'une dimension égale. Le but de ce changement était d'augmenter le volume des corps électrisés, afin d'observer des effets plus durables, sans cependant charger l'aiguille d'un poids trop fort. J'ai ensuite communiqué successivement l'une et l'autre électricités à la boule fixe, et je l'ai replacée dans la balance. Le disque mobile a été attiré, est venu en contact avec elle; après quoi il a été repoussé. J'ai observé le degré de la division circulaire où il s'arrêtait, et j'ai noté l'époque avec un chronomètre à demi-secondes. J'ai ensuite abandonné le disque et la boule à l'action absorbante de l'air. Après un certain temps, j'ai observé de nouveau leur écart, sans toucher

à la suspension en aucune manière, et j'ai obtenu les résultats suivans, où les angles de répulsion se trouvent exprimés en degrés décimaux, parce que la balance était ainsi divisée :

Nature de l'électricité.	Époques.	Angles de répulsion.
Résineuse.	10h 41′	76°,50
	59	70, 50
	12 25	38, 50
Vitrée.....	1h 7′	68°, 0
	25	62, 50
	2 25	39, 50

Pour tirer parti de ces résultats, il faut d'abord en déduire la valeur des forces répulsives F, dans chacune des observations. C'est le cas d'employer la formule générale de la page 229, en y faisant l'angle de torsion A égal à l'angle de répulsion même : on aura donc ainsi

$$F = 4nr^2 \cdot \frac{A \sin^2 \frac{1}{2} A}{\cos \frac{1}{2} A}$$

r est le rayon de l'aiguille, et n un coefficient qui dépend de la roideur du fil. Comme ces quantités restent les mêmes dans toutes les expériences, on peut représenter leur produit $4nr^2$ par une constante K. Les valeurs numériques de F étant ainsi connues pour deux époques o et t, on devra avoir entre elles la relation générale

$$\log. F_t = \log. F_o - \frac{a}{M} t,$$

d'où l'on tire $$a = \frac{M}{t} \log. \left(\frac{F_o}{F_t}\right).$$

On voit que la constante K, qui multiplie F, disparaît du second membre de cette expression, lequel se trouve tout entier composé de quantités connues. On pourra donc tirer ainsi des observations la valeur du coefficient a, qui exprime la déperdition de l'électricité dans l'unité de temps ; et l'on saura s'il est le même pour la résineuse que pour la vitrée.

En effectuant ce calcul, d'après les observations rapportées

plus haut, prenant la minute pour unité de temps, et employant, pour plus d'exactitude, les observations les plus éloignées de chaque série, on trouve

Electricité résineuse..... $a = 0{,}0203342$;

vitrée..... $a = 0{,}0213699$.

La petite différence de ces résultats tombe dans les limites des erreurs que les expériences comportent. Car pour la faire disparaître, il suffirait d'admettre une erreur d'un grade sur le dernier angle de répulsion relatif à l'électricité vitrée, ce qui le porterait de 39,5o à 40,5o; c'est-à-dire que si l'on part du premier angle de répulsion 68, et qu'on calcule la diminution progressive avec la valeur de a, trouvée pour l'électricité résineuse, on aura 40,5 au lieu de 39,5, à l'époque de la dernière observation. L'erreur deviendra encore bien moindre, si l'on suppose, comme il est vraisemblable, qu'elle se répartit entre les quatre observations combinées. De tout cela on doit conclure que l'électricité vitrée et l'électricité résineuse éprouvent des déperditions sensiblement égales par le contact de l'air.

La loi de la déperdition graduelle de l'électricité, par le seul contact de l'air, étant ainsi connue, Coulomb a procédé, par la même méthode, à la détermination de la perte opérée par les supports qui produisent un isolement imparfait.

La première idée qui se présente, c'est de choisir les supports, de manière que la perte qu'ils produisent soit très-considérable comparativement à celle qui s'opère par le seul contact de l'air. Mais cette déperdition très-rapide aurait un inconvénient grave. En effet chaque fois que l'on touche à l'appareil, soit pour donner aux boules leur électricité initiale, soit pour changer la torsion par le moyen du micromètre, l'aiguille ne revient à une position stable qu'après quelques oscillations. Il faut donc que l'isolement soit encore assez parfait, pour que l'intensité de l'électricité n'éprouve pas de très-grandes variations dans cet intervalle, et pour que l'on puisse faire consécutivement plusieurs observations de ce genre, sans donner aux boules de nouvelle électricité. D'après ces remarques, Coulomb a suspendu la boule fixe de la balance, non plus par un petit cy-

lindre de gomme-laque isolant parfaitement, mais par un simple fil de soie d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon. Ce fil avait quinze pouces de longueur. La boule mobile de l'aiguille était toujours parfaitement isolée et égale en volume à l'autre. Coulomb a mesuré, de même que précédemment, la force répulsive de ces deux boules, à diverses époques, et il a calculé le décroissement qui en résultait. Les expériences sont rapportées dans le tableau n° 2 placé à la fin de ce chapitre. Elles ont été faites le même jour que les précédentes, sur la déperdition par le seul contact de l'air; et par conséquent on peut emprunter de celles-ci la loi de décroissement, qui aurait dû être observée sans l'imperfection des supports.

Le premier résultat que ce tableau nous montre, c'est que le décroissement de l'électricité, d'abord beaucoup plus rapide que par l'air seul, lorsque l'intensité de la force répulsive est considérable, se ralentit graduellement à mesure que cette intensité diminue; en sorte qu'il arrive un terme où la balle soutenue par le fil de soie, perd précisément autant que lorsqu'elle était isolée d'une manière parfaite. Par exemple, dans l'expérience faite le 28 mai, cette égalité commence à avoir lieu lorsque la force répulsive ne balance plus qu'une torsion de 40°, et la même constance se soutient pour tous les degrés d'intensité plus faibles. Ceci nous apprend donc qu'à cette limite, le fil de soie de quinze pouces de longueur commençait à isoler parfaitement, et qu'il conservait cette faculté dans tous les degrés d'électricité plus faibles. La déperdition totale de l'électricité, par l'air seul, était ce jour-là de $\frac{1}{41}$. Le lendemain, elle n'était que de $\frac{1}{72}$; alors le même fil de soie de quinze pouces de longueur commença à isoler parfaitement, lorsque la force répulsive était de 70°. Ainsi plus la perte par l'air est forte, plus la perte par les supports l'est aussi.

Dans ces expériences, la boule mobile ne perd son électricité que par le seul contact de l'air. On peut donc calculer, pour un instant quelconque, l'état de sa réaction électrique R_t; et comme l'observation de la force F_t, à cet instant, fait connaître le produit des deux réactions $R_t R'_t$, on peut en déduire par le

calcul la réaction correspondante R'_t de la boule fixe. Ce calcul fera donc connaître l'influence progressive de l'isolement imparfait. Pour cela, reprenons l'équation générale

$$F_t = R_t R'_t.$$

Au commencement de l'expérience où $t = 0$, elle donne

$$F_0 = R_0 R'_0 ; \qquad \text{d'où} \qquad \frac{F_t}{F_0} = \frac{R_t}{R_0} \cdot \frac{R'_t}{R'_0},$$

et par suite $$\log. \frac{F_t}{F_0} = \log. \frac{R_t}{R_0} + \log. \frac{R'_t}{R'_0}.$$

Or, pour la boule mobile qui est isolée, on a toujours

$$\log. \frac{R_t}{R_0} = - \frac{a t}{2 M},$$

a étant le décroissement de l'électricité en une minute par le seul contact de l'air : de plus, le rapport $\frac{F_t}{F_0}$ est aussi donné par l'observation; car les boules étant toujours maintenues à la même distance, il est égal à celui des torsions totales observées aux époques o et t, c'est-à-dire à $\frac{A_t}{A_0}$; substituant donc ces valeurs dans l'équation précédente, il vient

$$\log. \frac{R'_t}{R'_0} = \log. \frac{A_t}{A_0} + \frac{a t}{2 M},$$

formule qui fera connaître, pour un instant quelconque, l'état électrique de la boule isolée imparfaitement.

Cherchons, par exemple, quel était cet état, lorsque le fil de soie a commencé à isoler d'une manière complète, dans les observations du 28 mai. Cela est arrivé après un intervalle de 40 minutes, et lorsque la torsion a été réduite de 180° à 40°. De plus, le décroissement produit par l'air seul, était ce jour-là de $\frac{1}{41}$ par minute : les données de la question sont donc

$$A_0 = 180 \qquad A_t = 40 \qquad t = 40 \qquad a = \tfrac{1}{41}.$$

De plus, on a toujours $M = 2.302585$; de là, on tire comme précédemment

$$\frac{a}{M} = 0{,}0105925 ; \quad \frac{a}{2M} = 0{,}0052962 ; \quad \frac{at}{2M} = 0{,}2118480.$$

Or, les tables de logarithmes donnent

$$\log. A_t = 1{,}6020600$$
$$\log. A_0 = 2{,}2552725$$

donc
$$\log. \frac{A_t}{A_0} = \bar{1}{,}3467875$$
$$\frac{at}{2M} = 0{,}2118480$$
$$\log. \frac{R'_t}{R'_0} = \bar{1}{,}5586355$$

et, en revenant, aux nombres $\frac{R'_t}{R'_0} = 0{,}36194$. C'est-à-dire que la réaction électrique de la boule fixe était réduite à environ $\frac{161}{100}$ de sa valeur primitive, lorsque le fil de soie de quinze pouces de longueur a commencé à l'isoler parfaitement. La réaction initiale R'_0, qui entre dans ce rapport, peut s'exprimer en fonction de la torsion initiale observée. En effet, au commencement de l'expérience où t est nul, on a

$$F_0 = R_0 R'_0.$$

Mais nous avons vu que les deux boules étaient égales et électrisées simultanément; on avait donc à cette époque $R_0 = R'_0$, par conséquent

$$F_0 = R'^2_0 \quad \text{et} \quad R'_0 = \sqrt{F_0}.$$

Or, la distance constante des boules étant D, si l'on nomme m^2 un coefficient constant relatif à l'appareil dont on a fait usage, on a, dans le cas d'équilibre,

$$\frac{F_0}{D^2} = m^2 A_0, \quad \text{d'où} \quad F_0 = m^2 A_0 D^2 \quad \text{et} \quad R_0' = m D \sqrt{A_0}.$$

Substituant cette valeur dans R'_t, il viendra enfin

$$R'_t = 0{,}36194\, m D \sqrt{A_0},$$

mettant pour A_0 sa valeur 180, et extrayant la racine carrée indiquée, on trouve

$$R'_t = 4{,}85592 \,.\, m D.$$

Maintenant, l'état de l'air restant le même, Coulomb a recommencé cette expérience en donnant au fil de soie une lon-

gueur quadruple de la précédente, c'est-à-dire 60 pouces au lieu de 15. Du reste, il opéra de la même manière, et il observa les torsions à la même distance D. Il trouva ainsi pour cette seconde expérience

$$R'_i = 9{,}71184 \, . \, mD,$$

valeur précisément double de la première. Ce résultat est général pour tous les supports cylindriques très-fins, dont la faculté isolante est imparfaite. Le degré de réaction électrique où ils commencent à isoler parfaitement, est, dans un même état de l'air, proportionnel à la racine carrée de leur longueur. Bien entendu que cette proportionnalité n'a lieu qu'entre les supports dont la longueur seule est inégale, mais dont la nature et la grosseur sont les mêmes. Quand l'une ou l'autre de ces circonstances est changée, il faut déduire le rapport de la formule même. En calculant ainsi, par exemple, d'après l'observation, l'intensité de la réaction électrique à laquelle l'isolement parfait commence, pour des fils de gomme-laque et de soie d'égale longueur et de même diamètre, Coulomb a trouvé que sa valeur est dix fois plus forte pour la première substance que pour la seconde. Par des calculs analogues, on peut comparer entre elles la perméabilité de toutes les substances qui transmettent imparfaitement l'électricité.

Pour qu'on puisse comparer ainsi une matière avec une autre, il n'est pas du tout nécessaire que les boules de la balance aient été observées à une même distance D dans les deux séries d'expériences ; il suffit que cette distance ait été maintenue constante dans chaque série, et qu'on en substitue à chaque fois la valeur dans la formule. Il est également indifférent que l'on ait donné tel ou tel degré d'électricité aux boules. Mais il faut toujours qu'elles soient égales et électrisées simultanément ; il faut aussi qu'elles soient les mêmes dans toutes les expériences ; aussi bien que le fil de torsion dont on fait usage. Sans cela, le coefficient m ne serait pas le même dans les diverses séries ; ce qui rendrait leur comparaison plus difficile et moins immédiate. Ce sont là les seules précautions auxquelles il soit nécessaire de s'astreindre.

N° 1.

ÉPOQUES DES EXPÉRIENCES.		DISTANCE DES BALLES.	TORSION DU MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre deux OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux observations.	FORCE MOYENNE entre deux observations.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant une minute à la force moyenne du corps.
	matin.						
1re EXPÉRIENCE, le 28 mai: Hygromètre, 75 deg. Thermom. 15 deg. ½; Baromètre, 28 p. 3 l.	1er Essai, 6 h. 32′ 30″	....30°...	..120°	.....	..... 5′ ¾	.....20°.....	....140°.....	..... 1/45
	2e Essai, 6 38 15	...idem...	..100	.....	..... 6′ ¼	.....20	....120	..... 1/38
	3e Essai, 6 44 30	....id.....	...80	.....	..... 8′ ½	.....20	....100	..... 1/45
	4e Essai, 6 53 0	....id.....	...60	.....	.....10′	.....20	.....80	..... 1/40
	5e Essai, 7 3 0	....id.....	...40	.....	.....14′	.....20	.....60	..... 1/45
	6e Essai, 7 17 0	....id.....	...20					
	matin.						
IIe EXPÉRIENCE, le 29 mai: Hygromètre, 69 deg. Thermom. 15 deg. ½; Baromètre, 28 p. 4 l.	1er Essai, 5 h. 45′ 30″	....30°...	..130°	.....	..... 7′ ½	.....20°.....	....150°.....	..... 1/16
	2e Essai, 5 53 0	....id.....	..110	.....	..... 9′ ½	.....20	....130	..... 1/61
	3e Essai, 6 2 30	....id.....	...90	.....	..... 9′ ¼	.....20	....110	..... 1/14
	4e Essai, 6 12 15	....id.....	...70	.....	.....20′ ¾	.....30	....75	..... 1/18
	5e Essai, 6 33 0	....id.....	...40	.....	.....18′	.....20	.....60	..... 1/14
	6e Essai, 6 51 0	....id.....	...20					
	matin.						
IIIe EXPÉRIENCE, le 22 juin: Hygromètre, 87 deg. Thermom. 15 deg. ¾; Baromètre, 27 p. 11 l.	1er Essai, 11 h. 53′ 45″	....20°...	...80°	.....	..... 3′	.....20°.....	.....90°.....	..... 1/11 ½
	2e Essai, 11 56 45	....id.....	...60	.....	..... 3′	.....20	.....70	..... 1/11
	3e Essai, 11 59 45	....id.....	...40	.....	..... 5′ ¼	.....20	.....50	..... 1/11 ½
	4e Essai, 12 5 0	....id.....	...20	.....	.....11′ ¼	.....25	.....28	..... 1/11 ½
	5e Essai, 12 16 15	....id.....	5					
	matin.						
IVe EXPÉRIENCE, le 2 juillet: Hygromètre, 80 deg. Thermom. 15 deg. ¾; Baromètre, 28 p. 2 l.	1er Essai, 7 h. 43′ 40″	....20°...	...80°	.....	..... 5′ ⅓	.....20°.....	.....90°.....	..... 1/14
	2e Essai, 7 49 0	....id.....	...60	.....	..... 8′ ⅓	.....20	.....70	..... 1/19
	3e Essai, 7 57 20	....id.....	...40	.....	.....11′ ⅓	.....20	.....50	..... 1/10
	4e Essai, 8 9 10	....id.....	...20	.....	..... 8′ ⅓	.....10	.....35	..... 1/19
	5e Essai, 8 17 30	....id.....	...10					

N° 2.

ÉPOQUES DES EXPÉRIENCES.		DISTANCE DES BALLES.	TORSION DU MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre deux OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux observations.	FORCE MOYENNE entre deux observations.	RAPPOR DE LA FORCE ELECTI perdue pendant une m à celle qui reste a
1re EXPÉRIENCE, le 28 mai.	matin.						
	1er Essai, 10 h. 0′ 0″	.....30°.....	+150°	.....			
	2e Essai, 10 2 30	.....*idem*.....	..120	.....	.....2′ ½.....	.....30°.....	....165°.....	.... 1/14
	3e Essai, 10 8 0	.....*id*.....	...80	.....	.....5′ ½.....	.....40	....130	.... 1/18
	4e Essai, 10 13 0	.....*id*.....	...60	.....	....5′	.....20	....100	.... 1/11
	5e Essai, 10 29 30	.....*id*.....	...20	.....	....16′ ½.....	.....40	.....70	.... 1/19
	6e Essai, 10 50 30	.....*id*.....	0	.....	....21′	.....20	.....40	.... 1/44
	7e Essai, 11 7 0	.....*id*.....	— 10	.....	....16′ ½.....	.....10	.....25	.... 1/41
IIe EXPÉRIENCE, le 29 mai.	matin.						
	1er Essai, 7 h. 34′ 0″	.....30°.....	..150	.....	.....2′ 40″.....	.....20°.....	....170°.....	.... 1/11
	2e Essai, 7 36 40	.....*id*.....	..130	.....	.....4′ 50″.....	.....20	....150	.... 1/19
	3e Essai, 7 41 30	.....*id*.....	..110	.....	.....6′ 50″.....	.....20	....130	.... 1/44
	4e Essai, 7 48 20	.....*id*.....	...90	.....	.....7′ 25″.....	.....20	....110	.... 1/49
	5e Essai, 7 55 45	.....*id*.....	...70	.....	....11′ 45″.....	.....20	.....90	.... 1/11
	6e Essai, 8 27 30	.....*id*.....	...50	.....	....17′ 30″.....	.....20	.....70	.... 1/41
	7e Essai, 8 25 0	.....*id*.....	...30	.....	....17′ 30″.....	.....15	.....52	.... 1/17
	8e Essai, 8 42 30	.....*id*.....	...15	.....	....22′ 30″.....	.....14	.....38	.... 1/16
	9e Essai, 9 5 0	.....*id*.....	1	.....				

CHAPITRE IV.

Disposition de l'Électricité en équilibre dans les corps conducteurs isolés.

MAINTENANT que nous savons, au moyen du calcul, ramener la réaction électrique des corps à un état constant, malgré la déperdition continuelle qui s'opère par l'air et par les supports, nous pouvons nous proposer d'examiner la manière dont l'électricité se distribue entre les diverses parties d'un même corps, tant dans son intérieur qu'à sa surface.

Or, d'après ce que l'expérience nous a déjà fait connaître sur cet objet, il est extrêmement vraisemblable que l'électricité se porte toute entière à la surface des corps conducteurs, sans que leurs particules intérieures la retiennent en aucune manière. Car, autrement, on ne concevrait pas comment la seule conformité de la surface de deux corps qui se touchent, établirait entre eux un partage égal d'électricité, quelle que soit d'ailleurs la substance qui les compose; ni comment cette égalité peut avoir encore lieu, quand l'un des corps est solide et plein de matière, tandis que l'autre est creux, et n'offre presque qu'une simple surface; au lieu que toutes ces choses deviennent naturelles et simples, si l'électricité en équilibre se répand seulement sur la surface des corps, sans pénétrer dans leur intérieur.

Cette propriété, à laquelle l'analogie nous mène, est d'une si grande importance, qu'il faut chercher à la vérifier directement.

On peut d'abord la rendre sensible par l'expérience suivante : prenez un corps conducteur de forme sphéroïdale, tel que S, fig. 9; formez deux calottes très-minces EE de substance pareillement conductrice, de papier doré, par exemple, et donnez-leur des courbures telles qu'en se joignant elles enveloppent complètement le corps S; ajustez par dehors à ces calottes des tubes de gomme-laque EM par lesquels on puisse les manier

sans leur enlever l'électricité. Cela fait, posez le corps S sur un support isolant, ou suspendez-le avec un fil de soie très-fin passé à la gomme-laque, et communiquez-lui un degré quelconque d'électricité, fort ou faible. Puis après avoir touché les deux calottes pour vous assurer qu'elles ne sont point électrisées, enveloppez-en le sphéroïde S, en les tenant par les extrémités de leurs manches isolans; retirez-les aussitôt de la même manière, et présentez-les à un pendule électrique, vous trouverez qu'elles ont pris l'électricité du sphéroïde, et qu'elles l'ont prise toute entière. La réaction électrique de celui-ci, essayée à l'électroscope le plus sensible, est absolument nulle.

L'on peut encore vérifier cette propriété d'une autre manière qui semble plus générale, parce que le corps soumis à l'épreuve peut avoir une forme quelconque, et que l'expérience se fait sans lui ôter rien de son électricité. On pratique seulement sur la surface de ce corps un ou plusieurs petits trous cylindriques de quatre ou cinq lignes de diamètre, et d'une profondeur arbitraire; on tire ensuite un fil de gomme-laque de quelques pouces de longueur, à l'extrémité duquel on adapte un petit cercle de papier doré pareil à celui de l'aiguille de l'électroscope, et dont le diamètre soit le tiers ou le quart de la largeur des trous. Cela fait, on isole le corps S; on l'électrise fortement par quelques étincelles tirées du premier conducteur de la machine ou de toute autre manière; puis tenant le cylindre de gomme-laque par son extrémité libre, on introduit adroitement le cercle de papier doré qu'il porte dans les cavités du corps S, en prenant bien garde de ne pas toucher les bords de leur ouverture. Ce cercle retiré des cavités n'en rapporte pas un atome d'électricité; présenté à l'aiguille de l'électroscope déjà chargée d'une électricité pareille à celle du corps, il n'opère sur elle aucune répulsion. Mais après avoir inutilement réitéré cette épreuve, si on lui fait toucher un instant la surface extérieure du corps S, ou seulement le bord d'une des cavités qu'on y a pratiquées, il chasse vivement l'aiguille de l'électroscope. Toute l'électricité du corps S réside donc à cette surface; il n'y en a point dans son intérieur.

Ce résultat est général pour tous les corps, quelle que soit leur forme; mais en répétant l'expérience, on trouvera quelquefois que le petit cercle de papier doré, retiré des cavités, présente de faibles signes d'une électricité *de nature contraire* à celle du corps S, et qui ne disparait même pas lorsqu'on a touché le petit cercle pour le décharger. Cette permanence prouve que l'électricité dont il s'agit ne lui est pas propre, mais lui est communiquée par la gomme-laque même, qui la lui rend à mesure qu'on la lui ôte; en sorte qu'il n'en résulte aucune indication sur l'existence de l'électricité dans l'intérieur du corps S. Maintenant, comment le cylindre de gomme-laque, qui porte le petit cercle, peut-il, sans toucher les bords des ouvertures et par la seule proximité, prendre ainsi une électricité *contraire* à celle du corps S? C'est un phénomène qui s'expliquera bientôt, quand nous traiterons du développement de l'électricité à distance. Ici, je me bornerai à dire que cet effet, purement accidentel, est presque toujours insensible quand la gomme-laque est pure, l'air sec, et qu'on ne laisse pas le petit cylindre séjourner long-temps dans les cavités.

Nous pouvons donc, d'après ce qui précède, être assurés que le principe électrique, quel qu'il soit, ne réside point dans l'intérieur des corps conducteurs, mais se porte entièrement à leur surface. Nous savons d'ailleurs par d'autres expériences, que l'air le retient à cette surface, et est le seul obstacle qui l'empêche de sortir du corps. Ainsi, en rapprochant ces deux indications, nous voyons que le principe électrique, quelle que soit sa nature, se dispose toujours sur les corps conducteurs en une couche très-mince dont la surface extérieure, contiguë à l'air, et limitée par la pression de ce fluide, est la même que celle du corps électrisé, tandis que la surface intérieure, nécessairement peu différente de l'autre, puisque la couche est très-mince, doit être déterminée d'après d'autres lois qu'il nous faudra tirer de l'observation.

Par exemple, lorsque le corps électrisé est une sphère, la seule raison de symétrie exige que la surface intérieure soit pareillement sphérique et concentrique à la surface extérieure;

car elle doit, comme elle, être symétrique dans tous les sens autour du centre de la sphère. Nommons r le rayon de celle-ci, et $r - \alpha$ le rayon de la surface intérieure de la couche électrique, le volume total de cette couche aura pour expression

$$\frac{4\pi r^3}{3} - \frac{4\pi}{3}(r-\alpha)^3.$$

π étant le rapport de la circonférence au diamètre. Si l'on effectue le développement du second terme

$$4\pi r^2 \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha^2}{3r^2}\right).$$

Or, nous avons trouvé par expérience que l'épaisseur α doit être extrêmement petite, tellement qu'on ne peut lui assigner aucune valeur sensible. Nous devons donc regarder $\frac{\alpha}{r}$, $\frac{\alpha^2}{r^2}$ comme des fractions d'une petitesse extrême, comparativement à l'unité. Ainsi, en les négligeant, le volume de la couche électrique se réduira à $4\pi r^2 \alpha$,
c'est-à-dire au produit de la surface de la sphère par l'épaisseur constante α de la petite couche.

Lorsque l'on accumule successivement dans une sphère des quantités d'électricité de plus en plus grandes, on peut concevoir, ou que les nouvelles quantités ajoutées se disposent sphériquement sous les premières, et augmentent l'épaisseur de la couche, ou bien que l'épaisseur restant la même, la densité de l'électricité augmente en chaque point. Il est indifférent, pour les expériences, d'adopter l'une ou l'autre manière de voir; car l'épaisseur de la couche étant toujours très-petite, toutes les molécules électriques accumulées sous chaque petit élément superficiel, doivent agir par attraction ou par répulsion sur les corps extérieurs, comme si elles étaient toutes réunies en un seul point, et par conséquent comme si elles étaient infiniment condensées. Ainsi leur action sera toujours proportionnelle à leur nombre, de quelque manière qu'on l'évalue. Mais à considérer la chose physiquement, l'idée d'une épaisseur essentielle-

ment limitée parait peu naturelle ; car il n'existe dans l'intérieur des corps conducteurs aucun obstacle qui empêche l'électricité de s'y répandre ; si elle ne s'y répand pas, ce ne peut être que par un résultat des lois de son équilibre, et par cela même il devient très-vraisemblable que pour chaque quantité d'électricité donnée, l'épaisseur de la couche électrique est aussi une conséquence de ces lois.

La méthode que nous venons d'exposer pour éprouver l'électricité d'un corps conducteur, en le touchant par un petit cercle de papier doré, isolé à l'extrémité d'un fil de gomme-laque, est applicable dans une infinité de circonstances. Elle peut même faire reconnaître, non-seulement l'existence et la nature de cette électricité, mais la quantité absolue qui s'en trouve accumulée sur chaque élément superficiel. Pour cela, au lieu de présenter le petit plan à l'électroscope, comme dans l'expérience qui précède, on le présente à la boule ou au cercle mobile de la balance que l'on a préalablement chargé d'une électricité de même nature. Le peu de volume de ces divers corps permettant de les considérer comme des points, on voit que la réaction électrique du petit plan sera proportionnelle à la quantité d'électricité dont il s'est couvert ; et si on l'introduit toujours dans la même balance sans rien ôter au cercle, ou à la boule mobile, de la première charge qu'on leur a donnée, les torsions nécessaires pour les ramener à la même distance donneront les rapports de ces différentes charges. Or, comme un très-petit plan appliqué sur un corps se confond avec un élément de sa surface, on doit présumer que ces charges seront aussi proportionnelles à celle du point de la surface où le petit plan a touché. De sorte que l'on pourra ainsi espérer de connaître comment la quantité de l'électricité, ou, ce qui revient au même, comment l'épaisseur de la couche électrique varie sur les divers points d'un corps où l'électricité ne serait pas distribuée uniformément.

Pour vérifier cette idée, prenez un corps conducteur de figure quelconque, placez-le sur un isoloir, et après lui avoir donné

un degré arbitraire d'électricité, touchez-le avec le petit plan d'épreuve en un point *a*, que vous pourrez exactement reconnaitre; portez ce petit plan dans la balance, préalablement chargée d'une électricité de même nature, et observez la torsion nécessaire pour balancer la répulsion à une distance fixe D; soit cette torsion A.

Retirez alors le petit plan, et faites-lui toucher de nouveau le corps conducteur dans un autre point *a'*, différent du premier, mais que vous pourrez également reconnaitre; portez-le ensuite dans la balance, et mesurez la torsion nécessaire pour ramener l'aiguille à la distance D, comme dans la première expérience. Soit cette torsion *n* A, en sorte que son rapport avec la première soit exprimé par *n*.

Si, après un intervalle de quelques minutes, vous répétez les mêmes épreuves, en portant toujours le petit plan sur les mêmes points *a*, *a'*, vous ne trouverez plus les mêmes torsions absolues, parce que le corps isolé aura perdu une partie de son électricité par le contact de l'air; mais le rapport de ces torsions demeurera le même. Si la première est devenue A', la seconde sera *n* A'. Pour que la comparaison soit tout-à-fait exacte, il faudra mettre entre les deux contacts successifs de *a* et de *a'* le même intervalle que dans la première expérience, afin que la perte par l'air soit proportionnellement la même.

Le résultat de cette épreuve se reproduira ainsi autant de fois qu'on voudra la répéter; et la proportionnalité des torsions se maintiendra tant qu'il restera une quantité d'électricité appréciable sur la surface du corps isolé. Si de plus on a noté les époques auxquelles les observations successives ont été faites, on verra que le décroissement absolu des torsions est exactement tel qu'il doit résulter du seul contact de l'air; ou en d'autres termes, la répulsion mutuelle du petit plan et du cercle mobile, à une époque quelconque, est exactement la même que si on avait laissé constamment le petit plan dans la balance avec la charge primitive d'électricité qu'il avait prise sur le point *a* ou *a'*, dans le premier contact. Par conséquent, la quantité absolue

d'électricité qu'il prend à chaque contact, est proportionnelle à la somme actuelle et totale de l'électricité du corps.

Cette proportionnalité peut tout de suite être mise en évidence par l'expérience suivante.

Donnez au corps isolé la forme d'un cylindre ou d'un parallélipipède rectangle, dont la longueur surpasse beaucoup la grosseur; électrisez-le, et faites toucher le petit plan, d'abord au milieu de sa longueur, puis à l'une de ses extrémités; il aura dans ces deux cas des réactions bien différentes. Maintenant faites toucher le corps électrisé par un autre, de forme et de dimensions exactement pareilles, qui sera aussi isolé, et que vous présenterez au premier symétriquement, c'est-à-dire de manière que les côtés pareils se touchent dans toute leur étendue. L'électricité se partagera certainement d'une manière égale entre les deux corps. Aussi quand vous les aurez séparés, si vous recommencez l'épreuve du petit plan, en touchant toujours aux mêmes points que la première fois, vous trouverez que ses réactions électriques sont réduites pour tous les points exactement à la moitié de ce qu'elles étaient d'abord.

Ainsi, en résumant ces expériences, les quantités absolues d'électricités, successivement prises par le plan d'épreuve en un même point de la surface d'un corps conducteur, sont constamment proportionnelles à la somme totale d'électricité répandue sur la surface de ce corps à l'instant du contact; et, quelle que soit cette somme, les quantités prises au même instant sur différens élémens superficiels conservent toujours entre elles des rapports invariables. De là on doit tirer deux conséquences: la première, c'est que dans chaque corps conducteur, l'accumulation d'une quantité double, triple d'électricité, donne à chaque élément superficiel une quantité d'électricité double, triple ou en général proportionnelle; la seconde, c'est que le petit plan d'épreuve, considéré comme infiniment petit par rapport à la surface totale du corps conducteur, prend toujours en chaque point de cette surface une quantité d'électricité proportionnelle à celle de l'élément qu'il a touché.

Coulomb a cherché quelle était cette proportion, et pour cela il a fait l'expérience suivante.

Il a placé un globe de 8 pouces de diamètre sur un isoloir, et l'a chargé, ainsi que l'aiguille de la balance, avec de l'électricité vitrée. Pour apprécier la réaction électrique de ce globe, il l'a fait toucher par un autre beaucoup plus petit, dont le diamètre était seulement d'un pouce, et qui était isolé par un manche de gomme-laque. Celui-ci, porté dans la balance, a chassé l'aiguille avec une force qui a été balancée par une torsion de 144°. Après cette opération, on a fait toucher tangentiellement le gros globe par un plan circulaire isolé dont le diamètre était 16 pouces, et tout de suite on a répété le contact du petit globe. Mais cette fois, en le présentant à l'aiguille à la même distance, il ne l'a plus repoussée qu'avec une force de 47°.

Pour voir ce qui résulte de là, il faut considérer que le gros et le petit globe ayant des figures exactement pareilles et se touchant toujours symétriquement de la même manière, l'électricité a dû se partager entre eux suivant une même proportion, uniquement dépendante du rapport de leurs surfaces; de sorte que les réactions électriques du grand globe dans les deux épreuves ont dû être proportionnelles à celles du petit globe, c'est-à-dire comme 144 est à 47. Et, d'après ce qui a été démontré plus haut, touchant les propriétés des formes sphériques, on peut même regarder ces nombres comme exprimant le rapport des quantités absolues d'électricité existantes dans le gros globe à ces deux époques. Ainsi, dans le partage entre le plan et le globe, celui-ci a perdu une force représentée par $144 - 47$ ou 97, c'est-à-dire presque exactement double de celle qui lui reste après le contact. Or, un plan circulaire de 16 pouces a aussi une surface double d'un globe de 8 pouces, puisque celle-ci est égale à quatre cercles de 8 pouces, ou à un seul cercle de 16, ce qui n'équivaut qu'à un des côtés du plan. D'après cela, il paraît que, dans le contact tangentiel d'un plan et d'un globe, l'électricité se partage, à très-peu de chose

près, proportionnellement aux surfaces de ces deux corps.

Coulomb a vérifié cette première expérience par beaucoup d'autres, et il a trouvé que le rapport qu'elle indiquait devenait tout-à fait exact, quand le diamètre du plan était fort petit comparativement à celui du globe. La quantité d'électricité acquise par le plan est alors à celle qui reste au globe, comme la surface des deux côtés du premier est à la surface totale du second. Ainsi en supposant le plan assez petit pour qu'on puisse le confondre avec un élément superficiel du globe, il emporte sur chacune de ses deux faces, autant d'électricité qu'il en reste sur cet élément qu'il couvre, et par conséquent il en aura en somme une quantité double. Lorsqu'ensuite on le portera dans la balance, il arrivera, à cause de sa petitesse, que son action sur l'aiguille, préalablement chargée d'une électricité pareille, sera la même que celle d'un seul point chargé de la même quantité d'électricité. La torsion qui lui fera équilibre sera donc, à distance égale, proportionnelle à cette quantité, et par conséquent elle sera aussi proportionnelle à l'épaisseur de la couche électrique sur l'élément superficiel que le petit plan a touché. On conçoit donc par-là comment les réactions observées du petit plan peuvent déterminer avec exactitude les rapports d'épaisseur de la couche électrique sur les différens points d'un même corps.

En opérant ainsi, chaque contact du plan diminue un peu la quantité absolue d'électricité du corps qu'il touche, et par conséquent, à parler à la rigueur, il faudrait tenir compte de cette diminution pour rendre les observations successives exactement comparables; mais on rend ce soin inutile en faisant le plan si petit, que la quantité d'électricité qu'il enlève soit infiniment petite et comme nulle, comparativement à celle de la surface totale du corps. Si, malgré cette précaution, on voulait encore affaiblir l'erreur, il n'y aurait qu'à reporter le petit plan sur la surface du corps, sans le décharger.

Comme cette recherche exige toujours plusieurs observations successives, il faut, en les comparant les unes aux autres,

avoir égard par le calcul à la perte d'électricité résultante du contact de l'air. C'est ce que l'on peut faire, d'après les lois de cette déperdition que nous avons données plus haut ; mais on peut encore suppléer à cette correction, en combinant les expériences de manière qu'elles se rectifient d'elles-mêmes. Pour cela, s'il s'agit de comparer les réactions électriques de deux points *a* et *b*, on fera d'abord toucher *a* par le petit plan, puis on observera la réaction proportionnelle qui en résulte dans celui-ci. Ensuite on le fera toucher de même à *b*, et on observera pareillement la réaction correspondante. Alors si entre la première observation et la seconde, il s'est écoulé un certain temps, par exemple, trois minutes, on répétera de nouveau le contact de *a*, trois minutes après la seconde observation, et l'on prendra une moyenne arithmétique entre ce résultat et le premier que l'on a obtenu. On aura ainsi la même chose que si les deux contacts de *a* et de *b* eussent été faits exactement à la même époque. Ce mode de correction qui s'opère par des observations correspondantes, est toujours le meilleur qu'on puisse employer. Il corrige même l'effet de la déperdition par les supports, pourvu qu'elle soit peu considérable, ainsi que cela arrive toujours quand ils sont bien choisis et bien préparés.

La méthode que nous venons d'exposer, pour comparer les réactions électriques des différens points d'un même corps, joint à son exactitude l'avantage d'être fort simple et de n'exiger que des balances de torsion d'un petit volume. Mais en l'appliquant, il se présente quelquefois une circonstance accidentelle qui troublerait tous les résultats, si on n'y faisait pas attention. C'est que, ainsi que nous l'avons déjà remarqué en général à l'égard de tous les corps, les fils de gomme-laque eux-mêmes sont sensiblement perméables à l'électricité. Ils le sont moins les jours secs que les jours humides ; ils le sont encore inégalement, suivant la nature de la gomme-laque. Celle qui a la couleur la plus sombre est généralement la meilleure ; mais celle-ci même doit être éprouvée avant d'être employée aux

expériences. Pour cela, lorsqu'on l'aura tirée en fils de la longueur et de la finesse convenable, on fera toucher ces fils, par le bout qui doit porter le petit cercle, à un conducteur électrisé; après quoi on les présentera à l'aiguille de la balance, préalablement chargée d'une électricité de même nature. Pour peu que cette extrémité du fil paraisse repousser sensiblement l'aiguille, il faut le rejeter et n'admettre que ceux dont l'action est absolument nulle. Car si l'on en emploie d'autres qui n'aient pas cette imperméabilité presque parfaite, ils se chargeront inévitablement d'électricité dans les contacts successifs que l'on est obligé de faire pour comparer les réactions électriques des divers points d'un corps; et comme la gomme-laque, une fois pénétrée d'électricité, s'en dépouille très-difficilement, il arrivera que cette cause permanente augmentera constamment la réaction électrique que le petit plan aurait dû avoir par le seul effet du contact, et cela dans un rapport beaucoup plus sensible pour les points faiblement électrisés que pour ceux qui le sont fortement; ce qui détruirait toute proportionnalité, et rendrait les expériences absolument mauvaises. Sous ce rapport, il y a de l'avantage à employer, quand on le peut, des corps d'un volume un peu considérable, ce qui permet aussi de donner plus de surface au petit plan; car alors les quantités d'électricité qu'il prend étant plus fortes, celle que la perméabilité du fil de gomme-laque y ajoute en est une moindre partie, et par conséquent altère moins les rapports des résultats entre eux.

Pour donner une application de la méthode des contacts alternatifs, je choisirai l'expérience suivante, que je trouve dans les manuscrits de Coulomb.

Il s'était proposé de chercher comment l'électricité se dispose sur une lame mince et isolée. Pour le découvrir, il isola une lame d'acier de 11 pouces de long, 1 pouce de large et $\frac{1}{4}$ ligne d'épaisseur. Pour pouvoir la toucher dans toute sa largeur, il donna au plan d'épreuve un pouce de long sur trois lignes de large. Il appliqua d'abord ce plan au centre de la lame en C, fig. 10, puis à 1 pouce de distance de l'extrémité, et il obtint les résultats suivans :

	Torsions observées.	Torsions moyennes au milieu.	Torsions moy. à 1 po. de l'extrémité.	Rapport des torsions moyennes.
Touché au milieu	370°			
à 1 po de l'extrém..	440	360	440	1,22
au milieu.	350	350	417,5	1,20
à 1 po de l'extrém..	395	335	395	1,18
au milieu.	320	Moyenne.....		1,20

C'est-à-dire que, sur des espaces égaux, pris dans toute la largeur de la lame, au centre et à un pouce de ses extrémités, les quantités d'électricités sont entre elles comme 1 à 1,2, par conséquent presque égales.

Coulomb a recommencé l'expérience en posant le petit plan tout-à-fait à l'extrémité, mais toujours tout entier sur la surface, et il a trouvé les résultats suivans :

	Torsions observées.	Torsions moyennes au milieu.	Torsions moyennes à l'extrémité.	Rapport des torsions moyennes.
Touché à l'extrém.	400			
au milieu.....	195	195	395	2,02
à l'extrémité.	390	190	390	2,05
au milieu.....	185	185	370	2,00
à l'extrémité.	350	Moyenne.....		2,02

Ici le rapport des quantités d'électricités est beaucoup plus fort que tout-à-l'heure. Ainsi, après avoir été presque constante depuis le centre jusqu'à 1 pouce des extrémités de la lame, l'électricité augmente rapidement près de ces extrémités.

Coulomb a fait encore une dernière épreuve, en mettant le petit plan, non plus sur la surface même de la lame, mais dans

le prolongement de cette surface en D, de manière à toucher l'épaisseur de la lame par son tranchant; alors il a eu les résultats que voici :

	Torsions observées.	Torsions moyennes au milieu.	Torsions moyennes au-delà du bord.	Rapport des torsions.
Touché au milieu	305°			
au-delà du bord..	1175	295	1175	3,98
au milieu	285	285	1156	4,05
au-delà du bord .	1137		Moyenne.....	4,01

Ainsi, le plan d'épreuve placé dans le prolongement de la lame, y prend une électricité justement double de celle qu'il prenait à cette même extrémité, quand il ne touchait qu'une seule surface.

L'expérience répétée avec une lame de 22 pouces de longueur, c'est-à-dire double de la précédente, et de même dimension dans tout le reste, a donné exactement les mêmes rapports entre le milieu et les extrémités.

De là Coulomb conclut, 1°. que dans le contact sur les surfaces de la lame, le plan d'épreuve ne participe qu'à l'électricité d'une de ses deux faces, qui est celle sur laquelle il est appliqué; 2°. qu'au-delà d'une certaine longueur de la lame, suffisante pour que l'électricité soit presque uniforme dans une grande partie de sa surface, un nouvel accroissement de longueur n'a plus d'influence sensible sur le rapport des quantités d'électricités accumulées aux extrémités et au milieu, la première étant toujours double de la seconde.

Pour sentir les conséquences de cette remarque, soit, fig. 11 AB une lame dont la longueur surpasse la limite que nous venons d'indiquer. Supposons que nous ayons observé l'état électrique des divers points de sa surface, et élevons en chacun de ces points des ordonnées CE, PM, AA', proportionnelles aux quantités d'électricité qui s'y trouvent accumulées. Ces

ordonnées seront sensiblement égales entre elles, depuis le centre C jusqu'à un pouce des extrémités de la lame, après quoi elles iront en croissant rapidement jusqu'à ces extrémités, de manière à former la courbe A′M ou B′N. Or, puisque le rapport de AA′ à PM ou à CE est le même dans toutes les lames dont la longueur est très-grande comparativement à leur largeur, et que la même constance se soutient pour les ordonnées intermédiaires, il s'ensuit que la courbe A′M, B′N conserve la même forme dans toutes ces lames, et ne fait que se superposer à leurs deux extrémités sur la couche uniforme, dont l'épaisseur est CE; de sorte que l'on peut ainsi prévoir complètement l'état électrique de toutes ces lames, quand on a observé l'intensité de l'électricité à leur centre.

Cette augmentation rapide de l'électricité vers les extrémités des lames ne leur est pas particulière; il paraît qu'elle a lieu en général dans tous les corps prismatiques ou cylindriques très-allongés; et elle est d'autant plus rapide qu'ils sont plus minces. Coulomb a isolé un cylindre circulaire, de 2 pouces de diamètre et de 30 pouces de longueur, terminé par deux demi-sphères. En comparant, comme tout-à-l'heure, les quantités d'électricités accumulées au centre et en divers points, voisins des extrémités, il a trouvé :

	Rapport de la seconde torsion à la première.
Touché au milieu et à 2 pouces de l'extrémité.	1,25
au milieu et à 1 pouce de l'extrémité.	1,80
au milieu et à l'extrémité.....	2,30.

Quand le cylindre va en s'amincissant vers ses extrémités, on trouve que l'accroissement de l'électricité dans ces parties est encore plus considérable et plus rapide; enfin, si l'extrémité du cylindre s'allonge comme la pointe d'un cône, l'accumulation qui se fait à l'extrémité de cette pointe devient si forte, que la résistance de l'air ne suffit plus pour retenir l'électricité à la surface du corps conducteur, et celle-ci s'échappe en formant ou plutôt en excitant dans l'air des aigrettes lumineuses qui deviennent visibles dans l'obscurité. Alors la distri-

bution uniforme de l'électricité s'étend jusqu'à une très-petite distance de la pointe. On conçoit donc que les corps qui ont cette forme doivent perdre très-rapidement l'électricité qu'on leur communique, et c'est aussi ce que confirme l'expérience. Nous reviendrons plus loin sur ce sujet, en traitant de l'application spéciale qu'on a faite des propriétés des pointes à la construction des paratonnerres.

Je trouve encore dans les manuscrits de Coulomb des expériences analogues pour déterminer la distribution de l'électricité sur des plateaux circulaires. Il touchait ces plateaux à diverses distances de leur centre, soit avec un petit plan d'épreuve, soit avec une tête d'épingle isolée. Voici le résultat d'une expérience faite de cette dernière manière sur un plateau de cuivre de 10 pouces de diamètre :

Distances au bord.	Quantités d'électricités observées.
5po (*centre du plateau*)	1
4	1,001
3	1,005
2	1,17
1	1,52
0,5	2,07
0	2,90

En désignant par x les distances au bord contenues dans la première colonne, et par y les intensités rapportées dans la seconde, je trouve que la relation des unes aux autres est fort bien représentée par l'équation

$$y = 1 + A\left(\mu^{x} - \mu^{2r-x}\right),$$

r étant le rayon du plateau, et A, μ deux constantes qu'il faut déterminer par observation. La première s'obtiendra en faisant $x = 0$, et substituant pour y sa valeur obtenue 2,90, ce qui donne

$$2{,}9 = 1 + A\left(1 - \mu^{2r}\right).$$

Si nous prenons le pouce pour unité de longueur, $2r$ sera égal à 10. Or, on verra tout-à-l'heure que μ est une fraction peu différente de 0,3 ; de sorte que sa dixième puissance est tout-à-fait insensible. On pourra donc la négliger dans le calcul de A ; alors il viendra $A = 1{,}9$.

On déterminera ensuite μ par une autre observation, en faisant par exemple $x = 1$, et substituant pour y sa valeur observée 1,52. Dans ce cas, μ^{9-x} devient μ^9, et est encore insensible. On a donc simplement

$$\mu = \frac{0{,}48}{1{,}9} = 0{,}27.$$

Mais on satisfera mieux à l'ensemble des observations, en prenant $\mu = 0{,}3$, comme je l'ai annoncé plus haut. Ces déterminations faites, on peut calculer toutes les intensités à diverses distances du bord, et en les comparant à l'expérience, on trouve les résultats suivans :

Distances au centre x.	Intensités y		Excès du calcul.
	calculées.	observées.	
5	1,000	1,000	0,000
4	1,014	1,001	+ 0,013
3	1,051	1,005	+ 0,046
2	1,170	1,170	0,000
1	1,570	1,520	+ 0,050
0,5	2,041	2,070	— 0,029
0	2,900	2,900	0,000

L'accord du calcul avec les observations est aussi satisfaisant que l'on puisse le désirer, et l'on en doit conclure que la loi dont nous avons fait usage est sinon rigoureusement exacte, du moins extrêmement approchée.

Coulomb a répété plusieurs fois cette expérience; en touchant avec des boules ou des petits plans d'épreuve, il a toujours obtenu des résultats à peu près pareils. Il a de plus trouvé, comme dans les lames, qu'au-delà d'une certaine étendue des plans circulaires, la loi des intensités vers les bords devient la

même ; de sorte que la formule par laquelle nous avons exprimé y peut être numériquement appliquée à tous ces plans, lorsque leur rayon excède cinq pouces de longueur. Alors la variation des intensités ne se fait jamais sentir que jusqu'à trois ou quatre pouces de distance du bord ; après quoi elle est constante jusqu'au centre, conformément aux indications de la formule.

La tendance de l'électricité pour se porter à la surface des corps conducteurs, et la manière dont elle se répand sur cette surface, peuvent se rendre sensibles par une expérience assez curieuse. **A B**, fig. 12, est un cylindre isolé, mobile autour d'un axe horizontal, et que l'on peut faire tourner au moyen de la manivelle **M**, composée de plusieurs tiges de verre. Sur le cylindre est enroulé un ruban métallique **R**, dont l'extrémité est terminée en demi-cercle et attachée à un cordon de soie **F**. On fait communiquer cet appareil à un électroscope composé de deux fils de lin *ff*, garnis de boules de moelle de sureau, et on l'électrise. Aussitôt les fils *ff* divergent. Alors on déroule peu à peu le ruban métallique en le tirant par le fil isolant **F**, et le soutenant suspendu en l'air. A mesure qu'il s'étend, on voit les fils de lin se rapprocher et indiquer l'affaiblissement progressif de leur réaction. Si le ruban est suffisamment long, comparativement à la charge électrique donnée à l'appareil, leur écart peut diminuer jusqu'à devenir presque insensible ; mais il se reproduit de nouveau si, faisant tourner la manivelle **M**, on enroule de nouveau le ruban métallique sur son cylindre ; et alors la réaction des fils redevient la même qu'au commencement de l'expérience, sauf la perte occasionée par le contact de l'air.

CHAPITRE V.

Des Électricités combinées, et de leur separation par les actions à distance.

Jusqu'ici nous avons considéré des corps électrisés par le frottement ou la communication. Nous allons maintenant voir des phénomènes où l'état électrique est développé sans contact, par la seule influence à distance d'un corps électrisé.

On prend un conducteur cylindrique B, fig. 13, isolé, horizontal, dont les deux extrémités sont arrondies en demi-sphères. On y attache de distance en distance des fils de lin, auxquels pendent de petites boules faites en moelle de sureau. Après avoir touché ce conducteur, pour s'assurer qu'il n'est point chargé d'électricité, on l'approche d'un corps électrisé A, en le tenant par ses supports isolateurs, et le plaçant toutefois assez loin de A, pour qu'il n'en puisse pas recevoir directement l'électricité par explosion. On observe alors les phénomènes suivans;

1°. Les fils placés aux extrémités du cylindre B divergent et manifestent ainsi qu'il est électrisé.

2°. On observe que cette divergence va en diminuant vers le milieu du cylindre, où il se trouve un point dans lequel il ne se fait aucune répulsion.

3°. Ce point, qui n'est point électrisé, varie de position sur le cylindre, à mesure qu'on éloigne ou qu'on approche celui-ci du corps électrisé.

4°. Si l'on promène le long du cylindre une boule de sureau non électrisée et suspendue à un fil de soie qui l'isole, elle est attirée partout, excepté dans la partie intermédiaire, dont nous venons de parler.

5°. Mais si cette boule est électrisée, elle est attirée par une

des extrémités du cylindre et repoussée par l'autre, ce qui annonce qu'elles sont chargées d'électricités différentes.

6°. En effet, si on touche successivement ces deux extrémités avec un petit corps conducteur isolé, et qu'on éprouve l'électricité qui en résulte, on trouve que dans l'extrémité qui avoisine le corps électrisé, elle est d'une nature opposée à la sienne; et au contraire, elle est de même nature dans sa partie la plus éloignée.

7°. Les signes d'électricité cessent, si l'on retire le cylindre par ses supports isolans, et qu'on l'éloigne à une grande distance du corps électrisé A, ou si l'on enlève par un contact l'électricité de ce corps.

8°. A l'exception de ce dernier cas, le corps primitivement électrisé ne perd rien par l'influence qu'il exerce. Aucune partie de son électricité ne se transmet au cylindre; car si l'on mesure sa réaction électrique par le plan d'épreuve avant qu'on lui présente le cylindre, et après qu'on l'a retiré, on trouve qu'elle n'a éprouvé aucune diminution, si ce n'est celle qui doit naturellement se produire par le seul contact de l'air.

9°. Cette constance ne subsiste que hors de la présence du cylindre isolé. Car, pendant qu'il est dans le voisinage du corps électrisé, si celui-ci est conducteur, la réaction sur sa surface est différente, comme on peut s'en assurer par le plan d'épreuve.

10°. Si, sans toucher au corps électrisé, on enlève, et l'on remet le cylindre en sa présence à plusieurs reprises, les mêmes phénomènes cessent, et se reproduisent à chaque fois sans aucun changement.

Le seul énoncé de ces résultats en montre les conséquences : 1°. puisque le cylindre ne prend rien au corps électrisé, il faut qu'il possède en lui-même les principes des deux électricités qui se développent en lui par l'influence de ce corps; 2°. puisque ces deux électricités disparaissent quand l'influence du corps étranger cesse, quoiqu'elles ne puissent s'échapper dans le sol, à cause de l'isolement du cylindre, il faut que leurs pro-

portions soient telles, qu'étant abandonnées à elles-mêmes, elles puissent se neutraliser mutuellement. 3°. Enfin, il faut que cette neutralisation s'opère sans les détruire, puisqu'elles reparaissent de nouveau toutes entières chaque fois que l'on soumet le cylindre à l'influence du corps étranger.

Nous sommes ainsi conduits à reconnaître que les principes des deux électricités existent naturellement dans tous les corps conducteurs, dans un état de combinaison qui les neutralise. C'est ce que nous nommerons désormais *l'état naturel des corps*. Nous voyons que le frottement, qui nous semblait un moyen de les faire naître, sert seulement à les dégager de cette combinaison, et à rendre l'une d'elles sensible en absorbant l'autre. Voilà pourquoi, sans doute, nous observions constamment que le corps frottant et le corps frotté manifestaient des électricités contraires. Enfin, puisque la seule influence d'un corps électrisé présenté à distance, force ces deux électricités à se séparer et à se distribuer de manière que celles de nature différente soient les plus voisines l'une de l'autre, et celles de même nature les plus éloignées, il faut, pour énoncer ce fait, admettre que les principes électriques *de nom différent s'attirent, et de même nom se repoussent*, selon des lois que l'expérience nous apprendra peut-être à déterminer.

Alors tous les phénomènes que nous avons décrits plus haut deviennent des conséquences simples, nécessaires, évidentes de cette propriété générale. Un seul d'entre eux, peut-être, semble demander quelque attention pour y être rapporté. C'est cette variation passagère qu'éprouve la réaction électrique du corps A, pendant qu'on lui présente le cylindre. Mais puisque l'électricité libre sur la surface d'un corps agit à distance sur celles des autres corps, et détruit, au moins en partie, leur combinaison, il est évident que celles-ci, une fois devenues libres, doivent à leur tour agir sur le corps qui les a mises en liberté, et changer la réaction électrique des points de sa surface, soit en contraignant l'électricité libre qui s'y trouve de se distribuer autrement, soit en ajoutant à cette électricité

celle que le corps peut fournir par la décomposition de son électricité naturelle, soit enfin en agissant de ces deux façons à la fois.

Ces observations nous conduisent à une autre conséquence importante : dans nos premières recherches, nous avions remarqué que les corps électrisés attirent ou semblent attirer tous les corps légers qu'on leur présente, sans qu'il soit besoin pour cela de développer en ceux-ci la faculté électrique par le frottement ou la communication. Mais maintenant nous devons concevoir que ce développement s'y opère de lui-même, par la seule influence à distance du corps électrisé sur les électricités combinées des petits corps qu'on lui présente. De sorte que dans ce cas même l'attraction, soit réelle, soit apparente, que l'on observe, n'a réellement lieu qu'entre des corps électrisés.

Il y a plus : le développement des électricités combinées, dans cette circonstance, est indispensable pour que l'attraction s'opère ; car elle est d'autant moins vive qu'il est moins facile, et s'il est impossible, elle cesse entièrement. Pour vous en convaincre, prenez deux fils de soie écrue très-fins et d'égale longueur. Suspendez-y deux petites boules de dimensions égales, mais dont l'une soit de gomme-laque pure, et l'autre aussi de gomme-laque, mais dorée sur sa surface, ou revêtue d'une mince feuille d'étain. Alors les deux pendules étant placés l'un à côté de l'autre à une petite distance, approchez-en un tube de verre ou de cire d'Espagne frotté et électrisé : vous verrez que la boule couverte de métal, et sur la surface de laquelle la décomposition des électricités combinées peut facilement se faire, sera bien plus aisément et plus vivement attirée que l'autre. Celle-ci ne commence à l'être qu'après un certain temps, lorsque la décomposition s'est enfin opérée sur sa surface ; et alors son état électrique subsiste même après qu'on en a éloigné le corps électrisé. La première boule, quoique dorée, contracte aussi de cette manière une électricité permanente, parce que la résine qui la compose s'imprègne de celle qui est développée à sa surface ; et l'une et l'autre sont favorisées en cela par le contact

de l'air, qui, sous l'influence du corps électrisé, tend surtout à leur enlever celle de leurs électricités combinées, qui est repoussée par ce corps, tandis qu'il a moins de prise sur celle dont la force répulsive propre est dissimulée par l'attraction. Aussi remarque-t-on en général que les corps isolés qui ont été quelque temps soumis à l'influence d'un corps électrisé, finissent par avoir un excès d'électricité de nature contraire à la sienne, et dont les effets se manifestent quand on les soustrait à l'influence de ce corps.

Comme les résultats auxquels nous venons de parvenir, nous seront par la suite d'un usage continuel, il faut les réduire en une sorte de théorème que nous énoncerons de la manière suivante.

Lorsqu'un corps conducteur et isolé B, qui est dans l'état naturel, est mis en présence d'un autre corps A électrisé et isolé, l'électricité distribuée sur la surface de A agit par influence sur les deux électricités combinées de B, en décompose une quantité proportionnelle à l'intensité de son action, et la résout dans ses deux principes constituans. De ces deux électricités devenues libres, elle repousse celle de même nom qu'elle, et attire celle de nom différent. La première se porte sur la partie de la surface de B, qui est la plus éloignée de A; la seconde sur celle qui en est la plus voisine. Ces deux électricités, devenues libres, agissent à leur tour sur l'électricité libre de A, et même sur ses deux électricités combinées, dont une partie se décompose par cette réaction et se sépare, si le corps A est aussi conducteur. Cette nouvelle séparation entraine une nouvelle décomposition de l'électricité combinée de B, et ainsi de suite jusqu'à ce que les quantités de chaque principe, devenues libres sur les deux corps, soient en équilibre par le balancement de toutes les forces attractives et répulsives qu'elles exercent les unes sur les autres, en vertu de leur nature différente ou semblable.

Nous examinerons plus tard par quelles conditions cet équilibre est déterminé. En ce moment, supposons-le établi; et pour continuer à observer le développement des phénomènes qui en résultent, reprenons la même disposition d'appareil qui nous a

servi d'abord, et qui est représentée fig. 14. De plus, afin d'abréger l'énoncé des faits, supposons que l'électricité, primitivement donnée à A, est vitrée. Alors, si le conducteur B est cylindrique, ce que nous supposons pour que la séparation des électricités combinées y soit plus manifeste, sa partie R, la plus voisine de A, est à l'état résineux; sa partie la plus éloignée V est à l'état vitré.

Les choses étant ainsi, on touche cette partie V avec un troisième conducteur C, pareillement isolé, et dans l'état naturel, on le retire et on le trouve chargé d'électricité vitrée. En même temps, les fils de lin placés en V sur le conducteur A se rapprochent, et la divergence de ceux qui sont placés en R augmente. Mais si l'on retire B de la présence de A, ou qu'on touche A pour lui ôter son électricité, on trouve B uniquement chargé d'électricité résineuse.

Ceci est une conséquence fort simple de l'action à distance. Avant le contact, l'électricité vitrée de B, refoulée en V, repoussait l'électricité vitrée de A, et attirait l'électricité résineuse développée en R; elle affaiblissait donc ainsi l'action de A sur R. Par le contact du troisième conducteur, on enlève une portion de cette électricité V; alors l'action de A sur R devient plus forte, parce qu'elle est moins contre-balancée. En vertu de son accroissement d'énergie, il se fait dans le conducteur B une nouvelle décomposition d'électricité combinée, dont la partie vitrée se porte de nouveau en V, et la résineuse en R. Alors la quantité totale accumulée en R se trouve nécessairement plus considérable que l'autre, puisque cette dernière seule a été affaiblie par le contact de C. Aussi, lorsque vous soustrayez B à l'influence de A, cette électricité vitrée V redevenue libre, ne suffit plus pour neutraliser complètement R, et l'on trouve le conducteur B chargé d'un excès d'électricité résineuse. Cette même inégalité fait que sous l'influence de A, la divergence des fils doit être plus faible en V qu'en R, conformément à l'observation.

Voulez-vous porter cette différence à l'extrême? Au lieu de toucher le conducteur B avec un corps isolé, qui ne prend jamais qu'une portion de l'électricité V, touchez-le avec un corps

non-isolé, et faites-le ainsi communiquer un instant avec le sol. Alors toute l'électricité refoulée en V s'échappera. Les fils suspendus en ce point se rapprocheront tout-à-fait, et n'en donneront plus le moindre signe ; mais les fils placés en R divergeront encore plus que dans le cas précédent, et vous ne diminuerez point leur divergence, en touchant de nouveau l'extrémité V. Mais si vous soustrayez le conducteur B à l'influence de A, cette divergence deviendra beaucoup plus forte.

Ceci est encore très-facile à comprendre : lorsque vous mettez V en communication avec le sol, toute l'électricité vitrée accumulée à cette extrémité se partage avec la masse immense de la terre, et sa réaction électrique devient insensible ; ou, si l'on veut, elle décompose l'électricité combinée de la terre, attire l'électricité résineuse avec laquelle elle se neutralise, et repousse la vitrée qui se distribue sur toute la surface du globe terrestre. De quelque manière que l'on conçoive la chose, il n'y a plus du tout d'électricité vitrée libre en V. Alors l'électricité vitrée de A, dégagée de cette résistance, exerce une plus forte attraction sur R. Cela nécessite une nouvelle décomposition de l'électricité combinée de B, dont la partie vitrée se dissipe de même dans le sol, tandis que la résineuse s'accumule en R ; et ainsi de suite jusqu'à ce que l'attraction de A pour R soit complètement satisfaite. Mais ces décompositions, que dans notre raisonnement nous avons supposées successives pour bien en comprendre le mécanisme, s'opèrent instantanément dans les corps métalliques dont la conductibilité peut être regardée comme parfaite ; et voilà pourquoi un seul contact suffit pour l'établir complètement. D'après ce qui vient d'être dit, on conçoit pourquoi B, soustrait à l'influence de A, manifeste un excès d'électricité résineuse, et pourquoi cet excès est plus fort encore que dans le cas précédent.

Jusqu'ici nous nous sommes bornés à rendre sensible par l'expérience l'action de A sur B ; mais nous pouvons de même rendre sensible la réaction de B sur A, soit en touchant celui-ci en divers points de sa surface avec le plan d'épreuve ; ce qui serait le procédé le plus exact, soit en se bornant à suspendre,

à l'extrémité de A la plus éloignée de B, des fils de lin garnis de petites boules de moelle de sureau. On observe d'abord la divergence de ces boules, quand le corps A est isolé et solitaire. Puis à mesure qu'on approche le conducteur B, et qu'il se fait dans celui-ci une décomposition de son électricité combinée, on voit les fils de lin de A se rapprocher peu à peu, parce que l'électricité vitrée qui réside en cette partie de A, l'abandonne pour se porter vers B. Si elle y passe toute entière, on voit les fils de lin redevenir tout-à-fait verticaux, comme si le corps A était dans l'état naturel; et enfin s'il se développe en cette extrémité de l'électricité résineuse, par l'effet de l'action toujours croissante de R, on voit les fils diverger de nouveau, mais par une électricité différente.

Cette succession de divergences produites par des électricités contraires, et séparées par un état naturel, s'observera encore avec plus de facilité sur le conducteur B, si, au lieu de le présenter à A dans l'état naturel, on lui communique d'abord une faible électricité résineuse; car lorsqu'il est d'abord éloigné de l'influence de A, tous les fils de lin qui y seront suspendus divergeront en vertu de cette électricité. Mais à mesure que B s'approchera de A, et que l'action de celui-ci attirera cette électricité résineuse dans l'extrémité qui l'avoisine, on verra les fils de lin de l'autre extrémité se rapprocher graduellement, puis se toucher, puis enfin diverger de nouveau en vertu de l'électricité vitrée que l'action de A fait sortir de la combinaison où elle était engagée dans l'état naturel, et qui se trouve repoussée en cette partie du conducteur B.

Pour fixer les idées, nous avons supposé que le corps A était chargé d'électricité vitrée. Mais si on le chargeait d'électricité résineuse, tous les phénomènes seraient encore exactement pareils, avec la seule différence qu'il faudrait partout, dans leur énoncé, changer les dénominations des deux électricités.

Après avoir ainsi reconnu généralement les propriétés attractives et répulsives propres aux deux électricités vitrée et résineuse, après avoir reconnu leur état naturel de combinaison dans les corps, leur séparation par l'influence à distance, et les

conséquences générales qui résultent de ces nouvelles propriétés, il faut, conformément à la méthode que nous avons adoptée dans le cours de cet ouvrage, chercher à les soumettre au calcul de manière à préciser exactement les détails des faits, et à prévoir, par exemple, pour chacun des corps soumis à leur influence mutuelle, quelle est sur un point quelconque de sa surface la quantité et la nature de l'électricité.

Mais comme nous avons reconnu que les effets de ces influences réciproques, tels que nous venons de les observer, s'exercent sur les principes électriques eux-mêmes, on conçoit que nous ne pourrons les atteindre dans leur cause qu'en déterminant la nature et le mode d'action de ces principes; ou, ce qui revient pour nous au même, en imaginant, d'après les phénomènes observés, quelque mode d'action calculable qui représente exactement les phénomènes, et qui puisse être vérifié, sinon immédiatement dans son existence physique, du moins indirectement, mais sûrement dans ses conséquences.

Or, si l'on considère l'extrême facilité avec laquelle les deux électricités vitrée et résineuse se répandent dans les corps conducteurs, et se portent à leur surface où elles sont retenues par la pression de l'air; si l'on considère la mobilité parfaite avec laquelle ces deux principes se rapprochent ou s'éloignent, se réunissent ou se séparent, sans rien perdre de leurs facultés originelles, on verra que l'idée la plus vraisemblable qu'on puisse avoir de leur nature, c'est de les regarder comme des fluides d'une fluidité parfaite, dont les molécules sont douées de facultés attractives et répulsives, et qui, dans les corps où ils peuvent librement se mouvoir, se disposent de manière à être en équilibre en vertu de toutes les forces intérieures et extérieures qui agissent sur eux.

Il est facile de voir que chacun de ces fluides doit posséder en lui-même une cause de répulsion qui tende à écarter ses particules les unes des autres; car si l'on suppose une certaine quantité d'électricité vitrée ou résineuse, introduite dans une sphère métallique où ses mouvemens sont libres, nous savons qu'elle se portera toute entière à la surface, et y formera une

couche très-peu épaisse. Si l'on augmente le diamètre de la sphère, la couche électrique s'éloignera toujours de plus en plus de son centre, en diminuant toujours d'épaisseur; enfin, si l'on supprime tout-à-fait la pression de l'air, l'électricité se dissipe complètement. Ces effets indiquent certainement une action répulsive exercée entre les particules électriques de même nature; et tous les phénomènes dans lesquels les deux électricités combinées sont séparées l'une de l'autre par l'influence à distance, confirment parfaitement ce résultat, de même qu'ils démontrent aussi l'existence d'une attraction réciproque entre les électricités de nature différente.

Nous voyons encore par les mêmes phénomènes que ces attractions et ces répulsions s'affaiblissent à mesure que la distance augmente; mais suivant quelle loi? Parmi toutes celles que l'on peut essayer, il en est une qui représente et reproduit parfaitement tous les phénomènes; c'est le rapport inverse du carré de la distance. En l'adoptant, les constitutions des deux principes électriques sont comprises dans l'énoncé suivant : *Chacun des deux principes électriques est un fluide dont les particules, parfaitement mobiles, se repoussent mutuellement, et attirent celle de l'autre principe avec des forces réciproques au carré de la distance.* De plus, *à distance égale, le pouvoir attractif est égal au pouvoir répulsif*, cette égalité est nécessaire pour que dans un corps à l'état naturel, les deux électricités combinées n'exercent aucune action à distance.

On peut même en donner la preuve par l'expérience : ayez deux disques de verre mince AB, A′B′, fig. 15, dont les surfaces soient bien planes, et qui aient environ un décimètre de diamètre; le verre à miroir est très-bon pour cet objet. Fixez à chacun d'eux un manche CM de verre ou de cire d'Espagne, ou de toute autre substance isolante; puis ayant disposé un petit pendule très-sensible, formé d'une boule de sureau de la grosseur d'une lentille, suspendue à un fil de soie tel qu'il sort du cocon, frottez les disques l'un contre l'autre, en les tenant par les manches isolans; et sans les séparer, présentez-les ensemble au petit pendule : vous verrez qu'ils n'exercent sur lui

aucune attraction ; mais séparez-les, et présentez-les lui tour à tour, ils l'attireront tous les deux. Ils se sont donc mutuellement électrisés par le frottement ; et même l'un a pris l'électricité vitrée, l'autre la résineuse, comme vous pourrez le vérifier en les présentant tour à tour à un second pendule très-sensible, chargé d'une électricité connue. Mais ces électricités ne se manifestent pas, quand les disques sont en contact, parce que résidant sur les deux surfaces qui se touchent, la distance de tous leurs points au pendule est absolument la même, et ainsi les actions opposées qu'elles exercent pour séparer les électricités combinées de la petite boule sont égales ; de sorte que leur résultante totale est nulle. On peut même modifier l'expérience de manière que cette compensation soit progressive. Pour cela, après avoir séparé les disques, on présente la surface frottée de l'un d'eux au petit pendule, et on laisse approcher celui-ci jusqu'au contact. Dès qu'il a pris sur cette surface la très-petite quantité d'électricité qui convient à son volume, il est repoussé et s'éloigne. Tenez-le dans cet état de répulsion, en lui présentant l'autre face du disque, comme le représente la fig. 16; car l'électricité agira aussi bien sur lui à travers l'épaisseur du verre. Puis approchez peu à peu le second disque du premier, comme pour les remettre de nouveau en contact par leurs faces électrisées. A mesure que la distance de ces faces deviendra moindre, vous verrez la répulsion diminuer et le petit pendule s'abaisser de plus en plus vers la verticale; enfin, quand elles se toucheront, le système des deux disques n'agira pas plus sur le petit pendule que tout autre corps à l'état naturel ; mais vous le ferez de nouveau remonter, en les séparant. Ces deux électricités, ainsi neutralisées par leur contact, nous représentent au naturel l'état des électricités combinées; avec la seule différence que celles-ci, dans les corps conducteurs, ne sont unies l'une à l'autre que par leur force de combinaison, et peuvent être séparées par l'action à distance d'une électricité devenue libre ; au lieu que, dans nos disques, chacune d'elles est retenue par la résistance que la nature non-conductrice du verre oppose à la liberté de ses mouvemens. C'est pourquoi l'expé-

rience que nous venons de décrire réussirait également bien avec des disques de gomme-laque ou de cire d'Espagne, ou même avec un disque de ces substances et un disque métallique; mais elle ne pourrait plus se faire avec *deux* disques métalliques, ou formés, en général, de corps conducteurs, parce qu'alors aucune résistance ne s'opposant au mouvement des électricités que le frottement dégage, elles se réuniraient et se recombineraient de nouveau à mesure que le frottement les dégagerait.

Ayant ainsi défini bien nettement les caractères et le mode d'action des deux fluides, il faut exposer les conséquences *mathématiques* de cette définition pour les comparer aux phénomènes, et voir si elles y sont exactement conformes. Il faut surtout chercher celles qui, étant susceptibles d'une évaluation précise et numérique, sont susceptibles de plus de rigueur dans leur vérification. Mais ces déductions ne peuvent s'obtenir que par des calculs très-élevés pour lesquels on emploie toutes les ressources de l'analyse; et même avec tous ces secours, on n'est parvenu à les établir d'une manière générale et exacte que depuis peu de temps; c'est à M. Poisson qu'est due cette belle découverte. Nous puiserons donc dans son travail les résultats précis que le calcul lui a fait connaître; nous les emprunterons comme des déductions rigoureuses de nos définitions premières, et il ne nous restera plus qu'à vérifier si elles sont d'accord avec les faits.

Commençons par considérer un seul corps conducteur isolé, chargé d'un excès d'électricité vitrée ou résineuse, et soustrait à toute influence étrangère.

Le calcul annonce que le fluide introduit dans ce corps se portera tout entier à sa surface, et y formera une couche extrêmement mince. Ceci est confirmé par les observations les plus minutieusement exactes.

Le calcul détermine encore la surface intérieure de cette couche et son épaisseur. La surface extérieure, bornée par l'air, est la même que celle du corps. L'air est dans ce cas, pour l'électricité libre, comme un vase imperméable de forme donnée qui la contient dans sa capacité intérieure, et résiste

par sa pression à la tendance qu'elle a pour s'étendre. La surface intérieure est toujours très-peu différente de la première, puisque la couche électrique est très-mince. Mais, pour que le corps demeure dans un état électrique permanent, la forme de cette surface doit être telle que la couche entière n'exerce ni attraction ni répulsion sur les points qui sont compris dans sa cavité; car si ces actions n'étaient pas nulles, elles s'exerceraient sur les électricités combinées du corps, en décomposeraient une partie, et par conséquent l'état électrique du corps changerait. La condition analytique qui établit cette propriété détermine la forme et l'épaisseur de la couche, laquelle peut et doit même en général être inégale sur les diverses parties de la surface du corps électrisé. Par exemple, si ce corps a la forme d'une sphère, les deux surfaces de la couche électrique seront sphériques, et auront leur centre au centre de la sphère. L'épaisseur de la couche sera donc partout constante et égale à la différence de leurs rayons. En effet, on démontre que dans la loi du carré des distances une pareille couche n'exerce aucune action sur les points qui lui sont intérieurs.

Si le sphéroïde proposé est un ellipsoïde, la surface intérieure de la couche électrique sera aussi un ellipsoïde concentrique et semblable, car on démontre qu'une couche elliptique dont les surfaces sont ainsi concentriques et semblables n'exerce aucune action sur un point situé dans son intérieur. L'épaisseur de la couche en chacun de ses points se trouve généralement déterminée par cette construction; il en résulte que cette épaisseur est la plus grande au sommet du plus grand axe, et la moindre au sommet du plus petit; et les épaisseurs qui répondent à deux sommets différens sont entre elles comme les longueurs de ces axes.

Dans tous les cas la surface extérieure de la couche fluide est donnée par la surface même du corps, et tout se réduit à trouver pour la surface intérieure une forme très-peu différente, qui rende nulle l'action totale de la couche sur tous les points compris dans sa cavité.

Ces divers résultats ne sont pas susceptibles d'être immédia-

tement soumis à l'expérience, mais ils sont liés à d'autres qui se prêtent à cette vérification et que nous découvrirons bientôt.

La couche électrique, disposée comme nous venons de le dire, agit par attraction et par répulsion sur les autres molécules électriques situées hors de sa surface extérieure, ou à cette surface même. Elles les attire si elles sont de nature différente de la sienne, et si elles sont de même nature, elle les repousse. Ce dernier cas est celui des molécules électriques qui forment la surface extérieure de la couche; chacune d'elle est repoussée de dedans en dehors avec une force proportionnelle à l'épaisseur de la couche en ce point. Les molécules situées au-dessous de la surface, dans l'épaisseur de la couche même, éprouvent une répulsion pareille, mais moindre, parce qu'elle est seulement proportionnelle à l'épaisseur qui les sépare de la couche intérieure, et que les molécules qui les enveloppent du côté de la surface extérieure n'exercent sur elles aucune action. Toutes ces forces répulsives graduellement décroissantes, étant combattues dans leur effet par l'air extérieur qui s'oppose au départ des particules électriques, on conçoit qu'il en doit résulter une pression totale exercée contre cet air, et tendante à le soulever. Cette pression est en raison composée de la force répulsive exercée à la surface et de l'épaisseur de la couche; et comme un de ces élémens est toujours proportionnel à l'autre, on peut dire qu'elle est, en chaque point, proportionnelle au carré de l'épaisseur; elle doit donc être en général variable sur la surface des corps électrisés. Si cette pression est partout moindre que la résistance que l'air oppose, l'électricité est retenue dans le vase d'air et ne peut s'échapper. Mais si la pression en certains points de la surface vient à l'emporter sur la résistance de l'air, pour lors le vase crève et le fluide électrique s'échappe comme par une ouverture. C'est ce qui arrive à l'extrémité des pointes et sur les arêtes vives des corps anguleux; car on peut démontrer qu'au sommet d'un cône, par exemple, la pression du fluide électrique deviendrait infinie, si l'électricité pouvait s'y accumuler. A la surface d'un ellipsoïde allongé, et de révolution, la pression ne devient infinie en aucun point; mais elle sera d'autant plus considérable aux deux pôles, que l'axe qui les joint

sera plus grand par rapport au diamètre de l'équateur. D'après les théorèmes que je viens de citer, cette pression sera à celle qui a lieu à l'équateur du même corps, comme le carré de l'axe des pôles est au carré du diamètre de l'équateur ; de manière que si l'ellipsoïde est très-allongé, la pression électrique pourra être très-faible à l'équateur, tandis qu'aux pôles elle surpassera la résistance de l'air. Aussi, lorsqu'on électrise une barre métallique qui a la forme d'un ellipsoïde très-allongé, le fluide électrique se porte principalement vers ses extrémités, et il s'échappe par ces deux points, en vertu de son excès de pression sur la résistance que l'air lui oppose. En général, l'accroissement indéfini de la pression électrique, en certains points des corps électrisés, fournit une explication naturelle et précise de la faculté qu'ont les pointes de dissiper rapidement dans l'air non-conducteur le fluide électrique dont elles sont chargées.

Si la nature du corps électrisé était telle que l'électricité ne pût pas s'y mouvoir librement, l'excès de pression dont nous venons de parler s'exercerait contre les particules mêmes du corps qui envelopperaient la couche électrique; ou, en général, contre celles qui, soit par leur affinité, soit par tout autre mode de résistance quelconque s'opposeraient à sa dissipation.

Ayant déterminé, d'après la théorie, la manière dont l'électricité se dispose dans un seul corps conducteur isolé et soustrait à toute influence étrangère, passons au cas plus composé où plusieurs corps électrisés et conducteurs s'influencent mutuellement; et comme il faut choisir des corps dont la forme rende les phénomènes accessibles au calcul, considérons deux sphères de matière conductrice, toutes deux électrisées et mises en présence l'une de l'autre à une distance quelconque.

La disposition de l'électricité dans cette circonstance et dans toutes celles où plusieurs corps électrisés sont soumis à leur influence mutuelle, est assujettie à un principe général, évident de lui-même et qui a le précieux avantage de ramener immédiatement toutes ces questions à une condition mathématique. En voici l'énoncé que nous tirons encore du beau travail de M. Poisson.

« Si plusieurs corps conducteurs électrisés sont mis en pré-

» sence les uns des autres, et qu'ils parviennent à un état élec-
» trique permanent, il faudra, dans cet état, que la résultante
» des actions des couches électriques qui les recouvrent, sur un
» point quelconque pris dans l'intérieur d'un de ces corps, soit
» nulle. Car si cette résultante n'était pas nulle, l'électricité
» combinée qui réside au point que l'on considère serait
» décomposée, et l'état électrique changerait, contre la supposi-
» tion que l'on a faite de sa permanence ».

Ce principe, traduit en calcul, fournit immédiatement autant d'équations que l'on considère de corps, et que le problème présente d'inconnues; mais leur résolution surpasse souvent les forces de l'analyse. Cependant M. Poisson, qui avait si heureusement découvert la clef générale de cette théorie, est parvenu à lever toutes les difficultés analytiques, pour le cas de deux sphères mises en contact ou en présence l'une de l'autre, et chargées primitivement de quantités quelconques d'électricités. Les formules auxquelles il est parvenu offrent un grand nombre de résultats que l'on peut vérifier par l'expérience, et qui sont autant d'épreuves sévères de la théorie. Nous allons les rappeler successivement, et nous les comparerons, comme l'a fait l'auteur lui-même, à des expériences de Coulomb, dont nous n'avons point encore parlé. Outre l'intérêt que doit toujours présenter une pareille vérification, nous aurons encore l'avantage d'arrêter nos idées d'une manière précise sur les phénomènes les plus délicats que l'électricité produise.

Supposons d'abord les deux sphères en contact, et chargées d'une électricité quelconque, vitrée ou résineuse; le calcul annonce qu'il n'y a point d'électricité libre au point de contact. De là, l'épaisseur de la couche électrique va en croissant sur chaque sphère, d'après une loi qui dépend du rapport de leurs rayons; mais elle atteint toujours son maximum du côté opposé, sur la ligne des centres. Si l'on sépare les deux sphères, chacune d'elles conserve la même quantité d'électricité qu'elle a prise pendant le contact. Ces quantités ont entre elles un rapport que le calcul assigne d'après le rapport des rayons.

La vérification de ces résultats se fait avec la plus grande

facilité au moyen du petit plan d'épreuve, et par la méthode générale des contacts alternatifs exposée plus haut.

Déterminons d'abord la loi de la distribution de l'électricité sur les deux sphères quand elles se touchent; et pour commencer par un cas simple, supposons-les égales, comme le représente la fig. 17. On touche successivement une d'entre elles en divers points avec le plan d'épreuve; et l'on compare toutes les intensités observées a celle du point B, situé à 90° de A, où les deux sphères se touchent.

1°. L'électricité rapportée par le plan d'épreuve est insensible quand on le pose autour du point de contact à une distance moindre que 20°.

2°. On compare le point M, placé à 30° de A, avec le point B qui en est à 90°.

Touché à	30°	Réaction du plan d'épreuve	7°
	90°	.....	31°
	30°	.....	6°
	90°	.....	27°

3°. On compare le point M', placé à 60°, avec le point B placé à 90°.

Touché à	60°	Réaction du plan d'épreuve	21°
	90°	.....	23°
	60°	.....	17°
	90°	.....	21°

4°. On compare le point A', placé à 180°, avec le point B placé à 90°.

Touché à	90°	Réaction du plan d'épreuve	20°
	180°	.....	19°
	90°	.....	17°
	180°	.....	18°

D'après ces expériences, nous pouvons calculer les épaisseurs de la couche électrique accumulées en chacun des points où nous avons porté le plan d'épreuve.

En effet, on doit se rappeler que ce plan, supposé très-petit, enlève toujours une quantité d'électricité double de celle qui réside sur l'élément superficiel qu'il a touché. Quand on le transporte ensuite dans la balance, sa réaction électrique est pro-

portionnelle à la quantité dont il s'est chargé. En conséquence, elle est aussi proportionnelle à celle qui réside sur l'élément superficiel du corps, ou, en d'autres termes, à l'épaisseur de la couche en ce point ; ceci a été prouvé par l'expérience.

De plus, on se rappelle que les contacts alternatifs ont pour objet de corriger la perte progressive d'électricité opérée par le contact de l'air, en prenant une moyenne arithmétique entre les résultats des observations équidistantes.

Ainsi, dans la première expérience où l'on a touché à 30° du point de contact, on a trouvé que la réaction du plan d'épreuve a été la première fois de 7°, la seconde de 6°; moyenne 6°,5. C'est la réaction du plan d'épreuve pour l'époque où l'on a touché à 90°. Divisant donc 6,5 par 31, le quotient 0,20968 exprimera le rapport des épaisseurs de la couche électrique en ces deux points. L'autre observation croisée, faite immédiatement après, a donné pour moyennes 6 et 29, dont le rapport est 0,20689. Le milieu entre ces deux résultats est donc 0,20828.

En opérant de même sur les autres expériences, on formera les valeurs moyennes de ces rapports qui, réunies, donneront le tableau suivant :

Positions des points comparés.	Rapport de la seconde épaisseur à la première.
90 et 20	insensible
90 30	0,2083
90 60	0,7994
90 90	1,0000
90 180	1,0576

Ces valeurs, uniquement déduites de l'expérience, nous montrent déjà que l'épaisseur de la couche électrique, d'abord insensible au point de contact et jusqu'à 20° de ce point, augmente rapidement de 30° à 60°, de 60° à 90°, et presqu'imperceptiblement de 90° à 180°. Cette marche s'accorde donc avec la théorie, en cela qu'elle est constamment croissante.

Mais l'accord devient encore bien plus décisif et plus intime, quand on calcule, d'après la théorie, ces mêmes rapports d'épaisseur, en supposant, comme dans notre expérience, que les rayons des sphères sont égaux. Car en faisant ce calcul, M. Poisson a trouvé les quatre nombres 0,1707, 0,7452, 1,000, 1,140, lesquels diffèrent très-peu de ceux que l'expérience avait donnés.

Voici une autre expérience avec deux sphères inégales, dont les diamètres étaient comme 1 à 2. Les observations sont faites sur la plus petite. J'ai rapporté à côté les résultats de la théorie extraits du Mémoire de M. Poisson.

Positions des points comparés.	Rapport de la seconde épaisseur à la première	
	par l'expérience.	par la théorie.
90 et 30	insensible	insensible
90 60	0,5882	0,5563
90 90	1,0000	1,0000
90 180	1,3333	1,3535

L'accord se soutient encore de la manière la plus constante. Ici l'épaisseur de la couche électrique sur le petit globe est presque insensible jusque vers 30° du point de contact. Mais ensuite elle éprouve plus de variation que dans le cas de l'égalité des diamètres. Car les épaisseurs à 60° et à 180°, sont entre elles comme 0,5882 à 1,3333, ou comme 1 à 2 $\frac{1}{4}$, tandis que, dans l'autre cas, elles étaient comme 0,7994 à 1,0576, ou comme 1 à 1 $\frac{1}{3}$. Par une sorte de compensation, la plus grande des deux sphères éprouve moins de variation que dans le cas de l'égalité. Car l'épaisseur, d'abord insensible jusque vers 6 ou 7° croît ensuite si rapidement, qu'à 30° elle est déjà les $\frac{5}{6}$ de ce qu'elle est à 90°; et de là jusqu'à 180°, sa variation est insensible. Tout ceci est exactement conforme à la théorie.

Il était intéressant de comparer les épaisseurs absolues sur les deux globes dans un point semblablement situé. Coulomb

a successivement porté sur chacun d'eux le plan d'épreuve à 90° de leur point commun de contact, et il a trouvé que l'épaisseur était la plus grande sur le petit globe, dans le rapport de 1,25 à l'unité. Le calcul a donné à M. Poisson 1,238.

Cherchons maintenant dans quelle proportion l'électricité se partage, quand on sépare les deux sphères. Pour abréger, désignons-les par C, C′, et leurs rayons par r, r'.

Après avoir électrisé la sphère C, on l'introduit dans la balance au lieu de la boule fixe. La boule mobile de moelle de sureau ou le plan de papier doré, porté par l'extrémité de l'aiguille, a été préalablement chargé d'une électricité de même nature. Il s'éloigne donc à une certaine distance. On le ramène à une distance plus petite, en tordant le fil de suspension par le moyen du micromètre. Supposons que cette distance soit 30°, et que la force de torsion correspondante soit exprimée par A.

Alors, sans toucher au petit plan porté par l'aiguille, lequel doit conserver toujours sa quantité primitive d'électricité, on fait toucher la sphère C par la sphère C′ isolée comme elle; on enlève celle-ci, et l'on observe de nouveau quelle est la torsion nécessaire pour ramener l'aiguille à la même distance de 30°; soit cette torsion A′.

Pour plus de simplicité, supposons d'abord l'air parfaitement sec, en sorte qu'on puisse se dispenser d'avoir égard à la déperdition progressive de l'électricité.

Alors le rapport $\frac{A}{A'}$ exprimera le rapport des réactions électriques du globe C, par conséquent celui des quantités d'électricité qu'il a successivement possédées; car dans les sphères ces deux élémens sont proportionnels l'un à l'autre. Soit donc E celle qu'on lui avait communiquée d'abord, E′ celle qui lui reste après le contact; on aura

$$\frac{E'}{E} = \frac{A'}{A}, \qquad \text{d'où} \qquad E' = E \cdot \frac{A'}{A};$$

et par suite $$E - E' = E\,\frac{(A - A')}{A}.$$

Ce sont les expressions des quantités d'électricité que les deux

globes possèdent quand on les retire de leur contact commun. Le rapport de ces quantités sera donc

$$\frac{E'}{E - E'} = \frac{A'}{A - A'}.$$

Quand les sphères sont séparées et éloignées l'une de l'autre, les quantités E', $E - E'$ forment sur chacune d'elles une couche sphérique très-mince. Soient α, α' les épaisseurs de ces couches, leurs volumes seront $4\pi r^2\alpha$, $4\pi r'^2\alpha'$; en désignant par π la demi-circonférence dont le rayon égale l'unité. Le rapport de ces volumes devra être égal à celui des quantités d'électricité E', $E - E'$; ce qui donnera

$$\frac{r^2\alpha}{r'^2\alpha'} = \frac{A'}{A - A'},$$

et par conséquent $\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{A'}{A - A'} \cdot \frac{r'^2}{r^2}$.

On connaîtra ainsi le rapport qui existe entre l'épaisseur de la couche électrique sur le premier globe et sur le second.

Pour plus de simplicité, j'ai supposé nulle la déperdition de l'électricité par le contact de l'air pendant la durée de l'expérience; mais on peut aisément y avoir égard par la méthode du chapitre III. Cette correction ne portera que sur les valeurs des torsions A, A', et la formule restera la même.

Pour l'appliquer, je choisirai l'exemple suivant. Coulomb a placé dans sa balance un globe électrisé de $6^{po}\frac{1}{4}$ de circonférence; et l'aiguille étant ramenée à une distance de 30°, la torsion s'est trouvée être de 145°. C'est la valeur de A.

Aussitôt après il a fait toucher ce globe par un autre de 24 pouces de circonférence; et en ramenant de nouveau l'aiguille à 30° de distance, la torsion s'est trouvée être de 12°. C'est la valeur de A'. La diminution résultante du contact de l'air pendant ces deux expériences était insensible, parce qu'elles n'ont duré que 50", et que l'électricité ne diminuait ce jour-là que de $\frac{1}{72}$ par minute. D'après cela on aura

$$\frac{E'}{E - E'} = \frac{12}{145 - 12} = \frac{12}{133} = \frac{1}{11,1};$$

c'est-à-dire que l'électricité s'est partagée entre le gros et le

petit globe dans le rapport de 11,1 à 1 ; le gros globe en prend donc beaucoup plus que l'autre.

En multipliant ces quantités par le rapport inverse des carrés des rayons ou des circonférences, on aura les rapports d'épaisseur des deux couches qu'elles forment. La formule donne

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{12}{133} \cdot \left(\frac{24}{6,25}\right)^2 = 1,330.$$

L'épaisseur est donc plus grande sur le petit globe dans le rapport de $1\frac{1}{3}$ à 1, ou de 4 à 3 ; la théorie donne 1,3168, en supposant le rapport des rayons exactement $\frac{1}{4}$.

Lorsque l'on veut connaître ainsi la proportion du partage entre deux globes dont l'un est fort petit par rapport à l'autre, il ne faut pas que ce soit le plus petit que l'on électrise, parce que le contact du second affaiblirait tout de suite son électricité dans une proportion trop considérable. Il faut, au contraire, commencer par électriser le gros globe, l'isoler et le toucher avec le petit, que l'on met ensuite dans la balance. On observe sa réaction, puis on le retire ; on détruit son électricité et on le fait toucher un certain nombre de fois au gros globe, en détruisant après chaque contact l'électricité dont il s'est chargé. Après le dernier contact on la lui laisse, on le replace dans la balance, et l'on observe la torsion nécessaire pour ramener l'aiguille au même point que la première fois.

Pour voir le parti que l'on peut tirer de ces résultats, nommons E la quantité d'électricité que possède primitivement le gros globe, et désignons par ϖ la proportion que le petit globe lui en enlève par un seul contact. D'après ce que nous avons déjà vu, ϖ sera une fraction fort petite. Alors la quantité d'électricité qui restera au gros globe après le premier contact sera $E - \varpi E$ ou $E(1-\varpi)$; après le second, ce sera $E(1-\varpi) - \varpi E(1-\varpi)$ ou $E(1-\varpi)^2$; et enfin, après le n^e, il lui restera $E(1-\varpi)^n$. Les quantités $E, E(1-\varpi)^{n-1}$ seront donc proportionnelles aux charges du petit globe après le premier et le dernier contact, et par conséquent aux torsions A_1, A_n par lesquelles ces réactions ont été mesurées. On aura donc, en les divisant l'une par l'autre,

$$(1-\varpi)^{n-1} = \frac{A_n}{A_1};$$

d'où l'on pourra déduire la fraction ϖ d'après le nombre des contacts et la valeur des torsions observées.

L'opération se bornerait là, si l'air isolait parfaitement; mais il faut avoir égard à la perte d'électricité qu'il produit. Or rien n'est plus facile, puisque nous connaissons la loi de ce décroissement. On calculera donc dans quelle proportion elle a dû affaiblir l'électricité pendant les n contacts successifs. Je suppose qu'elle l'ait affaiblie d'une certaine fraction μ, qui sera, par exemple, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, selon les circonstances où l'on aura opéré. Alors avant le dernier contact la quantité d'électricité restant au grand globe n'a pas dû être $E(1-\varpi)^{n-1}$, mais $E(1-\mu)(1-\varpi)^{n-1}$, car elle a dû se trouver plus petite de toute la quantité enlevée par l'air; en la divisant comme tout-à-l'heure par E, quantité restante avant le premier contact, il viendra

$$(1-\mu)\ (1-\varpi)^{n-1} = \frac{A_n}{A_1}.$$

Coulomb a fait une expérience de ce genre avec deux globes, dont l'un avait 8 pouces, l'autre à peu près 1 pouce de diamètre. Après le premier contact du petit globe, il observa sa réaction électrique, l'écart de l'aiguille étant de 30°. La torsion nécessaire pour le maintenir à cette distance fut de 244°. C'est la valeur de A_1.

Ensuite il répéta vingt fois le contact en détruisant toujours l'électricité prise par le petit globe; mais après le vingtième contact il la lui laissa et observa de nouveau sa réaction qui fut trouvée de 126°. C'est la valeur de A_n; et puisqu'il y a en tout vingt-un contacts, on a $n-1=20$.

De plus, Coulomb dit que, d'après le décroissement d'électricité observé ce jour-là, celle du gros globe pendant les vingt contacts avait dû diminuer d'environ $\frac{1}{3}$; mais la forme de réduction qu'il a employée la suppose environ $\frac{1}{7}$; on a donc $\mu=\frac{1}{7}$ et $1-\mu=\frac{6}{7}$; de ces données il résulte

$$(1-\varpi)^{20} = \frac{7A_n}{6A_1},$$

et par conséquent en extrayant les racines

$$\varpi = \frac{\sqrt[20]{6A_1} - \sqrt[20]{7A_n}}{\sqrt[20]{6A_1}};$$

mettant pour A_1 et A_n leurs valeurs observées, on trouve

$$\varpi = 0{,}025o2.$$

Ainsi à chaque contact le petit globe prenait environ $\frac{11}{1000}$ ou $\frac{1}{90}$ de l'électricité du gros globe.

D'après cela, lorsque la quantité primitive E s'est partagée entre les deux globes par le premier contact, le petit globe a dû prendre ϖE, et le second a dû garder $E - \varpi E$ ou $E(1 - \varpi)$; le rapport de ces quantités est

$$\frac{\varpi}{1-\varpi}, \quad \text{ou} \quad \frac{\sqrt[10]{6A_1} - \sqrt[10]{7A_n}}{\sqrt[10]{7A_n}} = 0{,}025660.$$

C'est la quantité d'électricité prise par le petit globe, dans le premier contact, en représentant celle du gros globe par l'unité. Si l'on multiplie cette fraction par le rapport inverse des surfaces qui, d'après les mesures les plus précises, était ici de 62 à 1, on aura le rapport d'épaisseur des deux couches électriques sur le petit globe et sur le gros globe; ce sera donc

$$62 \,.\, 0{,}025660 \text{ ou } 1{,}5909.$$

Ainsi l'épaisseur sera plus grande sur le petit globe, dans le rapport de 159 à 100, quoique la quantité totale d'électricité y soit moindre. Le calcul théorique, établi sur les seules valeurs des rayons, donne à M. Poisson 1,444. La différence peut tenir à une petite erreur sur l'évaluation de la perte par le contact de l'air, ou peut-être, et ceci me paraît beaucoup plus probable, à une légère imperfection de l'isolement du gros globe pendant les vingt contacts.

On voit, par ces expériences, que plus l'un des globes est petit par rapport à l'autre, plus petite est la proportion d'électricité qu'il lui enlève par le contact. Mais on voit aussi que cette proportion est bien loin de suivre le rapport des surfaces; car alors les couches électriques seraient d'égale épaisseur. Au lieu que leur rapport croît sur le petit globe, à mesure qu'il devient plus petit. Néanmoins la lenteur de cet accroissement dans la dernière expérience, annonce que le rapport des épaisseurs ne croît pas indéfiniment. Et en effet, Coulomb, d'après les épreuves qu'il avait tentées avec différens globes, lui supposait pour limite le nombre 2. La théorie a donné à M. Poisson

1,65, résultat peu différent, surtout quand on considère qu'on ne peut y atteindre par l'expérience, et qu'il ne se réalise qu'en supposant le petit globe tout-à-fait infiniment petit par rapport au premier.

Examinons maintenant ce qui se passe lorsque les deux sphères, séparées du contact, sont éloignées à quelque distance l'une de l'autre.

Alors il se développe un phénomène bien remarquable. Nous venons de voir que, pendant le contact, l'électricité est de même nature sur les deux sphères. Pour fixer les idées, supposons qu'elle est *vitrée*. Nous avons vu encore qu'elle est nulle au point de contact. Or, à l'instant où l'on sépare les deux sphères, si leurs dimensions sont inégales, cette nullité n'a plus lieu. Une partie de l'électricité combinée de la *petite sphère* se décompose, et celle qui est de nature contraire à celle de la grande sphère, c'est-à-dire résineuse, dans notre exemple, se porte vers le point où le contact a eu lieu. Cet effet diminue à mesure que l'on éloigne les deux sphères l'une de l'autre, et il devient tout-à-fait nul à une certaine distance qui dépend du rapport de leurs rayons. Alors le point de la petite sphère où s'est fait le contact redevient dans l'état où il était lors du contact même, c'est-à-dire, qu'il n'a plus aucune espèce d'électricité. A partir de ce terme, si l'on accroit la distance, l'électricité reste de même nature sur toute l'étendue de la petite sphère, et sa nature est la même que pendant le contact. Ces phénomènes sont toujours particuliers à la plus petite des deux sphères, quelle que soit la quantité d'électricité qu'on leur communique. Sur la plus grande des deux sphères l'électricité est toujours et partout de même nature qu'au moment du contact.

Pour observer ces phénomènes, on place les deux sphères sur des pieds solides, de substance isolante et de grandeur telle que leurs centres se trouvent dans un même plan horizontal, comme le représente la fig. 18. Alors, après les avoir mises en contact et électrisées en commun, on les écarte à une petite distance A*a*. On porte d'abord le plan d'épreuve en A sur la grande sphère, au point où s'est fait le contact; et en essayant à l'électroscope l'électricité qu'il en rapporte, on voit qu'elle

est toujours de même nature que sur le reste de la surface. Faisant ensuite la même épreuve au point correspondant a de la petite sphère a, on trouve que l'électricité y est d'abord de nature contraire à celle de la grande ; et en augmentant graduellement la distance, on voit le phénomène passer par toutes les périodes que nous avons indiquées. Il faut faire toutes ces épreuves avec l'électroscope, afin d'apercevoir les plus faibles signes de l'une ou de l'autre électricité.

Dans une expérience faite par Coulomb, le gros globe avait onze pouces de diamètre, et le petit en avait huit. Tant que la distance Aa était moindre qu'un pouce, le point a a donné des signes d'électricité contraire à celle du gros globe. La distance étant égale à un pouce, l'électricité de ce point est devenue nulle, comme à l'instant du contact ; et enfin, à toutes les distances plus grandes, elle est redevenue de même nature que sur l'autre sphère.

Le gros globe restant le même que dans l'expérience précédente, Coulomb donna au petit globe seulement quatre pouces de diamètre. Alors l'opposition des deux électricités se soutint jusqu'à la distance de deux pouces. Quand ce diamètre fut seulement de deux pouces et au-dessous, l'opposition se soutint jusqu'à la distance de 2 pouces 5 lignes, mais non au-delà.

La comparaison de ces expériences montre que la distance Aa où l'opposition de l'électricité cesse, diminue à mesure que les deux globes approchent de l'égalité, et devient nulle lorsqu'ils sont égaux. C'est aussi ce que confirme la théorie, qui indique également tous les autres détails du phénomène, lorsque l'on se donne le rapport entre les rayons des deux globes.

Pour que ces expériences réussissent bien, il faut que l'air soit très-sec ; sans cela, l'électricité du gros globe s'échappant à travers l'air va directement neutraliser la faible électricité opposée, qui se trouve développée au point a du petit globe ; et les phénomènes doivent être beaucoup moins sensibles, s'ils ne sont masqués totalement.

Jusqu'ici nous avons supposé que les deux globes avaient été mis en contact, avant d'être soumis à leur influence mu-

tuelle. Cette condition établit entre les quantités d'électricité qu'ils possèdent un rapport qui limite la généralité dont le problème est susceptible; et pour l'embrasser tout entier, il faut considérer deux sphères chargées, dans des proportions quelconques, d'électricités de même nature ou de nature différente, qui s'approcheraient graduellement l'une de l'autre jusqu'au contact.

Ici l'analyse de M. Poisson a devancé l'expérience; c'est d'elle que nous allons tirer les détails dans lesquels nous allons entrer, et qui, s'ils sont observés quelque jour, offriront l'épreuve la plus forte à laquelle on puisse la soumettre.

Lorsque deux sphères électrisées sont approchées graduellement l'une de l'autre, et qu'il n'existe pas entre l'espèce et les quantités d'électricité qu'elles possèdent, le rapport particulier qui serait établi par le contact, l'épaisseur de la couche électrique aux points les plus voisins sur les deux surfaces devient plus grande, et croît indéfiniment à mesure que leur distance diminue. Il en est de même de la pression exercée par l'électricité contre la lame d'air interceptée entre les deux corps, puisque cette pression, ainsi qu'on l'a dit plus haut, est toujours proportionnelle au carré de l'épaisseur des couches électriques. Elle doit donc finir par vaincre la résistance de l'air, et le fluide, en s'échappant sous forme d'étincelle ou autrement, doit passer, avant le contact, d'une surface sur l'autre. Ce fluide ainsi accumulé, avant que l'étincelle s'opère, est de nature différente et à peu près d'égale intensité sur les deux sphères. Si elles sont électrisées, l'une *vitreusement*, et l'autre *résineusement*, il est vitreux sur la première et résineux sur la seconde; mais quand elles sont toutes deux électrisées de la même manière, vitreusement par exemple, il se fait une décomposition d'électricité combinée, sur la sphère qui contient moins de fluide vitré qu'elle n'en doit avoir dans le contact; l'électricité résineuse, résultante de cette décomposition, se porte au point où se prépare l'étincelle, et, au contraire, l'autre sphère qui contient plus d'électricité vitrée qu'elle n'en doit conserver après le contact, reste vitrée sur toute son étendue.

Les phénomènes ne sont plus les mêmes lorsque les deux sphères se sont touchées et qu'on les a ensuite tant soit peu écartées l'une de l'autre. Le rapport qui existe alors entre les quantités totales d'électricité dont elles sont chargées, fait disparaître, dans l'expression de l'épaisseur, le terme qui devenait infiniment grand pour une distance infiniment petite, et il ne se produit plus d'étincelle. L'électricité des points les plus voisins sur les deux surfaces, est alors très-faible pour de très-petites distances; elle décroît avec ces distances, suivant une loi que le calcul détermine, et son intensité est à peu près la même sur les deux sphères; mais quand elles sont inégales, cette électricité est vitrée sur l'une, résineuse sur l'autre, et c'est toujours sur la plus petite qu'elle devient de nature contraire à l'électricité totale, ce qui est conforme aux observations que nous avons rapportées plus haut.

Généralement toutes les variétés de ces phénomènes dépendent du rapport que l'on établit entre les rayons des deux sphères, ainsi que des quantités d'électricité dont on les charge. On peut même déterminer ces proportions de telle sorte, qu'à une certaine distance l'épaisseur de la couche électrique sur la petite sphère soit presque constante, en sorte que cette sphère se maintienne en présence de l'autre, à peu près comme si elle n'en éprouvait aucune action, non pas à cause de la faiblesse de l'électricité sur l'autre sphère, mais en vertu d'une sorte d'équilibre qui s'établit alors entre son action sur la plus petite, et la réaction de celle-ci sur elle-même. Dans ce cas, l'électricité répandue sur la grande sphère est vitrée en certaines parties, résineuse dans d'autres, et son épaisseur en différens points présente des variations très-considérables. M. Poisson a déterminé les proportions de volume et de charge électrique nécessaires pour produire ces phénomènes, et en cela, comme je l'ai dit, son analyse a prévenu les observations.

La seule difficulté qu'il y ait à les réaliser, consiste dans la juste proportion d'électricité qu'il faut donner aux deux sphères. Pour cela, MM. Pouillet et Deflers ont imaginé un moyen très-

ingénieux. On met d'abord les deux sphères en contact, et on les électrise ensemble; puis on les sépare, et on mesure à la balance électrique la proportion suivant laquelle elles se partagent l'électricité. Cette proportion pourrait également se calculer d'après la connaisance des rayons des deux sphères; mais en tous cas, on la confirme par expérience. Quand elle est connue, on construit un plan circulaire isolé, dont on calcule la grandeur, de manière qu'en touchant une ou plusieurs fois celle des deux sphères qui a trop d'électricité, et déchargeant le plan à mesure, il lui en laisse précisément la quantité convenable. Alors, après avoir électrisé de nouveau les deux sphères, on les sépare, on touche avec le plan celle qui doit être touchée, et on la replace ensuite à la distance de l'autre qui convient aux expériences que l'on veut faire.

Pour régler ce procédé, il faut se rappeler que, dans le contact tangentiel d'un plan circulaire et d'une sphère, l'électricité se partage entre ces deux corps proportionnellement à l'étendue totale de leurs surfaces. Soit P la double surface du plan, S celle de la sphère, E la quantité d'électricité dont cette dernière est chargée. Après le contact, elle ne conservera que $\frac{ES}{P+S}$; par conséquent, si l'on veut réduire sa charge, par un seul contact, à $\frac{n}{E}$, n étant un nombre positif plus grand que 1, il n'y a qu'à faire

$$\frac{ES}{P+S} = \frac{E}{n}, \quad \text{d'où l'on tire} \quad P = (n-1)\,S.$$

Quand la surface S de la sphère sera donnée, cette expression fera connaître la double surface P qu'il faut donner au plan. Si l'on veut avoir le rayon de sa circonférence, il n'y a qu'à le représenter par r; on aura alors $P = 2\pi r^2$, π étant la demi-circonférence dont le rayon est 1; et si R est le rayon de la sphère, on aura aussi $S = 4\pi R^2$. Mettant ces expressions dans la formule précédente, et dégageant r, il viendra

$$r = R\sqrt{2\,(n-1)};$$

en sorte que la valeur de r sera toujours réelle. Pour plus de sûreté, on commencera par faire le plan un peu plus grand que cette formule ne l'indique; on essayera l'effet que produit son contact, et on le diminuera graduellement jusqu'à ce qu'il laisse à la sphère à laquelle on l'applique précisément la proportion d'électricité qu'elle doit posséder.

Pour compléter le cas de deux sphères électrisées mises en présence l'une de l'autre, M. Poisson a calculé les changemens que la distance plus ou moins grande apporte dans l'état des points les plus éloignés de celui où le contact doit s'opérer. Alors, à mesure que les deux sphères se rapprochent, les épaisseurs de la couche électrique dans ces points tendent de plus en plus vers les valeurs qu'elles doivent prendre à l'instant du contact. Mais comme elles n'arrivent à cette limite qu'avec beaucoup de lenteur, il en résulte qu'à des distances même extrêmement petites, elles diffèrent encore beaucoup de ce qu'elles seraient si le contact ou l'étincelle avait lieu. D'où l'on doit conclure aussi que l'étincelle, lorsqu'elle a lieu à une distance sensible, change subitement la distribution de l'électricité dans toute l'étendue des deux surfaces, et jusqu'aux points diamétralement opposés à ceux où elle se produit. Cette réaction est facile à vérifier par l'expérience; il suffit d'attacher de distance en distance à un conducteur isolé des couples de fil de lin auxquels pendent des boules de moelle de sureau. Si l'on communique à ce conducteur une certaine quantité d'électricité qui fera diverger tous les fils, et qu'ensuite on en tire successivement plusieurs étincelles par le contact d'une sphère isolée dont le volume ne soit pas trop petit, on verra tous les fils agités, et comme secoués à chaque explosion dans quelque partie du conducteur qu'elle se soit produite.

Pour le cas particulier où les sphères électrisées sont éloignées l'une de l'autre à une distance très-grande par rapport au rayon d'une d'entre elles, M. Poisson a trouvé des formules qui expriment d'une manière fort simple l'épaisseur de la couche électrique en un point quelconque de leurs surfaces. Soient r, r' les rayons des deux sphères; nommons $e\,e'$ les épaisseurs des couches que formeraient sur leur surface les quantités d'électricité

qu'elles possèdent, si elles étaient abandonnées à elles-mêmes, et exemptes de toute influence étrangère; appelons a la distance de leurs centres, et plaçons-les assez loin l'une de l'autre pour que le rayon r' d'une d'entre elles soit très-petit, comparativement à a et à $a - r$. Enfin désignons par $u\,u'$ les angles formés avec la distance a par les rayons menés du centre de chaque sphère à un quelconque de leurs points. Cela posé, les épaisseurs EE′ de la couche électrique, en ces points-là, seront exprimées approximativement par les formules suivantes :

$$E = e + \frac{e' r'^2}{a r} - \frac{e' r'^2 (a^2 - r^2)}{r (a^2 - 2 a r \cos u + r^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$E' = e' - \frac{3 e r^2}{a^2} \cos u' + \frac{5 e r^2 r'}{2 a^3} (1 - 3 \cos^2 u').$$

Ici, comme dans les expériences de Coulomb, les angles $u\,u'$ sont comptés à partir des points par où les surfaces des deux sphères se toucheraient si on les approchait l'une de l'autre jusqu'au contact.

Veut-on savoir, par exemple, d'après ces formules, quel est l'état d'une sphère isolée, mais non électrisée, que l'on présente à l'influence d'une autre sphère chargée d'une certaine quantité d'électrité? Il n'y a qu'à supposer e' nul dans l'équation relative à la seconde sphère, et il viendra alors

$$E' = - \frac{3 e r^2}{a^2} \left[\cos u' + (3 \cos^2 u' - 1) \frac{5 r'}{6 a} \right].$$

Au point a, situé sur la ligne $A\,a$, entre les deux centres, l'angle u' est nul. On a donc en ce point

$$\cos u' = 1 \qquad E' = - \frac{3 e r^2}{a^2} \left(1 + \frac{5 r'}{3 a} \right).$$

L'épaisseur E′ est donc toujours de signe contraire à e, c'est-à-dire que l'électricité accumulée en ce point de la sphère r', est de nature contraire à celle qui recouvre la sphère r.

Au point a', diamétralement opposé au précédent, l'angle u' est égal à 180°; ce qui donne

$$\cos u' = - 1 \qquad E' = + \frac{3 e r^2}{a^2} \left(1 - \frac{5 r'}{3 a} \right).$$

Cette valeur de E′ est toujours de même signe que e; car le

facteur $\frac{5r'}{3a}$ est une fraction bien inférieure à l'unité, puisque la distance a est supposée fort grande, comparativement au rayon r'; ainsi la couche électrique sera en ce point de même nature que sur l'autre sphère.

On voit ainsi émaner de la théorie ce résultat important que nous avions jusqu'à présent établi par la seule expérience : lorsqu'une sphère C′, non-électrisée, est placée en présence d'une autre sphère C électrisée, par exemple, vitreusement, les électricités combinées de C′ sont décomposées en partie ; l'électricité résineuse qui en résulte se porte vers la partie de C′ la plus voisine de C, et l'électricité vitrée vers la partie qui en est la plus éloignée.

Les épaisseurs de la couche en ces deux points sont entre elles dans le rapport de $1 + \frac{5r'}{3a}$ à $1 - \frac{5r'}{3a}$; elles sont donc presque égales, puisque a est supposé fort grand par rapport à r'.

D'après cela, on conçoit qu'il doit y avoir sur la sphère C′ une suite de points dans lesquels l'électricité est nulle, et qui forment une courbe de séparation entre les deux fluides. On trouvera le lieu de ces points, en égalant à zéro l'expression générale de l'épaisseur E′, ce qui donne la condition

$$0 = \cos u' + (3\cos^2 u' - 1)\frac{5r'}{6a}.$$

Si la distance a était tout-à-fait infinie, comparativement au rayon r', le second membre de cette équation se réduirait à $\cos u'$; par conséquent ce cosinus serait nul, ce qui donnerait $u' = 90^\circ$. Alors la ligne de séparation des deux fluides serait la circonférence du grand cercle dont le plan est perpendiculaire à la ligne des centres.

Mais si a n'est pas infini, il est au moins fort grand, relativement à r'; ainsi le facteur $\frac{5r'}{6a}$ sera encore une fraction fort petite, et la vraie valeur de $\cos u'$ le sera également. On pourra

donc, en la cherchant, négliger le produit de $\frac{5r'}{6a}$ par cos $^2u'$, comparativement au produit de cette même quantité, par l'unité. Avec cette modification, l'équation se trouve résolue d'elle-même, et donne $\cos u' = \frac{5r'}{6a}$.

Dans ce cas, la ligne de séparation des deux fluides est encore un cercle dont le plan est perpendiculaire à la ligne des centres; mais la distance de ce plan au centre de la sphère, au lieu d'être nulle, est égale à $r' \cos u'$ ou $\frac{5r'^2}{6a}$, cette distance étant prise du côté de la sphère électrisée C.

A ne considérer que le degré de l'équation qui détermine généralement cos u', on penserait qu'il doit y avoir deux valeurs de ce cosinus qui satisfont à notre problème; mais en la résolvant, on s'assurera qu'une de ces racines est nécessairement plus grande que l'unité, et par conséquent ne peut pas servir, puisqu'elle répond à un arc u' imaginaire.

Maintenant, si l'on considère combien cette théorie embrasse de phénomènes variés, délicats et éloignés les uns des autres, comme elle les représente avec exactitude, comme elle suit pour ainsi dire tous les détours de l'expérience, on conviendra qu'elle est une des mieux établie de la physique, et qu'elle donne à l'existence réelle des deux fluides électriques, le plus haut degré de probabilité, pour ne pas dire une certitude entière. Il nous reste maintenant à parcourir un grand nombre de faits, qui, sans offrir des vérifications aussi rigoureuses que celles qui précèdent, en sont toutefois des confirmations continuelles, et qui, d'ailleurs, ont par eux-mêmes un grand intérêt à cause des applications utiles qu'on en a tirées. Mais avant d'entrer dans cette nouvelle carrière, où nous n'aurons pour ainsi dire qu'à voir pour comprendre, je crois utile de rappeler que dans la discussion des faits, il est toujours nécessaire de bien distinguer plusieurs choses que l'on confond très-souvent.

La première, c'est la nature de l'électricité qui réside à la

surface d'un corps et en chacun des points de cette surface ; on la détermine en touchant avec le plan d'épreuve, et présentant celui-ci à l'aiguille de l'électroscope déjà chargée d'une électricité connue.

La seconde est la quantité de cette électricité accumulée en chaque point, ou, ce qui revient au même, l'épaisseur de la couche électrique. On la mesure encore, en touchant avec le plan d'épreuve, et présentant ce plan à l'aiguille de la balance préalablement chargée d'une électricité de même nature. La force de torsion nécessaire pour balancer la réaction électrique du plan, est, à distances égales, proportionnelle à la quantité d'électricité qu'il possède, ou, ce qui revient au même, à l'épaisseur de la couche électrique sur l'élément qu'il a touché.

La troisième chose que l'on peut considérer théoriquement, c'est l'influence exercée par chaque élément de la couche électrique sur une molécule de fluide située à sa surface extérieure ou hors de cette surface. L'attraction ou la répulsion ainsi considérée est directement proportionnelle à l'épaisseur de la couche électrique sur l'élément superficiel qui attire ou qui repousse, et elle est inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare cet élément du point attiré ou repoussé.

Enfin la dernière chose qu'il faut considérer, c'est la pression que l'électricité exerce contre l'air extérieur en chaque point de la surface du corps électrisé. L'intensité de cette pression est proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche électrique.

En restant fidèle à ces dénominations, on ne risquera point de s'égarer par des considérations vagues ; et si l'on y joint le souvenir du développement de l'électricité par influence à distance, on n'aura aucune peine à se rendre compte de presque tous les phénomènes électriques.

La plupart de ces phénomènes, quand on se borne à leurs circonstances les plus générales, peuvent se représenter en supposant l'existence d'un seul fluide électrique dont une certaine quantité est répandue dans tous les corps, et forme leur état naturel. L'excès de ce fluide dans les corps produit ce que nous avons appelé l'électricité vitrée, et le défaut, ce que

nous avons appelé l'électricité résineuse; d'où résultent deux états des corps, que les partisans de ce système désignent par les dénominations de *positif* et de *négatif*. Ils admettent aussi que les molécules du fluide électrique se repoussent mutuellement. Mais de plus, comme l'expérience montre que les corps dans l'état naturel n'exercent aucune action électrique les uns sur les autres, ils sont contraints de supposer que les molécules électriques sont attirées par la matière propre des corps. Enfin, une discussion approfondie et calculée prouve que cela ne suffirait pas pour l'équilibre, et qu'il faut encore admettre que les molécules des corps exercent les unes sur les autres une action répulsive sensible à de grandes distances, comme les influences électriques elles-mêmes.

Cette répulsion, dont on ne voit aucune trace dans le mouvement des corps célestes, qui, au contraire, s'attirent les uns les autres, indique assez que le système d'un seul fluide électrique n'est pas conforme à la nature. Franklin, qui le premier l'imagina, et qui s'en servit ingénieusement pour lier tous les phénomènes électriques connus de son temps et jusqu'alors épars, Franklin, dis-je, n'avait pas senti la conséquence à laquelle son hypothèse conduisait. Ce fut Æpinus qui, par une analyse exacte de toutes les forces par lesquelles l'équilibre électrique s'opère, découvrit la nécessité d'une répulsion entre les particules des corps.

Tout opposée qu'est cette condition avec la nature des choses, si on l'admet, uniquement pour lier entre eux les phénomènes électriques, on parvient en effet à concevoir leur dépendance et à les prévoir; non pas, à la vérité, en quantités et en nombres, mais dans les circonstances générales qui dépendent d'un déplacement de l'électricité. On explique ainsi, par exemple, les attractions, les répulsions des corps électrisés, et même les développemens des propriétés électriques dans les corps à l'état naturel par la seule influence à distance d'un corps électrisé. Mais je ne crois pas qu'il soit possible d'expliquer de même pourquoi les corps conducteurs, agissant par attraction sur les molécules du fluide électrique, l'électricité

se partage entre leurs surfaces suivant des rapports tout-à-fait indépendans de leur composition chimique et uniquement déterminés par leurs dimensions, comme nous voyons pourtant que cela arrive ; ni pourquoi l'état négatif, qui n'est, selon ce système, qu'une privation, une absence d'électricité, se produit uniquement à la surface de ces corps, et s'établit en chaque point de cette surface conformément aux lois rigoureuses d'hydrostatique que suivrait un fluide réel dont toutes les molécules se repousseraient mutuellement suivant le rapport inverse du carré des distances. Encore moins pourrait-on prévoir ou même expliquer dans cette hypothèse pourquoi, lorsque deux sphères de matières conductrices sont retirées du contact, il se développe autour du point de contact, et toujours sur la plus petite, des signes d'un état contraire à l'état total, soit positif, soit négatif, tandis que la nécessité de ce développement, ses limites et sa constance sur la plus petite sphère, peuvent se prévoir avec la plus grande facilité par la théorie des deux fluides, que dis-je ? peuvent même se calculer dans toutes leurs circonstances les plus minutieuses avec une exactitude surprenante. Un tel accord semble bien clairement indiquer que cette théorie est conforme à la nature, et elle nous a trop bien servi jusqu'à présent dans l'explication des phénomènes, pour que nous ne persistions pas à l'employer. Toutefois j'ai cru utile d'indiquer ici en peu de mots la théorie de Franklin et d'Æpinus à cause de sa célébrité et de l'usage ingénieux que ces physiciens en ont fait pour lier des phénomènes qui jusqu'alors étaient tout-à-fait épars.

CHAPITRE VI.

Théorie des mouvemens excités dans les corps par les attractions et les répulsions électriques.

Dès les premières recherches que nous avons faites sur les phénomènes électriques, nous avons découvert que deux sphères électrisées, mises en présence l'une de l'autre, semblent s'attirer ou se repousser avec une force réciproque au carré de la distance de leurs centres. Nous avons depuis observé des effets pareils entre tous les corps électrisés, de forme quelconque. Or, nous avons trouvé aussi que l'attraction et la répulsion s'exercent uniquement entre les particules des fluides électriques, sans que la substance matérielle des corps y participe par aucune affinité particulière. Il devient donc nécessaire d'examiner comment, et par quel mécanisme, les effets de ces forces peuvent se transmettre aux particules des corps, et produire en eux les mouvemens que nous observons.

Pour plus de simplicité, bornons-nous d'abord à considérer deux sphères électrisées A et B, l'une A fixe, l'autre B mobile; il pourra se présenter trois cas qu'il faut discuter séparément.

1°. A et B non-conducteurs;

2°. A non-conducteur, B conducteur;

3°. A conducteur, et B conducteur.

Dans le premier cas, les particules électriques sont fixées sur les corps A et B par la force inconnue qui produit la non-conductibilité. Ne pouvant quitter ces corps, elles partagent avec eux les mouvemens que leur action réciproque tend à leur imprimer.

Alors les forces qui peuvent opérer le mouvement sont, 1°. l'attraction ou la répulsion mutuelle du fluide de A sur le fluide de B; 2°. la répulsion du fluide de B sur lui-même; mais les répulsions des parties d'un système ne pouvant imprimer aucun

mouvement à son centre de gravité, les effets de cette action propre s'entre-détruisent sur chaque sphère, et il n'en peut résulter aucun mouvement de l'une vers l'autre. Le premier genre de force est donc le seul auquel il faille avoir égard. Si la distribution de l'électricité est uniforme sur chaque sphère, chacune d'elle attire ou repousse l'autre comme si toute sa masse électrique était concentrée à son centre. Ainsi en nommant D la distance des boules, et e e' les quantités totales d'électricité qu'elles possèdent, la force attractive ou répulsive a pour expression

$$\frac{K e e'}{D^2}.$$

K est un coefficient qui exprime l'intensité de la force quand les quantités D, e, e' sont chacune égales à l'unité de leur espèce.

Cette force se transmet aux deux sphères A et B en vertu de l'adhésion par laquelle elles retiennent les particules électriques. On voit, d'après par son expression, qu'elle deviendrait nulle si e ou e' était nulle, c'est-à-dire si l'une des deux sphères n'était point primitivement chargée d'une électricité étrangère. Pendant le mouvement, elle n'éprouve de variation que celle qui provient de la distance, parce que les deux sphères étant supposées de substances rigoureusement non-conductrices, leur action réciproque n'y produit aucun nouveau développement d'électricité.

Dans le second cas, la sphère B, supposée de matière conductrice, éprouve une décomposition de ses électricités naturelles par l'influence de A. Les électricités opposées qui résultent de cette décomposition se joignent à la quantité étrangère que l'on y a introduite, et se disposent ensemble conformément aux lois de l'équilibre électrique; alors le mouvement de B vers A peut s'envisager de deux manières.

Supposons d'abord que, sans troubler l'état électrique de B, on étende sur sa surface une couche isolante, solide, sans pesanteur, et qui y reste invariablement adhérente. L'électricité de B ne pouvant plus s'échapper, s'appuiera pour ainsi dire sur cette couche, et transmettra par son moyen aux particules du corps les forces qui la sollicitent. Alors les forces qui agissent sur le système seront, 1°. l'attraction mutuelle ou la répulsion du fluide de A sur le fluide de B; 2°. la répulsion propre du fluide de B sur

lui-même : mais cette répulsion ne peut produire aucun mouvement sur le centre de gravité de B ; 3°. la pression du fluide de B sur l'enveloppe isolante : mais cette pression est exactement contrebalancée par la réaction de l'enveloppe, et il n'en résulte encore aucun mouvement. La première force est donc encore la seule à laquelle il faille avoir égard.

Lorsque la distance D des deux sphères est très-grande comparativement aux rayons de leurs surfaces, les électricités décomposées de B sont, comme on l'a vu, distribuées à peu près également sur les deux hémisphères situés du côté de A et du côté opposé. Alors les actions qu'elles éprouvent de la part de A sont à peu près égales et s'entre-détruisent. Toute la force est donc produite par les quantités d'électricité étrangère ee' introduites dans les deux sphères, et son expression se trouve encore $\frac{K.ee'}{D^2}$.

Tant que les deux sphères sont très-éloignées l'une de l'autre, le coefficient K peut être censé constant, et la force attractive ou répulsive ne varie qu'en vertu du changement de la distance. Mais ceci n'est qu'une approximation. Car à considérer la chose dans la rigueur, l'état électrique de la sphère conductrice B varie à mesure qu'elle s'approche de A, à cause de la séparation que celle-ci produit dans ses électricités naturelles. Par conséquent l'action réciproque des deux sphères doit varier aussi d'une manière fort compliquée. C'est probablement à cela qu'il faut attribuer les écarts que les expériences de Coulomb nous ont présentés dans les distances fort petites lorsque nous avons voulu les calculer par la simple loi du carré de la distance.

La supposition d'une enveloppe isolante, sans pesanteur, ne sert ici que pour lier le fluide électrique avec les particules matérielles du corps B. On peut toujours regarder comme telle la petite couche d'air qui enveloppe ordinairement les corps et qui est adhérente à leur surface. Mais on peut encore arriver au même résultat, sans le secours de cet intermédiaire ; alors il faut considérer les pressions produites sur l'air par les électricités qui existent dans B à l'état de liberté. En effet, ces élec-

tricités, tant celles qu'on y a introduites que celles qui s'y décomposent, se portent vers la surface de B, où l'air les arrête par sa pression et les empêche de sortir. Elles se disposent donc *sous* cette surface comme l'exige leur action sur elles-mêmes et l'influence du corps A; en s'appuyant, pour cela, contre l'air qui les empêche dé s'étendre. Mais réciproquement elles pressent cet air de dedans en dehors, et tendent à le soulever avec une force proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche électrique en chaque point. Décomposez toutes ces pressions suivant trois axes rectangulaires des coordonnées $x y z$, dont l'une z soit dirigée vers le centre de la sphère A, et faites-en les sommes partielles; vous trouverez que, suivant les x et les y, elles sont nulles, de sorte qu'il ne reste en définitif qu'une seule résultante dirigée vers le centre de la sphère A. Lorsque les sphères sont très-éloignées l'une de l'autre comparativement aux rayons de leurs surfaces, les électricités décomposées de B pressent l'air extérieur en sens contraire avec une intensité à peu près égale, et leurs effets s'entre-détruisent presque exactement. Il ne reste donc que l'effet des quantités étrangères $e e'$ introduites dans les deux sphères, et il en résulte un excès de pression dirigé suivant la ligne des centres, et exprimé par

$$\frac{K e e'}{D^2};$$

c'est-à-dire exactement le même que l'autre méthode l'avait donné. Il est évident d'ailleurs que cette expression est sujette aux mêmes limitations, puisque les pressions produites par la couche électrique contre l'air extérieur doivent varier avec la quantité d'électricité naturelle décomposée dans B par l'influence de A à mesure que les deux sphères se rapprochent.

Le troisième cas, où A et B sont tous deux conducteurs, se résout exactement par les mêmes principes, soit en imaginant les deux surfaces électrisées couvertes d'une enveloppe isolante, et calculant les actions réciproques des deux fluides qui se transmettent par le moyen de cette enveloppe aux particules matérielles; soit en considérant les pressions produites sur l'air extérieur par les deux couches électriques, et calculant l'excès de ces pressions suivant la ligne qui forme les deux centres. Seule-

ment, dans ce cas, la force attractive ou répulsive des deux sphères variera à mesure qu'elles s'approcheront l'une de l'autre, non-seulement par la différence qui en résultera dans l'intensité de l'action électrique, mais encore par la décomposition progressive des électricités naturelles qui s'opérera dans les deux corps conducteurs A et B.

Les résultats que nous venons d'obtenir subsisteraient encore si les sphères A et B étaient toutes les deux libres de se mouvoir l'une vers l'autre; car sans troubler leur action réciproque, on peut toujours imprimer à l'une et à l'autre le mouvement d'une d'elles en sens contraire; ce qui réduirait celle-ci à l'état de repos, et ramènerait le problème au cas que nous avons considéré.

Enfin, si nous avons choisi des corps de forme sphérique, c'est uniquement pour pouvoir effectuer les calculs qui donnent, dans chaque cas, les valeurs des attractions. Mais quoiqu'on ne puisse plus les obtenir en général, lorsque la forme des corps est plus composée, cela n'empêche pas que les mêmes raisonnemens ne s'y appliquent; et cela suffit pour faire voir comment les forces attractives ou répulsives, développées par l'action réciproque des molécules électriques, se transmettent médiatement ou immédiatement aux molécules matérielles des corps conducteurs, auxquelles pourtant elles ne sont unies par aucun lien d'affinité.

Considérons, par exemple, de cette manière les phénomènes que présente un pendule électrique dévié de la verticale par l'action d'un tube électrisé. Pour fixer les idées, concevons ce pendule formé par une petite boule de moelle de sureau suspendue à un fil de soie CS, fig. 19, et chargée d'électricité *vitrée*. Tant que la boule sera soustraite à toute influence étrangère, l'électricité se disposera sur sa surface en une couche sphérique très-mince, d'une épaisseur partout égale; et en conséquence la pression qu'elle exercera sur l'air extérieur sera partout égale aussi, puisqu'elle est toujours, en chaque point, proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche. La petite boule sera donc moins pressée par l'air extérieur que s'il n'y avait point d'électricité libre à sa surface; mais elle le sera encore

également, et par conséquent elle ne prendra de mouvement dans aucun sens.

Supposons maintenant qu'à quelque distance de sa surface, on approche un bâton de gomme-laque ou de cire d'Espagne électrisé *résineusement;* aussitôt une portion des électricités naturelles de la petite boule sera décomposée par influence. La partie résineuse fuira le tube, la partie vitrée se portera vers lui. Ce dernier mouvement sera partagé par l'électricité vitrée qu'on avait précédemment répandue sur la surface de la boule. La pression sur l'air, toujours proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche électrique, deviendra donc plus forte du côté du tube; et réciproquement la pression atmosphérique, primitivement égale sur toute la surface, deviendra plus forte sur la face opposée. Cet excès de pression poussera donc la boule vers le tube résineux, de sorte que si on veut la retenir avec un autre fil de soie CS′ dirigé en sens contraire de la tendance qu'elle éprouve, ce fil soutiendra tout l'effort produit par la différence de pression.

Supposons maintenant que l'on coupe ce fil : la boule cédera à l'effort qui l'entraîne, et le fil isolant CS qui la soutient s'écartera de la verticale. Mais cet écart aura une limite; car le poids de la boule qui, dans la position initiale, était supportée par le point de suspension S, ne l'est plus qu'en partie dans la position oblique SC′, fig. 20. En effet, si on représente l'effort de ce poids par la ligne verticale C′P, on pourra le décomposer en deux autres forces, l'une C′Q dirigée dans le prolongement du fil et détruite par sa résistance, l'autre C′R perpendiculaire au fil et tendant à ramener la boule au point le plus bas. Or, si l'on nomme α l'angle CSC′ ou l'écart *du fil*, cette seconde force aura pour valeur $p \sin \alpha$, p étant le poids de la boule; ainsi elle croîtra avec l'angle α, et tendra d'autant plus à faire descendre la boule qu'elle sera plus écartée de la verticale. Par conséquent, dans chaque position du tube, l'écart du fil sera tel que l'excès de pression atmosphérique, qui tend à la soulever, soit égal à la pesanteur décomposée qui tend à la faire descendre.

Nous avons supposé le tube et la boule chargés d'électricités

de nature diverse : s'ils l'étaient d'électricités de même nature, ces électricités se repousseraient au lieu de s'attirer. La pression de l'électricité de la boule contre l'air extérieur deviendrait prépondérante sur sa face la plus éloignée du tube, et elle ferait effort pour s'éloigner de lui.

Voilà ce qui a lieu en général : mais, dans certains cas, on observe un phénomène qui semble au premier coup d'œil démentir tout-à-fait ce raisonnement. En approchant l'un de l'autre deux corps électrisés de la même manière, on voit la répulsion s'affaiblir, et, en diminuant toujours leur distance mutuelle, elle finit par se changer en attraction. Cela arrive ordinairement quand un des corps est fort petit par rapport à l'autre, et est faiblement électrisé; par exemple, dans le cas où la petite boule de moelle de sureau du pendule électrique est chargée d'une faible électricité résineuse, et qu'on en approche de plus en plus un gros tube de cire d'Espagne électrisé comme elle résineusement. Mais bien loin que ce phénomène soit contraire à notre théorie, il en est une conséquence. A mesure que le tube en s'approchant de la boule repousse l'électricité résineuse qu'on lui a primitivement donnée, il décompose une partie plus considérable de ses électricités combinées. Il repousse la résineuse qui va se joindre à l'autre, et attire la vitrée qui se porte vers lui. Si ces deux électricités décomposées existaient seules à la surface de la boule, il n'y a nul doute qu'elle serait attirée ou poussée vers le tube : elle le serait d'autant plus énergiquement, qu'il s'approcherait d'elle davantage, et qu'il serait plus fortement électrisé; sans que l'on pût concevoir de bornes à cette attraction. Mais il n'en est pas ainsi de la répulsion due à la quantité fixe d'électricité résineuse primitivement donnée à la boule. Celle-ci ne peut croître uniquement que par la diminution de la distance. Si donc à une certaine distance son énergie est moindre que l'attraction due au développement progressif des électricités combinées, cette dernière force l'emportera et la boule se rapprochera du tube. On conçoit ainsi que la possibilité du phénomène dépend des proportions qui ont lieu entre les quantités d'électricité primitivement existantes ur le tube et sur la boule; et sans pouvoir assigner ces propor-

tions, on voit que l'inversion se produira d'autant plus facilement et à une distance d'autant plus grande que le tube aura plus d'électricité, et que la boule en aura moins. De sorte que si la distance est fixe, la répulsion ou l'attraction dépendront uniquement du rapport qui existera entre les quantités d'électricité.

On peut rendre ce résultat sensible par l'expérience suivante, dont la disposition est représentée fig. 21. On a un cylindre métallique isolé que l'on met en communication avec le premier conducteur de la machine électrique. A côté de ce cylindre, une petite boule de moelle de sureau est suspendue par un fil de soie; et un autre fil de soie attaché au cylindre, l'empêche de s'éloigner au-delà d'une certaine distance. On électrise d'abord le cylindre faiblement. La boule est attirée, le touche et est ensuite repoussée. On continue d'électriser, elle est de nouveau attirée; et ainsi de suite, attirée et repoussée, conformément à notre théorie.

Pour donner un autre exemple de ces considérations, appliquons-les aux mouvemens du petit cercle de papier doré, porté par l'aiguille de l'électroscope ou de la balance. Concevons que ce petit cercle ayant été d'abord chargé d'électricité d'une certaine nature, on lui présente à quelque distance presque parallèlement à sa surface, un autre petit cercle électrisé et fixe, que je supposerai d'abord formé d'une matière non conductrice, afin que l'électricité distribuée sur sa surface ne se déplace pas.

Lorsque le cercle mobile est seul dans la balance, l'électricité se distribue sur ses deux faces de la même manière et en proportion pareille, à cause de leur symétrie. Les pressions latérales contre l'air extérieur sont par conséquent égales, et il n'en résulte aucun mouvement. Mais dès que cette électricité est soumise à l'influence du cercle fixe, elle est attirée ou repoussée par la sienne, et la pression qu'elle exerce contre l'air devient inégale sur les deux faces. Si elle est attirée, elle presse davantage l'air du côté qui regarde le cercle fixe; si elle est repoussée, elle le presse davantage du côté opposé. Ainsi dans le premier

cas, l'excès de la pression atmosphérique poussera le cercle mobile vers le cercle fixe; dans le second, il l'en éloignera.

Jusqu'ici nous avons considéré des formes de surfaces telles, que l'électricité, abandonnée à elle-même, devait évidemment s'y distribuer d'une manière symétrique, et produire des pressions égales sur les parties opposées. Alors le corps électrisé doit évidemment rester immobile, s'il n'est soumis à aucune influence étrangère. Mais quoique cette compensation soit plus difficile à reconnaître dans les corps dont la forme est plus composée, il n'en est pas moins certain qu'elle existe; car on démontre en mécanique, que les actions réciproques des parties d'un système libre ne peuvent pas lui imprimer de mouvement de translation ni de rotation autour de son centre de gravité.

Il n'en serait plus de même dans le cas où le fluide électrique pourrait s'échapper par quelque endroit du corps. Par exemple, on forme, avec un gros fil de laiton ou de fer, une aiguille A A, fig. 22, dont les deux bouts sont recourbés en sens opposé, perpendiculairement à sa longueur, et aiguisés en pointe. On y fait au centre un petit trou, et l'on y ajuste une chape conique que l'on pose sur un pivot C M, autour duquel l'aiguille peut tourner horizontalement. Le pied du pivot P se visse sur l'extrémité du conducteur d'une machine électrique. Tant qu'on n'excite point d'électricité, l'aiguille demeure immobile dans la position qu'on lui a donnée; mais si l'on met la machine électrique en action, l'aiguille commence aussitôt à tourner, et tourne de plus en plus avec rapidité comme si elle repoussait l'air par ses pointes.

Pour concevoir nettement ce phénomène, imaginons que l'aiguille, après avoir été électrisée, soit recouverte d'une petite couche isolante sans pesanteur, qui l'enveloppe de toutes parts, et supposons qu'on la suspende librement dans le vide à un fil de soie qui lui permette de tourner librement autour de son centre. Dans ce cas, les pressions produites à la surface de la couche électrique s'exerceront contre l'enveloppe isolante; mais d'après le théorème de mécanique que nous avons rapporté tout-à-l'heure, elles ne pourront faire prendre au

système aucun mouvement de rotation sur lui-même, de sorte que toutes les pressions, décomposées dans un sens quelconque, s'entre-détruiront sur les faces opposées. Maintenant supposons que sur une certaine partie de l'aiguille, je ne dis pas à l'extrémité de la pointe, mais dans un endroit quelconque, on enlève l'enveloppe isolante de manière que l'électricité puisse s'échapper par cette ouverture ; alors, la pression en cet endroit devenant nulle, la pression opposée agira seule, et par conséquent elle fera tourner l'aiguille, dans le sens suivant lequel elle agit.

Ce résultat ne pourrait guère s'observer dans le vide absolu, parce que l'électricité de l'aiguille s'y dissiperait instantanément, lorsqu'on creverait la couche isolante ; mais on peut le produire dans l'air libre : seulement il faut aiguiser assez les pointes de l'aiguille pour que l'électricité s'accumule à leur extrémité à un degré tel qu'elle surmonte la pression atmosphérique. Alors l'air lui-même sert d'enveloppe isolante, et l'ouverture se fait par l'effort de l'électricité même ; au lieu que, dans notre première hypothèse, nous supposions qu'on la pratiquait artificiellement. Le phénomène est absolument pareil à ce qui arriverait, si l'aiguille, au lieu d'être électrisée, était un vase creux rempli d'eau ou de mercure, et que les extrémités, recourbées en pointes, fussent deux petits canaux dont les orifices auraient été crevés par la pression du fluide. Alors, la pression devenant nulle à ces orifices, celle qui s'exercerait sur l'élément opposé de la surface intérieure pousserait l'aiguille en sens contraire, et la ferait tourner ainsi autour de son centre.

Dans ce cas, si l'on fait le produit des masses par les vitesses de toutes les molécules liquides qui s'échappent, ce produit sera constamment égal à la somme des produits des masses par les vitesses des autres points de l'aiguille, et du liquide qui tourne avec elle en sens opposé. La même égalité devra encore avoir lieu dans le mouvement de l'aiguille électrisée ; et comme la masse des molécules électriques qui s'échappent est absolument inappréciable, puisque les corps les plus fortement électrisés n'acquièrent aucun accroissement sensible de poids aux balances les plus précises, il faut que, par compensation, la

vitesse des particules électriques soit infiniment considérable, et aucun exemple peut-être n'est plus propre à donner une idée juste de leur rapidité.

Avant que l'on connût les véritables lois de l'équilibre de l'électricité, on ignorait comment les attractions et les répulsions, qui n'ont réellement lieu qu'entre les particules électriques, pouvaient se transmettre aux particules matérielles des corps; et l'on désignait cet effet par le mot vague de *tension*, qui représentait l'électricité, à peu près comme un ressort placé entre les corps électrisés, et tendant à les rapprocher ou à les écarter. Les détails dans lesquels nous venons d'entrer montrent comment cette transmission de force s'opère par l'intermédiaire de la pression que l'électricité exerce contre l'atmosphère environnante, ou en général contre les obstacles qui s'opposent à sa dissipation.

CHAPITRE VII.

De la meilleure disposition à donner aux Machines électriques, et aux Conducteurs qui en font partie.

Dès nos premières recherches sur les phénomènes électriques, nous avons compris que, pour les agrandir, il fallait opérer le frottement sur de grandes surfaces. Nous avons donc employé un plateau ou un cylindre de verre que nous avons fait tourner entre des frottoirs fixes, par le moyen d'une manivelle ; et nous avons placé près de sa surface un corps métallique isolé qui se charge de l'électricité à mesure qu'elle se développe, pour la transmettre à d'autres conducteurs également isolés qui la conduisent partout où les expériences l'exigent. Mais maintenant, que nous savons que plusieurs corps ainsi électrisés réagissent toujours les uns sur les autres, nous devons nous demander quelle est la meilleure disposition à donner à toutes les parties de l'appareil ? quelle doit être la nature des frottoirs pour développer le mieux l'électricité ? la forme du premier conducteur pour qu'il la soutire rapidement ? celle des conducteurs secondaires pour qu'elle s'y accumule en abondance ? enfin celle des supports isolans pour qu'elle se conserve d'une manière plus durable ? Ce sont là autant de questions importantes que nous pouvons maintenant résoudre à l'aide des connaissances théoriques et des méthodes expérimentales que nous possédons.

Considérons d'abord le frottoir : quelle que soit sa nature, il faut, pour rendre le frottement étendu et durable, qu'il s'applique exactement sur la surface du plateau ou du cylindre de verre, et qu'il la presse en un grand nombre de points. Rien de plus avantageux pour cet objet, que des coussins rembourrés avec du crin, couverts en cuir souple, et pressés par un ressort contre la surface du verre.

Le cuir seul, frottant ainsi contre le verre, développe peu

d'électricité. On en obtient incomparablement davantage, en recouvrant sa surface d'un amalgame sec de mercure et de zinc triturés ensemble ; alors cet amalgame est réellement le corps frottant, et le verre le corps frotté. Si l'on isole les coussins pendant le frottement, et qu'on examine la nature de l'électricité acquise par le verre, on voit qu'elle est vitrée ; et par conséquent les coussins prennent l'électricité contraire, c'est-à-dire la résineuse.

Mais dans l'usage ordinaire de la machine, il faut bien se garder d'isoler les coussins ; il faut au contraire les faire communiquer au sol par une communication métallique ; car on obtient ainsi beaucoup plus d'électricité. Il est aisé de concevoir la raison de ce phénomène. Supposons que dans l'état d'isolement la surface du verre ainsi frottée acquière la quantité $+e$ d'électricité vitrée ; alors le frottoir aura une quantité égale $-e$ d'électricité résineuse. Je donne à celle-ci le signe négatif pour indiquer qu'ajoutée à l'autre, elle la neutralise. Sans doute, c'est la nature des deux surfaces qui exige cette proportion entre les espèces et les quantités d'électricités qui s'y attachent ; mais quelle qu'en soit la cause, il est sûr que l'électricité résineuse $-e$, qui réside sur le frottoir, tend toujours à se combiner avec l'électricité $+e$ que retient le verre, et cette attraction doit nécessairement diminuer la quantité dont le verre seul pourrait naturellement se charger. Les choses étant dans cet état, supposons que l'on communique, au système des deux corps, une quantité $+2e$ d'électricité vitrée. Une partie $+e$ de cette quantité se combinera avec l'électricité résineuse $-e$ du frottoir, et neutralisera son attraction pour l'électricité vitrée du plateau. Par conséquent le reste $+e$ pourra, sans que rien l'en empêche, se joindre à cette électricité ; et alors, le frottoir restant dans l'état naturel, le plateau se trouvera avoir en tout $+2e$, c'est-à-dire une charge double de ce qu'il avait d'abord. Voilà justement ce que fait la communication libre du frottoir avec le sol, réservoir commun de toute l'électricité de la terre. Elle permet à l'électricité résineuse développée sur la surface conductrice du frottoir, de se combiner avec l'électricité vitrée du sol nécessaire pour la saturer, et elle transmet

ainsi au verre tout l'excès d'électricité vitrée 2 *e* qui peut exister sur sa surface, pendant qu'il est frotté par l'amalgame métallique, maintenu dans l'état naturel.

L'office du premier conducteur que l'on place tout près du plateau ou du cylindre de verre, est précisément d'enlever cet excès à mesure qu'il se développe ; car s'il restait adhérent à la surface du verre, cette surface, en passant de nouveau sur le frottoir, ne pourrait plus rien acquérir ; au lieu qu'étant préalablement déchargée par le conducteur, elle prend de nouveau sur le frottoir l'excès 2 *e*, lorsqu'elle se retrouve en contact avec lui. Toutes ces quantités d'électricité vitrée, successivement absorbées par le premier conducteur, passent de là dans les conducteurs secondaires, et s'y distribuent conformément aux lois de l'équilibre électrique. L'accumulation ne cesse que lorsque leur force répulsive totale ne permet plus l'introduction d'une nouvelle quantité d'électricité du plateau. Alors celui-ci n'étant plus successivement déchargé, cesse aussi de prendre de nouvelle électricité au frottoir, et l'on a beau faire tourner la machine, son effet n'augmente plus ; ou du moins elle n'acquiert que ce qu'il faut pour remplacer la déperdition opérée par le contact de l'air sur toutes les surfaces électrisées du plateau et des conducteurs.

Cette analyse exacte des phénomènes nous indique plusieurs conditions utiles au perfectionnement de l'appareil.

1°. Il faut que les parties de la surface du verre, qui sont successivement frottées, arrivent devant le premier conducteur sans avoir perdu, que le moins possible, de l'électricité qu'elles ont acquise. Pour cela, on attache au frottoir des morceaux de taffetas gommés qui s'étendent sur la surface du verre dans le sens du mouvement de rotation. Dès que le verre s'électrise, ces taffetas adhèrent à sa surface, et la préservent du contact de l'air jusque dans le voisinage du conducteur.

2°. Il faut que le premier conducteur ait autant de branches qu'il y a de frottoirs, afin que les mêmes parties du verre n'entrent jamais sous un frottoir sans être déchargées. On emploie ordinairement deux frottoirs, et l'on donne deux branches au conducteur, comme on le voit dans la fig. 23, qui représente

une excellente machine électrique construite par M. Fortin sur le modèle de celle de M. Vanmarum à Harlem.

Il nous reste maintenant à chercher quelle est la forme de ces branches la plus favorable pour soutirer rapidement l'électricité du plateau; c'est à l'expérience à nous l'apprendre.

D'après les lois générales de l'influence à distance, lorsqu'un cylindre non isolé, et terminé par une demi-sphère, est présenté perpendiculairement devant la surface d'une sphère ou de tout autre corps électrisé, et tenu à une distance assez grande pour qu'il ne se fasse pas entre eux d'explosion brusque, l'extrémité du cylindre la plus voisine de la sphère acquiert un excès d'électricité d'une nature contraire à la sienne. Cette électricité étant retenue à distance par celle de la sphère, ne se dissipe pas, quoiqu'elle communique avec le sol; mais elle manifeste toute sa force répulsive dans le plan d'épreuve, quand il a touché le cylindre et qu'on le soustrait à l'influence de la sphère électrisée. On trouve ainsi que l'épaisseur de la couche électrique est la plus grande possible à l'extrémité même du cylindre. De là elle va en décroissant avec rapidité, jusqu'à une longueur égale à quatre ou cinq diamètres du cylindre; après quoi elle s'amincit régulièrement, et à très-peu de chose près, suivant la raison réciproque du carré de la distance au centre du globe électrisé.

En plaçant ainsi successivement un même cylindre à diverses distances a de la surface d'un globe dont le rayon est R, on trouve, par le plan d'épreuve, que l'épaisseur de la couche électrique, à l'extrémité du cylindre, diminue à mesure qu'on l'éloigne à peu près comme la puissance $\frac{1}{4}$ de la distance au centre, c'est-à-dire qu'elle est presque exactement réciproque à $(R + a)^{\frac{1}{4}}$.

Si, au contraire, on présente successivement à une même distance d'un même globe différens cylindres non isolés, dont le rayon soit fort petit comparativement à celui du globe, on trouve que l'épaisseur de la couche électrique, à l'extrémité de ces cylindres, est presque exactement réciproque à leurs rayons, et par conséquent d'autant plus grande qu'ils sont plus minces.

Enfin les distances et les rayons restant les mêmes, ces épaisseurs varient encore proportionnellement à la quantité d'élec-

tricité dont la sphère est chargée, c'est-à-dire proportionnellement à $4\pi R^2 E$, en nommant E l'épaisseur de la couche électrique distribuée sur sa surface, lorsqu'elle est soustraite à l'influence du cylindre.

Par conséquent, si l'on désigne généralement par e l'épaisseur de la couche électrique à l'extrémité d'un cylindre quelconque, mais non isolé, mis en présence d'une sphère électrisée, tous les résultats précédens pourront être rassemblés dans la formule approximative

$$e = -\frac{m R^2 . E}{r (R + a)^{\frac{1}{2}}},$$

m étant un coefficient constant qu'il faut tirer de l'observation.

Coulomb, qui a donné cette formule dans ses Mémoires, a déterminé m par une expérience faite avec un globe de quatre pouces de rayon, auquel il avait présenté un cylindre dont le rayon n'était que de six lignes : la distance a exprimée aussi en pouces était 2,5. En touchant tour à tour avec le plan d'épreuve l'extrémité du cylindre, et ensuite la sphère soustraite à son influence, il trouva $e = -\frac{1}{4}E$. Substituant donc ce nombre dans la formule, on trouve $m = 2,07$; ce qui donne en général

$$e = -\frac{2,07 R^2 . E}{r (R + a)^{\frac{1}{2}}}.$$

Toutes les valeurs de R, r et a doivent désormais être réduites aussi en pouces; car, à cause de l'homogénéité du calcul, la valeur de m se trouve naturellement multipliée par la racine carrée de la quantité qu'on choisit pour unité de longueur.

Cette formule, que nous pouvons regarder comme une expression approchée des expériences, nous montre que l'épaisseur de la couche électrique, à l'extrémité des cylindres, augmente avec une grande rapidité à mesure qu'ils deviennent plus minces, comparativement à la grosseur du globe auquel on les présente; de sorte qu'en les supposant infiniment minces, cette épaisseur serait infinie. Mais il est clair qu'avant ce terme, l'air environnant ne serait plus un obstacle assez fort pour retenir l'électricité, qui s'échapperait par une explosion subite, ou par

un courant continuel. Coulomb s'est assuré qu'en poussant ainsi la formule à l'extrême, c'est-à-dire en l'appliquant à des cylindres très-minces, elle donnait des valeurs de e plutôt trop petites que trop grandes.

Tout ce que nous venons de trouver pour les cylindres non isolés aurait encore lieu pour des cylindres isolés, mais d'une longueur infinie; puisque l'électricité qui serait refoulée sur les parties les plus éloignées de leur surface, ne pourrait avoir aucune influence sensible sur celle qui avoisinerait la sphère électrisée. Par une raison semblable, les résultats seront encore à peu de chose près les mêmes, si les cylindres, sans être infinis, ont beaucoup de longueur comparativement à leur diamètre. Enfin si, en les supposant toujours les mêmes, on les présente perpendiculairement à une surface non sphérique, mais d'une grande étendue comparativement à leur grosseur, et que leur extrémité soit tenue très-près de cette surface, l'action qu'ils en éprouveront sera presque la même que produirait une sphère osculatrice à la surface proposée, ou même un plan tangent à cette surface. Car les attractions de tous les points électrisés diminuant d'intensité en raison du carré de la distance, l'influence des parties de la surface qui regardent le cylindre s'affaiblit à mesure qu'elles sont plus distantes, et l'effet de cette influence, décomposé dans le sens de la longueur du cylindre, s'affaiblit encore plus rapidement par l'obliquité. Ainsi, dans tous les cas, en amincissant suffisamment les cylindres, l'électricité développée à leur extrémité antérieure par l'influence du corps auquel on les présente, pourra devenir assez forte pour vaincre la résistance de l'air, et s'échapper dans l'espace. Alors, si le cylindre est isolé, il demeurera chargé d'un excès d'électricité contraire à celle qui s'échappe, c'est-à-dire de même nature que celle du corps électrisé auquel on l'a présenté.

C'est précisément ainsi que l'on doit concevoir la transmission continuelle d'électricité qui semble se faire entre le plateau de verre de la machine et les branches du premier conducteur. L'électricité vitrée, développée par le frottement sur le verre, et adhérente à sa surface, agit par influence sur les électricités combinées du conducteur, repousse la vitrée, attire la résí-

neuse. Si donc les extrémités du conducteur les plus voisines du plateau sont armées de pointes proéminentes qui représentent des cylindres très-déliés, l'électricité résineuse s'écoulera rapidement par ces pointes, et se portera vers l'électricité du plateau qu'elle neutralisera. Vous aurez ainsi le double avantage que les parties successives du plateau se trouveront rapidement déchargées à mesure qu'elles arriveront devant les pointes, et qu'elles le seront aux dépens de l'électricité résineuse du conducteur; ce qui favorisera doublement sur celui-ci l'accumulation d'un excès d'électricité vitrée.

Cette accumulation serait bientôt bornée, si le conducteur n'avait que peu de surface, parce que l'électricité vitrée dont il se couvre ne tarderait pas à repousser celle du plateau assez fortement pour l'empêcher de s'y introduire; mais d'un autre côté, il serait incommode de remplir par un seul conducteur l'espace qui environne la machine, et qui est nécessaire pour la préparation des expériences. C'est pourquoi on suspend avec des cordons de soie, au plafond de la chambre, des conducteurs secondaires qui communiquent entre eux et avec le premier conducteur au moyen de tiges métalliques. Alors tout ce système fournit de l'électricité résineuse à la pointe, et se couvre d'un excès d'électricité vitrée qu'on peut lui enlever par un seul contact, en le touchant avec un corps conducteur communiquant au sol. Cette disposition a même l'avantage que lorsqu'on cesse de tourner le plateau ou le cylindre de verre, on peut supprimer la communication entre les conducteurs secondaires et le premier conducteur; car, par ce moyen, on prévient l'écoulement de l'électricité accumulée qui s'échapperait rapidement par les pointes du premier conducteur, quand celle du plateau qui ne serait plus renouvelée cesserait de la refouler par sa répulsion.

Il est clair que ces changemens de communication ne doivent pas se faire par le contact direct d'un observateur communiquant au sol, mais par l'intermédiaire de tiges métalliques attachées à des manches isolans que l'on tient à la main. Quand il ne s'agit que d'une communication momentanée, on donne ordinairement à ces tiges la forme de deux arcs circulaires AC,

A′C, fig. 24, tournant à charnière autour d'un centre commun C, et munies chacune d'un manche isolant M, qui est ordinairement une tige de verre enduite de gomme-laque. On prend une de ces tiges avec la main droite, l'autre avec la main gauche; puis ouvrant ou fermant l'angle qu'elles forment, on peut à volonté augmenter ou diminuer la distance A A′ des deux extrémités de l'arc, et la proportionner à l'intervalle des conducteurs que l'on veut faire communiquer. Cet instrument s'appelle un *excitateur*, parce qu'en effet il sert à exciter des étincelles d'un conducteur sur un autre. On emploie aussi, comme moyen de communication, des chaines et des cordons métalliques qu'on laisse pendre d'un conducteur sur un autre, et qu'on enlève aisément avec des tubes de verre, quand on veut détruire la communication.

Examinons maintenant la forme qu'il convient de donner aux conducteurs secondaires. Il est évident d'abord qu'il faudra éviter les formes anguleuses et pointues qui occasionent en quelques endroits une accumulation d'électricité assez forte pour surmonter la résistance de l'air; mais ce cas excepté, toutes les formes arrondies seront, sous ce rapport, à peu près indifférentes. En effet, une fois que l'électricité ne se perd que par le contact lent et successif des molécules d'air, la vitesse de sa déperdition sur chaque élément superficiel d'un corps conducteur est proportionnelle à la quantité de fluide qui s'y trouve accumulée, c'est-à-dire à l'épaisseur e de la couche électrique multipliée par l'étendue superficielle ds, sur laquelle l'épaisseur e peut être censée partout constante. Ainsi, dans un temps très-court θ, la perte éprouvée par chaque élément superficiel pourra être représentée par $\alpha\theta e ds$, α étant une constante dépendante de l'état de l'air. La perte totale dans le temps θ, sur toute l'étendue de la surface, sera la somme de toutes ces pertes partielles que je représenterai par $S\alpha\theta e ds$ ou simplement $\alpha\theta S e ds$, parce que α et θ sont les mêmes pour tous les points de la surface. Or, l'on nomme E la quantité totale d'électricité qui se trouve répandue au même instant sur cette surface, on aura aussi

$$E = S e ds.$$

De sorte que la vitesse de la déperdition sera proportionnelle

à E : elle sera donc constante quand la quantité d'électricité répandue sur les conducteurs sera la même, quelle que soit d'ailleurs la forme de leur surface, pourvu que l'électricité puisse y être retenue par la résistance de l'air.

Mais la distance explosive à laquelle ces divers conducteurs lanceront des étincelles pourra être fort inégale; car la facilité de l'explosion dépend de la pression que l'électricité exerce sur l'air environnant. Nous avons vu que cette pression est proportionnelle au carré de l'épaisseur e de la couche électrique. Ainsi lorsqu'on voudra, comme c'est le cas ordinaire, obtenir de fortes étincelles qui s'élancent à de grandes distances sur les corps environnans, il faudra donner aux conducteurs secondaires des formes telles qu'étant mis en communication avec le premier conducteur, ils se couvrent d'une couche électrique dont l'épaisseur e soit la plus grande possible, comparativement à celle de ce conducteur; et la théorie, d'accord avec l'expérience, montre que les cylindres d'une grande longueur et d'un petit diamètre sont particulièrement propres à remplir cette condition.

Pour prouver cette vérité, prenons d'abord un cylindre isolé dont le rayon soit r, et dont les extrémités se terminent en demi-sphères. Faisons-le toucher perpendiculairement à un globe électrisé d'un rayon R; et mesurons l'électricité de ce globe avant et après le contact, au moyen du plan d'épreuve; nous saurons ainsi dans quelle proportion elle se partage entre lui et le cylindre. Supposons que ce dernier en prenne une quantité E′, et laisse au globe la quantité E. Lorsqu'ils seront séparés, cette quantité s'étendra sur la surface du globe en une couche d'une épaisseur constante. Alors le facteur e devenant commun à tous les élémens superficiels, la somme $\mathrm{S}e\,ds$ se réduit à es; c'est-à-dire, au produit de l'épaisseur de la couche par l'étendue totale de la surface; on aura ainsi pour le globe

$$\mathrm{E} = e\,s.$$

Pour le cylindre, l'épaisseur de la couche sera variable; et si on la représente par e', pour un point quelconque, on aura comme tout-à-l'heure $\mathrm{E}' = \mathrm{S}\,e'\,ds'$,

ds' étant l'élément superficiel auquel appartient chaque e'.

Mais l'expérience nous a appris que cette variabilité ne commence à être sensible qu'à une très-petite distance des extrémités du cylindre où l'épaisseur devient à peu près double de ce qu'elle est au milieu. En conséquence, si le cylindre a beaucoup de longueur comparativement à son diamètre, la portion variable ne formera qu'une très-petite partie de toute l'électricité accumulée sur la surface entière. On ne commettra donc qu'une légère erreur sur cette somme, en la calculant avec une épaisseur e' partout constante, ce qui donne encore

$$E' = e' s'.$$

Alors si E' est donnée, ainsi que la surface s' du cylindre, e' sera l'épaisseur *moyenne* de la couche.

Divisant cette équation membre à membre par celle qui convient au globe, on en tire $\frac{e'}{e} = \frac{E's}{Es'}$,

On connaîtra ainsi le rapport des épaisseurs de la couche électrique sur ces deux surfaces. Or l'expérience prouve que ce rapport reste constant pour les mêmes corps, quelle que soit la quantité primitive d'électricité communiquée au globe avant le contact du cylindre. Par conséquent, si l'on répète l'expérience en présentant successivement au même globe plusieurs cylindres de même longueur, mais de différens diamètres, les valeurs de $\frac{e'}{e}$ exprimeront les proportions d'épaisseur de la couche électrique sur ces différens cylindres, en les supposant en contact avec autant de globes égaux et actuellement chargés de la même quantité d'électricité, ce qui nous mettra à même de mesurer l'influence de leurs grosseurs.

J'appliquerai cette formule à l'expérience suivante, tirée des Mémoires de Coulomb.

Ayant électrisé un globe isolé de 8 pouces de diamètre, on l'a fait toucher par une boule de 9 lignes de diamètre, isolée et soutenue par un fil de gomme-laque. On a retiré cette boule et on l'a portée dans la balance de torsion ; l'aiguille a été chassée à une certaine distance, et ramenée à 28° par le mouvement du micromètre. Alors la force de torsion totale s'est trouvée de 154°.

L'on a fait tout de suite toucher le même globe de 8 pouces par un cylindre de 2 pouces de diamètre et de 30 pouces de longueur; et, en retirant le cylindre, on a fait toucher de nouveau le globe par la petite boule de 9 lignes de diamètre que l'on a introduite dans la balance. Alors pour maintenir l'aiguille à la même distance que la première fois, il n'a plus fallu qu'une force de torsion de 68°.

Puisque l'aiguille a été ramenée à la même distance, avant et après le contact du cylindre, les torsions observées dans ces deux circonstances sont proportionnelles aux quantités d'électricité dont le globe était alors chargé; quantités qui, dans notre calcul, sont représentées par $E+E'$ et E. Mais, d'après les expériences faites ce même jour sur la diminution de l'électricité par le contact de l'air, il se trouvait qu'elle devait s'affaiblir de $\frac{1}{40}$ dans l'intervalle des deux contacts de la boule d'épreuve. Par conséquent, pour les ramener à une même époque, il faut diminuer la première torsion observée suivant la même proportion, ce qui la réduit à $154° - \frac{1}{40}154°$ ou 150°; cette correction faite, on aura

$$\frac{E+E'}{E} = \frac{150}{68}, \quad \text{ce qui donne} \quad \frac{E'}{E} = \frac{82}{68}.$$

Maintenant en nommant π le rapport de la circonférence au diamètre, et désignant par r le rayon du globe, sa surface sera

$$s = 4\pi r^2.$$

Si l'on désigne de même par r' le rayon du cylindre, sa surface se composera 1° des deux demi-sphères qui le terminent, dont la somme formera une surface entière de sphère égale à $4\pi r'^2$; 2° de la partie rectiligne dont le contour est $2\pi r'$, et la longueur $l'-2r'$, en nommant l' la longueur totale du cylindre; ce qui donne une surface égale à $2\pi r'(l'-2r')$; on aura donc en tout

$s' = 4\pi r'^2 + 2\pi r'(l'-2r')$, ou simplement $s' = 2\pi r' l'$;

c'est-à-dire qu'elle est la même que si elle était entièrement cylindrique, et qu'on ne comptât point ses bases. D'après cela, on aura

$$\frac{s}{s'} = \frac{2r^2}{r'l'};$$

dans notre exemple

$$r = 4^{po} \qquad r' = 1^{po} \qquad l' = 30^{po}; \quad \text{ainsi} \quad \frac{s}{s'} = \frac{32}{30}.$$

Substituant donc ce rapport dans notre formule, nous aurons

$$\text{enfin} \qquad \frac{e'}{e} = \frac{82}{68} \cdot \frac{32}{30} = 1{,}29.$$

Par une moyenne entre un grand nombre d'expériences, Coulomb a trouvé 1,30, et cette valeur doit par conséquent être préférée. Il en résulte aussi la confirmation de ce que nous avons annoncé sur la constance du rapport $\frac{e'}{e}$, quelle que soit la quantité primitive d'électricité communiquée au globe; car on ne prenait aucun soin pour que cette quantité fût la même dans les diverses observations.

Coulomb a mis encore en contact, avec le même globe, plusieurs autres cylindres de 30 pouces de longueur, mais de diamètres différens, et voici le tableau de ses résultats :

Rayon du globe en lignes r.	Rayon des cylindres en lignes r'.	Valeur de $\frac{e'}{e}$.
48	48	0,60
	24	0,85
	12	1,30
	6	2,00
	1	9,00

L'épaisseur de la couche électrique augmente donc à mesure que le cylindre est plus mince, et son accroissement devient très-rapide dans les petits diamètres. Alors Coulomb a trouvé qu'elle était représentée assez exactement par la formule

$$e' = m \frac{e\,r}{r'},$$

m étant un coefficient qu'il faut tirer de l'expérience. Pour cela, il s'est servi de la dernière observation dans laquelle on a

$$r = 48 \qquad r' = 1 \qquad e' = 9e;$$

ce qui lui a donné $m = \frac{9}{48} = 0{,}1875$;

on aura donc $e' = 0{,}1875 \cdot \frac{er}{r'}$,

pourvu que r' soit très-petit par rapport à r. Mais on embrassera aussi les autres cas, si l'on suppose

$$e' = 0{,}18784 \cdot \frac{er}{r'^{\frac{7}{10}}}.$$

Car si l'on calcule les résultats de cette formule pour les différens rayons rapportés dans la table, on verra qu'elle s'écarte très-peu des observations. Comme le coefficient m a été déterminé en prenant la ligne pour unité de longueur, il faudra être fidèle à ce choix dans toutes les applications.

Mais cette loi serait-elle encore la même pour des cylindres d'une autre longueur? Pour le savoir, Coulomb a appliqué successivement au même globe de 8 pouces divers cylindres d'égal diamètre entre eux, mais de longueur inégale, et il a trouvé que, lorsque cette longueur surpassait 10 pouces, le rapport $\frac{e'}{e}$ devenait sensiblement constant, et tel que le donne le tableau précédent pour les cylindres de 30 pouces de longueur. Ce résultat pouvait même se soupçonner par la théorie. En effet, lorsqu'un cylindre est en contact avec un globe par son extrémité, et qu'ils sont l'un et l'autre parvenus à un état permanent, il faut que les répulsions exercées par l'électricité du globe et celle du cylindre sur le point de contact soient égales entre elles; autrement l'électricité passerait d'une des surfaces à l'autre, et l'équilibre serait troublé. Or, pour les particules électriques répandues sur la surface du cylindre, cette répulsion décroit comme le carré de leur distance au point de contact; par conséquent celles qui sont les plus éloignées de ce point ont moins d'influence sur l'équilibre. Dès que leur

distance est assez grande pour que cette influence soit insensible dans les observations, l'existence ou la non existence du reste du cylindre ne doit rien changer au rapport $\frac{e'}{e}$.

Mais aussi l'on voit, par ce raisonnement, qu'il en doit être tout autrement dans les petites longueurs où l'action des parties plus éloignées du point de contact exercerait encore une influence sensible sur l'équilibre; et c'est aussi ce que l'expérience confirme. Car on a vu tout-à-l'heure qu'un cylindre de 30 pouces de longueur et de deux lignes de diamètre, mis en contact avec un globe de 8 pouces, se couvre d'une couche électrique dont l'épaisseur moyenne est à celle du globe comme 9 à 1; mais ce rapport n'est plus que de 2 à 1, quand le cylindre, toujours de même diamètre, n'a plus que cinq ou six lignes de longueur.

En appliquant les résultats de cette discussion au choix des conducteurs secondaires, on voit que, pour qu'ils se couvrent d'une couche électrique épaisse, et qu'ils aient par conséquent une force explosive considérable, il faut leur donner la forme de cylindres longs et minces, comme je l'ai annoncé plus haut. L'observation seule avait indiqué cette forme à Volta bien avant la théorie. Ce grand physicien emploie pour conducteurs secondaires un système de douze cylindres de six lignes de diamètre et de huit pieds de longueur communiquant ensemble, mais assez éloignés les uns des autres pour qu'ils ne se nuisent point par leur influence mutuelle. Ce système, qui contient douze pieds carrés de surface, lance de très-grandes étincelles, et produit, sur les organes, des sensations extrêmement énergiques.

La grande épaisseur de la couche électrique dont se couvrent les cylindres d'un petit diamètre mis en contact avec un globe, fait nettement concevoir pourquoi un corps conducteur, armé d'une pointe, perd rapidement la plus grande partie de son électricité. En effet, en étudiant la distribution de l'électricité dans un cylindre isolé terminé par deux demi-sphères, où elle se mettait librement en équilibre, nous avons trouvé que l'épaisseur de la couche électrique aux extrémités était à celle du

milieu comme 2,30 à 1. L'expérience et le raisonnement s'accordent à faire voir que ce rapport doit être encore plus grand, quand un des bouts du cylindre touche à un corps conducteur électrisé, puisqu'alors les particules électriques situées à l'extrémité libre sont repoussées non-seulement par l'électricité du cylindre, mais par celle du corps conducteur. Or, dans un des exemples précédens où nous avons fait toucher le globe de quatre pouces de rayon par un cylindre dont le rayon n'était que d'une ligne, l'épaisseur moyenne de la couche électrique sur le cylindre s'est trouvée égale à neuf fois celle du globe. Ainsi l'épaisseur à l'extrémité libre était alors à celle du globe comme 9 . 2,30, ou 20,7 est à l'unité; et les pressions sur l'air extérieur, toujours proportionnelles au carré des épaisseurs, étaient entre elles comme les carrés de ces nombres, c'est-à-dire comme 428 à 1. Concevons maintenant qu'une pression si considérablement accrue aux extrémités du cylindre devienne assez forte pour vaincre la résistance de l'air, l'électricité s'échappera en cet endroit avec d'autant plus de rapidité que le globe sera plus chargé; et lorsque la pression à l'extrémité du cylindre sera assez affaiblie pour que cet écoulement s'arrête, elle sera 428 fois moindre sur le globe, qui se trouvera ainsi dépouillé de presque toute son électricité. Nous nous sommes bornés à prendre pour exemple un cylindre d'une ligne de rayon; mais d'après les expériences rapportées plus haut, l'écoulement de l'électricité deviendra encore bien plus facile pour des cylindres plus minces, et le terme où il s'arrêtera laissera encore au globe beaucoup moins d'électricité.

Ceci n'est applicable qu'aux cylindres d'une certaine longueur; car pour ceux qui sont très-courts, les expériences rapportées plus haut nous ont appris que l'accroissement d'épaisseur de la couche électrique à leur extrémité libre est beaucoup moindre; et par conséquent il en sera de même de la pression qui s'établira à cette extrémité. Aussi observe-t-on que des pointes très-courtes, appliquées sur la surface d'un conducteur électrisé, ne produisent plus cette déperdition rapide et presque totale que l'on observe avec des pointes lon-

gues ; et c'est le cas des petites aspérités naturelles qui se trouvent à la surface de tous les corps.

Il est facile de vérifier ces résultats en armant d'une pointe aiguë le premier conducteur de la machine électrique ; car si cette pointe est assez longue, quoiqu'on tourne la machine, le conducteur ne se chargera pas d'une manière sensible, et l'on n'en pourra tirer aucune étincelle. La même chose arrivera si un observateur, communiquant au sol, présente une pointe à ce conducteur. Car alors l'électricité dont il est chargé, agissant par influence sur les électricités combinées de la pointe et du sol auquel elle communique, repousse l'électricité de même nom et attire l'électricité du nom contraire ; celle-ci, acquérant une grande intensité à l'extrémité de la pointe, surmonte la résistance de l'air, s'échappe et va neutraliser directement celle du conducteur ; c'est précisément ainsi que les pointes du premier conducteur agissent sur le plateau ou le cylindre de verre vers lequel elles sont dirigées.

Après avoir déterminé les formes les plus convenables pour toutes les parties d'une machine électrique, il ne me reste qu'à dire un mot de l'isolement. On conçoit que celui du premier conducteur et des conducteurs secondaires doit être le plus parfait possible, afin qu'ils conservent long-temps l'électricité qu'on leur communique. Pour cela, il faut autant qu'il est possible que les supports soient longs et minces. Ceux du premier conducteur sont ordinairement des colonnes de verre. Il faut qu'elles soient vernies en gomme-laque, parce que cette substance isole beaucoup mieux que le verre, et se charge moins d'humidité. Les conducteurs secondaires se suspendent avec des cordons de soie au plafond ; il ne serait pas inutile que la partie supérieure de ces cordons fût terminée par un cylindre de gomme-laque. Du reste, on n'a qu'à appliquer ici les principes exposés dans le chapitre III.

Jusqu'ici nous avons supposé que les frottoirs communiquaient au sol, et que les conducteurs étaient isolés. Alors l'électricité acquise par les conducteurs est vitrée ; mais on peut aussi leur donner l'électricité résineuse. Pour cela, il faut

rendre les branches du premier conducteur mobiles autour de son axe. Veut-on changer la nature de l'électricité? on les tourne, et on les fait toucher aux frottoirs, figure 25. En même temps on supprime la communication entre les frottoirs et le sol. Alors l'électricité vitrée acquise par le plateau ne lui est plus fournie que par les frottoirs mêmes, et par le système de conducteurs auquel ils communiquent; de sorte que ceux-ci perdant cette portion de leurs électricités combinées, se trouvent chargés d'un excès d'électricité résineuse. Dans cette expérience, il faut ôter les pointes dont les branches du premier conducteur sont armées, ou bien il faut qu'elles soient disposées de manière à se trouver alors en contact avec les frottoirs; car, sans cela, elles détermineraient l'écoulement de l'électricité des conducteurs à mesure qu'elle se développerait. En outre, pour favoriser la communication des conducteurs aux coussins dans cette circonstance, on garnit le fond de ceux-ci d'une plaque métallique; mais les supports qui les soutiennent, et qui s'attachent ordinairement à l'axe de la machine, doivent être faits avec des substances isolantes, et disposés de manière à produire l'isolement le plus parfait. Enfin, on doit pour ce cas pouvoir amener devant le plateau de verre deux branches métalliques garnies de pointes, et communiquant au sol afin de neutraliser toute l'électricité vitrée dont sa surface est couverte, quand il sort du contact des frottoirs; car s'il gardait cette électricité, il ne s'en développerait plus de nouvelle lorsqu'il passerait une seconde fois entre les coussins.

CHAPITRE VIII.

Des Électroscopes.

Les *Électroscopes* sont, comme leur nom l'indique, des instrumens destinés à découvrir les plus petites quantités d'électricité. Nous avons déjà parlé, page 232, de celui de Coulomb, qui est une véritable balance électrique dont la suspension est formée par un fil de soie, tel qu'il sort du cocon. Tous les autres électroscopes sont fondés de même sur le principe général de la répulsion qui s'exerce entre des corps chargés d'électricités pareilles, et leur sensibilité plus ou moins grande dépend de la ténuité et de la liberté des corps que l'on emploie pour manifester cette répulsion. Ce sont ordinairement deux longs brins de paille, ou deux minces lames d'or battu, LL', fig. 26, suspendues parallèlement, et très-près l'une de l'autre, par de petits fils de métal dont l'extrémité supérieure, recourbée en boucle, s'accroche à deux anneaux *a a'*, pratiqués dans une tige commune, pareillement métallique. Cette suspension conservant une extrême mobilité, le moindre degré d'électricité communiqué à la tige T passe aux fils de métal, et de là aux pailles et aux lames, qui la manifestent aussitôt en s'écartant l'une de l'autre. Pour éviter les mouvemens de l'air et les accidens qui pourraient briser les pailles, on enferme tout l'appareil dans un flacon de verre carré, fig. 27, dont on vernit le col à la gomme-laque, afin que l'isolement soit plus parfait. Le sommet de la tige seul sort du flacon, et on la tourne de manière que l'écartement des pailles se fasse parallèlement à une des faces sur laquelle on trace une petite division circulaire pour mesurer l'amplitude de l'écartement. Il est évident qu'une plus grande ou une moindre amplitude indiquera un degré d'électricité plus ou moins faible ; mais comme l'action de la pesanteur pour ramener les pailles à la verticale aug-

mente à mesure qu'elles deviennent plus obliques, on concevra facilement que la force répulsive qui les soutient n'est pas simplement proportionnelle à leur écart, et suit d'autres lois plus composées, dépendantes du poids des pailles et de leur figure ; de sorte que les parties de la division supposées égales entre elles, ne représentent jamais des degrés égaux d'électricité. Ainsi, lorsqu'il s'agira de mesurer ces degrés, il faudra recourir à la balance de Coulomb ou à son électroscope, qui, seul, réunit le double avantage d'indiquer les plus petites forces électriques, et de les mesurer tout à la fois.

On peut communiquer à toutes les espèces d'électroscopes l'électricité vitrée ou résineuse, en touchant le bouton extérieur de leur tige avec un conducteur isolé chargé de cette nature d'électricité. Mais on y parvient également par un autre moyen qu'il est très-utile de connaître, parce que, pour le mettre en pratique, il suffit d'avoir un tube de verre ou de cire d'Espagne, ou tout autre corps qui, frotté avec quelque étoffe, développe une espèce d'électricité connue.

Supposons, par exemple, que l'on se serve d'un bâton de cire d'Espagne, et que l'on opère sur l'électroscope de Coulomb, représenté fig. 28. Le cercle de clinquant étant en contact avec la boule fixe, on frotte le bâton de cire d'Espagne avec une peau de chat, et on le présente de loin au bouton extérieur B de la tige métallique, aussitôt l'aiguille est chassée. La répulsion subsiste aussi long-temps que le bâton est tenu en présence. Si on l'approche davantage du bouton, l'aiguille est repoussée plus loin ; si on l'éloigne, elle se rapproche de la boule fixe ; si on l'ôte tout-à-fait, elle revient toucher cette boule, et reste en contact avec elle à son point de repos.

Tous ces phénomènes sont des résultats de l'influence à distance. L'électricité du bâton de cire d'Espagne est résineuse. Elle décompose les électricités combinées de la tige et de la boule fixe, attire la vitrée dans le bouton extérieur, et repousse la résineuse dans la boule fixe, et dans le cercle de clinquant qui la touche. Celui-ci s'éloigne donc de la boule, comme étant électrisé de la même manière. Approche-t-on le bâton davantage, la décomposition des électricités combinées augmente ;

l'électricité résineuse de la boule fixe devient plus forte, le clinquant est donc repoussé plus loin. Le contraire arrive, si l'on éloigne le bâton de cire d'Espagne. L'enlève-t-on tout-à-fait, alors la tige et la boule fixe sont abandonnées à leurs propres forces, et leurs électricités décomposées se recomposent. Mais elles ne peuvent plus se neutraliser complètement, et l'électricité résineuse est trop faible de tout ce que le clinquant a emporté. La tige et la boule fixe demeurent donc chargées d'un petit excès d'électricité vitrée, correspondant à l'électricité résineuse du clinquant. Alors il doit y avoir attraction, et c'est seulement à l'époque du contact que la saturation s'achève.

Ceci bien entendu, rien n'est plus facile que de communiquer au clinquant et à la boule fixe un état d'électricité vitrée permanent.

Pour cela, touchez le bouton extérieur de la tige avec le doigt, et présentez à distance le bâton de cire d'Espagne ; puis retirez le doigt *d'abord*, et ensuite le bâton. Pendant le contact, l'influence du bâton de cire d'Espagne décompose une portion des électricités naturelles du doigt et de la tige. Cette influence chasse l'électricité résineuse dans le sol par la route libre que le doigt lui présente, et elle retient la vitrée, qu'elle attire dans la partie la plus voisine du tube ; de sorte que, si la tige est assez longue, le clinquant placé à l'autre bout ne part point. Quand vous retirez votre doigt, cette électricité vitrée ne peut plus s'échapper, et lorsque vous enlevez ensuite le bâton, elle se trouve rester en excès sur la surface de la tige et de la boule fixe ; alors le clinquant part. On conçoit qu'il est essentiel de retirer le doigt avant le bâton de cire ; car si l'on enlevait celui-ci d'abord, l'excès d'électricité vitrée s'enfuirait dans le sol, ou, ce qui revient au même, elle se neutraliserait aux dépens du sol, et tout rentrerait dans l'état naturel.

Voulez-vous avoir la preuve que cette électricité excédante est réellement vitrée ? observez le mouvement du clinquant. Comme, d'après les dispositions que nous avons supposées, il n'est parti qu'au moment où l'on a retiré le bâton de cire d'Espagne, il a la même électricité que la boule fixe.

Approchez de nouveau la cire d'Espagne du bouton extérieur, plus que vous ne l'aviez fait dans la première expérience, elle y fera revenir l'électricité vitrée, et produisant de plus une décomposition d'électricités naturelles, elle repoussera la résineuse dans la boule fixe; aussitôt vous verrez le clinquant revenir vers cette boule, et si vous ne vous hâtez d'éloigner la cire d'Espagne, il arrivera jusqu'au contact. Ce rapprochement, sous l'influence de la cire d'Espagne, est le signe auquel on reconnaît tous les cas où le clinquant et la boule fixe sont l'un et l'autre chargés d'électricité vitrée. En opérant de même avec un tube de verre frotté par une peau de chat ou une étoffe de laine, vous communiquerez au clinquant et à la boule fixe l'électricité résineuse.

Mais on peut aussi produire le même effet avec la cire d'Espagne. Pour cela, ayez un petit tube de verre, à l'extrémité duquel vous attacherez avec de la cire molle un fil de métal de deux ou trois décimètres de longueur. Touchez le bouton extérieur de l'électroscope avec le fil isolé, en le plaçant de manière qu'il devienne, pour ainsi dire, le prolongement de la tige, fig. 29. Présentez alors, à quelque distance, le bâton de cire d'Espagne, retirez le fil auxiliaire, et ensuite le bâton : la tige et la boule fixe se trouveront chargées d'un excès d'électricité résineuse. Car, par la disposition de l'expérience, l'électricité vitrée qui s'est décomposée dans le système, a été presque toute attirée dans le fil auxiliaire, qui était le plus voisin de la cire d'Espagne. Aussi ce fil, quand on l'enlève, possède un excès d'électricité vitrée; d'où il suit que, par compensation, la tige et la boule fixe de l'électroscope, qui communiquaient avec lui, possèdent un excès d'électricité résineuse.

C'est en effet ce que l'on peut aisément vérifier d'après les mouvemens du clinquant. Car ici, quand on a enlevé le bâton de cire d'Espagne, il ne revient pas de lui-même vers la boule fixe, comme dans l'expérience précédente; au contraire, il en demeure éloigné, malgré la force de la torsion qui tendrait à l'y faire revenir, et il s'éloignera encore davantage, si vous présentez de loin le bâton de cire d'Espagne au bouton extérieur de l'électroscope, parce que l'influence de la cire augmente la

quantité d'électricité résineuse accumulée dans la boule fixe. Cet écartement, sous l'influence de la cire d'Espagne, est le signe auquel on reconnait tous les cas où le clinquant et la boule fixe sont chargés l'un et l'autre d'électricité résineuse. En opérant de même avec un tube de verre frotté par une étoffe de laine, on communiquerait à l'électroscope l'électricité vitrée.

On doit maintenant concevoir pourquoi il convient de donner au fil auxiliaire une longueur d'un ou deux décimètres; c'est pour faciliter dans cette longueur la séparation des électricités combinées, et enlever l'une ou l'autre plus aisément; par la même raison, il est utile de donner une longueur à peu près pareille à la tige de l'électroscope.

Les moyens que je viens d'expliquer pour communiquer à volonté l'électricité vitrée ou l'électricité résineuse, sont applicables à toutes les espèces d'électroscopes. Tout ce que nous avons dit pour le clinquant et la boule fixe, peut se dire des pailles ou des lames que la force répulsive écarte : c'est de même par influence qu'on y développe l'une ou l'autre électricité; et si elles sont déjà chargées, c'est aux mêmes signes qu'on reconnait la nature de l'électricité qui produit la divergence. Mais cette épreuve y demande une précaution de plus que dans l'électroscope de Coulomb : c'est de n'approcher le corps électrisé que lentement et de loin d'abord, comme si l'on voulait en quelque sorte pressentir la nature de l'électricité. Car si les pailles ou les lames divergent, par exemple, par une électricité vitrée, et qu'on approche de la tige de l'électroscope un bâton de cire d'Espagne, outre l'action de cette cire pour attirer à elle l'excès d'électricité vitrée répandu sur la tige et les pailles, il s'opérera encore une décomposition d'électricités combinées; et l'électricité de même nom que celle de la cire d'Espagne, c'est-à-dire la résineuse, sera refoulée dans les pailles. S'il arrive qu'elle soit plus que suffisante pour saturer le peu d'électricité vitrée qui leur reste encore, elles divergeront de nouveau, mais résineusement, et l'alternative des deux répulsions pourra être quelquefois si rapide, qu'on n'apercevra pas le passage de l'une à l'autre.

Alors on croira que la divergence primitive était due à une électricité résineuse ; ce qui serait une erreur. Cela n'arrivera pas, si l'on approche lentement le bâton de cire d'Espagne, et l'on aura le temps d'observer d'abord l'affaiblissement de la première répulsion.

De tous les électroscopes très-sensibles, celui de Coulomb est le plus aisé à construire. On peut se procurer partout un bocal cylindrique de verre, de deux ou trois décimètres de hauteur, et d'autant à peu près de largeur. On lui fait un couvercle avec un carreau de verre que l'on taille à peu près dans ces mêmes dimensions, et au centre duquel on fait au diamant une ouverture ronde ou carrée, pour y placer la cheville qui porte le fil de suspension et la petite division circulaire qui représente le micromètre de la balance de torsion. Nos artistes construisent ordinairement cette pièce en ivoire, mais on peut tout aussi bien la faire en bois sec, car l'isolement résulte de la suspension par le fil de soie et la gomme-laque. Quand elle est placée, on colle extérieurement sur sa surface un cercle de papier où l'on trace des divisions de dix en dix degrés. Cela suffit pour régler la marche de la cheville qui porte le fil. Il ne reste plus qu'à disposer l'intérieur de l'appareil. D'abord il faut un poids pour tendre le fil de suspension ; une épingle remplit cet office. On commence par envelopper sa pointe d'un petit bourrelet de gomme-laque C, fig. 30, et l'on y adapte un petit fil de gomme-laque CF, que l'on dirige dans le prolongement de l'épingle, afin qu'il serve d'attache au bout inférieur du fil de soie ; tout cela se fait en chauffant à la flamme d'une bougie, la pointe de l'épingle et l'extrémité d'un petit bâton de gomme-laque. On tire de même en gomme-laque une petite aiguille CL, de la grosseur d'un crin ; on chauffe l'un de ses bouts, et l'on y soude le petit cercle de clinquant L ; puis, faisant fondre l'autre bout, on le plante en C sur le bourrelet de gomme-laque, de manière qu'il soit perpendiculaire à l'épingle CA, et que la direction de cette épingle se trouve comprise dans le même plan que le cercle de clinquant ; et comme il faut un contre-poids à la petite masse CL, on soude

de même de l'autre côté du bourrelet C un autre fil de gomme-laque, portant à son extrémité une petite goutte P, qui sert à balancer le clinquant et l'excès de longueur de l'aiguille CL. Enfin on fait fondre l'extrémité F du fil CF, et lorsqu'elle entre en fusion, on la porte sur un des bouts du fil de soie SF qui s'y colle et y adhère; puis, tandis qu'elle est encore chaude, on a soin de tirer ce fil, et d'y laisser pendre tout l'appareil, afin qu'il se dirige bien verticalement. Il ne reste plus qu'à déterminer la longueur totale que l'on veut donner à la suspension, selon la grandeur du bocal que l'on emploie. Alors on colle en cet endroit du fil, de la même manière, un autre bourrelet de gomme-laque M; puis, lorsqu'il y est bien adhérent, on l'échauffe par l'autre bout, et on l'attache à la cheville du micromètre. Alors toute la suspension est terminée. Il ne reste plus qu'à placer la boule fixe et sa tige. On emploie, pour cette dernière, un fil de métal recuit que l'on introduit par une ouverture latérale, ou par un trou fait dans le couvercle; et pour qu'il soit mieux assujetti et mieux isolé, on le fait passer dans un tube de verre, où on le cimente avec de la gomme-laque. L'extrémité de ce fil doit rester extérieure, et recourbée en crochet; on enfonce l'autre dans une petite boule de sureau, que l'on dore en la faisant rouler sur une mince feuille d'or battu, après l'avoir légèrement humectée. On descend le fil ou le tube qui le porte, jusqu'à ce que le centre de la boule atteigne le niveau du centre du clinquant, et on l'approche ou on l'éloigne jusqu'à ce que ces deux centres se trouvent à une même distance du fil de suspension. Alors on lute fixement le tube avec de la gomme-laque ou de la cire d'Espagne. On colle autour du bocal une bande de papier divisée en degrés, et l'électroscope se trouve construit avec toute la perfection dont il est susceptible. Je suis entré dans ces détails, parce que tout le monde peut les exécuter, et que, faute d'être prévenu des petites précautions qu'ils exigent, on pourrait perdre bien du temps à d'inutiles essais. Je vais maintenant montrer, par le calcul, quel est le degré de sensibilité de cet électroscope, et je me servirai pour cela des évaluations données par l'auteur lui-

même, lorsqu'il le présenta à l'Académie des sciences, en 1785 ; je les extrais de son manuscrit.

Dans l'électroscope construit par Coulomb, le fil de soie avait quatre pouces de longueur. L'épingle qui le tendait pesait trois grains ; l'aiguille de gomme-laque avait 7 lignes de longueur, et réunie avec le cinquant, elle pesait $\frac{1}{4}$ de grain.

Pour évaluer la force de torsion du fil de cocon de quatre pouces de longueur, lorsque ces poids y étaient appliqués, Coulomb suspendit à un pareil fil une petite plaque circulaire de cuivre pesant 8 $\frac{1}{2}$ grains, et ayant 5 lignes de diamètre. En tordant le fil, et abandonnant la plaque à elle-même, elle fit 4 oscillations en 180″, ce qui donne 45″ pour la durée de chaque oscillation.

Avec ces données, on peut calculer la force qu'il faudrait employer pour tordre un pareil fil d'un arc égal à l'unité de longueur, en agissant sur lui par un bras de levier égal à cette même unité ; car cette force est précisément celle que nous avons désignée par n dans le chapitre sur l'élasticité. D'après ce qu'on a vu alors, si l'on nomme P le poids de la plaque circulaire qui tend le fil, a son rayon, T le temps de ses oscillations, g la gravité, et π le rapport de la circonférence au diamètre, on aura

$$n = \frac{\mathrm{P}\,\pi^2\,a^2}{2\,g\,\mathrm{T}^2}.$$

Lorsque n sera ainsi connu, on pourra aisément calculer la force nécessaire pour tordre le même fil d'un nombre quelconque de degrés exprimé par X°, en agissant sur lui par un levier d'une longueur R ; car cette force aura pour expression

$$\frac{\pi\,n\,\mathrm{X}^\circ}{180\,.\,\mathrm{R}}.$$

Cela posé dans notre exemple, les données sont

$$\mathrm{P} = 8^{\mathrm{gr}},5 \qquad a = 2^{\mathrm{l}},5 \qquad \mathrm{T} = 45''.$$

Puisque les longueurs sont exprimées en lignes, il faut employer la valeur de g exprimée de la même manière, c'est-à-dire

$$g = 4348,2.$$

Alors, en effectuant les calculs indiqués, on trouve

$$n = \frac{16}{33587},$$

c'est-à-dire moins de la trente-trois millième partie d'un grain agissant perpendiculairement par un bras de levier d'une ligne de longueur. Dans l'électroscope, le bras de levier serait le rayon même de l'aiguille, si la répulsion électrique se faisait suivant les arcs; mais comme elle s'opère suivant les cordes, il faut, pour avoir son action perpendiculairement à l'aiguille, la multiplier par $\cos \frac{1}{2} X^\circ$, X° étant, comme tout-à-l'heure, l'écart angulaire du cercle de clinquant exprimé en degrés. Soit donc F cette force; en la réduisant ainsi, elle deviendra $F \cos \frac{1}{2} X^\circ$. De plus, il faudra faire $R = r$, puisqu'elle est appliquée à l'extrémité de l'aiguille. Par conséquent, lorsqu'il y aura équilibre, on devra avoir

$$F \cos \tfrac{1}{2} X^\circ = \frac{\pi n X^\circ}{180 r}, \quad \text{d'où} \quad F = \frac{\pi n X^\circ}{180\, r \cos \frac{1}{2} X^\circ}.$$

Dans l'électroscope de Coulomb, le rayon était de 7^l. Supposons X égal à 90°, la force électrique nécessaire pour tordre le fil de cette quantité sera

$$\frac{3{,}1415 \,.\, 90^\circ\, 1^s}{33587 \,.\, 180^\circ\, 7^l \cos 45^\circ} \quad \text{ou} \quad \frac{1^s}{10583{,}4},$$

c'est-à-dire moins d'un cent millième de grain.

Coulomb voulut comparer la force de torsion des cheveux avec celle du fil de soie tiré du cocon. En conséquence, il suspendit à un cheveu de quatre pouces de longueur la plaque circulaire qui avait servi dans l'expérience précédente. Alors la durée des oscillations ne fut plus que de 1″ 5 au lieu de 45″; elles étaient donc devenues 30 fois plus rapides, et par conséquent la force de torsion du cheveu était 900 fois plus grande que celle du fil de soie d'un seul brin; car lorsque les longueurs des fils sont égales, et que les masses à mouvoir sont les mêmes, les valeurs de n, et par conséquent les forces de torsions qu'elles représentent sont réciproques à T^2, c'est-à-dire aux carrés des temps des oscillations.

Coulomb suspendit encore la même plaque de cuivre à un poil de chèvre d'angora de quatre pouces de longueur, et il trouva par la même méthode que la force de torsion de ce poil

était seulement trente-neuf fois plus grande que celle du fil de soie. Il trouva aussi qu'elle était plus régulière et plus soutenue; car en tordant un fil de soie de cette longueur de plus de six cercles, le centre de réaction se déplace considérablement, et le même effet se produit à des degrés plus faibles par des torsions beaucoup moindres, lorsqu'elles sont long-temps prolongées. Il parait, d'après les remarques de Coulomb, que le poil de chèvre d'angora offre plus de consistance, et par conséquent il doit être préféré pour les électroscopes, quand on peut s'en procurer.

Pour électriser l'électroscope, et lui communiquer à volonté une électricité vitrée ou résineuse, Coulomb employait les moyens que nous avons indiqués plus haut d'après lui. Ordinairement, il présentait le bâton de cire d'Espagne à une distance telle que le clinquant fût définitivement chassé environ à 90°. Il suffisait souvent pour cela de le présenter à deux ou trois pieds de distance; alors, s'il voulait essayer l'électricité de quelque autre corps frotté, il le présentait au bouton extérieur de l'électroscope, en le tenant isolé. L'électricité de ce corps agissant sur celle de la tige et de la boule fixe, augmentait ou diminuait son action sur le clinquant; et celui-ci s'éloignant davantage de la boule, ou s'en rapprochant, indiquait la nature de cette électricité.

Par exemple, l'électroscope est chargé d'électricité vitrée; on présente au bouton extérieur un autre corps électrisé. Le clinquant se rapproche de la boule fixe; l'électricité vitrée de cette boule a donc été ramenée en partie dans le bouton extérieur de la tige. Ainsi l'électricité du corps qui l'y a attirée était résineuse.

Au contraire, si la répulsion augmente, c'est une preuve qu'une nouvelle quantité d'électricité vitrée s'est portée dans la boule fixe. Ainsi l'électricité du corps qui l'y pousse est de même nature, et par conséquent vitrée.

En faisant ces expériences, il ne faut jamais employer que des électricités très-faibles; car sans cette précaution l'aiguille de gomme-laque qui porte le clinquant, et l'enveloppe de gomme-laque qui isole la tige métallique, s'imprégneraient

sensiblement d'électricité qui, adhérant à cette substance avec beaucoup de force, troublerait ensuite tous les résultats; de sorte qu'il faudrait suspendre les expériences pendant quelques heures pour attendre que cette électricité se fût graduellement dissipée. On n'aura pas cet inconvénient à craindre avec de petites doses d'électricité, parce que la gomme-laque y résiste. Par la même raison, quand on présente extérieurement aux boules de l'électroscope des corps dont on veut essayer l'électricité, il faut qu'ils en soient chargés très-faiblement, ou les présenter de loin, afin d'affaiblir leur action par la distance.

Je joindrai ici plusieurs expériences faites par Coulomb avec cet électroscope; elles peuvent jeter quelque jour sur les causes qui déterminent, dans le frottement des corps, le développement de l'une ou de l'autre électricité. Je les trouve encore dans le même manuscrit dont j'ai tiré les autres détails que j'ai rapportés plus haut.

Une bande de papier dans son état naturel, étant chargée de l'humidité de l'air, ne prend par le frottement qu'un faible degré d'électricité. Mais si on la fait sécher et chauffer, contre quelque corps qu'on la frotte ensuite, elle donnera des signes sensibles d'électricité.

Une bande de papier chauffée, et frottée contre une étoffe de laine blanche, prend toujours une électricité résineuse.

Cette même bande frottée contre du métal prend toujours une électricité résineuse, à moins que le métal n'ait un grand degré de poli. Pour lors, elle donne quelquefois des signes d'électricité vitrée très-faibles.

La bande de papier étant séchée et chauffée, si on la frotte contre une étoffe de soie blanche, elle donne des signes d'électricité résineuse; mais lorsque la chaleur est passée, elle donne le plus souvent des signes d'électricité vitrée très-faibles.

La bande de papier chauffée et frottée contre une étoffe de soie noire, *neuve* et de bon teint, donne toujours des signes d'électricité vitrée.

La bande de papier chauffée et frottée contre une étoffe noire *demi-usée*, prend, lorsqu'elle est encore chaude, une électri-

cité résineuse ; quelques instans après, frottée de nouveau, elle ne donne aucun signe d'électricité ; mais frottée quelques instans encore après, elle donne des signes d'électricité vitrée.

Un ruban de soie blanche, chauffé et frotté contre du métal, donne toujours des signes d'électricité résineuse.

En le laissant refroidir et le frottant de nouveau, si le métal contre lequel on le frotte n'est pas très-poli, il continuera à donner des signes d'électricité résineuse; mais si le métal a un très-grand degré de poli, il donnera des signes d'électricité vitrée très-faibles.

Ainsi, par exemple, notre ruban refroidi, étant frotté contre un papier doré ou argenté qui ait un très-grand poli, acquerra toujours l'électricité vitrée ; mais si le ruban est échauffé, il donnera toujours des signes d'électricité résineuse. Il donnera également toujours des signes d'électricité résineuse, soit qu'il soit chauffé ou non, lorsqu'on le frottera contre l'arête d'un vase, ou contre un corps métallique qui n'aura pas un grand degré de poli, ou même contre un morceau de clinquant ; mais si on le frotte contre une partie du vase qui soit très-polie, pour lors il prendra une électricité vitrée.

Un ruban noir chauffé ou non, mais soyeux et de bon teint, étant frotté contre un métal poli ou dépoli, donne toujours des signes d'électricité résineuse. Lorsque le ruban est peu soyeux, que la teinture est faible, il donne quelquefois des signes d'électricité vitrée dans les mêmes cas que le ruban blanc.

Un ruban de soie blanche chauffé ou non, et frotté contre une étoffe noire et d'un bon teint, donne toujours des signes d'électricité vitrée ; mais si l'étoffe noire contre laquelle on frotte le ruban blanc est usée, et que le ruban blanc soit chauffé, il donnera des signes d'électricité résineuse ; et en se refroidissant, il donnera ensuite des signes d'électricité vitrée.

Une étoffe de soie, agitée dans l'air avec un mouvement rapide, prend toujours une électricité résineuse ; en sorte que le frottement de l'air contre la soie donne à l'air une électricité vitrée.

Un ruban blanc de laine donne à peu près les mêmes phéno-

mènes électriques qu'un ruban de soie et une bande de papier.

Si on le frotte sans le faire chauffer, ou après qu'il est refroidi, contre une surface métallique très-polie, comme le papier doré ou argenté, ou même le côté d'un vase de métal très-poli, il donnera des signes d'électricité vitrée; si l'on fait chauffer le ruban de laine avant de le frotter, il donnera dans tous les cas des signes d'électricité résineuse; il donnera les mêmes signes d'électricité résineuse, si on le frotte sans le faire chauffer contre une surface métallique qui n'aurait pas un très-grand degré de poli.

Un ruban de soie, une bande de papier, un ruban de laine, frottés contre une peau garnie de son poil, telle qu'une queue de renard, ou une peau de chat bien sèche, prennent toujours une électricité résineuse, et dans un plus grand degré que contre toute autre espèce de frottoir. L'on sait que les peaux garnies de leurs poils, frottées du côté du poil sur un corps conducteur, prennent toujours une électricité vitrée.

Toutes les particularités de ces phénomènes semblent pouvoir se ramener à un principe général.

Lorsque les surfaces de deux corps sont frottées ensemble, celle dont les particules intégrantes s'écartent le moins les unes des autres, et font des excursions moindres autour de leurs positions naturelles d'équilibre, paraît, par cela même, plus disposée à prendre l'électricité vitrée; cette tendance augmente si la surface éprouve une compression passagère.

Réciproquement celle des deux surfaces dont les particules se trouvent plus écartées par la rudesse de l'autre ou par toute autre cause quelconque, est, par cela même, plus disposée à prendre l'électricité résineuse. Cette tendance augmente si la surface éprouve une véritable dilatation.

Plus cette opposition de circonstances est forte, plus le développement de l'électricité est énergique sur les deux surfaces. Il s'affaiblit à mesure que leur état devient plus semblable. Une égalité parfaite le rendrait nul, si elle pouvait exister.

Ainsi, lorsqu'une substance animale ou végétale solide et sèche est frottée contre une surface métallique qui a de la

rudesse, elle donne des signes d'électricité résineuse; c'est le cas où ses molécules sont écartées. Lorsqu'elle est frottée contre un métal très-poli qui altère peu sa surface, ou dont l'effet se borne à la comprimer par parties, sans écarter individuellement les particules qui la composent, elle ne donne aucun signe d'électricité, ou elle donne des signes d'électricité vitrée.

La chaleur, dilatant les pores des corps, agit sur leur surface comme ferait un frottoir plus rude. Elle la dispose donc à prendre l'électricité résineuse.

Lorsqu'on frotte les poils d'une peau de chat contre une surface métallique polie ou dépolie, ils ne peuvent que céder à son choc, et se refouler les uns sur les autres; mais ils se compriment ainsi, tout d'une pièce, sans aucune vibration de leurs particules. Ils sont donc disposés d'une manière éminemment favorable pour prendre l'électricité vitrée, comme en effet on voit qu'ils l'acquièrent, puisqu'après le frottement le métal se trouve toujours avoir l'électricité résineuse. Mais employez ces mêmes poils à former le tissu d'une étoffe, ce qui exigera qu'ils soient foulés, comprimés et serrés sur eux-mêmes; alors, si vous les frottez contre une surface métallique dépolie, ils n'en seront pas seulement pressés et comprimés comme auparavant; ils seront au contraire séparés et déchirés par les aspérités de cette surface. Ainsi ils devront prendre l'électricité résineuse, comme en effet on voit aussi qu'ils la prennent, excepté dans le cas où la surface métallique contre laquelle on les frotte a un certain degré de poli.

En général, lorsque l'un des corps frottés est un tissu de fibres animales ou végétales serrées les unes sur les autres, tel qu'un ruban de soie, une étoffe de laine ou un morceau de papier sec, le meilleur frottoir doit être celui sur lequel ces tissus ne peuvent produire qu'une compression générale et passagère. Aussi l'expérience apprend-elle que, dans ce cas, rien n'est préférable à une peau garnie de son poil.

Mais lorsque des substances animales ou végétales, frottées l'une contre l'autre, se dilatent toutes les deux dans le frottement, l'espèce d'électricité que prend chacune d'elles dépend

de l'élargissement plus ou moins considérable que ses pores reçoivent ; et alors les plus légères modifications, dans l'état de l'une ou de l'autre surface, peuvent déterminer des résultats opposés. Par exemple, lorsqu'on frotte une étoffe de soie blanche contre un morceau de papier sec, la soie prend ordinairement l'électricité résineuse. Elle paraît donc alors avoir plus de tendance pour cette espèce d'électricité. Mais si l'on commence par ouvrir les pores du papier en le chauffant, cette préparation le rend plus apte à son tour à prendre l'électricité résineuse, et la soie frottée contre lui devient vitrée. Cette faculté que la chaleur avait exaltée diminue à mesure que le papier se refroidit et que ses pores se resserrent. Il vient un moment où elle est seulement égale à celle de la soie. A cette époque, le frottement de ces deux corps ne produit aucun signe d'électricité sensible. Passé cet instant, la bande de papier continuant à se refroidir, et ses pores à se resserrer, sa tendance à prendre l'électricité résineuse s'affaiblit toujours, tandis que celle de la soie blanche reste la même. Alors cette dernière n'étant plus contre-balancée par l'état de la bande de papier, il arrivera souvent que la soie prendra une électricité résineuse, et donnera par conséquent au papier une électricité vitrée.

Les mêmes considérations peuvent s'appliquer à une étoffe de soie blanche frottée contre une étoffe de soie noire : soit que la teinture noire donne de la rudesse à la surface des étoffes de soie ou de laine, de manière que, dans le frottement, leurs pores se trouvent plus écartés que ceux des étoffes qui ne sont pas teintes ; soit que la réunion des parties colorantes avec la soie augmente, sous le même degré de frottement et de dilatation, la tendance à prendre l'électricité résineuse, il est de fait qu'une étoffe de soie noire *neuve* de forte teinte, étant frottée contre un ruban de soie blanche, prend toujours cette espèce d'électricité. Mais lorsque l'étoffe noire est *usée* et sa couleur affaiblie, si l'on dilate les pores du ruban blanc par la chaleur, il acquiert à son tour, pour l'électricité résineuse, une plus grande tendance que l'étoffe noire, et par conséquent il la rend vitrée. Cette disposition, comme on doit s'y attendre,

s'évanouit avec la cause accidentelle qui la produisait, et le ruban blanc refroidi acquiert de nouveau l'électricité vitrée. La teinture noire produit sur la laine le même effet que sur la soie. Un ruban blanc sec, frotté contre une étoffe de laine blanche, donne toujours des signes d'électricité résineuse; mais contre une étoffe de laine teinte en noir, il donne des signes d'électricité vitrée.

J'ai rapporté ces idées de Coulomb, presque dans ses propres termes. Elles sont intéressantes à connaître, venant d'un si grand physicien. Le principe qui leur sert de base mérite d'être étudié avec une attention particulière, d'autant plus qu'il semble s'appliquer encore à un nouveau genre de phénomènes récemment découvert par M. Libes, et dans lequel l'électricité vitrée est développée par une simple compression. Ce physicien prend un disque de métal qu'il tient isolé par un manche de verre, et il le presse sur du taffetas gommé, soit simple, soit plié en plusieurs doubles. L'enduit dont ce taffetas est couvert est susceptible d'être comprimé par la pression, et c'est ainsi qu'il adhère aux corps dont les aspérités se moulent pour ainsi dire sur sa surface. Il est donc, selon le principe de Coulomb, dans une condition éminemment propre au développement de l'électricité vitrée. Aussi lui trouve-t-on cette espèce d'électricité lorsqu'on enlève le disque, et celui-ci possède l'électricité résineuse. L'effet est d'autant plus marqué, que la pression est plus forte; il cesse, si le taffetas a perdu cette glutinosité qui rend sa surface facilement compressible. Le frottement n'a aucune part à la production de ce phénomène; car si, au lieu de presser le disque sur le taffetas, on le pose légèrement sur la surface, et qu'on l'y promène çà et là pour le frotter, c'est lui qui prend l'électricité vitrée, et le taffetas prend l'électricité résineuse: résultat inverse de celui qu'on obtenait par la pression.

Les instrumens que j'ai décrits dans ce chapitre sous le nom d'électroscopes, ont été souvent désignés par les physiciens sous celui d'*électromètres*. Mais cette dénomination est impropre; car la désinence *μέτρον*, qui signifie mesure, doit être réservée en physique aux instrumens dont les divisions mesurent immé-

diatement les effets auxquels on les applique, c'est-à-dire, sont proportionnels à ces effets. Tel est le thermomètre pour les températures, le baromètre pour les pesanteurs de l'air. Cette proportionnalité est bien loin d'exister dans les électroscopes, dont les indications dépendent à la vérité de l'intensité de la force électrique, mais d'une manière si composée, qu'on ne peut même s'en rendre rigoureusement compte par le calcul. Par conséquent l'on ne doit pas leur donner le nom d'électromètres, qui ne conviendrait qu'à la seule balance électrique, si le nom de cette dernière, qui exprime sa fonction et sa manière d'agir, ne méritait pas d'être préféré.

CHAPITRE IX.

Des Électricités dissimulées.

MAINTENANT que nous nous sommes formé une théorie complète et sûre de l'action de l'électricité, nous comprendrons avec facilité le jeu de quelques instrumens qui la rendent plus énergique et plus durable; soit en attirant dans un seul point toute l'électricité d'un système de conducteurs, par l'influence d'une électricité de nature contraire, soit en employant l'influence permanente d'une même quantité d'électricité, pour déterminer successivement la séparation des électricités combinées de divers conducteurs présentés à distance. Nous n'aurons, pour ainsi dire, qu'à faire la description de ces appareils, leur théorie se présentera d'elle-même.

LE CONDENSATEUR.

Lorsqu'un conducteur A, isolé et dans l'état naturel, est mis en contact avec un système de conducteurs électrisés, ou avec une source permanente d'électricité, il acquiert une charge électrique déterminée; mais si l'on approche de lui un autre corps B, dans l'état naturel et communiquant librement avec le sol, la présence de ce corps le fait se charger beaucoup plus fortement. En effet, l'électricité dont A s'est d'abord couvert, agit sur les électricités combinées de B, à mesure qu'on l'approche; elle refoule l'électricité de même nom dans le sol, et attire celle de nom contraire, qui se fixe sur la surface de B la plus voisine de A. Mais par cette attraction même, l'équilibre est rompu dans le système de conducteurs auquel A communique. Une nouvelle quantité de fluide libre se répand donc sur A, d'où résulte une nouvelle décomposition de fluide B, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le fluide accumulé sur A se

trouve en équilibre entre la répulsion qu'il exerce sur lui-même et l'attraction du fluide de B pour le retenir.

Tous ces phénomènes, que la théorie indique, sont parfaitement confirmés par l'expérience.

On communique aux grands conducteurs de la machine une faible électricité ; après quoi prenant un plateau métallique A, fig. 31, que l'on tient isolé et suspendu par son crochet C, au moyen d'un tube de verre M, on fait toucher ce crochet aux conducteurs. Le plateau prend ainsi une petite quantité d'électricité qui donne un certain degré de divergence aux boules de sureau d'un électroscope isolé, formé par deux fils de lin suspendus à une tige de cuivre.

Après cette opération, les conducteurs ont perdu une si petite quantité d'électricité, qu'on peut les regarder comme presque aussi chargés qu'auparavant; on recommence à les toucher de la même manière, mais en tenant au-dessous du plateau isolé A un autre plateau B communiquant au réservoir commun. On maintient la présence de B jusqu'à ce que le premier plateau A soit séparé des conducteurs; de cette manière, il prend une électricité beaucoup plus considérable que la première fois, comme on peut s'en assurer en le présentant de nouveau à l'électroscope. Il est évident qu'il faut retirer A du contact sous l'influence de B; car si l'on retirait B d'abord, le fluide accumulé dans A retournerait aussitôt dans le système des conducteurs, conformément aux lois de son premier équilibre.

Si vous répétez cette expérience en tenant d'abord le plateau B très-éloigné de A, ensuite un peu plus près, et enfin très-voisin, vous trouverez que la charge de A augmente de plus en plus. Cela est en effet conforme à la théorie; car l'attraction réciproque de l'électricité de B et de A doit augmenter à mesure que leur distance devient moindre; le maximum de charge correspondrait donc au cas où la distance des deux plateaux serait tout-à-fait nulle. Mais comme on ne pourrait arriver à cette distance sans exciter une étincelle à travers l'air qui les sépare, on interpose entre eux un corps très-mince et difficile-

ment permeable à l'électricité; par exemple, une plaque de verre, un morceau de taffetas verni ou une mince couche de résine. Avec cette précaution l'on peut diminuer presque à volonté la distance des deux plateaux. Les instrumens construits de cette manière s'appellent des *condensateurs*.

Le condensateur à plaque de verre est sujet à se charger d'humidité, qui adhère facilement au verre et détruit la perfection de l'isolement. Le condensateur de taffetas n'est pas comparable à lui-même, parce que la pression plus ou moins forte des plateaux sur le taffetas peut faire varier leur distance, et par suite l'intensité de la condensation. Le meilleur de tous est celui où la séparation se fait par une simple couche de vernis résineux appliquée séparément sur chaque plateau. Il faut seulement avoir l'attention de poser les plateaux l'un sur l'autre sans les frotter; car le frottement développerait dans la couche de résine de l'électricité qui y adhérerait très-fortement, et qui pourrait ensuite occasioner des erreurs dans les expériences délicates. Pour rendre l'usage de ces instrumens commode, on donne au plateau B un pied solide en métal, et l'on adapte sur la surface supérieure de A un manche isolant M, de verre verni. Tout l'appareil est représenté fig. 32. Quand on veut s'en servir, on pose les plateaux l'un sur l'autre; on touche l'inférieur B pour le faire communiquer avec le sol; puis on touche les corps électrisés avec le bouton *a* d'un fil métallique attaché fixement au plateau supérieur A, que l'on nomme le plateau *collecteur*, parce qu'en effet c'est lui qui prend l'électricité des corps auxquels on l'applique. Après le contact, on pose le pied du condensateur sur une table solide, et tandis qu'on l'y retient fixement pressé, on enlève le plateau collecteur par le manche isolant M, et l'on éprouve l'électricité dont il s'est chargé. Il faut avoir soin de séparer ainsi les plateaux parallèlement à eux-mêmes; car si on les séparait obliquement, l'électricité du plateau collecteur se porterait dans la partie de ce plateau la plus voisine de B, et son accumulation pourrait y produire une étincelle qui percerait la couche de vernis et déchargerait subitement le condensateur. C'est pour cela que le pied de l'instrument doit être maintenu bien fixe pendant qu'on

enlève le plateau collecteur; car l'adhérence des deux plateaux tend à les faire glisser l'un sur l'autre obliquement. Il faut encore ne pas charger ces instrumens au-delà du degré de résistance que peut offrir la double couche isolante qui sépare leurs plateaux; car si cette résistance peut être vaincue, les deux électricités accumulées percent la couche et se rejoignent par explosion, comme elles feraient à travers l'air. C'est ce qui arrive très-aisément au condensateur à plateaux vernis, et par cette raison, il faut le réserver pour les quantités d'électricités très-faibles. Quand la charge doit être forte, il faut employer le condensateur à lame de verre. Mais alors, si les plateaux ne sont pas vernis, la plus grande partie de l'électricité accumulée se répand sur le verre et s'y attache, de sorte qu'elle ne suit plus le plateau collecteur quand on l'enlève.

Lorsqu'un pareil condensateur communique avec une machine électrique par une de ses faces métalliques, l'autre communiquant au sol, celle-ci se trouve réellement dans le même état que si on eût pu l'approcher, sans explosion, extrêmement près d'un conducteur très-fortement chargé : la réunion de ces circonstances est donc éminemment propre à produire une décharge énergique. Aussi lorsque l'on prend d'une main le pied du condensateur, ce qui fait que l'on partage son état électrique, et que de l'autre on touche le plateau collecteur, les électricités accumulées se déchargent et se rejoignent avec beaucoup de force à travers le corps, ce qui produit dans tous les organes une secousse d'autant plus énergique, que le condensateur est plus grand, sa charge plus forte et ses plateaux plus rapprochés. Cette commotion se transmet en s'affaiblissant à travers une chaîne formée par plusieurs personnes qui se tiennent par la main; et son affaiblissement tient sans doute à la résistance qu'opposent au passage des fluides ces corps qui ne sont pas des conducteurs parfaits.

Tout le jeu des condensateurs peut se calculer par le principe suivant, qui indique à la fois le mode et les bornes de l'accumulation qu'ils produisent. L'électricité A introduite dans le plateau collecteur, neutralise à distance une portion — B d'électricité contraire sur le plateau inférieur, qui communique

au sol, et elle l'empêche de s'échapper. Celle-ci à son tour fixe de même une portion A_1 de l'électricité du plateau collecteur, et lui ôte sa force expansive. Le plateau collecteur se trouve donc exactement dans le même cas que s'il avait seulement $A - A_1$ d'électricité libre ; et en conséquence il doit continuer à se charger, jusqu'à ce que cette quantité égale celle qu'il aurait prise aux conducteurs auxquels il communique, s'il eût été mis seul en contact avec eux sans l'influence du plateau inférieur. Soit donc E sa charge dans cette circonstance, on aura à la limite

$$E = A - A_1.$$

La proportion de A à $-B$ et de $-B$ à A_1 dépend de la distance plus ou moins considérable qui existe entre les plateaux. Mais dans tous les cas $-B$ doit être plus faible que A, abstraction faite du signe; en sorte que si A est vitrée et B résineuse, ces deux quantités mises en contact devront donner un résidu vitré. Car l'attraction des molécules de $+A$ sur $-B$ doit être moindre à distance qu'elle ne serait au contact ; puis donc qu'à travers la couche isolante elles neutralisent $-B$ et lui ôtent sa force expansive naturelle, il faut qu'elles compensent par leur nombre l'affaiblissement de leur action. En conséquence si l'on représente le rapport de ces deux quantités par m, de sorte qu'on ait

$$B = -mA \qquad \text{ou} \qquad B + mA = 0,$$

le nombre m sera nécessairement une fraction positive et moindre que l'unité.

Maintenant, de même que A neutralise $-B$ à travers l'épaisseur de la couche isolante, de même il y a dans A la portion A_1 que $-B$ neutralise ; et le mode d'action étant exactement pareil, la proportion de saturation devra être la même aussi, c'est-à-dire qu'on aura

$$A_1 = -mB \qquad \text{ou} \qquad A_1 + mB = 0.$$

Si l'on élimine B de cette équation au moyen de sa valeur en A, il en résultera $A_1 = m^2 A$;

et par suite l'équation que nous avons trouvée plus haut pour la limite de la charge du condensateur deviendra

$$E = (1 - m^2) A, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{A}{E} = \frac{1}{1 - m^2}.$$

$\frac{A}{E}$ est le rapport des charges que le plateau collecteur acquiert par son contact avec les mêmes conducteurs, avec ou sans l'influence de l'autre plateau. Ce rapport est par conséquent la mesure de la force condensante qui se trouve ainsi exprimée par

$$\frac{1}{1 - m^2}.$$

Par exemple, si $m = \frac{99}{100}$, c'est-à-dire si 100 parties d'électricité dans un des plateaux, en neutralisent 99 dans l'autre à travers la couche isolante, on aura, en mettant pour m cette valeur,

$$\frac{1}{1 - m^2} = 50;$$

c'est-à-dire que sous l'influence du plateau inférieur, le plateau collecteur appliqué à une source quelconque d'électricité en prendra 50 fois autant que s'il était seul.

Ainsi, pour connaître la force condensante d'un pareil instrument, tout se réduit à connaître la fraction m. Pour la déterminer, on l'isolera, et on le chargera d'une quantité d'électricité quelconque, en prenant soin de toucher le plateau inférieur; puis on séparera ces deux plateaux bien parallèlement l'un à l'autre avec leurs couches isolantes, en les prenant par leurs manches de verre, et l'on portera le plan d'épreuve successivement sur chacun d'eux dans un point semblablement situé, par exemple, sur la circonférence des plateaux. La balance de torsion fera alors connaître quel est, en ce point, le rapport d'épaisseur des couches électriques, et comme les plateaux sont de même grandeur, ce rapport sera aussi celui de leurs quantités totales d'électricités. Or, d'après nos formules, si celle du plateau collecteur est A, celle du plateau inférieur sera $-mA$. Divisant donc la seconde par la première, on aura m; après quoi on pourra calculer $\frac{1}{1 - m^2}$, c'est-à-dire la force du condensateur.

Cette force, d'après son expression même, augmente à mesure que la fraction m diffère moins de l'unité, c'est-à-dire à mesure

que les quantités d'électricité qui peuvent se neutraliser à travers la couche isolante, approchent plus d'être égales entre elles. En effet, si elles étaient égales, toutes les quantités reçues par le plateau collecteur seraient entièrement neutralisées par l'électricité du plateau inférieur; il ne se développerait aucune force expansive, et rien, par conséquent, n'empêcherait l'arrivée d'une nouvelle quantité d'électricité qui serait aussitôt neutralisée également. La force de condensation serait donc alors infinie; et c'est aussi ce que montre la formule, car la quantité $\frac{1}{1-m^2}$ devient infinie quand $m = 1$. Généralement la valeur de la fraction m dépendra de la distance des plateaux, et elle différera d'autant moins de l'unité que leur distance sera plus petite. Cette proximité augmentera donc la condensation.

Mais la quantité absolue d'électricité accumulée dépend aussi du facteur E qui exprime ce que le plateau collecteur prendrait aux conducteurs électrisés qui le chargent, s'il était mis seul en contact avec eux. Or, toutes choses d'ailleurs égales, cette quantité doit augmenter avec la surface du plateau collecteur. Ainsi les condensateurs d'un grand diamètre accumuleront plus d'électricité que ceux d'un diamètre moindre; c'est ce que l'expérience confirme.

Ces neutralisations réciproques, dont nous venons de faire usage pour établir nos calculs, peuvent être rendues sensibles par l'expérience suivante. Après avoir chargé un condensateur à lames de verre, le plateau inférieur communiquant au sol, isolez tout l'appareil, et touchez d'abord le plateau inférieur: vous n'en tirerez pas d'électricité; par conséquent toute celle qui y existe est dissimulée. Touchez alors le plateau supérieur, il vous donnera une étincelle; mais pour cela, toute son électricité ne partira pas. Il en conservera encore une proportion considérable. Cette portion était donc aussi dissimulée à son tour. Pour la rendre sensible, touchez de nouveau le plateau inférieur. Cette fois il vous donnera une étincelle; car son électricité n'est plus toute entière dissimulée, depuis que vous avez enlevé une

partie de celle qui la retenait à distance. Mais par ce nouveau contact, une nouvelle portion de celle-ci est devenue libre ; le plateau collecteur vous donnera donc encore une étincelle, et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux plateaux soient complètement déchargés.

Il est facile de déterminer la loi de cette progression. Car en appelant, comme ci-dessus, A la charge totale du plateau collecteur, et — B celle du plateau inférieur qui a communiqué avec le sol, nous aurons d'abord, comme précédemment,

$$B + mA = o.$$

Ensuite l'appareil étant isolé, si nous touchons A, une partie de cette électricité s'écoulera dans le sol ; ce qui reste sera justement la quantité que nous avons nommée A_1, et qui était neutralisée à distance par l'action de B. On aura donc encore

$$A_1 + mB = o;$$

après ce contact, la force expansive reparait du côté de B. Si on le touche, il n'y restera que ce que A_1 peut neutraliser à distance. Soit B_1 ce reste ; on aura

$$B_1 + mA_1 = o,$$

et l'excès de force expansive se retrouvera du côté de A, comme avant le premier contact.

En continuant de représenter ainsi les effets successifs des différens contacts, on trouvera une série d'équations semblables aux précédentes, et en les réunissant à celles-ci, on aura

Nombre des contacts.	
o touché B	$B + mA = o$
1 touché A	$A_1 + mB = o$
2 touché B	$B_1 + mA_1 = o$
3 touché A	$A_2 + mB_1 = o$
4 touché B	$B_2 + mA_2 = o$
$2n$ touché B	$B_n + mA_n = o$
$2n + 1$ touché A	$A_{n+1} + mB_n = o$
$2n + 2$ touché B	$B_{n+1} + mA_{n+1} = o$

On tire de là deux systèmes d'équations qui se rapportent chacun à un des plateaux

$$A_1 = m^2 A \qquad B_1 = m^2 B$$
$$A_2 = m^2 A_1 \qquad B_2 = m^2 B_1$$
$$A_{n+1} = m^2 A_n \qquad B_{n+1} = m^2 B_n$$

Le premier système fait connaître les quantités de fluide qui restent successivement sur la face A ; le second, celles qui restent sur la face B.

En multipliant toutes les équations d'un même système les unes par les autres, on pourra exprimer les dernières de ces quantités en fonction de la première seule, et du nombre des contacts ; on trouve ainsi

$$A_1 = m^2 A \qquad B_1 = m^2 B$$
$$A_2 = m^4 A \qquad B_2 = m^4 B$$
$$A_3 = m^6 A \qquad B_3 = m^6 B$$

$$A_{n+1} = m^{2(n+1)} A \qquad B_{n+1} = m^{2(n+1)} B$$

Il est visible qu'elles forment une progression géométrique. Leurs différences successives exprimeront les pertes de fluide faites successivement par les deux faces, en vertu des contacts réitérés. Ces différences seront

$$A - A_1 = (1 - m^2) A \qquad B - B_1 = (1 - m^2) B$$
$$A_1 - A_2 = (1 - m^2) m^2 A \qquad B_1 - B_2 = (1 - m^2) m^2 B$$
$$A_2 - A_3 = (1 - m^2) m^4 A \qquad B_2 - B_3 = (1 - m^2) m^4 B$$
$$A_n - A_{n+1} = (1 - m^2) m^{2n} A \qquad B_n - B_{n+1} = (1 - m^2) m^{2n} B.$$

On voit donc que les pertes successives de chaque face décroîtront aussi à chaque contact, suivant une progression géométrique dont la raison est m^2. Quand le nombre des contacts sera tel que le facteur m^{2n} soit insensible, les deux faces paraîtront sensiblement déchargées. Ainsi plus la fraction m approchera de l'unité, plus il faudra de contacts pour effectuer complètement cette décharge ; par conséquent, elle sera d'autant plus longue à obtenir que la couche isolante sera plus mince.

A la rigueur, il faudrait une infinité de contacts pour décharger complètement les deux plateaux ; car si l'on ajoute ensemble toutes les valeurs des pertes successives, en supposant les alternatives des contacts indéfiniment continuées, on trouve pour leur somme

$$(1-m^2)\,A\,[1+m^2+m^4+\ldots.] \qquad (1-m^2)\,B\,[1+m^2+m^4\ldots.]$$

La série comprise entre les deux crochets a pour somme $\frac{1}{1-m^2}$, et il en résulte que les sommes totales sont A et B. Mais c'est là un cas purement mathématique, et il arrive en général qu'après un certain nombre de contacts, la quantité d'électricité restante sur chaque face cesse d'être sensible.

Lorsqu'on touche à la fois les deux plateaux, toutes les quantités d'électricités qui se seraient échappées de l'une et l'autre face dans les contacts successifs, se transmettent simultanément à travers les organes, et ce seul coup décharge complètement le condensateur.

J'ai annoncé plus haut que dans le condensateur à lames de verre, la plus grande partie des électricités accumulées n'est nullement adhérente aux plateaux métalliques, mais s'attache aux deux faces opposées de la lame. Alors les deux plateaux n'ont proprement d'autre effet que d'établir une communication libre entre les différens points de chacune de ces deux faces, afin que l'électricité puisse facilement s'y étendre, et s'échapper de même, au moment de la décharge, de tous leurs points à la fois. Ce résultat peut être aisément vérifié par l'expérience ; pour cela, après avoir chargé un condensateur à lame de verre, placez-le sur un isoloir; puis enlevez avec la main le plateau supérieur par son manche isolant, et touchez-le : vous n'en recevrez qu'une petite étincelle, et la force expansive passera du côté de l'autre plateau. Cela fait, enlevez aussi la lame de verre, en la prenant par un de ses angles, et touchez le plateau inférieur ; il vous donnera à son tour une étincelle, mais pareillement fort petite. Il faut donc que les électricités accumulées soient restées attachées

aux deux faces de la plaque de verre; et en effet, si vous la replacez de nouveau entre les deux plateaux isolés, sans leur communiquer, non plus qu'à elle, aucune quantité d'électricité nouvelle, le condensateur se trouvera rechargé de lui-même presque aussi fortement que la première fois; ou bien encore, sans remettre la lame de verre entre les deux plateaux, appliquez directement vos mains sur ses deux faces, de manière à les toucher à la fois l'une et l'autre par un grand nombre de points, vous éprouverez une décharge, comme si la lame avait été recouverte de ses plateaux, parce que l'étendue du contact de vos mains permet à un grand nombre de points des deux surfaces de se décharger à la fois. Mais si, au lieu de toucher les faces de la lame avec les mains étendues, vous vous bornez à y promener l'extrémité des doigts, vous sentirez seulement un pétillement et une décharge locale dans les points que vous toucherez; mais il ne s'opérera pas de décharge générale, et ainsi vous ne serez pas exposé à de fortes commotions.

Epinus, à qui l'on doit réellement l'invention du condensateur, a fait une expérience en quelque sorte inverse de la précédente, et qui montre de la manière la plus sensible quel est précisément l'emploi de la couche isolante interposée entre les deux plateaux. Il a employé pour plateaux deux grandes plaques circulaires de bois revêtues de feuilles d'étain, et les ayant approchées parallèlement l'une de l'autre sans autre intermédiaire que la couche d'air qui les séparait, il a fait communiquer le plateau supérieur aux conducteurs d'une machine électrique, l'inférieur communiquant avec le sol. Cet appareil était, comme on voit, un véritable condensateur à lame d'air; aussi s'est-il chargé comme un condensateur se charge, et a-t-il donné de même la commotion, lorsque touchant d'une main le plateau inférieur, on a touché de l'autre le plateau supérieur. Pour obtenir de grands effets de cet appareil, il faut employer de larges plaques; car, comme on est obligé de les tenir à une assez grande distance pour qu'il ne s'échappe pas directement d'étincelle entre elles à travers l'air, il faut que l'étendue de leurs surfaces compense la faiblesse de la force condensatrice. D'ailleurs

cette largeur paraît être aussi une cause qui retarde l'étincelle, quand les plateaux sont approchés l'un de l'autre parallèlement. C'est en quelque sorte le contraire de l'effet des pointes. La seule différence qu'il y ait entre cet appareil et le condensateur ordinaire, c'est que les surfaces de la couche isolante n'ont d'existence réelle que lorsque les deux plateaux sont en présence, puisqu'elles ne sont autre chose que les limites aériennes des surfaces par lesquelles les plateaux se regardent.

Quoique Epinus eût, ainsi que nous l'avons dit, réellement découvert le condensateur, et qu'il en eût donné la véritable théorie, comme on peut le voir dans son ouvrage, on doit à Volta d'en avoir pour ainsi dire créé l'utilité, en le joignant à l'électroscope, pour découvrir et rendre sensibles les causes d'électricité les plus faibles.

En effet, dans les recherches de physique, on rencontre souvent des causes d'électricité qui ne peuvent produire qu'une force répulsive très-faible, et qui s'arrêtent lorsqu'elles ont atteint cette limite, mais qui, lorsqu'on a détruit l'électricité qu'elles ont produite, la développent de nouveau. Telle est, par exemple, l'électricité qui se développe dans la plupart des combinaisons chimiques; et nous en verrons bientôt beaucoup d'autres exemples. Or, supposons qu'on fasse communiquer ces sources constantes avec le plateau collecteur d'un condensateur dont la couche isolante soit excessivement mince, telle, par exemple, qu'une simple couche de vernis résineux. Il est clair que l'électricité de la source ira s'accumuler dans ce condensateur jusqu'à ce que la quantité non dissimulée soit égale à celle que le plateau collecteur recevrait directement de la source même. Désignons cette quantité par E. Quand on aura atteint cette limite, si l'on sépare le condensateur de la source, et qu'on enlève son plateau collecteur, sa charge se trouvera égale à la quantité E multipliée par la force condensante, c'est-à-dire à $\frac{E}{1-m^2}$. Elle pourra donc devenir sensible, quelle que soit la faiblesse de E, si m est une fraction très-peu différente de l'unité, c'est-à-dire si la distance des plateaux du condensateur

est extrêmement petite, condition que la couche de vernis résineux remplit parfaitement.

Pour unir les indications de cet instrument à celles de l'électroscope de pailles dont Volta se sert communément comme plus portatif et plus commode, on dévisse le bouton supérieur de la tige, et on le remplace par le plateau inférieur du condensateur, fig. 34. Ce plateau se trouve alors isolé par les parois de verre de l'électroscope. On le fait communiquer directement par un fil métallique à la source constante d'électricité, et l'on touche seulement le plateau supérieur pour le faire communiquer au sol. Dans cette disposition, c'est le plateau inférieur qui accumule l'électricité. Quand on pense qu'il est chargé suffisamment, on le sépare de la source constante sans le toucher, puis on enlève le plateau supérieur par son manche isolant, et l'électricité du plateau inférieur devenant libre, manifeste sa force répulsive par la divergence qu'elle donne aux pailles; il est facile ensuite de déterminer sa nature par les épreuves ordinaires. Il est quelquefois plus commode de faire communiquer la source constante avec le plateau supérieur du condensateur; alors on touche celui qui communique aux pailles. Lorsque l'appareil est chargé et séparé de la source, on enlève le plateau supérieur qui emporte l'électricité qu'il avait acquise, et le plateau inférieur qui est isolé, gardant l'électricité contraire, la manifeste dans les pailles. Sa charge est alors $-\frac{m\mathrm{E}}{1-m^2}$; par conséquent un peu moindre que celle du plateau collecteur, dans la première méthode, puisque m est une fraction. Mais la différence sera insensible, si, comme nous le supposons, la couche isolante est très-mince, parce que m doit être alors excessivement peu différente de l'unité. Il faut seulement ne pas oublier que cette électricité est de nature opposée à celle de la source.

Il est clair que l'on pourrait également appliquer le condensateur à l'électroscope de Coulomb; comme la méthode est exactement la même, il est inutile de nous y arrêter.

DE L'ÉLECTROPHORE.

Lorsqu'un corps est électrisé et isolé, si l'on approche de lui un autre corps non isolé, celui-ci prendra l'électricité contraire, et si on l'isole subitement, on le trouvera chargé de cette électricité. Ceci a été prouvé plusieurs fois, et peut l'être encore de diverses manières.

On charge les conducteurs de la machine d'une certaine quantité d'électricité, et l'on en approche à distance un disque métallique soutenu par une tige de verre. Si l'on retire ce disque sans l'avoir touché, on le trouvera dans l'état naturel. Mais si on le touche, tandis qu'il est en présence des conducteurs, et qu'on le retire ensuite, on le trouvera chargé d'une électricité contraire à celle du conducteur.

On prend un disque métallique porté sur un pied, on l'isole et on lui donne une étincelle; après quoi on s'en sert comme dans l'expérience précédente, pour charger un autre disque métallique que l'on en approche à distance, en le touchant d'abord et l'isolant après. Ce phénomène se renouvelle aussi long-temps que l'électricité du disque isolé n'a pas été entièrement enlevée par le contact de l'air.

Pour savoir ce que l'électricité de ce disque éprouve pendant qu'elle agit ainsi par influence, il n'y a qu'à faire communiquer sa surface inférieure avec un électroscope à fils isolé comme lui; à l'instant les fils divergent. Mais à mesure qu'on approche le disque non isolé, leur divergence diminue. Enfin elle devient sensiblement nulle, et l'électricité qui les animait paraît détruite. Mais elle n'est réellement que dissimulée; car dès qu'on éloigne le disque qui communique avec le sol, les fils recommencent à diverger de nouveau aussi fortement que la première fois.

La décomposition du fluide naturel du corps que l'on approche, par conséquent la quantité d'électricité dont il se charge, augmente à mesure que sa distance au corps électrisé diminue; elle serait au plus haut degré d'intensité, si cette distance était

nulle. Mais on ne pourrait pas la diminuer indéfiniment sans déterminer une étincelle entre les deux corps. C'est pourquoi on interpose entre eux une lame mince formée de quelque substance imperméable à l'électricité ; par exemple, une plaque de verre ou une couche de résine.

Pour montrer l'application de cette méthode, on isole un disque métallique tel que le plateau inférieur d'un condensateur ; on le recouvre d'une lame de verre, et on lui donne une étincelle. On pose ensuite sur cette plaque l'autre plateau qui est muni d'une tige isolante, on le touche à sa surface supérieure, et en l'enlevant par sa tige, on le trouve chargé d'une électricité contraire à celle du disque isolé. On peut répéter cette expérience autant de fois que l'on voudra ; c'est pourquoi les appareils de ce genre ont reçu le nom d'*électrophores*, qui veut dire porteur d'électricité.

On voit que le condensateur et l'électrophore sont fondés tous deux sur l'action électrique exercée à distance. Mais dans le condensateur, on emploie la présence d'un corps non isolé pour augmenter la charge d'un corps isolé ; au lieu que dans l'électrophore, c'est le corps isolé et électrisé qui détermine cette accumulation.

On peut construire des électrophores dans lesquels l'épaisseur de la couche isolante soit tout-à-fait insensible. Pour cela, il n'y a qu'à employer comme plateau inférieur une lame de verre ou une couche de résine électrisée par le frottement. Ces substances retenant fortement l'électricité, on peut poser le disque supérieur immédiatement sur leur surface, sans qu'elles lui en abandonnent une quantité notable ; tandis que leur influence, pour décomposer les électricités naturelles de ce disque, s'exercera encore très-énergiquement.

Soit, par exemple, BB, fig. 35, la surface supérieure d'un gâteau de résine frotté avec une peau de chat, ce qui y développe l'électricité résineuse. On en approche graduellement un plateau métallique A A suspendu par un manche isolant, et dont la surface supérieure communique par un cordon métallique avec un électroscope isolé. Lorsque le plateau n'est plus

qu'à une certaine distance de la surface électrisée, les fils de l'électroscope commencent à diverger en vertu d'une électricité résineuse, et cette divergence augmente à mesure que la distance devient moindre.

Lorsque l'on fait l'expérience en substituant à la résine une lame de verre poli frottée avec une peau de chat ou une étoffe de laine, les fils de l'électroscope divergent de même, mais leur électricité est vitrée. En général, elle doit toujours être, et elle est en effet de même nature que celle de la surface frottée.

Lorsque l'on approche le plateau métallique jusqu'au contact de la surface frottée, et qu'on l'y pose sans le toucher, ses électricités naturelles n'éprouvent qu'une décomposition momentanée. Si on le retire, elles se recomposent, et il revient à l'état naturel. Cependant, pour que cette neutralisation soit tout-à-fait exacte, il faut laisser le plateau peu de temps en contact avec la surface électrisée; car tant que ce contact dure, celle de ses deux électricités qui est repoussée s'étend sur sa surface supérieure, où elle n'est arrêtée que par la pression de l'air; elle doit donc peu à peu s'affaiblir par le contact de ce fluide. Aussi, lorsqu'on laisse long-temps le plateau sur la surface électrisée, on trouve, lorsqu'on le retire, qu'il a perdu une portion de ses électricités naturelles, et cette perte porte toujours sur celle qui a éprouvé la répulsion (1).

Pour donner au plateau le maximum de charge qu'il peut acquérir, il est clair qu'il faut ouvrir un écoulement à cette électricité repoussée, qui, étant de même nature que celle de la surface frottée, diminue nécessairement son attraction. C'est ce que l'on fait en le touchant momentanément avec le doigt pour le faire communiquer au sol.

---

(1) Dans ces expériences, et dans celles qui vont suivre, il faut sans cesse se rappeler le moyen que nous avons donné pour reconnaître la nature de l'électricité qui fait diverger les fils d'un électroscope. Approchez-y un bâton de cire d'Espagne frotté : si les fils sont attirés, ils sont chargés d'électricité vitrée; s'ils sont repoussés, ils ont une électricité résineuse. Les indications seraient contraires, si l'on présentait aux fils un tube de verre isolé, frotté avec une peau de chat ou une étoffe de laine.

Alors, si l'on nomme + A la quantité d'électricité qui reste dans le plateau par l'attraction de la quantité — B, développée sur la surface frottée et qui lui est adhérente, ces deux quantités devront être telles qu'elles puissent se neutraliser mutuellement au contact, puisque leur distance est sensiblement nulle; c'est-à-dire qu'on devra avoir

$$A + B = o.$$

Après cette opération, si l'on enlève le plateau en le tenant par son manche isolant, les deux électricités + A et — B se séparent; la première suit le plateau, la seconde reste sur la résine; et ainsi le plateau se trouve chargé.

Jusqu'ici nous avons considéré la surface frottée comme si elle existait seule et isolée dans l'espace. Mais dans la réalité, le gâteau des électrophores est une plaque d'une épaisseur sensible, et de là résultent plusieurs phénomènes nouveaux. Car l'électricité qui se développe sur la surface frottée agit aussi par influence sur les électricités naturelles de la seconde surface et des autres corps extérieurs, de même qu'elle agit sur celle du plateau métallique qu'on en approche; et cette double action modifie la quantité absolue d'électricité qu'elle neutralise au contact.

Pour considérer tout de suite ces phénomènes tels qu'ils se montrent réellement dans nos électrophores, il faut savoir qu'afin de donner à ces instrumens de la solidité, on revêt ordinairement la résine d'une enveloppe métallique où on la coule lorsqu'elle est fondue; de sorte que tous les points de la seconde surface de la plaque résineuse étant en contact avec cette enveloppe, communiquent entre eux aussi bien et aussi vite que s'ils appartenaient à la surface d'un corps conducteur.

Soit donc BDDB, fig. 36, le gâteau et l'enveloppe métallique d'un électrophore de résine. Avant de l'électriser par le frottement, plaçons-le sur un isoloir, et mettons l'enveloppe en communication avec un électroscope à fils. Alors, si nous frappons avec une peau de chat la surface libre BB de la résine, les fils de l'électroscope se mettent à diverger en vertu d'une électricité résineuse; par conséquent l'électricité développée sur

cette surface décompose les électricités naturelles de l'enveloppe, attire le fluide vitré, repousse le fluide résineux. Touchons l'enveloppe, celui-ci s'écoule, l'autre est retenu, et les fils de l'électroscope cessent de diverger. Si nous désignons comme précédemment par — B la quantité d'électricité développée par le frottement sur la surface B B de la résine, et par (A) la quantité d'électricité vitrée de l'enveloppe qu'elle peut ainsi fixer et neutraliser à distance, on aura ici comme dans le condensateur

$$(A) + mB = 0,$$

m étant une fraction positive moindre que l'unité, et dépendante de la distance de l'enveloppe à la surface frottée.

Approchons maintenant peu à peu de celle-ci le plateau supérieur en le touchant avec le doigt pour qu'il communique librement avec le sol. L'électricité de la résine commençant à agir sur ses électricités naturelles, en vertu de la force répulsive qui lui reste, chassera la résineuse dans le sol, et attirera la vitrée dans la partie inférieure du plateau. Mais celle-ci, à son tour, agissant par attraction sur l'électricité résineuse de la surface frottée, et par répulsion sur le fluide vitré qui s'est fixé dans l'enveloppe, combattra la force avec laquelle il y était retenu; elle lui rendra par conséquent une partie de sa force expansive, et les fils de l'électroscope divergeront de nouveau avec une électricité vitrée. Ceci est en effet conforme à l'observation. Leur divergence augmente à mesure que l'on approche le plateau supérieur de la surface de la résine. Mais comme cette électricité vitrée de l'enveloppe repousse celle qui tendrait à s'accumuler dans le plateau, il faut, pour avoir le maximum de charge, la détruire en touchant l'enveloppe. Alors celle-ci revient à l'état naturel, et l'électricité de la surface résineuse neutralise complètement celle du plateau, comme si l'enveloppe n'existait pas.

On peut rendre cette succession d'effets visible d'une autre manière. Après avoir électrisé la surface de la résine, ce qui fait diverger les fils de l'électroscope par une électricité résineuse, ne touchez point à l'enveloppe, et bornez-vous à abaisser le plateau supérieur vers la surface de la résine, en le faisant

toujours communiquer au sol. Alors vous verrez la divergence des fils diminuer peu à peu, à mesure que le plateau s'approchera. Enfin la neutralisation de leur électricité deviendra complète, et ils cesseront de diverger.

Théoriquement parlant, cette neutralisation ne devrait s'achever qu'à l'instant où le plateau pose sur la résine; mais cela n'arrive jamais ainsi. La compensation s'opère toujours avant le contact, et si l'on continue d'approcher le plateau, les fils divergent de nouveau, en vertu d'une électricité vitrée.

Pour se rendre raison de cette différence, il faut remarquer que jusqu'ici nous avons supposé les expériences faites dans un milieu parfaitement isolant; au lieu que, dans la réalité, il faut avoir égard à la déperdition d'électricité produite par le contact de l'air. Or, tandis que la résine est électrisée et agit seule sur le fluide de l'enveloppe, la portion d'électricité vitrée qu'elle retient et neutralise ne peut être enlevée par l'air; mais l'électricité résineuse qu'elle repousse est entièrement exposée au contact de ce fluide, et doit être enlevée progressivement. Par conséquent, lorsqu'on approche le plateau métallique de la surface de la résine, ce qui rend peu à peu libre l'électricité vitrée de l'enveloppe qui était d'abord fixée, celle-ci ne trouve plus assez d'électricité résineuse pour se saturer en totalité. La saturation doit donc s'opérer avant qu'elle soit devenue entièrement libre, et ce qui se dégage ensuite à mesure que le plateau s'approche davantage, manifeste sa force répulsive sur les fils de l'électroscope en les faisant diverger.

On voit par-là qu'il est avantageux de faire partir cette électricité vitrée en touchant l'enveloppe; car tant qu'elle y reste, elle repousse l'électricité vitrée du plateau supérieur et l'empêche de s'y accumuler en aussi grande quantité. C'est donc une précaution qu'il faut prendre chaque fois que l'on veut charger le plateau d'un électrophore isolé, et même elle n'est pas inutile, en général, pour éviter les inconvéniens qui pourraient résulter d'une imparfaite communication avec le sol. C'est pourquoi, lorsqu'on pose le plateau sur la résine en le touchant, on touchera aussi l'enveloppe. De cette manière, on sera

sûr que tout le fluide vitré qui peut être accumulé dans le plateau s'y fixera réellement. Lorsqu'on établit ce double contact dans un électrophore isolé, dont l'enveloppe a déjà perdu la portion libre de son électricité résineuse, si l'on touche d'abord avec un doigt le plateau métallique, et avec un autre l'enveloppe, on éprouve une petite commotion, parce que la main fournit à la fois à l'enveloppe de l'électricité résineuse qui neutralise son électricité vitrée devenue libre, et au plateau une nouvelle charge d'électricité vitrée, que celle de l'enveloppe empêchait d'approcher auparavant. L'effet est le même que si l'électricité vitrée de l'enveloppe se précipitait dans le plateau en traversant la main.

Lorsque le plateau est ainsi chargé et posé sur la résine, l'électricité vitrée qui réside sur sa surface inférieure, et l'électricité contraire développée sur la résine, se neutralisent mutuellement, et n'ont ni l'une ni l'autre aucune tendance à s'échapper. Elles ne peuvent donc pas être enlevées par le contact de l'air, qui d'ailleurs éprouve de la difficulté à s'insinuer entre les surfaces où elles reposent. Un appareil ainsi chargé doit donc conserver très-long-temps ses deux électricités; aussi durent-elles des mois entiers, si l'électrophore n'est pas placé dans un lieu humide.

Cependant l'attraction permanente des deux électricités opposées doit peu à peu vaincre la résistance que la résine oppose au dégagement du fluide résineux qu'elle possède, et à l'introduction du fluide vitré du plateau. C'est probablement là l'unique cause qui fait qu'après un temps plus ou moins long, les électrophores se trouvent enfin déchargés et leurs diverses parties ramenées à l'état naturel.

On peut accélérer les effets de cette attraction réciproque en augmentant beaucoup son énergie. Pour cela, lorsque l'électrophore est chargé, enlevez le plateau métallique et posez-le de nouveau sur la résine, non plus parallèlement et selon sa surface plane, mais obliquement et par sa circonférence. Alors son électricité vitrée s'accumulant tout entière dans la partie qui touche la résine, prendra une force beaucoup plus grande.

Elle sortira du plateau, neutralisera complètement l'électricité résineuse des endroits vers lesquels elle s'élance, et après quelques contacts ainsi répétés sur diverses parties du gâteau de résine, celui-ci se trouvera tout-à-fait déchargé.

De là on peut déduire une expérience assez curieuse. Au lieu de reporter sur la résine l'électricité vitrée qu'elle a développée par son influence, portez-la de même sur un autre gâteau B', qui soit dans l'état naturel. Elle s'attachera pareillement à la surface de cette résine, qui se trouvera électrisée vitreusement, et deviendra capable à son tour de développer par son influence l'électricité résineuse. Lorsque le second gâteau sera ainsi chargé, posez un plateau métallique sur sa surface; vous aurez un électrophore contraire au premier. Vous vous servirez de celui-ci pour charger de même la surface d'un troisième gâteau qui prendra l'électricité résineuse. Enfin vous étendrez ces alternatives à un nombre quelconque de gâteaux qui se trouveraient tour-à-tour électrisés vitreusement et résineusement.

On peut même, par ce procédé, électriser chaque surface uniquement en certaines parties. Pour cela, il suffit d'adapter au plateau qui apporte l'électricité, une tige et un bouton métalliques pareils à celui du plateau collecteur du condensateur. Alors si on touche la résine avec le bouton, l'électricité se portera toute entière au point de contact. On peut, en choisissant ces points à la suite les uns des autres, tracer ainsi des contours déterminés.

Si l'on veut rendre ces contours visibles, il n'y a qu'à répandre sur la surface de la résine quelque poudre légère formée d'une substance non conductrice, par exemple, de la poussière de résine ou de soufre. Les petites particules qui composent ces poussières s'attachent uniquement aux endroits électrisés; de sorte qu'en renversant le gâteau, toutes celles qui ne répondent pas à ces parties tombent par leur propre poids, et il ne reste que ce qui s'est attaché aux contours électrisés. On remarque que les petites particules de poussière affectent des arrangemens réguliers et différens, suivant la nature de l'électricité qui les attache; de sorte qu'en formant des traces avec

les deux électricités sur diverses parties du même gâteau, on obtient à la fois les deux sortes de figures qui en résultent. Cette curieuse observation est due à Lichtenberg, physicien allemand; aussi les figures tracées de cette manière s'appellent-elles des figures de Lichtenberg.

Pour rendre ces phénomènes plus sensibles, on emploie un mélange de soufre et de minium triturés ensemble. Le frottement produit par la trituration électrise le soufre vitreusement, et le minium résineusement. On met cette poudre dans une espèce de soufflet qui sert à la projeter sur le gâteau de résine électrisé. Alors en s'y attachant les deux substances se séparent et se distinguent à la fois par leur arrangement et par leur couleur; le soufre est jaune, et le minium est rouge.

Dans les premiers temps de cette découverte, il y eut des physiciens allemands qui remarquèrent que la poudre de résine, ainsi répandue sur un gâteau électrisé, éprouvait peu à peu des mouvemens graduellement progressifs, qui n'avaient toutefois rien de régulier. On se hâta de bâtir sur cela un système. Mais des observateurs plus attentifs reconnurent que ces mouvemens étaient produits par de très-petits insectes que l'on appelle des *Acarus*, qui se trouvaient dans la poudre de résine et qui se promenaient sur la surface électrisée.

LA BOUTEILLE DE LEYDE.

Dans les deux paragraphes précédens, nous avons examiné les phénomènes que produisent les deux électricités vitrée et résineuse, lorsqu'elles sont dissimulées l'une par l'autre, en vertu de leur action à distance. Nous avons vu que, lorsqu'elles sont dans cet état, si on leur présente des corps conducteurs qui communiquent de l'une à l'autre, elles s'y précipitent avec force, se rejoignent et retournent ainsi à leur état naturel de combinaison.

Les expériences que nous allons parcourir tiennent encore au même genre d'action, et s'expliquent exactement par les mêmes principes; mais elles sont intéressantes à examiner, parce

qu'elles fournissent des moyens puissans d'accumuler la force électrique, et qu'elles donnent naissance à une foule de phénomènes qui exigent cette accumulation.

On tient à la main un vase de verre en partie rempli d'eau. On y plonge un conducteur métallique communiquant à la machine. Après quelques tours de plateau, si on essaye d'ôter le conducteur d'une main en tenant toujours le vase de l'autre, on reçoit une commotion d'autant plus énergique, que le vase est plus grand, la machine plus forte, et qu'on la fait agir plus long-temps.

Cette expérience, bien antérieure au condensateur, à l'électrophore et à toute théorie de l'électricité, est due au hasard, mais à un *hasard observé*. Elle fut faite d'abord à Leyde, par Cunéus et Muschenbroeck. Le résultat fut pour eux un sujet de surprise, et même d'épouvante. Tous les physiciens la répétèrent, et, bientôt familiarisés avec le phénomène qui les avait effrayés d'abord, ils cherchèrent les conditions d'appareil les plus propres à les reproduire. Ils reconnurent d'abord la nécessité d'une substance conductrice telle que l'eau, le mercure, ou des plaques métalliques appliquées sur les parois intérieures du vase; ils virent aussi qu'il fallait une enveloppe extérieure également conductrice, et que la main n'en faisait l'office que d'une manière imparfaite. Enfin ils trouvèrent qu'il était essentiel d'ôter à l'électricité toute communication directe de l'intérieur du vase à l'extérieur, excepté à l'instant de l'explosion.

Pour remplir ces conditions, il ne se trouve rien de plus commode que d'employer une bouteille ou un flacon de verre ordinaire, à l'extérieur duquel on colle une mince enveloppe de métal, et dont l'intérieur est rempli de pareilles feuilles aussi collées ou simplement disséminées. Une tige métallique terminée au dehors par une boule passe dans le bouchon de la bouteille, et sert à porter l'électricité dans l'intérieur. On vernit extérieurement le bouchon et une partie du col. Cet appareil, représenté fig. 37, reçut généralement le nom de *bouteille de Leyde*, du nom de la ville où ses propriétés avaient été observées pour la première fois.

La théorie de cet appareil est si exactement conforme à celle du condensateur, que les mêmes expressions s'y appliquent presque littéralement.

L'électricité que l'on introduit dans l'intérieur de la bouteille, et que nous supposerons être de l'électricité vitrée, décompose par influence les électricités naturelles de la face extérieure, chasse la vitrée, fixe la résineuse, qui, par son attraction réciproque, la fixe aussi en partie à son tour; la bouteille forme ainsi un véritable condensateur. Lorsqu'on fait communiquer ses deux faces, les deux électricités qui y sont accumulées se précipitent l'une sur l'autre avec une grande vitesse, et, traversant rapidement les organes, y produisent une vive commotion; ou, ce qui revient au même, le corps qui établit ainsi la communication éprouve une décomposition brusque de ses électricités naturelles, dont chacune se porte sur la face de la bouteille où réside l'électricité opposée.

Nous allons développer cette explication en établissant par l'expérience les diverses propositions qui la composent, et nous y retrouverons dans tous ses détails la théorie du condensateur.

1°. Une bouteille de Leyde est placée sur un isoloir; ses deux faces sont dans l'état naturel. Sa face extérieure, fig. 38, communique avec un électroscope isolé formé d'une tige métallique recourbée, à laquelle sont suspendus des fils de lin terminés par des balles de sureau. On donne une ou deux étincelles vitrées au crochet de la bouteille en la laissant isolée; aussitôt les fils de l'électroscope divergent en vertu d'une électricité vitrée. La face extérieure éprouve donc une décomposition de ses électricités naturelles.

2°. Les choses étant ainsi préparées, on touche l'électroscope, et les fils retombent à la verticale. Par ce contact, on a laissé échapper l'électricité vitrée qui les faisait diverger; alors on ne peut plus enlever à la surface intérieure toute l'électricité vitrée qu'on y a introduite. Une partie s'est donc fixée, et elle n'a pu l'être que par l'influence d'une électricité résineuse. En effet, touchez le crochet pour ôter la portion de l'électricité vitrée qui est restée libre, l'électroscope, qui com-

munique à l'autre face, diverge de nouveau en vertu d'une électricité résineuse.

3°. L'appareil étant toujours disposé de même, on charge les conducteurs d'une certaine quantité d'électricité, puis on les met en communication avec le crochet de la bouteille isolée ; et lorsqu'ils ont partagé avec lui, l'électroscope appliqué à la face extérieure diverge, comme ci-dessus, en vertu d'une électricité vitrée. Si on le touche de manière à laisser échapper cette électricité, la force répulsive qu'elle exerçait sur celle de l'intérieur de la bouteille n'existe plus ; et le crochet, mis de nouveau en communication avec les conducteurs de la machine, leur enlève une nouvelle quantité d'électricité. Alors l'électroscope recommence à diverger, et toujours par une électricité vitrée. Si l'on donne passage à cette électricité, le crochet devient susceptible de prendre une nouvelle électricité aux conducteurs. Alors l'électroscope diverge de nouveau, et ainsi de suite. Ce phénomène se reproduit constamment de la même manière, jusqu'à ce que la portion d'électricité vitrée qui reste libre sur la surface intérieure, se soit accumulée suffisamment pour empêcher, par sa force répulsive, l'introduction d'une nouvelle quantité d'électricité de même nature, venant de la surface des conducteurs.

4°. La bouteille étant ainsi chargée et isolée, on fait communiquer ses deux surfaces par une chaîne de grains métalliques enfilés à distance sur un fil de soie. A l'instant il s'opère une décharge, et la chaîne est illuminée. On peut encore mettre la bouteille sous une cloche où l'on raréfie l'air. Lorsque la pression de cet air n'est plus suffisante pour retenir la portion de l'une ou de l'autre électricité qui a conservé sa force expansive, celle-ci s'élance vers l'autre en formant une trace lumineuse qui rend sa marche visible dans l'obscurité.

On voit que tous ces détails sont exactement conformes à ce que nous a présenté le condensateur. La commotion produite par la bouteille de Leyde se transmet de même à travers une chaîne formée par plusieurs personnes. En un mot, tout ce qui a été dit du condensateur, tous les calculs que nous avons éta-

blis sur la manière de le charger et de le décharger, s'appliquent ici littéralement.

On prouve aussi, pour la bouteille de Leyde, que les électricités dissimulées ne résident pas dans les enveloppes métalliques, mais se fixent presque uniquement sur les deux surfaces opposées de la lame de verre. Par exemple, après avoir chargé une bouteille de Leyde, dont l'intérieur est en partie rempli d'eau, de mercure ou de grains métalliques, on la vide, et on remplace ces conducteurs par d'autres qui s'appliquent de même sur sa surface intérieure. On ôte aussi les enveloppes extérieures, et on les remplace par d'autres qui sont dans l'état naturel. La bouteille, après tous ces changemens, se trouve encore chargée. On peut varier ces épreuves de mille manières, les effets seront toujours faciles à prévoir d'après la théorie des électricités dissimulées. Je ferai seulement remarquer que chaque fois que l'on touche la bouteille chargée, il faut que ce ne soit que par une seule de ses deux surfaces, sans quoi on établirait une communication entre les deux électricités dissimulées, et la décharge s'opérerait. C'est pourquoi, lorsqu'on veut changer les armatures intérieures, ou faire quelque autre opération analogue, il faut commencer par poser la bouteille sur un isoloir.

On peut, au moyen de la bouteille de Leyde, se procurer à volonté en un instant de l'électricité vitrée ou résineuse, ce qui est utile pour un grand nombre d'expériences. En effet, la bouteille chargée possède toujours sur ses deux faces les électricités opposées; il ne reste donc qu'à savoir les distinguer, ce qui est très-facile. Je suppose, par exemple, que la machine dont on fait usage donne à ses conducteurs l'électricité vitrée; si on leur présente la bouteille par le crochet, en la tenant par la panse, sa surface intérieure aura l'électricité vitrée, et sa surface extérieure l'électricité résineuse; ce sera le contraire, si on la présente par la panse, en la tenant par le crochet. Généralement la surface qui communique directement avec les conducteurs partage leur électricité.

La bouteille étant ainsi chargée sur ses deux faces d'électri-

cités connues, on la pose sur un isoloir, et en touchant alternativement ses faces, on fait reparaître tour à tour la force expansive sur chacune d'elles. Si l'on met alors cette face en contact avec un corps isolé, il partagera avec elle cette même espèce d'électricité, et l'on augmente la proportion de ce partage, si l'on touche en même temps l'autre face, afin qu'elle communique avec le sol.

Par exemple, après avoir chargé l'intérieur d'une bouteille de Leyde avec de l'électricité vitrée, si on la prend par la panse et qu'on promène le bouton extérieur de sa tige sur la surface d'un gâteau de résine, les points qu'il touchera se chargeront d'électricité vitrée; et si l'on y répand de la poudre composée de minium et de soufre dont nous avons parlé en traitant de l'électrophore, on y produit également les figures de Lichtemberg. Au lieu d'un gâteau de résine, employez une plaque mince de verre recouverte des deux côtés par une légère couche de vernis à la gomme-laque, et placez-la sur un disque métallique communiquant au sol. Alors, quand vous promenerez le crochet de la bouteille sur sa surface supérieure, les points correspondans de la surface inférieure se chargeront d'une espèce contraire d'électricité. Cela fait, enlevez la plaque, et la tenant isolée dans l'air, soufflez le mélange de soufre et de minium sur la surface qui a été touchée. Le contact de cette poudre y affaiblira la force répulsive, qui reparaîtra sur l'autre face. Si donc vous répandez aussi la poudre sur cette dernière, elle s'y attachera également, et y répétera les dessins tracés sur la première surface; mais la disposition des substances qui composent la poudre y sera exactement opposée.

Pour décharger commodément les bouteilles de Leyde sans servir soi-même de conducteur, on emploie l'excitateur métallique à deux branches, qui a été décrit page 334; on le prend par ses manches isolans, et l'on fait toucher une de ses branches au crochet, l'autre à la face extérieure de la bouteille. La décharge s'opère alors à travers les tiges métalliques dont il est formé.

Si l'on fait cette expérience sur une bouteille de Leyde suspendue à un fil de soie, en établissant la communication entre ses deux faces par un simple fil métallique isolé, on trouve qu'après la décharge, la neutralisation des deux électricités n'est pas tout-à-fait complète; il reste sur tout l'appareil un petit excès composé de l'espèce d'électricité dont la force expansive n'était pas complètement dissimulée; et l'on peut s'en assurer, soit en faisant communiquer une des faces après la décharge avec un électroscope très-sensible, soit, ce qui est plus sûr, en le touchant avec le plan d'épreuve, et présentant celui-ci à l'électroscope de torsion, préalablement chargé d'une électricité contraire. Ce résultat est parfaitement conforme à la théorie. En effet, d'après les formules que nous avons trouvées pour le condensateur, et qui s'appliquent également à la bouteille de Leyde, on a vu que lorsque l'appareil est chargé, la face isolée, qui est celle dont la force répulsive est sensible, a une quantité d'électricité égale à $+\frac{E}{1-m^2}$, tandis que l'autre face dont l'électricité est neutralisée à distance a $-\frac{mE}{1-m^2}$, quantité plus petite que l'autre, puisque m est une fraction. Quand la décharge s'opère, ces deux électricités se combinent, et leur résidu est

$$+\frac{E}{1-m^2}-\frac{mE}{1-m^2}, \qquad \text{ou} \qquad +\frac{E}{1+m};$$

c'est-à-dire une électricité de même nature que celle de la surface non touchée. Comme la fraction m est peu différente de l'unité, parce que l'on choisit des verres minces, afin de rendre les charges plus fortes, on voit que le résidu est à peu près la moitié de E, c'est-à-dire la moitié de ce que prendrait une seule des faces de la bouteille, si on l'eût mise en contact avec les conducteurs sans l'influence de l'autre. Cette moitié, distribuée sur toute l'étendue des deux faces, conserve ordinairement sur chacune d'elles une force répulsive assez faible, et on l'affaiblirait encore, si, pour décharger la bouteille, on la plaçait sur

un large isoloir, ou qu'on se servit d'un excitateur d'un grand volume ; car ce résidu $+\frac{E}{1+m}$ se partage aussi entre tous ces corps. C'est pourquoi il faut les choisir fort petits et fort minces comme je l'ai indiqué.

On peut faire de même cette expérience avec le condensateur à lames de verre, fig. 39 ; car après la décharge, il conserve aussi le résidu $+\frac{E}{1+m}$ répandu sur la totalité de ses deux faces.

Cette opération faite, supposons que l'on enlève le plateau supérieur par son manche isolant, et qu'on le touche pour en ôter la portion de cette électricité qu'il possède ; alors, si si on le reporte sur la lame de verre en le touchant, la quantité $\frac{E}{2(1+m)}$ qui est restée dans le plateau inférieur, agira à distance sur les électricités naturelles de celui que l'on replace, et l'appareil deviendra un véritable électrophore.

De même, après avoir déchargé la bouteille isolée de l'expérience précédente, on peut la recharger de suite, quoique dans un degré infiniment moindre, seulement en touchant une de ses faces ; car alors le résidu d'électricité de l'autre face chasse celle de la face que l'on touche, et attire une certaine quantité d'électricité contraire qu'elle neutralise à distance, à travers l'épaisseur du verre ; et comme ce résidu, sur chaque face, est $+\frac{E}{2(1+m)}$, il neutralisera aussi $-\frac{mE}{2(1+m)}$; mais la seconde décharge qui résultera de cette nouvelle accumulation sera infiniment plus faible que la première, parce que le facteur très-petit $1-m$ a disparu des dénominateurs.

Il y a encore une autre cause qui fait que la décharge de la bouteille de Leyde n'est pas tout-à-fait instantanée ; il paraît que les électricités accumulées sur les faces de la lame de verre pénètrent à quelque profondeur dans sa substance, et ne peuvent ensuite se dégager qu'avec difficulté. De là vient qu'on ne peut pas décharger complètement l'appareil par un seul contact

instantané; cela est surtout sensible avec de grandes jarres de verre, parce que leur surface étant plus grande, la quantité totale d'électricité qui y reste ainsi adhérente est plus considérable.

Je rapporterai ici un autre phénomène observé depuis longtemps par Richmann, et qui paraît très-singulier au premier coup d'œil, mais que la théorie aidée du calcul peut aujourd'hui suivre dans tous ses détails. J'en donnerai l'analyse, parce qu'elle est très-propre à faire bien comprendre le jeu des électricités dissimulées, et que d'ailleurs elle offre une application des formules que nous avons trouvées pour la déperdition de l'électricité par le contact de l'air. Voici en quoi il consiste : on prend une bouteille de Leyde, ou, si l'on veut, une simple lame de verre garnie sur ses deux faces de deux enveloppes métalliques : on la suspend verticalement, comme le représente la fig. 40, et on attache à la partie supérieure de chaque garniture un fil de lin garni inférieurement d'une petite boule de moelle de sureau. Ensuite, on charge l'appareil en faisant communiquer la face A A avec les conducteurs de la machine électrique, tandis que la face B B communique au réservoir commun par un cordon métallique *cc*. A mesure que l'électricité s'accumule sur la face A A, l'excès de la force répulsive fait élever le petit pendule *p* qui lui est attaché; mais le pendule semblable *p'* appliqué sur l'autre face où l'électricité résineuse est complétement neutralisée, reste tout-à-fait vertical. L'appareil étant chargé, on supprime la communication de la face A A avec la machine. Alors, si on laisse la face B B en communication constante avec le sol, on voit le pendule A*p* s'abaisser graduellement et avec une extrême lenteur, jusqu'à ce qu'enfin toute l'électricité accumulée sur cette face se soit dissipée; et pendant tout ce temps le pendule B*p'* reste immobile. Mais si, après avoir supprimé la communication de A A avec la machine, on supprime aussi celle de B B avec le sol, les phénomènes sont très-différens. Alors le pendule A*p* commence par s'abaisser rapidement, et le pendule B*p* commence par s'élever de même. Ils

arrivent bientôt ainsi à un écart à peu près égal, et qui est environ la moitié de l'écart initial du fil Ap. Quand ils ont atteint cette limite, le fil Ap continue de descendre, et le fil Bp' se met à descendre aussi; mais leur marche est alors incomparablement plus lente que dans les premiers instans où l'on a isolé l'appareil. Ils continuent ainsi à se rapprocher tous deux des faces auxquelles ils communiquent, en s'en tenant à peu près également éloignés, jusqu'à ce qu'enfin toute l'électricité des deux faces étant dissipée, ils reviennent l'un et l'autre à la situation verticale, après un temps qui peut être quelquefois fort considérable.

D'après la progression même de ces phénomènes, on voit qu'il faut en chercher la cause dans la dissipation successive de l'électricité des deux surfaces par le contact de l'air. Car les deux fluides accumulés sur les surfaces de la lame, n'ayant l'un avec l'autre aucune communication directe, si l'air ne leur faisait éprouver aucune diminution par son contact, l'état de l'appareil devrait toujours être le même qu'à l'instant où il a cessé de communiquer avec les conducteurs qui lui transmettaient l'électricité; par conséquent l'écart du fil Ap resterait aussi le même qu'à cet instant, et le fil Bp n'étant repoussé par aucune force resterait toujours vertical. Mais ces circonstances mathématiques n'ayant pas lieu, voyons quelles modifications doit produire dans les phénomènes la cause que nous avons indiquée.

Commençons par le cas simple où la surface BB de l'appareil conserve sa communication avec le sol. Alors la quantité d'électricité accumulée sur cette surface sera constamment neutralisée à distance. Considérons-la à une époque quelconque t, et désignons-la par Y; nommons de même X celle que la surface isolée possède à la même époque. Puisque X neutralise Y à distance, à travers la lame de verre qui les sépare, il devra exister entre ces deux quantités la relation

$$Y + mX = 0.$$

Mais toute l'électricité X n'est pas libre; une partie est neutra-

lisée par Y, et son expression est $-mY$ ou $+m^2X$. La portion de X qui conserve sa force expansive est donc

$$X + mY, \qquad \text{ou} \qquad (1 - m^2)X.$$

Cette portion est la seule qui puisse être diminuée par le contact de l'air. La perte qu'elle souffre pendant un très-court intervalle de temps θ, est proportionnelle à son intensité et à la durée de cet intervalle; elle pourra donc être exprimée par

$$-a(1 - m^2)X\theta,$$

a étant un coefficient constant pour le même appareil, mais variable avec la faculté plus ou moins conductrice de l'air. La composition de cette formule montre comment la déperdition de l'électricité de la face isolée est retardée par l'influence de l'autre face. Car si la quantité X était libre et exposée aux mêmes causes de déperdition, sa perte dans le temps θ serait $aX\theta$; au lieu qu'elle se trouve ici extrêmement affaiblie par le facteur $1 - m^2$, qui est toujours fort petit, la fraction m approchant d'autant plus de l'unité que l'épaisseur de la lame de verre est moindre. La perte de l'électricité X se fait ici exactement comme celle d'une électricité libre dont le coefficient de déperdition ne serait pas a, mais $a(1 - m^2)$. Nous pouvons donc appliquer à ce cas les formules que nous avons trouvées dans le chapitre III ; et en désignant par X_0 la charge primitive de la face isolée à l'instant où t est nul, c'est-à-dire au premier moment où l'on détruit la communication de cette face avec les conducteurs qui lui transmettaient l'électricité, on aura après un temps t quelconque

$$\log X = \log X_0 - \frac{a(1 - m^2)t}{M},$$

M étant le module des tables logarithmes, c'est-à-dire le nombre 2,302585. En ajoutant de part et d'autre $\log(1 - m^2)$, cette équation deviendra

$$\log(1 - m^2)X = \log(1 - m^2)X_0 - \frac{a(1 - m^2)t}{M}.$$

$(1 - m^2)X$ est la portion d'électricité qui jouit de sa force

expansive sur la face isolée, à l'époque que l'on considère. Nous la désignerons par E_t; de plus, en nommant E la portion d'électricité que cette face prendrait aux conducteurs électrisés, si elle communiquait librement avec eux sans l'influence de l'autre face, nous avons vu que l'on avait

$$X_0 = \frac{E}{1 - m^2}, \qquad \text{d'où} \qquad (1 - m^2) X_0 = E.$$

Substituant ces valeurs dans notre formule, elle devient

$$\log E_t = \log E - \frac{a(1 - m^2)t}{M}.$$

Quand t est nul, E_t se réduit à E; E exprime donc la quantité d'électricité qui jouissait de sa force expansive sur la face isolée au commencement de l'expérience. C'est aussi ce qui résultait des formules de la page 365; mais de plus, dans le cas actuel, on voit qu'à une époque quelconque, la quantité E_t sera réduite exactement comme si la quantité primitive E avait été exposée librement dans une atmosphère où le coefficient de déperdition aurait été $a(1 - m^2)$; par où l'on peut juger que ce décroissement sera graduellement progressif, et qu'il se fera avec beaucoup de lenteur, à cause de la petitesse du coefficient $1 - m^2$. Il en sera donc aussi de même de l'écart du fil de lin suspendu à la face A avant qu'elle communiquât aux conducteurs. Cet écart, sans être proportionnel à la quantité E_t, est cependant un effet immédiat de sa force répulsive, et il doit croître et décroître avec elle sans interruption.

Passons maintenant au cas général où les deux surfaces de l'appareil sont isolées, et représentons encore par X Y les quantités d'électricité qui existent sur ses surfaces à une époque quelconque; une partie de ces électricités sera libre, l'autre sera neutralisée; et en désignant toujours par a la proportion de la première qui se perd dans un très-court intervalle de temps θ, on trouvera, par un raisonnement semblable à celui dont nous avons fait tout-à-l'heure usage,

	Surface A.	Surface B.
Charge totale à l'époque t.....	X	Y
Portion neutralisée par l'influence de l'autre surface...	$-mY$	$-mX$
Portion libre.....	$X+mY$	$Y+mX$
Perte dans le petit intervalle de temps θ...	$-a(X+mY)\theta$	$-a(Y+mX)\theta$.

Ici les pertes absolues de chaque surface sont compliquées de l'action de l'autre, ce qui empêche d'appliquer les formules ordinaires d'une déperdition libre. Mais on peut éluder cette difficulté, en substituant à X et Y des inconnues S et Δ égales à leur somme et à leur différence, c'est-à-dire telles qu'on ait

$$S = X + Y$$
$$\Delta = X - Y.$$

En effet, pour avoir la perte de S, il faudra ajouter celles de Y et de X, ce qui donnera

$-a(1+m)(X+Y)\theta$, ou simplement $-a(1+m)S\theta$,

et pour avoir celle de Δ, il faudra prendre la différence des mêmes quantités, qui sera

$-a(1-m)(X-Y)$, ou simplement $-a(1-m)\Delta\theta$.

S décroît donc comme ferait une électricité libre pour laquelle le coefficient de la déperdition serait $a(1+m)$ et Δ, comme une électricité libre pour laquelle le coefficient de la déperdition serait $a(1-m)$. Ainsi l'on peut appliquer à ces quantités les formules que nous avons trouvées pour la perte de l'électricité par le contact de l'air, c'est-à-dire qu'on aura, après un temps quelconque,

$$\log S = -\frac{a(1+m)t}{M} + \log S_0$$

$$\log \Delta = -\frac{a(1-m)t}{M} + \log \Delta_0.$$

S_0 et Δ_0 sont les valeurs initiales de Δ et de S; M est le module

des tables ou 2,302585. Pour tirer de là commodément X et Y, je ferai

$$-\frac{a(1+m)t}{M} = \log u$$

$$-\frac{a(1-m)t}{M} = \log v.$$

Les quantités u et v pourront se calculer par ces équations, quand on se donnera le temps t, lequel est toujours positif pendant la durée de l'expérience. On voit que leurs valeurs seront toujours des fractions positives et moindres que l'unité, puisque leurs logarithmes sont négatifs. Cette transformation, introduite dans nos équations en S et Δ, permet de repasser des logarithmes aux nombres, ce qui donne

$$S = u S_0$$
$$\Delta = v \Delta_0.$$

Or, on a en général

$$S = X + Y$$
$$\Delta = X - Y.$$

Au commencement de l'expérience t était nul; X et Y deviennent alors X_0 et Y_0. La première quantité exprime la charge de la face A qui a communiqué avec les conducteurs électrisés; la seconde est la charge de la face qui communiquait au sol. Celle-ci est donc égale à $-mX_0$, c'est-à-dire à ce que X_0 peut neutraliser à distance à travers l'épaisseur de la lame de verre. D'après cela, on aura

$$S_0 = X_0 + Y_0 = (1-m) X_0$$
$$\Delta_0 = X_0 - Y_0 = (1+m) X_0;$$

et nos équations en S et Δ deviendront par ces valeurs

$$X + Y = (1-m) X_0 u$$
$$X - Y = (1+m) X_0 v,$$

d'où l'on tire

$$X = +\frac{X_0}{2}[(1+m)v + (1-m)u]$$

$$Y = -\frac{X_0}{2}[(1+m)v - (1-m)u]$$

Ce sont les quantités d'électricité qui existent sur chaque face à une époque quelconque; de là on tire

$$X + mY = + \frac{(1 - m^2) X_0}{2} (v + u)$$

$$Y + mX = - \frac{(1 - m^2) X_0}{2} (v - u).$$

$X + mY$ et $Y + mX$ sont les quantités d'électricité qui jouissent de leur force répulsive sur chaque face à une époque quelconque. Nous les représenterons par E_t, e_t; de plus, en nommant E la valeur initiale de E_t sur la face qui a communiqué avec les conducteurs, on a vu que l'on avait

$$(1 - m^2) X_0 = E.$$

Introduisant donc ces valeurs dans nos formules, elles deviendront

$$E_t = + \frac{E}{2} (v + u)$$

$$e_t = - \frac{E}{2} (v - u);$$

à quoi il faut joindre

$$\log v = - \frac{a (1 - m) t}{M}$$

$$\log u = - \frac{a (1 + m) t}{M}.$$

Au commencement de l'expérience t est nul, ainsi que $\log v$ et $\log u$; par conséquent, on a alors

$v = 1$ $u = 1$, ce qui donne $E_t = E$, et $e_t = 0$.

C'est en effet ce que nous devions retrouver. Pour toute autre valeur de t plus grande que zéro, v et u seront des fractions, puisque leurs logarithmes seront négatifs; mais $\log v$ sera toujours beaucoup plus petit que $\log u$, à cause du facteur très-petit $(1 - m)$; et par conséquent v sera toujours une fraction beaucoup moins différente de l'unité que u. D'après cela, si l'on construisait deux courbes dont les abscisses fussent t et les ordonnées $\frac{Ev}{2}$, $\frac{Eu}{2}$, on voit que, pour $t = 0$, ces deux courbes auraient d'abord une ordonnée commune A M, fig. 41, laquelle

serait égale à $\frac{1}{2}$ E ; après quoi chacune des deux courbes irait en s'abaissant continuellement vers l'axe des t, mais avec cette différence que la première M V, qui dépend de v, se rapprocherait de cet axe avec beaucoup de lenteur, tandis que la seconde M U, au contraire, descendrait vers lui avec beaucoup de rapidité. Maintenant, pour construire la valeur de E_t qui exprime l'électricité libre sur la première face de l'appareil, il faudra prendre la somme des ordonnées de ces courbes; et pour construire la valeur de $-e_t$, qui est l'électricité libre sur la seconde face, il faudra prendre leur différence; ce qui donnera les deux courbes ponctuées E E_1 E_2.... E_t ; e e_1 e_2.... e_t, dont la première s'abaisse d'abord rapidement vers l'axe, tandis que l'autre s'élève. Après quoi, s'étant toutes deux fort approchées l'une de l'autre, et de la courbe M V, elles descendent ensemble très-lentement vers l'axe de part et d'autre de cette courbe, jusqu'à ce qu'elles aillent enfin avec elle le rencontrer dans l'infini. Les portions d'électricité libres représentées par les ordonnées de ces deux courbes, varieront donc sur les deux faces de l'appareil, conformément aux lois que leurs inflexions nous peignent, et il en sera de même des écarts des fils qu'elles font diverger. Ainsi, dans les premiers momens de l'expérience, le fil qui dépend de E_t s'abaissera avec rapidité, tandis que celui de l'autre face qui dépend de e_t s'élevera de même. Ils arriveront ainsi à un écart à peu près égal; après quoi ils s'abaisseront tous deux avec une extrême lenteur, indiquée par la pente insensible de la courbe M V. Tous ces résultats sont exactement conformes à la description que Richmann a donnée du phénomène. On voit que le peu de pente de la courbe M V tient à ce qu'elle est déterminée par le coefficient $\alpha(1 - m)$, qui est d'autant plus petit que m est moins différent de l'unité, c'est-à-dire que la lame de verre est plus mince. Si l'on pouvait supposer m tout-à-fait égal à 1, la courbe M V deviendrait une ligne droite tout-à-fait parallèle à l'axe des t. Les ordonnées seraient donc alors toujours égales entre elles, quel que fût le temps t; et en général ce n'est qu'après un temps considérable que son abaissement vers l'axe est sensible. Il n'en est pas de même de la courbe M U ; la pente de

celle-ci est déterminée par le coefficient $a(1+m)$, qui est beaucoup plus grand que $a(1-m)$; car si l'on supposait, par exemple, $m=\frac{99}{100}$, il serait presque égal à $2a$, au lieu que $a(1-m)$ deviendrait $\frac{1}{100}a$. On conçoit ainsi qu'en peu de temps la courbe M U doit se rapprocher beaucoup de l'axe des t, et sa descente sera d'autant plus rapide que a sera plus considérable, c'est-à-dire que la déperdition de l'électricité par le contact de l'air sera plus grande. Or, comme les ordonnées de cette courbe font toute la différence des valeurs de E_t et de e_t, on voit qu'en peu de temps ces valeurs doivent devenir presque égales entre elles, et alors leur diminution n'est plus réglée que par la pente insensible de la courbe M V.

Ces particularités, que l'inspection des courbes rend sensibles, peuvent se déterminer rigoureusement par nos formules; il ne faut pour cela que les réduire en nombres. Cherchons, par exemple, toutes les circonstances du phénomène pour l'époque à laquelle e_t cesse de croître. Cela arrivera quand la diminution instantanée de v compensera celle de u. Or, dans un très-petit intervalle de temps θ, la diminution de v est $-a(1-m)v\theta$, et celle de u est $-a(1+m)u\theta$; pour qu'elles soient égales entre elles, il faut qu'on ait

$$(1-m)v=(1+m)u, \quad \text{d'où l'on tire} \quad u=\frac{(1-m)v}{1+m}.$$

En substituant cette valeur de u dans E_t, e_t et dans X, Y, on trouvera

$$E_t=E\,\frac{v}{1+m} \qquad e_t=-E\,\frac{vm}{1+m}$$

$$X=X_0\,\frac{v(1+m^2)}{1+m} \qquad Y=-X_0\,\frac{2mv}{1+m}.$$

Il faut maintenant déterminer la valeur particulière de v qui convient à cette époque. Pour cela, on remarquera que l'on a généralement

$$(1+m)\log v=(1-m)\log u.$$

Or, la relation particulière que nous venons de trouver entre

u et v pour l'époque du maximum de e_t donne, en prenant les logarithmes,

$$\log u = \log v + \log\left(\frac{1-m}{1+m}\right).$$

Prenant donc cette valeur de $\log u$, et la mettant dans l'équation générale, il vient, après les réductions,

$$\log v = \frac{(1-m)}{2m}\log\left(\frac{1-m}{1+m}\right).$$

Quand m sera donné, on calculera v par cette formule, et si m est peu différent de 1, ce qui est le cas ordinaire, v sera aussi très-peu différent de 1. Par exemple, soit $m = \frac{99}{100}$, on aura, en mettant cette valeur pour m,

$$\log v = \frac{1}{198}\log\frac{1}{199}, \quad \text{ou} \quad \log v = -\frac{1}{198}\log 199.$$

Or, les tables donnent

$$\log 199 = 2{,}2988531.$$

Divisant par 198, il vient

$$\log v = -0{,}0116104, \quad \text{ou} \quad \log v = 1{,}9883896;$$

et en passant aux nombres

$$v = 0{,}9736;$$

avec cette valeur et celle de m, on trouve pour la même époque,

$$E_t = 0{,}4893 \cdot E \qquad e_t = -0{,}4844 \cdot E$$
$$X = 0{,}9689 \cdot X_0 \qquad Y = -0{,}9688 \cdot X_0.$$

On voit donc qu'en effet les deux portions d'électricité qui jouissent de leur force expansive sur chaque surface, deviennent presque égales entre elles, et ont pour valeur, à très-peu de chose près, la moitié de la quantité primitive E. La différence est encore moindre entre les quantités absolues d'électricités X et Y. Il est remarquable que ces limites sont tout-à-fait indépendantes de a, c'est-à-dire de la vitesse plus ou moins grande avec laquelle se fait la déperdition de l'électricité.

Il n'en est pas ainsi du temps après lequel cet état s'observe; pour le déterminer, reprenons l'équation

$$\log u = \log v + \log\left(\frac{1-m}{1+m}\right),$$

qui a lieu à l'époque que nous considérons; et en mettant pour log. u, log. v, leurs valeurs en t, nous trouverons

$$t = -\frac{M}{2ma}\log\left(\frac{1-m}{1+m}\right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$t = -\frac{M\log v}{a(1-m)}.$$

Prenons, par exemple, la minute sexagésimale pour l'unité de temps, et supposons que la déperdition de l'électricité par l'air soit de $\frac{1}{10}$ par minute, on aura donc

$$a = \frac{1}{10};$$

on a de plus

$$m = \frac{99}{100} \qquad \log v = -0{,}0116104 \qquad M = 2{,}30258;$$

avec ces données, on trouve

$$t = 26'.44''.$$

Telle sera donc l'époque après laquelle e_t parviendra à son maximum.

Ce résultat semble s'écarter un peu de cette grande rapidité avec laquelle Richmann a vu ses deux fils atteindre leur plus grand écart; mais il faut remarquer que le calcul nous donne ici l'époque mathématique du phénomène. Si, long-temps avant le maximum, les valeurs de e_t n'ont plus éprouvé que des accroissemens insensibles, il aura été impossible à l'observateur de tenir compte de ces différences, surtout en les évaluant d'après l'écart des fils, qui, pour croître de quantités égales, exige des forces répulsives de plus en plus grandes. En effet, en prenant toujours $a = \frac{1}{10}$ et $m = \frac{99}{100}$, on a en général

$$\log v = -0{,}00043429\,.\,t \qquad \log.\, u = -0{,}0864248\,.\,t;$$

et en donnant à t des valeurs beaucoup plus rapprochées du commencement de l'expérience, on trouve

t	v	u	E_t	$-e_t$
1′	0,9990	0,8196	0,9093.E	0,0991 E
5	0,9950	0,3697	0,6823.E	0,3127 E
7	0,9930	0,2483	0,6206.E	0,3723 E
10	0,9900	0,1367	0,5633.E	0,4267 E
27	0,9734	0,0046	0,4890.E	0,4843 E
100	0,9048	insensible	0,4524.E	0,4524 E
1000	0,3679	insensible	0,3679.E	0,3679 E

On voit donc que dix minutes après l'instant où l'on a commencé à isoler l'appareil, la valeur de e_t ne diffère déjà presque plus de son maximum, qu'elle ne doit cependant atteindre que 17′ plus tard. On voit aussi avec quelle extrême lenteur E_t et e_t décroissent, quand elles ont passé cette limite, puisqu'au bout de seize heures elles surpassent encore le tiers de leur valeur primitive. Le décroissement serait plus rapide, si nous prenions la fraction m plus différente de l'unité; ce qui revient à supposer la lame de verre plus épaisse : mais aussi le maximum de e_t arriverait plus tôt. En général, cette analyse peut faire juger combien l'attraction réciproque des deux électricités dissimulées sert à les protéger l'une et l'autre contre l'action absorbante de l'air. C'est aussi ce que l'observation confirme de la manière la plus évidente par le temps considérable que des bouteilles de Leyde d'un verre mince mettent à se décharger complètement lorsqu'on les isole, et que la communication directe de leurs deux surfaces est empêchée par une couche de gomme-laque de bonne qualité.

Si sur les deux faces de la lame ou de la bouteille, on répandait quelque poudre formée de substance non conductrice, elle y adhérerait par l'attraction des électricités libres E_t e_t; et si de plus ces électricités n'étaient pas assez fortes pour chasser les

particules de la poudre, elles se trouveraient ainsi préservées du contact de l'air; de sorte que leur déperdition étant nulle, l'appareil pourrait rester chargé indéfiniment. C'est ce qu'on observe, en effet, avec les lames de verre minces, lorsqu'après avoir chargé leurs deux faces, on y répand le mélange de soufre et de minium dont nous avons parlé plus haut. Si on suspend ces lames par un cordon le long d'une muraille sèche, elles conservent leur électricité pendant des mois entiers.

En général, quand on s'occupe de phénomènes électriques, il ne faut jamais perdre de vue l'influence que le contact de l'air peut avoir sur eux. Sans cela, par exemple, on croirait, d'après l'expérience, qu'une bouteille de Leyde, ou tout autre appareil de ce genre, peut se charger en recevant seulement l'électricité de la machine sur une de ses faces, sans communiquer par l'autre avec le sol. Car, dans le fait, une bouteille ainsi isolée se charge peu à peu, surtout si on l'électrise long-temps. Mais c'est que l'électricité de sa seconde surface, que l'influence à distance repousse et rend libre, se trouve alors exposée à l'action absorbante de l'air qui la diminue peu à peu; ce qui permet l'accumulation d'une certaine quantité d'électricité sur la surface qui communique directement aux conducteurs. Pour pousser cette déperdition à l'extrême, il n'y a qu'à armer la surface extérieure de quelques pointes; alors la bouteille, quoique isolée dans l'air, se charge presque aussi fortement que si la face armée de pointes communiquait avec le sol.

DES BATTERIES ÉLECTRIQUES.

Quand on veut accumuler beaucoup d'électricité, on forme des bouteilles de Leyde avec de grandes jarres de verre que l'on revêt de feuilles métalliques sur leurs deux surfaces, et l'on fait communiquer toutes les tiges de ces bouteilles à un même conducteur métallique qui détermine, quand on le touche, leur décharge simultanée. Cet appareil s'appelle une batterie électrique; il est représenté fig. 42 : on l'établit ordinairement sur

un support isolant qui communique au sol par un conducteur métallique que l'on peut ôter ou mettre à volonté.

Plus une batterie contient de surface de verre armé, plus elle accumule d'électricité à force répulsive égale ; mais aussi plus il faut de temps pour la charger avec une machine donnée. En général, quand on emploie de très-grandes batteries, il est utile de les séparer en plusieurs divisions, pour pouvoir proportionner la quantité d'électricité aux effets qu'on veut produire. Cela offre encore l'avantage de pouvoir charger les batteries plus vite avec la même machine ; c'est ce que je vais expliquer.

Je suppose un nombre quelconque de bouteilles de Leyde, ou en général de surfaces de verre armées, suspendues les unes sous les autres par des conducteurs métalliques, comme le représente la fig. 43. Attachons la première à un cordon de soie S, et faisons communiquer la dernière avec le sol. Conduisons ensuite sur la face supérieure $A_1 A_1$ l'électricité de la machine que je supposerai vitrée ; il est évident que toutes les lames inférieures se chargeront en même temps que la première par les répulsions successives de l'électricité de l'une dans l'autre. Il s'agit de déterminer leur état d'équilibre simultané.

Pour cela, je regarderai toutes ces lames comme égales entre elles, et également armées ; je représenterai par μ le rapport des quantités d'électricité qui peuvent se neutraliser mutuellement d'une face à une autre sur la même lame ; et pour simplifier le problème, je supposerai les lames assez minces et les portions d'électricité libres assez faibles pour que leur influence à distance ne modifie pas sensiblement l'état des lames voisines. Alors nous aurons cette série d'équations, analogue à celle de la page 368.

$$B_1 + \mu A_1 = 0$$

$$\begin{aligned} B_2 + \mu A_2 &= 0 & B_1 + A_2 &= 0 \\ B_3 + \mu A_3 &= 0 & B_2 + A_3 &= 0 \\ B_4 + \mu A_4 &= 0 & B_3 + A_4 &= 0 \\ &\cdots & &\cdots \\ B_n + \mu A_n &= 0 & B_{n-1} + A_n &= 0 \end{aligned}$$

Les équations contenues dans la seconde colonne expriment que les faces qui communiquent ensemble comme B_1 et A_2, B_2 et A_3, sont chargées par une décomposition de leurs électricités naturelles. En combinant les équations de même rang, on en tire ces deux autres systèmes :

$$B_2 = \mu B_1 \qquad A_2 = \mu A_1$$
$$B_3 = \mu B_2 \qquad A_3 = \mu A_2$$
$$B_n = \mu B_{n-1} \qquad A_n = \mu A_{n-1}.$$

Maintenant, si l'on multiplie toutes celles d'une même colonne l'une par l'autre, et qu'on supprime les facteurs égaux, il vient

$$B_n = \mu^{n-1} B_1 \qquad A_n = \mu^{n-1} A_1.$$

On voit donc par l'identité de signe, que toutes les faces inférieures B_n sont chargées de la même espèce de fluide que B, et toutes les faces supérieures A_n sont chargées de la même espèce de fluide que A ; mais leurs charges successives vont en s'affaiblissant, parce que μ est toujours une fraction dont les puissances sont de plus en plus petites. Si, par exemple, on supposait comme précédemment $\mu = \frac{99}{100}$, et que le nombre total des lames fût 10, il faudrait faire $n - 1 = 9$, ce qui donnerait

$$\mu^{n-1} = \left(\frac{99}{100}\right)^9 = 0{,}9135.$$

La charge de la dixième lame surpasserait donc encore les $\frac{9}{10}$ de la charge de la première. Cependant, si l'on établissait une communication entre la dernière face B_n et la première A_1, ce qui déchargerait en un seul coup toutes les lames, on ne recevrait pas plus d'électricité que si l'on eût détaché la première lame de l'appareil avec des tiges isolantes, et qu'on l'eût déchargée séparément ; car les électricités B_1, A_2, B_2, A_3, se recomposeraient d'elles-mêmes sans aucune transmission réelle. Au lieu de cela, supposons que les lames étant ainsi chargées *par cascade*, on les sépare l'une après l'autre en enlevant d'abord la dernière que l'on prendra par sa face B_n, et ainsi de suite pour toutes les autres successivement. Si l'on pose ensuite toutes les lames à côté les unes des autres sur des isoloirs, et qu'on lie toutes leurs surfaces supérieures A à un même conducteur, on pourra

encore les décharger simultanément. Mais cette fois, la décharge transmettra toutes les quantités d'électricité qu'elles contiennent. Or, ces quantités sont

sur les faces B....$(1+\mu+\mu^2\ldots+\mu^{n-1})B_1$, ou $\frac{(1-\mu^n)B_1}{1-\mu}$;

sur les faces A....$(1+\mu+\mu^2\ldots+\mu^{n-1})A_1$, ou $\frac{(1-\mu^n)A_1}{1-\mu}$.

La décharge sera donc bien plus considérable que la première fois. Par exemple, dans notre supposition de $n=10$ et $\mu=\frac{99}{100}$,

on aura $$\frac{1-\mu^n}{1-\mu}=9{,}56.$$

Ainsi, au lieu d'avoir seulement A_1 d'électricité vitrée, on aura en tout 9,56 A_1, c'est-à-dire une quantité presque décuple.

Pour appliquer cette méthode aux grandes batteries, il faut les séparer en plusieurs divisions établies sur des pieds isolans, comme le représente la fig. 44. Quand on veut les charger toutes, ou seulement quelques-unes d'entre elles, on établit d'abord la communication entre les faces successives B_1 A_2, B_2 A_3...., au moyen de verges métalliques C_1 C_2 que l'on passe dans des anneaux disposés pour cet usage, et l'on fait communiquer avec le sol la dernière face B_n. Puis, lorsqu'on croit la charge suffisante, on détruit la communication de la face B_n avec le sol. Alors, on peut impunément enlever les unes après les autres les tiges métalliques C_1 C_2.... Car, lorsqu'on ôte C_1, par exemple, il ne peut se faire aucune décharge, puisque l'électricité B_1 est retenue par A_1 et l'électricité A_2 par B_2. Cela fait, et les batteries partielles étant ainsi séparées, on établit des communications entre leurs surfaces A_1. Pour cela on y *jette*, je ne dis pas on y pose, car on s'exposerait à une décharge, on y jette, dis-je, les mêmes tiges métalliques C_1 C_2, qui, rencontrant les conducteurs par lesquels les parties de chaque batterie sont liées, les mettent naturellement en communication. Chaque fois que la tige tombe sur deux batteries consécutives, elle excite entre elles une étincelle, ce qui vient de l'inégalité des A. Quand toutes les batteries sont réunies, on peut les décharger toutes d'un seul coup,

en faisant communiquer ensemble une partie quelconque des faces A et B, ou si l'on veut, on continue de faire encore tourner la machine pour achever de les charger complètement.

Dans ces opérations, il importe d'avoir un régulateur qui vous indique à chaque instant l'état de la batterie. Car, à un certain degré de charge, la portion E d'électricité des faces A qui jouit de sa force répulsive, peut surmonter la résistance de l'air, et se porter par explosion vers une face B, ce qui déchargerait brusquement la batterie, et souvent avec rupture d'une partie des jarres, parce que toute la force du choc se porte alors en un seul point de leur garniture métallique. Pour éviter cet accident, on visse à demeure sur les conducteurs des faces A un petit pendule formé par une tige métallique T T, fig. 45, et par une légère tige d'ivoire, portant à son extrémité une boule de sureau *b*. Le fluide libre des faces A exerçant sa force répulsive sur ce petit pendule, le fait s'éloigner de sa tige, et ses écarts sont marqués par une division tracée sur le cadran *c c*. Il est clair que cet instrument ne donne aucune mesure absolue; mais il offre au moins une indication constante sur laquelle on peut se régler, lorsqu'on a une fois pour toutes déterminé par expérience le degré de répulsion auquel une décharge spontanée pourrait devenir à craindre.

Pour décharger les batteries, on se sert de l'excitateur à deux branches décrit page 334. On pose l'une d'elles sur une face A, l'autre sur une face B, et la décharge s'opère à travers leur substance. Généralement, quand on opère avec de fortes batteries, on doit bien se garder de s'exposer à en recevoir la décharge; car on pourrait en éprouver les accidens les plus graves, et même la mort.

CHAPITRE X.

Des Piles électriques, et des Phénomènes que présentent les cristaux électrisés par la chaleur.

J'AJOUTERAI encore sur la charge par cascade quelques développemens qui nous deviendront utiles dans la théorie du galvanisme et du magnétisme. Ils auront d'ailleurs l'avantage actuel d'offrir de nouveaux exemples du jeu des électricités dissimulées.

Ne négligeons plus l'action à distance des petites portions d'électricité qui ne sont pas complètement neutralisées ; et, pour y avoir égard, désignons successivement par μ_1 $\mu_2 \ldots \mu_n$ les proportions qui se neutralisent réellement sur la première lame, la seconde, et ainsi de suite jusqu'à la dernière. Sans connaître exactement ces proportions, nous savons qu'elles doivent être peu différentes les unes des autres, si les lames sont égales entre elles, et assez éloignées les unes des autres pour que les portions d'électricité qui restent libres sur une de leurs surfaces aient peu d'influence sur leurs charges absolues. En adoptant ces restrictions, nous représenterons par P le produit de toutes les quantités μ_1 μ_2 $\mu_3 \ldots \mu_n$; et P sera très-peu différent de μ^n.

D'après cela, si l'on charge la face A_1 de la première lame, en faisant communiquer au sol la face B_n de la dernière, l'état de toutes les lames successives sera soumis aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} B_1 + \mu_1 A_1 &= 0 \\ B_2 + \mu_2 A_2 &= 0 \qquad B_1 + A_2 = 0 \\ B_3 + \mu_3 A_3 &= 0 \qquad B_2 + A_3 = 0 \\ B_n + \mu_n A_n &= 0 \qquad B_{n-1} + A_n = 0. \end{aligned}$$

La première colonne exprime les proportions d'électricités contraires développées sur les faces de chaque lame. La seconde

colonne exprime que les faces qui communiquent ne sont électrisées que par une décomposition de leurs électricités naturelles. En opérant ici comme dans la page 404, on en tire

$$B_n = \frac{P}{\mu_1} \cdot B_1 \qquad A_n = \frac{P}{\mu_1} A_1,$$

et par conséquent $B_n = -P A_1$.

Les résultats ne diffèrent qu'en ce que la puissance μ^n est ici représentée par le produit P.

Les lames étant ainsi chargées, je suppose que l'on détruise la communication de B_n avec le sol, et qu'ensuite on touche la première surface A_1, de manière à enlever toute l'électricité qui n'y est pas complètement dissimulée, quel sera l'état des lames après ce contact ?

Pour le savoir, représentons par a_1 la quantité d'électricité qui reste sur la première surface, et de même par b_1, a_2, b_2 celles qui restent sur toutes les autres jusqu'à la dernière. Celle-ci nous est déjà connue, puisque l'on a isolé la dernière face; et elle est égale à B_n comme précédemment. On a donc ici le même système que tout-à-l'heure, avec cette seule différence que c'est B_n qui est libre, et A_1 qui communique avec le sol. Ainsi a_1 dépendra de B_n, *précisément* comme B_n dépendait de A_1. C'est-à-dire qu'on aura

$$b_1 = \frac{P}{\mu_n} B_n \qquad a_1 = \frac{P}{\mu_n} a_{n-1}; \qquad a_1 = -P B_n.$$

Je conserve μ_n au dénominateur au lieu de μ_1 qui s'appliquait d'abord à la lame B_n, parce qu'ici son rang est changé, et qu'elle devient la première au lieu de la dernière. Substituant pour B_n sa valeur en A_1, il vient

$$a_1 = P^2 A_1;$$

c'est la quantité d'électricité qui reste fixée sur la surface supérieure A_1 lorsqu'on la touche, B_n étant isolé. Ainsi le contact lui enlève $A_1 - P^2 A_1$, ou $(1 - P^2) A_1$. Telle était donc aussi la portion d'électricité qui jouissait de sa force répulsive sur cette surface lorsque B_n communiquait au sol. Elle est beaucoup plus grande que si la première lame était libre, car sa valeur serait alors $(1 - \mu^2) A_1$, et P^2 est bien moindre que μ^2.

Après ce contact, si l'on promène un petit plan d'épreuve

sur les diverses lames qui composent la colonne, on n'y trouvera de libre que de l'électricité résineuse, dont l'intensité croîtra depuis A_1 jusqu'en B_n. Au contraire, si on eût fait le même essai avant le contact, en ayant seulement isolé B_n, on aurait trouvé toute la colonne à l'état d'électricité vitrée, avec une intensité croissante de B_n jusqu'en A_1.

Revenons à ce premier cas; et après avoir détruit la communication de B_n avec le sol, concevons qu'au lieu de toucher la surface A_1 on lui applique seulement un condensateur dont la force condensante soit connue, quel sera l'état des lames après le contact?

Pour le découvrir, il faut d'abord définir la force du condensateur. Représentons par Z la charge du plateau collecteur lorsque la portion d'électricité libre sur sa surface est E. D'après ce que nous avons établi page 366, on aura

$$Z = \frac{E}{1 - m^2}.$$

m est une fraction qui dépend de la distance des surfaces où l'électricité se condense; et $\frac{1}{1 - m^2}$ est la force absolue de condensation; nous la représenterons par q. En outre, il faut établir la proportion suivant laquelle l'électricité se partage entre le plateau collecteur et la surface A_1 à laquelle on l'applique, en les supposant l'un et l'autre libres de toute influence étrangère. Cette proportion dépend de la forme et de l'étendue des deux surfaces. Supposons qu'étant mises ainsi librement en contact, la surface A_1 doive pour l'équilibre avoir e, le plateau ayant E; puis faisons $\frac{E}{e} = i$. Ce même rapport $\frac{E}{e}$ ou i devra subsister encore entre les portions d'électricités libres du condensateur et de la lame lorsqu'on les mettra en contact l'un avec l'autre. Ainsi lorsque celle de la surface A_1 sera e, la charge du condensateur sera

$$Z = \frac{ie}{1 - m^2} = qie;$$

de sorte qu'il suffit de connaître l'une pour trouver l'autre.

Maintenant, pour appliquer ceci à notre problème, supposons qu'ayant appliqué le condensateur à la surface supérieure de la lame A_t, la quantité totale d'électricité qu'elle possède se réduise à la quantité inconnue A_t': comme cette perte forme la charge du condensateur, on aura

$$A_t' + Z = A_t \qquad (1).$$

De plus, nous avons vu que la surface B_n étant isolée, neutralise sur la surface A_t une portion d'électricité égale à $-P B_n$ ou $+P^2 A_t$; elle la neutralisera encore de même après le contact du condensateur, puisque B_n ne perd rien de son électricité. Ainsi *après* ce contact la portion d'électricité qui restera libre sur la surface A_t sera $A_t' - P^2 A_t$; ce sera donc là la valeur de e. Conséquemment l'on aura pour la charge du condensateur

$$Z = qi\,(A_t' - P^2 A_t) \qquad (2).$$

Cette équation, jointe à la précédente, déterminera A_t' et Z; on en tire

$$Z = \frac{qi(1-P^2)A_t}{1+qi}; \qquad A_t' = A_t - \frac{qi(1-P^2)A_t}{1+qi};$$

$$A_t' - P^2 A_t = \frac{(1-P^2)A_t}{1+qi}.$$

$A_t' - P^2 A_t$ est la quantité d'électricité vitrée qui reste libre sur la surface A_t après le contact du condensateur. On voit que la portion primitivement libre $(1-P^2)A_t$ s'est seule partagée entre lui et la lame dans le rapport de qi à 1; de sorte qu'elle seule a subi la force condensante. Pour que le plateau collecteur l'emportât toute entière, il faudrait que la force condensante qi fût infinie; alors la quantité $A_t' - P^2 A_t$ deviendrait nulle, c'est-à-dire qu'il n'y aurait plus du tout d'électricité libre sur la surface A_t. Les choses sont alors les mêmes que si l'on eût fait communiquer A_t avec le sol.

Pour connaître en général l'état des lames intermédiaires entre A_t et B_n après le contact du condensateur, je considérerai le cas simple où les petites portions d'électricité qui restent libres sur chaque lame n'influent pas sensiblement sur l'état des lames voisines; alors les facteurs $\mu\ \mu_1\ \mu_2 \ldots$ sont égaux entre eux, et leur produit se réduit à μ^n. Maintenant la quan-

tité d'électricité vitrée A_1', qui reste à la surface A_1, de la première lame, neutralise sur la face B_1 une quantité $\mu A_1'$ d'électricité résineuse; et ainsi successivement elle neutralise sur les faces B des autres lames les quantités $\mu^2 A_1'$, $\mu^3 A_1' \ldots \mu^n A_1'$; c'est-à-dire que ces quantités ne s'échapperaient pas même si l'on touchait B_n pour le faire communiquer avec le sol; mais réciproquement B_n à son tour neutralise une quantité d'électricité vitrée μB_n sur la première surface de la dernière lame, et par suite il neutralise $\mu^2 B_n'$, $\mu^3 B_n \ldots \mu^n B_n$ sur les premières surfaces de toutes les autres; de sorte qu'en mettant pour B_n sa valeur $-\mu^n A_1$, on aura le tableau suivant.

Rangs des lames.	Quantités de fluide résineux neutralisées par A_1' sur les faces B.	Quantités de fluide vitré neutralisées par B_n sur les faces A.
1.....	face A_1	$\mu^{2n} A_1$
	face B_1 $-\mu A_1'$	
2.....	face A_2	$\mu^{2n-1} A_1$
	face B_2 $-\mu^2 A_1'$	
3.....	face A_3	$\mu^{2n-2} A_1$
	face B_3 $-\mu^3 A_1'$	
	⋮	⋮
$n-2$...	face A_{n-2}	$\mu^{n+3} A_1$
	face B_{n-2} $-\mu^{n-2} A_1'$	
$n-1$...	face A_{n-1}	$\mu^{n+2} A_1$
	face B_{n-1} $-\mu^{n-1} A_1'$	
n.....	face A_n	$\mu^{n+1} A_1$
	face B_n $-\mu^n A_1'$	

Maintenant, il faut remarquer que ces quantités sont les plus petites de toutes celles qui puissent se développer réellement sur les faces auxquelles elles appartiennent. Par exemple, la quantité d'électricité résineuse qui se développera sur les surfaces contiguës des deux premières lames ne saurait être

moindre que $\mu A_1'$; car $\mu A_1'$ resterait sur la face B de la première lame, même quand on toucherait B_n, et l'action de la petite portion qu'on enlève de B_n par le contact, peut augmenter par sa répulsion le développement de l'électricité résineuse dans les autres lames, mais non le diminuer. Le même raisonnement s'applique également aux faces contiguës des autres lames, tant pour ce qui vient de l'influence de A_1' que pour ce qui vient de B_n. Or la fixation de $\mu A_1'$ d'électricité résineuse entre les deux premières surfaces, exige qu'il s'y développe une égale quantité $\mu A_1'$ d'électricité vitrée. Si cette quantité surpasse $\mu^{2n-1} A_1$, l'influence de B_n ne pourra pas la fixer toute entière, et il en restera une portion qui jouira de sa force expansive; de sorte qu'en portant un plan d'épreuve entre ces deux lames on trouvera nécessairement leurs surfaces contiguës à l'état vitré.

Si, au contraire, la quantité d'électricité vitrée $\mu A_1'$ est moindre que $\mu^{2n-1} A_1$, qui doit être nécessairement fixée par l'influence de B_n, il se fera entre les deux lames le développement d'électricités naturelles exigé par cette influence. Cela produira donc une quantité totale d'électricité résineuse au moins égale à $\mu^{2n-1} A_1$, par conséquent plus grande que ce que A_1' peut dissimuler à travers l'épaisseur de la première lame. Ainsi une partie de cette électricité conservera sa force expansive; et si l'on porte un plan d'épreuve entre les deux lames, on trouvera leurs surfaces contiguës à l'état résineux.

Le même raisonnement s'applique à toutes les autres lames considérées successivement par couples. Soit n' le rang que la première lame de ce couple occupe dans la colonne, la nature de l'état électrique de leurs faces contiguës dépendra du signe qu'aura la quantité $\mu^{n'} A_1' - \mu^{2n-n'} A'$. Substituant pour A_1' sa valeur

$$A_1' = \frac{A_1 (1 + q i \mu^{2n})}{1 + q i},$$

puis réduisant au même dénominateur, et enfin supprimant le facteur commun $\frac{\mu^{n'} A_1}{1 + q i}$, qui est toujours positif, la quantité caractéristique devient

$$1 - \mu^{2(n-n')} - q i [\mu^{2(n-n')} - \mu^{2n}]. \qquad (Q)$$

Quand cette quantité sera positive, les surfaces contiguës des deux lames seront à l'état vitré; quand au contraire elle sera négative, les surfaces seront à l'état résineux. Examinons les circonstances qui déterminent l'un ou l'autre résultat.

Le couple que l'on considère devant être toujours compris dans la colonne, n' est nécessairement moindre que n; ainsi $\mu^{2(n-n')}$ est une fraction, et $1 - \mu^{2(n-n')}$ est une quantité positive. Le facteur $\mu^{2(n-n')} - \mu^{2n}$ est aussi positif, parce que μ est une fraction. Ainsi les deux termes qui composent la formule sont toujours de signe contraire; mais leur valeur absolue dépend de n' et de qi, c'est-à-dire du rang des lames et de la force du condensateur.

Pour fixer tout de suite les résultats extrêmes, supposons que la force condensante qi soit nulle. La quantité caractéristique que j'ai désignée par (Q) sera toujours positive, quel que soit n'; ainsi les surfaces contiguës de toutes les lames seront à l'état vitré. C'est le cas où l'on n'applique point de condensateur. Au contraire, supposons qi infini, la quantité (Q) devient constamment négative, et toutes les faces contiguës sont à l'état résineux; c'est le cas où l'on appliquerait un condensateur infini, qui enleverait toute l'électricité libre de la première lame. Alors l'effet est le même que si l'on mettait cette lame en communication avec le sol.

En variant la force condensante qi entre ces deux limites, on voit que l'on pourra toujours mettre telle portion que l'on voudra de la colonne à l'état vitré, le reste étant à l'état résineux. On pourra même faire en sorte que tel couple assigné ait ses surfaces contiguës dans l'état naturel; il suffira de poser la condition

$$0 = 1 - \mu^{2(n-n')} - qi\,[\mu^{2(n-n')} - \mu^{2n}],$$

et lorsque l'on se sera donné n', cette équation déterminera la force qi du condensateur qu'il faut employer pour produire l'effet désiré. Réciproquement, si l'on se donne la force condensante qi, l'équation déterminera le rang n' du couple, dont les surfaces contiguës sont dans l'état naturel. Mais pour que la chose soit possible, il faudra que cette valeur de n' se trouve être un nombre entier.

Supposons, par exemple, que l'on veuille employer un con-

densateur tel que les quantités d'électricité restantes sur les surfaces extrêmes soient devenues égales après le contact; en sorte qu'on ait $A_1' = -B_n = \mu^n A_1$,

il n'y a qu'à substituer cette valeur dans l'équation

$$A_1' = \frac{A_1 (1 + \mu^{2n} qi)}{1 + qi},$$

et elle déterminera la force condensante qi dont il faut faire usage. On trouve ainsi

$$qi = \frac{1}{\mu^n}.$$

Pour savoir s'il y a un couple dont les surfaces contiguës soient dans l'état naturel, substituons cette valeur dans l'équation de condition trouvée tout-à-l'heure, elle deviendra

$$0 = 1 - \mu^{2(n-n')} - \mu^{n-2n'} + \mu^n,$$

qui peut se mettre sous les formes

$$0 = (1 + \mu^n)(1 - \mu^{n-2n'})$$

Le premier facteur est toujours positif, mais le second deviendra nul en faisant

$$n - 2n' = 0, \qquad \text{d'où} \qquad n' = \frac{n}{2}.$$

Par conséquent, si le nombre total des lames est pair, les deux lames qui occuperont le milieu de la colonne auront leurs surfaces contiguës dans l'état naturel. Si l'on touche ces surfaces, on ne changera rien à l'état électrique des autres; si l'on y porte le plan d'épreuve, il n'y prendra aucune électricité : enfin on pourra même couper la colonne en cet endroit sans troubler l'équilibre, et l'on aura ainsi deux moitiés dont l'une paraîtra toute entière dans l'état vitré, l'autre dans l'état résineux. Je dis *paraîtra*, parce que ces indications ne se rapportent qu'à la portion de l'électricité qui jouit de sa force répulsive.

Jusqu'ici nous avons supposé que la face inférieure B_n de la dernière lame restait isolée pendant le contact du condensateur. Mais on peut aussi la laisser communiquer avec le sol. Alors les phénomènes sont différens, parce que cette face peut perdre de son électricité, au lieu que dans le premier cas elle n'en perdait point.

Pour voir ce qui arrive dans cette circonstance, représentons par a_1' la quantité totale d'électricité vitrée que conservera la face supérieure après le contact du condensateur : cela fixera sur la face B_n la quantité $-P\,a_1'$ d'électricité résineuse, P étant le produit des quantités $\mu_1\,\mu_2 \ldots \mu_n$ que je ne suppose plus égales. Tout ce qui excédera cette limite s'écoulera dans le sol. Alors cette quantité $-P\,a_1'$ réagissant à son tour sur la première surface A_1, y neutralisera de même une portion $P^2\,a_1'$ d'électricité vitrée. Ainsi après le contact du condensateur, la portion d'électricité vitrée qui restera libre sur la surface A_1 sera $a_1' - P^2\,a_1'$, ou $a_1'\,(1 - P^2)$. Ce sera donc là la valeur de e; d'où il suit qu'en nommant Z' la charge totale que le condensateur emporte, on devra avoir

$$Z' = qi\,a_1'\,(1 - P^2) :$$

de plus on a toujours

$$a_1' + Z' = A_1,$$

puisque la charge du condensateur et la quantité d'électricité restante doivent donner pour somme la quantité A_1. De là, on tire

$$a_1' = \frac{A_1}{1 + qi\,(1 - P^2)} \qquad Z' = \frac{qi\,(1 - P^2)\,A_1}{1 + qi\,(1 - P^2)},$$

Dans le cas où la base de la colonne était isolée, nous avons eu pour la charge du condensateur

$$Z = \frac{qi\,(1 - P^2)\,A_1}{1 + qi}.$$

les numérateurs de ces expressions sont les mêmes ; mais les dénominateurs sont bien différens. Quand la base de la colonne est isolée, le terme qi du dénominateur conserve toute sa valeur, qui peut être très-considérable si le condensateur est énergique, tandis que dans la colonne non isolée ce même terme est affaibli par le facteur $1 - P^2$, qui est d'autant plus petit que les épaisseurs des lames sont moindres. Le premier dénominateur est donc toujours plus grand que le second, et par conséquent la charge Z est toujours moindre que Z'. Pour comparer les résultats dans un cas extrême, supposez la force condensante infinie, la valeur de Z se ré-

duira à $(1 - P^n) A_1'$, c'est-à-dire que le condensateur n'emportera que l'électricité *libre* à la surface qu'il touche ; mais dans cette même supposition, Z' se réduit à A_1, c'est-à-dire que le condensateur emporte absolument toute la quantité d'électricité accumulée sur cette surface ; de sorte que l'appareil se trouve déchargé.

Pour pouvoir approprier ceci à d'autres nombres, reprenons le cas simple où les facteurs μ, μ_1 sont égaux entre eux ; alors P deviendra μ^n, et les charges du condensateur seront

$$\text{dans la colonne isolée..... } Z = \frac{qi\,(1-\mu^{2n})\,A_1}{1+qi}$$

$$\text{non isolée ..... } Z' = \frac{qi\,(1-\mu^{2n})\,A_1}{1+qi\,(1-\mu^{2n})},$$

par conséquent

$$Z' = Z \cdot \frac{1+qi}{1+qi\,(1-\mu^{2n})}.$$

Prenons, par exemple, $\mu = \frac{99}{100}$, comme nous l'avons souvent employé. Imaginons de plus la colonne formée de dix lames, et supposons la force condensante égale à 120, nous aurons alors

$$\mu^{2n} = \left(\frac{99}{100}\right)^{20} = 0{,}817907 ;\ 1-\mu^{2n} = 0{,}182093 ;\ qi = 120 ;$$

d'où l'on tire $$Z' = 5{,}30 . Z,$$

c'est-à-dire que la colonne non isolée donnerait une charge cinq fois et un tiers plus forte que la colonne isolée. Mais la disproportion augmente rapidement à mesure que la distance des électricités dissimulées devient moindre : car si l'on prenait, par exemple, $\mu = \frac{9999}{10000}$, les autres données restant d'ailleurs les mêmes, on trouvera

$$1-\mu^{2n} = 0{,}002 \quad Z' = Z \cdot \frac{121}{1{,}24} = 98\tfrac{1}{4} Z ;$$

c'est-à-dire que le condensateur se chargerait quatre-vingt-dix-huit fois autant dans le premier cas que dans le second.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que la colonne était entourée d'un milieu parfaitement isolant. Considérons-la maintenant suspendue dans l'air, et voyons le

changemens que son état électrique recevra du contact de ce fluide.

Cette recherche est absolument analogue à celle que nous avons faite pour une seule lame électrisée, et les mêmes formules vont nous servir. Représentons encore par X Y les quantités totales d'électricité qui existent sur les surfaces extrêmes A_i et B_n de la colonne à une époque quelconque, et nommant toujours a le coefficient de la déperdition par le contact de l'air dans l'unité de temps, pour une électricité libre; nous aurons, comme dans la page 394,

	Surface A_i.	Surface B_n.
Charge totale à l'époque t.	X	Y
Portion neutralisée par l'influence de l'autre surface.	$-\mu^n Y$	$-\mu^n X$
Portion libre.....	$X+\mu^n Y$	$Y+\mu^n X$
Perte dans le petit intervalle de temps θ.....	$-a(X+\mu^n Y)\theta$	$-a(Y+\mu^n X)\theta$.

Ces données sont exactement les mêmes que celles de l'endroit cité, avec la seule différence que le coefficient m que nous avions alors est changé ici en μ^n. Toutes les conséquences auxquelles le calcul nous a conduit seront donc aussi exactement applicables dans le cas actuel, sauf cette seule modification. Par conséquent nous introduirons de même deux nouvelles indéterminées u et v, telles qu'on ait

$$\log v = -\frac{a(1-\mu^n)t}{M}$$

$$\log u = -\frac{a(1+\mu^n)t}{M},$$

M étant le module des tables logarithmiques, c'est-à-dire le nombre 2,302585, après quoi les quantités totales d'électricité des faces extrêmes à l'époque t seraient

$$X = +\frac{A_i}{2}[(1+\mu^n)v+(1-\mu^n)u]$$

$$Y = -\frac{A_i}{2}[(1+\mu^n)v-(1-\mu)u].$$

Au commencement de l'expérience, où t est zéro, u et v ont pour valeur l'unité; X se réduit à A_1 et Y à $\mu^n A_1$, qui sont en effet les charges initiales des deux faces. De là on tire

$$X + \mu^n Y = + \frac{(1 - \mu^{2n}) A_1}{2} (v + u)$$

$$Y + \mu^n X = - \frac{(1 - \mu^{2n}) A_1}{2} (v - u).$$

Ce sont les portions d'électricité libres sur chacune des deux surfaces à une époque quelconque; nous représenterons la première par E_t, la seconde par e_t. De plus $(1 - \mu^{2n}) A_1$ est justement la valeur initiale de E_t, c'est-à-dire la portion d'électricité vitrée qui était d'abord libre sur la face A_1 au commencement de l'expérience; nous la désignerons par E. Nous aurons aussi en général

$$E_t = + \frac{E}{2} (v + u)$$

$$e_t = - \frac{E}{2} (v - u).$$

Ce sont exactement les formules de la page 396; toute la différence consiste dans les valeurs de v et de u qui ne sont pas les mêmes dans les deux cas, parce que la fraction m se trouve changée en μ^n. En appliquant ici la construction dont nous avons fait alors usage, et qui est représentée fig. 46, on voit que la courbe MV qui représente les valeurs de $\frac{1}{2} E v$, descendra beaucoup plus vite vers l'axe des t, et il en sera de même de la courbe MU qui représente les valeurs de $\frac{1}{2} E u$. D'où, par une conséquence nécessaire, on voit que la courbe des E_t descendra aussi bien plus vite vers l'axe des t, tandis que la courbe des e_t montera plus lentement; de sorte que la force répulsive sur la face A_1 devra tomber bien davantage pour élever de la même quantité celle de la face B_n. L'époque du maximum de e_t sera aussi influencée par ces circonstances, puisque son expression sera

$$t = - \frac{M}{2 \mu^n a} \log \left(\frac{1 - \mu^n}{1 + \mu^n} \right).$$

Si l'on suppose comme précédemment

$$\mu = \frac{99}{100}; \qquad n = 10 \qquad a = \frac{1}{10},$$

l'unité de temps étant la minute sexagésimale, on trouve par cette formule

$$t = 16'.32''.$$

Ce sera donc là l'époque à laquelle la force répulsive e_t sera la plus grande possible sur la dernière face B_n. Alors les autres élemens du phénomène auront les valeurs suivantes :

Quantité totale d'électricité sur la première face A_1 ..... $X = 0{,}81490 . A_t$
sur la dernière face B_n ..... $Y = 0{,}81085 . A_t$

Ces charges sont presque égales entre elles, comme nous avons vu que cela avait lieu pour une seule lame ; mais la diminution de la charge initiale est beaucoup plus forte. On a aussi à ce même instant

Portion d'électricité libre sur la première face A_1 ..... $E_t = 0{,}44834 . E$
sur la dernière face B_n ..... $e_t = 0{,}40542 . E$

Ces valeurs sont ainsi presque égales entre elles et à la moitié de la quantité primitive E. Enfin la descente des courbes MV, MU vers l'axe des t peut s'apprécier par les valeurs de v et de u, qui sont

$$v = 0{,}85372 \qquad u = 0{,}042865.$$

Quoique le temps t ne soit que de 16′ 30″, en comparant ces nombres avec ceux que nous avons trouvés, dans le cas d'une seule lame, on voit que la courbe MV descendait alors beaucoup plus lentement, comme les indications générales tirées des formules nous l'avaient déjà annoncé. C'est ce que montre encore mieux la fig. 46, où l'on a construit ces résultats.

Au reste, il ne faut pas oublier que nous comparons ici des valeurs de m et de μ égales entre elles ; si nous prenions μ moins différent de l'unité, nous pourrions rendre la marche des phé-

nomènes pareille, en compensant l'accélération qu'entraîne la multiplicité des lames par la diminution de leur épaisseur.

Nous n'avons jusqu'à présent considéré que l'état électrique des lames extrêmes de la colonne; mais d'après ce que nous avons déjà remarqué plus haut sur l'influence d'une variation dans la charge de la face A_t, nous devons concevoir que dans le cas actuel la perte éprouvée par cette face, et par l'autre face extrême, change à chaque instant l'état de toutes les lames intermédiaires. En appliquant ici exactement les mêmes raisonnemens dont nous avons fait usage, page 411, nous trouverons que la déperdition de A_t, d'abord beaucoup plus considérable que celle de B_n, doit peu à peu rendre libre vers l'extrémité B_n des portions d'électricité résineuse qui s'y trouvaient auparavant dissimulées. Ce phénomène s'étendra progressivement vers le milieu de la colonne, jusqu'à l'époque du maximum de e_t; alors les charges X et Y des faces extrêmes étant presque exactement égales, la moitié de la colonne située du côté de A_t paraîtra à l'état vitré, l'autre moitié située vers B_n paraîtra à l'état résineux, et il en sera de même jusqu'à la fin de l'expérience tant que la colonne conservera quelque électricité. Mais à partir de cette époque, le décroissement des électricités des deux faces extrêmes se fera avec beaucoup plus de lenteur qu'auparavant, et sera aussi à peu près égal pour chacune d'elles.

Lorsque les deux moitiés de la colonne sont ainsi parvenues à l'égalité, nous avons vu que l'on pouvait les séparer, et que chacune d'elles conserverait séparément son équilibre électrique. Cela serait encore vrai dans le cas actuel, si l'on pouvait préserver les faces extrêmes de ces colonnes de l'action absorbante de l'air. Mais si on ne les en garantit pas, elles éprouveront chacune en particulier ce qu'avait éprouvé d'abord la colonne entière, c'est-à-dire qu'aussitôt après la séparation, la force répulsive décroîtra rapidement sur les faces A_t et B_n; tandis qu'au contraire, elle augmentera avec une rapidité pareille sur les faces intermédiaires, qui étaient auparavant dans l'état neutre, et dans lesquelles la colonne a été rompue; de sorte qu'après un

temps plus ou moins court, selon le nombre et l'épaisseur des lames, chacune des moitiés se retrouvera avoir repris deux pôles électriques dont le nouveau sera toujours opposé de nom et de nature à celui qui lui restait au moment de la séparation.

Quoique l'égale répartition des deux électricités sur les deux moitiés de la colonne n'ait lieu à la rigueur qu'à l'époque du maximum de e_i; cependant, si $1 - \mu^n$ est une très-petite fraction, il semblera qu'elle s'établit beaucoup plus tôt que cette époque. Car alors au bout d'un temps très-court les valeurs de e_i et de E_i seront déjà extrêmement peu différentes de ce qu'elles doivent devenir à l'instant du maximum même; de sorte qu'elles seront aussi presque égales; et comme c'est cette égalité qui rend libres les forces répulsives d'une même électricité sur chaque moitié de la colonne, il s'ensuit que ce phénomène se montrera bien avant l'époque où il subsistera complétement. Il pourra même paraître presque instantané, si $1 - \mu^n$ est une fraction fort petite; car les valeurs de X et de Y qui représentent les charges des deux pôles, ne diffèrent entre elles que par le signe du terme $\frac{(1-\mu^n)\,nB}{2}$, lequel diminue en même temps que le facteur $1 - \mu^n$, et devient nul avec lui.

La petitesse du facteur $1 - \mu^n$ produira encore une autre particularité fort remarquable; c'est que les quantités d'électricité qui deviendront libres sur chaque moitié de la colonne, et qui sont toujours les plus grandes dans les lames extrêmes, iront de là en décroissant vers le centre avec une rapidité telle qu'elles deviendront bientôt insensibles; de sorte que la colonne ne *paraîtra* électrique que dans les lames très-voisines de ses extrémités. En effet, désignant toujours par A_1 et B_n les charges des faces extrêmes que je suppose ici quelconques, mais de nature contraire; la portion d'électricité libre sera sur la première $A_1 + \mu^n B_n$, sur la dernière $B_n + \mu^n A_1$, et pour une lame quelconque dont le rang sera n' à partir de la première, ce sera en général

$$A_1 \mu^{n'} + B_n \mu^{n-n'}$$

Pour savoir ce que devient cette expression au bout d'un temps

quelconque, il faudrait remplacer $A_{,}$ et $B_{,,}$ par les valeurs de X et de Y que nous avons tout-à-l'heure trouvées. Mais on simplifiera beaucoup les résultats, en considérant que dans le cas qui nous occupe, où $1 - \mu^n$ est une fraction extrêmement petite, les valeurs de X et de Y deviennent tout de suite presque égales; de sorte qu'on peut les employer comme telles dans le calcul des portions d'électricité libres qui sont toujours fort petites, comparativement aux quantités absolues X et Y. Substituant donc $-$ X au lieu de $+$ Y, notre formule devient

$$X(\mu^{n'} - \mu^{n-n'}),$$

ou, ce qui est la même chose,

$$X\mu^{n'}(1 - \mu^{n-2n'}).$$

Lorsqu'on fait dans cette formule $n' = 0$ ou $n' = n$, on retrouve les portions d'électricité libres sur les faces extrêmes qui sont $X(1 - \mu^n)$, et $-X(1-\mu^n)$. Si l'on y fait $n = 2n'$ ou $n' = \frac{1}{2}n$, ce qui répond aux lames du milieu de la colonne, elle devient nulle, ce qui indique que les faces contiguës de ces lames sont dans l'état naturel. Mais il en sera encore presque de même des lames environnantes à une grande distance de part et d'autre du milieu de la colonne; car si l'on suppose

$$n' = \frac{n}{2} - \omega,$$

ω étant un nombre positif ou négatif, et que l'on substitue cette valeur de n' dans la formule, elle devient

$$X\mu^{\frac{n}{2}-\omega}(1 - \mu^{2\omega});$$

et pour avoir successivement l'état des lames situées de part et d'autre du milieu de la colonne, il faudra y mettre successivement pour ω les valeurs ± 1, ± 2, ± 3.... etc. Or, si le nombre total n des lames est considérable, et que néanmoins μ^n soit encore une fraction extrêmement peu différente de l'unité, de quelle excessive petitesse ne seront pas $1 - \mu^2$, $1 - \mu^4$, $1 - \mu^6$..., et $1 - \mu^{-2}$, $1 - \mu^{-4}$, $1 - \mu^{-6}$...? Et combien ne faudra-t-il pas augmenter le nombre ω, c'est-à-dire la distance des lames au

centre de la colonne, pour que le produit de ces facteurs par $X\mu^{\frac{n}{4}-\omega}$ devienne une quantité sensible, c'est-à-dire pour que la portion d'électricité libre soit appréciable aux sens?

Pour vérifier ces résultats du calcul, j'ai construit une pile composée de trente-deux plaques de verre armées d'une garniture métallique sur une partie de leurs surfaces opposées, et recouvertes dans tout le reste d'un vernis isolant. Je les ai fixées parallèlement les unes aux autres par leur tranche sur une lame de verre, comme on le voit fig. 47, et la communication a été établie entre les faces successives par de petites lames d'étain que l'on y a collées. Cela fait, on a chargé toutes ces plaques par cascade, la première communiquant à la machine électrique, la dernière au sol; ensuite on a isolé le système, et l'on a mesuré l'électricité libre sur les faces des plaques, en les touchant tour à tour avec la boule fixe et isolée d'une balance électrique, et observant la répulsion qui en résultait. Dans le premier moment de l'isolement, on n'a point trouvé de force répulsive sensible sur la face qui communiquait au sol; mais peu à peu l'électricité y est devenue libre, et au bout d'un certain temps, il s'est établi un état d'équilibre stable dans tout l'appareil. Alors les forces répulsives sur les faces extrêmes étaient à peu près égales et produites par des électricités de nature contraire. L'intensité de ces forces diminuait rapidement d'une plaque à une autre. Enfin, la quatrième plaque, à partir des extrémités, n'offrait déjà plus assez d'électricité libre pour produire une divergence notable dans l'électroscope à pailles; et de là jusques au centre, la force répulsive était absolument insensible. Les répulsions allèrent toujours en s'affaiblissant, jusqu'à ce que toute l'électricité eût été enlevée par le contact de l'air, ce qui exigea un temps considérable. Tous ces résultats sont exactement d'accord avec les indications du calcul.

Les phénomènes que présentent les minéraux susceptibles de s'électriser par la chaleur, sont tellement conformes à ceux que je viens de décrire, qu'on ne peut douter que la nature n'y ait réalisé un appareil semblable, c'est-à-dire une pile électrique

composée d'un nombre infini de plaques parallèles. Le seul exposé des faits suffira pour prouver cette vérité.

Je prendrai pour exemple la variété de tourmaline que M. Haüy nomme *isogone;* elle a la forme d'un prisme à neuf pans, terminé d'un côté par un sommet à trois faces, et de l'autre par un sommet à six faces. Quand on expose cette pierre à une température moindre que 34° de Réaumur, elle n'offre aucun signe d'électricité; mais plongez-la pendant quelques minutes dans l'eau bouillante, et après l'avoir retirée en la tenant avec de petites pinces par le milieu du prisme, présentez-la au disque de l'électroscope, ou à un petit pendule déjà chargé d'une électricité connue, vous verrez qu'elle l'attire par un de ses bouts, et le repousse par l'autre. Le sommet à trois faces possède l'électricité résineuse, et le sommet à six faces l'électricité vitrée. En rendant l'électroscope extrêmement sensible, on trouve que chaque espèce d'électricité va en décroissant rapidement depuis le sommet où elle réside, qu'elle devient très-faible à une petite distance de chaque extrémité du prisme, et que de là jusqu'au centre, tout le reste du minéral semble dans l'état naturel; en un mot, les effets sont absolument les mêmes que dans la pile électrique isolée dont j'ai décrit plus haut la construction. Le mode seul d'exciter l'électricité est différent.

Quoique la chaleur soit nécessaire pour développer ces propriétés, elle ne l'est pas pour les maintenir. Æpinus assure qu'elles sont encore sensibles six heures après que la tourmaline a été retirée de l'eau bouillante, surtout si on a soin de la poser sur un support non conducteur, afin de n'établir aucune communication entre ses deux pôles. Cette précaution est nécessaire; car, bien que la tourmaline soit une substance vitreuse, elle perd peu à peu son électricité par le contact immédiat, et le verre lui-même est dans ce cas. La température de l'eau bouillante paraît être celle qui donne à la tourmaline l'électricité la plus vive. Si l'on échauffe cette pierre d'une manière sensiblement plus forte, sur une plaque métallique ou sur des charbons ardens, elle ne donne d'abord, pour l'ordinaire, que des signes

d'électricité faibles ou nuls, et elle ne reprend ses propriétés accoutumées qu'après un intervalle de temps sensible. Généralement, toutes les fois qu'on la chauffe d'une manière inégale, les propriétés de ses pôles électriques se trouvent d'abord interverties. Celui auquel une caléfaction uniforme donnerait l'électricité vitrée, prend la résineuse, et réciproquement; après quelques minutes, cette inversion cesse, et la pierre ne donne plus aucun signe d'électricité. Enfin elle recommence à en donner, et chacun de ses pôles se trouve alors revenu au cas de la caléfaction uniforme. Cette inégalité s'observe presque toujours accidentellement, quand on ne chauffe pas la pierre dans un fluide; et l'on peut la rendre plus sensible et plus durable, en la chauffant seulement par un bout.

Voici une expérience fort ingénieuse qu'Æpinus a imaginée, et qui rassemble en un seul point de vue toutes les propriétés de la tourmaline. Soit T T, fig. 48, un segment perpendiculaire aux axes du prisme, telles que sont ordinairement les tourmalines taillées pour être montées en bague; faites disposer deux petites plaques métalliques L L, de telle sorte qu'elles puissent s'appliquer sur les deux surfaces A B, dont les pôles sont contraires, et soudez à chacune de ces plaques un fil métallique F F' F', dont le premier soit vertical, et dont le second, après s'être recourbé horizontalement, redevienne parallèle au premier. Entre ces deux fils, suspendez un petit pendule électrique S P, formé par une petite boule de moelle de sureau attachée à un fil de soie très-fin. Cela fait, électrisez la tourmaline en la plongeant pendant quelques instans dans l'eau bouillante, et placez-la entre les deux plaques de l'appareil; bientôt vous verrez le petit pendule aller rapidement d'un fil à l'autre par un mouvement alternatif, qui continuera autant que la pierre conservera des signes sensibles d'électricité, c'est-à-dire quelquefois pendant des heures entières.

La raison de ce phénomène est évidente. Les deux fils communiquant aux deux surfaces de la pierre prennent les mêmes propriétés électriques que ces deux surfaces; l'un acquiert l'électricité résineuse, l'autre l'électricité vitrée. Le petit pendule

qui n'est point électrisé se porte d'abord vers celui des deux fils dont l'action se trouve accidentellement la plus forte, et partage son électricité. Mais, par cette raison, il ne l'a pas plus tôt touché qu'il en est repoussé, et, au contraire, il est plus fortement attiré vers l'autre fil qui possède une électricité différente. Il se porte donc vers celui-ci, le touche, partage de même son électricité, est repoussé, revient vers l'autre, et ainsi de suite alternativement, tant que la pierre conserve ses deux électricités. Si l'on veut faire cesser ces mouvemens, il n'y a qu'à joindre les deux fils par un troisième pareillement métallique ; car les deux électricités se communiquant librement par ce petit conducteur, le pendule ne sera plus attiré. Mais il le sera de nouveau, si l'on ôte le fil de communication, et il recommencera ses allées et venues comme précédemment. On produirait exactement les mêmes effets, en armant ainsi de tiges métalliques le plateau collecteur et l'enveloppe d'un électrophore. Les deux faces du gâteau de résine représenteraient alors les deux pôles de la tourmaline. M. Charles avait un appareil de ce genre dans son cabinet.

Si, au lieu de chauffer la tourmaline dans l'eau bouillante, on la pose sur une plaque métallique ou sur des charbons ardens, il arrive qu'au bout de quelque temps le mouvement alternatif du petit pendule devient très-faible, cesse tout-à-fait, et reprend ensuite pendant plusieurs heures sans interruption. Cela vient de ce qu'en chauffant ainsi le cristal, il y a toujours entre la température de ses deux pôles quelque inégalité qui intervertit d'abord leurs propriétés électriques, comme nous l'avons expliqué plus haut. Toutes ces observations sont dues à Æpinus, qui a le premier fait connaître la polarité électrique de la tourmaline, et qui en a étudié les conséquences avec son adresse et son exactitude accoutumées.

On a reconnu depuis des phénomènes analogues dans beaucoup d'autres cristaux. Plusieurs même sont beaucoup plus sensibles à cet égard que la tourmaline. Il suffit d'élever un peu leur température, pour les électriser. M. Haüy, qui a fait sur cet objet beaucoup de recherches curieuses, a remarqué que

cette faculté existe seulement dans des cristaux dont les formes ne sont point symétriques, et que les parties où résident les pôles électriques opposés dérogent toujours à la symétrie, comme les deux extrémités du prisme de la tourmaline.

Lorsque l'on fond du soufre dans un bassin de fer, et qu'on l'y laisse refroidir après l'avoir isolé, on trouve qu'il acquiert l'électricité résineuse, et le fer l'électricité vitrée. Ce fait semble nous indiquer ce qui se passe dans chaque élément de la tourmaline et des autres cristaux qui deviennent électriques par la chaleur. Une suite d'élémens pareils, mis en contact les uns avec les autres, doit former une véritable pile électrique dans laquelle l'isolement et la séparation des plaques sont produits par la non-conductibilité de la substance du cristal. Si l'on assemblait ainsi une suite de petits électrophores composés d'une lame de soufre fondue dans une enveloppe de fer, et qu'on en formât une pile, je suis persuadé que cet appareil aurait, comme la tourmaline, la propriété de s'électriser par la chaleur, qu'il prendrait des pôles, et qu'il offrirait, en un mot, tous les phénomènes que la tourmaline nous a présentés.

CHAPITRE XI.

APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ.

Effets mécaniques produits par la force répulsive des électricités accumulées.

Nous avons déjà plusieurs fois remarqué que l'électricité répandue sur la surface des corps conducteurs exerce une contre-pression sur l'air atmosphérique qui la contient à cette surface par son poids. Nous avons vu que cette réaction, toujours proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche électrique, peut devenir assez grande pour vaincre la résistance que l'air lui oppose. Alors l'électricité s'échappe par explosion, en écartant les particules de l'air. D'après cela on doit présumer qu'à des degrés plus grands d'accumulation, l'électricité deviendra capable de faire explosion à travers des substances beaucoup plus denses que l'air, et pourra de même séparer leurs particules. C'est aussi ce que l'expérience confirme.

La décharge d'une batterie électrique peut, lorsqu'elle est suffisamment forte, briser des cylindres de bois qu'on lui fait traverser; elle tue les animaux vivans lorsqu'on la fait passer à travers leurs corps, et leurs cadavres se putrifient avec la même promptitude que ceux des animaux foudroyés. Elle brise de même et traverse des lames de verre dans le sens de leur longueur, pourvu que leurs surfaces soient polies; car sans cela le verre devenant conducteur, la décharge pourrait passer sans le briser. Transmise à travers des fils de fer, d'argent ou de cuivre, elle les fond en petits globules. Enfin, avec un degré d'accumulation plus grand

encore, ces fils et des lames d'or même sont subitement volatilisés.

Entrons dans quelque détail sur la manière de faire ces expériences. Lorsque l'on veut briser par explosion des corps solides, on les suspend entre deux tiges métalliques isolées, terminées en pointes mousses, qui touchent leur surface dans des points opposés, fig. 49. On fait communiquer une de ces tiges T à la face extérieure d'une batterie, dont l'autre face communique avec les corps conducteurs de la machine électrique. Ces dispositions terminées, on tourne la machine, la batterie se charge, et lorsque l'électroscope qu'elle porte fait présumer qu'elle a atteint le degré d'accumulation dont elle est susceptible, on touche l'autre tige T avec une des branches de l'excitateur, et l'on porte la seconde branche sur les conducteurs intérieurs de la batterie. Au moment du contact, une étincelle part, et la décharge s'opère à travers le corps solide S qui se trouve dans le courant de l'électricité.

Lorsqu'on veut fondre des fils métalliques, on les suspend horizontalement entre des conducteurs isolés, et l'on fait passer de même la décharge à travers ces conducteurs et à travers les fils. Si l'électricité transmise n'est pas assez forte, ils s'échauffent, mais ne se fondent point. M. Charles estime que, pour fondre cinq pouces de fil de fer n° 12, il faut une batterie de douze pieds carrés de surface fortement chargée; si le fil est plus court, ou la batterie plus forte, il est volatilisé.

Dans ce cas, il arrive souvent que la décharge de la batterie n'est que partielle, au lieu qu'elle aurait été totale si le fil eût été assez gros pour qu'il ne se fût pas fait de rupture dans la communication. De là résultent deux conséquences importantes : la première, c'est que la transmission de l'électricité, quoique très-rapide, n'est pas absolument instantanée; la seconde, c'est que les métaux, quoique meilleurs conducteurs que tous les autres corps, lui offrent cependant une résistance qui devient sensible, lorsqu'une grande quantité

d'électricité doit passer à travers un conduit métallique très-étroit. On a une autre preuve de ces propriétés, en essayant de décharger une forte batterie par le simple contact d'un fil métallique dont on frappe instantanément sa surface. Car si le fil est gros, la décharge s'opère complètement par un seul contact; mais s'il est très-fin, elle n'est que partielle, et il faut quelquefois jusqu'à cinq ou six contacts pour épuiser toute l'électricité. Enfin lorsque l'on transmet la décharge d'une forte batterie à travers un long fil de métal très-fin, replié par ondulations sur lui-même, comme on le voit fig. 50; si les parties repliées *a b* sont suffisamment voisines, il arrive que l'électricité s'élance de l'une à l'autre à travers l'air, au lieu de suivre la longue route que le fil lui présentait; ainsi, dans ce cas, la résistance de toute la longueur du fil était plus grande que celle de la lame d'air interposée entre les deux points où l'étincelle s'est élancée.

La volatilisation de l'or s'opère facilement, même avec des batteries qui ne sont pas très-fortes, au moyen de la disposition représentée fig. 51. On prend une mince feuille d'or battu dont on découpe un morceau en forme d'ellipse allongée. On présente cette ellipse dans le sens de sa longueur entre deux conducteurs cylindriques isolés et disposés horizontalement à la suite l'un de l'autre. L'un de ces conducteurs C doit communiquer au sol, l'autre C au conducteur de la machine électrique que l'on ne cesse de faire agir pendant l'expérience, et leurs extrémités S S doivent être assez voisines l'une de l'autre pour que l'interposition de la petite feuille d'or complète la communication. Cette feuille reste ainsi suspendue entre les conducteurs par la seule action de l'électricité, et elle prend autour de son grand axe, qui est horizontal, un mouvement de rotation fort rapide. Alors le conducteur C qui communique au sol est mis aussi en communication avec la face extérieure d'une batterie préalablement chargée. Cela fait, et sans cesser de tourner la machine pour maintenir la suspension de la petite feuille d'or, on pose l'une des branches de l'excitateur sur l'intérieur de

la batterie, et l'on approche l'autre du conducteur isolé C; par ce moyen la décharge de la batterie s'opère en passant par la petite feuille d'or qui se réduit en vapeurs et disparaît à l'instant.

Lorsque les expériences se font dans l'air atmosphérique, les particules des fils métalliques dont la température se trouve ainsi élevée sont dans une disposition très-favorable pour se combiner avec celui des deux principes de l'air que l'on nomme *l'oxigène ;* aussi celles que l'on peut recueillir en produisant l'explosion dans des vases fermés sont-elles ordinairement combinées avec ce principe, c'est-à-dire oxidées. Lorsque l'on place les fils sur des cartons blancs, la poussière oxidée qui en résulte laisse de part et d'autre du lieu qu'occupait le fil, des traces qui ont la forme d'une chenille. Mais le meilleur moyen de recueillir ces oxides, c'est de mettre une petite feuille métallique très-mince entre deux lames de verre que l'on serre par une petite presse, et de faire passer une décharge à travers ; l'oxide se répand alors sur toute la surface du verre à laquelle il reste adhérent. Cet effet, comme on devait s'y attendre, n'a plus lieu dans les gaz qui ne contiennent pas d'oxigène. Les métaux y sont fondus et volatilisés, mais non oxidés. La grande chaleur que l'électricité accumulée développe ainsi dans les corps conducteurs, lorsqu'ils sont trop minces pour lui offrir un libre passage, est parfaitement conforme à ce qui arrive à ces corps toutes les fois qu'ils sont fortement et subitement comprimés par une force mécanique ; et les phénomènes que nous venons de décrire n'annoncent rien autre chose que la force prodigieuse avec laquelle l'électricité pousse et refoule leurs particules les unes sur les autres pour s'y frayer un passage.

On conçoit donc qu'une telle force pourra, par une action semblable, produire dans les substances liquides ou gazeuses tous les phénomènes qui résulteraient naturellement d'une forte compression ou d'une subite élévation de température; c'est en effet ce qui a lieu. Ainsi la décharge électrique, même celle d'une simple bouteille de Leyde, enflamme les gaz hydrogène

et oxigène, lorsqu'ils sont mêlés ensemble à peu près dans la proportion de deux parties d'hydrogène contre une d'oxigène en volume; et le résidu est de l'eau liquide. Mais la simple compression mécanique produit le même effet, comme je l'ai montré par l'expérience, et une élévation de température suffit également pour le déterminer. Cette décharge enflamme aussi les corps facilement combustibles, comme le phosphore, l'éther et les autres liquides spiritueux, c'est-à-dire qu'elle détermine leur combinaison avec l'oxigène de l'air. Mais une simple élévation de température a des résultats pareils; et même pour que l'inflammation réussisse bien avec l'électricité, il est bon que les liquides aient été chauffés préalablement. Il n'y a rien dans tout cela qui indique un principe agissant par des affinités électives, et susceptible de s'unir aux corps par des combinaisons. Tout ce qu'on y peut voir, c'est une force répulsive considérable qui, écartant les molécules des corps et les refoulant les unes sur les autres, afin de s'ouvrir un passage, les force, par cette pression mécanique, à développer de la chaleur qu'elles tenaient auparavant combinée.

Mais aussi nous devons par-là concevoir la plus haute idée de l'énergie de cette force et de l'énorme vitesse que doit posséder la matière électrique, pour que, sans aucune masse appréciable aux balances les plus sensibles, elle puisse imprimer à des corps pesans et solides des quantités de mouvemens si considérables. On sait, en effet, que quand un corps met un autre corps en mouvement par son choc, la somme des produits des masses par les vitesses est la même avant et après le choc. Quelle vitesse ne faut-il pas supposer à l'électricité, pour que cette loi rigoureuse de la mécanique soit observée dans les phénomènes que nous avons décrits?

Pour prendre, par exemple, une idée de la force que l'électricité a développée dans la volatilisation de l'or, il n'y a qu'à chercher à apprécier l'augmentation subite de volume que ce métal a dû alors éprouver. L'or est environ dix-neuf fois plus dense que l'eau, et le volume de l'eau à l'état de vapeur est 1600 fois plus grand que dans l'état liquide.

Supposons que la vapeur de l'or ait dû avoir la même densité que celle de l'eau. Dans ce cas nous trouverons que la petite feuille d'or, en se volatilisant, a dû prendre un volume égal à 19 fois 1600 ou 30400 fois plus considérable que celui qu'elle occupait dans l'état solide. Quelle force n'a-t-il pas fallu à l'électricité pour lui donner subitement cette expansion ? et quelle vitesse ne doit-on pas lui supposer pour avoir produit cet effet sur une feuille si légère et si peu résistante, que le souffle seul de l'haleine suffit pour la déchirer ?

D'après cela, on doit concevoir l'inutilité des essais que l'on pourrait tenter pour mesurer cette vitesse par des observations directes faites sur de petits espaces comme ceux que la surface terrestre peut nous offrir. C'est en effet ce que l'expérience a montré aux physiciens qui ont tenté ces observations. Car en faisant parcourir à la décharge d'une bouteille de Leyde un espace de plusieurs milles le long d'un fil métallique suspendu à des cordons isolans, et dont les deux bouts se rejoignaient dans une même chambre, il n'y a pas eu d'intervalle sensible entre l'instant où l'on a touché l'un de ces bouts avec le crochet d'une bouteille de Leyde, et celui où l'on a reçu la commotion par l'autre bout.

Mais quelle est la direction de cette vitesse ? Est-ce l'électricité vitrée qui se précipite vers l'électricité résineuse, ou celle-ci vers l'électricité vitrée ? ou bien encore ces deux électricités s'élancent-elles l'une vers l'autre au même instant ? C'est ce qu'il est fort difficile de décider. Cependant il est probable que sous la pression ordinaire de l'atmosphère, c'est l'électricité vitrée qui va rejoindre l'électricité résineuse Une expérience rendra ceci sensible. Suspendez une carte vernie à des fils de soie, fig. 52, et placez ses deux surfaces en contact avec deux tiges métalliques terminées en pointes mousses, qui ne soient pas opposées l'une à l'autre; faites communiquer l'une de ces tiges T' à l'extérieur d'une batterie ou même d'une seule bouteille de Leyde fortement chargée; puis avec le crochet de cette bouteille touchez l'autre tige T';

la bouteille se déchargera par le contact, et l'électricité se transmettra par les tiges et la carte. Dans ce cas la carte sera percée; mais elle le sera toujours vis-à-vis de la pointe R qui communiquait à l'électricité résineuse de la bouteille : ce qui semble indiquer que l'électricité résineuse ne sort pas de la pointe, et que c'est l'électricité vitrée qui s'élance vers elle à travers l'air, le long de la surface de la carte; car ce phénomène arrive même lorsqu'il y a déjà un trou percé dans la carte devant la pointe V qui communique à l'électricité vitrée. Alors même cette électricité ne passe pas par le trou V, elle suit la surface de la carte, et va rejoindre la pointe résineuse R.

Il était intéressant d'examiner si ce phénomène aurait également lieu sous des pressions atmosphériques différentes; c'est ce qu'a fait M. Trémery : il a placé les tiges et la carte sur le plateau d'une machine pneumatique, et il les a recouvertes d'une cloche dont il a extrait successivement l'air à divers degrés. Il a ensuite transmis la décharge à travers les tiges par des communications métalliques préparées d'avance, et qui s'étendaient à l'extérieur de la cloche. Alors il a observé que, dans l'air raréfié, la carte n'était plus percée vis-à-vis la pointe résineuse; le trou se rapprochait de la pointe vitrée à mesure que la densité de l'air devenait moindre. Ainsi, dans ce cas, l'électricité résineuse s'élançait aussi à travers le gaz raréfié, mais à une moindre distance que l'autre; ce qui semble indiquer qu'en général l'air exerce une force coercitive plus grande sur l'électricité résineuse que sur l'électricité vitrée. Par conséquent, lorsque l'on approche l'un de l'autre deux corps chargés d'électricités contraires, ce qui détermine une accumulation considérable d'électricité au point où doit s'opérer le contact, ce sera toujours l'électricité vitrée qui parviendra la première à surmonter la résistance de l'air, et par conséquent ce sera elle qui s'élancera vers l'électricité résineuse. On est encore conduit à la même conséquence en observant les traces que laisse l'électricité sur les corps imparfaitement conducteurs, lorsqu'elle s'est déchargée en suivant leur

surface : ces traces représentées fig. 53, offrent des rayonnemens latéraux qui semblent se diriger de la vitrée vers la résineuse. Les aigrettes électriques, formées par l'électricité vitrée, présentent le même aspect. Enfin M. Charles a fait passer des décharges sur de grands draps noirs couverts de petites parcelles de métal qui entretenaient la continuité des étincelles, de sorte qu'elles pouvaient avoir deux ou trois pieds au moins de longueur ; et il a observé qu'alors le temps de leur trajet était assez saisissable pour que l'on s'aperçût qu'elles allaient du conducteur vitré au conducteur résineux.

La combinaison des deux gaz hydrogène et oxigène par l'étincelle électrique est un phénomène si remarquable, qu'on doit désirer de connaître en détail les moyens de l'opérer ; elle se fait avec la plus grande facilité au moyen d'un appareil représenté fig. 54, et que l'on appelle le pistolet de Volta, du nom de Volta qui l'a imaginé. C'est un petit vase métallique V dont l'orifice se ferme par un simple bouchon de liége B ; un trou latéral T, percé dans les parois du vase, sert à y introduire une tige métallique T T, enveloppée d'un tube de verre qui l'isole : l'extrémité S de cette tige, qui s'avance dans l'intérieur du vase, est arrondie en sphère, et placée à peu de distance d'une autre tige S' également métallique et soudée à ses parois.

Quand on veut se servir de cet appareil, on renverse le vase de manière que son orifice B soit en bas; dans cette position, on y introduit un peu de gaz hydrogène, que l'on garde dans une vessie fermée par un robinet métallique, et la seule légèreté spécifique de ce gaz comparativement à l'air atmosphérique, suffit pour l'empêcher de sortir du vase V. Alors la portion d'air qui n'est point déplacée fournit l'oxigène nécessaire pour la combustion, sinon dans la proportion rigoureuse qui la rendrait complete, du moins en assez grande abondance pour qu'elle s'opère en partie. Le mélange étant ainsi fait, on ferme l'orifice B avec son bouchon de liége, en tenant toujours le vase renversé ; puis on donne une petite étincelle au crochet extérieur de la tige isolée. L'électricité, en se communiquant le

long de cette tige, produit une seconde étincelle dans l'intérieur du gaz même; celui-ci s'enflamme aussitôt, et le bouchon est chassé avec une violente explosion. Dans ce cas, on voit une flamme rouge sortir par l'orifice du vase, et lui-même se trouve échauffé considérablement. Pour connaître la nature du produit qui se forme dans cette expérience, il faut opérer la combustion dans des vaisseaux fermés et sur des quantités de gaz telles que le résultat soit bien sensible. Mais, d'un autre côté, il faut éviter l'explosion subite d'un grand volume de gaz; car elle briserait les appareils, et pourrait avoir les effets les plus dangereux. On satisfait à tout en faisant arriver dans un vase rempli de gaz oxigène un simple filet de gaz hydrogène qui sort par l'extrémité d'un tube capillaire de verre. Des conducteurs métalliques, voisins de cette extrémité, y portent une étincelle électrique qui enflamme le petit filet de gaz dès qu'on ouvre les robinets qui lui permettent d'arriver; et il continue ensuite à s'enflammer de lui-même à mesure qu'il arrive à l'extrémité du tube, précisément comme fait l'huile qui monte dans la mèche d'une lampe. La continuité du courant, ainsi que son égalité et sa force, sont réglées par des gazomètres. Toutes les quantités de gaz employées sont préalablement connues et mesurées. On mesure aussi celles qui restent après la combustion; et comme le filet d'hydrogène s'enflamme à mesure qu'il arrive à l'extrémité du tube capillaire, on peut, en l'arrêtant subitement, avoir séparément ce qui reste de l'un et de l'autre gaz. On sait donc par-là suivant quelle proportion la combinaison s'est opérée, et l'on peut examiner la nature du produit. C'est ainsi qu'on a trouvé que ce produit était de l'eau liquide formée de deux parties d'hydrogène en volume contre une d'oxigène.

De même que l'on détermine la formation de l'eau par l'étincelle électrique, on est parvenu aussi à la décomposer. On s'est d'abord servi, pour cela, de violentes décharges transmises à travers ce liquide, et qui y produisaient des explosions accompagnées d'étincelles. Mais l'habile et ingénieux physicien, M. Wollaston, est parvenu à produire le même effet d'une ma-

nière infiniment plus marquée, plus sûre et plus facile, en conduisant le courant électrique dans l'eau par des fils très-fins, terminés en pointes aiguës et isolées, de manière à ne pouvoir perdre leur électricité que par la dernière extrémité de cette pointe. On conçoit déjà qu'une électricité, même faible, peut acquérir, dans de semblables circonstances, une intensité extrême qui se porte au sommet de la pointe, et dont l'énergie s'exerce toute entière contre la seule molécule d'eau avec laquelle la pointe est en contact. Voyons comment M. Wollaston a réalisé ces dispositions.

« Je me procurai, dit-il, un fil d'or très-fin, et après lui avoir donné une pointe aussi aiguë que je pus le faire, je l'insérai dans un tube capillaire de verre; je chauffai ce tube assez pour l'attacher à la pointe et la recouvrir bien complètement; j'usai ensuite, par le frottement, cette extrémité jusqu'à ce qu'avec une loupe je pusse découvrir la pointe de l'or qui commençait à se faire jour. »

Ayant mis alors ce fil dans de l'eau qui était en communication avec le sol, M. Wollaston lui donna extérieurement plusieurs étincelles tirées des conducteurs d'une machine électrique, et il vit des bulles se dégager à chaque explosion. Alors il voulut mesurer la distance explosive qu'il fallait donner à ces étincelles, selon le degré de finesse des fils. « Une distance de de $\frac{1}{8}$ de pouce suffisait, dit-il, pour décomposer l'eau quand le diamètre de la pointe exposée à son action ne surpassait pas $\frac{1}{700}$ de pouce. Avec une autre pointe, dont j'estimai le diamètre à $\frac{1}{1500}$ de pouce, une succession de petites étincelles de $\frac{1}{10}$ de pouce seulement produisait un courant de petites bulles. »

» D'après ces expériences, je prévis que le même appareil décomposerait l'eau avec un fil de $\frac{1}{40}$ de pouce de diamètre, isolé de la manière décrite tout-à-l'heure, si l'étincelle tirée du premier conducteur traversait un intervalle de $\frac{4}{10}$ de pouce d'air.

» Pour essayer jusqu'à quel degré la force de l'étincelle électrique pourrait être réduite par une diminution proportionnée dans l'extrémité du fil, j'introduisis dans un tube capillaire

une solution d'or dans l'eau régale; et en chauffant le tube, je fis évaporer l'acide : il restait une couche très-mince d'or, qui garnissait l'intérieur du tube, et qui, lorsque je chauffai celui-ci jusqu'à l'amollir, devint un fil d'or très-fin, au milieu de la substance du verre.

» En faisant du tube ainsi préparé le moyen de communication de l'électricité au travers de l'eau, je trouvai que le simple courant de l'électricité faisait paraître une série de bulles très-petites à l'extrémité du fil d'or, quoique l'autre extrémité par laquelle ce fil communiquait avec le conducteur vitré ou résineux de la machine, fût en contact parfait avec ce conducteur, et qu'il ne se produisit alors aucune étincelle visible dans le trajet de l'électricité. »

Lorsque l'on oppose ainsi dans l'eau deux pointes fines, dont l'une communique à la machine, et l'autre avec le sol, il se dégage de chacune un courant continuel de gaz composé d'hydrogène et d'oxigène dans les proportions qui constituent l'eau.

On peut encore déterminer de cette manière plusieurs autres combinaisons chimiques. M. Wollaston avait un fil d'argent fin dont le diamètre était de $\frac{1}{110}$ de pouce; il garnit de cire à cacheter une longueur de deux à trois pouces, prise sur le milieu du fil, et le coupant en deux par le milieu de l'endroit ciré, il plongea les deux bouts dans une solution de sulfate de cuivre a travers laquelle il fit passer ainsi de petites étincelles électriques tirées à une distance explosive de $\frac{1}{10}$ de pouce. Il se servait pour cela d'une machine à cylindre et à double conducteur, qui donnait à l'un des fils l'électricité résineuse et à l'autre la vitrée. Après cent tours de cylindre, le fil qui communiquait avec le conducteur résineux eut à sa surface un précipité qui, frotté au brunissoir, parut être évidemment du cuivre; mais le fil opposé ne prit pas de couche pareille.

Pour apprécier l'importance de ces observations, il faut remarquer que le cuivre contenu dans la dissolution n'était pas libre, mais combiné avec l'acide sulfurique, et même avec de l'oxigène; car on sait que les métaux ne se dissolvent dans les acides qu'après s'être préalablement oxidés. L'électricité a donc forcé le

cuivre d'abandonner ces principes pour entrer en combinaison avec le fil résineux.

En faisant mouvoir le courant électrique dans le sens opposé, l'ordre des phénomènes fut changé; le cuivre précipité qui se trouvait alors sur le fil vitré fut bientôt redissous, et une couche semblable alla se précipiter sur l'autre fil qui était devenu résineux. Ainsi, dans cette circonstance, il y eut action des deux parts; savoir du fil vitré pour déterminer le cuivre à se dissoudre, et du fil résineux pour le contraindre à se revivifier. Cette influence contraire parait être un caractère spécial de chacune des deux électricités, car on la retrouve partout où elles agissent; et dans la première expérience où le fil vitré était intact, il est très-probable qu'une petite couche de ce fil avait été dissoute, tandis que le cuivre se revivifiait sur le fil résineux.

Voici une autre expérience analogue. Après avoir coloré une carte avec une forte infusion de tournesol, M. Wollaston fit passer le long de sa surface un courant d'étincelles électriques, par le moyen de deux fines pointes d'or qui touchaient cette surface à la distance d'un pouce l'une de l'autre. Dans ce cas, comme dans les précédens, l'intensité de l'effet tenait à ce que toute l'énergie de l'électricité s'exerçait sur une très-petite quantité de liquide; aussi était-il d'autant plus marqué, que la carte était plus sèche. Alors un petit nombre de tours de la machine suffisait pour produire, vers la pointe du fil vitré, une tache rouge qu'on distinguait à l'œil nu. Si l'on mettait ensuite sur cette tache l'extrémité du fil résineux, l'action de la machine lui rendait sa couleur bleue primitive.

Ces expériences nous montrent encore l'influence de l'électricité vitrée pour déterminer la fixation de l'oxigène dans les corps, et celle de l'électricité résineuse pour déterminer son dégagement. Car c'est l'oxigène qui, en se combinant avec le tournesol, lui donnait la couleur rouge, et qui lui laissait reprendre sa couleur bleue en se dégageant. Toutes les autres expériences rapportées plus haut se concentrent aussi dans ce double fait.

M. Wollaston est allé plus loin; il a essayé de prouver que le développement de l'électricité provenait toujours d'une oxidation primitivement excitée dans quelques parties des conducteurs en communication; et pour cela, il a fait les expériences suivantes.

« J'ai trouvé, dit-il, qu'en appliquant sur les coussins de la machine électrique un amalgame d'argent ou de platine, métaux qui ne sont pas susceptibles d'oxidation spontanée, je ne pouvais obtenir aucun signe d'électricité. Au contraire, un amalgame d'étain donne des signes très-marqués d'excitation électrique. L'amalgame de zinc produit encore plus d'effet; mais le meilleur est celui qui contient un mélange de zinc et d'étain; ces deux métaux réunis s'oxident mieux encore qu'ils ne le font séparément (1).

» Pour m'assurer davantage si l'oxidation aidait à la production de l'électricité, je fis monter un petit cylindre, avec son coussin et son conducteur, dans un vase où je pusse à volonté changer l'air qu'il renfermait.

» Après avoir essayé le degré d'excitation dans l'air commun, je lui substituai du gaz acide carbonique. L'excitation fut absolument détruite; elle reparut lorsque je fis revenir l'air atmosphérique ».

Ces faits, quoique très-curieux, ne me semblent pas établir complétement la proposition que l'auteur a eu en vue. Il montre bien que, dans les cas cités, l'oxidation est nécessaire pour que l'électricité se produise, et que le frottement seul ne la développerait pas. Mais ce résultat n'est pas général. Car quelle oxidation peut-on supposer dans les poils d'une peau de chat, dans les fibres d'un morceau de papier, ou même dans les particules de deux plaques de verre que l'on frotte l'une contre l'autre? D'ailleurs, si l'oxidation était la cause unique du développement de l'électricité dans l'amalgamme d'étain et de

(1) On appelle, en chimie, *amalgames* les combinaisons des métaux avec le mercure.

zinc, on devrait obtenir des signes d'électricité également énergiques, en opérant directement l'oxidation de cet amalgame ; ce qui pourtant n'a pas lieu. Tout ce que l'ensemble de ces phénomènes paraît établir de plus général, c'est que l'oxigène a une tendance particulière vers les surfaces des corps qui possèdent l'électricité vitrée. De là sa fixation dans les particules du tournesol auxquelles on communique cette électricité d'une manière très-intense. L'hydrogène, au contraire, paraît avoir de l'affinité pour les surfaces résineuses; et ces deux tendances opposées conspirent pour favoriser la décomposition de l'eau, lorsque les particules de ce liquide se trouvent interposées entre des conducteurs aux extrémités desquels les deux électricités sont extrêmement condensées. Il est également possible que certains corps, par exemple l'amalgame de zinc, éprouvent, par le seul acte du frottement, une décomposition d'électricités naturelles infiniment faible, qui s'arrête lorsque les premières particules de leur surface ont pris l'état résineux, et que l'oxigène n'ait d'autre effet que de neutraliser cette électricité résineuse, en se combinant avec leur substance sous l'influence vitrée du corps frottant.

CHAPITRE XII.

De l'Électricité atmosphérique et des Paratonnerres.

Dès que l'on eut découvert la bouteille de Leyde et les batteries électriques, les effets de l'électricité accumulée par ces appareils se trouvèrent si ressemblans à ceux de la foudre, qu'on ne put s'empêcher de soupçonner cette analogie. Cependant Franklin fut le premier qui, ayant reconnu le pouvoir des pointes pour décharger à distance les corps électrisés, conçut la possibilité d'employer ce moyen pour rendre sensibles les effets de l'électricité atmosphérique, et se préserver de ses explosions. Mais n'ayant pas en Amérique les moyens suffisans pour ces expériences, il engagea les physiciens d'Europe à les observer. Le premier qui répondit à cet appel fut Dalibard, physicien français, qui fit construire à Marly-la-Ville une cabane au-dessus de laquelle était fixée une barre de fer de quarante pieds de longueur, isolée dans sa partie inférieure. Un nuage orageux étant venu à passer vers le zénith de cette barre, elle donna des étincelles à l'approche du doigt, et présenta tous les autres effets qu'offrent les conducteurs électrisés par nos machines ordinaires.

Ces appareils se multiplièrent; mais ils avaient tous un défaut commun, qui consistait dans le défaut d'isolement de leur base, laquelle se trouvait exposée à être mouillée par la pluie, et à laisser dissiper ainsi l'électricité. Canton imagina de remédier à ce défaut en plaçant, à l'extrémité inférieure de la barre métallique, un chapeau en métal qui recouvrait le support isolant, et le mettait à l'abri de la pluie. Au moyen de cet appareil perfectionné, il trouva que certains nuages sont chargés d'électricité vitrée, d'autres d'électricité résineuse; en sorte que l'électricité de l'appareil changeait souvent cinq ou six fois en une

demi-heure. La pluie et la neige en tombant l'électrisaient aussi, et ces phénomènes avaient lieu l'hiver comme l'été. Pour ne pas être obligé d'aller le visiter sans cesse, et souvent sans utilité, Canton imagina d'y adapter un petit appareil extrêmement ingénieux, représenté fig. 55. Ce sont trois timbres T T_1 T_2 suspendus à une même tige métallique, le premier par un fil de soie, les deux autres par une chaîne métallique. De plus, le timbre T communique au sol par une autre chaîne attachée sous sa partie inférieure; entre ces timbres pendent de petites sphères métalliques $b\,b'$ suspendues à des fils de soie. D'après cela, il est clair que si la tige A B est mise en communication avec le conducteur vertical qui reçoit l'électricité de l'atmosphère, cette électricité se transmettra d'abord aux deux timbres extrêmes T_1 T_2 par le moyen des chaînes métalliques qui les suspendent. Alors les petits globules $b\,b'$ seront attirés vers les timbres, et viendront le toucher; mais aussitôt après, ils en seront repoussés, et ils seront au contraire attirés par le timbre T communiquant au sol; ils se porteront donc vers lui, se déchargeront, et iront se recharger de nouveau par le contact des timbres extrêmes. Ces oscillations continuelles des petits globules feront sonner les timbres, et l'on sera ainsi averti de la présence de l'électricité. Cet appareil se nomme un *carillon électrique*.

Cependant Franklin, en Amérique, avait continué de suivre ses idées qui devaient en effet lui offrir un grand attrait. A défaut d'édifices d'une grande hauteur, il imagina de faire descendre l'électricité des nuages sur la terre, le long de la corde d'un cerf-volant; et depuis les belles expériences de Newton sur les couleurs développées par les bulles d'eau savonneuse, ce fut la seconde fois que des jeux d'enfans devinrent pour la physique les instrumens des plus belles découvertes. Mais Franklin ne prévoyait pas lui-même l'extrême danger auquel il s'exposait. Son cerf-volant était enlevé, et il en tenait la corde à la main; mais elle ne donnait encore aucun signe d'électricité, quoique le cerf-volant fût voisin d'un nuage qui paraissait porteur de la foudre. Déjà Franklin craignait de s'être trompé dans ses conjectures, lorsqu'enfin une petite pluie étant

venue mouiller la corde, et augmenter sa faculté conductrice, Franklin réussit à en tirer quelques étincelles; et il faut l'entendre lui-même raconter la joie qu'il ressentit à l'aspect de ce phénomène qu'il avait prévu. Cependant, si la corde eût été plus mouillée ou d'une nature plus conductrice, il est probable que cet homme célèbre eût payé de sa vie sa témérité, et nous eussions été privés de tout ce qu'il a fait depuis de grand et d'utile pour les sciences, la philosophie et la liberté. En France, M. de Romas fit cette même expérience d'une manière beaucoup plus parfaite, soit qu'il l'eût conçue de lui-même, soit qu'il y eût été conduit par la tentative de Franklin. Il imagina d'entrelacer un fil de fer très-fin avec la corde du cerf-volant (1); et pour que l'observateur ne fût pas exposé à des décharges imprévues, l'extrémité inférieure de la corde se terminait par un cordon de soie de huit ou dix pieds de longueur, au moyen duquel le cerf-volant et le fil étaient isolés. De plus, au lieu d'en tirer des étincelles avec le doigt, ce qui fait que l'observateur reçoit lui-même la décharge, Romas imagina de les tirer à l'aide d'un conducteur métallique communiquant au sol par une chaîne, et tenu à la main par l'intermédiaire d'un manche isolant; c'était proprement notre excitateur actuel. Ayant donné ainsi à cet appareil toute la perfection que suggérait une prudence éclairée, Romas n'hésita point à le lancer dans les nuages les plus orageux; et dans une de ces expériences, pendant un orage qui ne fut remarquable ni par les éclats de la foudre, ni par une pluie abondante, il en fit jaillir pendant des heures entières des jets de feu de plus de dix pieds de longueur. « Imaginez-vous, écrivait-il à Nollet, imaginez-vous de voir des lames de feu de neuf ou dix pieds de longueur et d'un pouce de grosseur, qui faisaient autant ou plus de bruit que des coups de pistolet. En moins d'une heure, j'eus certainement trente lames de cette dimension, sans compter mille autres de sept pieds et au-dessous. Mais ce qui me donna le plus de satisfaction dans ce nouveau spectacle, c'est que les plus grandes lames furent spontanées,

(1) Il vaut mieux employer, comme le fait M. Charles, une corde métallique filée.

et que, malgré l'abondance du feu qui les formait, elles tombèrent constamment sur le corps conducteur le plus voisin. Cette constance me donna tant de sécurité, que je ne craignais pas d'exciter ce feu avec mon excitateur, dans le temps même que l'orage était assez animé; et lorsque les branches de verre de cet instrument eurent seulement deux pieds de longueur, je conduisis où je voulus, sans sentir à ma main la plus petite commotion, des lames de feu de six ou sept pieds, avec la même facilité que je conduisais des lames qui n'avaient que sept à huit pouces. »

Ces phénomènes n'ont rien qui ne soit très-conforme à la théorie. Nous avons vu en effet que lorsqu'un cylindre métallique très-mince et isolé est mis, par une de ses extrémités, en contact avec un conducteur électrisé, l'épaisseur moyenne de la couche électrique sur sa surface est réciproque à son rayon divisé par celui de la sphère osculatrice du conducteur au point de contact; nommant donc R le rayon de cette sphère, E l'épaisseur de l'électricité sur sa surface, et r, e les quantités analogues sur le cylindre, la valeur moyenne de e est

$$e = m \cdot \frac{ER}{r},$$

m étant un coefficient constant que l'expérience donne à peu près égal à $\frac{2}{11}$. Mais à l'extrémité libre du cylindre, l'épaisseur de la couche électrique surpasse cette valeur moyenne dans le rapport de 2,30 à l'unité; son expression pour ce point est donc

$$\frac{20,7}{48} \cdot \frac{ER}{r}.$$

Pour appliquer ceci au cerf-volant électrique, supposez que la sphère osculatrice du nuage, au point où le cerf-volant le pénètre, ait 1000 pieds de rayon, et que la corde ait une ligne; alors, en exprimant tout en lignes, on aura $R = 144000$ et $r = 1$; par conséquent, l'épaisseur de la couche électrique à l'extrémité inférieure de la corde métallique sera

$$\frac{20,7}{48} 144000\,E, \quad \text{ou} \quad 62100\,E,$$

c'est-à-dire soixante-deux mille fois aussi forte que sur le nuage; et comme la pression exercée contre l'air est proportionnelle au carré de l'épaisseur de cette couche, elle sera presque quatre milliards de fois aussi forte à l'extrémité du cylindre que dans le nuage même. D'après cela, faut-il s'étonner que dans des circonstances où l'orage paraît peu considérable, il s'élance de si terribles étincelles de cette extrémité du fil ?

La seule description de ces expériences montre qu'elles ne doivent être tentées qu'avec une prudence extrême. On conçoit qu'il ne faut pas tenir soi-même à la main la corde conductrice. C'est pourquoi, lorsqu'on lance le cerf-volant, ce qui exige ordinairement que l'on prenne et que l'on dirige cette corde, il ne faut jamais le faire quand l'orage est déjà déclaré. De plus, afin de n'être pas exposé à la toucher pour la développer, M. Charles l'enroule sur un cylindre qu'il fait tourner par une manivelle composée de substances isolantes; ce cylindre lui-même est monté sur quatre piliers de verre qui l'isolent. Aussi long-temps que l'on file la corde, on établit une communication entre le sol et le cylindre, par le moyen d'une chaîne qui va aboutir à de gros piquets de fer enfoncés dans la terre humide. Veut-on commencer les expériences, on détache cette chaîne du cylindre, et l'appareil se trouve isolé. Mais il faut alors s'en tenir plus éloigné que ne le sont les piquets de fer ou en général les corps conducteurs les plus voisins, afin que s'il survenait une décharge, elle se portât de préférence sur eux. Celui qui négligerait toutes ces précautions, en serait infailliblement la victime, comme le fut Richmann, professeur de physique à Saint-Pétersbourg, qui, ayant introduit dans l'intérieur de sa chambre la partie inférieure d'une barre qu'il avait élevée pour observer l'électricité de l'atmosphère, fut frappé d'une explosion subite, et trouvé mort à côté de son appareil.

Une fois qu'il est bien constaté que la foudre est une explosion électrique, on ne peut douter que l'électricité d'un nuage orageux ne puisse, comme celle de nos machines, être considérablement affaiblie par l'action des pointes. Cette conséquence, comme nous l'avons dit, n'échappa point à Franklin;

et celui qui, le premier, avait découvert les pointes, imagina les *paratonnerres*.

On appelle ainsi des verges métalliques pointues que l'on élève sur le sommet des édifices, sur le haut des mâts des navires, etc.... Une de leurs extrémités plonge dans l'atmosphère, l'autre communique avec le sol. L'effet de ces appareils est de recevoir ou de neutraliser l'électricité des nuages, et de la conduire sans explosion jusque dans l'intérieur de la terre. Depuis environ cinquante ans qu'ils ont commencé à être en usage, un grand nombre d'exemples en a prouvé l'utilité; elle est en effet évidente par la théorie. Lorsqu'un nuage électrisé passe à une proximité telle que son influence puisse être sensible, il décompose les électricités naturelles de la barre, repousse celle de même nom dans le sol, et attire celle de nom contraire, qui se porte à l'extrémité supérieure de la pointe, et y acquiert une intensité d'autant plus grande que l'action du nuage est plus forte. Pour apprécier cette intensité, conservons les mêmes dénominations que dans la page précédente, et désignons par a la distance du nuage à la pointe du paratonnerre; alors, d'après ce que nous avons vu page 331, l'épaisseur de la couche électrique à l'extrémité de cette pointe aura pour expression

$$e = -\frac{2{,}07\ \mathrm{R}^2\,\mathrm{E}}{r\,(\mathrm{R}+a)^{\frac{1}{2}}},$$

les longueurs devant être exprimées en pouces. Donnons à la barre du paratonnerre un demi-pouce de rayon, et supposons-la placée à cinq cents pieds d'un nuage dont la sphère osculatrice ait mille pieds de rayon. Nous aurons, en réduisant tout en pouces,

$$\mathrm{R} = 12000 \qquad a = 6000 \qquad r = \frac{1}{2},$$

et la formule donnera

$$e = -246{,}86\ \mathrm{E};$$

c'est-à-dire que l'épaisseur de la couche électrique, à l'extrémité du paratonnerre, sera presque deux cent cinquante fois aussi forte que sur le nuage. Par conséquent la pression contre

l'air, toujours proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche, y sera soixante-deux mille fois aussi forte. De là il résulte que les particules d'air humide situées entre le nuage et le paratonnerre, doivent se précipiter vers celui-ci avec une grande rapidité, y perdre l'électricité que leur avait donnée le nuage, en prendre une autre très-forte de nature contraire; puis, fuyant alors la pointe qui les repousse, se porter vers le nuage, et neutraliser l'électricité de toutes celles de ses particules qui se rencontrent sur leur passage, jusqu'à ce que ce mouvement alternatif l'ait complètement déchargé. Il doit donc arriver, en général, que cette décharge s'opérera sans explosion, et que tous les corps conducteurs qui se trouveront au-dessous du paratonnerre, à peu de distance, seront préservés par lui. Mais enfin si, dans un cas extraordinaire, ce rapide écoulement de l'électricité ne suffit pas encore, et qu'une explosion se produise, c'est infailliblement sur la pointe qu'elle doit se porter, puisque c'est là que l'attraction réciproque des deux électricités contraires est incomparablement la plus forte; aussi en ce point l'expérience a-t-elle confirmé pleinement la théorie. Dans les premiers temps que cette invention fut mise en usage, on présenta à l'Académie des sciences une pointe de paratonnerre qui avait ainsi reçu une explosion si forte, qu'elle en avait été fondue, comme les fils de fer que nous fondons par nos batteries. Cependant cette explosion, si terrible qu'elle aurait causé infailliblement les plus grands malheurs sur la maison où elle était tombée, ne fit pas même éprouver la commotion la plus légère, et ne fut aperçue que par l'effroyable bruit qu'elle excita.

On peut par une expérience très-simple donner une image sensible de l'effet des paratonnerres sur les nuages électrisés. On suspend aux conducteurs d'une machine électrique un fil de lin, au bas duquel on a attaché un petit lambeau de coton cardé qui peut assez bien nous représenter un nuage. On électrise le tout, et l'on présente au coton, non pas une pointe, mais un corps sphérique; aussitôt il est attiré, et il se produit une étincelle entre ces deux corps. Mais si, au lieu d'une sphère,

on présente au coton une pointe que l'on tient à une grande distance, il se décharge d'abord invisiblement de son électricité, après quoi il retourne vers les conducteurs pour se recharger, et il revient vers la pointe pour se décharger de nouveau. On peut suspendre ainsi plusieurs lambeaux de coton à des fils de différentes longueurs, et on les voit se replier successivement les uns sur les autres. C'est exactement ainsi que les lambeaux inférieurs d'un nuage, qui ont été déchargés par l'influence d'un paratonnerre, doivent se replier vers les parties supérieures du nuage qui sont encore électrisées.

Le cerf-volant électrique plongé dans les nuages fait sur eux absolument l'effet d'un paratonnerre. Aussi j'ai entendu dire à M. Charles, qu'il avait vu plusieurs fois des nuages orageux lançant les éclairs et la foudre, s'approcher de son cerf-volant, donner pendant quelque temps une suite continue d'étincelles électriques semblable à un ruisseau de feu, puis s'éloigner ensuite en silence, et complètement déchargés.

L'effet et l'utilité des paratonnerres étant incontestables, il importe de décider quelle est la construction la plus avantageuse qu'on puisse leur donner. Deux conditions surtout paraissent indispensablement nécessaires ; la première, c'est que la communication soit bien établie avec le sol, et entre les diverses barres métalliques dont l'appareil est composé. Sans cette précaution, la foudre éclaterait entre les points où la course de l'électricité serait interrompue, et le paratonnerre ne serait plus préservateur.

La seconde condition qui peut être regardée comme une suite de la précédente, c'est que les verges et les tiges métalliques qui servent de conducteurs n'aient pas moins d'un pouce de diamètre. Si elles étaient trop minces, elles pourraient être fondues ou volatilisées comme les fils métalliques soumis à la décharge séparée de nos batteries ; et alors l'électricité restante ne trouvant plus de passage ouvert, s'échapperait avec explosion ; il y a des exemples de ce phénomène. Comme des barres de fer de la dimension qui vient d'être prescrite sont difficilement pliées selon les inflexions des bâtimens sur lesquels on les place, on

peut employer, comme le fait M. Beyer, des espèces de cordes formées de fils de fer tressés et enduits d'une couche de vernis gras. Cet artiste a également imaginé de faire l'extrême pointe du paratonnerre en platine, métal qui, lorsqu'il est pur, se fond et s'oxide très-difficilement.

Pour que la communication avec le sol soit bien établie, il est nécessaire que les derniers conducteurs plongent dans la terre jusqu'à la rencontre de l'humidité. Il est bon, lorsque cela est possible, de les conduire dans un puits, une mare ou tel autre amas d'eau ; mais dans tous les cas, il faut que ce prolongement souterrain s'écarte de la maison que l'on veut garantir.

Il convient aussi de réunir au système des conducteurs, les diverses barres métalliques qui entrent dans la construction de l'édifice. De cette manière, si un des points du bâtiment était frappé subitement d'une décharge qui lui serait directement amenée, comme cela arrive quelquefois, ainsi que nous le verrons bientôt, l'électricité se déchargerait de préférence par le système de bons conducteurs qui lui offriraient un passage facile, et l'édifice serait encore préservé.

Il est convenable, si le bâtiment est isolé, d'y placer latéralement des conducteurs horizontaux et perpendiculaires à ses faces ; car l'usage des pointes est de soutirer le fluide électrique des corps qu'on leur présente ; mais elles ne peuvent pas toujours le faire avec assez de promptitude pour préserver les corps environnans d'une décharge particulière, surtout si le corps électrisé est fort étendu, et chargé à un haut degré. Ainsi un paratonnerre vertical deviendrait inutile contre un lambeau de nuage ou une forte ondée qu'un coup de vent violent dirigerait tout à coup sur une des faces du bâtiment. C'est alors que les conducteurs horizontaux deviennent utiles en recevant cette décharge et la conduisant au sol.

On peut donner un exemple de ce phénomène en présentant une pointe non isolée aux conducteurs intérieurs d'une batterie électrique fortement chargée. Si la pointe s'approche lentement, elle décharge peu à peu la batterie sans aucune explo-

sion ; mais si elle s'approche rapidement, elle est foudroyée.

Le nombre des paratonnerres qu'il faut placer sur un édifice ne peut pas être l'objet d'une détermination rigoureuse. On a coutume de les placer à soixante pieds à peu près les uns des autres ; et il n'y a point d'exemple, qu'à cette distance, il se soit fait d'explosion entre eux.

Les conditions que nous venons de recommander étant observées, il est physiquement impossible que les paratonnerres occasionent le moindre accident aux édifices sur lesquels ils sont élevés. Néanmoins la sécurité que l'on doit éprouver auprès d'eux ne peut devenir entière que par la réflexion. L'on sent quelque effroi à penser que l'on dormira auprès de la foudre, ou qu'on touchera le conducteur qui la renferme, et la transmet invisiblement ; on hésite assurément pour savoir si l'on peut en sûreté conduire ce terrible météore à travers un magasin à poudre.

Ces circonstances sont trop importantes, et les dangers qui pourraient, en pareil cas, résulter d'une imprudence, seraient trop graves, pour qu'on ne doive pas les examiner avec toute l'attention possible. Mais heureusement ils ne sont point à craindre ; car c'est une propriété constante de l'électricité libre, soit vitrée, soit résineuse, de suivre par préférence les meilleurs conducteurs qui se présentent à elle ; et par conséquent lorsqu'elle trouve une barre métallique suffisante pour la conduire, elle la suit et ne se détourne point sur les corps environnans. Nous en avons déjà vu la preuve dans sa marche silencieuse le long de la corde du cerf-volant électrique, et dans l'espèce de choix qu'elle semble faire des meilleurs conducteurs pour s'élancer sur eux, lorsqu'étant parvenue à l'extrémité de cette corde, elle est arrêtée par l'isolement. Mais cette propriété devient encore sensible dans les expériences suivantes.

On décharge une bouteille de Leyde à travers un fil métallique enveloppé de poudre. Cette poudre ne prend pas feu. Si l'on établit soi-même la communication par un excitateur métallique que l'on tient avec la main nue, la décharge s'opère toute entière à travers le métal. On suspend un oiseau dans sa cage

à l'un des conducteurs de la machine, on charge la batterie et on la décharge sans que l'oiseau en ressente aucun effet ; cependant il se trouve alors sur le passage de l'électricité. Enfin, en s'enveloppant le corps d'un cordon métallique dont on tient dans les mains les extrémités, on peut, sans aucun danger, décharger par ces cordons les plus fortes batteries, même en s'isolant comme l'oiseau dans l'arc de communication.

Dans ces expériences, on éprouve quelquefois une petite commotion instantanée, mais incomparablement plus faible que la décharge de la batterie. Cette commotion vient de ce que l'électricité accumulée dans la batterie n'opère pas sa décharge en un seul instant indivisible, quelque bon conducteur qu'on lui présente. Pendant son passage, elle agit par influence sur les électricités naturelles des corps qui touchent ce conducteur, et y produit une séparation qui ne dure qu'un moment ; l'équilibre se recompose aussitôt, mais l'alternative subite de ces deux états produit une commotion dans les organes qui l'éprouvent. On voit par cela même que cet effet doit être extrêmement faible, car il est uniquement produit par l'influence de cette portion d'électricité qui reste libre sur une des faces de la batterie, et dont la force répulsive, quoique très-affaiblie par son extension sur le conducteur qu'on lui présente, n'est cependant pas anéantie entièrement.

Pour mettre ces résultats en évidence, on isole un conducteur cylindrique, et on le fait toucher à la face d'une batterie qui communique avec le sol. Vis-à-vis une des extrémités de ce conducteur, on en place un autre aussi isolé, mais séparé du premier par un petit intervalle, fig. 56; au moment de la décharge, il s'échappe une étincelle du premier conducteur au second, et un électroscope placé sur ce dernier s'érige et s'abaisse en un instant. Si l'on veut terminer ce second conducteur par un pistolet de Volta, dont l'autre extrémité communique avec le sol, la décharge latérale enflammera le gaz tonnant.

Le seul danger que pourraient offrir les paratonnerres viendrait donc uniquement de ce choc latéral, que l'on peut pour

ainsi dire atténuer à volonté en augmentant les dimensions et la faculté conductrice du corps par lequel on fait écouler l'électricité. La théorie et l'expérience viennent de nous montrer que ce choc est incomparablement moindre que la décharge directe, et si jamais il devenait sensible dans un éclat de foudre, qu'aurait donc été la décharge elle-même, s'il ne s'était pas trouvé là de conducteur métallique pour la transmettre au sol?

On a vu quelquefois, dans des momens d'orage, des animaux et des hommes tomber morts subitement au moment d'une explosion, quoique la foudre eût éclaté à une grande distance du lieu où ils se trouvaient. Ce phénomène peut être facilement expliqué par les considérations que nous venons d'établir.

Concevons un nuage fortement électrisé et dont les deux extrémités soient pendantes vers la terre ; elles y refouleront l'électricité de même nature que celle dont elles sont chargées, et attireront l'électricité contraire. Si, par une circonstance quelconque, la décharge s'opère à une des extrémités du nuage, l'équilibre se rétablira aussitôt dans le point de la terre qui se trouve sous l'autre extrémité, et ce rétablissement d'équilibre pourra occasioner la mort des animaux ou des hommes qui y seront soumis, surtout si l'électricité est forte. C'est ce que l'on appelle le choc par retour.

On peut en donner une idée par l'expérience suivante :

Suspendez par un cordon de soie une grenouille vivante, à quelque distance du conducteur d'une machine électrique, comme le représente la fig. 57 ; attachez à l'une de ses jambes un cordon métallique très-léger et flexible, qui la fasse communiquer avec le sol ; puis faites agir la machine, et à mesure que l'électricité se développe, tirez de temps en temps des étincelles du premier conducteur, en lui présentant une tige de métal terminée en demi-sphère. A chaque explosion, vous verrez la grenouille tressaillir, quoiqu'elle ne soit pas dans l'arc de communication ; ses électricités naturelles que l'influence du conducteur électrisé sépare, se rejoignent subitement chaque fois que cette influence est détruite, et excitent une commotion dans les organes de l'animal.

Ces effets se produisent encore après la mort : pour les observer alors dans toute leur énergie, il faut tuer subitement la grenouille en lui coupant le corps en travers; après quoi on la dépouille et on la prépare comme le représente la fig. 58. Alors l'irritabilité est telle que les contractions musculaires se produisent encore par l'influence d'une forte machine à la distance de dix ou douze mètres. Ce phénomène, simple en lui-même, montre que les organes musculaires des grenouilles sont des électroscopes d'une sensibilité extrême. On verra, dans un des chapitres qui vont suivre, que cette susceptibilité a été la cause accidentelle d'une des plus belles découvertes qu'on ait faites dans la physique.

Jusqu'ici nous n'avons étudié l'électricité atmosphérique que dans l'état violent et passager où elle se trouve pendant les orages; mais en augmentant la sensibilité de l'appareil qui sert à la manifester, on peut espérer de la rendre sensible, lorsqu'elle paraitrait nulle avec des instrumens plus grossiers. Pour cela, on a imaginé d'armer l'électroscope à pailles ou à lames d'or d'une verge métallique pointue, que l'on visse par son bout inférieur sur l'extrémité de sa tige. On donne ordinairement à cette verge un mètre de longueur, et on la compose de plusieurs pièces emboitées les unes dans les autres, pour que sa longueur puisse être variée à volonté. A l'aide de cet instrument, représenté fig. 59, on reconnait que l'atmosphère, lorsqu'elle est pure, est dans un état habituel d'électricité vitrée; mais les moindres nuages, les moindres brouillards modifient cet état.

L'intensité de cette électricité habituelle croit à mesure que l'on s'élève dans l'atmosphère; aussi pour la rendre plus sensible, de Saussure a imaginé de jeter en l'air une boule pesante attachée à un fil de métal très-fin, dont l'extrémité inférieure, bouclée autour de la tige de l'électroscope, adhère à cette tige par la légère pression de son propre ressort. Quand le fil est déployé par le mouvement de la boule, il donne à l'électroscope la même espèce d'électricité que possède la couche la plus haute où cette boule s'élève. Mais, par la continuation même de ce

mouvement, le fil se détache de la tige de l'électroscope, et celle-ci reste isolée avec l'électricité qu'elle a acquise.

Lorsque nous nous sommes élevés en ballon, M. Gay-Lussac et moi, pour des expériences que je rapporterai bientôt en parlant du magnétisme de la terre, nous avons également recueilli l'électricité atmosphérique par un moyen pareil à celui de Saussure. Un fil de métal de cinquante mètres de longueur était suspendu par un bout à notre nacelle, et pendait librement au-dessous, tendu par le poids d'une boule de métal. Il nous mettait ainsi en communication avec une couche d'air située à cinquante mètres au-dessous de notre nacelle. L'électricité atmosphérique recueillie au haut de ce fil était fort sensible à l'électroscope; et, en l'éprouvant avec la cire d'Espagne, nous la trouvâmes résineuse, quoique le temps fût parfaitement serein.

Ce résultat semble contraire à celui qu'a trouvé Saussure, et qu'ont vérifié après lui tous les physiciens; mais cette discordance n'est qu'apparente, et, dans le fait, les deux résultats sont d'accord. Pour le prouver, représentons notre fil par A.B, fig. 60, et par ses deux extrémités menons deux plans horizontaux qui séparent l'atmosphère en trois portions, dont une comprise entre les extrémités du fil et deux au-delà. Puis supposons que l'atmosphère soit réellement dans un état d'électricité vitrée croissant avec les hauteurs. Il faudra admettre que cette électricité est faible et son accroissement peu considérable, surtout dans une couche de cinquante mètres de hauteur. Cela posé, considérons d'abord les actions des deux couches extrêmes. Il ne s'agit pas ici de leur action par le contact; car celle-ci doit employer un certain temps à se transmettre, mais de l'influence à distance de leurs électricités libres sur les électricités naturelles du fil. Alors, la portion supérieure S qui est à l'état vitré attire l'électricité résineuse du fil avec une force que je représenterai par $+R$, et repousse la vitrée avec une force que je représenterai par $+V$. La couche inférieure S′ fera la même chose en sens inverse, mais ses actions seront plus faibles, puisque l'intensité de l'électricité est supposée croître avec les hauteurs.

Soient donc v et r les deux forces qu'elle exerce. D'après cela, il est clair que l'électricité résineuse du fil sera attirée vers sa partie supérieure avec un excès de force égal à $R - r$, et l'électricité vitrée sera repoussée vers l'extrémité inférieure avec un excès de force égal à $V - v$. Ainsi, pour nous qui observions l'électricité à la partie supérieure du fil, elle devait être résineuse. Pour Saussure, qui la prenait à l'extrémité inférieure, elle devait être vitrée.

Nous n'avons pas encore eu égard à l'action de la couche intermédiaire AB, dans laquelle le fil se trouve. Si celle-ci était uniformément électrique dans toute sa hauteur, ses actions au-dessus et au-dessous de chaque moitié du fil se compenseraient d'elles-mêmes, et il n'en résulterait aucune décomposition des électricités naturelles du fil. Mais dans l'état d'une électricité vitrée croissante avec les hauteurs, il est clair que les actions réunies de toutes les molécules de la couche produiront une résultante de même nature que l'action de la couche supérieure, de sorte que celle-ci s'en trouvera augmentée; et l'effet total le sera pareillement, si toutefois l'épaisseur de cette couche est assez grande pour que son action puisse être comptée comparativement à celles des portions supérieures et inférieures de l'atmosphère.

Voici une autre expérience de M. Hermann, qui s'explique par les mêmes principes. Un électroscope à lames d'or très-sensible est placé fixement à une certaine hauteur dans l'atmosphère, le temps étant serein. Il n'y donne aucun signe sensible d'électricité. On porte dans la couche d'air supérieure, quelques pieds seulement au-dessus de l'électroscope, un fil métallique ou tout autre conducteur placé horizontalement à l'extrémité d'une tige isolante, et après l'avoir tenu quelque temps dans cette couche, on l'abaisse rapidement sur l'électroscope jusqu'à ce qu'il le touche; aussitôt les lames d'or divergent par une électricité vitrée. Au contraire, si l'on porte le conducteur isolé dans une couche inférieure à l'électroscope, et qu'après l'y avoir laissé quelque temps on le relève avec rapidité, il donne à l'électroscope une électricité résineuse.

Ces phénomènes s'expliquent en remarquant que le conducteur mobile prend à chaque fois le degré d'électricité qui convient à la couche où on le place. Lorsqu'ensuite on le ramène assez rapidement pour que son état ne soit pas tout-à-fait détruit par le contact des molécules d'air parmi lesquelles on le transporte, il communique cet état à l'électroscope; s'il vient d'en haut, il lui porte un excès d'électricité vitrée; s'il vient d'en bas, il lui porte un défaut de cette même électricité. Généralement soit $+ E$ la quantité d'électricité vitrée libre que doit posséder le conducteur isolé pour être en équilibre électrique dans la couche d'air où se trouve l'électroscope, de sorte que lorsqu'il a $+ E$ les molécules d'air de cette couche ne lui donnent ni ne lui prennent rien. On le porte dans une couche supérieure où il prend $E + \delta E$; δE désignant le petit excès d'électricité vitrée qu'il y a prise. Alors si on le ramène rapidement dans la couche de l'électroscope, il aura de trop $+ \delta E$, et il communiquera cet excès à tous les corps qu'il touchera : il le communiquera donc aussi à l'électroscope, s'il le touche promptement; et jusqu'à ce que celui-ci ait perdu par le contact de l'air cet excès qu'il a partagé, ses lames divergeront vitreusement. Au contraire, quand le conducteur isolé revient des régions inférieures, il a $E - \delta E$; de sorte que pour lui rendre E, il faut lui communiquer $+ \delta E$ d'électricité vitrée. Si on le fait toucher à l'électroscope, celui-ci partagera cet état; alors la quantité d'électricité vitrée qu'il possédera ne pourra plus faire équilibre à l'influence de la masse d'air environnante, et ses fluides naturels seront décomposés. Mais l'excès de fluide vitré qui en résultera ne fera point diverger les lames d'or, parce que sa force répulsive sera employée toute entière à compenser celle de l'électricité extérieure E. Il n'y aura donc que la force répulsive du fluide résineux qui s'exercera, parce que rien ne la compense, et les lames d'or divergeront en vertu de cette électricité jusqu'à ce qu'elle ait été enlevée et neutralisée par le contact immédiat et successif des molécules d'air. Les expériences de ce genre présentent le cas unique d'un

milieu indéfini, qui est l'air, dont toutes les molécules sont individuellement chargées d'un excès d'électricité de même nature, adhérente à leur surface ; de sorte que la masse entière du milieu s'en trouve pénétrée dans une proportion variable avec les hauteurs. Alors les diverses particules de ce milieu ne peuvent être en repos que par la mutuelle compensation de leurs forces répulsives combinées avec leur pesanteur ; et la même condition s'applique aussi aux corps conducteurs qui s'y trouvent plongés. Ainsi, pour tous ces corps, l'équilibre électrique n'aura pas lieu quand leurs électricités naturelles seront complètement neutralisées ; mais lorsqu'ils posséderont l'excès de l'une ou de l'autre électricité qui convient à la couche où ils se trouvent, excès qui est vitré dans l'atmosphère, lorsqu'elle est pure. S'ils possèdent un plus grand excès de cette même électricité, ils agiront uniquement en vertu de cet excès les uns sur les autres, et sur toutes les molécules d'air environnantes : ils devront donc se repousser mutuellement. Si, au contraire, l'excès d'électricité qu'ils possèdent est moindre que celui qu'ils prendraient naturellement dans la couche où on les place, la masse du milieu agira sur chacun d'eux en vertu de cette différence, et leurs électricités naturelles seront décomposées autant qu'il le faut pour compléter ce qui leur manque de l'électricité du milieu : en vertu de cette addition, ils repousseront le milieu autant que le milieu les repousse, et n'en éprouveront plus aucune action. Mais ils agiront les uns sur les autres avec l'excès qu'ils ont acquis de l'électricité opposée ; et si le milieu est un fluide indéfini composé de particules susceptibles de s'électriser par le contact, cet excès se dissipera peu à peu dans l'espace. Il y aurait beaucoup d'expériences curieuses à faire pour constater les lois de l'équilibre électrique dans des circonstances aussi différentes de celles que l'on a généralement coutume de considérer.

CHAPITRE XIII.

De la Lumière électrique.

La lumière qui se développe dans les explosions électriques a passé long-temps aux yeux des physiciens pour une modification de l'électricité même, qui jouissait de la faculté de devenir lumineuse à un certain degré d'accumulation. Mais depuis quelques années l'observation de la lumière qui se dégage de l'air par une pression mécanique, m'a fait penser que la lumière électrique pourrait avoir une semblable cause, et être purement l'effet de la compression opérée sur l'air par l'explosion de l'électricité (1). Les conséquences de l'une ou de l'autre opinion, relativement à la nature du principe électrique, sont très-différentes. Pour juger laquelle est plus vraisemblable, je rassemblerai ici les principaux phénomènes que la lumière électrique présente. Il est presque inutile de prévenir que ces phénomènes doivent être observés dans l'obscurité.

Si l'on regarde à travers un prisme les étincelles qui s'excitent entre deux conducteurs électrisés différemment, on y retrouve toutes les couleurs qui composent la lumière ordinaire; couleurs que nous apprendrons bientôt à reconnaître. Mais la teinte dominante des étincelles varie suivant les différens corps qu'elles traversent ou desquels elles sont tirées.

Dans l'air atmosphérique, et sous la pression ordinaire, lorsque l'électricité sort par explosion d'un métal pour entrer dans un autre métal, sa lumière est blanche; elle devient violacée, si l'on présente la main à un conducteur métallique électrisé. Si l'un des corps soumis à l'explosion est une plante humide, ou de l'eau, ou de la glace, la lumière est rouge. Enfin, entre les mêmes conducteurs métalliques,

(1) Annales de Chimie, tome 53, p. 321. 1805.

sa teinte peut varier depuis le blanc le plus éclatant jusqu'au violet le plus tendre, selon la distance à laquelle l'électricité est transmise, et selon la résistance du milieu qu'on lui fait traverser.

Pour prouver la première de ces propositions, attachez une tige métallique terminée en pointe fine à l'extrémité du premier conducteur d'une machine disposée pour donner l'électricité vitrée; puis faisant agir la machine, présentez à cette pointe une sphère également métallique, portée sur une autre tige non isolée. Lorsque la surface de la sphère sera très-voisine de la pointe, la transmission de l'électricité s'opérera par une succession presque continue de petites étincelles d'un blanc éblouissant, qui se porteront toutes au point le plus voisin de la sphère. Cette blancheur s'affaiblira et se teindra de rouge à mesure que l'on augmentera la distance explosive. Alors l'explosion ne se fera pas constamment au même point de la sphère, mais variera dans une certaine étendue de sa surface : enfin, à une plus grande distance il ne se fera plus d'explosion brusque, mais un cône de lumière faible et violacée, partant du sommet de la pointe, étendra sa base sur la moitié de la sphère. Dans ce cas, au lieu du craquement que produisaient les étincelles, on n'entendra plus qu'une sorte de souffle continu; la lumière du cône s'affaiblira peu à peu à mesure que la distance augmentera, et au-delà d'une certaine distance, elle cessera tout-à-fait d'être sensible.

Ce que fait l'accroissement de la distance, on peut le faire à une distance constante en variant la résistance du milieu. Prenez un vase de verre en forme d'ellipsoïde, percé aux deux extrémités de son grand axe, de manière à recevoir deux tiges métalliques, terminées en demi-sphères qui, glissant dans un bouchon métallique, puissent être mises dans l'intérieur du vase à diverses distances l'une de l'autre, fig. 61. Dans un de ces bouchons, pratiquez un robinet qui puisse se visser sur la platine de la machine pneumatique : puis, faisant communiquer la tige supérieure avec le premier conducteur d'une machine, tandis que l'intérieur communique avec le

sol, transmettez le courant électrique à travers les deux tiges, et éloignez ou rapprochez leurs extrémités jusqu'à ce que la transmission s'opère par une succession presque continue de vives étincelles. Dans ce cas, la lumière est blanche comme elle l'était dans l'expérience précédente, lorsqu'on approchait la sphère assez près de la pointe pour que l'électricité se transmit par explosion. Mais diminuez peu à peu la densité de l'air dans l'intérieur du récipient; alors la transmission s'opérera d'une tige à l'autre avant que l'électricité ait atteint la même accumulation à l'extrémité de chacune d'elles. Dans ce cas, vous verrez la blancheur s'affaiblir, s'altérer graduellement, et enfin se changer en une teinte violacée. Ainsi, dans ces deux expériences, le changement progressif des teintes accompagne également l'affaiblissement d'intensité de l'électricité transmise. La seule différence, c'est que, à travers l'air, cet affaiblissement est occasioné par l'accroissement de la distance qui répand la communication de l'électricité sur une plus grande surface, tandis que dans l'air raréfié, l'intensité de l'électricité se trouve affaiblie par la diminution de la résistance du milieu, qui lui permet de s'échapper à la même distance avant d'avoir atteint une aussi grande accumulation. D'après cela, on doit penser que, à des raréfactions égales, une électricité plus intense produira aussi une lumière plus blanche. C'est en effet ce qui a lieu. Lorsqu'on fait passer la décharge d'une forte batterie électrique dans un très-petit tube où l'on a épuisé l'air aussi exactement qu'il est possible avec les machines les plus parfaites, la lumière produite par cette électricité accumulée est de la plus éblouissante blancheur.

La trace lumineuse que l'électricité forme dans l'air, en sortant des corps conducteurs, varie aussi avec leur figure. Lorsqu'un corps arrondi et non isolé est présenté de loin à une pointe fine électrisée vitreusement, nous avons vu tout-à-l'heure qu'il se forme un cône lumineux dont le sommet est placé à l'extrémité de la pointe. Si l'on supprime la sphère, et que la pointe reste suspendue librement dans l'air, ce cône se changera en une petite aigrette lumineuse qui deviendra beau-

coup plus belle, plus forte et plus bruyante, si la pointe, au lieu d'être extrêmement fine, est un peu arrondie à son extrémité, de sorte que la grande condensation de l'électricité ne s'opère pas seulement en un seul point à son sommet extrême, mais s'étende, quoique avec une intensité un peu moindre, sur une surface un peu plus grande. J'ai supposé que la pointe était électrisée vitreusement. Lorsqu'elle l'est résineusement, il ne se forme plus d'aigrette, mais un simple point lumineux. La même opposition s'observe lorsque l'on présente une pointe non isolée à un conducteur électrisé dont la forme est arrondie. Si le conducteur est électrisé résineusement, la pointe donnera une aigrette; s'il l'est vitreusement, elle ne donnera qu'un simple point lumineux.

Il est jusqu'à présent impossible de rendre raison de ces différences. Il est probable qu'elles tiennent à la nature même des deux électricités, et à la manière dont elles agissent sur l'air pour s'y transmettre, toutes choses qui nous sont encore inconnues.

On voit par toutes ces expériences que l'intensité de la lumière électrique dépend toujours du rapport qui existe entre la quantité de l'électricité transmise et la résistance du milieu, qui s'oppose à son passage. Il n'est pas douteux qu'au moment de l'explosion, ce milieu est poussé, pressé, refoulé subitement sur lui-même; aussi lorsqu'il est élastique, il éprouve alors une expansion momentanée, que l'on peut rendre sensible par une expérience directe. Pour cela, il faut prendre un ballon ou un récipient fermé, à l'orifice duquel on adapte un très-petit tube où l'on introduit une goutte d'alcool coloré, précisément comme si l'on voulait faire un gros thermomètre à air. On fait plonger dans cette masse d'air des corps conducteurs que l'on électrise par communication. Tant que la distribution de l'électricité s'y fait sans explosion, la masse d'air n'éprouve absolument aucun changement de volume dépendant de son état électrique, comme je m'en suis assuré avec beaucoup de soin par l'expérience. Mais si l'on excite la plus petite étincelle dans l'intérieur du vase, la goutte d'alcool est aussitôt secouée

et souvent lancée hors du tube par l'écartement subit que le passage de l'électricité produit dans les particules de l'air. Pour pouvoir réitérer plusieurs fois cette épreuve, on emploie l'appareil représenté fig. 62, et que l'on appelle le thermomètre de Kinnersley. Il est composé d'un tube de verre AB hermétiquement fermé à ses deux extrémités par des fonds de cuivre, mais traversé dans le sens de son axe par deux tiges de cuivre TT terminées en boules, et dont on règle la distance de manière que l'intervalle d'air qui les sépare ne puisse être traversé que par une assez forte étincelle. Dans l'un des fonds métalliques, on pratique une ouverture à laquelle on adapte un autre petit tube recourbé *rr*, et l'on introduit par-là dans tout l'appareil une quantité de mercure suffisante pour que le grand cylindre et le petit tube s'en trouvent remplis en partie. Alors on fait communiquer une des tiges T avec le sol, et l'autre avec les conducteurs d'une machine électrique que l'on met en action. L'électricité sort d'une tige à l'autre par étincelles; et à chaque étincelle l'air du cylindre, écarté par la force répulsive, presse sur la surface du mercure qui monte subitement dans le petit tube, et retombe aussitôt après l'explosion. Ce mouvement atteste donc l'écartement opéré entre les parties de la masse d'air où l'électricité passe, et, d'après ce que nous savons de son extrême vitesse, il est sûr que les particules exposées immédiatement à son choc, doivent, dans le premier moment, supporter individuellement tout l'effet de la compression. Elles doivent donc, par cela seul, dégager de la lumière, comme lorsqu'elles sont soumises à toute autre pression mécanique. Ainsi une partie au moins de la lumière électrique est *nécessairement* due à cette cause, et dès-lors il n'y a plus rien dans les expériences qui puisse faire soupçonner qu'elle ne lui est pas due toute entière.

Mais, dira-t-on, comment se fait-il que l'électricité produise encore de la lumière dans le vide? A cela il est facile de répondre que ce qu'on appelle le vide, est encore un espace tout rempli de vapeurs et de gaz; et le vide barométrique

même est encore rempli par la vapeur du mercure. Quoique la raréfaction y paraisse extrême pour nos sens, elle ne va cependant pas à un millième quand on emploie des pompes pneumatiques, et même dans les baromètres les mieux purgés d'air, elle n'atteint jamais la limite rigoureuse que produirait la seule vapeur du mercure. Maintenant ces milieux, qui nous paraissent si rares, peuvent encore offrir une résistance et une inertie très-sensibles, pour une vitesse aussi grande que celle de l'électricité. Dans ce cas, les molécules disséminées qui les composent pourront être poussées par une décharge électrique plus vite qu'elles ne peuvent céder. Alors elles se comprimeront sur elles-mêmes et dégageront de la lumière et de la chaleur, mais plus faiblement que ne ferait un gaz plus dense exposé à la même explosion. C'est en effet ce que l'on observe constamment.

Peut-être objectera-t-on encore que l'électricité, lorsqu'elle est très-intense, étincelle même à travers l'eau. Cela arrive en effet lorsqu'on fait passer la décharge d'une batterie à travers des conducteurs plongés dans l'eau à peu de distance l'un de l'autre. Mais quelle preuve a-t-on que l'eau ne soit pas du tout compressible? Elle l'est bien pour les vibrations sonores, qu'elle transmet à la manière des corps solides. Pourquoi ne le serait-elle pas aussi relativement à l'électricité? et si elle peut se comprimer, pourquoi la compression ne la forcerait-elle pas à dégager de la chaleur et de la lumière? D'ailleurs elle contient toujours en combinaison une certaine quantité d'air, qui peut aussi contribuer au résultat.

Enfin, on pourrait se demander pourquoi la lumière électrique est violette quand l'électricité est faible, et d'une blancheur éblouissante quand elle est produite par une violente décharge. Cette variation de teintes décèle encore son origine; car on l'observe également dans les substances qui brûlent, selon que la combustion est lente ou rapide, c'est-à-dire selon que l'oxigène de l'air que cette combustion absorbe est plus ou moins rapidement condensé. La lumière que le soufre dégage

quand il commence à s'allumer, est aussi violette comme celle d'une électricité faible; mais celle du soufre fortement embrasé est blanche.

En rassemblant ces considérations, on voit, 1°. que la lumière électrique est certainement produite, au moins en partie, par la compression mécanique de l'air, des vapeurs, et en général des milieux que l'électricité traverse; 2°. qu'aucune analogie ne s'oppose à ce que toute la lumière dégagée dans l'explosion électrique ne provienne de cette cause; 3°. enfin, qu'aucune autre cause quelconque n'est annoncée, ni même indiquée par les phénomènes.

L'électricité développée produit encore deux autres effets, que l'on a voulu regarder comme deux de ses caractères physiques. Le premier est cette sensation pareille au contact d'une toile d'araignée que les corps électrisés produisent quand on les approche d'une partie quelconque de la peau nue. Le second, c'est l'odeur de phosphore très-sensible et très-distincte que produisent les pointes électrisées lorsqu'on les présente vers les organes de l'odorat. Mais les commotions données par la bouteille de Leyde et les batteries électriques, prouvent que l'électricité en mouvement secoue violemment les organes, et y excite des contractions musculaires très-énergiques. On verra plus tard encore d'autres exemples de cette faculté. Maintenant, lorsqu'un conducteur électrisé se présente devant une partie quelconque de notre corps, il se fait en cette partie une décomposition de nos électricités naturelles, et celle qui est de nom opposé à celle du conducteur, se condense à l'extrémité qui en est la plus voisine; ce mouvement intérieur, le départ de cette électricité, ou l'introduction de celle qui vient du dehors, ne doivent-ils pas produire en nous quelque sensation? et le seul contact de l'air qui se renouvelle et s'électrise sur les parties de notre peau où l'électricité est devenue libre, ne doit-il pas y exciter aussi quelque frémissement? Or, si cela doit être ainsi, il n'y a aucune raison d'aller imaginer des causes particulières pour produire ces effets; et il n'y a par conséquent aucune

vraisemblance à en faire des propriétés physiques attachées à la nature de l'électricité.

Les phénomènes produits par la lumière électrique peuvent être variés d'une infinité de manières, qui produisent un spectacle fort agréable dans l'obscurité. Par exemple, on colle sur la surface d'un carreau de verre de très-petits carrés d'étain laminé, que l'on dispose à peu de distance les uns des autres sur une même ligne, dont les inflexions, toujours continues, dessinent les contours de quelques objets, tels qu'un vase, un portique, etc. On fait communiquer la première extrémité de cette ligne avec les conducteurs de la machine électrique, et la dernière avec le sol. L'électricité, en se transmettant à travers tous les petits carrés de métal, donne une étincelle en passant de l'un à l'autre; et de cette manière tout le dessin est illuminé. On excite aussi des gerbes de lumière de forme et de couleur variées, en plaçant des corps conducteurs de diverses formes; par exemple, des étoiles à plusieurs pointes, dans un ellipsoïde de verre où l'on peut faire le vide comme il a été dit page 460. Enfin, on produit des flammes ondoyantes par la seule influence à distance, en présentant tour à tour à des conducteurs électriques, et à des corps communiquant au sol, l'extrémité d'un tube de verre vide scellé hermétiquement, et dont la surface intérieure perd ou recouvre une portion de ses électricités naturelles lorsqu'on la soumet à l'une ou l'autre influence; mais comme ces appareils sont plutôt des objets d'amusement que d'étude, je ne m'étendrai pas sur eux davantage. On les trouve dans tous les cabinets de physique. La seule inspection indiquera la manière de les mettre en usage.

CHAPITRE XIV.

Du développement de l'Électricité par le simple contact.

Nous allons maintenant nous occuper du développement de l'électricité par le simple contact. Cette partie de la physique, créée depuis peu d'années, nous offrira le contraste d'une grande découverte due au hasard, et d'une découverte plus grande encore obtenue directement, et conduite à son dernier terme par les expériences et les inductions les plus rigoureuses.

Ce fut vers 1789 que les premières observations de ce genre se présentèrent. Galvani, professeur de physique à Bologne, faisait des recherches sur l'excitabilité des organes musculaires par l'électricité. Il employait à ces épreuves des grenouilles tuées et écorchées, dont il avait mis à nu les nerfs lombaires, comme le représente la fig. 63. En outre, pour pouvoir les manier facilement, il avait passé dans la portion restante E de la colonne dorsale, un fil de cuivre recourbé en crochet. Il arriva par hasard qu'un jour il suspendit plusieurs cadavres de grenouilles par ces crochets de cuivre au balcon de fer d'une terrasse; aussitôt leurs pieds et leurs jambes, qui posaient aussi en partie sur ce fer, entrèrent en convulsion spontanée; et le phénomène se répéta autant de fois qu'on réitéra le contact. Galvani saisit habilement l'importance de ce phénomène, et s'attacha à en déterminer les circonstances essentielles. Il vit d'abord qu'au lieu de tenir la grenouille à la main, on pouvait la poser sur une plaque de fer, et qu'en appliquant sur ce fer le crochet de cuivre, les convulsions se manifestaient encore. Il reconnut ensuite que tout se réduisait à établir entre les muscles et les nerfs de la grenouille une communication par un arc métallique. Il observa que les convulsions s'excitaient encore

quand cet arc était d'un seul métal, mais qu'elles étaient alors très-rares et très-faibles, et que pour les rendre fortes et durables, il fallait employer le contact de deux métaux différens. Cette condition remplie, on pouvait compléter la communication par des substances quelconques, pourvu qu'elles fussent conductrices de l'électricité. Il fit entrer dans la chaine de communication d'autres parties animales, et même des personnes vivantes qui se tenaient par la main; les convulsions se manifestèrent encore. Galvani crut voir dans ces faits le développement de ce qu'il appelait une *électricité animale* existante dans les muscles et dans les nerfs, et dont la circulation s'opérait quand on mettait ces parties en communication par un arc métallique, ou en général par de bons conducteurs de l'électricité.

Lorsque ces nouveaux phénomènes furent connus en Italie, ils y excitèrent une admiration générale, et tous les esprits se portèrent vers les vues de Galvani. Mais Volta ne les eut pas plus tôt répétés, qu'il y reconnut des indications toutes différentes. Voyant que les convulsions ne s'obtenaient que très-rarement avec un arc composé d'un seul métal, et seulement lorsque l'irritabilité était encore très-vive, tandis qu'on les reproduisait à coup sûr, et beaucoup plus long-temps, avec un arc composé de métaux hétérogènes, il en conclut que le principe d'excitation résidait dans les métaux; et comme ce principe devait être nécessairement de nature électrique, puisque sa transmission était arrêtée par toutes les substances isolantes, il en vint à penser que le seul contact des métaux hétérogènes devait produire une électricité faible, qui, se transmettant à travers les organes de la grenouille, lorsqu'on complétait la chaine, déterminait dans ces organes éminemment irritables les convulsions que Galvani avait observées.

En essayant l'application de divers métaux, Volta reconnut que le meilleur excitateur était le zinc mis en contact avec l'argent ou le cuivre, quoiqu'on pût produire aussi les phénomènes avec un arc hétérogène composé de deux métaux quelconques.

D'après l'ensemble de ces observations, la meilleure préparation pour répéter l'expérience de Galvani, est la suivante : prenez une grenouille, et après avoir coupé son corps transversalement au-dessous des bras, dépouillez ses jambes et ses cuisses de la peau qui les recouvre; retranchez ensuite toutes les chairs et toutes les parties qui recouvrent les nerfs lombaires désignés par N N dans la fig. 64, puis coupez la colonne dorsale de manière que les jambes et les cuisses restent suspendues uniquement par ces nerfs. Alors enveloppez-les d'une petite feuille de cuivre ou de zinc; posez la grenouille ainsi préparée sur un support isolant, par exemple, sur une plaque de verre, et, prenant un morceau de tout autre métal recourbé en forme d'arc, posez une des extrémités sur l'armature des nerfs, et l'autre extrémité sur les muscles des cuisses; aussitôt vous verrez les convulsions se manifester, non-seulement dans la cuisse et la jambe que vous aurez touchée, mais encore dans l'autre. Ces convulsions cessent quelque temps après la mort, et elles cessent d'autant plus vite, qu'elles ont été plus excitées. Mais dans le premier moment de leur affaiblissement, on peut les ranimer par l'application de tous les excitans qui exaltent l'irritabilité animale. Il en est de même, au reste, des convulsions que l'on produit sur les organes des grenouilles par l'influence à distance de l'électricité ordinaire; et il en résulte seulement que ces organes, lorsque leur irritabilité subsiste encore, sont des indicateurs sensibles au plus petit degré d'électricité.

Volta fit revivre aussi une autre expérience que l'on trouve dans un ancien ouvrage intitulé *Théorie du plaisir*, et qui est extrêmement propre à montrer l'influence du contact des métaux hétérogènes sur les organes animaux. On prend deux pièces de métaux différens; le mieux est que l'une soit d'argent ou de cuivre, et l'autre de zinc. On pose une de ces pièces au-dessus, l'autre au-dessous de la langue, de manière qu'elles la débordent un peu en avant. Tant que les pièces ne se touchent point, on n'en reçoit aucune sensation particulière. Mais lorsqu'on les met en contact, il s'excite une saveur tout-à-fait analogue à celle du sulfate de fer. Ici, d'après Volta, l'électricité

s'est développée par le contact des deux pièces ; et c'est la surface de la langue, couverte de papilles nerveuses extraordinairement sensibles, qui lui sert de conducteur. Quelquefois encore l'excitation se transmet à d'autres nerfs, et si l'on est dans l'obscurité, l'on voit une sorte d'éclair passer subitement dans les yeux.

Galvani chercha à soutenir son opinion d'une électricité animale contre le professeur de Pavie ; il lui objecta les convulsions excitées par un arc d'un seul métal, et il s'attacha à en varier les circonstances. Par exemple, après avoir promptement préparé une grenouille, comme nous l'avons dit tout-à-l'heure, si on la jette aussitôt sur un bain de mercure bien nettoyé, de manière qu'elle le touche par ses nerfs et par ses muscles, il se manifeste ordinairement des convulsions. Volta répondit que dans cette circonstance même, il pouvait y avoir quelque hétérogénéité entre les diverses parties de l'arc conducteur, soit sur la surface du mercure même, soit par le contact des métaux dont on s'est servi pour préparer l'animal. En effet, les plus petites différences dans les substances employées pour former la chaine suffisent pour exciter des convulsions, qui avant ne se produisaient pas. Par exemple, si l'on arme les nerfs de la grenouille avec une lame de plomb impur, tel que celui dont les vitriers se servent, et que l'on achève la communication par un arc du même métal pris dans la même feuille, et par conséquent d'une nature exactement pareille, on produit rarement des effets. Mais si on l'établit avec du plomb purifié, tel que celui dont les essayeurs se servent, l'armature restant la même, les convulsions se manifestent aussitôt ; et même il suffit de frotter l'arc d'un seul métal contre un autre métal pour lui donner une hétérogénéité suffisante, comme M. Hallé l'a fait voir. Néanmoins Galvani ne se rendit pas encore à ces remarques ; il poussa la précaution jusqu'à préparer les organes de la grenouille avec des lames de verre effilées en couteau. Il obtint encore des convulsions ; mais seulement dans les cas que nous avons signalés, c'est-à-dire où l'irritabilité est extrêmement vive. Enfin, après avoir préparé la grenouille avec toutes ces précautions, il réussit à produire

les contractions par le seul contact des muscles et des nerfs de l'animal même, sans avoir besoin d'employer aucune autre substance quelconque pour compléter l'arc conducteur. Mais si, comme le dit Volta, et comme nous le prouverons tout-à-l'heure, il se développe de l'électricité par le seul contact mutuel de deux métaux, il est également possible qu'il s'en développe par le contact de deux substances hétérogènes quelconques, comme les muscles et les nerfs. Seulement, si cette action est beaucoup plus faible que celle d'un métal sur un métal, il faudra, pour la manifester, employer un électroscope d'une susceptibilité encore plus vive, et tel que les organes de la grenouille paraissent l'être dans les premiers instans qui suivent la mort. Le nouveau fait observé par Galvani, quoiqu'extrêmement remarquable, ne conduit donc qu'à une généralisation de l'idée de Volta, bien loin de la renverser.

Il s'agit maintenant d'établir cette idée par l'expérience. Pour cela, Volta emploie deux disques métalliques, l'un de zinc, l'autre de cuivre, de cinq ou six centimètres de largeur, bien plans, non vernis, et ayant à leur centre des tiges isolantes perpendiculaires à leurs surfaces, par le moyen desquelles on peut les mettre en contact sans les toucher immédiatement. On approche ainsi ces disques l'un de l'autre, jusqu'à ce qu'ils se touchent, fig. 65; puis on les sépare, en les retirant parallèlement. Mais comme l'électricité qui s'y développe par un seul contact est toujours extrêmement faible, on ne l'essaie pas immédiatement à l'électroscope; on arme celui-ci de son petit condensateur, dans lequel on accumule l'électricité de plusieurs contacts, en faisant communiquer son plateau supérieur avec le sol, et touchant le plateau inférieur qui communique aux pailles, avec le disque métallique dont on veut éprouver l'électricité. Cela fait, on retire ce disque; on le touche ainsi que l'autre pour les remettre tous deux dans l'état naturel; on les replace de nouveau isolés et en contact; on les sépare, et l'on reporte au condensateur celui que l'on veut éprouver. Après sept ou huit contacts de ce genre, si l'on enlève le plateau supérieur du condensateur, les pailles divergent très-fortement en

vertu de l'électricité déposée dans le plateau inférieur par les contacts successifs du disque métallique ; on peut ainsi éprouver et reconnaître la nature de cette électricité.

Par exemple, supposons les deux disques de cuivre et de zinc. Si c'est le disque de cuivre qui a touché le plateau inférieur de l'électroscope, l'électricité qui fait diverger les pailles est résineuse ; si l'on a touché avec le zinc, elle est vitrée. Ainsi ces deux métaux, isolés et dans l'état naturel, se mettent, par leur simple contact, dans des états électriques différens : le zinc acquiert un excès d'électricité vitrée, et le cuivre l'excès complémentaire d'électricité résineuse.

On peut encore répéter l'expérience d'une autre manière. Ne faites communiquer aucun des plateaux du condensateur avec le sol ; laissez-les isolés sur l'électroscope ; mais chaque fois que vous séparez les deux disques du contact, touchez en même temps chacun des plateaux avec un des disques, et toujours avec le même. Comme les électricités libres qu'ils possèdent sont de nature contraire, elles s'attireront mutuellement et se fixeront sur les surfaces contiguës des plateaux. Après quelques contacts de ce genre, séparez les plateaux, et chacun d'eux se trouvera chargé de l'espèce d'électricité qui convient au disque par lequel on l'a touché.

On pourrait croire que l'électricité qui se développe dans cette circonstance tient à une sorte de compression des plateaux l'un contre l'autre, comme celle qui se développe lorsqu'on presse des taffetas gommés avec un disque métallique, ainsi que nous l'avons rapporté plus haut. Mais il est facile de prouver que l'action développée au contact des métaux est d'une toute autre espèce, et est excitée par une influence réciproque qui décompose leurs électricités naturelles. Pour établir ce fait capital, Volta fait l'expérience suivante. Il forme une lame métallique avec deux morceaux CZ, fig. 66, l'un de zinc, l'autre de cuivre, soudés bout à bout. Puis prenant entre les doigts l'extrémité de la lame qui est de zinc, il touche avec l'autre extrémité qui est de cuivre, le plateau supérieur d'un condensateur qui est aussi de cuivre et dont le plateau inférieur

communique avec le sol. Après le contact, si l'on enlève le plateau touché, on le trouve électrisé résineusement. Ceci n'a rien que de conforme aux expériences précédentes; seulement l'on n'a plus à craindre l'effet d'une pression ou d'une séparation entre les molécules du zinc et celles du cuivre, puisque leur juxta-position est établie d'une manière permanente, et que le contact sur le condensateur s'opère entre cuivre et cuivre; ce qui ne peut développer aucune nouvelle électricité. Pour que l'électricité, ainsi produite par un seul contact, soit très-marquée, il faut que le condensateur soit plus large que celui de l'électroscope, et que sa force condensante soit considérable.

On obtient encore des effets pareils, sans toucher la lame de zinc avec les doigts, et en la tenant seulement par des tiges de verre ou d'autre substance isolante. Mais alors, comme cette lame ne communique plus au sol, il faut la mettre en contact avec quelque corps d'une grande capacité, dont elle puisse tirer l'électricité qu'elle doit fournir au plateau collecteur du condensateur. C'est à quoi l'on parvient, soit en donnant beaucoup de surface à la lame de zinc, soit, ce qui vaut mieux encore, en lui faisant toucher l'intérieur d'une grande bouteille de Leyde armée en dedans par une feuille de zinc, et dont la surface extérieure, armée aussi d'un métal quelconque, est mise en communication avec le sol.

Cette épreuve faite, on la répète en sens inverse. On prend entre les doigts l'extrémité de la lame qui est de cuivre, et l'on touche avec l'autre extrémité qui est de zinc, le plateau supérieur du condensateur qui est aussi de cuivre, fig. 67. Lorsqu'on détruit le contact et qu'on enlève le plateau touché, il n'a point acquis d'électricité, quoique le plateau inférieur communique au réservoir commun. Pourtant, dans cette expérience, le cuivre et le zinc communiquent encore ensemble et se touchent encore comme dans la première. La seule différence, c'est qu'alors les deux morceaux de cuivre qui communiquaient au zinc étaient situés bout à bout, tandis que dans la seconde expérience, ils sont situés des deux côtés du zinc. La cause, quelle qu'elle soit, qui développe l'électricité, agit donc comme une force attrac-

tive ou répulsive qui s'exercerait du zinc sur le cuivre, et du cuivre sur le zinc. Dans la première expérience où les deux pièces de cuivre sont d'un même côté du zinc, cette force peut s'exercer, et l'électricité qu'elle développe se répand sur le plateau de cuivre du condensateur. Mais, dans la seconde expérience où le zinc se trouve entre deux cuivres, l'action *électromotrice*, quelle que soit sa nature, s'exerce également des deux côtés du zinc; il ne doit donc pas se développer d'électricité.

Les métaux et un grand nombre de substances non métalliques agissent ainsi sur leurs électricités naturelles, quand on les met en contact les unes avec les autres, et il est extrêmement vraisemblable que cette propriété s'étend avec des degrés divers à tous les corps de la nature. Parmi toutes les combinaisons que l'on en peut faire, il y en aura donc où le développement de l'électricité sera le plus énergique, et d'autres où il sera plus faible, ou même insensible. Dans la première classe sont les métaux hétérogènes, lorsqu'on les met en contact les uns avec les autres; dans la dernière, se trouvent l'eau pure, les dissolutions salines, et même les liqueurs acides mises en contact, soit entre elles, soit avec des métaux.

Pour vérifier cette propriété, prenons un tube de verre ouvert à ses deux extrémités, fermons l'une d'elles avec un bouchon de cuivre terminé inférieurement par une tige de même métal qui se prolonge au dehors, comme le représente la fig. 68. Puis remplissons le tube avec un des liquides dont nous venons de parler, par exemple, avec de l'eau ou des dissolutions salines, ou même un acide; nous aurons ainsi un assemblage exactement pareil à celui des lames de zinc et de cuivre soudées au bout l'une de l'autre. Mais la propriété électromotrice sera incomparablement plus faible. Car si nous l'éprouvons de la même manière, en touchant avec le doigt le liquide du tube, et portant la tige de cuivre sur le plateau du condensateur, ce qui est précisément le même mode que dans la première expérience, nous aurons beau répéter le contact, le plateau touché ne prendra jamais une quantité appréciable d'élec-

tricité; et cela arrivera ainsi même quand le liquide contenu dans le tube agirait chimiquement sur le bouchon de cuivre avec une grande énergie, à moins que l'on n'employât de très-grandes masses de liquide et de métal agissant violemment l'une sur l'autre. Car alors on sait que la combinaison chimique de deux substances développe de l'électricité, comme MM. Lavoisier et Laplace l'ont observé en faisant dissoudre quelques kilogrammes de limaille de fer dans l'acide sulfurique. Mais il est évident que l'électricité développée dans cette circonstance est totalement différente du phénomène produit par le simple contact des métaux, ou en général des substances hétérogènes, puisqu'alors les plus petites quantités de ces substances soudées ensemble, et qui ne produisent l'une sur l'autre aucune altération sensible, exercent autant de pouvoir que les plus grandes masses. Enfin ce qui détermine une distinction bien décisive, si l'on répète la même expérience avec des masses du même ordre, au moyen du petit appareil que nous venons de décrire, on trouvera que le contact immédiat des métaux et des liquides conducteurs n'exerce qu'une force électromotrice absolument inappréciable.

Mais par cela même ces liquides peuvent servir pour transmettre l'action réciproque du cuivre et du zinc, sans l'affaiblir par leur contact. Ainsi, par exemple, en reprenant la seconde expérience, fig. 67, où le zinc était entre deux cuivres, nous avons vu qu'alors les forces électromotrices exercées sur le zinc étant égales et contraires, le développement de l'électricité était nul, et le condensateur ne se chargeait point. Mais il se chargera si, entre le zinc et le plateau collecteur, qui est de cuivre, on interpose une couche d'un liquide conducteur, tel, par exemple, qu'une goutte d'eau ou un papier humecté de quelque dissolution saline. Ce corps intermédiaire suffit alors pour empêcher l'action électromotrice du plateau sur le zinc, qui ne se manifeste que dans le contact; en outre, il ne peut pas remplacer cette action, parce que sa propre force électromotrice est très-faible et insensible; mais en vertu de sa faculté conductrice, il peut transmettre l'électricité du zinc si

celui-ci en acquiert au-delà de sa quantité naturelle. Or le zinc se trouve ici dans une condition éminemment propre à ce développement; car il se trouve interposé entre deux corps qui le touchent, et dont l'un, qui est le cuivre, exerce sur lui une action électromotrice sensible, tandis que l'autre, qui est le liquide, n'en exerce qu'une infiniment faible. Le développement d'électricité pourra donc s'opérer aussi bien que si le zinc était isolé dans l'air; et de plus, par le moyen du conducteur humide, il faudra que ce conducteur et le plateau du condensateur auquel il communique, partagent tous deux l'excès d'électricité du zinc, jusqu'à ce qu'ils acquièrent une force répulsive égale à la sienne. C'est en effet ce que l'expérience confirme parfaitement.

Par conséquent, si l'on soude ensemble deux plaques circulaires, l'une de zinc, l'autre de cuivre, et si, après avoir posé cette pièce sur la main par le côté cuivre, on recouvre sa face zinc avec un conducteur humide dont la force électromotrice soit insensible, par exemple, avec une rondelle de drap imbibée d'eau ou de dissolution saline, tous les corps conducteurs que l'on mettra au-dessus de ce système, partageront l'excès d'électricité vitrée de la face zinc et du corps humide qui la recouvre. Si donc, sur ce premier système, on en pose un autre pareil, de manière que sa face cuivre pose sur la rondelle humide, ce second système partagera d'abord, comme corps conducteur, l'excès d'électricité vitrée de la première face zinc; et en outre, la seconde pièce de zinc prendra un nouvel excès d'électricité, également vitrée, produit par la force électromotrice du cuivre avec lequel elle est soudée. En ajoutant ainsi successivement plusieurs systèmes semblables les uns sur les autres, on aura un appareil dans lequel l'état électrique des pièces successives ira en augmentant de bas en haut, avec le nombre des couples superposés.

Tel est l'admirable instrument universellement connu aujourd'hui sous le nom de *pile voltaïque*, et dont la physique et la chimie ont obtenu de si étonnans résultats. Pour bien concevoir ses effets, il faut avoir analysé d'une manière pré-

cise l'état électrique dans lequel se mettent les diverses pièces qui le composent, ainsi que les changemens qui peuvent y survenir lorsqu'on met quelques-unes d'entre elles en communication avec le sol ou avec un condensateur. C'est ce que nous ferons donc d'abord, en supposant, pour simplifier la question, que les couches humides interposées entre les disques métalliques n'ont sur eux qu'une force électromotrice absolument insensible, et qu'en outre elles n'opposent aucun obstacle à la transmission de l'électricité dans l'intérieur de l'appareil. Lorsque nous aurons considéré ce cas mathématique, nous donnerons une idée des principaux phénomènes chimiques que la pile produit; nous ferons remarquer qu'elle-même opère des altérations progressives sur les élémens qui la composent, ce qui change continuellement leurs actions électromotrices et leur conductibilité : alors nous examinerons en général quelle doit être l'influence d'une conductibilité plus ou moins parfaite sur l'état électrique de la pile et sur ses effets chimiques. Cet examen nous apprendra les modifications qu'il faut faire à notre première analyse pour l'appliquer entièrement au cas de la nature, et il complétera l'idée que nous devons nous faire du plus bel instrument de physique qui ait jamais été imaginé.

CHAPITRE XV.

Théorie de l'appareil électromoteur, en y supposant la conductibilité parfaite.

Considérons d'abord une seule pièce formée d'une plaque de zinc soudée avec une plaque de cuivre de dimensions égales, et mettons la face cuivre en communication avec le sol. Cette face sera alors dans l'état naturel ; mais la face zinc se couvrira d'une couche d'électricité vitrée libre, dont je représenterai par $+\alpha$ la quantité totale. Cet α dépendra de l'étendue des deux plaques, et sera proportionnel à leur surface.

La face cuivre communiquant toujours au sol, on pose sur la face zinc une rondelle de drap imbibée d'eau salée, ou de tout autre liquide conducteur, dont l'action électromotrice est insensible. Alors l'électricité libre de la face zinc se répandra sur la surface de ce conducteur ; mais comme il faut toujours que le zinc possède l'excès d'électricité vitrée que son contact avec le cuivre exige, il le reprendra au cuivre, et celui-ci au sol. Tout ceci est un simple résumé des expériences rapportées dans le chapitre précédent.

Les choses restant dans cet état, on prend une nouvelle pièce cuivre et zinc pareille à la première ; et après avoir touché sa face cuivre, on l'isole ; puis on pose cette face sur la rondelle humide, comme le représente la fig. 69. Alors, selon Volta, il s'opère deux actions : 1°. la face zinc de cette seconde pièce conserve l'excès d'électricité vitrée $+\alpha$ qu'elle tient de son contact avec le cuivre ; 2°. le système entier de la pièce partage l'électricité libre de la rondelle, comme ferait tout autre corps conducteur. La rondelle reprend cette électricité au zinc inférieur, celui-ci au cuivre, et le cuivre au sol ; de sorte qu'après un temps qui doit être infiniment petit, si la conductibilité est parfaite, il s'établit un état

électrique stable, dans lequel les quantités d'électricité libres sont telles que le représente le tableau suivant :

Pièce supérieure { face zinc z_2 soudée à c_2 ..... + 2 α
face cuivre c_2 communiquant à la rondelle humide..... + α

Pièce inférieure { face zinc z_1 soudée avec c_1 ..... + α
face cuivre c_1 communiquant au sol.. 0

Sur ce système, posez une seconde rondelle, puis une troisième pièce cuivre et zinc de la même manière, fig. 70. La face zinc de cette pièce conservera l'excès d'électricité vitrée + α qu'elle tient de son contact avec le cuivre; mais en outre elle partagera, comme corps conducteur, l'électricité libre des pièces inférieures qui se réparera aux dépens du sol; et quand l'état électrique sera devenu stable, on aura

Pièce...3 { face zinc z_3 soudée à c_3 ..... + 3 α
face cuivre c_3 communiquant à la rondelle humide r_2..... + 2 α

Pièce...2 { face zinc z_2 soudée à c_2 ..... + 2 α
face cuivre c_2 communiquant à la rondelle humide r_1..... + α

Pièce...1 { face zinc z_1 soudée à c_1..... + α
face cuivre c_1 communiquant au sol..... 0

En continuant toujours la superposition des couples de la même manière, les quantités d'électricité vitrée libre croîtront de bas en haut, suivant une progression arithmétique. Si l'on représente par z_n celle que possède la face zinc du n^e couple, et par c_n celle que possède sa face cuivre, on aura dans l'état d'équilibre stable

$$z_n = n\alpha \qquad c_n = (n-1)\alpha.$$

Cette théorie suppose que la transmission de l'électricité s'opère à travers les rondelles humides sans aucun affaiblissement. C'est le cas d'une conductibilité parfaite. On y admet en outre que les liquides interposés entre les élémens métalliques

n'exercent sur eux qu'une action électromotrice nulle, ou assez petite pour pouvoir être négligée. Enfin, pour passer d'un élément à un autre, on introduit une troisième donnée ; c'est que l'excès d'électricité α que le zinc prend au cuivre est constant pour ces deux métaux, soit qu'ils se trouvent dans l'état naturel ou non. Cette dernière supposition est la plus simple que l'on puisse faire ; mais toutefois ce n'est qu'une supposition dont les expériences fondamentales rapportées plus haut ne fournissent aucune preuve. J'ai ouï dire à Coulomb, qu'il avait vérifié cette loi, et qu'elle lui avait paru exacte. Il est clair qu'on ne peut l'établir avec certitude qu'à l'aide de la balance électrique, et en mesurant les quantités d'électricités libres aux diverses hauteurs d'une pile ; mais cette observation est influencée par la conductibilité toujours imparfaite des conducteurs humides, et par plusieurs autres causes que nous examinerons dans un des chapitres suivans. Quoi qu'il en soit, admettons d'abord la constance de la quantité α comme donnant la loi la plus simple, et cherchons à en développer les conséquences par le calcul.

D'abord, si l'on touche d'une main la base de la pile, et que l'on porte l'autre main à son sommet, tous les excès d'électricité $n\alpha$, $(n-1)\alpha$, des différentes pièces se déchargeront à travers les organes dans le réservoir commun. En supposant la transmission de l'électricité dans l'intérieur de la pile parfaitement libre, ou seulement très-rapide comparativement à sa transmission par les organes, cette décharge devra produire une commotion comme celle de la bouteille de Leyde, mais avec cette différence remarquable que la sensation en paraîtra continue. Car la pile se rechargeant aux dépens du sol beaucoup plus vite que les organes ne peuvent la décharger, la pièce supérieure se retrouvera toujours presque aussi chargée qu'avant le contact. L'expérience confirme parfaitement ces indications. L'on peut aussi reproduire de la même manière, mais avec une intensité infiniment plus considérable, tous les phénomènes de saveur et de lumière qu'un seul couple de pièces nous a présentés.

Si l'on veut connaître dans ce cas la quantité d'électricité qui

forme la décharge à chaque contact, il n'y a qu'à faire la somme des électricités libres dans toutes les parties de l'appareil : et d'abord pour les faces cuivre, ces quantités formeront la progression arithmétique

$$0 \quad \alpha. \quad 2\alpha. \ldots. \quad (n-1)\alpha,$$

dont le nombre des termes est n, comme celui des couples. La somme sera donc $\frac{n.(n-1)\alpha}{2}$;

les faces zinc formeront une autre progression analogue qui sera

$$\alpha. \quad 2\alpha \quad 3\alpha. \ldots. \quad n\alpha,$$

dont le nombre des termes est encore n. Ainsi elle aura pour somme $\frac{n.(n+1)\alpha}{2}$.

Si l'on regarde les rondelles humides comme infiniment minces, on pourra négliger la quantité d'électricité qui se porte à leur contour extérieur; alors les quantités précédentes répandues sur les surfaces du cuivre et du zinc seront les seules qui existent libres dans l'appareil. Leur somme totale sera donc

$$n.\frac{(n-1)}{2}\alpha + n.\frac{(n+1)}{2}\alpha. \quad \text{ou } n^2\alpha,$$

c'est-à-dire qu'elle sera proportionnelle au carré du nombre des couples. On verra plus loin que ce résultat est extrêmement affaibli par l'imperfection des conducteurs humides.

Nous avons supposé la pile montée de cette manière : cuivre, zinc, humide, cuivre, etc., le premier cuivre communiquant au sol. Mais on pourrait aussi la monter en sens contraire, zinc, cuivre, humide, zinc, en établissant la communication du sol avec le premier zinc. Dans ce cas, la théorie serait absolument la même, avec cette seule différence que α deviendrait négatif, c'est-à-dire que les quantités d'électricité libres seraient de nature résineuse.

Au lieu de poser les plaques métalliques les unes sur les autres en colonne verticale, on peut les placer de champ, et parallèlement les unes aux autres sur des supports isolans, par exemple, sur des tiges de verre vernies. Alors au lieu d'interposer entre

elles des rondelles de drap qui se tiendraient difficilement verticales, on établit de l'une à l'autre des espèces de petites auges dont elles font les parois extrêmes, et l'on verse dans ces auges les liquides qui doivent servir de conducteurs; c'est ce qu'on nomme l'*appareil à auges*, fig. 70. On peut aussi souder ensemble, et bout à bout, des lames de cuivre et de zinc que l'on recourbe à leur point de soudure, de manière que chaque métal puisse plonger dans un vase de verre ou de porcelaine, rempli en partie d'un liquide conducteur. Une suite de vases semblables forment une chaine électromotrice dont les extrémités peuvent être ramenées circulairement l'une auprès de l'autre pour la commodité des expériences; c'est ce que Volta nomme l'*appareil de tasses à couronne*, fig. 71. De quelque manière que soient disposés ces appareils, leur mode d'action est exactement le même, et la théorie que nous venons d'exposer leur convient également sans aucune restriction.

Appliquons maintenant à la partie supérieure de la pile, ou en général à la dernière plaque de l'appareil un condensateur dont le plateau inférieur communique avec le sol. Soit q la force condensante absolue de cet instrument; en sorte que chargé de la quantité d'électricité $q\,E$, son plateau collecteur, ne montre que E d'électricité libre. Admettons encore que l'équilibre s'établisse entre le plateau et une des pièces de l'appareil, l'un et l'autre étant supposés libres, lorsque leurs quantités d'électricités respectives sont E et e; puis faisons $\frac{E}{e} = i$. Alors, quand la pièce en contact avec le condensateur gardera e d'électricité libre, la charge du plateau collecteur sera $q\,i\,e$; et par conséquent $q\,i$ sera la force relative du condensateur, pour la pile que nous considérons.

Cela posé, avant l'application du condensateur, la pièce supérieure, que je suppose toujours zinc, avait $n\,\alpha$ d'électricité vitrée libre. Le condensateur lui en enlève une partie qu'elle reprend aussitôt à la pièce inférieure, celle-ci à la suivante, et ainsi de suite jusqu'à la dernière, qui reprend tout au sol. Ce mouvement doit donc se continuer jusqu'à ce que la pièce supérieure

ait repris la même quantité d'électricité libre $n\alpha$ qu'elle possédait d'abord, et qui convient à son rang dans la pile. Alors la charge du condensateur sera

$$Z = q\,i\,n\alpha.$$

Si la pile était montée en sens contraire, le zinc communiquant au sol, α serait négatif et la charge du condensateur serait égale à la précédente, mais de signe contraire, c'est-à-dire résineuse.

De même que l'électricité de la colonne s'accumule dans le condensateur, elle s'accumulera dans l'intérieur d'une bouteille de Leyde ou d'une batterie électrique, dont l'extérieur communiquera au réservoir commun ; et comme à mesure que la pile se décharge, elle se recharge aux dépens de ce même réservoir, la batterie se chargera également, quelle que soit sa capacité, jusqu'à ce que la force répulsive de son électricité libre fasse équilibre à celle qui existe au sommet de la pile. Si l'on retire alors la batterie, elle donnera la commotion correspondante à ce degré de force répulsive ; et c'est ce que l'expérience confirme.

Pour que l'action du condensateur sur la pile soit régulière, constante et aussi énergique qu'elle peut l'être, il faut avoir le plus grand soin d'établir entre ses plateaux et les pôles de la pile des communications parfaites. Car les quantités d'électricité libres étant excessivement petites, le moindre obstacle suffit pour les arrêter ou pour ralentir considérablement leur propagation ; et alors le condensateur prend beaucoup moins d'électricité qu'il ne ferait, si les communications étaient libres. C'est bien pis encore, si le mode de communication est lui-même variable, comme lorsqu'on tient le condensateur à la main, et qu'on se contente de poser sur le sommet de la pile le bouton de son plateau collecteur. Dans ce cas, si on l'applique plusieurs fois de suite à la même pile, les quantités d'électricité dont il se charge peuvent varier en un instant du simple au triple ou au quadruple ; au lieu qu'avec un mode de communication plus uniforme, on y trouverait une parfaite égalité. Or c'est là ce qu'il est absolument nécessaire d'obtenir pour pouvoir connaître et mesurer l'état électrique de la pile d'une manière exacte.

Après bien des tentatives, voici la disposition d'appareil qui m'a paru la plus commode : sur une table solide je fixe par des vis un parallépipède de bois AB, fig. 72, revêtu d'une feuille d'étain. L'extrémité A de ce parallépipède porte un cône de métal tronqué par le haut et bien poli, sur lequel on pose la pile; l'autre extrémité B porte une tige métallique verticale et mobile TT terminée par un plateau métallique auquel on fixe solidement le pied du condensateur par une vis de métal. On peut ainsi amener cet instrument à la hauteur de la pile soumise à l'expérience, sans altérer l'exactitude des communications. Les disques dont je fais usage sont tous de dimensions égales, et chaque disque de zinc est serré de force, mais non soudé contre le disque de cuivre correspondant. De cette manière, le contact est toujours parfaitement établi entre eux. On n'a que des couples à disposer les uns sur les autres, et ces couples peuvent être supposés identiques, lorsque les plaques sont neuves. Comme elles sont d'ailleurs bien dressées, il suffit pour établir la pile de les poser les unes sur les autres sans supports latéraux; ce qui évite encore l'espèce de communication qui s'établit entre les pôles de la pile par l'isolement imparfait de ces supports, au grand détriment de l'appareil.

Enfin, pour établir constamment, et de la même manière, le contact du condensateur avec le sommet de la pile, je pose sur celle-ci un petit vase de fer rempli de mercure, et bien nettoyé par-dessous; le bouton du condensateur et l'extrémité de sa tige flexible sont aussi en fer. De cette manière, lorsque l'instrument est amené à la hauteur de la pile, il suffit d'abaisser son bouton dans le mercure à l'aide d'un tube de verre verni; après quoi abandonnant la tige à sa propre élasticité, on est certain d'avoir un contact aussi égal et aussi instantané qu'il est possible. On peut ensuite, si l'on veut, le prolonger plus longtemps pour voir si le temps influe sur la charge du condensateur. Lorsque la tige est sortie du mercure, on enlève le plateau collecteur bien parallèlement à lui-même, et on le touche avec la sphère fixe et isolée de la balance électrique. On remet celle-ci dans sa cage de verre; le disque mobile que je suppose dans

l'état naturel vient la toucher, et est repoussé aussitôt à une certaine distance que l'on observe, ou bien encore, si l'on veut, on tord le fil de suspension jusqu'à ce que le disque soit ramené à une distance fixe de la sphère. Quel que soit celui de ces moyens qu'on adopte, comme le disque s'électrisera par le contact et aux dépens de la boule, l'angle de torsion mesurera le *carré* de la quantité d'électricité communiquée à la sphère par le condensateur, et à ce dernier par la pile. Pour le faire voir, soit Z la charge du plateau collecteur; supposons que la boule fixe, en le touchant, lorsqu'il est enlevé, prenne une proportion β de son électricité; elle aura donc βZ; et enfin si le disque en touchant à son tour la boule prend une proportion δ de sa charge, il aura $\delta\beta Z$, tandis qu'il lui laissera $\beta(1-\delta)Z$. Or, en nommant A l'angle de torsion qu'il faut employer pour ramener le disque et la boule à une distance angulaire a, nous avons vu, page 229, que la force répulsive F qu'ils exercent l'un sur l'autre à l'unité de distance, a pour expression

$$F = m A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a,$$

m étant une constante qui dépend de la longueur de l'aiguille mobile, et de l'élasticité du fil de suspension. Mais ensuite nous avons trouvé en général que la force F était le produit des réactions électriques des deux corps qui se repoussent, lesquelles sont ici proportionnelles à la charge électrique de chacun de ces corps. Ainsi en nommant K le produit des deux constantes qui expriment cette proportionnalité pour le disque mobile et la boule fixe, on aura

$$F = K\beta(1-\delta)Z \,.\, \delta\beta Z, \qquad \text{ou} \qquad F = K\delta\beta^2(1-\delta)Z^2.$$

Substituant donc cette valeur dans l'expression de F en a, et dégageant Z, il viendra

$$Z^2 = \frac{m}{K\delta\beta^2(1-\delta)} \cdot A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a.$$

Le coefficient $\dfrac{m}{K\delta\beta^2(1-\delta)}$ sera constant dans toutes les expériences, si l'on emploie toujours la même balance électrique, le même condensateur et un mode toujours égal de communication de la pile au condensateur, de celui-ci à la boule, et de la

boule au disque. Si donc pour abréger, nous représentons ce coefficient par c^2, nous aurons, en extrayant la racine,

$$Z = c\sqrt{A \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a}.$$

On connaîtra ainsi la charge Z du condensateur. Si on la détermine pour différentes piles de hauteurs inégales, ou formées de substances diverses, on pourra comparer leur état électrique avec une extrême exactitude; car l'intensité de l'électricité sur leur sommet, où le condensateur s'applique, est proportionnelle à Z. Il y a même ici de l'avantage à observer le carré des forces, plutôt que les forces elles-mêmes, parce que les nombres de degrés qui les expriment sont plus différens, et que les petites erreurs que l'on peut commettre dans leur mesure ont aussi moins d'influence sur la valeur de Z. Cependant, si l'on tenait à observer directement la force répulsive βZ de la boule, il faudrait électriser préalablement le disque mobile avec une électricité de nature contraire, et tenir compte de l'affaiblissement progressif de cette électricité par le contact de l'air dans les diverses expériences que l'on voudrait comparer. Il faudrait aussi ramener toujours le disque à une même distance angulaire, en tordant le fil de suspension par le moyen du micromètre de la balance.

Il m'a paru qu'en général la première méthode était plus commode pour ce genre d'expérience, et c'est celle que j'ai ordinairement employée. Même pour plus de simplicité, je ne ramène pas le disque à une distance constante; je me borne à observer celle où il parvient naturellement par la répulsion. Alors $A = a$, et il vient

$$Z = c\sqrt{a \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a};$$

en opérant de cette manière, il faut avoir soin de décharger la boule et le petit disque après chaque expérience, en les touchant avec une tige de métal; il faut aussi, avant d'introduire la boule fixe chargée d'électricité, donner à l'aiguille une impulsion qui l'en éloigne, afin que le disque qu'elle porte ne touche la boule que lorsqu'elle est en place, et vienne toujours la toucher de la même manière, étant ramenée sur elle par la force de torsion. Cette précaution est très-importante; car sans elle l'électricité ne se partagerait pas entre la boule et le disque,

suivant une proportion toujours constante; de sorte qu'avec des charges du condensateur égales entre elles, on serait exposé à trouver des valeurs inégales de Z.

Pour montrer l'exactitude que l'on peut attendre des appareils ainsi disposés, je rapporterai les expériences suivantes :

J'ai monté deux piles de 20 couples chacune avec des disques neufs d'égale grandeur, et des rondelles de même drap; mais je les ai imprégnées de liquides différens. Pour une des piles, j'ai pris l'eau pure; pour l'autre, une dissolution de sulfate d'alumine. J'ai appliqué le condensateur par un simple contact, et je me suis assuré qu'en le laissant plus long-temps l'on ne trouvait pas dans sa charge de différences sensibles. J'ai obtenu ainsi pour les angles de répulsion a les valeurs suivantes qui sont exprimées en degrés décimaux :

Eau pure..... 81 82 81 83 83 moyenne 82

Sulfate d'alumine.. 80 83 83 85 80 82 moyenne 82°,5.

Ces observations prouvent d'abord que l'on obtient avec la même pile des résultats constans et comparables. En second lieu, elles montrent que des piles égales dans le nombre de leurs élémens, mais montées avec des conducteurs humides de diverse nature, *peuvent* avoir les mêmes degrés d'électricité. Mais il existe d'autres liquides entre lesquels cette égalité n'aurait plus lieu, soit qu'ils altèrent la conductibilité dans l'intérieur de l'appareil, comme nous l'expliquerons par la suite, soit qu'ils exercent eux-mêmes une action électromotrice sensible sur les élémens métalliques. Telle est, par exemple, la potasse : en montant deux piles de 20 couples avec une dissolution de potasse et une de sulfate de fer, j'ai trouvé dans le premier moment de l'action

Avec la potasse..... 61°5

Avec le sulfate..... 82,5.

En calculant d'après notre formule les valeurs de Z correspondantes à ces angles, et prenant pour unité celle qui convient à la dissolution de potasse, on trouve que les intensités d'électricités libres des deux piles sont entre elles comme les nombres 1 ; 1,6.

Je spécifie l'époque à laquelle l'observation est faite. Plus tard,

il s'opère dans l'intérieur de la pile des changemens chimiques que nous examinerons dans un des chapitres qui vont suivre, et qui affaiblissent considérablement son action. Ici, je me borne à montrer la manière d'évaluer les charges électriques avec exactitude.

J'ai voulu savoir si le développement de l'électricité serait augmenté ou affaibli par une étendue plus ou moins grande des conducteurs humides. Dans ce dessein, j'ai fait l'expérience suivante :

J'ai pris quarante couples métalliques de zinc et de cuivre, aussi semblables que possible, et tels que je les ai décrits plus haut ; j'ai recouvert vingt d'entre eux avec des disques de papier verni, qui étaient par conséquent de très-mauvais conducteurs de l'électricité. Je fixais le papier au métal par une couche très-mince de colle de farine, qui est également un conducteur très-imparfait, comme on le verra bientôt ; mais au centre de chaque disque de papier, j'avais réservé une ouverture circulaire dont le diamètre était le tiers de celui des disques métalliques, et sur laquelle je n'étendais point de colle. J'ai taillé des rondelles de drap de même dimension que ces ouvertures ; et j'ai monté deux piles de vingt couples, l'une avec ces préparations, l'autre avec les disques métalliques nus, en imprégnant les rondelles de drap d'une dissolution de sulfate d'alumine. On voit que dans la pile où étaient les papiers vernis, le contact des conducteurs humides et l'oxidation qui en résultait ne s'étendaient que sur la neuvième partie de la surface des disques métalliques. Ceux-ci étaient d'ailleurs tout-à-fait séparés par couples, au moyen des petites rondelles de drap, et ils ne se touchaient pas même par les papiers vernis. Les vingt autres disques ont été montés comme à l'ordinaire avec des rondelles de drap qui couvraient toutes leur surface. Voici les résultats que j'ai obtenus :

1°. Contact des conducteurs humides dans toute l'étendue des disques. Moyenne entre cinq expériences..... 80°,5

2°. Contact des conducteurs humides sur une étendue neuf fois moindre. Quatre expériences successives ont donné constamment..... 85°

Ce qui répond à des intensités d'électricité exprimées par les nombres 1 ; 1,091.

La différence de ces résultats est assez petite pour qu'on puisse l'attribuer aux erreurs inévitables des observations. Ainsi la charge que le condensateur acquiert est indépendante de l'étendue des conducteurs humides, du moins tant qu'ils sont assez parfaits pour que la transmission de l'électricité se fasse presque instantanément.

Volta avait annoncé que l'étendue plus ou moins grande des plaques métalliques n'avait non plus aucune influence sur la charge du condensateur. Pour vérifier ce résultat par une épreuve décisive, je construisis trois piles de seize couples, semblables en tout, excepté dans l'étendue des surfaces de leurs disques, qui étaient dans le rapport des nombres

1 ; 3,1 ; 153,2.

Ayant monté ces trois piles avec une dissolution de sulfate d'alumine, j'ai trouvé

Pour la pile à petites plaques, dont la surface est l'unité,

74° ; 73° ; 76° ; 76° ; 76° ; 75° ; 73° ; 77° ; moyenne 75°

Pour la pile à plaques moyennes, dont la surface est 3,1,

72° ; 70° ; 71° ; 70 ; 71 ; 73° ; 72° ; 73° ; 73° ; moyenne 71° $\frac{1}{2}$

Pour la pile à grandes plaques, dont la surface est 153,2,

71° ; 71° ; 72° ; 72° ; 72° ; 72 ; ..... moyenne 71° $\frac{1}{2}$

Ce qui répond à des intensités d'électricité exprimées par

1,074 ; 1 ; 1.

Les deux derniers résultats indiquent une égalité parfaite; le premier semblerait indiquer une légère différence en faveur des petites plaques. Mais cette indication n'est qu'apparente et tient à la manière dont se faisait l'observation. En effet, on se rappelle que sur un disque circulaire, l'électricité se distribue à peu près uniformément depuis le centre jusqu'à une petite distance du bord. Or, dans les deux piles à larges surfaces, le petit vase de fer qui communique l'électricité au condensateur

ne touchait point les bords des disques; au lieu que, dans les piles à petites plaques, il s'étendait même au-delà. Ainsi dans les unes, il ne participait qu'à la portion uniforme de l'électricité libre; tandis que dans l'autre, il participait aussi à l'excès des bords. Le petit accroissement de charge observé dans cette circonstance est donc un nouvel indice de l'égalité des couches dans leur partie moyenne; et par conséquent si l'on néglige la petite variation qui a lieu tout près des bords, il en résulte que, dans les piles formées de disques d'inégales grandeurs, mais ayant un même nombre d'élémens, les quantités d'électricité libres sont proportionnelles à la surface des disques.

Jusqu'ici nous avons supposé que la pile communiquait avec le sol par sa base, pendant l'application du condensateur. Examinons maintenant ce qui arriverait si elle était au contraire isolée parfaitement. Pour mieux apprécier l'influence de cette circonstance, supposons que l'on forme ainsi la pile sur un isoloir avec des plaques cuivre et zinc non soudées, qui ne perdent leur état naturel qu'à l'instant où on les pose les unes sur les autres, en les prenant avec des corps non conducteurs.

Dans ce cas, la condition générale, c'est 1° que les différentes pièces conservent entre elles les différences d'électricité libres qui conviennent à leur rang dans l'appareil; 2° que ces différences résultent d'un développement d'électricités naturelles; 3° enfin que la somme des vitrées et des résineuses soit toujours égale à zéro, comme dans l'état naturel des pièces avant qu'elles fussent assemblées.

Par exemple, s'il n'y a que deux pièces c_1, z_1, l'une de cuivre, l'autre de zinc, il faudra que le zinc z_1 prenne $+\frac{1}{2}\alpha$, et que le cuivre c_1 prenne $-\frac{1}{2}\alpha$. Alors la différence des électricités libres sera $+\alpha$, comme elle doit être dans le contact, et leur somme totale sera nulle, comme elle doit l'être aussi pour recomposer l'état naturel.

Si l'on ajoute une troisième pièce c_2, qui doit être de cuivre, il faudra, pour qu'il se fasse un déplacement d'électricité, la séparer par un conducteur humide de la pièce de zinc z_1. Alors elle devra acquérir le même état électrique que cette dernière; du moins en négligeant l'action électromotrice du corps humide, et peut-être encore la très-faible résistance que les liquides,

comme conducteurs imparfaits de l'électricité, peuvent opposer à sa communication. Or le système étant isolé, l'excès de la pièce supérieure c_2 ne peut s'acquérir qu'aux dépens des autres pièces. Pour connaître l'état d'équilibre qui en résultera, nommons x la quantité d'électricité libre que possédera c_2; z_1 aura donc aussi x, et c_1 aura $x - \alpha$. La somme $3x - \alpha$ doit être nulle, puisque ces quantités proviennent d'une décomposition d'électricité naturelle. Cette condition donne $x = \frac{1}{3}\alpha$,

et parconséquent

$$c_2 = +\frac{1}{3}\alpha$$
$$z_1 = +\frac{1}{3}\alpha$$
$$c_1 = -\frac{2}{3}\alpha.$$

Si nous ajoutons une quatrième pièce z_2 qui sera de zinc, il faudra qu'elle ait α de plus que la pièce de cuivre c_2, avec laquelle elle sera en contact. Soit x la quantité d'électricité libre qu'elle possédera, l'état des autres pièces sera $x - \alpha$; $x - \alpha$; $x - 2\alpha$; et la somme $4x - 4\alpha$ devant être nulle, il viendra $x = \alpha$, ce qui donne pour l'état d'équilibre

$$z_2 = +\alpha$$
$$c_2 = 0$$
$$z_1 = 0$$
$$c_1 = -\alpha.$$

Dans ce cas, les deux pièces intermédiaires z_1 et c_2 seront l'une et l'autre à l'état naturel.

Généralement soit x la quantité d'électricité vitrée libre qui existera sur la face zinc de la dernière pièce, lorsque le nombre des couples métalliques sera n. La suite de ces quantités forme pour les faces zinc la progression arithmétique

$$x \quad x - \alpha \ldots\ldots\ldots\ldots x - (n-1)\alpha,$$

dont le nombre des termes est n. La somme sera donc

$$nx - \frac{n.(n-1)\alpha}{2}.$$

Les quantités d'électricité libres sur les faces cuivre, formeront une autre progression arithmétique dont chaque terme sera moindre de α que ceux de la série précédente; c'est-à-dire

$$x - \alpha \quad x - 2\alpha \quad x - 3\alpha \ldots\ldots x - n\alpha.$$

D'ailleurs leur nombre est de même égal à n. Ainsi leur somme sera

$$nx - \frac{n.(n+1)\alpha}{2}.$$

Maintenant, pour avoir la quantité totale d'électricité vitrée libre, qui existe dans la colonne, il faut ajouter ensemble les deux sommes précédentes, ce qui donne

$$2nx - n^2\alpha.$$

Ce résultat doit être constamment nul, puisque la pile est isolée et n'a que sa quantité d'électricité naturelle. Par conséquent

$$2nx - n^2\alpha = 0, \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{n\alpha}{2};$$

c'est la quantité d'électricité libre que possédera la pièce supérieure, quand l'équilibre sera établi. Relativement à la pièce inférieure, la quantité d'électricité libre est $x - n\alpha$; en mettant pour x sa valeur, elle devient

$$x - n\alpha = -\frac{n\alpha}{2},$$

et elle est la même que la précédente, au signe près.

Généralement pour la m^e pièce de zinc, en partant du sommet de la colonne, la quantité d'électricité libre est

$$x - (m-1)\alpha \qquad \text{ou} \qquad \frac{n\alpha}{2} - (m-1)\alpha.$$

Celle d'une pièce de cuivre, également distante de l'autre extrémité de la colonne, serait

$$x - n\alpha + (m-1)\alpha, \qquad \text{ou} \qquad -\frac{n\alpha}{2} + (m-1)\alpha.$$

Elle est, au signe près, la même que la précédente. Par conséquent lorsque la pile est isolée, et qu'elle n'a que sa quantité d'électricité naturelle, les pièces qui sont à égale distance de ses extrémités, se trouvent également électrisées, l'une en plus, l'autre en moins.

S'il y a une pièce de zinc qui soit dans l'état naturel, la quantité d'électricité y sera nulle, et son rang sera déterminé par l'équation

$$\frac{n\alpha}{2} - (m-1)\alpha = 0, \qquad \text{qui donne} \qquad m = 1 + \frac{n}{2}.$$

m devant être un nombre entier positif, cela n'a lieu que si le nombre n des couples métalliques est pair. Alors la pièce de cuivre qui a le même degré d'électricité, mais de nature contraire, est aussi dans l'état naturel ; et leurs distances respectives aux deux extrémités de la pile étant $1+\frac{n}{2}$, elles se trouveront à son milieu.

Pour que l'état électrique de la pile soit conforme à ces formules, il faudrait que les pièces fussent superposées avec toutes les précautions d'isolement que nous avons présentées, afin que les quantités totales d'électricité vitrée et résineuse se compensent exactement dans leur assemblage. Mais on obtiendrait les mêmes résultats en isolant une pile quelconque, après l'avoir touchée par la base ; car l'action absorbante de l'air sur chacun des élémens, finirait par l'amener au même état que si on l'eût isolée dès sa formation.

Pour le prouver, supposons qu'à un instant quelconque t, après l'isolement, la face supérieure, que je suppose toujours zinc, ait une quantité d'électricité libre représentée par x. Alors l'état de la pile sera exprimé, comme tout-à-l'heure, par les deux progressions suivantes :

faces zinc $x \quad x-\alpha \quad x-2\alpha \ldots\ldots x-(n-1)\alpha$
faces cuivre $x-\alpha \quad x-2\alpha \quad x-3\alpha \ldots\ldots x-n\alpha$;

et la quantité totale d'électricité absolument libre sera

$$2nx - n^2\alpha.$$

Représentons cette quantité par X. Dans un intervalle de temps très-court, représenté par θ, l'action absorbante de l'air la diminuera d'une quantité $a\,\mathrm{X}\,\theta$, a étant le coefficient de la déperdition par l'air en une minute pour toute espèce d'électricité libre. Ainsi, en désignant par (X) la valeur de X au commencement de l'expérience, où l'on vient d'isoler l'appareil, on aura, après un temps t quelconque

$$\log \mathrm{X} = \log (\mathrm{X}) - \frac{a\,t}{\mathrm{M}},$$

M étant le module des tables logarithmiques, ou 2,302585.

Ceci n'est qu'une application des formules générales du chapitre III.

Il faut maintenant déterminer la valeur de la constante initiale (X) ; pour cela, il suffit de se rappeler qu'au commencement de l'expérience, lorsque la base de la pile communiquait encore avec le sol, la face supérieure zinc de la dernière pièce avait un excès d'électricité vitrée égal à $n\alpha$. Mettant donc cette valeur à la place de x, et faisant t nul, on aura pour cet instant

$$(X) = 2n^2\alpha - n^2\alpha, \qquad \text{ou} \qquad (X) = n^2\alpha.$$

Telle était en effet la quantité initiale d'électricité libre dans toute l'étendue de l'appareil. D'après cela, on aura généralement

$$\log X = \log (n^2\alpha) - \frac{at}{M};$$

ou en passant des logarithmes aux nombres,

$$X = n^2\alpha \cdot 10^{-\frac{at}{M}}.$$

Remettant pour X son expression générale $2nx - n^2\alpha$, il viendra

$$2nx - n^2\alpha = n^2\alpha\, 10^{-\frac{at}{M}},$$

et enfin

$$x = \frac{n\alpha}{2} + \frac{n\alpha}{2} \cdot 10^{-\frac{at}{M}}.$$

Au commencement de l'expérience, t est nul, et $10^{-\frac{at}{M}}$ se réduit à l'unité. Il vient donc alors $x = n\alpha$. C'est en effet la quantité initiale d'électricité libre qui existe alors sur la surface zinc de la dernière pièce. Mais à mesure que t augmente, le facteur $10^{-\frac{at}{M}}$ diminue, et la valeur de x s'approche de plus en plus de se réduire à son premier terme $+\frac{1}{2}n\alpha$. Telle est donc la limite de x. La valeur générale de cette variable étant connue, on peut en conclure les quantités d'électricités libres sur toutes les autres pièces métalliques de l'appareil, puisqu'elles sont représentées par $x - \alpha$, $x - 2\alpha$..... Si l'on veut, par exemple, connaître l'état électrique de la dernière face cuivre, il faut

prendre son expression générale $x - n\alpha$, et y substituant pour x sa valeur, elle deviendra

$$-\frac{n\alpha}{2}+\frac{n\alpha}{2}.10^{-\frac{at}{M}}.$$

Au commencement de l'expérience, où t est nul, cette expression se réduit à zéro. En effet, il n'y a point alors d'électricité libre sur la première face cuivre, puisqu'elle vient de communiquer au sol. Mais à mesure que t augmente, le terme $\frac{1}{2}n\alpha 10^{-\frac{at}{M}}$ devient de plus en plus petit; il ne peut donc plus contrebalancer le terme négatif $-\frac{1}{2}n\alpha$; de sorte que l'électricité libre de cette face est constamment exprimée par une quantité négative qui indique qu'elle est résineuse. A mesure que t augmente, elle s'approche d'être égale à $-\frac{1}{2}n\alpha$, c'est-à-dire à la quantité d'électricité vitrée libre qui reste sur la dernière face de zinc. Ces limites sont les mêmes que dans le cas où les élémens de la pile ont tous été séparés et isolés avant leur superposition, et il en est de même pour toutes les pièces intermédiaires. Ainsi, depuis le moment de l'isolement, elles tendent toutes vers cet état que nous avons examiné d'abord; et quoiqu'à la rigueur elles ne l'atteignent que dans l'infini, on sent qu'après un temps plus ou moins court, suivant la rapidité de l'action absorbante de l'air, elles s'en approcheront assez pour que la différence soit insensible aux observations.

Les signes électroscopiques sont très-faibles sur la pile isolée; il est même difficile, quand le nombre des élémens métalliques est peu considérable, d'y charger le condensateur d'une manière sensible. Le calcul donne la raison de ce phénomène, et je m'y arrêterai d'autant plus volontiers que les résultats sont très-propres à faire sentir le jeu du condensateur.

Supposons, comme précédemment, que qi exprime la force condensante de cet instrument, relativement à la pièce métallique à laquelle on l'applique; c'est-à-dire que si la pièce conserve une quantité d'électricité libre égale à x, pendant que le

plateau collecteur communique avec elle, celui-ci aura alors pour charge qix. Dans le cas où la pile communique avec le sol par sa base, la pièce de zinc à laquelle le condensateur est appliqué répare ses pertes aux dépens du sol ; elle a donc toujours la même quantité d'électricité libre $n\alpha$, et par conséquent la charge du condensateur que je nommerai Z_1 est

$$Z_1 = qin\alpha.$$

Mais quand la pile est isolée, et n'a que sa quantité d'électricité naturelle, la pièce supérieure ne peut se mettre en équilibre avec le condensateur sans que son état électrique varie. Pour savoir de quelle manière s'opérera cette variation, calculons la totalité de l'électricité libre ; ce sera $2nx - n^2\alpha$. Ajoutons-y la charge qix du condensateur ; la somme de ces deux quantités devra être nulle, puisque la pile est isolée et n'a que sa quantité d'électricité naturelle. Il faudra donc faire

$$qix + 2nx - n^2\alpha = 0,$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{n^2\alpha}{2n + qi}.$$

C'est l'expression de la quantité d'électricité libre à la partie supérieure de la pile. En la multipliant par qi, on aura la charge du condensateur ; nommons-la Z, il viendra

$$Z = \frac{qin^2\alpha}{2n + qi};$$

expression qui, étant comparée à Z_1, donne

$$Z_1 = Z.\frac{2n + qi}{n}.$$

Le coefficient de Z dans cette formule surpasse toujours l'unité, et devient d'autant plus grand que la force condensante qi est plus considérable. Ainsi, dans la pile qui communique au sol le condensateur se charge beaucoup plus que dans la pile isolée.

Si, par exemple, il y a trente couples métalliques ; que le condensateur ait seulement la capacité d'une de ces plaques, et

qu'il condense 120 fois, comme celui dont Volta faisait usage, il faudra supposer

$$n = 30 \qquad i = 1 \qquad q = 120,$$

ce qui donne $Z' = 6\,Z.$

La charge du condensateur dans la pile isolée est alors six fois plus petite que dans la pile non isolée.

La capacité du plateau collecteur est ordinairement plus grande que celle d'une pièce; si on la suppose égale à 4, les autres données restant les mêmes, on aura

$$q\,i = 480 \qquad Z' = 18\,.\,Z,$$

et la charge, dans le second cas, est dix-huit fois plus petite que dans le premier.

Généralement, on voit par l'expression de Z que, quand même la force condensante $q\,i$ serait infinie, la charge du condensateur dans la pile isolée aurait pour limite $n^2\,\alpha$; tandis que dans la pile non isolée, cette charge peut croître indéfiniment.

Nous avons supposé que la pile isolée n'avait que sa quantité d'électricité naturelle. Supposons maintenant qu'elle ait d'abord communiqué un instant avec le sol par sa base cuivre. Dans ce cas, elle possédera une quantité d'électricité libre égale à $+n^2\,\alpha$; si on l'isole, et qu'on applique aussitôt le condensateur à la pièce supérieure, l'équation d'équilibre deviendra

$$q\,i\,x + 2\,n\,x - n^2\,\alpha = n^2\,\alpha,$$

d'où $\qquad x = \dfrac{2\,n^2\,\alpha}{2\,n + q\,i}, \qquad$ et $\qquad q\,i\,x = \dfrac{2\,n^2\,q\,i}{2\,n + q\,i}.$

Ainsi la quantité d'électricité libre au sommet de la pile, et la charge du condensateur seront doubles de ce qu'elles étaient dans le cas précédent.

On a vu que dans la pile isolée qui n'a que sa quantité d'électricité naturelle, lorsque le nombre des couples est pair, il existe à son milieu deux pièces, l'une de cuivre, l'autre de zinc, qui sont dans l'état naturel. Cela n'a plus lieu de la même manière, quand le condensateur est appliqué à la partie supérieure de la pile, et le point de passage du vitré au résineux varie. En effet,

pour la m^e pièce de zinc, en partant du sommet de la colonne, la quantité d'électricité libre est

$$x - (m - 1)\,\alpha.$$

Si l'on veut que cette tension soit nulle, il faut qu'on ait

$$x - (m - 1)\,\alpha = 0, \qquad \text{ou} \qquad m = 1 + \frac{x}{\alpha}.$$

Mettant pour x sa valeur $\frac{n^2\alpha}{2n + qi}$, on trouve

$$m = 1 + \frac{n^2}{2n + qi}.$$

La valeur de m, et par conséquent le rang de la pièce, qui se trouve dans l'état naturel, dépend, comme on voit, du nombre des plaques, et de la force du condensateur. Il faut de plus, pour que la condition demandée soit possible, que m soit un nombre entier.

Ainsi, dans un des exemples précédens, où l'on avait

$$n = 30, \qquad i = 1, \qquad q = 120,$$

on aurait $m = 6$;

c'est-à-dire que la sixième plaque de zinc, en partant du sommet de la colonne, serait dans l'état naturel. On aurait eu $m = 16$, et cette plaque eût été la seizième sans l'action du condensateur.

En général, la valeur de m diminue à mesure que qi augmente, n restant le même. Le passage du positif au négatif, c'est-à-dire du vitré au résineux, dans la pile, se fait donc plus près de son extrémité supérieure, à mesure que le condensateur appliqué à cette extrémité est plus fort.

qi étant infini, on a $m = 1$; c'est-à-dire que si la force du condensateur était assez considérable pour que l'électricité dont la pièce supérieure se charge n'y produisît aucune force répulsive sensible, il absorberait toute cette électricité; la pile deviendrait entièrement négative, et la pièce supérieure serait seule dans l'état naturel. C'est le cas d'une pile isolée par la base, et dont l'extrémité supérieure, qui est zinc, communique avec le réservoir commun.

Voyons maintenant ce qui arriverait si le condensateur, au lieu d'être appliqué à la partie supérieure de la pile, l'était à une pièce de zinc quelconque dont le rang fût exprimé par m, en partant du sommet. Alors la quantité d'électricité qui se maintiendrait libre sur cette pièce serait

$$x - (m - 1)\alpha,$$

et la charge du condensateur deviendrait

$$qi\,[x - (m - 1)\alpha].$$

Joignons-y la totalité des quantités d'électricité libre contenues dans la pile, c'est-à-dire $2nx - n^2\alpha$.

Il faudra que la somme soit nulle dans l'état d'équilibre; ce qui donne, pour déterminer x, l'équation

$$2nx - n^2\alpha + qi\,[x - (m - 1)\alpha] = 0,$$

d'où l'on tire $$x = \frac{n^2\alpha + qi(m - 1)\alpha}{2n + qi}.$$

Ici l'on voit que la quantité d'électricité varie dans la pièce supérieure avec la position du condensateur. Si $m = 1$, il est appliqué au sommet de la pile, et l'on a

$$x = \frac{n^2\alpha}{2n + qi},$$

comme précédemment.

On peut trouver, à l'aide de ces formules, le rang de la pièce qui est dans l'état naturel, pour une position donnée du condensateur; car ce rang étant représenté par m', en partant du sommet de la colonne, on devra avoir

$$x - (m' - 1)\alpha = 0, \qquad m' = 1 + \frac{x}{\alpha},$$

et en mettant pour x sa valeur

$$m' = 1 + \frac{n^2 + qi(m - 1)}{2n + qi}.$$

Pour suivre la loi de ces variations, il faut remarquer que si $m - 1$ est moindre que $\frac{1}{2}n$, le condensateur est appliqué à la moitié supérieure de la pile, et qu'il est appliqué à la moitié

inférieure, quand $m - 1$ surpasse cette quantité. Plaçons-le d'abord entre ces deux limites. Dans ce cas, il faudra faire

$$m - 1 = \frac{n}{2},$$

Alors l'expression générale de x devient divisible par $2n + qi$, et donne

$$x = \frac{n\alpha}{2},$$

c'est-à-dire que si l'on applique le condensateur au milieu de la pile isolée, la quantité d'électricité libre dans la pièce supérieure reste la même qu'auparavant. Mais aussi la charge du condensateur, qui est exprimée par

$$qi\,[x - (m-1)\alpha], \qquad \text{devient} \qquad qi\left(x - \frac{n\alpha}{2}\right),$$

et se réduit à zéro par la substitution de la valeur précédente de x. Par conséquent le condensateur ne prendra point d'électricité.

Ce cas étant examiné, faisons en général

$$m - 1 = \frac{n}{2} - \omega,$$

ω sera positif dans la moitié supérieure de la pile, et négatif dans la moitié inférieure. La valeur de x prendra cette forme

$$x = \frac{n\alpha}{2} - \frac{qi\omega\alpha}{2n + qi}.$$

Tant que ω sera positif, x sera plus petit que $\frac{1}{2}n\alpha$; mais lorsque ω sera négatif, il deviendra plus grand que cette quantité. Ainsi, la quantité d'électricité vitrée, qui reste libre sur la pièce supérieure, diminue lorsque l'on place le condensateur dans la moitié supérieure de la pile; et, au contraire, elle augmente, si on le place dans la moitié inférieure.

Généralement la charge du condensateur est exprimée par

$$qi\,[x - (m-1)\alpha];$$

en mettant $\frac{1}{2}n - \omega$ au lieu de $m - 1$, elle devient

$$qi\,(x - \frac{n\alpha}{2} + \omega\alpha).$$

Enfin, en substituant pour x sa valeur, et représentant la charge du condensateur par Z, on trouve

$$Z = \frac{2n\omega qi\alpha}{2n + qi};$$

Z est donc positif ou négatif, suivant que ω est positif ou négatif. Ainsi le condensateur se charge vitreusement, quand on le place à la moitié supérieure de la pile ; il se charge résineusement, quand on l'applique à la moitié inférieure.

La valeur de x, qui exprime la quantité d'électricité libre sur la pièce supérieure, est, comme on vient de le voir,

$$x = \frac{n\alpha}{2} - \frac{qi\omega\alpha}{2n+qi}.$$

Si le condensateur est appliqué à la dernière pièce de zinc située à la base de la colonne, on a

$$\omega = -\frac{n}{2} + 1,$$

ce qui donne

$$m = n \quad \text{et} \quad x = \frac{n\alpha}{2}\left(1 + \frac{qi}{2n+qi}\right) - \frac{qi\alpha}{2n+qi}.$$

La quantité d'électricité libre sur la dernière pièce de cuivre est $x - n\alpha$; sa valeur devient alors

$$x - n\alpha = \frac{n}{2}\left(-1 + \frac{qi}{2n+qi}\right) - \frac{qi\alpha}{2n+qi}.$$

Si la force du condensateur est infinie, la quantité $\frac{qi}{2n+qi}$ se réduit à l'unité, ce qui donne

$$x = (n-1)\alpha, \qquad x - n\alpha = -\alpha;$$

c'est-à-dire que si la force du condensateur est assez considérable pour que l'électricité vitrée, qu'il transmet dans ce cas à la pile, n'occasionne dans le plateau collecteur aucune force répulsive sensible, il neutralisera toute l'électricité résineuse, excepté celle de la pièce inférieure. La pièce de zinc à laquelle le condensateur est appliqué sera dans l'état naturel ; la pièce de cuivre, qui est immédiatement au-dessous, aura $-\alpha$; et le reste de la pile sera dans l'état vitré. C'est le cas d'une pile qui commence par le cuivre, qui finit par le zinc, et dans laquelle la première pièce de zinc, en partant de la base, communique avec le réservoir commun.

Dans tout ce qui précède, nous avons considéré la charge

électrique de l'appareil électromoteur, comme uniquement composée des quantités d'électricité libres qui se développent sur chacun de ses élémens. C'était l'opinion de Volta; mais il pourrait y exister en même-temps une très-grande quantité d'électricité dissimulée; et comme cette considération changerait beaucoup la manière dont l'action de la pile devrait être envisagée, je vais l'exposer ici.

Reprenons d'abord les expériences fondamentales de Volta sur le développement de l'électricité par le simple contact de deux métaux isolés; que nous montrent-elles? Qu'il se manifeste alors sur chacun d'eux une certaine quantité d'électricité libre et de nature opposée. Mais s'en suit-il pour cela que ces quantités soient les seules qui se développent réellement? Non sans doute; et la décomposition des électricités naturelles des deux plaques, pendant le contact, pourrait être énorme sans produire d'autres indices extérieurs que ceux que nous avons observés. C'est ainsi que les deux faces d'un carreau de verre armé de métal peuvent être chargées de quantités d'électricité fort considérables, quoique les portions de ces électricités qui jouissent de leur force répulsive sur l'une et l'autre face soient néanmoins très-petites.

Dans cette manière de voir, deux disques de zinc et de cuivre mis en contact ressembleraient exactement à un pareil carreau, après qu'on l'a isolé, et lorsque l'action absorbante de l'air a égalisé les forces répulsives de ses deux faces. Seulement la lame isolante de verre serait remplacée par les forces électromotrices qui retiendraient les deux électricités, de part et d'autre de la surface du contact. Alors l'électroscope et la balance ne rendraient sensibles que les portions d'électricité qui seraient libres des deux côtés de cette surface; et les quantités totales d'électricités dissimulées ne se manifesteraient qu'à l'instant où l'on établirait une communication directe entre les disques, de même que dans la bouteille de Leyde ou le carreau électrisé.

L'appareil électromoteur deviendrait ainsi tout-à-fait analogue aux piles électriques que nous avons considérées dans le

chapitre X. La disposition de l'électricité y serait exactement pareille, et la même théorie, les mêmes formules s'y appliqueraient. On peut, en effet, remarquer que les résultats auxquels nous sommes parvenus en considérant ces piles, offrent une représentation exacte des phénomènes électriques que produit l'appareil électromoteur, soit quand un de ses pôles communique au sol, soit dans l'état d'isolement. Cette manière de l'envisager aiderait à concevoir comment il peut exciter de si fortes commotions, et surtout des phénomènes chimiques que nous ne pouvons produire qu'en accumulant des quantités considérables d'électricité, soit par des batteries, soit au moyen de pointes d'une finesse extrême. C'est qu'en effet il y aurait aussi une très-grande quantité d'électricité développée dans l'action chimique de l'appareil électromoteur. Enfin, on concevrait ainsi pourquoi les piles, même les plus énergiques, lorsqu'elles sont isolées par leur base, ne communiquent presque pas d'électricité sensible au condensateur, tandis qu'elles donnent des charges considérables et jusqu'à des étincelles, si l'on fait communiquer instantanément un de leurs pôles avec le sol. Nommons en effet $Z\,Z_1$, les charges du condensateur dans ces deux circonstances, nous avons trouvé page 416,

$$\text{Pile isolée.....}\quad Z = \frac{qi\,(1-\mu^{2n})\,A_1}{1+qi}$$

$$\text{Pile non isolée....}\quad Z_1 = \frac{qi\,(1-\mu^{2n})\,A_1}{1+qi\,(1-\mu^{2n})};$$

d'où l'on tire

$$Z_1 = \frac{(1+qi)\,Z}{1+qi\,(1-\mu^{2n})}.$$

Ici qi sera la force du condensateur, $2n$ le nombre des pièces métalliques, et A_1 la quantité totale accumulée d'électricité au sommet de la pile sur le côté vitré de la surface par laquelle se touchent les deux premières pièces cuivre et zinc. Si la dissimulation des deux électricités s'opère à cette surface même, μ devra être une fraction infiniment peu différente de l'unité, et $1-\mu^{2n}$ sera presque nulle. Mais, en même temps, si la charge A_1 est extrêmement forte, le produit $(1-\mu^{2n})A_1$ qui représente

l'électricité libre sur la première pièce, pourra encore être sensible, malgré la petitesse de son premier facteur. Il n'en sera pas de même du produit $qi(1-\mu^{2n})$, à moins que la force du condensateur ne soit énorme; de sorte que l'effet de cette force sera toujours extrêmement affaiblie dans le dénominateur de Z_1, au lieu qu'elle restera tout entière dans le dénominateur de Z, qui suppose la pile dans l'état d'isolement.

Supposons, par exemple, comme dans la page 496, le nombre des couples métalliques égal à 30, et la force condensante qi égale à 120. Concevons de plus que le facteur μ soit égal à $\frac{9999}{10000}$, il en résultera $1-\mu^{2n}=0{,}006$, et par conséquent

$$Z_1 = \frac{121 \,.\, Z}{1{,}72} = 70{,}35 \,.\, Z;$$

c'est-à-dire que la charge du condensateur, dans la pile non isolée, serait soixante et dix fois plus grande que dans la pile isolée. Ce ne serait que six fois, selon le mode d'équidifférence adopté par Volta. Celui que nous venons d'exposer paraît donc plus conforme à ce genre de phénomènes. Il est d'ailleurs facile de voir qu'il renferme l'autre système comme un cas particulier. Car si, dans les formules du chapitre X, on suppose les facteurs $\mu\mu_1 \ldots \mu_{n-1}$ égaux entre eux, et excessivement peu différens de l'unité, en sorte qu'en les représentant par $1-\varpi$, on puisse se borner à la première puissance de ϖ, il est évident que le produit P de tous ces facteurs deviendra de la forme $1-K\varpi$, K étant une constante indépendante du nombre des plaques; et par suite la quantité $(1-P^2)A_1$ qui exprime les portions d'électricité libre au sommet de la pile, quand elle communique au sol par sa base, deviendra $2KA_1\varpi$; c'est-à-dire proportionnelle au nombre des élémens métalliques comme dans le système de Volta.

CHAPITRE XVI.

Effets chimiques de l'Appareil électromoteur.

Après la continuité des commotions électriques, le premier phénomène chimique que l'on opéra avec la pile fut la décomposition de l'eau. Cette découverte est due à MM. Carlisle et Nicholson. Si l'on adapte aux pôles de l'appareil électromoteur des fils de platine qui se rendent dans un même vase de verre en partie rempli d'eau, on voit un courant continuel de gaz oxigène se dégager du fil qui communique au pôle vitré, et en même temps un courant de gaz hydrogène se dégage de l'autre fil qui communique au pôle résineux. Si, au lieu de platine, on emploie des fils de cuivre, d'argent ou de tout autre métal susceptible d'être facilement oxidé, l'oxigène ne se dégage point sous forme de gaz, il se combine avec le fil vitré et l'oxide. Il est indifférent que la pile soit isolée ou non isolée.

Pour savoir si les deux gaz qui se dégagent sont réellement dans la proportion qui fait l'eau, il faut les recueillir et les mesurer. L'appareil le plus propre à cet usage est celui qui est représenté fig. 73; il a été indiqué par MM. Gay-Lussac et Thenard, dans un ouvrage dont je tirerai une grande partie des phénomènes que je rapporterai sur l'action chimique de la pile. E E est un entonnoir de verre dont le bec B est fermé par un bouchon revêtu de cire d'Espagne, à travers lequel on a fait passer deux fils de platine parallèles, distans entre eux d'environ un centimètre, et qui s'élèvent dans l'intérieur de l'entonnoir jusqu'à quatre ou cinq centimètres au-dessus de son fond. On verse de l'eau dans l'entonnoir, et on recouvre chaque fil par une petite cloche de verre pareillement remplie d'eau. Ensuite on fait communiquer les bouts extérieurs des fils, chacun avec un pôle de la pile, et l'appareil est disposé. On la laisse agir pendant quelque temps, après quoi on l'arrête, et on mesure le

volume des gaz dégagés sous chaque cloche. On y trouve deux fois autant d'hydrogène que d'oxigène en volume. Ce sont en effet les proportions qui constituent l'eau; car en rétablissant la combinaison par une étincelle électrique, il ne reste aucun résidu gazeux. Afin de ne rien perdre de l'action de la pile, il faut que la communication des fils avec les élémens extrêmes soit parfaitement établie. Pour cela, rien de plus commode que de les plonger dans un petit vase de verre rempli de mercure, où plongent aussi deux gros fils de fer scellés aux plaques extrêmes de l'appareil électromoteur.

Avec cet appareil, MM. Gay-Lussac et Thenard ont observé que la quantité de gaz dégagée dans un temps donné par une même pile, soit à rondelles, soit à auges, variait considérablement selon la nature des substances dissoutes dans l'eau dont l'entonnoir était rempli. Les dissolutions salines concentrées, les mélanges d'eau et d'acide ont donné les dégagemens les plus abondans, les plus rapides. Ce phénomène a diminué à mesure que les proportions de sel ou d'acide sont devenues moindres; et enfin, lorsque l'entonnoir n'a plus contenu que de l'eau bouillie et parfaitement pure, il ne s'est presque plus dégagé de gaz. Ainsi l'eau pure, qui transmet une électricité forte, telle que celle que nous excitons par nos machines ordinaires, devient presque isolante pour les faibles forces répulsives que fournit l'appareil électromoteur. On peut donc appliquer ici la loi générale que nous avons trouvée relativement aux substances imparfaitement conductrices; c'est-à-dire que pour une distance donnée des fils, l'isolement ne doit être parfait que jusqu'à un certain degré de force répulsive déterminé par le nombre des plaques de l'appareil; et de même que, pour chaque support, le degré de force répulsive, où l'isolement parfait commence, est réciproque aux racines carrées des longueurs des supports, de même, pour chaque appareil électromoteur, il doit y avoir une certaine distance des fils à laquelle la communication sera tout-à-fait interrompue. On devra y retrouver de même l'influence qu'exerce sur l'isolement le contact plus ou moins étendu du support avec le corps isolé. Aussi MM. Gay-Lussac et Thenard

ont-ils remarqué qu'en raccourcissant les fils au-delà d'un certain terme, les quantités de gaz dégagées dans un même liquide ont considérablement diminué; mais elles ont augmenté de nouveau en substituant dans l'entonnoir un liquide plus conducteur. Ce défaut de conductibilité de l'eau peut être tout de suite rendu sensible par une expérience fort simple : ayant isolé une pile et placé des fils conducteurs à ses deux pôles, plongez ces fils dans un vase de verre rempli en partie d'eau commune; aussitôt les gaz se dégageront en abondance. Si vous retirez de l'eau un de ces fils, et que le prenant d'une main, vous plongiez l'autre main dans l'eau du vase, vous éprouverez la commotion comme à l'ordinaire. Mais au lieu de cela, établissez la communication par une colonne d'eau de 4 ou 5 millimètres de diamètre, et de 3 ou 4 centimètres de longueur; ce que vous pouvez faire en aspirant l'eau du vase avec un tube de ces dimensions que vous tiendrez à la bouche. Alors, quoique vos organes les plus sensibles se trouvent dans l'arc de communication, vous éprouverez à peine une légère saveur, mais non pas le plus léger frémissement. J'ai disposé ainsi une pile de 68 couples, dont les pôles communiquaient par des tubes non capillaires remplis d'eau distillée, et d'environ 1 mètre de longueur. L'appareil est resté monté pendant 24 heures, sans qu'il se soit dégagé un atôme de gaz; et en essayant de communiquer d'un pôle de la pile à l'autre par le moyen des colonnes d'eau contenues dans les tubes, on n'éprouvait non plus aucune des sensations que l'appareil électromoteur produit ordinairement. En un mot, tout se passait comme si un corps isolant eût été interposé entre les deux pôles; mais tous les effets reparaissaient dès que l'on communiquait immédiatement par la surface libre de l'eau (1). C'est pourquoi il aurait été à désirer que dans les expériences de MM. Gay-Lussac et Thenard on eût essayé d'étendre les fils sur la surface de l'eau même; car je pense que dans ce cas la communication des deux pôles de la pile s'établirait.

MM. Gay-Lussac et Thenard ont cherché s'ils pourraient

(1) Journal de Physique, an 9 (1800).

découvrir quelque rapport entre les quantités de gaz dégagées par une pile, et les quantités de sel mises dans l'eau de l'entonnoir; mais ils n'ont trouvé de relation simple que pour le sulfate de soude. Les quantités de gaz dégagées dans un temps donné sont à très-peu de chose près proportionnelles aux racines cubiques des quantités de ce sel, contenues dans l'eau dont la décomposition s'opère. La dissolution du nitre a présenté un effet contraire; saturée de sel, elle a produit moins de gaz que non saturée. Il paraît qu'il faut ici considérer deux choses, la décomposition que l'eau éprouve, et celle que le sel éprouve aussi dans ses élémens; le phénomène étant composé, il est clair que le résultat doit l'être aussi.

On a beaucoup cherché comment s'opérait la décomposition de l'eau dans les circonstances que nous venons de décrire; car on ne peut douter que l'eau ne soit décomposée, puisque les proportions des gaz qui se dégagent sont toujours dans le rapport de ses principes constituans. Il ne s'est élevé à cet égard qu'une opinion qui ait soutenu les regards de l'expérience. C'est que les molécules de l'eau situées entre les deux fils, étant influencées par les électricités opposées qui en émanent, se disposent et s'arrangent les unes à la suite des autres, comme une file de condensateurs dans chacun desquels il y a un pôle vitré et un pôle résineux; de manière que chaque pôle résineux touche à un pôle vitré, et qu'aux extrémités de la chaîne, le fil métallique qui est vitré communique au pôle résineux d'une particule, et réciproquement. Supposons que, dans cette polarisation, l'oxigène de l'eau possède l'électricité résineuse, et l'hydrogène l'électricité vitrée; alors, si la force attractive de la pile est assez forte pour que la première molécule d'eau se décompose, cela suffira pour toute la chaîne. L'oxigène de cette molécule devenant libre, se dégagera sous forme de gaz, ou se combinera avec le fil vitré et l'oxidera. Alors l'hydrogène de la même particule deviendra libre aussi; mais comme il possède l'électricité vitrée, il sera attiré et retenu par l'oxigène de la molécule suivante qui possède l'électricité résineuse. Il déterminera à son tour la décomposition de cette particule, se com-

binera avec son oxigène, et formera une nouvelle molécule d'eau. Cette combinaison rendra libre l'hydrogène de la seconde particule qui agira de même sur la particule suivante, jusqu'à ce qu'enfin la décomposition se transmette à la particule d'eau qui est immédiatement en contact avec le fil résineux. Ici l'action électrique des molécules les unes sur les autres ne se prolonge pas davantage ; l'hydrogène de la dernière particule ne trouvera plus d'oxigène électrisé avec lequel il puisse se combiner ; par conséquent il se dégagera sur ce fil, ou se combinera avec lui.

Ce que nous venons de dire pour l'eau peut s'appliquer à toute autre substance que l'appareil électromoteur décompose. Alors la possibilité de la décomposition dépendra en général de trois élémens : 1°. de la disposition plus ou moins forte qu'auront les principes de cette substance à prendre dans chaque particule des états électriques opposés ; 2°. de l'énergie plus ou moins grande de cette opposition ; 3°. enfin du rapport de cette énergie avec l'affinité chimique que les principes de la substance ont entre eux. Par exemple, si l'on opère sur un corps dont les principes se mettent facilement dans un état électrique très-opposé, il pourra se faire que la pile décompose ce corps, quoique l'affinité chimique qui réunit ses principes soit très-puissante. Si, au contraire, l'affinité est très-faible, mais qu'en même temps les principes constituans de la substance aient très-peu de tendance à se mettre dans des états électriques opposés, il sera fort possible que la décomposition ne s'opère pas. Enfin, de même que dans le frottement des corps les uns contre les autres, il y en a qui prennent tantôt l'électricité vitrée, tantôt l'électricité résineuse, selon la nature du frottoir auquel on les applique, de même il pourra arriver qu'un même principe chimique prenne tantôt l'état vitré, tantôt l'état résineux, selon les combinaisons où il entrera ; et quoique, en général, chaque principe doive porter dans toutes les combinaisons les mêmes dispositions naturelles, néanmoins le résultat définitif dépendra encore des dispositions analogues ou différentes des principes avec lesquels il sera uni. Dans toutes les

expériences que l'on a faites jusqu'à présent avec l'appareil électromoteur, l'oxigène a paru conserver cette disposition à l'état résineux que nous lui avons reconnue dans l'eau, et que nous avions déjà remarquée dans les expériences faites avec l'électricité ordinaire, où l'oxigène de l'air se porte toujours vers les surfaces électrisées vitreusement. Même, lorsque les corps se sont trouvés composés de plusieurs principes, dont quelques-uns avaient de fortes affinités pour l'oxigène, celui-ci leur a communiqué sa disposition résineuse, et les a entraînés vers le pôle vitré; tandis qu'au contraire les autres principes ont alors pris l'état vitré, et se sont portés vers le pôle résineux. En vertu de cette loi, tous les oxides et tous les acides qui contiennent de l'oxigène ont été décomposés par l'appareil électromoteur, et le principe qui était uni à l'oxigène a été transporté au pôle résineux; tandis que l'oxigène suivant sa disposition constante est venu se rendre au pôle vitré. Ces belles observations ont été d'abord faites par MM. Hisenger et Berzelius. M. Humphry Davy, en les variant, en les étendant, fut conduit à essayer l'action de l'appareil électromoteur sur les alcalis, que l'on avait jusques-là regardés comme des corps simples. Il vit alors, et ce fut depuis l'étonnement de l'Europe savante, il vit des bulles d'oxigène se dégager au pôle vitré; tandis qu'au pôle résineux s'assemblaient des substances brillantes d'un aspect métallique et pourtant très-légères, brûlant dans l'air avec énergie, et même jouissant de la singulière propriété de s'enflammer dans l'eau. C'étaient donc les bases métalliques de la soude et de la potasse, appelées depuis *sodium* et *potassium*. Mais ces propriétés mêmes faisaient qu'on ne pouvait extraire que des atômes de ces substances, qui se détruisaient dans l'air à mesure qu'ils étaient formés. Il fallut donc chercher un moyen de les préserver du contact de l'air qui les dévorait. Le docteur Seebeck imagina pour cela un procédé fort simple, qui consiste à combiner le sodium ou le potassium avec le mercure à mesure qu'il se dégage. On creuse dans un petit fragment de soude ou de potasse, une cavité que l'on remplit de mercure; on pose ce fragment sur une plaque métallique,

et l'on plonge dans le mercure le fil résineux d'un appareil électromoteur, qui doit contenir au moins deux cents couples de plaques. On fait communiquer l'autre fil avec le support de métal ; alors la soude ou la potasse est décomposée, ainsi que l'eau qu'elle contient. L'oxigène de l'un et de l'autre se rend au pôle vitré, où leur état électrique les entraîne. L'hydrogène et le sodium ou le potassium qu'ils abandonnent, se rendent, au contraire, au pôle résineux. Là, l'hydrogène se dégage sous forme de gaz, et le potassium ou le sodium se combinent avec le mercure, qui les préserve du contact de l'air. De temps en temps, on verse l'amalgame dans de l'huile de naphte, et on renouvelle le mercure. Lorsqu'on a recueilli une certaine quantité d'amalgame, on le distille dans une cornue, avec le moins d'air possible. L'huile se vaporise d'abord, ensuite le mercure ; et enfin le sodium ou le potassium reste libre. Pour que la décomposition de la potasse ou de la soude s'opère par le procédé que nous venons de décrire, il faut que ces alcalis contiennent assez d'eau pour transmettre l'électricité de la pile, mais non pas cependant une quantité assez grande pour que la décomposition de cette eau exige tout l'emploi de l'électricité transmise, car alors la potasse et la soude ne se décomposeraient pas. M. Davy et M. Seebeck, par des procédés de ce genre, sont parvenus à reconnaître dans les autres alcalis des signes non douteux de décomposition. Mais plus de détails sur cet objet ne conviendraient pas à un traité tel que celui-ci. J'ajouterai seulement qu'en partant de la première découverte de M. Davy sur la composition de la potasse et de la soude, MM. Gay-Lussac et Thénard ont réussi à enlever l'oxygène à ces substances, par le seul effort des affinités chimiques.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que l'action de la pile pour décomposer les corps ; elle a encore d'autres effets très-remarquables. Par exemple, si l'on établit la communication des deux pôles par des fils métalliques très-fins, et qu'on les approche doucement l'un de l'autre jusqu'au contact, il s'établit entre eux une attraction qui les retient unis malgré la force de leur ressort ; si ces fils sont de fer, il s'excite entre eux une

étincelle visible qui, comme nous le verrons tout-à-l'heure, produit une véritable combustion du fer. Ce phénomène réussit plus sûrement, lorsqu'on arme l'extrémité d'un des fils de fer avec une légère feuille d'or battu. Cette feuille est consumée à l'endroit où l'étincelle s'élance. On peut enflammer du gaz tonnant avec cette étincelle, et même du phosphore et du soufre, comme avec celles que donnent nos machines électriques ordinaires.

Nous ne parlons ici que des effets produits avec des piles les plus communes, dont les disques ont à peu près la largeur d'une pièce de 5 francs. Mais on conçoit qu'ils doivent devenir beaucoup plus considérables, si l'on emploie des plaques qui aient plus de surface, et qui soient assemblées en même nombre. Car dans des piles où le nombre des élémens et la nature des conducteurs humides sont les mêmes, l'épaisseur de la couche électrique libre sur chaque plaque de rang égal, est aussi la même, comme la théorie l'indique, et comme l'expérience nous l'a montré plus haut. D'où il suit que les quantités totales d'électricités que ces piles possèdent dans l'état d'équilibre, ou qu'elles donnent dans l'état de mouvement, sont exactement et constamment proportionnelles aux surfaces des plaques, quelles que soient d'ailleurs les modifications qui puissent y survenir dans le cours de l'expérience, par suite de l'action de la pile même. Aussi MM. Gay-Lussac et Thenard ont-ils trouvé que les quantités de gaz dégagées en un temps donné, sont proportionnelles aux surfaces des plaques que l'on compare, ou, ce qui revient au même, aux quantités totales d'électricité. Le même accroissement s'observe dans tous les autres effets chimiques. Une pile à larges plaques, même composée d'un petit nombre de couples, peut enflammer plusieurs centimètres de fil de fer ; et si, à la largeur des plaques se joint aussi l'augmentation de force qui résulte de leur nombre, alors l'énergie devient extrême.

La plus forte batterie que l'on connaisse est celle que possède l'École polytechnique ; elle contient six cents paires de plaques, chacune de 81 centimètres carrés de surface. Cette

batterie, et en général toutes celles qui ont de grandes surfaces, ne sont pas construites en pile, parce que le poids des disques rendrait leur manutention impraticable, et ferait ruisseler l'eau tout le long de la colonne, ce qui en détruirait les effets. Les plaques sont disposées verticalement, et parallèlement les unes aux autres, dans des caisses horizontales de bois, dont l'intérieur est recouvert d'un enduit isolant. Celles qui composent un même élément sont soudées ensemble. L'appareil se trouve ainsi former un certain nombre d'auges que l'on remplit avec le liquide qui doit servir de conducteur humide. Nous verrons dans le chapitre suivant, quel est le meilleur choix à faire pour la nature de ce conducteur, selon les effets qu'on veut produire. On conçoit d'ailleurs qu'il faut prendre beaucoup de précautions pour empêcher que les parois des auges ne conduisent immédiatement l'électricité d'une plaque à une autre, circonstance qui affaiblirait considérablement l'action de l'appareil. Enfin l'on établit la communication entre les deux pôles, comme dans la pile ordinaire, par de gros fils métalliques soudés aux plaques extrêmes. La batterie de l'Ecole polytechnique, ainsi disposée, donne des commotions insupportables, et même dangereuses à recevoir, lorsqu'on a les mains mouillées avec un acide ou une dissolution saline, et qu'on touche les pôles de la pile par des cylindres métalliques. M. Gay-Lussac, qui a osé l'essayer, s'en est ressenti pendant plus de vingt-quatre heures, et a éprouvé pendant tout ce temps une grande faiblesse dans les bras. Cependant, chose fort extraordinaire, cette commotion si forte ne se fait point sentir au milieu d'une chaîne composée de quatre ou cinq personnes. On ne la ressent qu'aux extrémités de cette chaîne, et même beaucoup plus dans le bras et la partie du corps qui avoisine la pile, que dans le bras et l'autre partie du corps qui en sont plus éloignés; ce qui semble bien montrer que la commotion est le résultat de la combinaison subite des électricités de la pile, avec les électricités naturelles des corps qui la touchent. L'affaiblissement rapide de cette commotion, à mesure qu'elle se propage, est encore une conséquence nécessaire du peu

de force répulsive de la masse électrique qui la produit. Car il en résulte que sa transmission est facilement retardée par l'imparfaite conductibilité des corps vivans qu'on lui présente; et cela fait aussi qu'elle agit plus énergiquement sur ceux de ces corps qu'elle trouve d'abord sur son passage, et aux dépens desquels elle est forcée de se neutraliser presqu'entièrement. Quand on établit la communication entre les deux pôles de cette batterie avec des fils de fer, elle les échauffe par le torrent d'électricité qu'elle y porte; à un certain degré de finesse, ils sont échauffés jusqu'à rougir; plus fins encore, ils s'enflamment. Le charbon est aussi échauffé jusqu'à rougir, même dans le vide, et il se produit une foule d'autres phénomènes remarquables, qui sont communs à toutes les batteries de grandes plaques, mais qu'il n'est pas de mon ressort de rapporter ici. On les trouvera dans dans l'ouvrage spécialement publié sur cette matière par MM. Gay-Lussac et Thenard.

CHAPITRE XVII.

Théorie de l'appareil électromoteur, en ayant égard à l'imperfection de la conductibilité.

Les effets chimiques que nous venons de décrire ne peuvent pas être produits avec toutes sortes d'appareils électromoteurs. Ils exigent dans la transmission de l'électricité un certain degré de vitesse que toutes les espèces de conducteurs humides ne comportent pas.

Pour en avoir la preuve, montez une pile avec un conducteur humide, tel, par exemple, que l'eau saturée de muriate de soude, et donnez-lui seulement le nombre d'étages nécessaires pour qu'elle commence à produire la décomposition de l'eau saturée du même sel. Cela fait, montez une autre pile pareille, composée d'un même nombre de couples métalliques; mais au lieu d'interposer une seule rondelle humide entre chaque couple, placez-en plusieurs les unes sur les autres, quoique toujours imprégnées de la même dissolution. Vous formerez ainsi un système de conducteurs de même nature que le précédent, mais d'une conductibilité moins parfaite; car l'électricité, lorsqu'elle est très-faible, paraît éprouver plus de difficulté pour passer d'une surface à une autre également conductrice, que pour suivre la même surface d'un mouvement continu. Aussi, en multipliant suffisamment les alternatives, vous finirez par ne plus obtenir la décomposition de l'eau; et si vous essayez de même les effets physiologiques, tels que les commotions et les étincelles, vous les trouverez également affaiblis. Cependant vous n'avez altéré que la faculté conductrice de la pile, et nullement le principe de son électricité.

Pour avoir une idée précise de ce qui se passe dans cette circonstance, il faut examiner l'influence de la conductibilité imparfaite sur l'état électrique de la pile dans l'état d'équilibre et dans l'état de mouvement.

Lorsque deux corps, de même forme et d'un volume égal, communiquent ensemble par un conducteur parfait, symétriquement appliqué à leurs surfaces, si l'on charge l'un ou l'autre d'une quantité quelconque d'électricité, elle se partagera entre eux également. Mais s'ils sont unis par un conducteur imparfait, cette égalité n'est plus nécessaire, et l'équilibre électrique aura lieu toutes les fois que la différence des actions répulsives des deux corps sera moindre que la résistance opposée par le conducteur imparfait. Tel est le cas des appareils électromoteurs dont les plaques sont séparées par des conducteurs qui offrent une résistance sensible à la transmission de l'électricité. Alors les plaques de zinc et de cuivre, contiguës à un même conducteur, ne se mettent plus, si on peut ainsi s'exprimer, à la même température électrique, et la pile ne peut plus tirer du sol la quantité d'électricité qui convient à son maximum de charge. En supposant, par exemple, qu'elle communique avec le sol par son pôle cuivre, et qu'on ait touché un instant son autre pôle pour le décharger, lorsque l'électricité se sera remise en équilibre, la seconde pièce de cuivre c_2, en commençant par la base, aura moins que la pièce de zinc inférieure z_1; la troisième c_3 aura moins que z_2; et dans tout le reste de la colonne, l'état électrique des pièces croîtra moins rapidement que dans le cas d'une parfaite conductibilité. Ceci doit s'entendre uniquement de l'état électrique absolu; car si l'on comparait ensemble différentes piles composées d'un nombre de couples inégal, mais montées avec un même conducteur imparfait, il se pourrait que les très-petites piles fussent comme nulles, comparativement à celle qui contiendrait un très-grand nombre d'étages, parce que la résistance du conducteur imparfait, interposé entre deux couples, exigerait, pour être vaincue, un certain degré de force répulsive qui pourrait ne pas exister dans les petites piles, tandis qu'il se trouverait dans les autres. Quoi qu'il en soit, une fois l'obstacle surmonté pour ces dernières, il en devra résulter une décharge momentanée dans laquelle toute l'électricité passera librement, comme lorsqu'un corps électrisé se décharge par étincelle à travers l'air; après quoi chaque couple métallique se remettra instantanément dans l'état électrique

déterminé par la force électromotrice des pièces qui le composent. Mais ne communiquant avec les autres couples que d'une manière imparfaite, il emploiera un certain temps pour leur donner et pour en recevoir la charge totale qui convient à son rang dans la colonne. D'où il suit que l'appareil devra employer un certain temps à se recharger d'une manière complète.

D'après ces réflexions, l'on doit pressentir que si l'on applique le condensateur à de pareilles piles, les quantités d'électricité qu'il prendra s'écarteront beaucoup des lois simples qui conviennent au cas de la conductibilité parfaite. En général, il se chargera moins à hauteur égale, et de plus, ce qui est une circonstance très-importante, il ne se chargera pas instantanément.

Je vais confirmer ces considérations par diverses expériences qui achèveront de montrer combien les faibles degrés d'électricité qui se transmettent dans l'appareil électromoteur sont modifiés par un choix de conducteurs plus ou moins parfait.

J'avais plusieurs piles de vingt couples montées avec diverses substances liquides. Placées successivement sur le même support, et touchées de la même manière, elles donnaient à très-peu de chose près les mêmes charges au condensateur; et, par des observations qui différaient très-peu entre elles, j'avais trouvé pour moyennes les répulsions suivantes :

Nature du conducteur humide.	Répulsions en grades.
Sulfate d'alumine.....	82,5
Eau.....	82
Muriate d'ammoniaque et de soude..	81,2
Muriate d'ammoniaque.....	82,5

Je montai aussitôt après une pile également de 20 couples, en imprégnant les rondelles avec une dissolution de muriate suroxigéné de potasse. Je la substituai aux précédentes, et la touchant de la même manière, j'obtins pour répulsions successives

81 . 82 . 87 . 86 . 84 . 86 . 87.

Les deux premières observations s'accordaient bien avec les précédentes faites sur les autres piles; mais il n'en était pas de même des dernières. Il était clair qu'il s'était opéré une varia-

tion notable dans la charge du condensateur. Je soupçonnai qu'il s'était fait quelque changement dans la manière dont les communications étaient établies avec le support de la pile. En effet, en le visitant, je trouvai que son pied était mouillé par la dissolution, et qu'il s'était uni fixement par l'oxidation avec le plateau d'étain sur lequel il était posé; ce qui établissait entre la pile et le plateau inférieur du condensateur une communication plus continue. Sans détruire cette communication, je me bornai à essuyer le sommet du support, et pendant qu'il était encore avivé par la dissolution, j'y posai de nouveau les piles précédentes. Je trouvai toutes les répulsions augmentées comme le montre le tableau suivant :

Nature des conduct. humides.	Répulsions.	Moyennes.
Sulfate d'alumine.....	84 . 85 . 87 . 87 . 91	86,8
Muriate sur-oxigéné de potasse.....	90 . 87 . 90	89
Muriate d'ammoniaque...	88 . 87	87,5
Eau.....	85 . 86 . 89 . 88	87

L'effet électrique de toutes ces piles sur le condensateur s'était donc augmenté. Rien cependant n'avait changé, excepté la perfection des communications entre elles et le condensateur. L'accroissement de charge qui en résulte nous montre ce qui doit arriver dans l'intérieur même de l'appareil, lorsqu'une cause quelconque y accélère ou y retarde la transmission de l'électricité. La charge de chaque pièce doit varier de même. Aussi suffit-il de presser la pile sur la base, ou de serrer les disques par la pression contre les conducteurs humides qui les séparent, pour augmenter très-sensiblement la quantité d'électricité communiquée au condensateur.

Dans ces expériences, je me bornais à faire communiquer le bouton du condensateur à la pile par un simple contact, en abaissant sa tige dans le vase de fer rempli de mercure, et la laissant relever aussitôt. Cela suffisait pour rendre les observa-

tions comparables ; car j'avais trouvé qu'une application prolongée pendant une minute ne changeait pas sensiblement la charge du plateau collecteur, pourvu qu'on l'enlevât toujours de la même manière. Pour essayer maintenant l'effet du temps et en avoir tout de suite une épreuve décisive, je formai une pile de vingt couples dans laquelle les rondelles humides étaient remplacées par des disques solides de nitrate de potasse fondu au feu et coulé dans des moules de même largeur que les élémens métalliques. Cette pile ne donnait ni commotions ni éclairs. Elle ne produisait point la décomposition de l'eau. Cependant elle communiquait de l'électricité au condensateur, et même elle se chargeait sensiblement autant qu'une pile d'un égal nombre de couples métalliques, montée avec une dissolution de sulfate d'alumine ou de muriate de soude ; mais il lui fallait pour cela beaucoup plus de temps. C'est ce que montre le tableau suivant, où j'ai rapporté les répulsions observées après différens contacts plus ou moins prolongés. Les temps sont exprimés en secondes décimales et les arcs en grades ; j'ai évalué les charges correspondantes du condensateur par le moyen de la formule

$$Z = c\sqrt{a \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a},$$

que nous avons démontrée plus haut ; et pour la commodité du calcul, j'ai supposé le coefficient constant c égal à l'unité

Temps des contacts.	Répulsions observées.	Intensités de l'électricité au sommet de la pile.
1″	31 gr.	1,3625
2	51	2,9019
3	60	3,7255
4	70	4,7343
5	75	5,2765
10	84	6,3207
25	86,5	6,6251
50	87,5	6,7495
75	88	6,8122
100	88	6,8122

Si l'on construit une courbe qui ait pour abscisses les temps des contacts, et pour ordonnées les répulsions observées, elle aura la forme représentée fig. 74. Les ordonnées sont d'abord nulles avec le temps; elles croissent ensuite rapidement à mesure que le temps augmente et elles approchent bientôt d'un maximum qu'elles atteignent dans l'infini. Ce maximum diffère peu de 88°; c'est justement la même répulsion que donnaient les piles du même nombre de couples montées avec des dissolutions salines.

En examinant l'accroissement des répulsions dans les premières secondes de temps, on voit qu'il est à très-peu de chose pres proportionnel à leur distance du maximum 88°. Cette propriété appartient à la courbe que les géomètres appellent la logarithmique; et la figure que les observations nous ont donnée lui convient également. D'après cette indication, supposons que les répulsions a et les temps t soient liés ensemble comme dans une logarithmique, c'est-à-dire par l'équation

$$\log (A - a) = \log A - \alpha t,$$

A et α étant deux constantes, et voyons s'il est possible de représenter ainsi les observations.

La constante A désigne le maximum de a; l'expérience nous le donne égal à 88°; car déjà, après un contact de 75″, les accroissemens des charges du condensateur sont à peine sensibles.

Ayant donc $A = 88$, mettons dans la formule les valeurs observées de a et de t; nous déterminerons ainsi l'autre constante α. On trouve ainsi :

$t = 1''$	$\alpha = 0{,}1886078$
$t = 2$	$\alpha = 0{,}1881405$
$t = 3$	$\alpha = 0{,}1657749$
$t = 4$	$\alpha = 0{,}1723025$
$t = 5$	$\alpha = 0{,}1661078$

Les observations plus éloignées ne seraient pas propres à déterminer α, parce que la moindre erreur sur la charge du condensateur altérerait beaucoup les valeurs de cette quantité. Prenons la moyenne des résultats précédens, nous aurons

$$\alpha = 0{,}1761867.$$

Nos deux constantes étant ainsi déterminées, nous pouvons calculer par notre formule toutes les répulsions d'après le temps des contacts, pour voir si elles sont conformes aux observations. Voici les résultats de ce calcul :

Temps des contacts.	Répulsions calculées.	Répulsions observées.	Excès du calcul.
1″	29,35	31	— 1,65
2	48,91	51	— 2,10
3	61,94	60	+ 1,94
4	70,63	70	+ 0,63
5	76,42	75	+ 1,42
10	86,47	84	+ 2,47
25	88,00	86,5	+ 1,50
50	88,00	87,5	+ 0,50
75	88,00	88,00	0,00
100	88,00	88,00	0,00

Les différences contenues dans la dernière colonne tombent dans les limites des erreurs dont on ne peut répondre dans ce genre d'expérience, surtout à cause des inégalités inévitables qui s'opèrent dans la charge du condensateur, par la seule manière plus ou moins parfaite dont on enlève son plateau. Nous pouvons donc regarder la loi que nous venons de trouver, sinon comme exactement rigoureuse, du moins comme extrêmement approchée des observations. En passant aux nombres, elle donne

$$\frac{A-a}{A} = 10^{-at}, \quad \text{et par conséquent} \quad a = A\,(1-10^{-at});$$

et, en substituant cette valeur dans la formule

$$Z = c\sqrt{a \sin \tfrac{1}{2} a \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a},$$

on en tirera la charge du condensateur pour une époque quelconque donnée.

Il importe surtout de chercher ce que devient cette charge dans un contact extrêmement court, et pour ainsi dire instantané. C'est là ce qui nous apprendra avec quelle rapidité l'élec-

tricité se rétablit au sommet de la pile, lorsqu'elle vient d'être déchargée ; et ce renouvellement est précisément la circonstance qui doit influer dans les décompositions chimiques. Car alors la communication étant constamment établie entre les deux pôles de la pile, par un corps qu'il faut supposer au moins imparfaitement conducteur, ces pôles ne reviennent jamais à leur maximum de charge électrique. Ils versent à chaque instant les incrémens d'électricité qu'ils acquièrent, et l'énergie de leur action dépend de la vitesse avec laquelle ils se rechargent; de sorte que deux piles montées avec différens conducteurs humides pourraient avoir le même maximum de charge électrique, quoique leur force, pour produire des décompositions chimiques, fût très-inégale. La loi des répulsions que nous venons de découvrir nous permet de résoudre le problème pour la pile à laquelle elle s'applique. En effet, si l'on suppose le temps très-petit, l'exponentielle $10^{-\alpha t}$ peut se développer en une série convergente, dont les premiers termes seront

$$1 - M\alpha t + \frac{M^2 \alpha^2 t^2}{1 \cdot 2} \ldots\ldots \text{etc.}$$

M étant le module des tables logarithmiques ou 2,302585. Si nous substituons cette série dans l'expression de a, elle devient

$$a = AM\alpha t - \frac{AM^2 \alpha^2 t^2}{1 \cdot 2} \ldots\ldots \text{etc.}$$

et puisque t est supposé très-petit, il suffira d'en conserver le premier terme. Dans ce cas aussi, les facteurs $\sin \frac{1}{2} a$, $\text{tang} \frac{1}{2} a$ qui entrent dans la valeur de Z, peuvent être supposés proportionnels à l'arc a, et par conséquent cette valeur se réduira à la forme $Z = c' a^{\frac{1}{2}}$,

c' étant une nouvelle constante égale à $\frac{1}{2} c \sqrt{\sin 1'' \text{ tang } 1''}$. Enfin, en y mettant pour a sa valeur $AM\alpha t$, elle deviendra

$$Z = c' (AM\alpha)^{\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{1}{2}}.$$

Cette expression nous apprend que, dans les contacts dont la durée est extrêmement petite, les quantités d'électricités acquises par le condensateur sont représentées par les ordonnées

d'une parabole cubique A B, fig. 75, dont les temps sont les abscisses, et dont le sommet est à l'origine des coordonnées. Or, dans une pareille courbe, non-seulement l'ordonnée est nulle quand le temps est nul, mais l'inclinaison initiale de la tangente sur l'axe est nulle aussi; de sorte qu'après un temps très-petit A P, la charge du condensateur est encore insensible. Il n'en serait pas ainsi dans une pile dont la conductibilité serait beaucoup plus considérable. Alors la courbe des Z s'élevant plus rapidement sur l'axe s'en éloignerait sans le toucher, et la quantité d'électricité donnée par cette pile, dans le temps initial et infiniment petit A P, serait infinie comparativement à celle de la première pile. Leurs actions chimiques seraient donc fort différentes, quoique leur maximum de charge électrique, dans le cas où l'on isole un de leurs pôles, pût encore être sensiblement égal.

Cette considération des vitesses initiales explique plusieurs anomalies apparentes que l'on avait cru apercevoir entre l'action chimique de l'appareil électromoteur et sa quantité d'électricité. Par exemple, lorsque l'on monte une pile dans laquelle les rondelles humides sont remplacées par une simple couche de colle de farine, comme l'a fait M. Hachette, on trouve que cette pile communique beaucoup d'électricité au condensateur, et qu'elle lui donne son maximum de charge par un contact sensiblement instantané. Cependant, on a beau multiplier le nombre des disques, on ne peut jamais en obtenir la commotion, ni la combustion des fils métalliques, ni la décomposition de l'eau, tandis qu'on produit facilement ces phénomènes avec des piles moins nombreuses, et dont l'effet sur le condensateur est moindre. C'est que la charge du condensateur n'est nullement la mesure des vitesses initiales avec lesquelles les piles se rechargent à chaque instant, quand la communication est établie entre leurs pôles; et sans doute, si on pouvait effectuer immédiatement la comparaison de ces vitesses, on trouverait que les piles plus conductrices l'emportent alors sur la pile à la colle, même quand le maximum de cette dernière est beaucoup plus élevé. Nous avons un exemple pareil dans les piles montées avec des ron-

delles de nitrate de potasse. Une de ces piles, qui serait formée de deux cents couples, atteindrait un maximum de charge beaucoup plus grand qu'une pile de vingt couples montée avec une dissolution de sulfate d'alumine. Cependant l'effet initial de cette petite pile serait infini par rapport à l'effet initial de l'autre; aussi opérerait-elle des actions chimiques que la grande pile, malgré son excès de charge, ne produirait pas.

On explique encore par les mêmes principes pourquoi, dans certaines, piles l'état électrique semble se soutenir beaucoup plus long-temps que l'action chimique. Par exemple, MM. Gay-Lussac et Thenard rapportent dans leur ouvrage qu'une pile de vingt couples, montée avec de l'acide nitrique faible, a donné pendant trois quarts d'heure la même charge au condensateur par un contact sensiblement instantané, quoique son action chimique pour décomposer l'eau n'ait durée que 20 minutes; c'est qu'il y a beaucoup de différence entre la durée d'un contact si rapide qu'on le suppose, et la continuité des décharges successives qui s'opèrent quand la communication est établie entre les deux pôles. Il est possible que l'oxidation et les décompositions chimiques, produites dans l'intérieur même de la pile par le contact de l'acide, y eussent affaibli considérablement la conductibilité et la transmission de l'électricité naissante, sans qu'il en résultât encore de différence appréciable dans le court intervalle de temps nécessaire pour charger le condensateur. Néanmoins une altération plus prolongée peut finir par rendre cette différence sensible, même dans les piles montées avec les liquides les plus conducteurs, et alors on doit trouver que la charge du condensateur augmente sensiblement avec la durée du contact.

D'après les observations de MM. Gay-Lussac et Thenard, les acides affaiblis, particulièrement l'acide nitrique étendu d'une grande quantité d'eau, paraissent être les liquides qui transmettent le mieux une électricité très-faible; du moins à en juger par les quantités de gaz qui s'y développent lorsqu'on les emploie pour établir la communication entre les deux pôles d'une pile donnée. Des mélanges d'acides et de dissolutions salines, par exemple, d'acide nitrique et de sulfate de soude,

possèdent aussi une grande conductibilité. Il faut donc faire usage de ces diverses substances pour les interposer entre les élémens métalliques, lorsqu'on veut donner à l'appareil électromoteur une grande puissance de décomposition. Néanmoins la conductibilité propre des liquides n'est pas la seule considération à laquelle il faille avoir égard ; car si l'on forme une dissolution de sulfate de soude assez saturée pour qu'elle soit meilleur conducteur que de l'acide nitrique très-faible, du moins à en juger par la quantité de gaz qu'elle donne dans la simple communication, elle n'aura plus cet avantage quand on l'emploiera pour remplir les auges de la pile. Celle-ci chargée avec l'acide sera plus énergique qu'avec le sel. Cette contradiction apparente vient, comme MM. Thenard et Gay-Lussac le remarquent, de ce que, dans l'exemple cité, ni le sel, ni l'acide ne se décomposent, quand on les emploie seulement pour établir la communication entre les deux pôles d'une pile, tandis qu'ils se décomposent dans les auges. Alors les divers produits auxquels ils donnent naissance peuvent influer inégalement sur la rapidité du courant électrique, soit par leur conductibilité propre ou par leur action électromotrice, ou enfin par l'électricité qu'ils peuvent développer directement dans les combinaisons qu'ils forment. L'examen de ces diverses circonstances fait l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE XVIII.

Examen des altérations qui s'opèrent dans l'Appareil électromoteur par sa réaction sur lui-même. Modifications qui en résultent dans son état électrique.

L'action chimique de la colonne électrique ne s'exerce pas seulement à l'extrémité des fils par lesquels on établit la communication entre ses deux pôles; elle a lieu de même entre ses élémens métalliques, le conducteur humide qui les sépare tenant lieu du liquide dans lequel on plonge les fils. De là résultent dans l'intérieur même de l'appareil des changemens considérables qui modifient son état électrique, soit en influant sur l'action électromotrice des élémens qui le composent, soit en y altérant la conductibilité.

Le premier effet de cette action, c'est une absorbtion rapide de l'oxigène de l'air qui environne l'appareil. On peut s'en assurer d'une manière très-simple, en plaçant une pile verticale sur un support entouré d'eau, et la recouvrant d'une cloche cylindrique de verre qui plonge aussi dans l'eau par sa base, fig. 76. En peu d'instans, on voit s'élever l'eau dans l'intérieur de la cloche, surtout si l'on établit la communication entre les deux pôles de la pile par des fils de métal, de manière à y déterminer la circulation de l'électricité. Quand il n'y a point de communication établie, l'absorbtion s'opère encore, mais avec beaucoup plus de lenteur. Dans tous les cas, après un temps plus ou moins long, selon le volume de la pile et la quantité d'air qui l'environne, l'absorbtion cesse et l'air resté sous la cloche ne présente plus de traces d'oxigène. Ce phénomène a été découvert par M. Frédéric Cuvier et moi, dans les premiers temps où l'appareil électromoteur fut connu en France. Aujourd'hui nous pouvons aller plus loin et en pénétrer la cause; elle réside sans doute dans l'affinité de l'oxigène pour

les surfaces électrisées vitreusement, comme le sont les élémens zinc de la pile; et, en effet, ce sont ces élémens qui se trouvent oxidés.

Pour développer l'influence de ce phénomène, nous cherchâmes à faire passer subitement la pile d'un milieu privé d'oxigène dans un autre qui contint une grande quantité de ce principe. Dans cette vue, nous essayâmes l'expérience suivante.

On dressa la pile sur la cuve pneumato-chimique dans un vase de verre cylindrique et étroit A A, fig. 77; on recouvrit le tout avec une cloche beaucoup plus grande et d'une capacité connue. Les fils de fer F F qui servaient de conducteurs étaient passés, comme dans l'expérience précédente, dans des tubes de verre T T remplis de mercure, et on établissait la communication en V R hors de l'appareil. Un de ces tubes descendait en C jusqu'au fond du vase qui contenait la pile, afin d'y porter le conducteur inférieur. Ces dispositions faites, on éleva l'eau par la succion sous la grande cloche et autour du vase jusqu'à une hauteur déterminée; le volume de l'air qu'on y laissa était à peu près égal à la dixième partie de celui qu'elle pouvait contenir.

On s'assura de l'action de la pile, en appliquant aux extrémités libres des fils conducteurs le petit appareil B B, fig. 78, disposé pour la décomposition de l'eau. On observa le dégagement des bulles; puis remettant les fils en contact, on laissa la libre circulation de l'électricité s'opère sans interruption pendant dix-sept heures.

Après ce temps, on jugea par l'absorbtion que la petite quantité d'air laissée sous la cloche devait avoir perdu son oxigène. La pile ne donnait que des effets très-peu sensibles : elle ne faisait plus éprouver de commotions; elle ne communiquait à la langue placée sur les conducteurs, qu'une saveur très-légère; elle n'excitait plus le dégagement des bulles dans le petit appareil, quoiqu'on eût pris soin de le renouveler, de peur qu'il n'eût perdu sa sensibilité par suite de l'emploi qu'on en avait fait dans les expériences précédentes. Enfin, on croyait l'action de la pile absolument éteinte.

Sans rien changer à ces dispositions, sans toucher à l'appareil, on introduisit une très-petite quantité de gaz oxigène sous la cloche où la pile était renfermée.

A l'instant, le dégagement des bulles qui n'avait pas encore eu lieu, commença à se manifester. Il s'augmenta par l'addition de nouveau gaz, et quand on en eut introduit une quantité assez considérable, il devint presqu'aussi fort que dans le commencement de l'action de la pile. La saveur brûlante se fit sentir de nouveau sur la langue d'une manière insupportable, et l'on éprouva très-sensiblement la commotion.

La quantité de gaz oxigène introduite sous la cloche était au moins quadruple de l'azote qui y était resté. Nous avions, par ce moyen, l'avantage de transporter subitement la pile dans des atmosphères très-différentes.

On laissa l'action se continuer encore pendant vingt-quatre heures : le niveau intérieur de l'eau qui, après l'introduction de l'oxigène, était de deux centimètres plus bas que le niveau extérieur, remonta au-dessus de la même quantité; et en calculant approximativement le volume du gaz oxigène absorbé, on trouva qu'il était au moins égal à 1 $\frac{1}{2}$ décimètres cubes.

Il résulte de cette expérience, que l'*oxigène enlevé par la pile à l'air atmosphérique qui l'environne, contribue à augmenter son action*. Il restait encore à examiner si cette absorption lui est absolument nécessaire pour que son action se développe. C'est l'objet d'une dernière expérience.

Nous avons établi entre trois montans de verre une pile de quarante disques de zinc et d'autant de cuivre. Nous y avons adapté un tres-petit appareil propre au dégagement des bulles; il était formé par un tube assez fin, hermétiquement fermé à ses deux extrémités : on plaça le tout sous le récipient d'une machine pneumatique. L'action de la pile observée dans l'air libre était très-forte, et les bulles se succédaient avec rapidité.

On fit le vide aussi bien qu'il était possible, et en observant attentivement le petit appareil, on remarqua que l'action était très-loin d'être entièrement éteinte; les bulles se succédaient avec une telle continuité, qu'il était impossible de

l'attribuer à l'action de la pile sur la très-petite quantité d'air qui pouvait rester encore sous le récipient.

Nous avons répété cette expérience d'une manière encore plus simple, en employant un récipient percé par le haut pour laisser passer une verge de cuivre; la pile étant posée sous ce récipient, on la fait communiquer d'une part avec la verge de cuivre, et de l'autre avec le corps même de la machine. On fit le vide jusqu'à ce que le mercure fût descendu dans l'éprouvette à 7 millim. (3 lig.) au-dessus de zéro. Sans doute cette pression suffisait encore pour empêcher la décharge spontanée de la pile. On continua d'éprouver très-fortement la commotion ; le dégagement des bulles dans un vase plein d'eau communiquant avec l'appareil, s'opéra comme à l'ordinaire.

Cette expérience montre que l'appareil électromoteur a une action propre indépendante de la présence de l'oxigène ; résultat conforme à ce qu'établissaient les expériences fondamentales de Volta sur le contact des métaux isolés ; mais alors il nous restera à examiner comment le contact de l'oxigène peut augmenter ces effets.

Lorsque l'on démonte les piles qui ont été ainsi tenues en action pendant plusieurs heures ou même pendant plusieurs jours, sous une cloche qui empêche le renouvellement de l'air atmosphérique, avec une communication constamment établie entre leurs pôles, on trouve que les disques métalliques qui les composent adhèrent entre eux et aux rondelles de drap intermédiaires avec une si grande force qu'il est très-difficile de les séparer. Quand on y est parvenu, on voit que l'action chimique de la pile a réagi sur elle-même, et produit des altérations remarquables sur ses propres élémens. Si la pile a été montée de cette manière, zinc, humide, cuivre, zinc.... etc., fig. 79, et qu'on l'ait posée sur sa base zinc, on voit constamment que des molécules du zinc inférieur s'en sont détachées et se sont portées sur le cuivre supérieur, tandis que des molécules du cuivre se sont portées sur le zinc supérieur, et ainsi de suite du bas en haut de la colonne. Si la situation de la pile est inverse cuivre, humide, zinc, cuivre,...etc., fig. 80, le cuivre descend

sur le zinc inférieur, le zinc sur le cuivre du haut en bas de la colonne. La direction du *transport* est inverse par rapport à la verticale; mais elle reste la même relativement à l'ordre des élémens dont l'appareil est composé.

D'après cette disposition, le zinc est obligé, pour se porter sur le cuivre, de traverser le morceau de drap humide qui les sépare. Dans les piles où la communication n'a point été établie, cette transmission n'a point lieu. La surface du cuivre est lisse, et celle du zinc qui lui est opposée est couverte de petits filets noirs qui suivent la direction des fils du drap. Lorsque la communication est établie depuis un peu de temps, quelques particules d'oxide commencent à passer, et se portent sur le cuivre; enfin, si l'action est forte, la surface de ce dernier finit par en être recouverte entièrement. Alors l'action chimique et physiologique de la pile cesse, soit que l'oxide de zinc déposé sur le cuivre exerce sur lui une action électromotrice qui balance celle du zinc métallique qui le touche par son autre face, soit que l'interposition de cette couche d'oxide offre un trop grand obstacle à la transmission de l'électricité, soit enfin, ce qui est le plus probable, que les deux effets se produisent à la fois.

Quelquefois l'oxide de zinc, après avoir traversé le morceau de drap, se revivifie sur le cuivre à l'état métallique. Alors l'élément sur lequel cette précipitation s'opère perd toute sa force électromotrice, puisque le cuivre s'y trouve en contact entre deux zincs.

Le mouvement de transport étant dirigé du zinc au cuivre à travers les conducteurs humides, lorsque le cuivre se porte sur le zinc, c'est toujours par les faces où ils se touchent immédiatement. Alors si le cuivre adhère au zinc, il garde son brillant métallique; quelquefois il se forme du laiton. Ces revivifications n'ont pas lieu quand la communication n'est pas établie entre les extrémités de la pile. Il faut encore, pour qu'elles puissent s'opérer, que les disques de drap ne soient pas trop épais, ni d'un tissu trop serré.

Ce sont là, je crois, les premiers phénomènes de transport qui aient été observés avec l'appareil électromoteur. Nous les avons

annoncés, M. F. Cuvier et moi, dans le travail dont j'ai parlé plus haut. Ils sont surtout sensibles dans les piles composées de plaques d'un très-petit diamètre. La réaction de ces piles sur elles-mêmes est incomparablement plus forte et plus prompte que celle des piles à larges disques.

Tous ces changemens intérieurs étant bien constatés, il faut examiner quelle influence ils peuvent avoir sur l'état électrique, et, par suite, sur la permanence chimique de l'appareil électromoteur.

Commençons par l'absorption de l'oxigène, au moyen de laquelle l'énergie chimique de la pile est augmentée. Il est clair que cet accroissement n'aurait pas lieu, si la conductibilité était parfaite; car alors chaque élément métallique de la pile tirerait instantanément du sol, par transmission directe, la quantité d'électricité qui lui est nécessaire, selon le rang qu'il occupe. Mais les expériences contenues dans le précédent chapitre nous ont appris que ce cas est tout-à-fait idéal; et quoiqu'il ait été utile de le considérer d'abord pour concevoir nettement l'accroissement de l'électricité par la superposition des couples métalliques, il faut nécessairement modifier ces abstractions par la circonstance d'une conductibilité imparfaite, pour avoir une idée complète de la pile, telle qu'on peut la former réellement.

Selon les idées de Volta, l'oxigène ne pourrait agir qu'en établissant une communication plus intime entre les élémens métalliques de la pile, en les serrant pour ainsi dire par l'oxidation les uns contre les autres, et contre les rondelles imparfaitement conductrices qui les séparent. Il est en effet vraisemblable que cette adhérence contribue à augmenter la conductibilité, surtout dans les commencemens de l'action. Mais lorsqu'elle est devenue assez forte pour que la pile tout entière ne forme plus pour ainsi dire qu'une masse solide, lorsque les rondelles humides interposées entre les disques se sont desséchées, que tout l'oxigène qui l'environnait a été absorbé, et que l'action chimique semble tout-à-fait éteinte, quel nouveau degré d'adhérence peut subitement produire l'introduction

d'une nouvelle quantité d'oxigène? Ne semble-t-il pas plutôt que cet oxigène ranime la pile en s'insinuant entre les rondelles, et portant à chaque disque de zinc avec lequel il se combine, la quantité d'électricité dont ce disque a besoin pour se recharger autant que l'exige le rang qu'il occupe? Alors l'état électrique des disques redevient le même que s'ils eussent tiré leur électricité du sol, et ils réparent leurs pertes avec la même rapidité. L'action chimique de la pile recommence donc aussi à s'exercer, comme elle le faisait avant le dessèchement des conducteurs humides.

Mais si c'est l'oxigène qui rend l'électricité au zinc, où prend-il cette électricité? Se dégage-t-elle dans sa combinaison avec le zinc, et, en général, les phénomènes chimiques qui se passent dans l'intérieur de la pile, développent-ils l'électricité dont elle a besoin? Pour le savoir, j'ai fait l'expérience suivante: je montai une pile de 20 couples entre lesquels j'interposai des rondelles de drap imprégnées d'une dissolution de sulfate d'alumine. Je l'isolai sur un gâteau de résine, et, pour m'assurer de son action, j'appliquai le condensateur à son sommet par un simple contact, en touchant sa base pour lui laisser aspirer l'électricité du sol: j'obtins pour répulsion 90°. Je répétai ensuite la même expérience sans toucher la base; je n'obtins pas de répulsion appréciable. Ainsi l'isolement était parfait.

Ces circonstances bien constatées, j'établis la communication entre les deux pôles, au moyen d'un fil de cuivre qui partait de la base de la colonne, et plongeait par son autre extrémité dans le vase de fer rempli de mercure posé sur son sommet. Alors, soit qu'on établit ou non la communication de la pile au sol, le condensateur n'acquérait point d'électricité. Ainsi la communication était bien établie par ce fil de cuivre entre les deux pôles de la colonne isolée, et par conséquent la circulation de l'électricité dans l'intérieur de l'appareil se faisait comme s'il n'y avait pas eu d'isolement.

On a laissé la communication ainsi établie pendant deux minutes. Alors on l'a détruite en détachant le fil de cuivre à

l'aide d'un tube de verre verni. On a appliqué le condensateur; il n'a point acquis d'électricité sensible.

En touchant de nouveau la base de la pile, on eut comme précédemment pour répulsion 90^{sr}. Cette expérience répétée plusieurs fois, a constamment présenté les mêmes résultats. Voici maintenant les conséquences qui me paraissent s'en déduire.

En isolant l'appareil sans établir de communication entre ses pôles, chaque couple métallique conserve l'excès d'électricité libre qu'il avait en vertu de l'équilibre. Mais comme la communication n'est pas établie avec le sol, cet excès ne peut se réparer lorsqu'il diminue; et comme il est d'ailleurs très-faible, puisque la pile n'est composée que de 20 couples, son accumulation ne peut amener dans le condensateur que très-peu d'électricité.

Maintenant supposons que l'absorption de l'oxigène, ou en général l'action chimique exercée sur les disques métalliques, quand la communication est établie entre les pôles, produise une addition d'électricité sensible, comme ferait la communication avec le sol. En isolant la pile pendant quelque temps, et lui appliquant le condensateur, on devra recueillir cette électricité qui deviendra superflue pour l'équilibre. Or, on trouve qu'elle est tout-à-fait insensible, même après plusieurs minutes de contact. Ce n'est donc pas à l'action chimique qu'il faut attribuer toute l'électricité dont le condensateur se charge instantanément, quand la base de la pile communique avec le sol.

Mais allons plus loin, et calculons la limite de cette influence. J'ai répété plusieurs fois l'expérience, et l'on m'accordera sans peine que j'aurais pu observer à la balance un écart de 5^{sr}, quantité déjà trop forte pour échapper aux observations. Or, dans ce cas, le disque mobile s'électrisant aux dépens de la boule fixe, les intensités d'électricité qui répondent aux répulsions 5^{sr} et 90^{sr} sont entre elles dans le rapport des nombres 1 et 81,77. Ainsi, puisque la partie de la répulsion due à l'action chimique seule exercée pendant deux minutes était au-dessous de 5°, son effet était moindre que la quatre-vingtième partie de l'effet total, et pendant $\frac{1}{2}$ seconde, qui est le temps d'un seul contact, il n'en

était pas même la vingt millième partie. L'influence de cette action sur la charge du condensateur est donc tout-à-fait insensible.

J'ai choisi à dessein une pile composée seulement de 20 couples, afin que sa charge électrique fût très-petite, et pût être insensible au condensateur dans l'état d'isolement. D'un autre côté, ce petit nombre d'élémens rendait l'action chimique très-peu étendue, et par conséquent présentait des circonstances éminemment favorables pour observer combien peu elle est nécessaire à l'effet total. Une pile composée d'un très-grand nombre de disques n'eût pas offert les mêmes avantages, parce que sa charge électrique aurait pu devenir assez considérable pour être manifestée par le condensateur même dans le cas d'isolement, ce qui aurait affecté tous les résultats.

D'ailleurs je ne nie pas qu'en multipliant indéfiniment le nombre des disques superposés, on ne puisse, à la rigueur, finir par rendre sensible dans la pile isolée l'effet de l'électricité due à une forte oxidation. Mais on voit par mes expériences, que cette électricité n'influera jamais que pour une quantité très-petite et presque nulle, sur la charge du condensateur dans la pile non isolée, puisque l'électricité due au contact des métaux croîtra en même temps suivant une loi beaucoup plus rapide. Ce résultat est tout a fait d'accord avec ce que nous avons reconnu plus haut relativement au peu d'influence qu'exerçait l'étendue de l'oxidation sur la charge du condensateur.

Puisque l'oxigène de l'air n'apporte point à la pile d'électricité étrangère à celle qu'elle possède, et que cependant il augmente considérablement son action, il faut qu'il serve lui-même de conducteur entre les élémens métalliques qui la composent, et voici comment on peut concevoir cette communication.

Imaginons une pile montée de cette manière, cuivre, zinc, humide. . . . , et communiquant au sol par sa base cuivre. Dans l'état d'équilibre, toutes les pièces de cette pile auront un excès d'électricité vitrée dépendant du rang qu'elles occupent. Si l'on touche la pièce supérieure, l'excès qu'elle possède s'écoulera dans le sol, et elle tendra à le reprendre aux pièces inférieures à travers les conducteurs humides. Mais ces conducteurs n'étant

pas parfaits, il faudra pour cela un certain temps; et si l'on réitère la décharge avant que la communication ait pu se faire, la pièce supérieure z_n prendra de l'électricité vitrée à la pièce de cuivre c_n qu'elle touche immédiatement; de sorte que celle-ci acquerra un excès d'électricité résineuse, et la même chose arrivera plus ou moins à tous les couples métalliques qui composent la pile.

Cela posé, introduisons autour des disques une atmosphère d'oxigène. Cet oxigène se trouvera attiré par toutes les pièces de zinc qui sont à l'état vitré; il se combinera donc avec leur substance en vertu de l'affinité qu'il a pour elle, et de l'influence électrique qui l'y détermine. Mais l'oxide de zinc qui en résultera sera à son tour attiré vers la surface de la pièce de cuivre supérieure, que l'imperfection des conducteurs laisse à l'état résineux. Il portera donc à cette pièce l'électricité vitrée du zinc métallique qu'il abandonne, et ce mouvement de transport continué du bas en haut de la pile, rétablira la transmission de l'électricité. La même chose arriverait encore dans une pile qui communiquerait au sol par son sommet zinc, parce que l'état imparfait des conducteurs permettra de même aux élémens métalliques de se mettre dans des états opposés.

Cette explication, qui est due à M. Davy, s'applique également à toutes les autres décompositions chimiques qui s'opèrent dans l'intérieur de la pile. Les produits qui en résultent, attirés vers les surfaces diversement électrisées, transportent avec eux l'électricité de ces surfaces, et produisent directement le même résultat qui naîtrait d'une parfaite conductibilité.

On doit donc s'attendre que toutes les modifications qui surviennent dans l'état chimique des conducteurs humides, influeront sur l'action de la pile, et même sur la quantité d'électricité qu'elle communiquera au condensateur par un simple contact. De là les différences que présentent les mêmes piles à des époques diverses de leur action.

Par exemple, j'ai monté deux piles de 20 couples, l'une avec une dissolution de potasse, l'autre avec une dissolution de sulfate de fer; et, en leur appliquant le condensateur dans le

premier moment de leur action, j'ai trouvé pour un simple contact :

avec la potasse..... $60^{sr}\frac{1}{2}$
avec le sulfate de fer.... $82\frac{1}{2}$;

ce qui répond à des intensités d'électricités exprimées par les nombres 1 ; 1,55.

Mais bientôt, en poursuivant les expériences sur ces deux appareils, le rapport de leurs actions changea, et l'on trouva pour répulsions moyennes :

avec la potasse..... 67^{sr}
avec le sulfate de fer..... 75 ;

en sorte que l'une avait augmenté, et l'autre diminué. Ces répulsions répondent à des intensités d'électricité exprimées par les nombres 1 ; 1,18,

résultats bien différens des premiers. Le sulfate de fer avait produit une oxidation très-vive, qui avait rapidement recouvert la surface du zinc et affaibli la conductibilité.

En comparant de même l'eau pure avec la colle d'amidon, dans deux piles de 20 couples qui venaient d'être montées, j'ai trouvé pour répulsions moyennes :

avec la colle..... $56^{sr},4$
avec l'eau pure..... 75, 4 ;

ce qui répond à des intensités d'électricité exprimées par les nombres 1 ; 1,55.

Huit jours après, la pile qui avait été mouillée avec de l'eau pure était tout-à-fait insensible. Celle qui était montée avec de la colle donnait pour répulsion..... 40^{sr}.

Cette pile présentait dans ses effets des variations correspondantes avec l'état hygrométrique de l'air. Il en est de même de toutes celles où l'on emploie pour conducteurs des substances qui attirent fortement l'humidité. Toutes ces piles perdent leur énergie dans des lieux secs, et la reprennent dans des lieux humides, selon que leur faculté conductrice est affaiblie ou augmentée par la quantité d'eau qu'elles peuvent absorber.

En général, l'oxidation opérée dans l'intérieur des piles, aug-

mente d'abord leur énergie par le transport direct d'électricité qui en résulte ; mais en même temps elle devient nuisible par la couche d'oxide non conducteur qu'elle dépose sur les surfaces des disques, ce qui amène enfin la cessation de toute action, et d'autant plus promptement, que l'énergie de la pile a d'abord été plus puissante.

Les expériences précédentes montrent comment les décompositions chimiques opérées dans l'intérieur de la pile peuvent contribuer à entretenir son action. Mais on y reconnait toujours que le principe d'excitation réside dans le seul contact des métaux hétérogènes, et dans le développement d'électricité qui en résulte, conformément aux expériences fondamentales de Volta, que nous avons rapportées plus haut. La liaison de ces deux circonstances, l'oxidation et l'état électrique, a fait penser à quelques physiciens très-distingués, que la seconde était un effet de la première ; et l'accroissement d'action que les décompositions chimiques produisent, leur ont fourni des argumens très-précieux en faveur de cette opinion. Mais il me semble que les expériences de Volta sur le développement d'électricité qui s'opère dans le contact des métaux isolés, ne peuvent laisser aucun doute sur le principe ; et d'autant moins, qu'en y joignant le phénomène du transport, il n'y a rien dans les expériences qui ne s'explique parfaitement par des différences de conductibilité. Si les décompositions chimiques faisaient autre chose que l'office de conducteurs, si elles donnaient de l'électricité aux disques, on devrait y retrouver cette électricité en isolant la pile, et tenant la communication établie pendant quelque temps entre ses deux pôles ; ce que l'expérience ne confirme point. Enfin, si l'affinité chimique était le principe de l'action, elle devrait s'exercer de même, soit que la communication fût ou ne fût pas établie entre les deux pôles de la pile, puisque cette circonstance n'a d'influence que sur la circulation de l'électricité. Or, au contraire, les décompositions ne se manifestent énergiquement que dans les piles où cette communication est établie ; et quand elle ne l'est pas, si l'on n'a employé que de simples dissolutions salines incapables d'attaquer

rapidement le métal par elles-mêmes, on trouve qu'il ne s'est pas opéré du tout d'oxidation, ou seulement une oxidation partielle extrêmement faible, telle que la peut comporter la communication imparfaite qui s'établit entre les deux pôles de la pile par le seul contact des molécules d'air qui enlèvent lentement l'électricité développée à son sommet.

D'après ces variations continuelles qu'éprouve l'appareil électromoteur pendant que son action s'exerce, on conçoit qu'il est impossible de fixer l'intensité d'électricité que doit donner une pile composée d'un nombre de couples déterminé; et l'on ne peut se proposer cette comparaison que pour le seul cas idéal d'une conductibilité parfaite. Mais on peut en général chercher dans une pile quelconque, suivant quelle loi l'électricité croît avec le nombre des pièces métalliques. MM. Gay-Lussac et Thenard ont cherché à évaluer cet accroissement pour l'électricité naissante, en comparant les volumes de gaz développés dans un même liquide par l'action de diverses piles égales en tout, excepté dans le nombre des couples; et ils ont trouvé que ces volumes étaient proportionnels à la racine cubique du nombre des plaques superposées. Quand les grandeurs des plaques sont inégales, l'effet, à égalité du nombre, est proportionnel à leur surface. Il serait intéressant de chercher si les charges totales communiquées au condensateur suivraient aussi cette même loi, du moins pour le nombre des plaques; car, quant à l'étendue de leur surface, elle n'a aucune influence sur ce phénomène, comme la théorie l'indique, et comme l'expérience nous l'a démontré plus haut.

L'affaiblissement progressif et inévitable des appareils électromoteurs montés avec des conducteurs humides, a fait faire aux physiciens une infinité de tentatives pour découvrir une construction de pile qui n'employât que des conducteurs parfaitement secs. Jusqu'ici leurs efforts ont été vains; ou du moins les piles ainsi construites n'ont pas possédé une conductibilité assez grande pour produire les décompositions chimiques, objet principal pour lequel on peut désirer un appareil permanent.

A cet égard, Volta a découvert entre les substances métalliques une relation très-remarquable, qui rend impossible la construction d'une pile avec ces seules substances. Je vais l'exposer d'après lui; mais je n'ai pas eu l'occasion de la constater.

Si l'on range les métaux dans l'ordre suivant, argent, cuivre, fer, étain, plomb, zinc, chacun d'eux deviendra vitré par le contact avec celui qui le précède, et résineux avec celui qui le suit. L'électricité vitrée passera donc de l'argent au cuivre, du cuivre au fer, du fer à l'étain, et ainsi de suite.

Maintenant la propriété dont il s'agit consiste en ce que la force électromotrice de l'argent au zinc est égale à la somme des forces électromotrices des métaux qui sont compris entre eux dans la série : d'où il suit qu'en les mettant en contact dans cet ordre ou dans tel autre que l'on voudra choisir, les métaux extrêmes seront toujours dans le même état que s'ils se touchaient immédiatement. Par conséquent, si l'on suppose un nombre quelconque d'élémens ainsi disposés, dont les extrémités seraient, par exemple, argent et zinc, on aurait le même résultat que si ces élémens étaient seulement formés de ces deux métaux; c'est-à-dire qu'il n'y aura pas d'effet, ou qu'il sera le même que celui qu'aurait produit un seul élément.

Il parait jusqu'à présent que la propriété précédente s'étend à tous les corps solides qui sont de très-bons conducteurs; mais elle ne subsiste pas entre eux et les liquides. C'est pour cela que l'on réussit à la construction de la pile par l'intermède de ces derniers. De là résulte la division que fait Volta des conducteurs en deux classes : la première comprenant les corps solides; la seconde, les liquides. On n'a pu construire encore l'appareil à colonne que par un mélange convenable de ces deux classes; il devient impossible avec la première seulement, et l'on ne connait pas encore assez exactement l'action mutuelle des corps qui composent la seconde, pour prononcer s'il en est de même à leur égard.

M. Zamboni a imaginé depuis deux ans une nouvelle espèce de pile dont l'action, à la vérité très-faible, parait se conserver

sans diminution sensible pendant des années entières. Les éléments de ces piles sont composés de disques de papier doré ou argenté sur une de leurs surfaces. On étend sur le métal une légère couche d'huile d'olives, et, après l'avoir bien essuyée avec un linge fin, on tamise dessus une couche d'oxide noir de manganèse en poudre. Ou bien encore, on humecte la surface métallique du papier avec une solution saturée de sulfate de zinc; et lorsqu'elle s'est sensiblement desséchée d'elle-même, on répand dessus l'oxide de manganèse pulvérisé. On met plusieurs doubles de ces papiers les uns sur les autres, et on les coupe tous à la fois au moyen d'un emporte-pièce circulaire. De cette manière, on taille d'un seul coup autant de disques qu'il y a de papiers superposés. Ces disques, à mesure qu'ils sont coupés, se refoulent les uns sur les autres dans un tube ou moule cylindrique de même diamètre, dont les parois sont fendues dans le sens de leur longueur. Après qu'on en a ainsi introduit le nombre que l'on veut employer, on les presse les uns sur les autres par une vis de pression, pour rendre leur contact plus intime, et on achève de fixer la colonne qui en résulte en la serrant par plusieurs doubles de fils de soie qui vont de son sommet à sa base. Le premier et le dernier disque doivent être entièrement métalliques, afin de rendre plus parfaites les communications qu'on veut établir entre les deux pôles. Cela fait, on étend sur les parois de la colonne une couche de soufre fondu qui la préserve de l'humidité et du contact de l'air; ou ce qui vaut mieux encore, on l'isole au centre d'un cylindre de verre dont elle ne touche point les parois, et que l'on ferme hermétiquement. Alors l'essentiel de l'appareil est terminé. Ordinairement on place ces piles dans une colonne verticale de bois ou de verre, et on les termine par une boule de cuivre sur laquelle on recueille l'électricité qu'elles développent.

Cette électricité devient sensible, lorsqu'en tenant d'une main la base d'une pareille pile, on fait toucher son sommet au bouton de l'électroscope à pailles, ou à feuilles d'or. Un assemblage de deux mille disques produit dans ces électroscopes une divergence fort sensible. Comme cette action ne paraît pas

s'affaiblir notablement avec le temps, on en a profité pour construire une sorte de mouvement perpétuel dont l'électricité est le moteur. Pour cela, on place à côté l'une de l'autre deux piles égales, posées par des pôles contraires sur un même support conducteur, et entre lesquelles une longue aiguille isolée peut osciller sur une suspension extrêmement mobile, fig. 81. Cette aiguille étant approchée du sommet d'une des piles, s'y électrise et est repoussée vers le sommet de l'autre, où elle prend une électricité contraire. Elle revient donc à la première pile, puis retourne à la seconde, et ainsi de suite indéfiniment. C'est à ce jeu alternatif que se bornent les effets de ces piles. Quel que soit le nombre des élémens qui les composent, leur action chimique est nulle. Leurs pôles extrêmes, appliqués sur la langue, ne font pas sentir la plus légère saveur; c'est assez dire qu'elles ne produisent ni la combustion des fils métalliques, ni la décomposition de l'eau; et l'on devait s'y attendre, d'après l'imperfection des conducteurs dont elles sont composées. Telle est la résistance qui en résulte, qu'en accumulant cinquante mille de ces disques, l'effet électrique n'est guère plus sensible qu'avec deux mille; parce que le maximum de force répulsive que comporterait un si grand nombre de disques ne s'établit jamais.

CHAPITRE XIX.

Des Piles secondaires.

Tandis que l'on épuisait toutes les combinaisons pour former un appareil électromoteur uniquement composé de substances sèches, et par conséquent inaltérable, Ritter en découvrait un qui, sans pouvoir développer d'électricité par son action propre, est cependant susceptible d'être chargé par la pile voltaïque, de manière à en acquérir passagèrement toutes les propriétés. C'est ce que l'on nomme les piles secondaires de Ritter.

Pour s'en former une idée juste et précise, il faut connaître une observation faite antérieurement par M. Ermann de Berlin, sur l'imparfaite conductibilité des substances végétales imbibées d'eau.

Si l'on isole une colonne électrique, dont le pôle supérieur soit vitré, et le pôle inférieur résineux, que l'on fasse communiquer ces deux pôles par un conducteur imparfait, comme serait par exemple, pour ces petites quantités d'électricité, une bande de papier mouillée d'eau pure, chaque moitié de cette bande prendra l'électricité du pôle avec lequel elle communique. La partie supérieure sera vitrée, et l'inférieure résineuse. Ce phénomène est une conséquence évidente des lois que suit l'électricité, lorsqu'elle se distribue sur des corps qui la transmettent imparfaitement.

Concevons maintenant que l'on enlève ce conducteur imparfait avec un corps isolant, comme une baguette de verre; l'équilibre ne se rétablira pas instantanément entre ses deux extrémités, et elles resteront pendant quelque temps vitrées et résineuses, comme lorsqu'elles communiquaient aux deux pôles de la pile.

Ces différences diminueront peu à peu, à mesure que les

électricités contraires se recomposeront, et bientôt leurs actions neutralisées deviendront tout-à-fait insensibles.

C'est à cela précisément que se rapporte l'expérience fondamentale de M. Ritter. Seulement il remplace le ruban humide par une colonne composée de disques de cuivre et de cartons humides entremêlés. Cette colonne est incapable par elle-même de mettre l'électricité en mouvement, du moins si l'on suppose ses élémens de chaque espèce homogènes entre eux; mais elle se charge par la communication avec la pile, comme la bande de papier humide dont nous avons parlé. Voici toutefois une différence essentielle dans les deux résultats. Il paraît que l'électricité, lorsqu'elle est faible, éprouve quelque difficulté à passer d'une surface à une autre. Cela semble du moins résulter des expériences de M. Ritter, et peut-être cette résistance est-elle produite par la couche imperceptible d'air non conducteur qui adhère aux surfaces de tous les corps. L'électricité introduite dans la colonne à un seul métal, éprouve donc une difficulté pareille à passer du métal au carton humide; et cet obstacle s'accroît à mesure que les alternatives sont plus nombreuses. Ainsi cette pile, une fois chargée, doit perdre son électricité très-lentement, lorsqu'il n'y a pas de communication directe entre ses deux pôles. Mais si l'on établit cette communication par un bon conducteur, l'écoulement des deux électricités et leur combinaison s'y faisant avec vitesse, déterminera une décharge qui s'opérera comme dans la bouteille de Leyde, par une commotion instantanée. A cet effet succédera un nouvel état d'équilibre, dans lequel les forces répulsives des différentes plaques seront diminuées en raison de la quantité d'électricité qui s'est neutralisée instantanément. Les décharges doivent donc se répéter en s'affaiblissant à mesure que l'on réitère les contacts; mais elles cessent bientôt d'être sensibles par une suite même de l'égalité de charge qu'elles tendent à rétablir entre toutes les parties de l'appareil. En un mot, le jeu de cette colonne tient à ce qu'elle devient successivement plus ou moins bon conducteur, selon que ses deux extrémités communiquent ou ne communiquent pas entre elles.

Quant à la manière dont l'électricité doit s'y disposer, elle

doit être telle que la force répulsive de l'électricité à la surface de chaque plaque combinée avec la résistance des surfaces voisines, fasse équilibre aux actions réunies de toutes les autres. Par conséquent, si l'on suppose le nombre des élémens impairs et tout l'appareil isolé, les quantités d'électricité iront en diminuant depuis les deux extrémités où elles seront égales et de signe contraire, comme dans la pile primitive, jusqu'au centre où elles seront nulles; mais si l'appareil communique avec le sol par sa base, l'électricité ira en croissant dans toute l'étendue de la colonne, depuis cette base où elle sera nulle jusqu'au sommet où elle sera égale à celle de la pile primitive.

L'appareil que nous venons de décrire reproduit avec une moindre intensité les commotions, les décompositions de l'eau et les autres effets physiologiques ou chimiques que l'on obtient de la pile ordinaire. En y variant les nombres et l'ordre des disques de cartons et de cuivre, M. Ritter a obtenu plusieurs résultats intéressans. Ainsi il a observé que de toutes les manières dont on peut disposer un certain nombre de conducteurs hétérogènes, l'arrangement où il y a le moins d'alternatives est le plus favorable à la transmission de l'électricité. Par exemple, si l'on construit une pile avec soixante-quatre disques de cuivre et soixante-quatre disques de cartons mouillés, disposés en trois masses, de sorte que tous les cartons fassent un assemblage continu, terminé de part et d'autre par trente-deux plaques métalliques, cette pile conduira très-bien l'électricité de la colonne de Volta, et se chargera par conséquent très-peu ou point du tout d'une manière permanente. Si l'on interrompt les conducteurs humides par une plaque de cuivre, la faculté conductrice diminue déjà. Des interruptions plus fréquentes l'affaiblissent encore davantage; et en multipliant ainsi les interruptions, l'on parvient à des systèmes dans lesquels la conductibilité est à peine sensible. Ce sont ces phénomènes qui ont fait connaître à M. Ritter la résistance qu'éprouve une faible électricité pour passer d'une surface à une autre, résistance qui n'a d'effet que dans cet état de faiblesse; car, par une propriété singulière, une électricité assez forte pour la vaincre s'ouvre tout-à-fait un libre passage et s'écoule entièrement.

On vient de voir qu'en changeant la distribution des élémens dans une pile secondaire, on peut changer à volonté sa faculté conductrice. Il était naturel de penser que ces modifications influeraient diversement sur les effets chimiques et physiologiques. Pour en suivre l'effet progressif, M. Ritter a varié l'arrangement d'un nombre donné de conducteurs humides et solides, depuis la séparation en deux groupes jusqu'aux alternatives les plus nombreuses. Voici les résultats qu'il a obtenus.

Un très-petit nombre d'alternatives se laisse facilement traverser par le courant électrique de la pile primitive, supposée suffisamment forte. L'appareil ne se charge donc point d'une manière permanente ; les effets chimiques et physiologiques sont nuls. En multipliant davantage les alternatives, la pile primitive restant la même, la pile secondaire commence à se charger. Elle communique de l'électricité à l'électroscope ; elle dégage de l'eau quelques bulles de gaz, mais elle ne donne point de commotions dans les organes. Le nombre des alternatives s'accroissant encore, la charge électrique augmente ; on obtient la décomposition de l'eau, la saveur, la commotion. Mais à une certaine limite d'alternatives, les effets chimiques et physiologiques cessent de croître, quoique la charge électrique totale reste constante, ou même continue d'augmenter. Passé ce terme, cette charge se soutient toujours, mais les autres effets s'affaiblissent. Le dégagement des bulles cesse d'abord, ensuite la commotion. On se retrouve donc alors arrivé à l'autre extrême d'une conductibilité trop imparfaite, et la progression avec laquelle ces phénomènes s'éteignent, la charge électrique restant constante, achève de mettre dans une entière évidence ce que nous avons dit plus haut sur la manière dont ils dépendent de la vitesse de transmission.

On voit, d'après les mêmes principes, pourquoi l'appareil de M. Ritter est plus propre qu'aucun autre à isoler ces deux genres d'action. Dans la pile ordinaire, la quantité d'électricité libre croît avec le nombre des étages, et balance la résistance qui résulte des alternatives ; au lieu que, dans la pile secondaire, la force répulsive de l'électricité aux deux poles ne peut jamais

surpasser celle de la pile primitive ; et la résistance que les alternatives fournissent est employée toute entière à modifier l'écoulement d'une même quantité d'électricité.

Enfin, si la colonne de Volta peut charger ainsi la pile secondaire de Ritter, elle doit cette faculté à ce que la force répulsive de l'électricité à ses poles est extrêmement faible, et pour ainsi dire imperceptible. Une électricité plus forte, telle, par exemple, que celle des machines électriques ordinaires, traverserait entièrement le système des corps conducteurs qui forment la pile secondaire, et par conséquent ne pourrait produire aucun des effets qui résultent de son accumulation.

Les différences qui existent dans les actions chimiques des piles ordinaires, à raison de la grandeur de leurs plaques, se retrouvent aussi dans les piles secondaires. La nature des cartons, leur épaisseur, la nature de la dissolution dont ils sont humectés, enfin l'ordre dans lequel on les entremêle, et une foule d'autres petites circonstances modifient ces effets de mille manières, qu'il serait aussi utile que curieux d'examiner.

La pile secondaire étant, comme nous l'avons dit plus haut, formée avec un seul métal et une substance humide, il semble au premier coup-d'œil qu'elle ne doit pas avoir d'électricité par elle-même ; et en effet, son action propre, avant qu'on l'ait chargée, est à peine appréciable. Mais on peut cependant la rendre sensible en mettant les muscles et les nerfs d'une grenouille en communication avec ses deux extrémités.

CHAPITRE XX.

Sur la résistance inégale que les deux Électricités éprouvent en traversant différens corps, quand elles sont fort affaiblies.

En étudiant la manière dont l'électricité se décharge à travers des corps de différente nature, nous avons reconnu que ceux mêmes qui semblent le mieux la conduire opposent cependant à son passage une résistance appréciable. En rapprochant ces résultats de ceux que nous avaient présentés les supports imparfaitement isolans, nous avons dû en conclure que l'imperfection de la conductibilité deviendrait de plus en plus sensible, à mesure que l'on diminuerait la force répulsive de l'électricité transmise; de sorte qu'à un certain degré d'affaiblissement déterminé pour chaque corps, tous les corps et les métaux mêmes produiraient un isolement parfait. L'appareil électromoteur fournissant une source d'électricité inépuisable, avec une force répulsive très-faible, réunissait les conditions les plus propres à ce genre d'épreuve; aussi nous a-t-il fait découvrir dans les propriétés conductrices des liquides, des différences et des imperfections que nos machines électriques ordinaires ne nous auraient pas fait apercevoir.

En s'appliquant à des recherches de ce genre, M. Erman a fait cette observation curieuse, que la faculté conductrice de certains corps pour les deux électricités est inégale, de sorte qu'en atténuant de plus en plus la force répulsive, on trouve un terme où le corps devient isolant pour l'une, tandis qu'il est encore conducteur pour l'autre; c'est ce que prouvent les expériences que nous allons rapporter.

M. Erman isole un appareil électromoteur, et fait communiquer chacun de ses poles à un électroscope à feuilles d'or très-

sensible, pareillement isolé. Bientôt chaque électroscope a acquis le degré de divergence déterminé par le nombre des plaques, et le zéro électrique se trouve au milieu de l'appareil.

Cela fait, il prend un prisme de savon alkalin bien sec, et il insère dans un de ses bouts un fil métallique qui communique au sol. S'il touche par l'autre bout l'un quelconque des poles de la pile, ce pole est aussitôt déchargé, la divergence de l'électroscope y devient nulle; et, au contraire, l'électroscope de l'autre pôle diverge davantage. Tout se passe comme si le pole touché par le prisme eût communiqué avec le sol, et le savon semble faire alors l'office de conducteur pour l'une ou l'autre électricité indifféremment.

Maintenant la pile restant toujours isolée, et les forces répulsives de ses poles étant rétablies, faites communiquer ces poles ensemble par l'intermédiaire du même savon, en insérant dans les deux bouts du prisme des fils métalliques qui se rendent à chaque pole. Malgré cette communication, les deux électroscopes continueront à diverger comme auparavant, de sorte que le savon semble alors faire l'office d'un corps non conducteur.

Mais lorsque cet isolement est bien reconnu, touchez un instant le savon avec un fil de métal qui communique au sol; aussitôt le pole résineux sera neutralisé, et la force répulsive du pole vitré atteindra son maximum. Ainsi le savon reprend de nouveau sa faculté conductrice, mais seulement pour laisser écouler l'électricité résineuse, et c'est toujours celle-ci qu'il transmet de préférence, même quand on le touche tout auprès du fil qui se rend au pole vitré de la pile. Ce pole n'en reste pas moins isolé.

La flamme de l'alcool présenta à M. Erman des effets pareils; mais la disposition conductrice était en faveur de l'électricité vitrée. Tout ceci doit s'entendre seulement des degrés d'électricité très-faibles, tels que les donne l'appareil électromoteur. Car la flamme de l'alcool et le savon conduiraient imparfaitement à la vérité, mais d'une manière sensiblement égale, des électricités plus énergiques.

En répétant ces expériences, l'éther sulphurique m'a présenté une propriété qui complète celles qu'a découvertes M. Erman. Ce liquide, interposé entre les deux poles de la pile, les isole comme le savon et l'alcool. Si l'on place dans le cercle un appareil pour la décomposition de l'eau, il ne se dégage point de bulles; enfin tous les signes de l'isolement des deux poles sont complets. Mais si on touche un seul instant l'éther avec un fil métallique, pour le faire communiquer avec le sol, en appliquant en même temps un condensateur à l'un quelconque des poles de la pile, ce condensateur se charge complètement, comme si l'éther était devenu tout à coup conducteur de l'espèce d'électricité qui appartient au pole où le condensateur est appliqué. Il est toutefois possible que cette charge s'opère ici par un mode analogue à celui de la charge par cascade, sans aucune transmission réelle, et il en est peut-être de même dans les phénomènes de M. Erman. C'est un point qu'il serait intéressant d'examiner.

SUPPLÉMENT AU CHAPITRE XVI.

En exposant les effets chimiques de l'appareil électromoteur, j'ai dit que des piles, composées de larges plaques, dégageaient des quantités d'électricité assez considérables pour enflammer plusieurs pouces de fil de fer. J'ai omis d'ajouter que cette belle expérience est due à MM. Hachette et Thénard, qui l'ont faite, pour la première fois, en présence de la première classe de l'Institut. Je suis heureux de trouver encore ici le moyen de réparer cette omission involontaire.

FIN DU TOME SECOND.

TABLE

DES LIVRES ET DES CHAPITRES

CONTENUS DANS CE VOLUME.

LIVRE SECOND.

De l'Acoustique.

CHAPITRE PREMIER. De la production et de la propagation du Son. *page* 1
CHAP. II. De la perception et de la comparaison des Sons continués..... 32
CHAP. III. Approximations usitées en musique pour exprimer les intervalles des sons. Nécessité d'altérer la justesse de ces intervalles dans les instrumens à sons fixes; règles de ce tempérament..... 57
CHAP. IV. Vibrations transversales des verges élastiques droites. ... 73
CHAP. V. Vibrations longitudinales des verges droites..... 81
CHAP. VI. Vibrations circulaires des verges droites..... 87
CHAP. VII. Des vibrations des verges courbes, telles que les fourches et les anneaux..... 89
CHAP. VIII. Vibrations des Corps rigides ou flexibles, agités dans toutes leurs dimensions..... 93
CHAP. IX. Des Instrumens à vent..... 110
CHAP. XI. Sur les vibrations des Fluides aériformes différens de l'air. 176
CHAP. XII. Sur la Résonnance des corps..... 183
CHAP. XIII. Organes de l'Ouie et de la Voix..... 188
SUPPLÉMENT à l'Acoustique..... 197
SUPPLÉMENT à l'Hygrométrie..... 199

LIVRE TROISIÈME.

De l'Électricité.

CHAPITRE PREMIER. Phénomènes généraux des Attractions et Répulsions électriques; distinction de deux sortes d'électricités..... 209

CHAP. II. Des lois que suivent les Attractions et les Répulsions apparentes des corps électrisés..... *page* 224
CHAP. III. Des Lois suivant lesquelles l'électricité se dissipe par le contact de l'air et par les supports qui la retiennent imparfaitement..... 244
CHAP. IV. Disposition de l'Électricité en équilibre dans les corps conducteurs isolés..... 263
CHAP. V. Des Électricités combinées, et de leur séparation par les actions à distance..... 280
CHAP. VI. Théorie des mouvemens excités dans les corps par les attractions et les répulsions électriques..... 316
CHAP. VII. De la meilleure disposition à donner aux Machines électriques, et aux Conducteurs qui en font partie..... 327
CHAP. VIII. Des Électroscopes..... 344
CHAP. IX. Des Électricités dissimulées..... 361
Le Condensateur..... *ibid.*
De l'Électrophore..... 374
La Bouteille de Leyde..... 383
Les Batteries électriques..... 402
CHAP. X. Des Piles électriques, et des Phénomènes que présentent les cristaux électrisés par la chaleur..... 407
CHAP. XI. Applications de l'Électricité. — Effets mécaniques produits par la force répulsive des Électricités accumulées..... 428
CHAP. XII. De l'Électricité atmosphérique et des Paratonnerres..... 442
CHAP. XIII. De la Lumière électrique..... 459
CHAP. XIV. Du développement de l'Électricité par le simple contact. 467
CHAP. XV. Théorie de l'appareil électromoteur, en y supposant la conductibilité parfaite..... 478
CHAP. XVI. Effets chimiques de l'Appareil électromoteur..... 505
CHAP. XVII. Théorie de l'Appareil électromoteur, en ayant égard à l'imperfection de la conductibilité..... 515
CHAP. XVIII. Examen des altérations qui s'opèrent dans l'Appareil électromoteur par sa réaction sur lui-même. Modifications qui en résultent dans son état électrique..... 526
CHAP. XIX. Des Piles secondaires..... 542
CHAP. XX. Sur la résistance inégale que les deux Électricités éprouvent à traverser différens corps, quand elles sont fort affaiblies.. 547

FIN DE LA TABLE.

ERRATA.

Page 54, ligne 6 *d'en bas* : rendre en, *lisez* rendre. En.
68, l. *dernière* : ut, et ut, , *lisez* ut, et ut, .
75, l. 4 *d'en bas* : lame, *lisez* verge.
91, l. 18 : *ravez* a.
158, l. 11 *d'en bas* : ailes, *lisez* oreilles.
159, l. 14 *d'en bas* : *ravez* du.
176, l. 6 *d'en bas* : V, *lisez* V^{t}.
235, l. 12 *d'en bas* : n, *lisez* m.
266, l. 15 *d'en bas* : dans, *lisez* sur.
361, l. *avant-dernière*, fluide B, *lisez* fluide de B.
399, l. 15 : 1,9883896, *lisez* ^{1},9883896.
Idem, l. 17 : $\gamma = ,9736$, *lisez* $\gamma = 0,9736$.
416, l. 6 *d'en bas* : $98 - Z$, *lisez* $98.Z$.
423, l. 9 *d'en bas* : $X\,\mu^{\frac{n}{2}} -$, *lisez* $X\,\mu^{\frac{n}{2}} - \omega$.
434, l. 12 *d'en bas* : que l'autre, *lisez* que dans l'autre.
443, l. 16 : le, *lisez* les.
472, l. 13 *d'en bas* : plateaux, *lisez* disques.
481, l. 11 *d'en bas* : zinc humide, *lisez* zinc, humide.
Idem, l. 9 *d'en bas* : cuivre humide, *lisez* cuivre, humide.
544, l. 4 : impairs, *lisez* impair.
Idem, l. 16 : cartons, *lisez* carton.
111, l. 18 : *Nota.* La *lumière* du tuyau d'orgue n'est pas précisément une fente taillée dans l'épaisseur de la plaque appelée *biseau*. Cette plaque est coupée en talus sur le bord antérieur; il y a un petit jour entre le bord de la lèvre inférieure et le devant du biseau; cette petite ouverture s'appelle la *lumière*, qui est ainsi formée par l'aplatissement du bord du pied, qu'on appelle lèvre inférieure, contre le biseau.

