BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Benedetti, Giovanni Battista

Diversarum Speculationum mathematicarum ... liber

Taurinum 1585
2 Math.u. 0 m
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10147885-8

10747885

10142685

2° Math. U. 0 m

Benedictus

<36602391310016

33 <36602391310016

Bayer. Staatsbibliothek

Math. II. Fol. 0m

IO. BAPTISTAE BENEDICTI

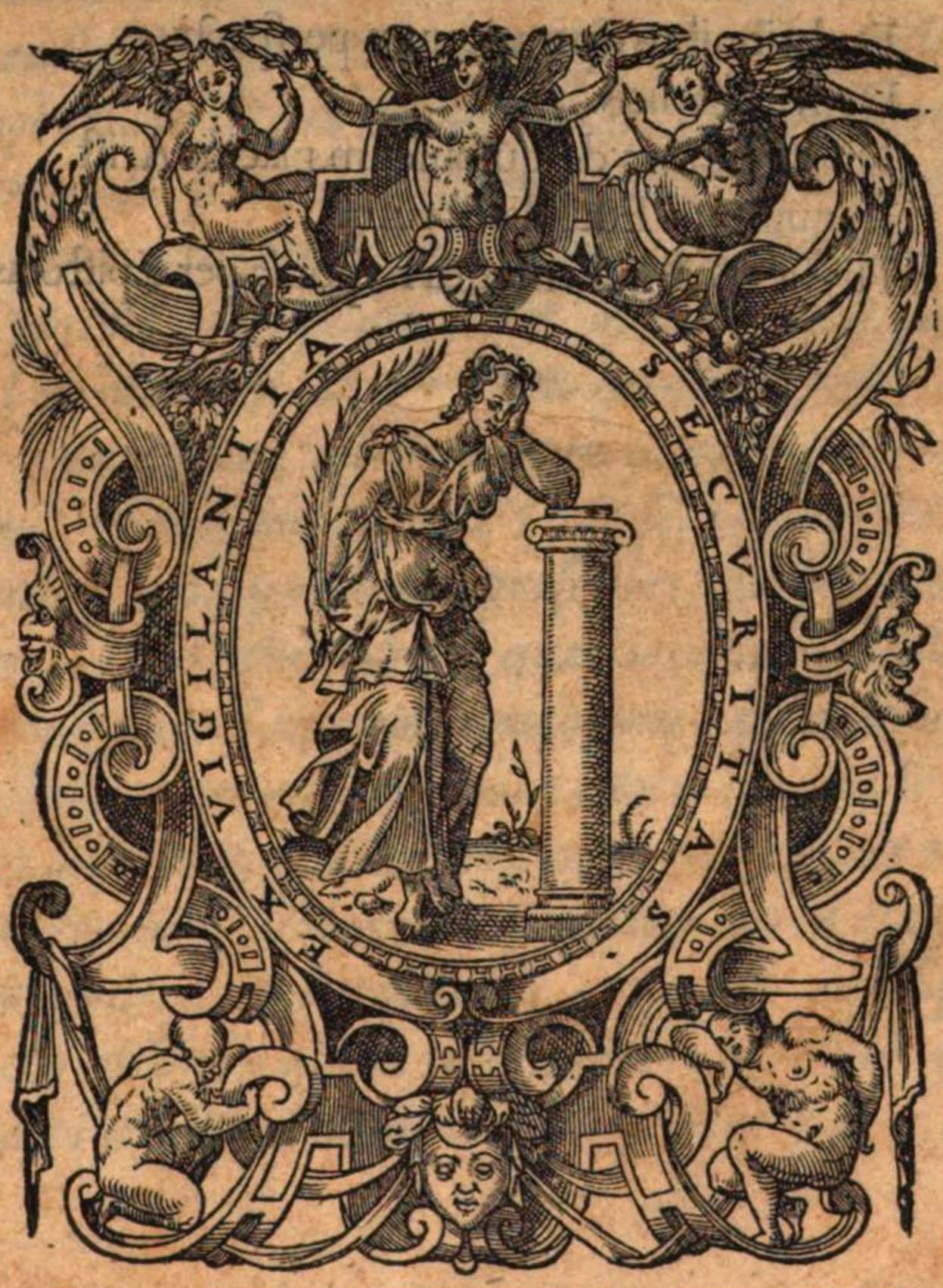
Patritij Veneti Philosophi.

DIVERSARVM SPECVLATIONVM Mathematicarum, & Physicarum

Liber.

Quarum seriem sequens pagina indicabit.

AD SERENISSIMVM CAROLVM EMANVELEM
ALLOBROGVM, ET SVBALPINORVM
DVCEM INVICTISSIMVM.



TAVRINI, Apud Hæredem Nicolai Beuilaquæ, MDLXXXV.

Superioribus permissum.

262 Px

IO. BAPTISTAE BENEDICTI

Patricij Venetj Philosophi.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

TRACTATVS QVI IN HOC volumine continentur.

Theoremata Arithmetica.
De rationibus operationum perspectiuæ.
De Mechanicis.
Disputationes de quibusdam placitis Arist.
In quintum Euclidis librum.
Physica, & Mathematica responsa per Epistolas.

SERENISSIMO
CAROLO EMANVELI
Sabaudiæ Duci, &c.

AGITVR *nonusdecimus annus ex quo litteris Serenißimi patris tuæ Celsitudinis, accersitus ex vrbe Parmensi in hanc me ciuitatem contuli. Is aduenientem tam humanè excepit, tanta deinde liberalitate fuit complexus ego vicißim ei deseruiendi, tam vehementi cupiditate fui accensus, vt sub eius ditione quod superesset vitæ agere constituerem. Cuius in me benignitas, mea in illum obseruantia mirum in modum mutuo vsu, & consuetudine est adaucta, vt idem Dux me secum dum rusticaretur esse vellet, sæpè etiam secum pernoctare; quo quidem tempore de Mathematicis scientijs mecum agebat, in quibus perdiscendis mea opera vtebatur, quæstiones, Arithmeticam, Geometriam, Opticen, Musicam, aut Astrologiam spectantes proponens. Cui vt quod in me esset satisfacerem, acrius quàm antea in ea studia (ad quæ tamen semper fui propensißimus) incubui. Illiusq; imitatione (vt ferè cæteri Principum studia imitantur) non pauci aut præsentes, aut per litteras me de his, atque illis Mathematicis quæstionibus consuluerunt. Cùmque ego nunquam laborem amicorum causa defugerim, euenit vt post tot annorum curricula, mea scrinia scrutatus, inuenerim tot absolutas quæstiones, vt ex eis corpus mediocre effici posse videretur. Quas, cùm rationibus in epistola subsequenti allatis edere constituissem, non sub cuiusque alterius nomine, & auspicijs quam tuæ Celsitudinis volui apparere; tum quòd patri debitum libellum filio reddere par erat, tum*

quòd in tua Celsitudine paternam in me fouendo, & augendo benignitatem ineße semper sum expertus, tum quòd tuæ Celsitudinis interrogationibus excitatus non pauca quæ hoc volumine continentur, elucubraui. Acceßit, quod ego semper in his dedicationibus ßpectandum putaui, tuam Celsitudinem tantos progreßus in Mathematicis feciße, vt vel idonea æstimatrix mearum vigiliarum eße poßit. Quare, & veterum Persarum Regum gloriam æquauit, & nos veluti in ßpem certam fælicitatis huius ßæculi induxit, ßi verum eßt Platonis vaticinium, beatam eam futuram Rempublicam in qua Principes Philoßophentur. Tua igitur celsitudo libellum tot ei nominibus debitum, ea qua ßolet humanitate accipere nè grauetur. Deus tuas omnes cogitationes, & conatus ad fœlicißimos ßemper exitus perducat, teq; diutißimè ßeruet incolumem.

AD LECTOREM.



VM Varijs temporibus permulta in diuerſis diſciplinis contemplatus ſim, partim à præſtantibus viris patronis ac amicis meis excitatus, qui ſuper eis ſententiam meam exquirebant, partim, ab ingenito mihi deſiderio, rationem, & cauſam eorum percipiendi, committendum non putaui, quin qualiacunque mea ſcripta in illis ſcientijs, ſtudioſis impartirer, non dubitans quin illis aliquid commodi atque vtilitatis allatura ſint, præſertim cum in eiuſmodi quæſtionibus inueſtigandis atque perpendendis, nemo (quod ſciam) hactenus elaborauerit. Nihil enim his libris à me traditum eſt, quod aut legiſſe, aut ab alijs audiuiſſe meminerim, nam ſi aliena attigi, ea, aut cum aliqua differentia demonſtrationis, aut dilucidius ſcripſi, quod ſi forte alius eadem tradidit, aut eius lucubrationes ad me non peruenerunt, aut earum perlectionis memoria excidit. Vt enim etiam Ariſtoteles ipſe ſenſit facilè fieri poteſt, vt pluribus, eædem opiniones in mentem veniant. Immo multa ſcribenti euenire poteſt, vt cum iamdiu aliquid ſcripſerit, iam oblitus, idem repetat, quod mihi etiam nonnunquam accidit. In his autem libris non ſuſcepi munus integræ alicuius ſcientiæ tradendæ, ne, quæ ab alijs iam tradita ſunt, ipſe inutiliter repeterem, mihiq́ue viderer ex alienis laboribus laudem voluiſſe comparare. Singularum enim ſcientiarum volumina, iam ab alijs collecta, atque in ordinem ſunt digeſta, & ſi pauciſſimi ſint libri quorum omnes ſententiæ, omniaq́ue inuenta vnius ſint authoris, excipio Archimedis volumina. Cumque multi ſint, qui vel vnam rem à ſe inuentam in publicum proferre non dubitent, multo magis mihi qui multa excogitaui, & ſi inter ſe hætereogenea, atque vtcunque expreſſa, idem licere ſum arbitratus. In his autem meditandis, ex Arithmeticis authoribus quos inſpexi, præcipuus fuit Nicolaus Tartalea, quippe quem ferè omnia ab alijs ſcripta collegiſſe conſtat, nec alios ex præcipuis, quos legere potui omittendos duxi, inter quos ſunt Hieronymus Cardanus, Michael Stifelius, Gemma Friſius, Ioannes Nouiomagus, Cuthebertus Tonſtallus, cæteriq́; huiuſmodi. Quorundam tamen volumina illorum qui à Tartalea citantur, vt Leonardi Piſani, Proſdocimi, Ioannis Infortunati, Fratris Lucæ, Petri Borgi, aliorumq́ue aliquot inſpiciendorum,

facultas

facultas mihi non fuit. Præterea, licet in his libris nonnullę inueniantur propoſitiones, quæ diſiunctam ab alijs habeant rationem, eæ non ſpernendæ tamen ſunt, viam fortaſſe alicui aperient vlterius progrediendi. Quemadmodum enim, exempli gratia, ex ſub contraria coni ſectione, ſumpta poſtea fuit diuina illa Planisferij delineatio, quæ ſub Ptolomæi nomine legitur, & ſicuti ex penultima primi Euclidis, quam Pythagoras excogitauit propè innumeræ pulchræ conſequentiæ in Aſtronomia, in Architectura, in multisq; alijs ſcientijs deſumptæ ſunt, immo quemadmodum ex ſingulis propoſitionibus à noſtris maioribus excogitatis multa egregia ſunt deducta, ita fortaſſe continget, vt ex mearum inuentionum aliqua, nõnihil in poſterum vtilitatis deſumatur. Si quid verò, hic inueneris, quod tuo genio non arrideat, illa prudentiſſimi hominis ſententia in mentem veniat. *Quot capita, tot ſententiæ*, ac per raro contingere, vt idem omnibus probari, atque placere queat, & perdifficulter inueniri hominem cui placeant omnia quæ alteri ſatisfaciunt. Nec te moueat, quod hęc Theoremata ſiue excogitationes non videas ordine illo diſpoſitas, quo collocari debere exiſtimaueris, tum in Arithmeticis, tum in cæteris. Cum enim in huiuſmodi rebus ordo non ſit neceſſarius, viſum eſt mihi poſſe me, ſine repræhenſione, illum negligere, cum ſpeculationi, ſiue inuentioni pręcipuè adeo mihi incumbendum decreuerim vt in collocatione operam ponere, & tempus abſumere operæpretium non duxerim, quod idem in epiſtolarum collocatione feci, in quibus perſonarum ad quas ſcribo nullus ferè graduum ordo ſeruatus eſt, nec temporis, quo ſunt ſcriptæ, quæſitorum tantummodo ratione habita. Nec admirari quenquam velim, quod in ſpeculandis numerorum paſſionibus, figuris vtar geometricis, ita enim in. 2. libr. fecit Euclides, qui modus, eo magis mihi arridet, quo minus eſt abſtractus, *quoniam oportet intelligentem phantaſmata ſpeculari*, cum pręterea perſpicuum ſit, diſcretum omne, ex continui diuiſione aliquo modo oriri, ſiue actu, ſiue potentia. Deinde ſi forte meis in demonſtrationibus tibi videbor aliquando breuior, illud in cauſa fuiſſe ſcias, quod ibi ad viros ſcribebam in his diſciplinis exercitatos, quibus ſatis fuit rem ſignificare. Libuit autem mihi omnes voluminis Arithmetici propoſitiones potius vocabulo theorematum appellare, quam problematum, quia pars earum ſpeculatiua tantum mea eſt, & ſi ex varijs eiuſmodi propoſitionibus etiam operatiuam adinuenerim. Quoniam verò multis in locis accidit, vt veritatis iudicandæ cauſa neceſſe mihi fuerit quorundam ſententijs aduerſari nolim te

hoc

hoc mihi vitio tribuere, meq; hoc nomine carptorem maledicumq; habere quod alienos errores aperiam, cum potius habenda ſit mihi gratia, quod in ijs interdum laborans (quę Antiſthenes in diſciplinis magis neceſſaria eſſe dixit, *vt mala ſcilicet prius dediſcantur*) falſas opiniones euellere ſtudeam, veritatemq; oſtendere, quam omnis philoſophus, Ariſtotelis exemplo, pluris quam cuiuſuis hominis authoritatem, aut gratiam facere debet. Cumque in hoc volumine aliquid eiuſmodi legeris te oratum volo, vt in iudicando, affectum omnem exuas, Salluſtianum illud præ oculis habens. *Omnes qui de rebus dubijs conſultant, ab odio amicitia, ira, atque miſericordia vacuos eſſe decet.* Hinc fiet, vt non perſonæ (vt multi ſolent) ſed veritati, quę ſummo ſtudio digniſſima eſt, ſemper potius faueas. Vale noſtrisque laboribus vtere, ſi quem inde fructum, ſicuti ſpero tuleris, illi præcipuè habeas gratiam à quo omnes fluunt ſcientiæ.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

IO. BAPTISTAE BENEDICTI PATRITII VENETI SERENISS. CAR. EM. ALLOBROGVM DVCIS PHILOSOPHI.

Theoremata Arithmetica.



RAECLARE multa veteres mathematici philoſophi de numeris eorumque effectibus excogitata poſteris tradiderunt, quorum cum vix vllam rationem reddiderint, aut certè per exiguam, occaſione diuerſorum problematum mihi à Sereniſſimo Sabaudiæ Duce propoſitorum præbita, de ijs quæ ab antiquis propoſita fuerunt contemplanda nonnulla occurrerunt, quæ poſteritati comendare non inutile arbitratus ſum, ne hæ meæ cogitationes interciderent, & occaſionem præberem quamplurimis abſtruſa hęc indagandi, quæ problematibus & thæorematibus inuoluta, vix aliquem qui euolueret nacta ſunt.

Inter cætera vero à me queſita, hoc fuit theorema.

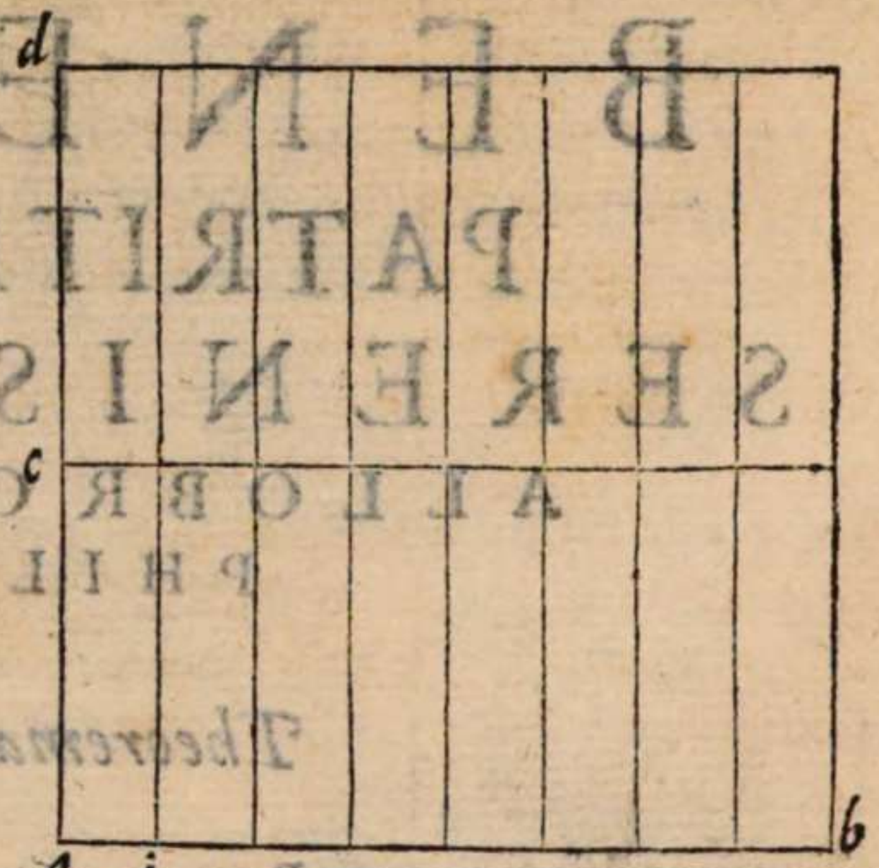
THEOREMA PRIMVM.

INTERROGAVIT me Sereniſſimus Dux Sabaudiæ, qua ratione cognoſci poſſet ſcientificè & ſpeculatiue (vt dicitur) productum ex duobus fractis numeris, quolibet producentium minus eſſe. Cui reſpondi, mente & cogitatione concipiendum eſſe fractos producentes cum fractis productis, non vnius eiuſdemque naturæ eſſe, imò longè diuerſæ.

Exempli gratia, fractis numeris propoſitis. a. i. et. a. c. quorum integri ſint. a. b. et. a. d. qui tanquam lineæ cogitentur, apertum ſanè eſſet productum. c. i. ſuperficiale futurum, quod nomen caperet à producto ſuperficiali. d. b. generato ex vno in aliud totorum linearium, nam ſi conſtitueretur. a. i. octauum ipſius. a. b. et. a. c. dimidium. a. d. multiplicato. a. i. cum. a. c. produceretur ſextumdecimum ipſius. d. b. Quare. d. b. eſſet totum relatiuũ ipſius. c. i. non aliquod totum producentium. Mirum itaque non eſt ſi productum. c. i. minus videatur ſuis producentibus, cum toto, diuerſæ naturæ à primis conferatur, fractum ſiquidem ab integro eiuſdem naturæ, linearis, ſuperficialis, aut corporeæ denominatur.

Quòd ſi amplioris cognitionis gratia ex ſcientiæ præceptis ſpeculari voluerit ali

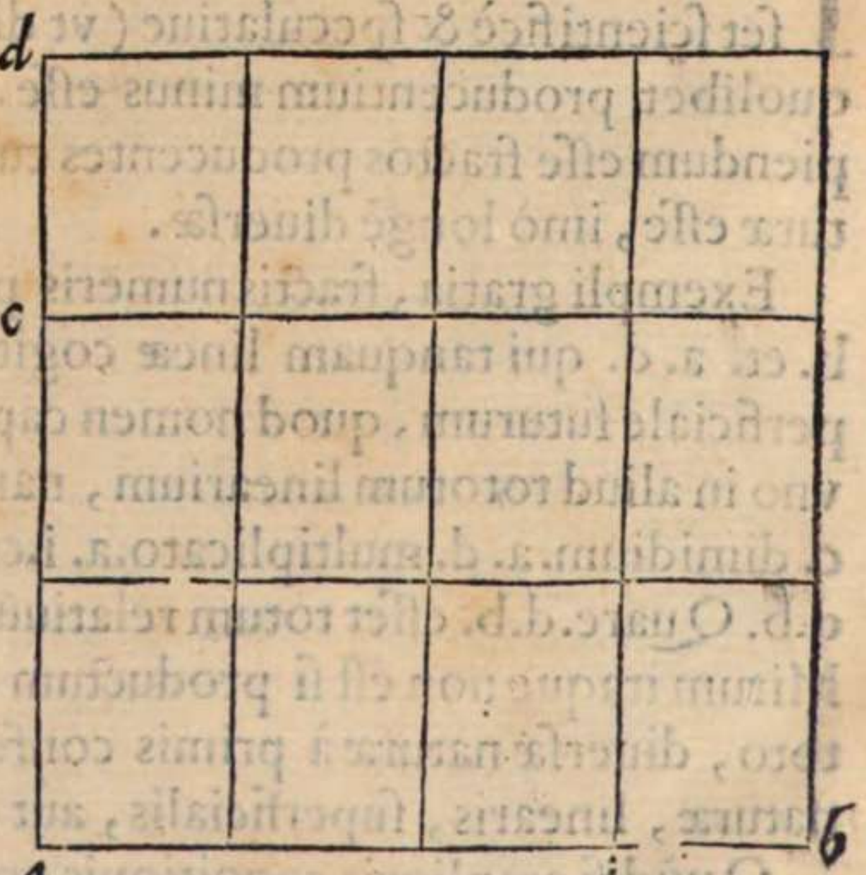
quis, qua ratione fractus numerus. c. i. minor ſit in ſuo integro. d. b. facto. a. i. in ſuo integro. a. b. aut facto. a. c. in ſuo integro. a. d. conſideret is quo pacto proportio. c. i. ad. d. b. minor ſit proportione. a. i. ad. a. b. et. a. c. ad. a. d. hac ratione. Manifeſtum eſt ex prima ſexti de quantitate continua, aut. 18. ſeptimi Euclidis de diſcreta, proportionem ipſius. d. i. ad. d. b. eſſe ſicut. a. i. ad. a. b. & cum. c. i. minor ſit. d. i. velut pars ſuo toto, proportio, c. i. ad. d. b. minor erit proportione. d. i. ad. d. b. ex. 8. quinti, quare minor erit pariter proportione. a. i. ad. a. b. ex. 12. eiuſdē vnà etiam proportio. c. i. ad. d. b. minor erit. a. c. ad. a. d. ex eiſdem cauſis, medio. c. b. Ex quibus patet ratio, cur fracti diuerſarum denominationum ad vnicam reducantur. Cur etiam numeros integros in partes fractis ſimiles frangere liceat, quæ omnia ex ſubſequenti figura facilè cognoſci poſſunt.



THEOREMA II.

QVAE ſit ratio, cur hi, qui numeros, fractos diuerſarum denominationum colligere volunt, & in ſummam redigere, multiplicent vnum ex numerantibus per denominatorem alterius, & poſtmodum denominatores adinuicem, quorum vltimum productum, commune eſt denominans duorum priorum productorum, quæ collecta in ſummam efficiunt quod quærebatur.

Qua in re ſciendum eſt, denominantes conſiderari tanquam partes vnius eiuſdēque magnitudinis quantitatis continuæ, linearum (verbigratia) a. b. et. a. d. æqualiū in longitudine, quarū. a. b. in quatuor partes diuidatur, et. a. d. in tres. Quare ſi colligere voluerimus duo tertia cum tribus quartis, multiplicabimus. a. c. duo tertia, cum. a. b. diuiſa in 4. partes, produceturque. c. b. octo partium ſuperficialium, dehinc multiplicando. a. i. tres quartas cum. a. d. diuiſa in. 3. partes producetur. i. d. primis ſingulis æqualis, nouem partium ſuperficialium, multiplicata deinde a. b. diuiſa in. 4. partes per. a. d. in. 3. diuiſa, producetur quadratum. d. b. in continuo, in 12. partes diuiſum, quod erit totum commune ſingulis productis, quorum primum erat. c. b. Quare. c. b. ita ſe habet ad totum. d. b. ſicut. a. c. ad. a. d. ex prima ſexti in continuis, aut. 18. ſeptimi in diſcretis quantitatibus, et. d. i. ad. d. b. ſicut. a. i. ad. a. b. ex eiſdem propoſitionibus. Collectis deinde partibus producti. c. b. cum partibus producti. d. i. manifeſtè depræhendetur eiuſmodi ſummam componi ex partibus vnius totius communis ſingulis earum.

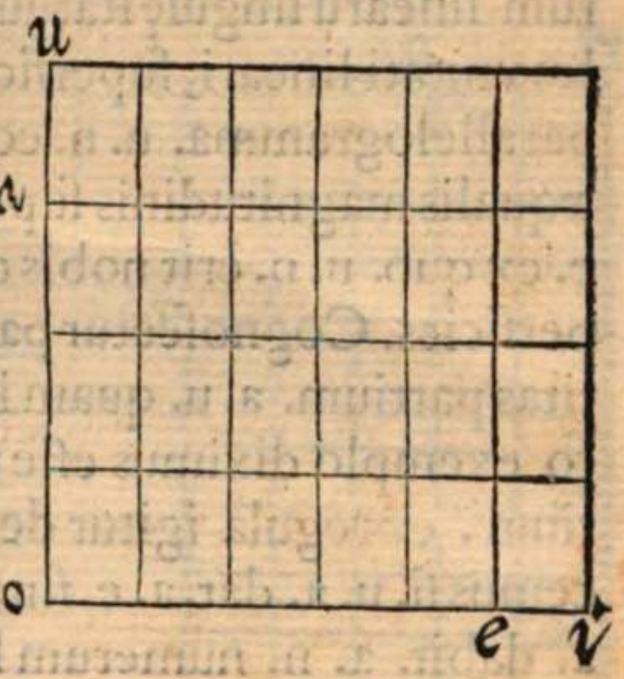


THEO-

THEOREMA III.

CVR reperturi qualis sit fractus aliquis numerus respectu alterius, multiplicare debeant numeratores adinuicem & ita etiam denominatores, ex quo productum ex numeratoribus nomen capiat à producto denominatorum.

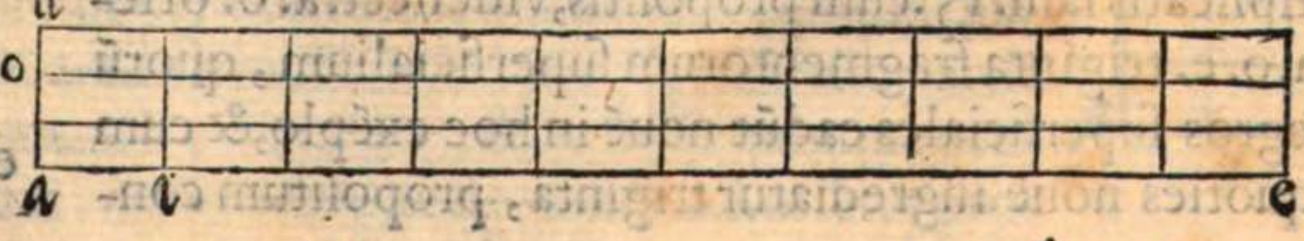
Huius si causam nosce vis, sume. o.i. &. o.u. pro totis denominatoribus, tum. o. e. &. o. a. pro numeratoribus (exempli causa) sit. o.i. senarius. o. u. quaternarius. o.e. quinarius. o. a. ternarius. Si nosce vis quæ sint tres quartę partes quinque sextarum, patet ex regulis practicis oriri quindecim vigesimas quartas. Id quomodo fiat, ex subscripta figura deprehendetur, memores tamen esse oportet, quodlibet productũ considerari tanquã superficiem, producentia autẽ tanquam lineas. In hac igitur figura productum ex totis linearibus est. u.i. aggregatum ex. 24. partibus, &. u.e. productum aggregatum ex. 20. Quod ita se habebit ad productum totale. u. i. sicut. o. e. ad o. i. ex prima sexti aut. 18. septimi, ita. u.e. erunt quinque sextæ partes. u. i. quarum in proposito exemplo, tres quartæ quærũtur. Si itaq; multiplicabitur. o.e. cũ. o.a. orietur productum. a.e. ita proportionatũ ad. u.e. sicut. o.a. ad o.u. reperitur, ex prædictis rationibus. Quòd si statutũ est. o.a. tres quartas partes esse ipsius. u.o. etiã. a.e. tres quartæ partes erũt. u.e. sed. u.e. quinque sextæ sunt ipsius. u. i. ex quo sequitur bonum esse huiusmodi opus.



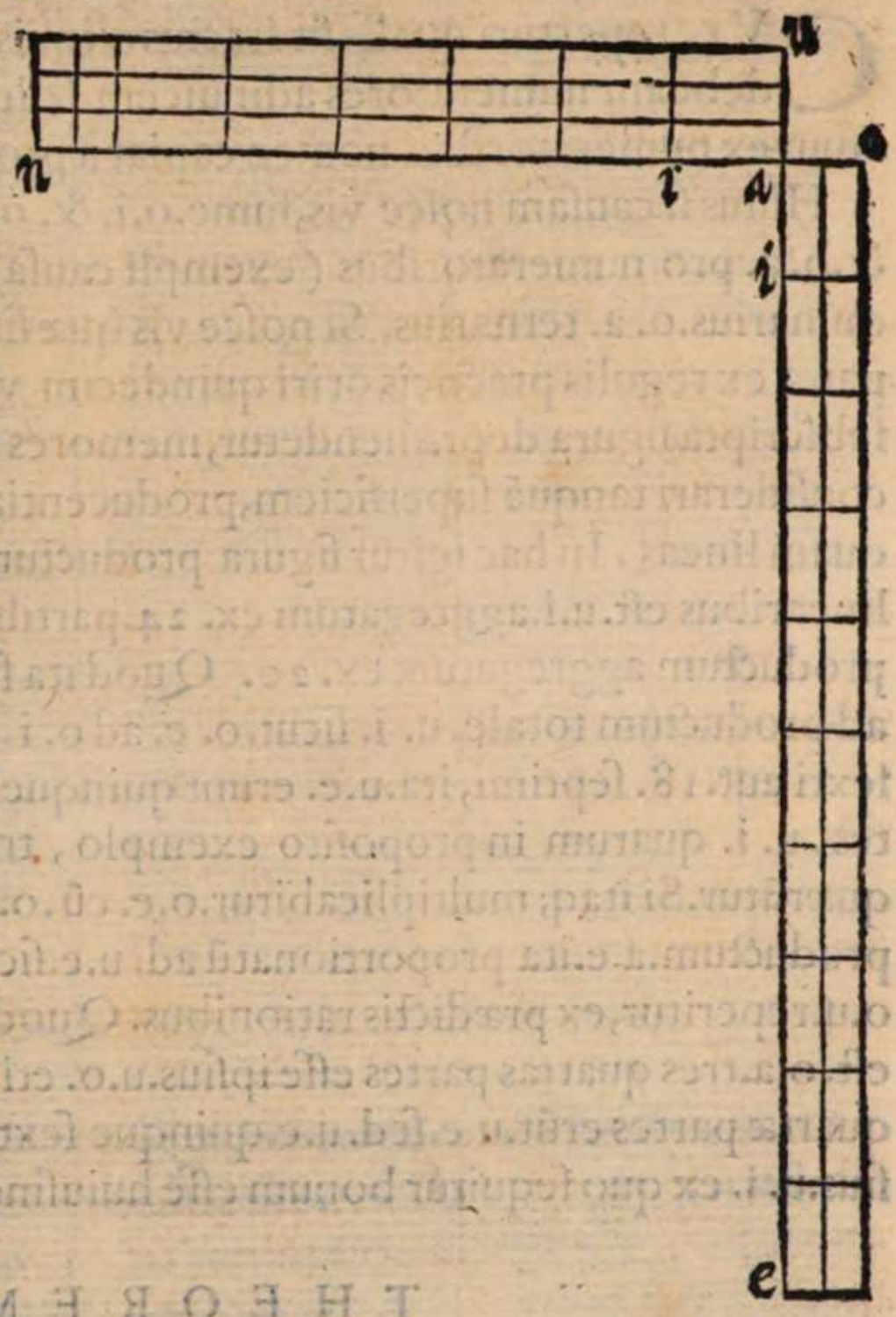
THEOREMA IIII.

CVR multiplicaturi fractos cum integris, rectè multiplicent numerantem fracti per numerum integrorum, partianturque productum per denominantẽ fracti, ex quo numerus quæsitus colligitur.

Propter quod mente concipiamus in subsequenti figura, numerum integrorum tanquam lineam. a.e. qui, verbigratia, sit denarius, quorum vnusquisque sit æqualis a. i. cogiteturque productum ipsius. a.e. in. a. i. sitque. u.e. quod quidem erit denarius superficialis, constituta prius. a.u. æqualis. a. i. &. a.o. sint duæ tertiæ. a. u. quarũ duarum tertiarum productum in numerum. a. e. sit. o. e. pariter. u. i. vnitas sit superficialis prout. a. i. vnitas est linearis, quam. u. i. respicere debet productum. o. e. ex quo integer superficialis. u. i. erit tanquam ternarius, & productum. o. i. tanquam binarius, & quia quælibet pars è viginti ipsius. o. e. æqualis est tertiæ parti. u. i. vnitatis superficialis; si cupiamus scire quot integræ vnitates sint in partibus. o. e. consultum est easdem diuidere per denominantem. u. i. compositum ex tribus partibus superficialibus, & cum tam linea u. a. quam superficies. u. i. diuidatur in 3. partes æquales nosce peroportunum est eiusmodi partitionem numeri. o. e. fieri per numerum ipsius. u. i. non. u. a. ex prædictis causis.

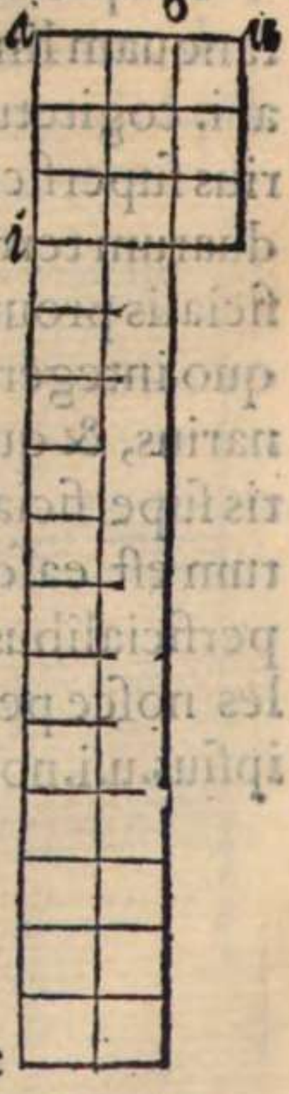


THEOREMA V.



ALIA quoque via prædicti effectus causa, speculando innotescere potest, cuius rei gratia formetur sequens figura. e. o. a. u. n. eiusmodi, vt. a. e. sit numerus linearis integrorum,&. o. e. productum numerantis ipsorum fractorū in integris, ex quo. a. o. erunt duæ tertiæ,verbigratia,a. i. aut a. u. quarum linearū singulę statuuntur æquales vnitati lineari, superficies autem parallelogramma. u. n. constituatur æqualis magnitudinis superficiei. o. e. ex quo. u. n. erit nobis cognita superficies. Cognoscetur pariter quantitas partium. a. u. quam in proposito exemplo diximus esse trium partium. ex regula igitur de tribus, dicemus si. u. a. dat. a. e. sine dubio. o. a. dabit. a. n. numerum linearem. quæ regula ex. 15. sexti in continuis, & ex 20. septimi in discretis, depromitur. rectè igitur multiplicātur fracti numerantes cum integris, & productum diuiditur per denominantē fractorum.

THEOREMA VI.



ITEM & alia speculatione cognosci potest hoc rectè fieri, multiplicantes enim has duas tertias per decem, debemus considerare quantitatem duarum tertiarū decies produci,ex quo oriuntur 20. tertia, quandoquidem singulæ vnitates, tunc pro duobus tertijs sumuntur, sed cum quilibet integer tria fragmenta contineat, ideo ex ratione partiendi quoties ternarius ingrediatur viginti, statim cognoscemus quod optabamus.

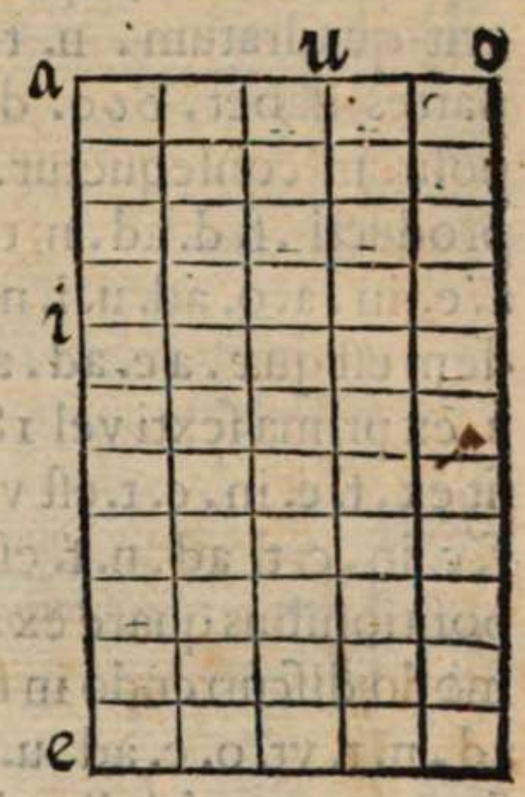
Id ipsum accideret si integri in eiusmodi specie fractorum diuiderentur. quo facto hi multiplicandi essent cum numerante propositō, & partiendū productum per quadratum denominantis.

Cuius rei hæc est speculatio. Sit linea. a. e. constans ex quinq; integris numeris,quorum vnusquisq; æqualis sit.a. u.vel.a. i. &.a.o. sint duo tertia vnitatis integræ linearis. cogitemus nunc hos quinq; integros diuidi in sua fragmēta linearia, quę in proposito exemplo erunt. 15. multiplicatis iam. 15. cum propositis,videlicet. a. o. orietur productum. o. e. triginta fragmentorum superficialium, quorū in singulos integros superficiales cadūt nouē in hoc exēplo,& cum notauerimus quoties nouē ingrediatur triginta, propositum consequemur.

THEOREMA VII.

CVR multiplicaturi integros numeros & fractos, cum integris & fractis, debeant integros reducere ad ſpecies fractorum, eos colligendo cum fractis: deinde multiplicare hos vltimos numerantes adinuicem & productum partiri per productum denominantium.

Vt (exempli cauſa) ſi volumus multiplicare vnum & duo tertia, per duo & tria quarta, reducentur omnia in fractos, ex quo vna ex parte eſſent quinque tertia, multiplicanda cum vndecim quartis ex altera, quo facto oriretur productum quinquagintaquinque fractorum, quod diuiſum per productum ternarij in quaternarium, videlicet per duodecim, quatuor integri proferentur cum ſeptem duodecimis fractis vnius integri.

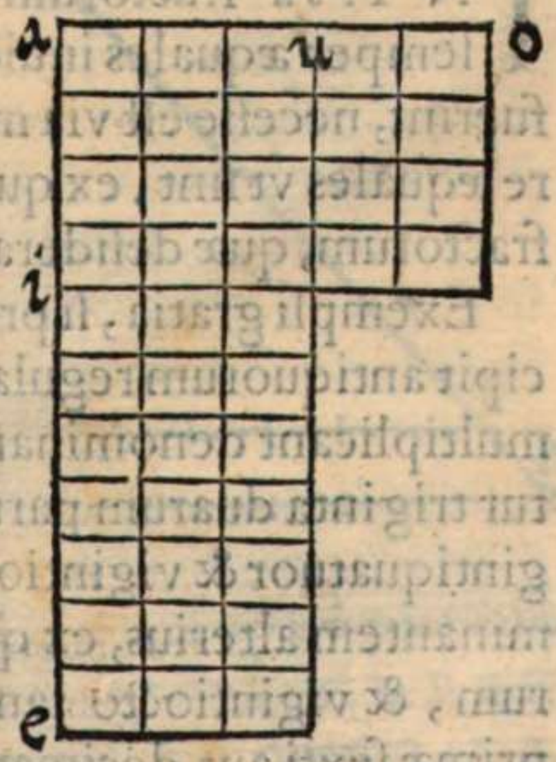


Detur ſubſequens figura in qua linea a.i. æqualis ſit lineæ.u.a. quarum vnaquæq; cõſideretur pro integro numero: cogiteturq;.a.i. valere quatuor in preſenti exẽplo, &.a.u. tria: detur deinde linea. a. o. æquipollens vni integro cũ duobus tertijs, &. a.e. æquipollens duobus integris & tribus quartis. Iam ſi hæ duæ lineæ in ſuos fractos reducantur, multiplicata (vt in ſequenti figura apparet.) a.o. cũ a. e. orietur productum. o. e. fractorum ſuperficialium quinquagintaquinq;, quorum integer ſuperficialis valet duodecim, ſcilicet. u. i. vt cuique manifeſtum eſt, ex quo, quærenti media partitione, quoties duodecim ingrediatur quinquagintaquinque, citra errorem, quæſitum occurret.

THEOREMA VIII.

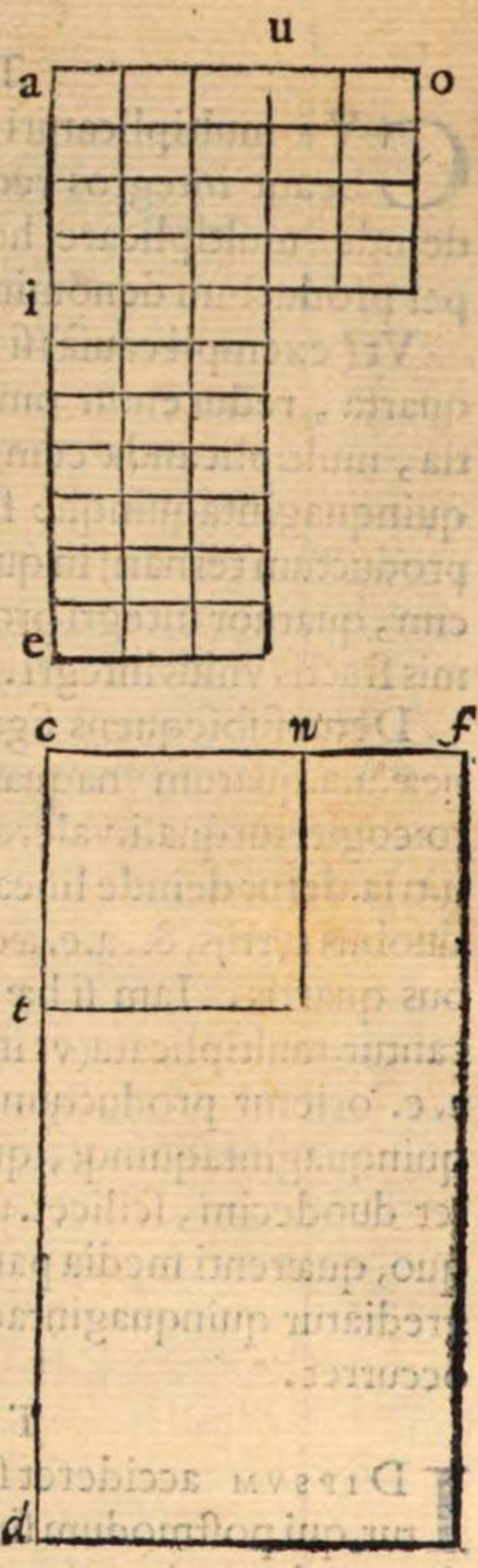
IDIPSVM accideret ſi fracti ad vnam eandemque denominationem reducerentur, qui poſtmodum ſimul multiplicarentur, productumque partiremur per quadratum denominantis communis.

Exempli cauſa, ſint eadem quinque tertia, & vndecim quarta adinuicem multiplicanda, quæ ſi reducantur ad vnam & eandem denominationem quinarius numerans vnius, multiplicabitur cum quaternario denominante alterius, & vndenarius ſecundi cum ternario denominante primi. ex quo vna ex parte eſſent viginti, ex altera 33. numerantia vnius cõmunis denominantis, quod eſſet productum ternarij in quaternarium, videlicet duodecim, vt ex veteri regula patet. Iam ſi multiplicentur viginti cum trigintatribus, dabuntur. 660. fracti, quorum integer erit quadratum duodenarij, nempe. 144. quibus quidem. 660. diuiſis per. 144. proferentur quatuor integri & ſeptem duodecimi.



Cuius rei gratia ſit in ſubſcripta figura linea. a. i. & ei æqualis. a. u. pro integro lineari, quæ. a. i. diuidatur in quatuor partes, &. a. u. in tres, & linea. a. e. ſit vndecim partiũ talium qualium. a. i. eſt quatuor, &. a. o. ſit quinque prout. a. u. eſt trium. nunc multiplicato. a. o. &. a. i. orietur productum. o. i. viginti partium ſuperficialium. tum multiplicato

cato. a. e. per. a.u. dabitur productum.u. e.trigintatriũ partium. ad hæc quadratum. u. i. conſtabit ex duodecim partibus eiuſdem rationis cum reliquis duobus productis, quod quadratum. u. i. vnitas eſt ſuperficialis, & communis denominans duorum productorum. quod ſi in præſentiarum cogitabimus lineam. c. d. trigintatrium partium æqualium, et. c. t. duodecim ſimilium,et. c. f. viginti. c. n. duodecim, multiplicato. c. d. cum. c. f. dabitur ſuperficies. f. d. 660. fractorum ſuperficialium, quorum vnitas integra ſuperficialis erit quadratum. n. t. 144. partium cuiuſmodi. f. d. partes habet. 660. diuiſo itaque. f. d. per. n. t. propoſitum conſequetur. eo quòd eadem proportio erit producti. f. d. ad. n. t. quæ producti eius quòd fit ex. a. e. in. a. o. ad. u. i. nam proportio. c. d. ad. c. t. eadem eſt quæ. a e. ad. a. i. & c. f. ad. c. n. vt. a. o. ad. a. u. ex prima ſexti vel 18. ſeptimi, ſed vt. f. d. ad id ꝙ fit ex. f. c. in. c. t. eſt vt. c. d. ad. c. t. & vt eius ꝙ fit ex f. c. in. c. t. ad. n. t. eſt vt. f. c. ad. c. n. ex dictis propoſitionibus quare ex æqua proportionalitate, eodem modo diſcurrendo in figura. o. a. e. ita ſe habebit. f. d. ad. n. t. vt. o. e. ad. u. i. Porrò ex ijs, quæ hactenus de fractorum multiplicatione conſiderata fuerunt, apertè ratio deprehenditur, cur productum, ſingulis producentibus ſemper minus ſit, cum producta ſint ſuperficialia producentia verò ſemper linearia, omiſſis productis corporeis, quæ omnia ad ſuperficialia reducuntur.

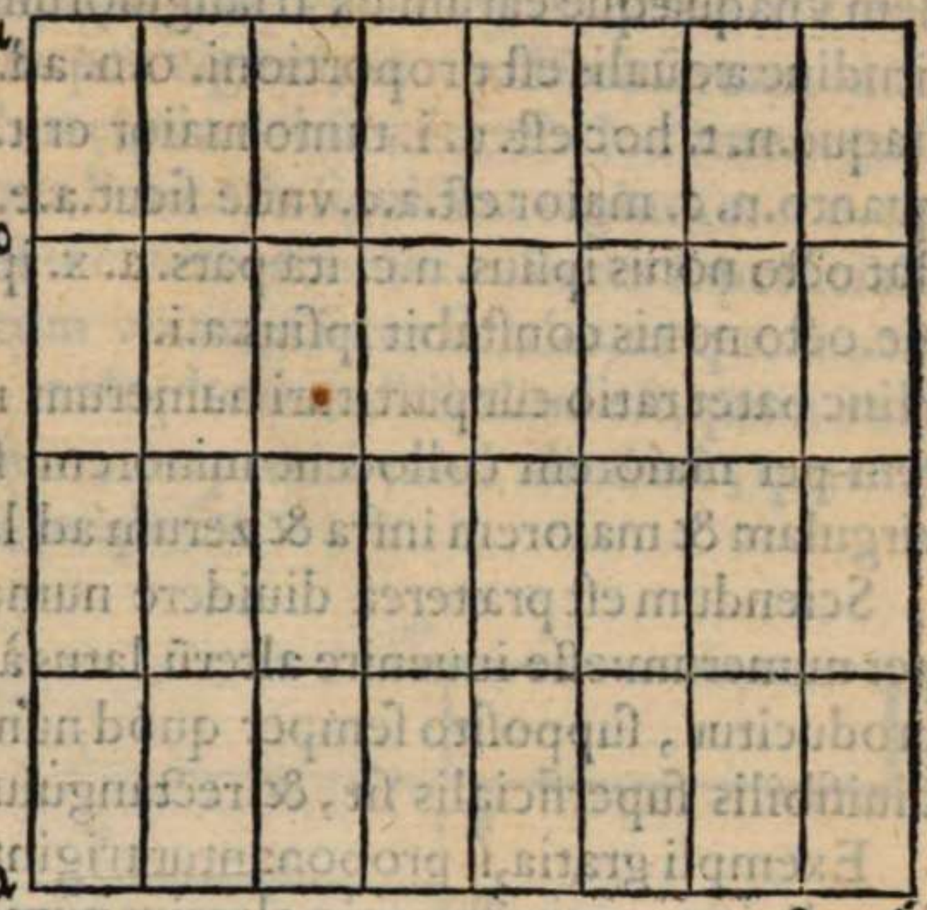


THEOREMA IX.

IN IPSA fractorum diuiſione, animaduertendum eſt, denominantes numeros ſemper æquales inuicem eſſe debere, vnius ſcilicet ſpeciei, quòd ſi æquales non fuerint, neceſſe eſt via multiplicationis ipſorum denominantium adinuicem efficere æquales vt ſint, ex quo productum oritur eiuſmodi, vt aptum ſit habere partes fractorum, quæ deſiderabantur.

Exempli gratia, ſi proponerentur diuidenda ſeptem octaua per tria quarta præcipit antiquorum regula, vt ad vnam tantum denominationem reducantur. quare multiplicant denominantes inuicem. ex quo productum in materia propoſita oritur triginta duarum partium commune denominans, cuius duo numerantes ſunt vigintiquatuor & vigintiocto, producti ex multiplicatione vnius numerantis in denominantem alterius, ex quo dantur vigintiquatuor tamquam tria quarta trigintaduorum, & vigintiocto tanquam ſeptem octaua particularum vniformium, prout ope primæ ſexti aut decimæoctauæ ſeptimi in ſubſcripta figura cognoſci poteſt. Sit

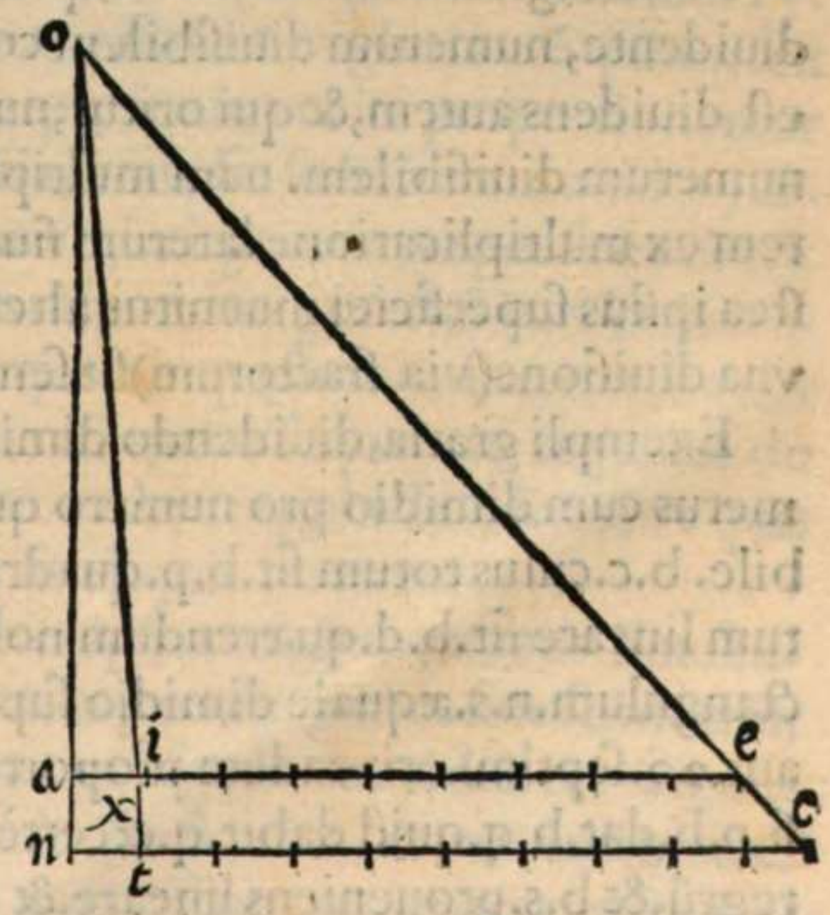
Sit itaque linea.a.i. diuisa in partes octo,& ei æqualis in longitudine.a.u. in quatuor, productum verò vnius in alteram sit, u. i. trigintaduarum particularum superficialium similium & æqualiũ adinuicem. sit deinde. a. e. septem partiũ lineæ. a. i. & . a.o. trium partium. a. u. tunc productum. a. e. in. a. u. erit. u. e. particularum superficialium vigintiocto & productum. a. o. in. a. i. erit. o. i. particularum superficialiũ vigintiquatuor eiusdem naturæ cum partibus triginta-duabus totius denominantis communis. vnde diuiso numerante vigintiocto pernumerantem vigintiquatuor, dabitur vnum cum sexta parte illius vnius.



THEOREMA X.

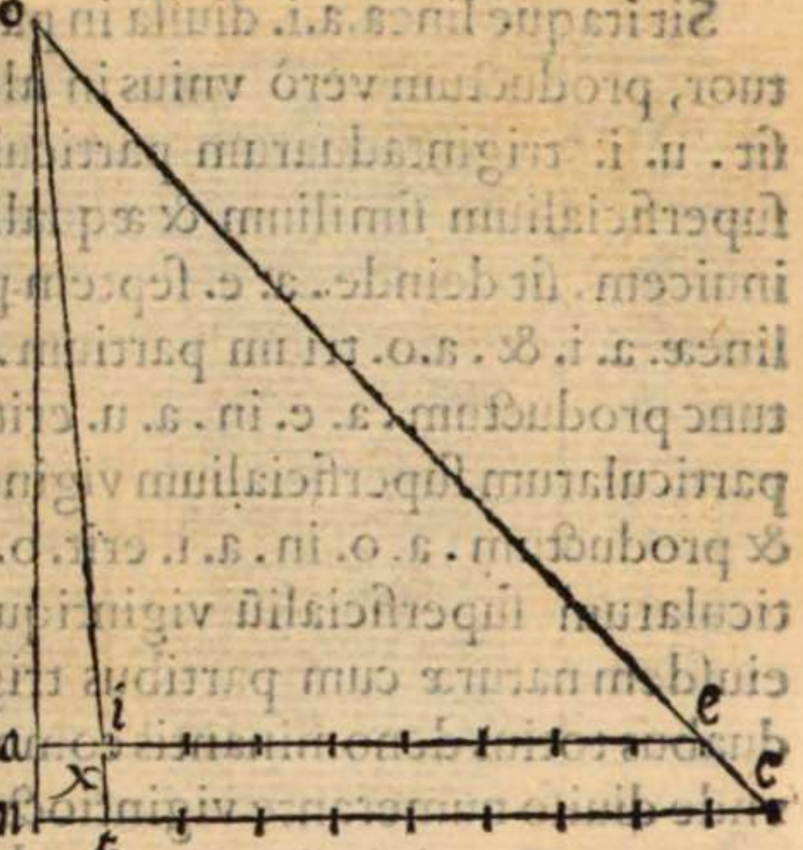
PARTIRI seu diuidere vno numero alium numerum, est etiam quodammodo eiusmodi partem numeri diuisibilis inuenire respectu totius numeri diuisibilis, cuiusmodi est vnitas in diuidente respectu totius diuidentis,partem inquam numeri diuisibilis sic se habentem ad totum numerum diuisibilem sicut vnitas ad totum diuidentem, quod similiter ex regula de tribus præstamus dicentes, si tantus numerus diuidens dat vnitatẽ, quid dabit numerus diuisibilis,quemadmodum ex. 15. sexti seu. 20. septimi licet speculari, Idcircò quotiescunque minorem numerum per maiorem diuidimus,semper qui prouenit fractus est.

Exempli gratia, si cogitaremus lineam. a. e. diuisam in octo partes æquales,quarum vna scilicet vnitas esset. a. i. & cuperemus eam diuidere in nouem partes, ac scire quanta sit nona illius pars; manifestum esset, nonam partem ipsius. a. e. minorem futuram ipsa. a. i. cum. a. i. diminui debeat à sua integritate eadem proportione, qua. a. e. minor reperitur vna linea nouem partium æqualium singularum. a. i.



Quod vt dilucidè cuiuis innotescat, hoc etiam modo licebit videre sit linea. n. c. nonupla ad.a.i. & parallela ad. a. e.dubium non est quin. n. c. maior futura sit ipsa. a. e. iam si earum extrema congiungantur medijs duabus lineis. n. a. et. c. e. quæ simul concurrant in puncto. o. (quod est probatu facillimum) dabuntur certè duo trianguli similes. a. o. e. et. n. o. c. Sit deinde. n. t. vna è partibus ipsius. n. c. quæ. n. t. æqualis erit. a. i. ex præsuppositio. ducatur deinde. o. t. quę intersecet. a. e. in puncto. x. dico. a. x. tanto minorem futuram. a. i. quanto. a. e. minor est. n. c. neque enim dubium esse potest quin proportiones. n. t. ad. a. x. et.

n. c.



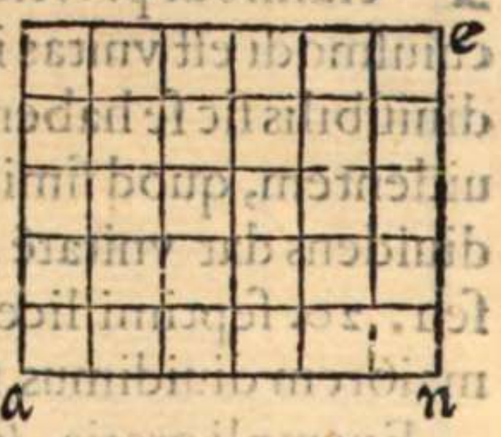
n. c. ad.a.e. ſint æquales inuicem quandoquidem vnaquæque earum ex triangulorum ſimilitudine æqualis eſt proportioni. o.n. ad. o. a. itaque.n. t. hoc eſt. a. i. tanto maior erit. a. x. quanto.n. c. maior eſt.a.e.vnde ſicut.a.e.conſtat octo nonis ipſius. n.c. ita pars. a. x. ipſius. a.e.octo nonis conſtabit ipſius.a.i.

Hinc patet ratio cur partituri numerum minorem per maiorem collocent minorem ſupra virgulam & maiorem infra & zerum ad læuã.

Sciendum eſt præterea diuidere numerum per numerum:eſſe inuenire alterũ latus à quo producitur, ſuppoſito ſemper quòd numerus diuiſibilis ſuperficialis ſit, & rectangulus.

Exempli gratia,ſi proponantur triginta diuidenda per quinarium, nihil aliud erit hæc diuiſio,quam inuentio alterius numeri,qui multiplicatus per quinarium producat triginta ſuperficies rectangulas, huiuſmodi verò eſt ſenarius,cuius ſingulæ vnitates ſuperficiales erunt.

Cuius rei gratia ſit ſubſcriptum rectangulum.a.e. triginta vnitatum ſuperficialiũ, cuius latus. e.n. ſit quinque vnitatum. hinc latus.a.n.erit ſex vnitatum; ita diuidentes rectangulum. e. a. nihil aliud faciemus, quam vt inueniamus quantum valeat latus.a.n. quod erit ſex vnitatum. Sin verò diuiſerimus per latus. a. n. quæremus latus. e. n. quinque vnitatum. ex quo,proportio totius numeri diuiſibilis ad numerum qui oritur, erit ſicut diuidentis ad vnitatem,ex prima ſexti, aut. 18.vel.19. ſeptimi,& permutatim ita ſe habebit diuiſibile ad diuidentem, ſicut numerus qui oritur ad vnitatem.

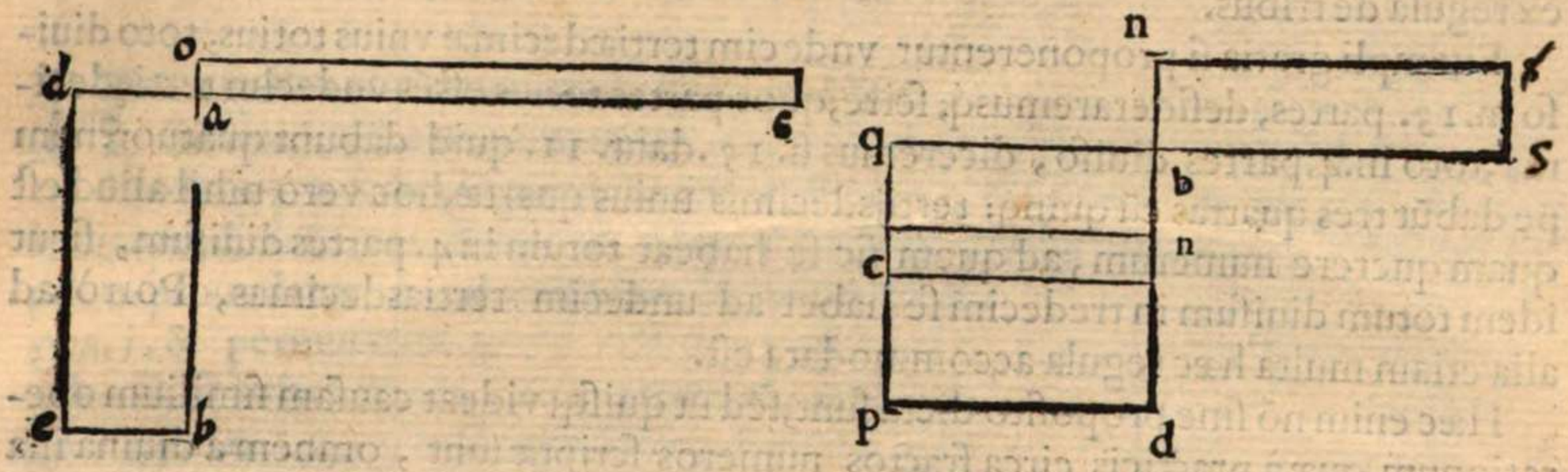


Partiri igitur nihil aliud eſt,quam inuenire latus rectanguli, quod productum in diuidente, numerum diuiſibilem compleat, ex quo numerus diuiſibilis ſuperficialis eſt,diuidens autem,& qui oritur,numeri lineares & latera producentia huiuſcemodi numerum diuiſibilem. nam multiplicare & diuidere opponuntur inuicem, cum autem ex multiplicatione laterum ſiue linearum generatur ſuperficies,ex diuiſione poſtea ipſius ſuperficiei inuenitur alterum latus. quare mirum non eſt, ſi proueniens ex vna diuiſione(via fractorum)ſit ſemper maius numero diuiſibili.

Exempli gratia,diuidendo dimidium per tertiam partem,reſultat vnus integer numerus cum dimidio pro numero qui oritur. Sit itaque dimidium ſuperficiale diuiſibile. b.c.cuius totum ſit.b.p.quadratum.tertium verò lineare diuidens,b.n. cuius totum lineare ſit.b.d.quærendum nobis eſt latus.b.s.quod cum latere.b.n. producat rectangulum.n.s.æquale dimidio ſuperficiali propoſito.b.c. quod ſi fiat, ex. 15. ſexti, aut.20.ſeptimi.erit eadem proportio.b.n.ad.b.q.quæ eſt.q.c.ad. b.s. dicemus itaque ſi.n.b.dat.b.q.quid dabit.q.c? certè.b.s.ſed.n.b.eſt tertium lineare et. b.q. lineare integrũ,& b.s.proueniens lineare.& quia.b.c.dimidium ſuperficiale,producitur à.q.c. dimidio lineari in.q.b.integro lineari.quare cum.n.s. ſit ęqualis.b.c.& productum ex b.n.minori.q.c.neceſſe eſt,vt producatur in. b.s.maiore.q.b.quod.q.b. maius eſt.q.c. quod quidem.q.c.ita appellatur ſicut.b.c.quare mirum non eſt ſi proueniens per fractos numeros ex diuiſione, maior ſit numero diuiſibili.

Hinc

Hinc manifeſte patet quamlibet diuiſionẽ aut partitionem oriri ex regula de tribus, quandoquidem ſinguli diuidentes æquipollent vni integro, & loco illius ſumuntur. Perinde enim eſt diuidere centum per viginti, ac regulã obſeruare de tribus dicẽtes, ſi viginti æquipollent vni, quibus ęquiualebũt cẽtum? Hoc autem ex ſub ſequenti figura facile deprehendetur, in qua linea.a.b. ſignificat viginti, et.a.o. vnitatẽ linearẽ, et.a.c. vnitates lineares centũ: o.c. verò centum vnitates ſuperficiales, et.a.d.quinq; vnitates lineares, et.d.b. centum vnitates ſuperficiales, ex quo manifeſtè deprehenditur quòd quemadmodum multiplicare, nihil aliud eſt, quam inueni re productũ ex duobus lateribus propoſitis, ita partiri nihil aliud eſt, quam dato vno latere inuenire aliud latus producti propoſiti.



Nam quotieſcunq; ratiocinãtes dicimus tantundem numeri, immediate producimus ſuperficiem, mediãte vnitate in huiuſmodi numero, qui numerus antequã producatur in vnitatem, mente concipiendus eſt tanqua m linearis, tanquam linea inquam diuiſa in totidem particulas lineares, ſingulas continuas & æquales vnitati propoſitæ. Cũ verò productus fuerit numerus in vnitate ſuperficialis, erit ac ſi tot eſſent vnitates quadratæ, quod ſi ita non eſſet, nulla mentio facienda eſſet quorumuis fractorũ. Ex eadẽ regula de tribus reduci poteſt ad praxim tertiũ theorema.

Quare cupientes ſcire quæ ſint illæ partes, quæ ſunt tres quartę, ipſarum quinque ſextarum, dicemus ſi quatuor dant tria, quid dabunt quinq; ſextæ? dabunt. 15. vigeſimas quartas, quæ quindecim ſunt tres quartæ ipſius. 20. viginti autẽ quinq; ſextæ vigintiquatuor, quandoquidem nos numerum quęrimus, cui ita proportionentur quinq; ſextæ alterius numeri, ſicut quatuor ad tria, vnde ſic ſe habent. 20. ad. 15. ſicut. 4. ad. 3. ipſe autem. 20. quinq; ſextę partes ſunt vigintiquatuor, vt per ſe notũ eſt.

Ex eadem regula de tribus, huiuſmodi quęſito reſponderi poteſt, ſi conſtituamus prædictas quinq; ſextas eſſe numerum, cuius tres quartæ quęrantur, dicentes, ſi vnus integer dat tres quartas, quid dabunt quinq; ſextæ? quare ſequentes regulam de tribus, dabuntur quindecim vigeſimæ quartæ. Valet eadem regula de tribus; vt quis ſcire poſſit, quæ pars aut partes numeri propoſiti ſit aliquis numerus.

Exempli gratia, ſcire cupienti, quæ pars aut partes ipſius vigintiquatuor ſint ſexdecim, conſtituentur. 24. tanquam vnum totum, cuius pars aut partes ſint ſexdecim, dicemus igitur ſi. 24. dant ſexdecim, quid dabit vnum? ſexdecim videlicet vigeſimasquartas, quæ cum ad primos numeros reductæ fuerint, erunt duæ tertiæ. Eadem ratione qui ſcire uellet, quæ partes aut pars eſſent tres quartæ, octo nonarum, diceret, ſi octo nonæ dant tres quartas, quid dabit vnum? prouenient. 27. trigeſimę ſecundæ.

Subſeruit pariter ad ſciendũ naturã partiũ numeri propoſiti. Exempli cauſa, ſi quis quærat, cuius numeri, duodecim ſint duæ tertiæ partes. Dicet ſi duo dant tria, quid

dabunt duodecim ? nempe dabunt decemocto, numerum quæsitum scilicet, Tunc autem nil aliud prętamus quam quòd quærimus numerum ad quem ita se habeant duodecim , sicut duo ad tria. Ita etiam si quis quærat, cuius numeri duo tertia sint tres quintę, dicet, si tria dant quinq;, quid dabunt duo tertia ? nempe dabunt integrum cum tracto nono. Hoc erit itaq; quęrere numerum ad quem sic se habeant duo tertia sicut tria ad quinq;, quod manifestum est per se.

Eadem ratione qui scire vellet, cuius numeri duæ septimæ, essent octo integrarum cum duabus quintis, diceret, si duo dant septem quid dabunt octo integra cum duabus quintis? nempe dabunt, 29. integra cum duabus quintis numerum quæsitum. Sic etiam qui transferre uellet fractum numerum in fractum, id perficeret ex regula de tribus.

Exempli gratia si proponerentur vndecim tertiædecimæ vnius totius, toto diuiso in. 13. partes, desideraremusq; scire, quot partes totius essét vndecim tertiędecimæ; toto in. 4. partes diuiso, diceremus si. 13 . dant. 11. quid dabunt quatuor? nempe dabũt tres quartas cũ quinq; tertijsdecimis unius quartæ, hoc verò nihil aliud est quam querere numerum, ad quem sic se habeat totum in 4. partes diuisum, sicut idem totum diuisum in tredecim se habet ad undecim tertiasdecimas, Porrò ad alia etiam multa hæc regula accommodata est.

Hæc enim nõ sine propositio dicta sunt, sed ut quisq; videat causam similium operationum, quæ à practicis circa fractos numeros scriptæ sunt , omnem à diuina illa regula de tribus originem trahere ut etiam in sequentibus videbimus.

THEOREMA XI.

CVR productum ex eo quod oritur in diuidente, semper æquale est numero diuisibili si queras ita accipe.

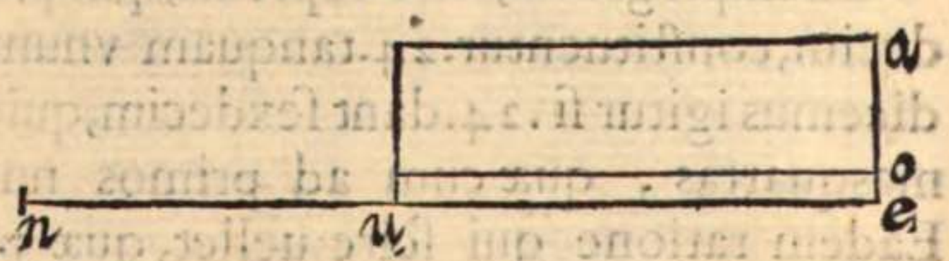
Sit numerus diuisibilis. b. quod oritur sit. c. diuidens. d. & vnitas diuidentis. t. cum igitur, vt in præcedenti theoremate dictum fuit, eadem sit proportio . b. ad. c. quæ est. d. ad. t. manifeste deprehenditur ex. 20. septimi, productum ex. b. in. t. æquale esse producto . c. in d.

b c
d t

THEOREMA XII.

ID ipsum alia ratione contemplari licet.

Numerus diuisibilis significetur per lineam. n. e. diuidens verò per lineam. a. e. quod oritur linea. u. e vnitas diuidentis. o. e. quã cogitamus ésse vnitatem linearem; ad hæc productum ex. u. e. in. a. e. sit superficies. u. a. Dico superficiem. u. a. componi ex tot vnitatibus superficialibus quot linearibus constat linea. n. e. nam ex ijs quæ diuidendi ratione notauimus, cõstituitur eandem proportionem esse . n. e. ad. u. e. quę est. a. e. ad. o. e. At ex prima sexti aut 18. septimi sic se habet totale productũ. u. a. ad partiale. u. o. sicut. a. e. ad. o. e. quare sic se habebit. u. a. ad. u. o. sicut. n. e. ad. u. e. sed. u. e. et. u. o. numero non differunt, cum sint vnius & eiusdem speciei, (tamet si numerus. u. o. sit superficialis et. u. e. linearis). Itaq; ex nona quinti numerus. u. a. æqualis erit numero. n. e.

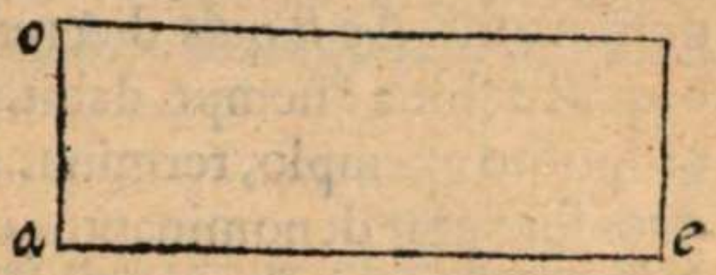


THEO-

THEOREMA. XIII.

CVR diuidentibus numerum diuisibilem per proueniens, oritur numerus diuidens?

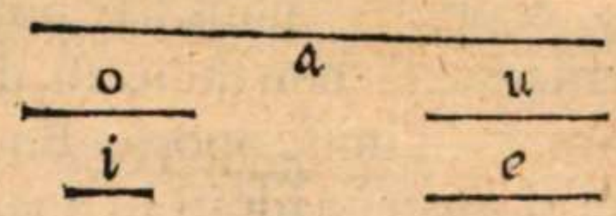
Sit subscriptus rectangulus.o.e.numerus diuisibilis, qui producitur, tam ex.a.o.in.a.e.quàm ex.a.e.in.a.o.quare si.a.o. diuidens fuerit. a.e. proueniens erit, si verò.a.e.diuidens extiterit, a.o. proueniens erit futurum.



THEOREMA. XIIII.

HOc ipsum, alia quoq; uia licebit speculari.

Sit linea.a.denotãs numerum diuisibilem, et.o.primi prouenientis linea.e.primi diuidentis.u. secundi prouenientis idest cum.o.pro diuidente sumetur. Iam ex indicata definitione diuisionis nono theoremate huius libri, dabitur proportio.a. ad. o. prout datur. e. ad vnitatem significatam linea. i. & permutatim .a. ad. e.sicut .o. ad.i. sed.a. ad.u. sic se habet prout. o.ad.i. ex eadem definitione diuisionis, itaq; sic se habebit.a.ad.u.sicut.a.ad. e.vnde.u.æqualis erit.e.ex.9. quinti



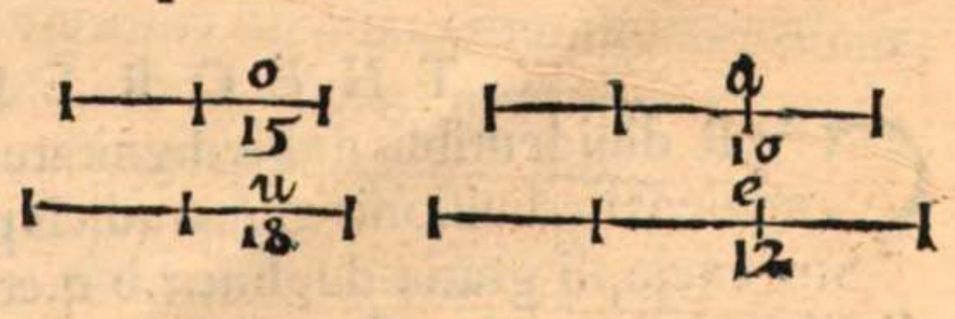
THEOREMA. XV.

VNde prouenit, vt qui velit cognoscere cuius numeri quatuor quintæ partes, sint duæ tertię, aut quid simile, cõsultissime faciat, si ad unam eandemq; denominationem reduxerit.

Prout in proposito exemplo, cũ denominãs cõmunis sit quindecim, cuius duæ tertiæ sunt decẽ, & quatuor quintæ duodecim, cõmunis autẽ denominans. 15. multiplicandus sit per quatuor quintas, scilicet duodecim, & productum diuidendum per duas tertias, hoc est decem, ex quo oriantur decemocto quęsitus numerus?

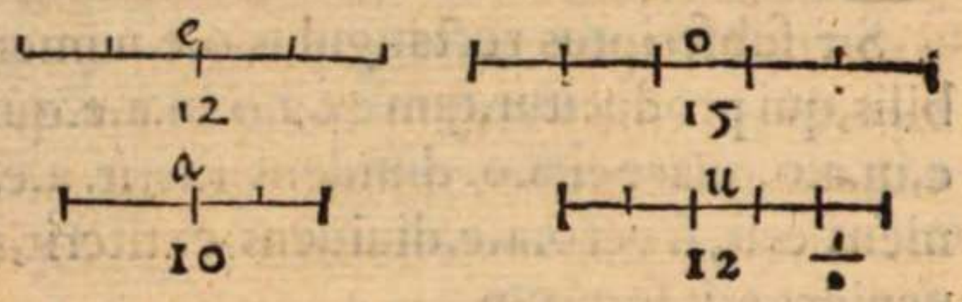
Quod ad reductionẽ numeratorũ ad vnam & eandem denominationem attinet, ea de causa fit quo uti possimus regula de tribus, quæ tribus tantummodo notis terminis indiget, quo quartus à prędictis dependens, inueniri possit, quandoquidem bini illi respectus, tribus terminis comprehendi posśũt. At quod ad multiplicationem spectat denominantis cõmunis cũ numerante denominantis incogniti & diuisionem producti per numerantem cognitũ illę nihil aliud sunt, quam quartũ terminũ inuenire, ita proportionatum tertio, vt secundus primo.

Exempli gratia, sit. a. denotãs numerantem denominantis cogniti, qui significetur linea.o. et.e.sit denominantis incogniti numerans, denotati linea.u. imò verò & cogniti. o. nempe quatuor quintæ, Iam si.o.cum.e.multiplicemus, & productum per .a. diuidemus dabitur.u. sic se habens ad.e. sicut.o.ad.a.ex.20. septimi.



THEOREMA XVI.

INuenire autem cupienti cuius numeri, duæ tertiæ, sint quatuor quintę partes, multiplicandę essent duæ tertiæ per denominantem communem, & productum diuidendum per quatuor quintas ipsius denominantis. Ac si quis diceret si.e.dat. o.quid dabit.a? nempe dabit.u.nam in proposito exemplo, terminus.a.loco.e. duos sortietur denominantes, cognitum videlicet .o. et.u. incognitum quod postea cognitum oritur ex regula de tribus, vt dictum est.

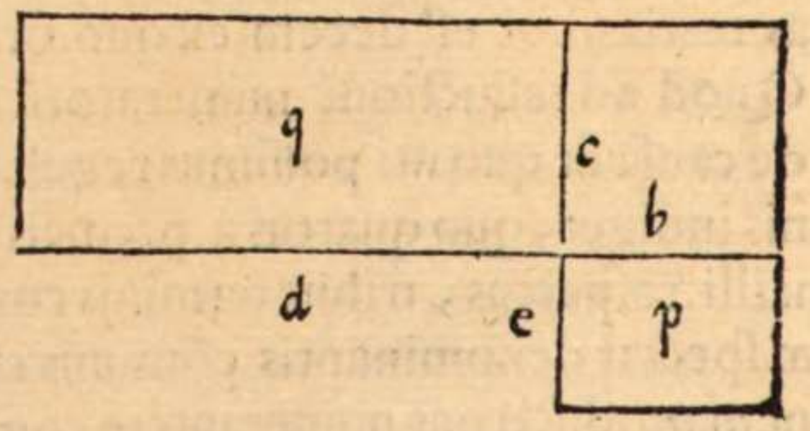


THEOREMA XVII.

QVA ratione cognosci poterit proportionem quantitatis censicæ censicæ ad similem quantitatem quadruplam esse ad eam, quæ est suarum radicum; proportionem autē primarum relatarum esse quintuplam, atq; ita deinceps?

Cuius rei gratia, scié dus est modus ꝓductionis harū dignitatū qui oritur ex productione primæ radicis in seipsam, prout qui cubū requirit, ducat radicē in suo quadrato, & orietur cubus, hæc postea ducta in cubum, quantitatē censicam censicā, et in hanc, prædictam radicem, dabit quantitatem primam relatam. Quod vbi sciuerimus, meminisse oportet Euclidem decimaoctaua sexti aut. 11. octaui docere, proportionem quadrati ad quadratū, duplam esse proportioni suarum radicum, &. 36. vndecimi aut. 11. octaui, cubi ad cubū triplam esse, ego verò nunc affero, censici censici ad radicum proportionem quadruplam esse, primi verò relati ad primum relatum quintuplam atq; ita gradatim.

Cuius speculationis gratia, detur linea.d.quæ cubum maiorem significet.et. b. minorem.c. verò sit radix ipsius .d.et.e.ipsius.b. ita ordinate adinuicem, vt in subscripta figura cernitur. Iam.c.cum.d. producatur proueniatq;. q. censicum censicum, tum producatur. e. cum.b. et dabitur. p. alterum censicum censicum. Dico igitur proportionem. q. ad. p. quadruplam esse proportioni. c. ad. e. hac de causa quòd proportio. q. ad. p. componatur ex proportione. d.ad.b. et. c.ad. e. prout facile ex. 24. sexti, aut quinta octaui deprehenditur. Quare cū proportio.d.ad. b.proportioni.c.ad.e. tripla sit, patet proportionem.q. ad.p.quadruplam esse proportioni.c.ad.e. Idem de cæteris dignitatibus dico, sumptis semper.d.et.b.pro duobus censibus censuum, aut duobus primis relatis, aut alio quouis axiomate.



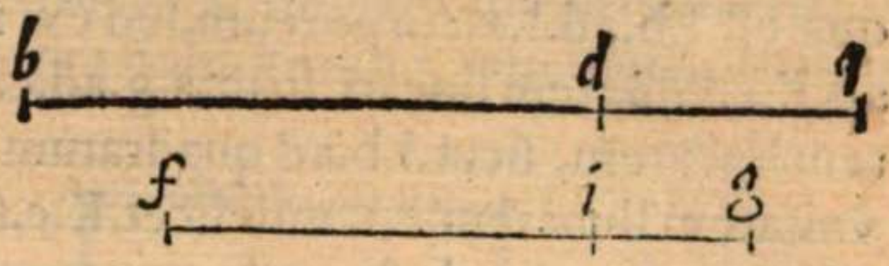
THEOREMA. XVIII.

CVR diuidentibus nobis dignitatem, per dignitatem, radix prouenientis: prouenies sit diuisionis vnius radicis per alteram?

Sint exempli gratia duę lineæ. b.q.et. f.g. quæ significent duas radices cuiusuis dignitatis; demusq; esse radices duorum quadratorum, quadratumq; ipsius b.q. per quadratum ipsius. f.g. diuidatur; quadrataque radix prouenientis sit.d.q. vnitas verò linearis sit.i.g. Dico ipsam.d.q. esse proueniens ex diuisione.b.q. per.f.g. Patet enim ex definitione diuisionis nono theoremate tradita quadra-

tum

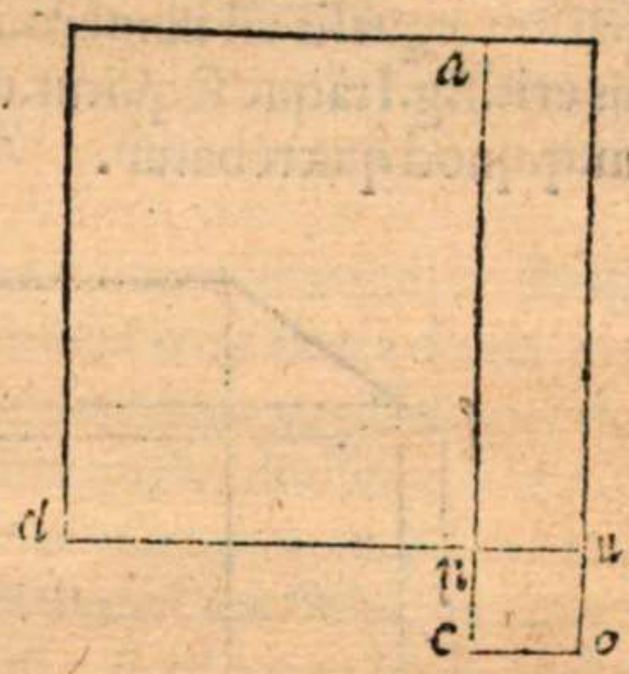
tum ipsius.d.q.talem esse partem quadrati ipsius.b.q.qualis quadratum ipsius.g.i. est quadrati ipsius.f.g. Scimus pręterea ex.19.sexti,aut vndecima octaui, proportionẽ quadrati ipsius.b.q.ad quadratũ ipsius.d.q. duplam esse proportioni. b. q. ad. d.q. suarum radicum (cuborum enim tripla esset & censuum censuum, quadrupla, atq; ita deinceps ex præcedenti theoremate) Id ipsum dico de dignitatibus ipsius. f.g.et.i.g.respectu radicum.f.g.et.i.g.Vnde cum proportio dignitatis ipsius.b.q. ad illam.d.q. ęqualis sit proportioni dignitatis ipsius.f.g.ad illam.g.i.ex communi scientia apertè cognoscemus simplices proportiones esse interse æquales,nempe eam quę est.b.q.ad.d. q.æqualem esse ei, quæ est.f. g.ad.i.g.itaq; sequitur ex definitione diuisionis.d.q.esse proueniens ex diuisione. b.q.per.f.g.



THEOREMA XVIIII.

CVR productum ex duabus radicibus quadratis, est quadrata radix, producti suorum quadratorum simul?

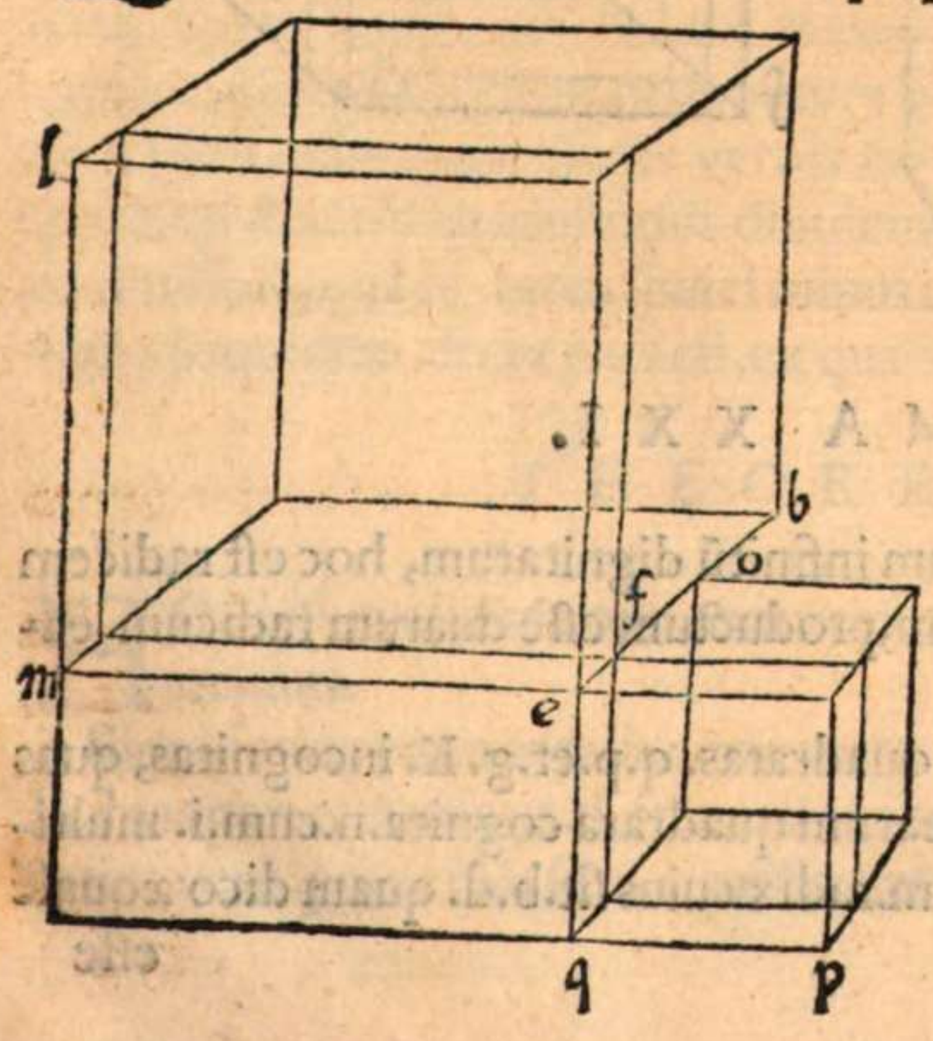
In cuius rei gratiam,sint duo quadrata.d.a.et n.o. coniuncta simul, prout in subscripta figura apparet,ita tamen vt angulus.a.n.u.sit rectus, quare ex quartadecima primi,duo latera. n.c.et. n.a.directe coniũgentur adinuicem, prout etiam reliqua duo latera.n.u. et. n.d.Cogitato deinde.a.u.producto ipsius.a.n.in.n. u. duarum videlicet radicum quadratarum simul, dabitur ex prima sexti, aut decimaottaua septimi,productum.a.u.medium proportionale inter quadratum.a. d. et.u.c. quod si cogitemus has tres superficies, tres numeros esse, patebit ex vigesimaprima septimi productum. a. u.in seipsum,quadratum scilicet. a. u. æquale esse producto. a. d. in. u.c.ex quo propositi euidentia consequetur.

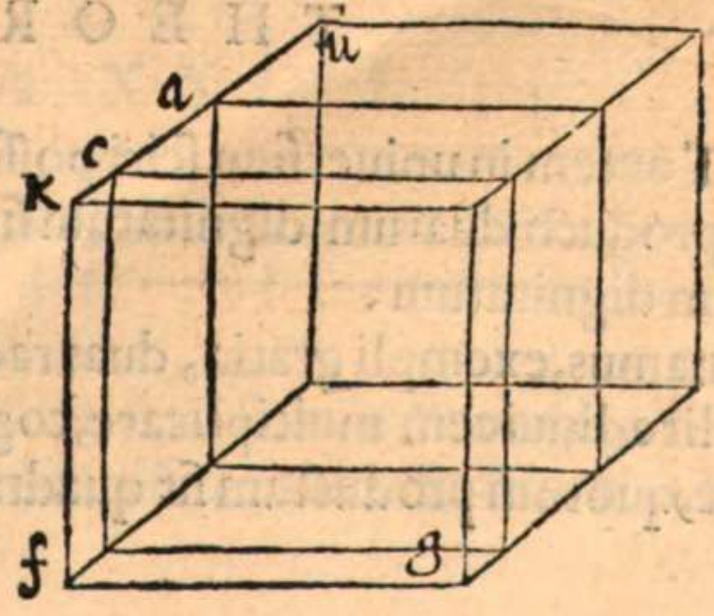


THEOREMA XX.

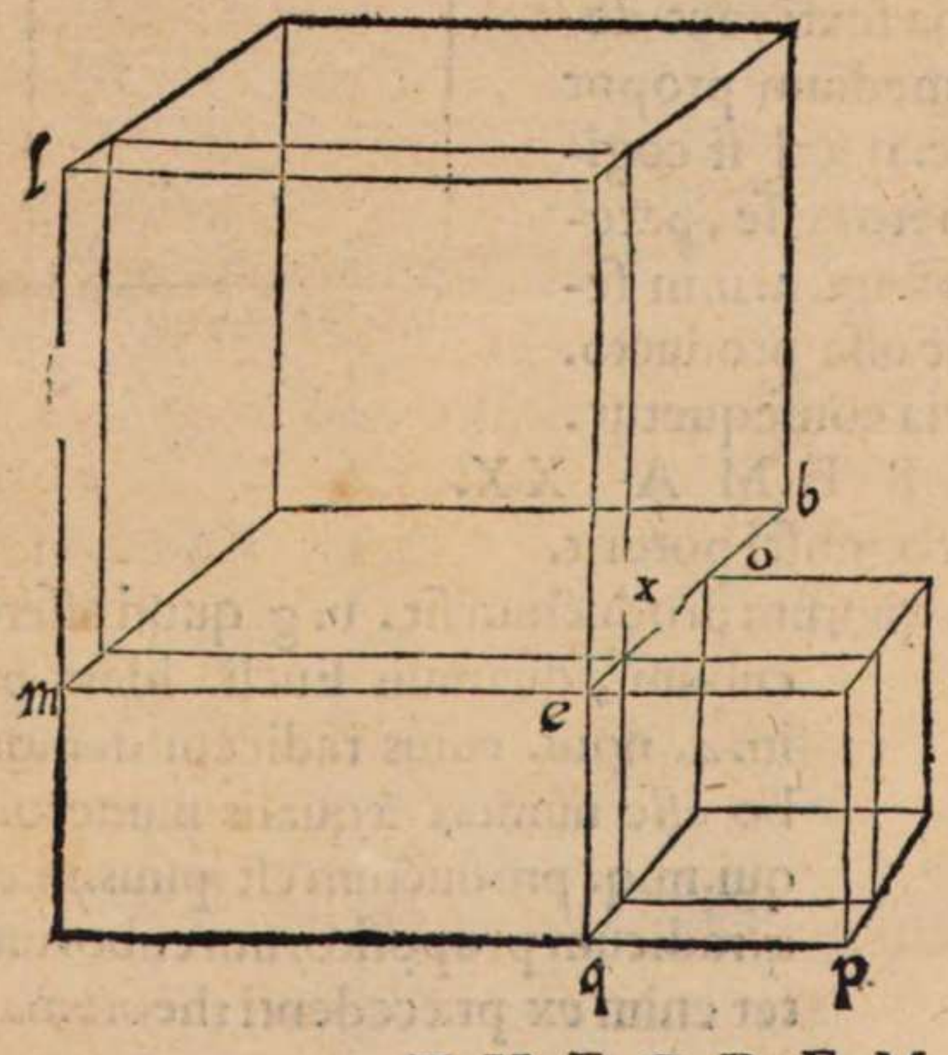
QVA ratione id ipsum in cubis cognosci poterit.

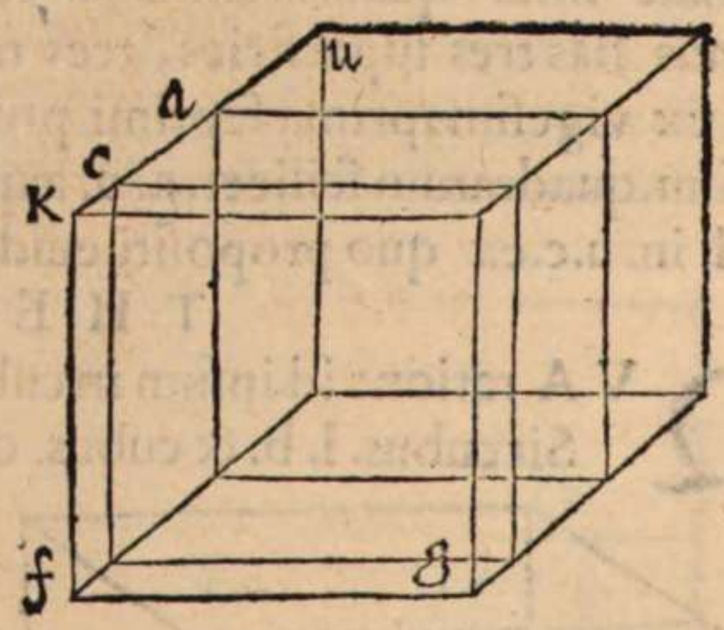
Sit cubus. l. b. & cubus. o.p. quorum productum sit. u. g. quod affero esse cubum, quamuis Eucli. idem probet in. 4. noni. cuius radicem demonstrabo esse numeri æqualis numero.m. q. qui.m.q. productum est ipsius.m.e.in.e. q.radicum propositorum cuborum.Patet enim ex præcedenti theoremate.m.





q. radicem esse quadratam producti .l. e. in. e. p. quod productũ sit quadratum corporeum. c. g. cogitemus pariter duo quadrata. l. e. et. e. p. esse pariter corporea, tantę profunditatis, quantam, vnitas linearis radicum. m. e. et. e. q. requirit. Hæc duo corpora producentur à superficie in vnitatem, vocenturq;.l.x.et. x. p.quo facto,cogitemus corpus.a.g.tamquam productum cubi.l.b. in quadratum.e. p. Vnde ex decimaoctaua,aut decimanona septimi, eadem erit proportio. a. g. ad. c. g. quæ est.l.b.ad.l.x.corporeum,sed ex. 25. vndecimi & prima sexti,ita se habet.a. K. ad.K.c.vnitatem linearẽ sicut.a.g.ad.c.g.& ex eisdẽ ita se habebit.b.e.ad.e.x.vnitatem linearem, sicut.l.b.ad quadratum.l.x.corporeum.Itaque sic se habebit. b.e. ad vnitatem linearem.e.x.videlicet.K.c.sicut.a.K.ad ipsam.K.c.Vnde ex nona quinti. a.K.æqualis erit.e.b.& consequenter æqualis.m.e.Iam verò sit.u.g. productum. l.b. cubi,in cubum.o.p.vt supra dictum est, Hinc patebit ex quauis duarum propositionum,decimaoctaua,aut decimanona septimi,eandem futuram proportionem. u. g. ad.a.g.quæ est.o.p.ad.x.p.quadratum corporeum.Quare ex postremis,dictis rationibus,eadem erit proportio.u.K.ad.a.K.quæ est.o. e. ad vnitatem linearem. e. x. at ex dictis decimaoctaua & decimanona septimi, ita se habet numer⁹.m.q.ad numerũ superficialẽ.m.e.qui ꝓducitur à lineari.m.e.in vnitatẽ linearẽ ipsius. e.q.sicut numerus.q.e.ad suam vnitatẽ,sed cũ numerus.a.K.æqualis sit numero.m.e. vt probatũ est erit ergo ex vndecima & nona quinti,numerus .u.K.æqualis numero. m. q. At. f. g. pariter æqualis est numero.m.q.ex præcedenti theoremate,vnde.K.u.pariter æqualis erit.f.g.Itaque sequitur.u.g.cubum esse,& f.g.radicem ipsius, æqualem numero. m.q.quod quærebatur.





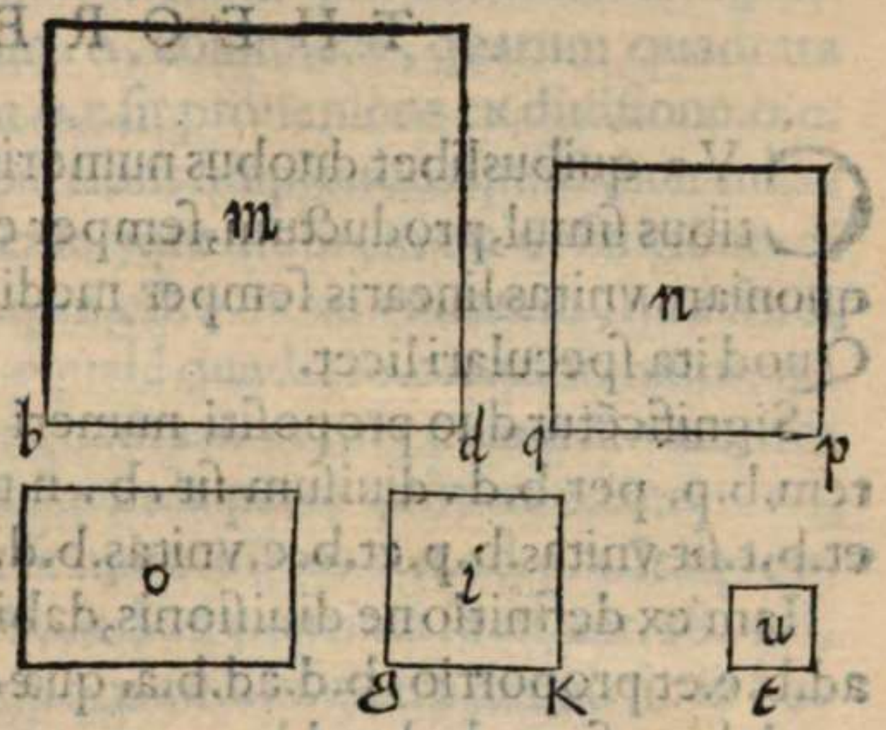
THEOREMA XXI.

VT autem in uniuersum sciri possit totum infinitũ dignitatum, hoc est radicem producti duarum dignitatum similium,productum esse duarum radicum earundem dignitatum.

Ponamus,exempli gratia, duas radices quadratas. q.p.et.g. K. incognitas, quas qui velit adinuicem multiplicare,cogatur earum quadrata cognita.n.cum.i. multiplicare,quorum productum sit quadratum.m.radix cuius sit.b.d. quam dico æqualẽ

esse

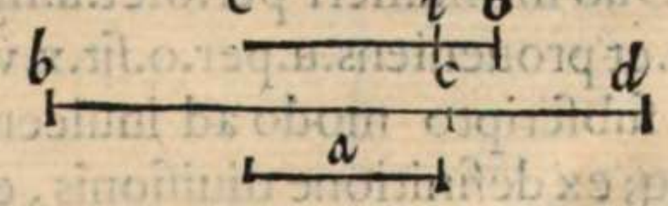
esse ꝓducto.q.p.in.g.k. qđ autẽ sit.o. Patet enim proportionẽ.o.ad.q.p.eandẽ esse cum proportione.g.k.ad suam vnitatem linearem, ex decimaoctaua, aut decimanona septimi,hæc vero vnitas linearis sit.t.cuius superficialis sit.u.vnitas scilicet toties in seipsam multiplicata quoties proposita dignitas patitur, tametsi in præsenti exemplo quadrata dignitas sumatur.Itaq; ex eisdem propositionibus decimaocta ua aut decimanona,sic se habet.m.ad.n.sicut.i.ad.u. Scimus prẽterea proportionẽ. m.ad.n.(eo quod in proposito exemplo sint quadrata) duplam esse proportioni.b. d.ad.q.p.et ipsius.i.ad.u. pariter duplam proportioni.g.k.ad.t. iam autem dictum fuit sic se habere.m.ad.n.sicut.i.ad.u.Itaq;. b.d. sic se habebit ad. q.p. sicut. g.k.ad.t. quandoquidem sic se habeat totum ad totũ, sicut pars ad partẽ,dũ similes sint,probatũ autẽ est superius ita se habere.o.ad.q.p. sicut.g.k.ad.t.itaq;.o.sic se habebit ad.q.p. sicut. b.d.ad.q.p. vnde.o. æqualis erit.b.d. Hoc ipsum cẽteris dignitatibus conueniet, mutatis tantummodo proportionibus. m. n. ad proportionem.b.d:q.p. sic proportionibus duarum dignitatum.i.u. ad proportionem suarum radicum.g.k.t.



THEOREMA XXII.

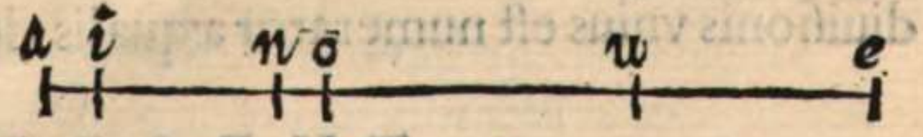
DOCENT veteres, quòd si quilibet numerus in duas partes inæquales diuisus fuerit,totumq; diuisum per vnã partium,& per eandem pars altera diuisa fuerit:differentia prouenientium semper vnitas erit. quodquidem verissimum est.

Detur enim.b.d. propositus numerus in duas partes inæquales diuisus.b.c.et.c.d. & in primis totũ.b.d.per.c.d.diuidatur,ex quo oriatur e.o.vnitas autem.p.i.o.significetur,tum pars ipsa.b.c.p.eãdem. c. d.diuidatur,sitq; proueniẽs.a. Sanè ex definitione diuisionis,eadem erit proportio.b.d.ad.e.o.quæ est.c.d.ad.i.o. et ita.b.c.ad.a. sicut.c.d.ad.i.o.Ex.19.autem quinti,ita se habet.b. c.ad.e.i.sicut.b.d.ad.e.o.at.b.d. ad.e.o.sic se habet sicut.c.d.ad.i.o.hoc est sicut.b.c.ad. a.Quare ex.11.quinti sic se habebit.b.c.ad.e.i.sicut.ad.a.ex quo ex.9.prędicti.a. æqualis erit. e.i. sed.e.i. minor est.e.o. per.i.o. Quare sequitur propositum verum esse. Quod ipsum pauciſſimis verbis sic definiri potest,si dixerimus,eiusmodi diuidens. in parte diuisibili,quã in toto, semel minus ingredi, quandoquidem altera pars est,ex qua totum integrum perficitur.



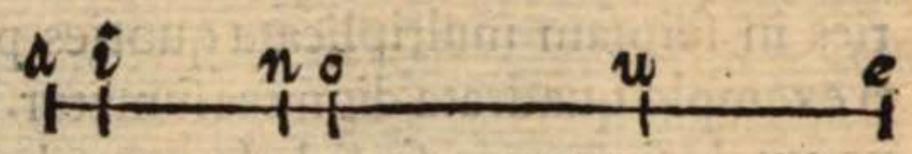
THEOREMA XXIII.

HOc ipsum alia ratione contemplari poterimus.



Significetur enim totalis numerus per.a.e. in duas partes diuisus.a.u.et.u.e.totius autem diuidens sit.u. e. & partis alterius.a.u. totius verò proueniẽs sit.a.c.partis autẽ,sit proueniẽs.a.n.tum differentia sit.n.c.vnitas

tas vero cui differentiã.n.c.æquari dico,ſit.a.i.Patet enim in primis,eandem proportionem eſſe. a.e. ad.a.c. quæ eſt. u. e.ad.a.i. ex definitione diuiſionis, et eandem eſſe.a.u.ad.a. n.quæ eſt.u.e.ad.a.i.vnde ex.
11.quinti ſic ſe habebit.a.e.ad.a.c.ſicut.a. u. ad.a.n. et ex.19.eiuſdem ſic ſe habebit. u.e.ad.n.c. ſicut. a.e.ad. a.c. ſed. ſic ſe habebat.u.e.ad. a.i.Itaq; ex prædicta.11.quinti,ſic ſe habebit.u.e. ad.n.c. ſicut ad.a. i.Quare ex.9.eiuſdem.n.c.æqualis erit.a.i.et idcirco.n.c.pariter vnitas erit.

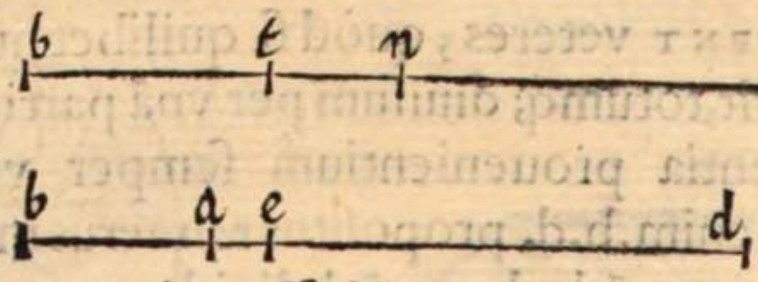


THEOREMA XXIIII.

CVR quibuslibet duobus numeris diuiſis adinuicem,multiplicatisq; prouenientibus ſimul,productum,ſemper eſt vnitas ſuperficialis?Nempe ex.20. ſeptimi, quoniam vnitas linearis ſemper media proportionalis eſt inter bina prouenientia. Quod ita ſpeculari licet.

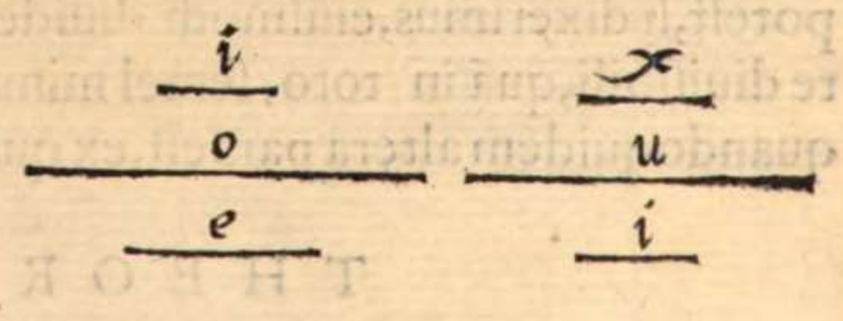
Significẽtur duo propoſiti numeri per.b.p.et.b.d. mutuo diuiſi, proueniens autem.b.p. per.b.d. diuiſum ſit. b. n.tum proueniens.b.d. diuiſum per.b.p.ſit.b.a. et.b.t.ſit vnitas.b.p.et.b. e.vnitas.b.d.ex quo.b.t.æqualis erit.b.e.

Iam ex definitione diuiſionis,dabitur eadem proportio.b.p.ad.b.n.quæ eſt.b.d. ad.b.e.et proportio. b.d.ad.b.a. quæ eſt. b. p. ad. b. t. Sed cum ſic ſe habeat.b. p.ad. b.n. ſicut .b.d. ad.b.e. permutando ſic ſe habebit.b.p.ad.b.d.ſicut.b.n.ad.b. e.hoc eſt ad.b.t.et cum ſic ſe habeat.b.d.ad.b.a.ſicut. b.p.ad.b.t: permutando ſic ſe habebit. b.d.ad. b.p. ſicut.b.a. ad. b.t.
Quare euerſim ſic ſe habebit.b. p.ad. b.d.ſicut. b.t.ad.b.a.ſed. b.n.ad. b.t. ſic ſe habebat vt. b.p.ad.b.d. Itaq; ex.11. quinti ſic ſe habebit.b.n.ad.b.t.ſicut.b. e.ad.b.a.Dictum autem eſt.b.e.et.b.t.idem omnino eſſe. Quare ex.20.ſeptimi propoſiti veritas innoteſcet.



THEOREMA XXV.

IDipſum & hac altera uia patebit.
Duo illi numeri per.o.et.u.ſignificentur mutuo diuiſi,proueniens autẽ.o. per. u.ſit.e.et proueniens.u.per.o.ſit.x.vnitas uerò per.i.ſignificetur, quas tamen quantitates ſubſcripto modo ad inuicem diſponito.Itaq; ex definitione diuiſionis, eadem erit proportio.o.ad.e.quę eſt.u.ad.i.et.o.ad.i.quę eſt.u.ad.x.Quare ex æqualitate proportionũ. e.ad.i.ſic ſe habebit ſicut.i.ad. x. erit enim.i. media proportionalis inter.e.et.x.ex.20. autẽ ſeptimi propoſitum concludetur. Huiuſmodi rei cauſa etiam eſt, quod proueniens diuiſionis vnius eſt numerator æqualis denominatori diuiſionis alterius.



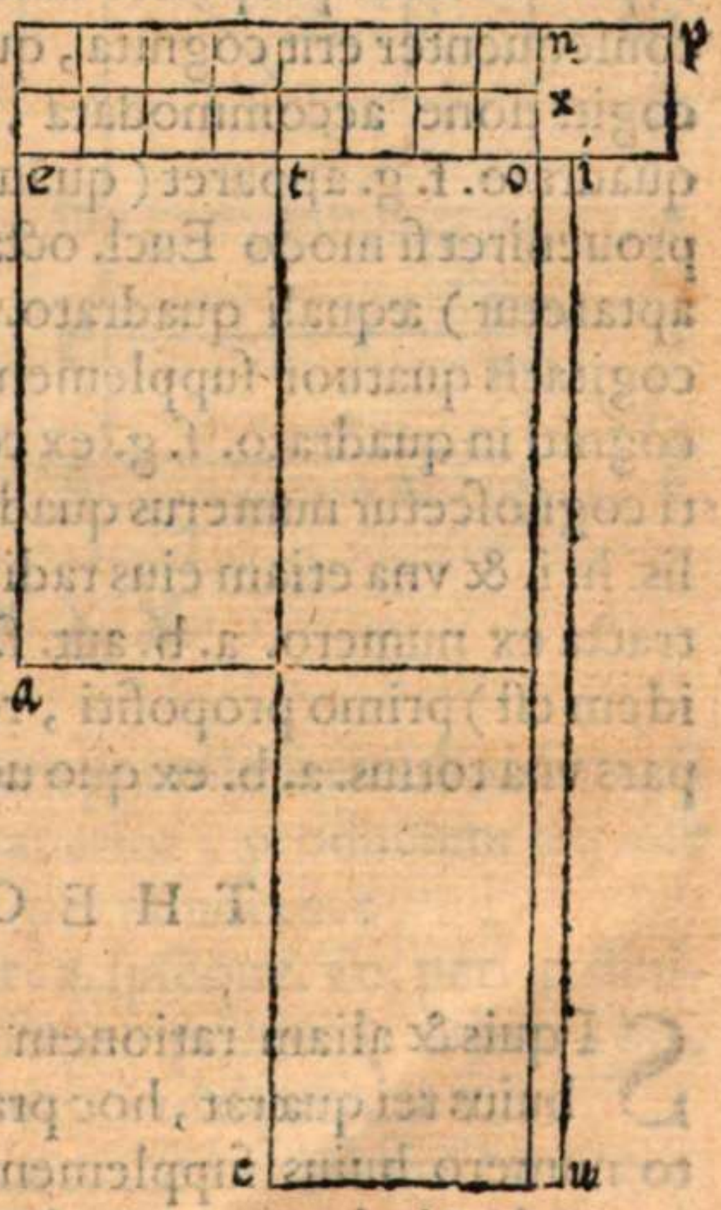
THEOREMA XXVI.

CVR duobus numeris mutuo diuiſis,sũptis deinde prouenientibus ſimul et adinuicem,& per hanc ſummam,diuiſa ſumma quadratorum dictorum propoſitorũ

numerorum, proueniat numerus æqualis numero producti duorum primorum numerorum simul.

Sint exempli gratia propositi numeri. 2. et. 8. qui mutuo diuisi in primis dent prouenientia quatuor integra, tum quartam partem pro altero proueniente, hæc collecta dabunt summam quatuor integrorum et quartæ partis vnius, summa autem quadratorum binarij & octonarij erit. 68. qui quidem numerus per quatuor & quartam partem vnius diuisus dabit. 16. pro proueniente, quæ. 16. æqualia erunt producto binarii in octonarium.

Cuius rei hæc erit speculatio, sint duæ lineæ. o. e. et. o. n. quæ duos numeros propositos significent, inuicem ad angulum rectum. o. coniunctæ, quarum quadrata sint. o. a. et. o. p. ipsorum productum sit. n. e. tum. o. t. sit proueniens ex diuisione. o. e. per. o. n. Hęc singulatim considerabimus (nã si in partibus simplicibus quod dicimus acciderit, id ipsum in compositis consequenter eueniet) quamobrem ex definitione diuisionis dabitur eadem proportio. o. e. ad. o. t. quæ est. o. n. ad vnitatem, quæ sit. o. x. Nunc cogitemus superficiẽ rectangulã. o. c. æqualẽ quadrato. o. a. tunc numerus. c. t. proueniens erit, ut patet, ex diuisione numeri quadrati. o. a. per numerũ. o. t. eritq; eadẽ proportio. c. t. ad. o. e. quæ est. o. e. ad. o. t. ex secunda parte quintædecimæ sexti, aut. 20. septimi. Iã autẽ dictum est. o. e. ad. o. t. sic se habere sicut. o. n. ad. o. x. Itaq; ex. 11. quinti sic se habebit. c. t. ad. o. e. sicut. o. n. ad. o. x. Sed ex prima sexti, aut. 18. vel. 19. septimi, sic se habet ꝓductum. n. e. ad. e. x. sicut. o. n. ad. o. x. quare denuo sic se habebit numerus. c. t. ad numerum. o. e. sicut numerus. n. e. ad numerum. x. e. Sed numerus. o. e. cum numero. x. e. specie idem est, igitur ex. 9. quinti numerus. c. t. numero. n. e. æqualis erit.



Id ipsum de quadrato ipsius. o. n. videlicet. p. o. dico. Nam si proueniens. o. n. diuiso per. o. e. idest. o. i. proportionale respondens ad. o. t. cum. o. t. coniunctũ fuerit, et per hãc summam diuisa summa quadratorum. o. a. et. o. p. patet per se proueniens futurum eiusdem numeri. c. t. ipsumq;. c. t. proueniens semper futurum.

Quo autem lucidius res hæc innotescat. Cogitemus proueniens quadrati. o. p. diuisi ab. o. i. respondentisq;. o. t. esse. i. u. quod via prædicta inuenitur æqualis esse numero. n. e. ex quo consequenter æquale. c. t: cogitato deinde rectangulo. o. u. æquali. o. p. coniuncto. o. c: totum. t. u. æquale erit composito duorum quadratorum. o. a. et. o. p. cum in nullo numerus. c. t. mutetur, tam ex composito. t. u. quã ex simplici. o. c. ex quo propositi se se ueritas profert.

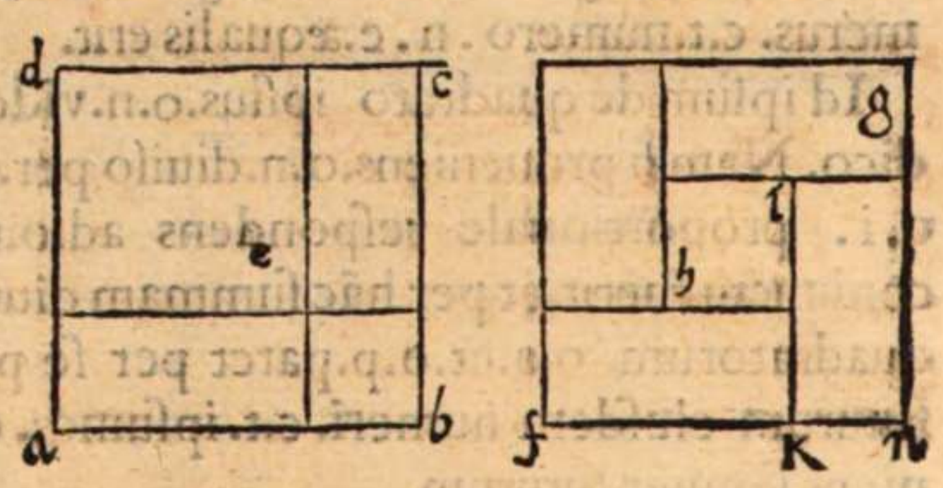
THEOREMA XXVII.

PROPOSVERVNT veteres nobile quidem problema, sed quod tamen citra algebraicam effectionem, aut nescierunt, aut noluerunt dissoluere, quod nihilominus facillimum est.

Proponunt hi numerum in binas eiuſmodi partes diuidendum, vt ſumma quadratorum dictarum partium, alteri numero poſsibili propoſito æqualis ſit, poſſibili inquam, etenim ſi eiuſmodi numerus propoſitus, minor eſſet producto totius primi in ſuum dimidium, eſſet huiuſmodi factum impoſſibile. Quod nos exequi cupientes, ſumamus primum numerū propoſitum, quem in ſe ipſum multiplicemus. ab hoc quadrato deducamus ſecundum numerum propoſitum, tum quod remanſerit duplicemus, quod duplum denuo iubeo ex eodem primo quadrato detrahi, accepta poſtea radice quadrata reſidui & dempta ex priori numero propoſito, tunc dimidium reſidui vna pars erit ex duabus primi numeri quæſita.

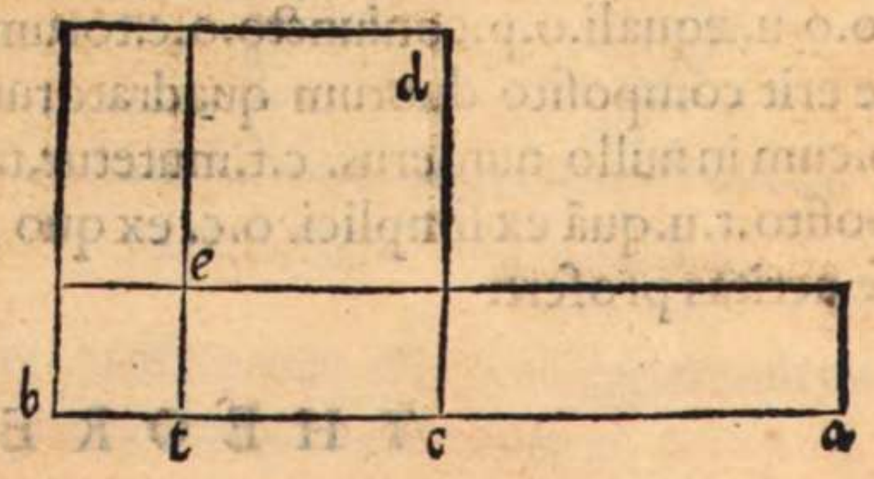
Exempli gratia proponantur. 20. diuidenda in duas eiuſmodi partes, vt ſumma quadratorum ipſarum partium æqualis ſit. 272. qui numerus maior eſt. 200. maior inquam dimidio quadrati. 400. ipſorum. 20. hic autem numerus. 272. è quadrato. 400. deducatur, remanebūt enim. 128. quod duplicari iubeo, producétur ſiquidé. 256. quæ pariter deducta è quadrato totali, remanebunt. 144. cuius radicem ſumi volo, quæ erit. 12. & dempta ex. 20. priori numero dato remanebit. 8. cuius dimidium erit. 4: pars vna ex quæſitis, quæ ex primo numero propoſito. 20. detrahetur, remanebitq;. 16. pro altera parte.

Cuius demonſtrationis cauſa, in primis cogitemus quadratum. a.c. cognitum numeri. a. b. primò propoſiti, qui cogitetur diuiſus in duo quadrata. d. e. et. e. b. duoque ſupplementa. a. e. et. e. c. numerus autem ſummæ duorum quadratorum. d. e. b. pro ſecundo propoſito datur; ex quo, ſumma duorum ſupplementorum. a. e. c. conſequenter erit cognita, quę cum duplicata fuerit, & quatuor hæc ſupplementa cogitatione accommodata, prout in quadrato. f. g. apparet (quāuis idipſum proueniret ſi modo Eucl. octaua ſecūdi aptaretur) æquali quadrato. a. c. ita vt cogitatis quatuor ſupplementis numeri cogniti in quadrato. f. g. ex conſequenti cognoſcetur numerus quadrati partialis. h. i. & vna etiam eius radix qua detracta ex numero. a. b. aut. f. n. (quod idem eſt) primo propoſiti, relinquetur numerus cognitus duplum. x. n. aut. t. b. pars vna totius. a. b. ex quo uerum erit hoc meum problema.



THEOREMA XXVIII.

SI quis & aliam rationem perficiendæ huius rei quærat, hoc præſtet inuento numero huius ſupplementi, cum in præcedenti theoremate dictum fuerit, qua ratione manifeſtetur duplum ſupplementi ipſius.



Cogitemus in ſubſcripta figura lineam. a.b. tanquam primum numerum propoſitum, & productum. a. e. ſupplemento. a. e. primæ præcedentis figuræ æquale ſit, ac deinde ordine ab antiquis tradito procedatur, ad quadratum reducto dimidio. a. b. videlicet. b. c. quod erit. b. d. ex quo detrahatur deinde. a. e. quare remanebit

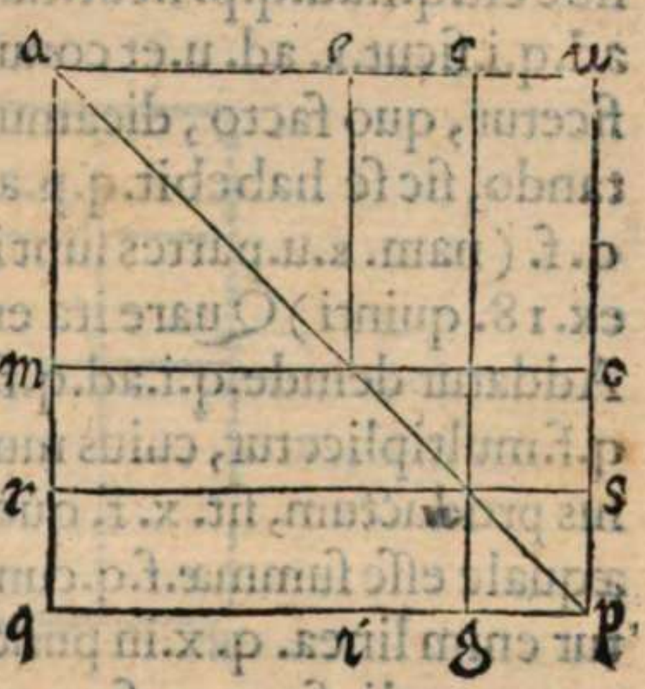
bit quadratum. e. d. cognitum, cuius radix æqualis erit. c. t. qua coniũcta dimidio. c. a. ex quinta ſecundi Eucli. dabit quod propoſitum erat.

THEOREMA XXIX.

QVID cauſæ eſt, cur ſubtracto duplo producti duorum numerorum ad inuicem multiplicatorũ ex ſumma ſuorum quadratorum, ſemper quod ſuper eſt duorum numerorum quadratum differentiæ ſit?

Exempli gratia ſi proponerentur duo numeri. 16. et. 4. duplum producti eorum eſſet. 128. quò detracto ex ſumma ſuorum quadratorum, nempè ex. 272. remaneret. 144. cuius quadrati radix eſſet. 12. tanquam differentia inter. 4. et. 16.

Id vt ſciamus, duo numeri propoſiti, duabus lineis ſignificentur, maiore. q. g. et minore. g. p. directè coniunctis, ſuper quas, totale quadratum extruatur. a. p. in quo cogitetur diameter. a. p. et à puncto. g. ducatur parallela. g. n. c. et à puncto. n. parallela. n. s. r. ex quo duo producta dabũtur. q. n. et. n. u. ſingula æqualia producto. q. g. in g. p. et. a. n. et. n. p. duo quadrata dictorum numerorum propoſitorum, quod ſatis ſuperq́, probatur quarta ſecundi Eucli. Cogitemus deinde. n. o. æqualem. n. p. et à puncto. o. ducatur. o. m. t. parallela. r. s. et. o. e. ad. n. c. quare ex allatis ab Eucli. octaua ſecundi, dabitur quantitas. m. n. æqualis. q. n. producto. q. g. in g. p. et quantitas. o. c. minor ipſo producto, ex quantitate quadrati. n. p. ex quo quantitas. m. n. e. vnà cum quadrato. n. p. æqualis erit duplo producti. q. g. in. g. p. ſed hæ duæ quantitates, ſunt partes duorum quadratorum dictorum, & quæ ſuper eſt. m. e. quadratum differentiæ vnius numeri propoſiti ab altero, prout in ſubſcripta figura licebit cuilibet conſiderare. Itaque veritas hæc manifeſta erit.

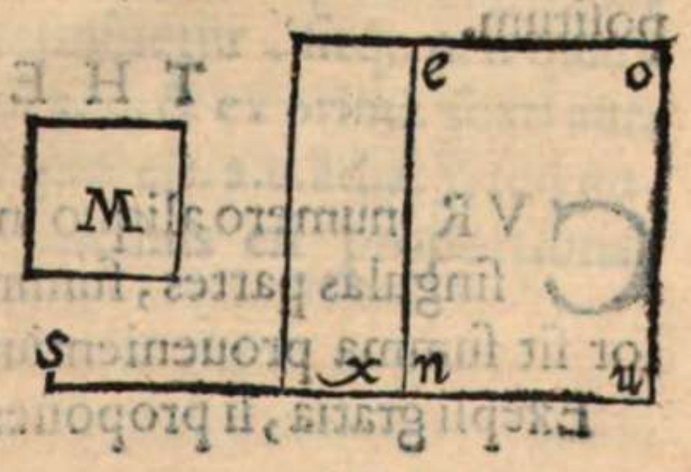


THEOREMA XXX.

CVRIJ qui ex duobus numeris propoſitis maiorem per minorem diuidunt, ſi proueniens per maiorem numerum multiplicauerint, productum æquale erit prouenienti ex diuiſione quadrati maioris numeri per minorem?

Exempli gratia ſi proponantur duo numeri. 20. et. 4. ipſeque. 20. per. 4. diuidatur, dabit quinque, tum. 400. quadrato. 20. diuiſo per priorẽ. 4. dabit. 100. quod proueniens, producto ex. 20. in. 5. primo prouenienti adæquatur.

Cuius ſpeculationis cauſa, ſint duo numeri, qui lineis. x. u. et. x. s. maiore atq; minore ſignificẽtur, tum. u. x. numerus per. s. x. diuidatur, ſitq́ue proueniens. x. n. poſtmodum quadratum. u. x. ſit. x. o. et productum ex. n. x. in. u. x. ſit. x. e. quod æquale eſſe dico prouenienti ex diuiſione quadrati. o. x. per. s. x. quod ſit. m. Patet enim ex definitione diuiſionis, talem futuram proportionem. u. x. ad. n. x. qualis eſt. s. x. ad vnitatem, & quadratum. o. x. ad rectangulum. e. x. ita ſe ha-



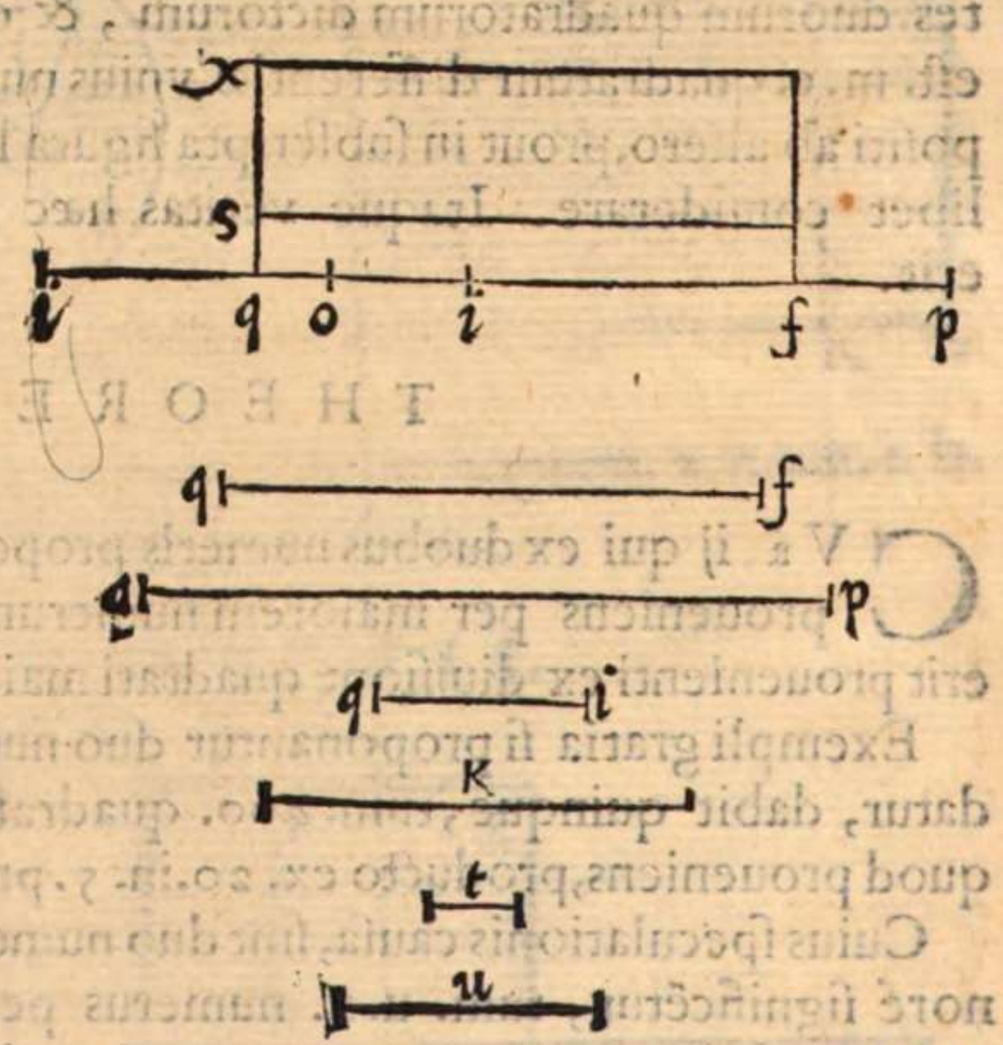
biturum, ſicut. u. x. ad. n. x. ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, quare ex 11. quinti ita ſe habebit. o. x. ad. e. x. ſicut. s. x. ad vnitatem; ſed ſicut ſe habet. s. x. ad vnitatem, ita ſe habet pariter. o. x. ad. m. vnde ex. 11. prædicta ita ſe habebit. o. x. ad. m. ſicut idipſum. o. x. ad. e. x. itaque ex. 9. prædicti quinti. m. æqualis erit. o. x.

THEOREMA XXXI.

CVR propoſito aliquo numero in duas partes inæquales diuiſo, ſi rurſus per quamlibet ipſarum diuidatur, prouenientia tantumdem coniuncta quantum multiplicata efficiant.

Exempli gratia, ſit denarius propoſitus numerus, per binarium & octonarium diuiſus, prouenientia erunt quinque & vnum cum quarta parte, quæ coniuncta erunt. 6. cum quarta parte lineari, quæ ſi mul multiplicata, pariter erunt. 6. cum quarta parte ſuperficiali.

Cuius ſpeculationis cauſa, totalis numerns, linea. q. p. ſignificetur, eius duæ partes, per. κ. maiorem et. u. minorem, ipſa vnitas per. t: proueniens ex diuiſione. q. p. per. κ. ſit. q. i. proueniens autem ipſius. q. p. per. u. ſit. q. f. quare ex definitione diuiſionis ita ſe habebit. q. p. ad. q. i. ſicut. κ. ad. t. et. q. p. ad. q. f. ſicut. u. ad. t. hoc eſt. q. f. ad. q. p. ſicut. t. ad. u. vnde ex æqualitate proportionũ ſic ſe habebit. q. f. ad. q. i. ſicut. κ. ad. u. et conuerſim. Ad hæc in linea. q. p. vnitas, per lineam. q. o. ſignificetur, quo facto, dicamus, ſi. q. p. ad. q. i. ſic ſe habet vt. κ. ad. q. o. itaque permutando, ſic ſe habebit. q. p. ad. κ. ſicut. q. i ad. q. o. hoc eſt. κ. u. ad. κ. ſicut. i. q. f. ad. q. f. (nam. κ. u. partes ſunt integrales totius. q. p. et. κ. u. ad. κ. eſt ſicut. i. q. f. ad. q. f. ex. 18. quinti) Quare ita erit. i. q. f. ad. q. f. ſicut. q. i. ad vnitatem. q. o. ex. 11. quinti Addatur deinde. q. i. ad. q. f. et. q. i. per. q. f. multiplicetur, cuius multiplicationis productum, ſit. x. f. quod probabo æquale eſſe ſummæ. f. q. cum. q. i. Secetur enim linea. q. x. in puncto. s. ita. vt. q. s. æqualis ſit. q. o. ſigneturque productum. s. f. quare eadẽ erit proportio quantitatis. x. f. ad. s. f. quæ eſt. q. x. ad. q. s. ex prima ſexti, aut. 18. vel 19. ſeptimi, hoc eſt, ſicut. q. i. ad. q. o. et ex. 11. quinti (vt dictum eſt) ſicut. i. q. f. ad. q. f. ſed numerus. s. f. ſuperficialis tantus eſt, quantus linearis. q. f. quare ex. 9. quinti tantus erit (ſuperficialiter) numerus. x. f. quantus (lineariter). f. q. i. quod erat propoſitum.



THEOREMA. XXXII.

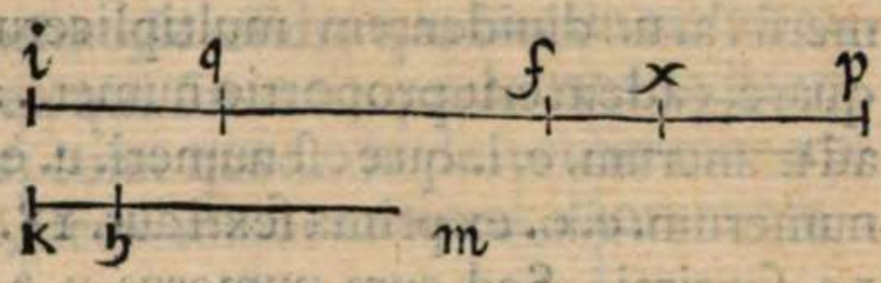
CVR numero aliquo in duas partes inæquales diuiſo, ſi rurſus diuidatur per ſingulas partes, ſumma duorum prouenientium per binarium, ſemper maior ſit ſumma prouenientium ex diuiſione vnius partis per alteram.

Exẽpli gratia, ſi proponeretur numerus. 24. qui in duas partes inæquales diuide

retur.

retur. 20. ſcilicet et. 4. certè. 24. per ſingulas partes diuiſo, daretur vnum proueniens ſex integra, & alterum vnum & quinta pars, quorum ſumma eſſet ſeptem integra cum quinta parte, tum altera parte per alteram diuiſa, daretur vnum proueniens quinque integrorum & alterum vnius quinti tantum, quorum ſumma eſſet quinque integra, & vna quinta pars, minor prima reliquorum duorum prouenientium per binarium.

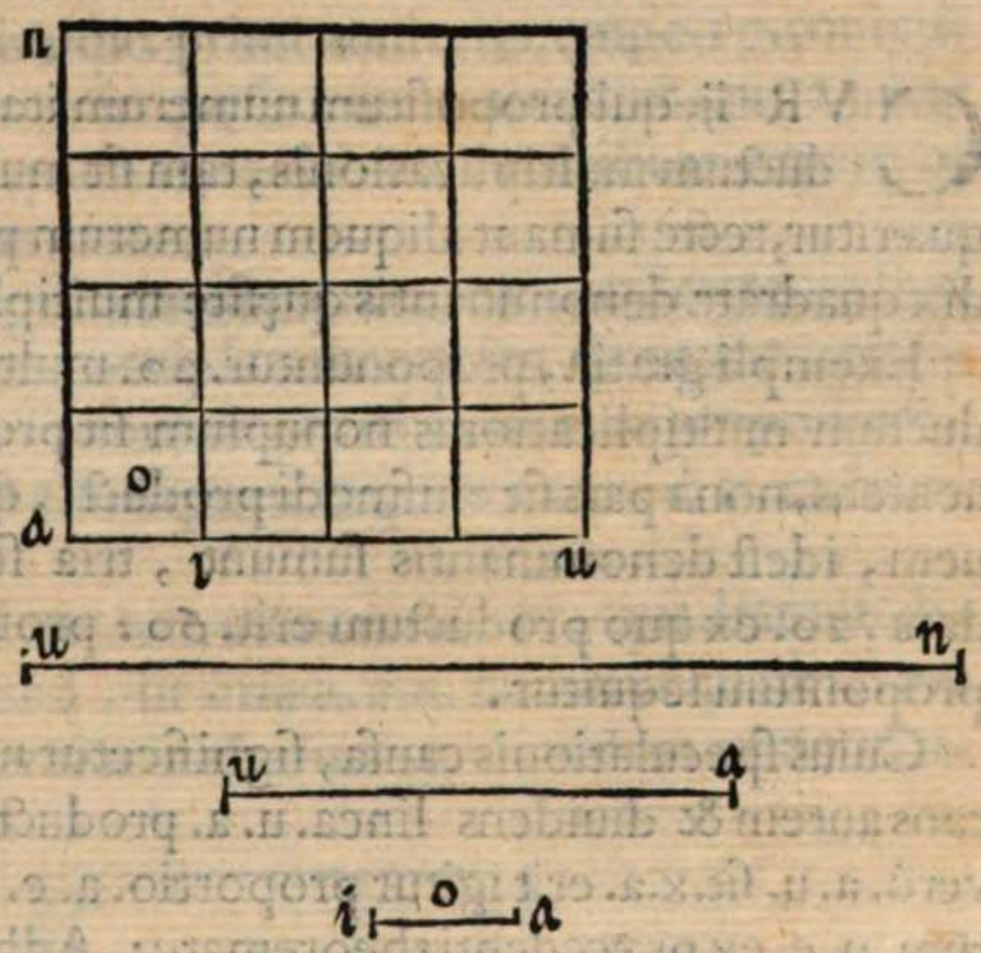
Cuius conſiderationis cauſa, propoſitus numerus linea. q. p. ſignificetur, eius duę partes lineis. q.x. et. x. p. tũ. q.f. ſit proueniens ex diuiſione totius. q.p. per. x. p. et. q.i. ſit proueniens ex diuiſione eiuſdem. q.p. per. q.x. adhæc. h. m. ſit proueniens, ex diuiſione. q.x. per x. p. et. h. k. proueniens ex diuiſione. p.x. per. q. x. patet igitur ex. 22. theoremate huius libri proueniẽs. h. m. minus eſſe proueniente. q. f. per vnitatẽ, & proueniens. h. k. minus proueniente. q.i. per alteram vnitatem. Itaque. f.q.i. maior erit. m.h.k. per numerum binarium, quod erat propoſitum.



THEOREMA. XXXIII.

QVILIBET numerus, medius eſt proportionalis inter numerum ſui quadrati & vnitatem.

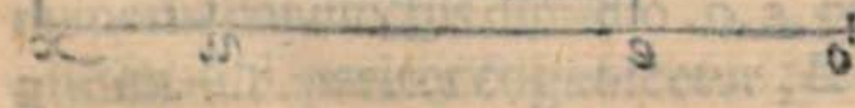
Detur enim numerus propoſitus, qui linea. a. u. ſignificetur, cuius quadratum ſit. u.n. vnitas linearis ſit. i. a. et ſuperficialis. o. patebit ex. 18. ſexti aut 11. octaui proportionem. u. n. ad. o. futuram duplam proportioni. u. a. ad. i. a. ſed. i. a. et. o. eadem (ſpecie) res ſũt, tanta ſcilicet. a. i. quanta. o. vnitas eſt, Itaque proportio numeri. u.n. ad. u.a. æqualis erit proportioni. u. a. ad. i. a. Quare numerus. u. a. inter numerum. u. n. & vnitatem, medius erit proportionalis.



THEOREMA XXXIIII.

HOc ipſum quod diximus & alia ratione ſpeculari licebit.

Propoſitus numerus, nunc etiam per. a.u. ſignificetur, eius quadratum per. u. n. vnitas linearis per. a.i. productumq;. a. u. in. a. i. terminetur, ſitq;. n. i. quare n.i. conſtabit numero ſuperficiali æquali numero lineari. a. u. & ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi, eadem erit proportio. u.n. ad. i.n. quæ eſt. a.u. ad. a. i. ſed numerus. a.u. cum numero. n. i. idem ſpecie eſt. Itaque medius eſt proportionalis inter. u.n. & vnitatem.



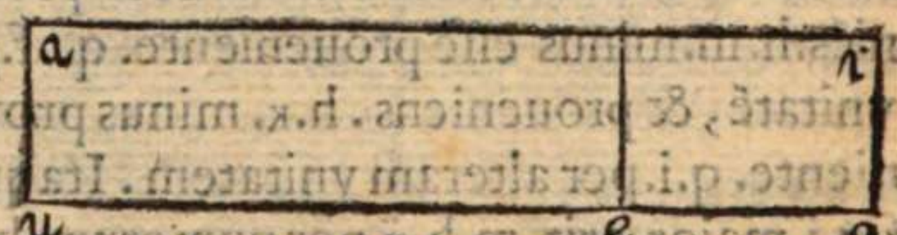
THEO-

THEOREMA XXXV.

QVIVIS numerus per alterum multiplicatus, & diuisus, medius est proportionalis inter productum multiplicationis, & proueniens diuisionis.

Exempli gratia, si. 20. multiplicẽtur per quinque & inde per quinque diuidantur productum erit. 100. proueniens. 4. inter quos numeros. 20. medius est proportionalis.

Hoc vt speculemur, proponatur numerus multiplicandus & diuidendus, qui significetur linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. a. u. multiplicationis productum sit. e.a. proueniens ex diuisione sit. o. e. Nunc proueniens. e. o. per numerũ. a. u. diuidentem multiplicetur, cuius multiplicationis productum sit. e. i. quare, eadem erit proportio numeri. a. e. ad numerum. e. i. quæ est numeri. u. e. ad numerum. e. o. ex prima sexti aut. 18. vel 19. septimi. Sed cum numerus. u. e. ex. 11. theoremate præsentis libri, numero. e. i. æqualis sit. verum esse, quod propositum fuit consequetur.

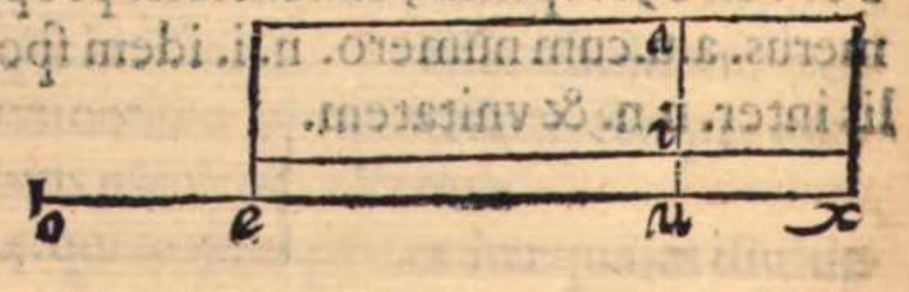


THEOREMA XXXVI.

CVRij, qui propositum numerum ita multiplicare & diuidere cupiunt, vt productum multiplicationis, tam sit multiplex prouenienti ex diuisione, quam quæritur, rectè sumant aliquem numerum pro multiplicante & diuidente, qui sit radix quadrata denominantis quęsitę multiplicitatis.

Exempli gratia, proponuntur. 20. multiplicanda atque diuidenda, ita vt productum multiplicationis nonuplum sit prouenienti ex diuisione, nempè, vt proueniens, nona pars sit eiusmodi producti, quare quadratam radicem ipsorum nouem, idest denominantis sumunt, tria scilicet, multiplicant igitur & diuidunt data. 20. ex quo productum erit. 60. proueniens autem. 6. cum duabus tertijs. & propositum sequitur.

Cuius speculationis causa, significetur numerus propositus linea. u. e. multiplicans autem & diuidens linea. u. a. productum sit. e. a. proueniens. e. o. quadratum verò. a. u. sit. x. a. erit igitur proportio. a. e. ad. e. o. dupla proportioni. a. e. ad numerum. u. e. ex præcedenti theoremate: Adhæc, cogitemus in linea. u. a. vnitatem. u. i. terminenturq; duo producta. e. i. et. x. i. quare eadem erit proportio. a. e. ad. e. i. quæ est. a. e. ad. u. e. numerus enim. e. i. (quamuis superficialis) idem est cum numero lineari. u. e. sed. a. e. ad. e. i. sic se habet sicut. a. u. ad. u. i. ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi, (quod ipsum dico de. a. x. ad. x. i.) quare proportio. a. x. ad. x. i. hoc est. x. u. equalis erit proportioni. a. e. ad. u. e. at trigesimotertio & trigesimoquarto theoremate probatum est proportionem numeri. a. x. ad vnitatem, duplam esse proportioni eiusdem numeri. a. x. ad. u. x. sequitur igitur cum dimidia sint æqualia, tota etiam æqualia esse: hoc est proportionem numeri. a. e. ad numerum. e. o. æqualem esse proportioni numeri. a. x. ad vnitatem. Itaque rectè sumitur numerus. a. u. eiusmodi vt quadratũ ipsius.



ipſius. a. x. tam ſit multiplex ad vnitatem, quam cupimus numerum. a. e. numero. e. o. multiplicem eſſe.

THEOREMA XXXVII.

CVR inuenire cupientes duos numeros, quorum quadrata in ſummam collecta, æqualia ſint numero propoſito, & ijſdem numeris multiplicatis adinuicem, productum alteri numero propoſito ſit æquale, rectè ſumant dimidium primi numeri propoſiti, cui ſumma quadratorum æquari debet, hocq; dimidium in ſeipſum multiplicent, vnà etiam alterum numerum propoſitum in ſeipſum multiplicent, quod quadratum detrahunt de primo, & reſidui quadratam radicem, dimidio primi numeri propoſiti coniungunt, ex qua ſumma, quadratam radicem eruũt, quæ duobus quæſitis numeris maior erit, cuius quadrato de primo numero detracto, & ex reliquo eruta radice quadrata, detur minor numerus, duorum quęſitorum.

Exempli gratia, ſi proponerentur. 34. pro primo numero cui æquari deberet ſumma duorum quadratorum, quorum radicum productum æquale eſſe deberet alteri numero, verbi gratia. 15. iubet antiquorum regula, dimidium primi numeri in ſeipſum multiplicari, cuius dimidij quadratum erit. 289. è quo ſi detrahas quadratum ſecundi numeri, nempe. 225. remanebit. 64. atq; huius ſi quadratam radicem ſumas nempe. 8. quam dimidio primi numeri, nempe. 17. coniungas, dabitur duorum quadratorum numerorum quęſitorum maior numerus. 25. hac deinde radice è dimidio detracta, minus quadratum dabitur. 9. ſcilicet, quorum radices. 5. et. 3. eſſent ij numeri, qui quæruntur.

Cuius ſpeculationis gratia, cogitemus primum numerum, cui quadratorum ſumma æquari debet, ſignificari linea. a. n. tum concipiamus quæſita quadrata ſignificari, coniungiq; modo ſubſcripto. t. b. x. ſecundum porrò numerum propoſitum, ſignificari producto. d. b. Iam nil ſupereſt aliud quam vt quantitates. d. p. et. b. p. quæramus.

Itaque cum in linea. a. n. ſummæ quadratorum numerus detur, quadratum dimidij. o. a. ſit. s. a. quod nobis erit cognitum; ſit etiam. a. u. numerus quadrati maioris, et. u. n. minoris, et. a. z. productum vnius in alterum; qui quidem numerus. a. z. æqualis erit quadrato numeri. d. b. ex. 19. theoremate huius libri. Itaq; a. z. cognitum erit, cum eius radix. d. b. ſit ſecũdus numerus propoſitus, quæ

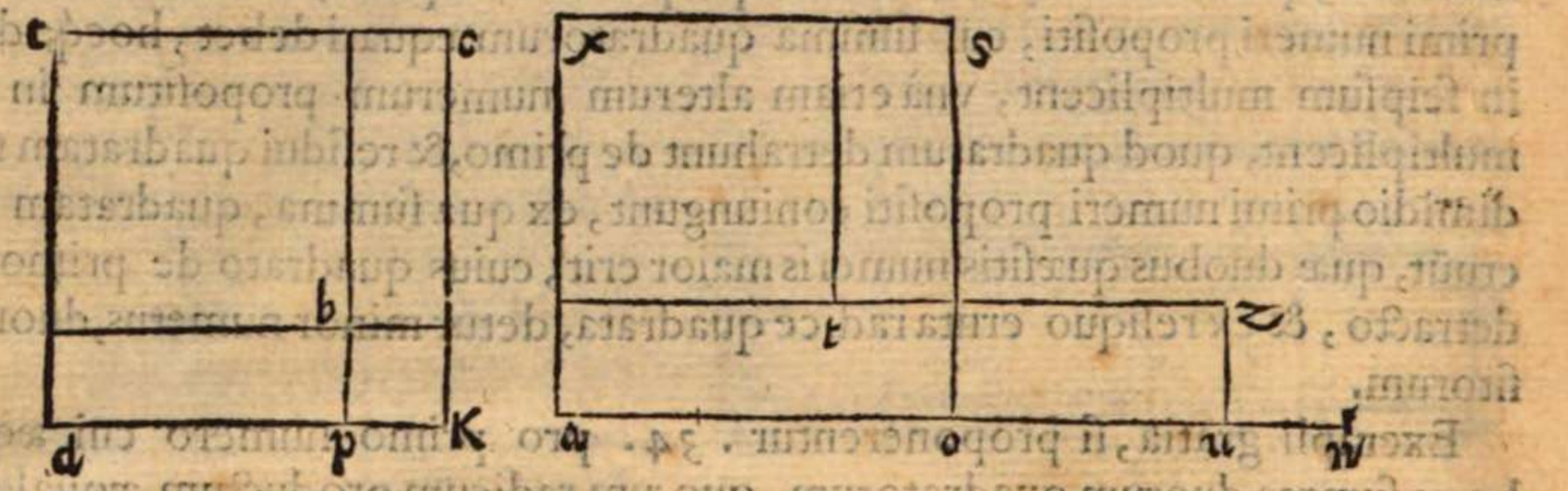


minor erit. a. s. ex quinta ſecundi, aut ſeptima conſequentia poſt. 16. noni Euclidis. Iam ſubtracta quantitate. z. a. è quadrato. a. s. cognoſcetur quadratum. t. x. cuius radix æqualis erit. o. u. ex poſtremo adductis, Itaque cognoſcemus. o. u. qui numerus coniunctus dimidio. o. a. cognito, dabit quadratum. a. u. cognitum, atque ita. u. n. pariter cognoſcetur, & eorum radices conſequenter.

Hoc

Hoc ipsum & alia ratione perfici potest, nempe, iuncta summa. к. b: b. d: et. b. t. alteri rectangulo æquali.b.d.quod sit. b.c. ex quo totum quadratum lineæ.d.к. cognitum erit, atq; ita etiam consequenter eius radicem.d. к. cognoscemus, cuius ope ac producti.d.b.cognoscemus: d.p. et. p.k. prout ex theoremate quadragesimoquinto huius libri patebit.

Michael Stifelius, vndecimo cap. tertij libri, problema eiusmodi proponit, quod tamen ipse via algebræ dissoluit.

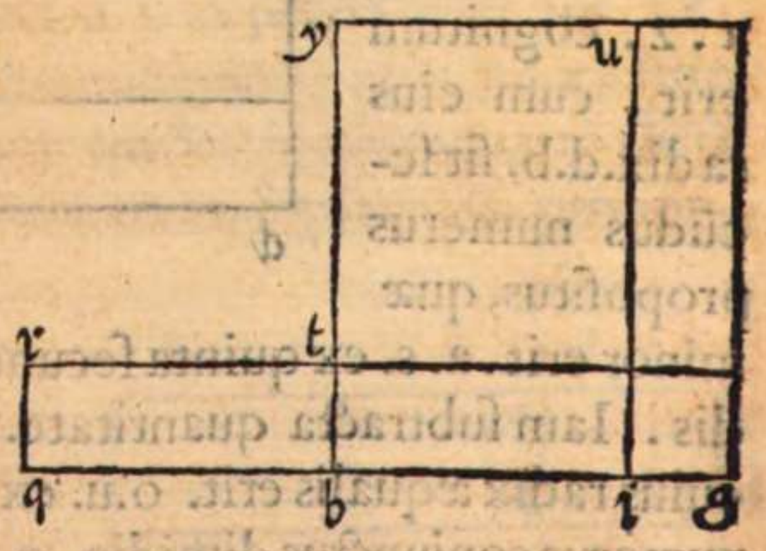


THEOREMA XXXVIII.

CVRij, qui duos numeros inuenire volunt, quorum productum alicui numero proposito æquetur, & quadratorum eorundem differentia alteri numero proposito æqualis sit. Rectè dimidium secundi numeri propositi in seipsum multiplicent; cui quidem numero differentia quadratorum æquari debet; porrò huic quadrato primi propositi numeri, cui æquandum est productum numerorum quæsitorum, quadratum adiungant; tum radicem quadratam huius summæ copulet dimidio secundi numeri propositi, ei inquam, cui differentia quadratorum æqualis esse debet, ex quo quadratum maius consurgit, à quo, detracto secundo numero, supereſt quadratum minus.

Exempli gratia, si proponeretur primo loco numerus. 8. cui æquandum est productum numerorum quæsitorum, tum proponeretur numerus. 12. cui, detracto minore à maiore, differentia quadratorum vtriusque quæsiti numeri æqualis esse debet, oportet huius vltimi numeri. 12. dimidium in seipsum multiplicare, fiétque. 36. quadratum dimidij, vnde in summam colligeremus quadratum primi numeri. 8. quod esset. 64. quæ cum. 36. efficerent. 100. cuius centenarij radice, nempe. 10. collecta in summam cum dimidio secundi numeri, nempe. 6. daretur quadratum maius, nempe. 16. ex quo, detracto secundo numero, nempe. 12. remaneret quadratum minus. 4.

Cuius speculationis causa, maius quadratum incognitum significetur linea. q. g. minus verò pariter incognitum linea.g.i.quare. q. i. eorum differentia, tanquam data remanebit cognita, vnà etiam. b.i.et.q.b.sua dimidia; tunc cogitetur quadratum. y.g. super.b.g. et parallelogrãmum rectangulum.g.r. designatum, & ita etiam gnomon. u.g.t.prout sexta secundi Euclidis proponitur, ex quo quadratum. b. i. nempe.u.t.cognitum erit, sed gnomon æqualis est rectangulo. g. r. ex prædicta, aut ex. 8. post. 16. noni,



noni, hocq; rectangulum.g.r. quadratum est primi numeri propositi ex.19. theoremate huius libri, itaq; cognitum erit. vnà etiam gnomon. u.g.t. cognoscetur, quare totum quadratum. g.y. eiusq; radix. b.g. manifesta erit, cui coniuncta. q.b. data, maius quadratum. q.g. cognoscetur, ex qua. b.g. detracta. b.i. data, cognoscetur. i.g. quadratum minus consequenter, etiam eorum radices notæ erunt.

THEOREMA XXXIX.

ALIA etiam ratione idipsum definiri potest, prætermissa antiquorum via, nempe multiplicatis in semetipsis primo & secundo, numeris propositis, quadruplicatoq; quadrato primi, qua summa coniuncta cum quadrato secundi numeri, & ex hac altera summa eruta radice quadrata, ex qua detracto secundo numero, & è reliquo sumpto dimidio, quod erit quadratũ minus, quo detracto ex radice postremo iuncta, supererit quadratum maius.

Exempli gratia, si proponeretur numerus. 8. cui productum duorum numerorum quæsitorum æquandum est, proponeretur idem. 12. cui differentia quadratorum duorum numerorum æqualis esse debet. Iubeo primum numerum, nempe. 8. in se ipsum multiplicari, ex quo exurget. 64. pro numero sui quadrati, quod quadruplicari volo, eritq; productum. 256. quod censeo coniũgendum cum quadrato secundi numeri propositi, nempe. 144. eritq; summa. 400. ex qua sumetur radix, sci licet. 20. & ex hac detrahetur secundus numerus. 12. residuiq; dimidium, nempe. 4. pro quadrato minore, quo in summam collecto cum. 12. dabit quadratum maius. 16.

Cuius speculationis causa, quadratum maius per lineam. q.g. minus per. g.p. significetur: super integram autem. q.p. erigatur quadratum integrum. d.p. diuisum, vt quadratum. f.g. vigesimiseptimi theorematis huius libri, (idipsum accideret diuiso quadrato modo octauæ secundi Euclidis) quæ quidem diuisio, est via quatuor productorum. q.g. in. g.p. è quibus vnum sit. g.r. quod erit cognitum ex. 19. theoremate cum sit quadratũ primi numeri propositi, ex quo illa quatuor cognita erũt. Iam verò si cogitemus. q.p, sectam in puncto. t. ita vt. q.t. æqualis sit. p.g. dabitur differentia. t.g. cognita, vt radix quadrati. e.o. cum ex præsupposito. r.n. æqualis sit. q.g. et. r.e: g.p. ex quo etiam. q.t. ita pariter. e.n. t.g. æqualis erit. Collecto itaq; quadrato. e.o. ipsius. t.g. cum quadruplo. g.r: cognitum erit quadratum. d.p. ipsius. q.p. quare cognoscetur. q.p. de quo numero detracta differẽtia quadratorum cognita. t.g. supererit aggregatum. p.g. et. q.t. cognitum. Quare ex consequenti, dimidium aggregati, nempe. g.p. cognoscetur, tanquam minus duorum quadratorum. cui iuncta. g.t. aut detracta. p.g. ex. p.q. quadratum. q.g. maius cognitum remanebit.



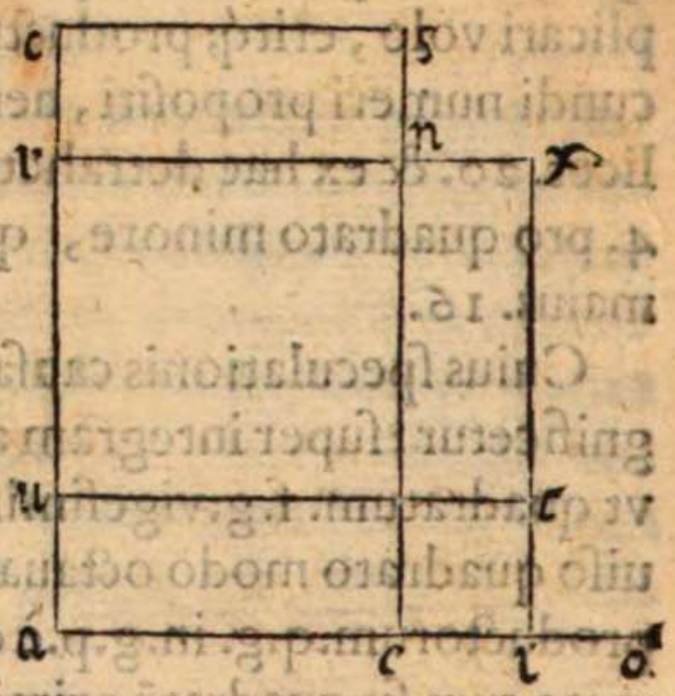
THEOREMA XL.

CVR ijs, qui volunt duos eiusmodi numeros inuenire, vt eorum maior minorem, numero proposito superet, & productum vnius in alterum, alteri numero proposito adequetur, consultissimum sit dimidium primi numeri propositi,

numerum inquam, cui differentia duorum quæsitorum æquanda est, in seipsum multiplicare, atque huic quadrato, secundum numerum propositum iungere, cui, productum numerorum quæsitorum æquale esse debet, & ex hac summa eruere quadratam radicem, quæ coniuncta dimidio primi numeri propositi, dabit maiorem duorum numerorum & ex eadem radice detracto dimidio primi numeri, minorem numerum duorum quæsitorum.

Exempli gratia, si proponeretur. 12. cui differentia vnius numeri ab altero æquari deberet, tum proponeretur. 64. cui productum multiplicationis duorum quæsitorum simul æquādum esset. Dimidium primi numeri in seipsum multiplicaremus, prouenirétq; quadratū. 36. cui coniuncto secundo, nempe. 64. totum esset. 100. ex quo detracta quadrata radice. 10. et ipsi coniuncto senario, dimidio primi numeri, & ex eadem detracto eodem dimidio. 6. pro maiore numero proueniret. 16. & pro minore. 4.

Cuius rei speculatio hæc est. Sit. e.o. differentia cognita duorum incognitorum numerorum. a.o. et. a.e. quorum productum datum siue cognitum sit. a.s: consideremus nunc. e.i. dimidium. e.o. datæ differentiæ, & ex composito. a.i. imaginetur quadratum. a.x. in quo protracta sit. t.u. æquidistans lateri. a.i. & tam ab ipsa. a.i. remota, quam. x.i. ab. s.e. vnde. t.e. quadratum erit. e.i. dimidiæ scilicet differentiæ datæ. e.o. et. t.n. rectangulum æquale erit rectangulo. n.c. vt cuilibet licet per se considerare, vnde sequitur gnomonem. e.r.t. æqualem esse producto. a.s. ideo cognitus, qui quidē gnomon, si coniunctus fuerit quadrato. e.t. cognito ex radice. e.i. cognita (vt dimidia totalis differentię. e.o. datæ) habebimus quadratum totale. a.x. cognitum, & ita eius radicem. a.i. cognitam & reliqua omnia consequenter quæ quidem speculatio eadem est quæ. 6. secundi seu. 8. noni Euclidis.



Poteris tamen ex modo & rationibus præcedenti theoremate allatis, hoc ipsum concludere.

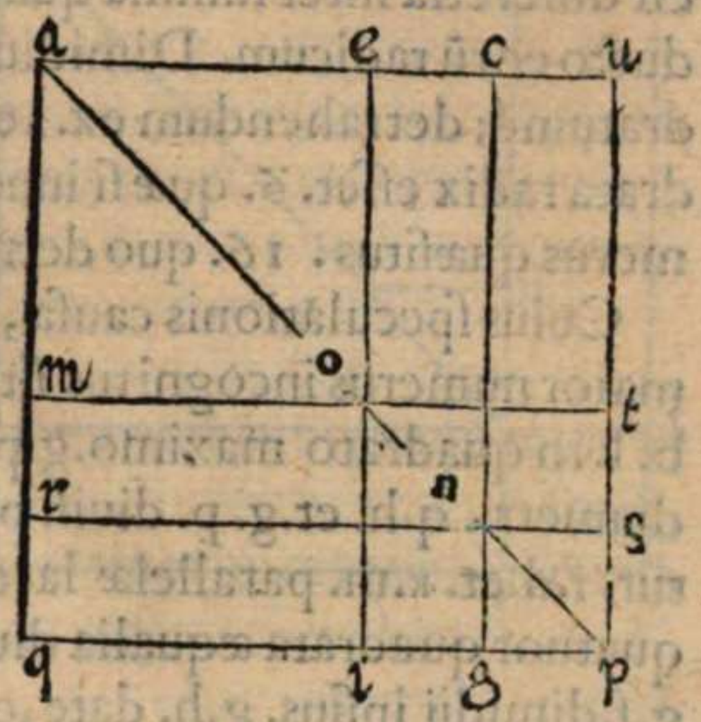
THEOREMA XLI.

CVRij, qui aliquo proposito numero, inuenturi sunt duos numeros inter se differentes, quorum quadratorum summa altero numero proposito æqualis sit, rectè primum numerum propositum in seipsum multiplicant, quod quadratum ex secundo numero detrahūt, & dimidium residui sumunt, quod productum erit multiplicationis duorum numerorum inter se, in reliquis præcedentis theorematis ordinem sequuntur.

Exempli gratia, si proponeretur. 12. tanquam numerus, cui differentia duorum numerorum quæsitorum æquanda est, proponerentur præterea. 272. quibus summa quadratorum duorum numerorum quæsitorum æquari deberet, oporteret sanè primum numerum, nempe. 12. in seipsum multiplicare, cuius quadratū hoc loco esset. 144. atque hoc detrahere ex secundo numero, supereſſet. 128. sumpto deinde dimidio huiusce numeri, nēpe. 64. producto in quam duorum numerorum quæsitorū. Cum hoc. 64. postea et duodenario primo proposito numero, præcedentis theorematis ordinem sequeremur.

Quod

Quod vt ſpeculemus, conſideremus ſubſcriptam figuram, vigeſiminoni theorematis figuræ ſimilem, in qua numeri quæſiti duabus lineis directè coniunctis. q.g. et.g.p. ſignificentur, horũ quadrata erũt. r.c. et.g.s. quorũ sũma iterũ proponitur, quare etiam cognita. Differẽtia autem duorũ numerorum primo propoſita ſit. q. i. eius verò quadratum. m. e. quod cognitum eſt ex ſua radice. q. i. quare gnomon. e. n. m. ſimul cum quadrato minori. g. s. cognitus erit, quæ ſumma æqualis eſt duplo. g. r. producto datorum numerorum. Itaque & ipſa. g. r. cognoſcetur, nunc ſi præcedentis theorematis ſpeculationem in reliquis conſuluerimus propoſitum conſequemur.



THEOREMA XLII.

ADhuc etiam & alia ratione idipſum conſequi poſſemus, non conſulto quadrageſimo theoremate. Nam ſubtracto quadrato differentiæ, numeri primi (inquã) propoſiti, ex sũma duorum quadratorum, nempe ex ſecundo numero propoſito colligendum eſſet reſiduum in ſummam cum prædicto ſecundo numero, & ex ſumma hac deſumenda quadrata radix, quæ duorum numerorum ſumma erit, de qua detracto primo numero, remanebit duplum minoris numeri quæſiti, cuius dimidio addito primo numero propoſito, aut detracto minore inuento ex radice poſtremo inuenta, dabitur numerus maior, qui quæritur.

Exempli gratia, cum ſuperfuerint. 128. hæc ſi cum ſecundo numero nẽpe. 272. iunxerimus, dabunt. 400. quorum radix erit. 20. de quo numero detracto primo propoſito, nempe. 12. ſupererunt. 8. quorum dimidiũ erit. 4. quo ex. 20. detracto aut coniuncto. 12. maior numerus orietur.

Cuius rei contemplatio, præcedenti figura aperitur. Nam reſiduum detractionis quadrati. m. e. ex ſumma duorũ quadratorum. r. c. et. g. s. numerum præbet æqualem duobus ſupplementis. q. n. et. n. u. ex. 8. ſecundi Euclidis. qui coniunctus duobus quadratis (quorum ſumma ſecundo propoſita fuit) cognitionem profert quadrati. q. u. & eius radicis. q. p. de qua, detracto primo dato numero, ſcilicet. q. i. ſupereſt. i. p. cuius dimidium nempe. g. p. minor eſt numerus qui quęritur; reſiduum verò totius. g. q. maior ſcilicet.

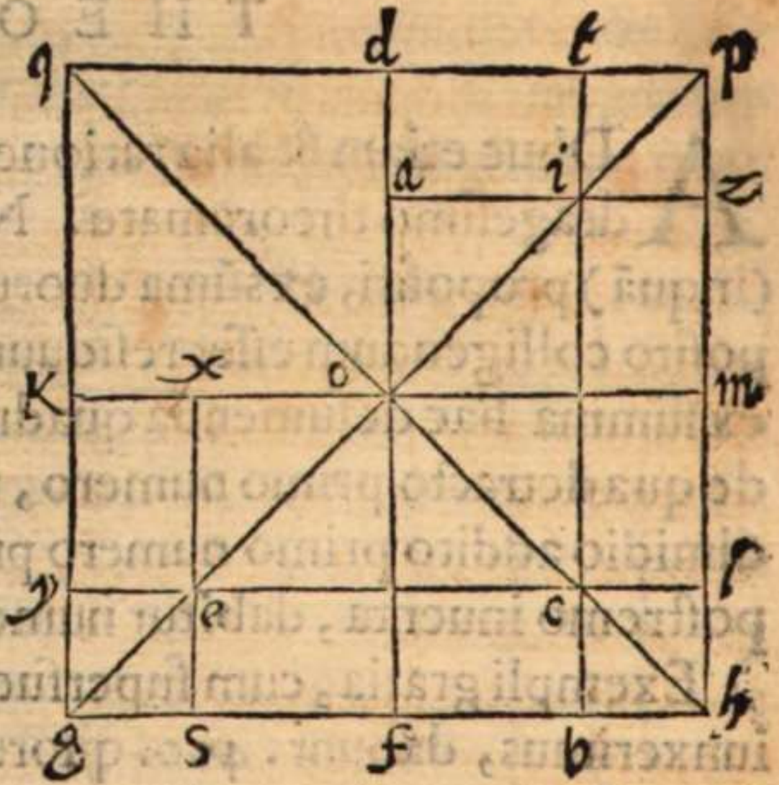
THEOREMA XLIII.

CVR ij, qui volunt duos numeros inuenire, quorum ſumma æqualis propoſito alicui numero futura ſit, & ſumma quadratorum maior eorum producto per quantitatem alterius propoſiti numeri, rectè dimidium primi dati numeri in ſeipſum multiplicant, quod quadratum ex ſecũdo dato numero detrahunt, ſumunt que tertię partis reſidui quadratam radicem, quam dimidio primi numeri coniungunt, ex quo maior numerus duorũ quæſitorũ datur, quo ex toto primo detracto, ſupererit minor.

Exempli gratia, propoſito numero. 20. cui æquanda eſt ſumma duorum numerorum quæſitorum, datoq; ſecundo numero. 208. qui ſemper maior eſſe debet

quadrato dimidij, prout ex ſpeculatione huiuſmodi operis cognoſcetur, cui æquãda eſt differẽtia inter ſummã quadratorũ duorũ qui quærũtur numerorũ, ſimul cũ producto eorũ radicum. Dimidium numeri. 20. in ſeipſum multiplicandum eſſet, quadratumq; detrahendum ex. 208. vt remanerent. 108. quorum. 108. tertiæ partis quadrata radix eſſet. 6. quæ ſi iuncta fuerit dimidio. 20. nempe. 10. daretur maior numerus quæſitus. 16. quo detracto è. 20. darentur. 4.

Cuius ſpeculationis cauſa, datus primus numerus ſignificetur linea. g. h. in qua maior numerus incognitus ſit. g. h. minor verò. b. h. quorum quadrata ſint. y. t. et. b. l. in quadrato maximo. g. p. tum productum. g. b. in. b. h. fit. g. c. cogitenturq; duo diametri. q. h. et. g. p. diuiſi per medium in puncto. o. per quod duę lineæ ducantur. f. d. et. k. m. parallelæ lateribus maximi quadrati. Hæ dictum quadratum in quatuor quadrata æqualia diuident, quorum vnumquodq;, æquale erit quadrato. g. f. dimidij ipſius. g. h. datę, quare eorum vnumquodq; cognitum erit. Iterum cogitemus. s. x. per. e. parallelã. g. k. tantum diſtantem à. g. k. quantum. y. l. ab. g. h. diſtare inuenitur. Cogitetur pariter. z. i. a. per punctum. i. parallela. d. p. quare. a. t. æqualis erit. f. c. et. y. x. æqualis. f. e. et. y. s: b. l. æqualis. Ita ſubtractis è duobus quadratis ſuperius dictis. a. t. y. x. et. b. l. producto. y. b. æqualibus, ſupererunt. k. d. et. a. c. x. cognita, tanquam æqualia dato ſecundo numero, ſed. k. d. quadratum eſt medietatis. g. f. cognitæ, cognoſcetur igitur reſiduum. a. c. x. vnà etiam ſingulæ tertiæ partes nempe quadrata. o. i. o. c. et. o. e. & radix. b. f. vel. f. s. ſingularum, qua coniuncta dimidio. g. f. rurſusq; ab eodẽ detracta, propoſitum conſequemur.



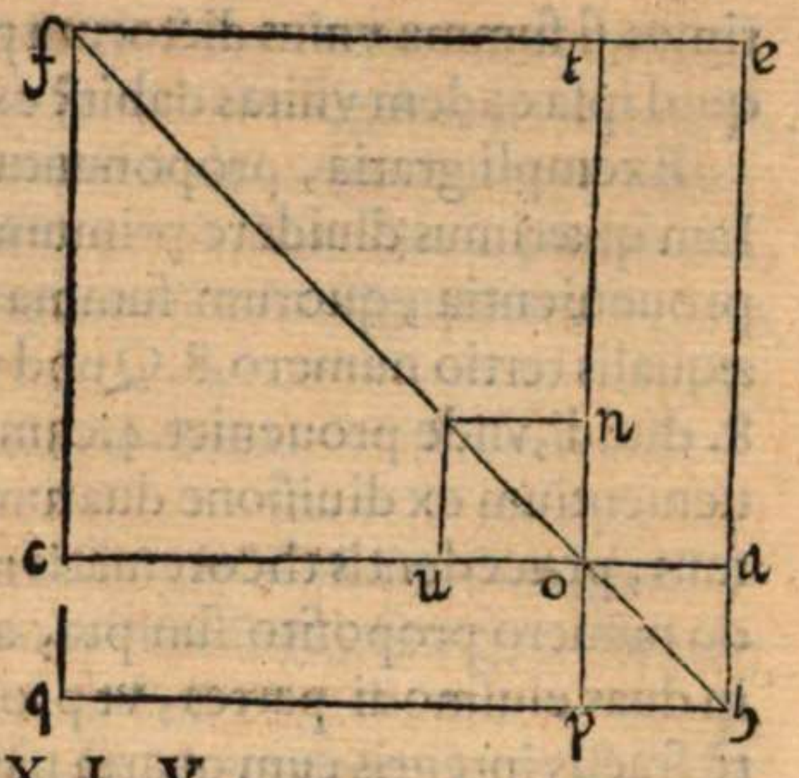
THEOREMA XLIIII.

CVR ſi quis cupiat numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes diuidere, vt quadratum maioris, quadratum minoris ſuperet quantitate alterius numeri propoſiti, recte primum numerum in ſeipſum multiplicabit, & ab eodem ſecundum numerum detrahet, reſiduum verò per duplum primi diuidet, ex quo proueniens primi pars minor erit, quæ ex illo primo detracta, partem maiorem proferet.

Exempli gratia, ſi proponantur. 20. diuiſa in duas eiuſmodi partes, vt quadratũ maioris ſuperet quadratum minoris numero æquali ipſi. 240. oportebit primum numerum, qui quadratus cum fuerit, erit. 400. in ſeipſum multiplicare, & ex hoc quadrato ſecundum numerum nempe. 240. detrahere, tunc remanebunt. 160. quę diuiſa per. 40. numerũ duplũ primo, dabuntur quatuor pro minori numero, à reſiduo verò. 20. detractis quatuor, erunt. 16. pro maiori numero.

Quod vt exactè conſideremus, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. q. h. diuidendus in duas partes. q. p. et. p. h. tales quales quærimus. Poſtmodum erigatur quadratum. q. e. diuiſum diametro. f. h. ductisq;. p. o. t. et. a. o. c. parallelis lateribus quadrati; dabuntur imaginaria quadrata. c. t. et. p. a. duarum partium. q. p. et. p. h. incognitarum. Ad hæc cogitemus quadratum. u. n. æquale quadrato. p. a. è quadra

to maiore. c.t. extractum quare reſiduum quadrati.c.p.cognitum erit,quam quantitatem cognitam, cum ſit ſecundo loco data, cogitemus detrahi è toto quadrato cognito. q. e. ex quo ſumma duorum ſupplementorum. q. o. et. o. e. cognoſcetur, vnà cum quadratis. u.n.et.p.a.duplo ſcilicet.q. a.quo diuiſo per duplum.q.h.aut ſimplex.q.a.per. q. h. ſimplicem, dabitur. a. h. nempe.p.h. minor numerus quæſitus.

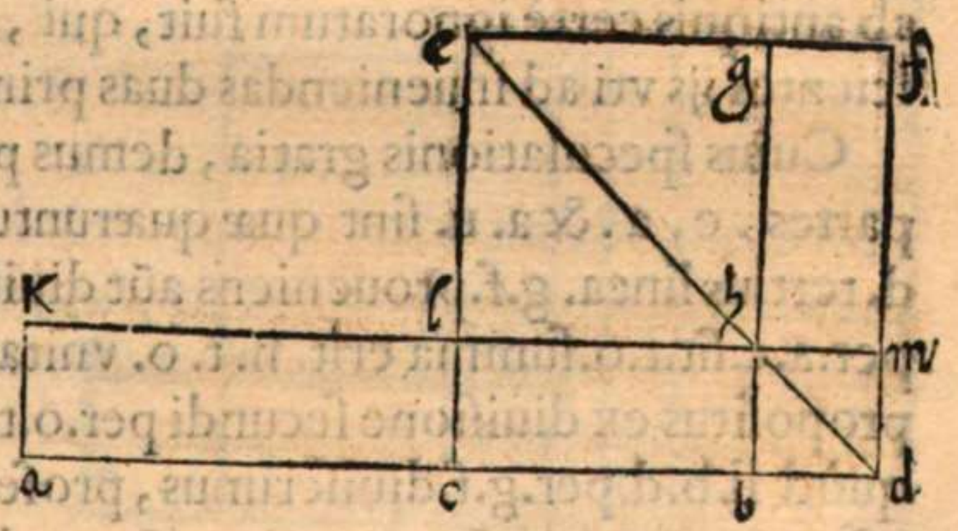


THEOREMA XLV.

CVR volentes diuidere numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes,vt productum vnius in alteram, alteri numero propoſito æquetur,rectè dimidium primi dati numeri in ſeipſum multiplicant, ex quo quadrato ſecundum datum numerum detrahunt, reſiduiq; radicem ſumunt, qua coniuncta vni dimidio primi numeri, pars maior datur,ex altero verò dimidio detracta, minorem manifeſtabit.

Exempli gratia,ſi numerus partiendus eſſet. 34.alter verò numerus eſſet.64. cui productum vnius partis in alteram æquale eſſe deberet.Dimidium primi numeri,in ſeipſum multiplicaremus, cuius quadratum eſſet. 289.de quo detracto ſecundo numero nempe. 64.remaneret.225.cuius quadrata radix nempe. 15. coniuncta. 17. dimidio.34.proferet. 32. maiorem partem, detractoq; ex. 17. ſupereſſet.2. pars inquam minor.

Cuius ſpeculationis cauſa, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. a. d.cuius dimidium.c. d.cognitum erit, vnà etiam eius quadratum.c.f.quo diuiſo per diametrum. e.d.ſupponantur partes ignotæ ipſius.a.d. eſſe.a.b.et.b.d. & à puncto.b. duci lineam.b.h.g.parallelam.d.f.et. m. h.k.parallelam.d.a. extructa figura ſimili figuræ quintæ ſecundi Eucli. quare datur gnomõ.l. d.g.æqualis producto.b. k.&proinde cognitus, quo detracto è quadrato,c.f.remanebit quadratum.g.l. cuius radice æquali. c.b. coniuncta. a. c. & detracta ex.c.d.partes. a.b. et.b.d.quæſitæ dabuntur.



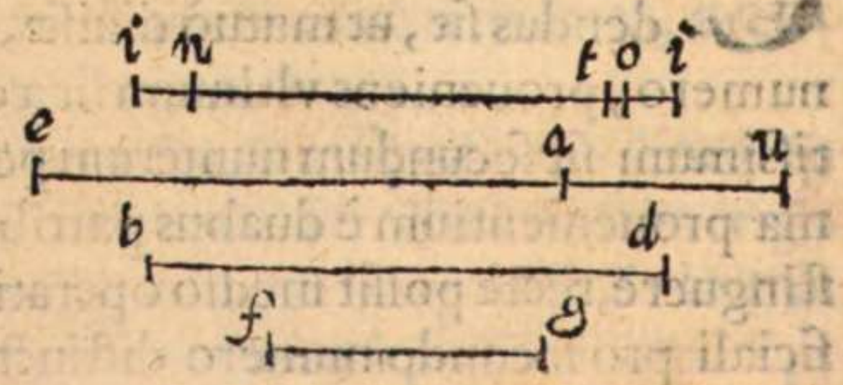
THEOREMA XLVI.

CVR propoſitis tribus numeris, quorum prior in duas eiuſmodi partes diuidendus ſit, ut mutuò diuiſæ, & per ſummam prouenientium diuiſo ſecundo numero, proueniens vltimum ſit æquale tertio numerorum propoſitorum. Conſultiſsimum ſit ſecundum numerum per tertium diuidere, ex quo proueniens ſit ſumma prouenientium è duabus partibus mutuò diuiſis, quam ſummam ſi quis velit diſtinguere,rectè poſſit medio operationis pręcedẽtis theorematis sũpta vnitate ſuperficiali pro ſecundo numero diſtinctis poſtmodum prouenientibus, rectè meo iudicio operabimur per regulã de tribus (quod fuit ab antiquis prætermiſſum) Si dixerimus,

rimus,ſi ſumma vnius dictorum prouenientium cum vnitate dat primum numerum, quid ipſa eadem vnitas dabit? ex quo propoſitum oriatur.

Exempli gratia, proponuntur tres numeri, primus. 20.ſecundus. 34. tertius. 8. Iam quærimus diuidere primum. 20.in duas partes quæ mutuò diuiſæ prębeant duo prouenientia, quorum ſumma tanta ſit vt per eam diuiſo. 34. proueniat numerus æqualis tertio numero.8.Quod vt præſtemus iubet regula ſecundum.34.per tertiũ. 8. diuidi,vnde proueniet.4.cum vna quarta parte,quod proueniens erit ſumma prouenientium ex diuiſione duarum partium quæſitarum, quæ ſi diſtinguere voluerimus, præcedentis theorematis methodum ſequemur, vnitate ſuperficiali pro ſecundo numero propoſito ſumpta, ac ſi diceremus, diuidatur.4. cum vna quarta parte in duas eiuſmodi partes, vt productum vnius in alteram ſit vnitas ſuperficialis, certè fractis integris cum quarta parte coniungendis, darentur vnitatis decemſeptem quartæ lineares, verum cum neceſſe ſit, ex præcedenti theoremate, dimidium in ſeipſum multiplicare, eſſetq; dimidium. 8.quartarum partium cum octaua, commodius totum conſtituetur.34.octauarum, quarum dimidium,nempe decemſeptem octauæ, in ſeipſum multiplicatum erunt.289.ſexageſimæ quartæ vnius integri ſuperficialis, quandoquidem integrũ ſuperficiale, cuius vnitas linearis in.8. partes diuiditur eſt.64.vt ex primo theoremate huius libri depræhendi poteſt. Nunc vnitate hac ſuperficiali, nempe.64.ex.289. detracta, ſupererit. 225. cuius radix quadrata, ſcilicet. 15. coniuncta dimidio dictorum prouenientium, nempe. 17. dabit maius proueniens.32. detractaq; ex altero dimidio,dabit proueniens minus.2.hoc eſt pro maiore proueniente. 32. octauas, & pro minore duas, quatuor ſcilicet integros pro maiore, & quartam partem vnius integri pro minore. Nunc ſi ex regula de tribus dixerimus, ſi.4. iuncta vni, nempe. 5.dant.20.primum numerum, quid dabunt. 4.integra (proueniens inquam maius) dabũt certè. 16. partem maiorem. Tum ſi dixerimus, ſi quarta pars coniuncta vnitati dat. 20: quid dabit quarta illa pars(hoc eſt proueniens minus) dabit ꝓfectò quatuor ſcilicet minorẽ partem,quod ab antiquis certè ignoratum fuit, qui, inuentis prouenientibus quieuerunt, neſcientes ijs vti ad inueniendas duas primi numeri partes.

Cuius ſpeculationis gratia, demus primum numerum ſignificari linea. e.u.cuius partes . e . a . & a. u. ſint quæ quæruntur, alter verò numerus ſignificetur linea. b. d. tertius linea. g.f.proueniens aũt diuiſionis.e.a.per.a.u.ſit.n.t. diuiſionis aũt. a. u. per.a.e.ſit.t.o.ſumma erit. n. t. o. vnitas verò.n.i.et.o. i. Iam ſi numerus. f. g. tertiò propoſitus ex diuiſione ſecundi per.o.t.n.proferri debet.Ex. 13.theoremate patet, quòd ſi.b.d.per.g.f.diuiſerimus, proferetur.o.t.n. qui cum fuerit inuentus, ſummã eſſe oportet duorũ prouenientiũ, ex diuiſione mutua duorũ numerorum, nempe. a. e. per.a.u.et.a.u.per.a.e.deinde manifeſtum eſt ex . 24. aut. 25.theoremate eorũ productum (multiplicatis prouenientibus adinuicem) vnitatem ſuperficialem futuram eſſe. Hactenus igitur, totum. o.n. ex doctrina præcedentis theorematis diuiditur in puncto.t.ita vt productum.o.t.in.t.n. ſolam vnitatem ſuperficialem cõtineat, quo facto, ſi,vt antedictum eſt,cogitauerimus. n. t. proueniẽs eſſe ex diuiſione.e.a.per.a. u.et. t. o.proueniens ex diuiſione.a.u.per.a.e. patebit ex definitione diuiſionis, quod eadem erit proportio.a.e.ad.n.t.quæ eſt.a.u.ad vnitatem.n. i. et. a.u.ad.o.t. eadem quæ eſt.e.a.



ad

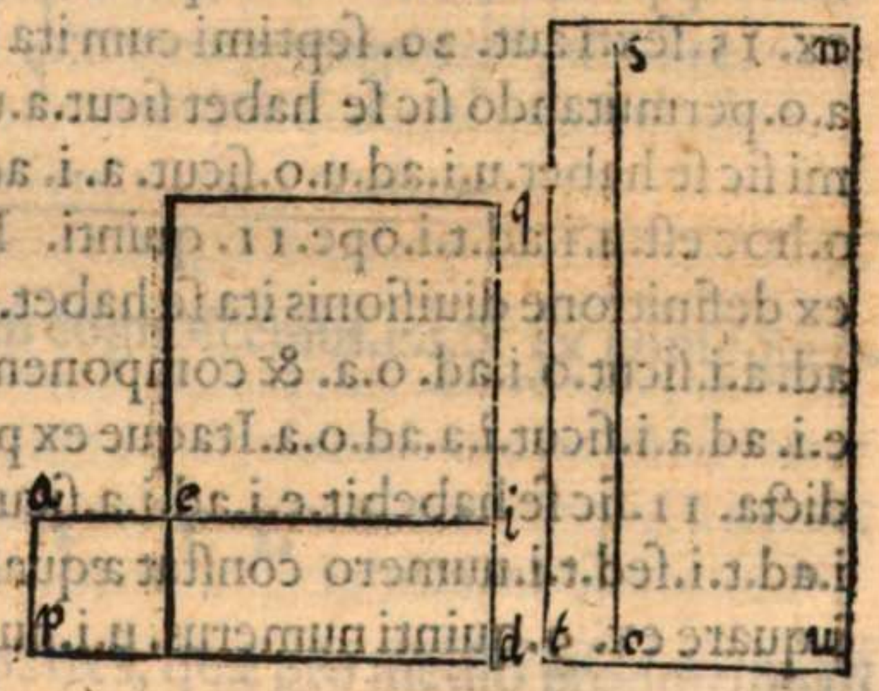
ad vnitatem.o.i.permutandoq;.e.a.ad.a.u.ſicut.t.n. ad.n. i.& componendo. e. a.u. ad.a.u. ſicut.t.n.i.ad.n. i: & euerſim.e.a.u.ad.e.a.vt.t.n.i.ad.t.n. Quare, ex.20. ſeptimi, recte vtimur regula de tribus. Idem & de altera parte dico, quamuis qui vnam teneat, alteram quo que habiturus ſit. Non nijrum tamen ſi huiuſmodi problema ab antiquis definitum non fuerit, qui hanc vltimam partem non cognouerunt.

THEOREMA XLVII.

CVR duobus numeris mutuò diuiſis, ſi per ſummam prouenientium, productum vnius in alterum multiplicetur, vltimum productum, ſummæ quadratorum duorum numerorum æquale futurum ſit.

Exempli gratia, propoſitis. 16. et. 4. mutuò diuiſis, ſumma prouenientium erit. 4. integrorum cum quarta parte, qua ſumma multiplicata cum producto primorũ numerorum, nempe. 64. dabuntur. 272. integri ſuperficiales, qui ſummæ quadratorum duorum numerorum æquantur.

Hoc vt conſideremus, duo numeri partibus. a.e. et. e.i. in linea. a.i. ſignificentur, quorum productum ſit. e.d. & quadratũ ipſius. a.e. ſit. e.p: ipſius verò. e.i. ſit. e. q. proueniens aũt ex diuiſione. e.i. per. a.e. ſit. o.u. proueniens aũt. a.e. per. e.i. ſit. o.t. quorum ſumma ſit. o.u.t. tum productum. e.d: linea. u.n. ſignificetur ad angulum rectũ coniuncta in puncto. u. extremo ipſius. o.u.t. productum aũt. u.o.t. in. u.n. ſit. n.t. Iam probandum nobis eſt. n.t. æqualem eſſe ſummæ duorum quadratorum. q.e.p. Quod ſingillatim probo, & aſſero productum. o.n. æquale eſſe quadrato. q.e. & productũ. s. t. quadrato. e. p. Nam ex. 35. theoremate patet numerum. e.i. medium eſſe proportionalẽ inter. e.d. et. o.u: cum numerus. e.i. ex præſuppoſito ab. e.a. multiplicetur & diuidatur, cuius multiplicationis productum eſt. d.e: nempe. u. n. & proueniens ex diuiſione eſt. o.u: quare ex dicto theoremate. e.i. media proportionalis eſt inter. u.n. et. u.o. Itaq; productum. o.n. æquale eſt quadrato. e.q. ex. 16. ſexti vel. 20. ſeptimi. Idem dico de producto. s.t. nẽpe æquale eſſe quadrato. e.p. quandoquidem numerus. a. e. ab e.i. multiplicatur ac diuiditur, cuius multiplicationis productum eſt. d.e. nempe o.s. & proueniens ex diuiſione. o. t: inter quæ ex. 35. theoremate. a. e. media proportionalis eſt. Quare ex allatis propoſitionibus productũs. t. æquale eſt quadrato. e.p. ſed totũ productum. n.t. ſumma eſt duorum productorum. o.n. et. s.t. ex prima ſecundi Eucli. Itaque verum eſſe quod dictum eſt, conſequitur.



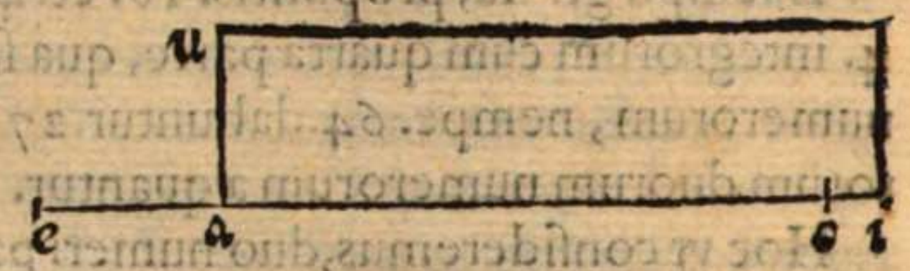
THEOREMA XLVIII.

CVR ſi quis maiorem duorum numerorum ſola vnitate inter ſe differentium, per minorem diuidat, maioremq; per proueniens multiplicet, productum, ſũmæ ipſius maioris cum eodem proueniente æquale erit.

Exempli gratia. 10 per. 9. diuiſo, datur vnum cum nona parte, quo multiplicato per proueniens, ipſo nempe. 10: datur productum. 11. cum nona parte, tantum ſcilicet

licet quanta ſumma eſt maioris cum proueniente.

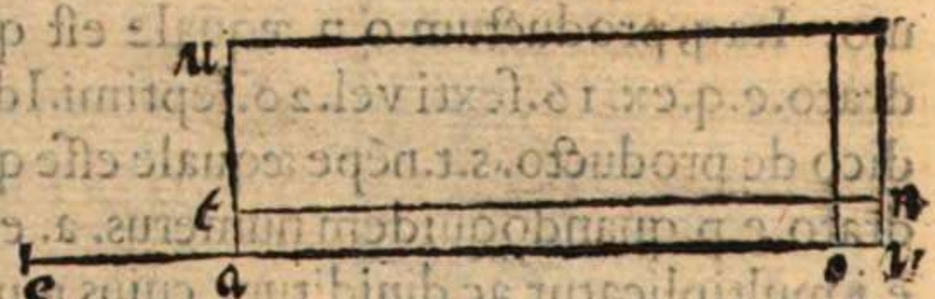
Cuius ſpeculationis cauſa, maior numerus ſignificetur. a.i. et minor linea. a.o. ex quo ex præſupoſito. o.i. vnitas erit. Sit autem proueniens ex diuiſione. a.i. per. a.o. a. e. quod. e.a. directè coniungatur ipſi. a.i. et productum. a.i. in. a.e. ſit. u.i. Probabo numerum ſuperficialem. u.i. æqualem eſſe lineari. i.a. e. quare meminiſſe oportet, decimotertio theoremate probatum fuiſſe, quòd ſi numerus diuiſibilis per proueniens diuidatur, proueniens futurus ſit numerus diuidens, quare. a. o. erit proueniens ex diuiſione. a.i. per. a. e. & ex definitione diuiſionis ita ſe habebit. e. a. ad. a. i. ſicut. o. i. ad. o. a. & componendo ita. e. i. ad. a. i. ſicut. i. a. ad. o. a. quare. a. i. erit media ꝓportionalis inter. e. i. et. a. o. ſed. a. i. non modò diuiſa nũc cogitatur ab. e. a. ex quo ſit proueniens. a. o. ſed etiam per eandem. e. a. multiplicata, ex quo productum oriatur. u. i. Itaq; ex. 25. theoremate. a. i. media eſt proportionalis inter. u. i. et. a. o. Quare. ex. 11. quinti. eadem erit proportio. u. i. ad. a. i. ſicut. e. i. ad eandem. a. i. Igitur ex. 9. prædicti numerus. u. i. æqualis erit numero. e. i. quod erat propoſitum.



THEOREMA XLIX.

IDipſum etiam alia ratione conſiderari poteſt.

Linea. u. a. ſecetur in puncto. t. ita vt. a. t. æqualis ſit vnitati. o. i. & media paral lela. t. n. terminetur productum. t. i. quod conſtabit æquali numero, quamuis ſuperficiali, numero. a. i. tametſi lineari. Tum parallela ducatur à puncto. o. ipſi. a. u. termineturq; productum. o. u. ex quo bina producta dabuntur. u. o. et. t. i. inter ſe æqualia ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi cum ita ſe habeat. a. i. ad. a. u. ſicut. a. o. ad. a. t. ſed. a. i. ad. a. o. permutando ſic ſe habet ſicut. a. u. ad. a. t. & ex prima ſexti aut. 18. vel. 19. ſeptimi ſic ſe habet. u. i. ad. u. o. ſicut. a. i. ad. a. o. hoc eſt. u. i. ad. t. i. ope. 11. quinti. Iam ex definitione diuiſionis ita ſe habet. a. e. ad. a. i. ſicut. o. i. ad. o. a. & componendo. e. i. ad. a. i. ſicut. i. a. ad. o. a. Itaque ex prædicta. 11. ſic ſe habebit. e. i. ad. i. a. ſicut. u. i. ad. t. i. ſed. t. i. numero conſtat æquali. a. i. quare ex. 9. quinti numerus. u. i. numero. e. i. æqualis erit.



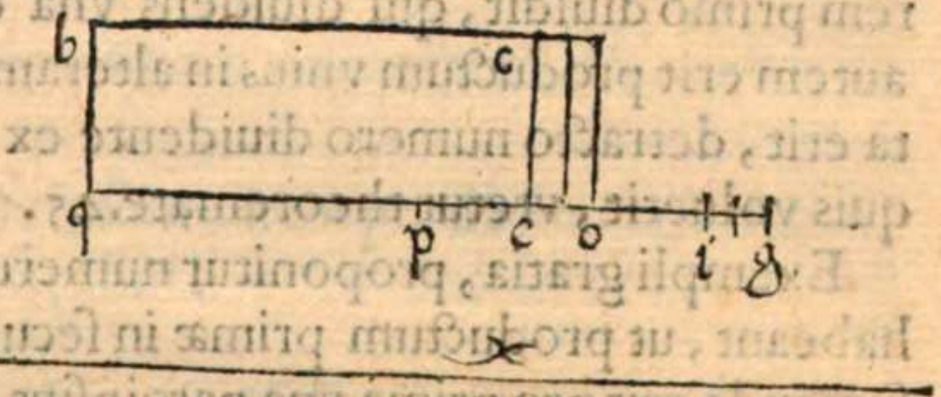
THEOREMA L.

CVR diuidentes numerum propoſitum in duas eiuſmodi partes, vt productũ vnius in alteram cum i pſarum differentia in ſummam collectum, æquale ſit alicui alteri numero maiori primo. Rectè primum ex ſecundo detrahunt, reſiduum verò conſeruant, tum ex primo ſemper binarium deſumunt, dimidiumq; conſeruant; alterum verò dimidium in ſeipſo multiplicant, & ex quadrato numerum conſeruatum eruunt, reſiduiq; radicem ex dimidio conſeruato, quod vltimum reſiduum propoſiti numeri quæſita pars minor eſt.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 20. ita diuidẽdus, vt productũ vnius partis in alteram, cum partium differentia collectum in ſummam, æquale ſit propoſito

numero, verbi gratia. 92. præcepit regula detrahi primum numerum ex secundo, nempe. 20. ex. 92. cuius residuum, scilicet. 72. conseruetur, tum detrahi iubet binarium ex primo, sic in proposito exemplo remanebunt. 18. huius autem. 18. dimidium in seipsum multiplicari iubet, quod cum sit. 9. datur numerus. 81. ex quo. 81. primum numerum conseruatum, nempe. 72. vult regula detrahi, sic remanebit. 9. tum huius. 9. quadrata radix detrahenda est ex dimidio ipsius. 18. quod fuit ante quadratum, sic supererit. 6. hoc est. 9. excepta radice quadrata, qui. 6. erit minor pars quæsita, maior verò. 14. quarum productum. 84. coniunctum cum partium differentia præbet exactè. 92.

Cuius rei hæc est speculatio. Primus numerus minor, qui proponitur diuisibilis significetur linea. q.g. maior vero linea. x. tum cogitemus. q.g. diuisam, cuius maior pars sit. q.o. minor. o.g. differentia. q.p. ex quo. p.o. æqualis erit. o.g. sit autem productum. b.o. Oportet igitur, ut. b.o. simul cum differentia. q.p. æquale sit numero. x. secundò proposito, qui notus est, quare etiam summa producti. b.o. cum differentia q.p. cognita erit, ex qua detracto primo numero. q.g. residuum cognitum erit, nunc igitur quodnam erit hoc residuum? attendamus qua ratione ex summa. b.o. et. q.p. detrahenda sit. q.g. In primis si subtraxerimus ex dicta summa. q.p. quę pars est. q.g. supererit detrahenda. p.g. ex. b.o. pars inquam ipsius. q.g. quod fiet quotiescunque cogitauerimus. q.o. duabus vnitatibus diminutam, et per. o.g. multiplicatam, sit autem productum. b.e. nam cum. o.g. toties. b.o. ingrediatur, quot sunt in. q.o. vnitates ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi, detrahendaq; sit. p.g. ex. b.o. quæ. p.g. dupla est. o.g. patebit. o.c. æqualem esse. p.g. su-



pererit itaque. b.e. productum. q.e. in. e.i. cognitum, erutis autem ex. q.g. ijsdem duabus vnitatibus, remanebit. q.i. nobis nota, ex quo. e.i. æqualis erit. e.c. Cum igitur productum. q.e. in. e.i. cognoscamus simul cum. q.i: Si voluerimus partes. q.e. et. e.i. cognoscere, vtemur. 45. theoremate huius libri, & propositum obtinebimus, nam cognoscemus. e.i. & ex consequenti. o.g. eius æqualem.

THEOREMA LI.

DIVIDERE numerum in duas eiusmodi partes, quæ pro medio proportionali alterum numerum propositum recipiant, primi dimidio minorem, aliud nihil est, quàm binas primi numeri partes inuenire; quæ inter se multiplicatæ quadrato secundi numeri numerum æqualem proferant, ex. 16. sexti aut. 20. septimi, quod tamen. 45. theoremate fuit à nobis speculatum.

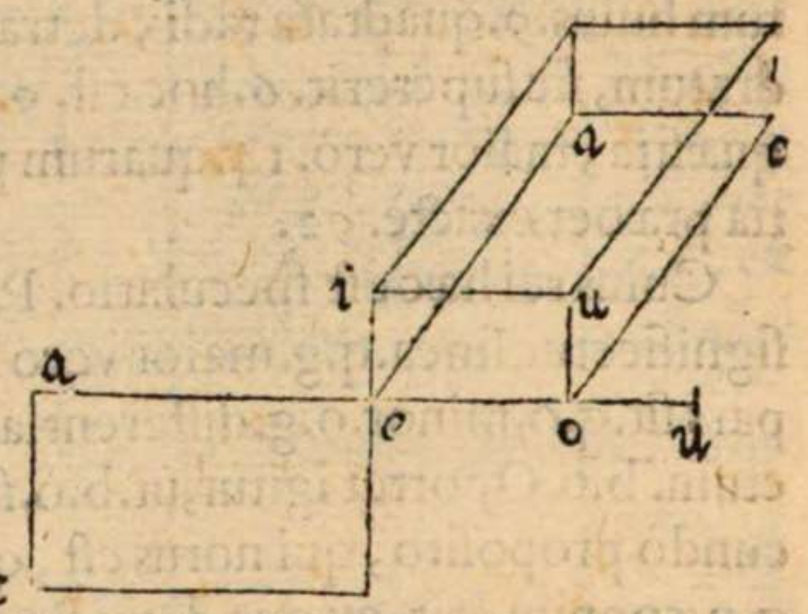
THEOREMA LII.

CVR propositis tribus numeris quibuscunque, si productum primi in secundum per tertium multiplicetur, atque secundum hoc productum corporeũ, per primum numerum diuidatur, proueniens erit numerus æqualis producto secundi in tertium.

Exempli causa, proponantur hi tres numeri. 10. 11. 12. multiplicenturq;. 10. cũ.

11. dabuntur. 110. quo producto multiplicato cum. 12. dabuntur. 1320. hoc prouenies per primum nempe. 10. diuiſum dabit. 132. numerum æqualem producto ſecundi in tertium numerorum propoſitorum, ſcilicet. 132.

Hoc vt ſpeculemur, primus numerus ſignificetur linea. o. u. ſecundus. e. o. tertius. e. a. productum verò. o. u. in. o. e. ſit. o. i. ipſius verò. o. i. per. e. a. productũ corporeũ ſit. i. c. tum productũ. e. o. in. e. a. ſit. e. c. Dico nũc quod diuiſo numero corporeo. i. c. per primũ. o. u. pueniens æquale erit numero producti. e. c. Quare in primis cogitandum eſt, quod cum productum. i. c. ortum fuerit ex multiplicatione. o. i. in. e. a: dictum. o. i. toties ingredietur. i. c. quoties vnitas reperitur in. e. a. eadem ratione, toties. e. c. in. i. c. quot vnitates erunt in. o. u. Itaq; ſequitur quòd diuiſo. i. c. per o. u. proueniens ſit e. c. corporeum, æquale nihilominus producto. e. c. ſuperficiali.



THEOREMA LIII.

CVR diuidens propoſitum numerum in tres partes ſic ſe habentes vt productum primi in ſecundam, in tertia multiplicatũ, præbeat numerum alteri numero propoſito æqualem. Rectè ſecundum numerum per quemcunque alium minorem primo diuidit, qui diuidens vna erit ex tribus partibus quæſitis, proueniens autem erit productum vnius in alteram reliquarum duarum, quarum ſumma cognita erit, detracto numero diuidente ex primo dato, quam quidem ſi diſtinguere quis voluerit, vtetur theoremate. 45.

Exempli gratia, proponitur numerus. 20. in tres partes diuidendus, quæ ſic ſe habeant, ut productum primæ in ſecundam in tertia multiplicatum det. 90. itaque ſumenda erit pro prima vna pars ipſius. 20. quæcunque illa ſit, verbi gratia. 2. qua ſecundus numerus, nempe. 90. diuidatur, dabitur igitur. 45. quod erit productum cæterarum partium inter ſe, quarum ſumma eſt. 18. quam ſummam ſi diſtinguere volueris in cęteris duabus partibus ſeparatis, vteris. 45. theoremate, vt quàm citiſſimè quod cupis exequaris, erunt autem partes. 3. et. 15.

In cuius ſpeculationis gratiam nihil aliud occurrit, quàm quod præcedenti theoremate, & ſuperiore. 45. allatum eſt.

THEOREMA LIIII.

DIVIDERE numerum in. 3. eiuſmodi partes, vt quadratum vnius ſit æquale producto reliquarum duarum inter ſe, idem omnino eſt cum. 51. theoremate. Nam qui ſumet quamlibet partem propoſiti numeri, quæ tertia parte maior tamen non ſit, reſiduumq; in duas tales partes diuiſerit, vt prima ſumpta, media proportionalis ſit ex probatione. 51. theoremate allata, propoſitum conſequetur.

THEOREMA LV.

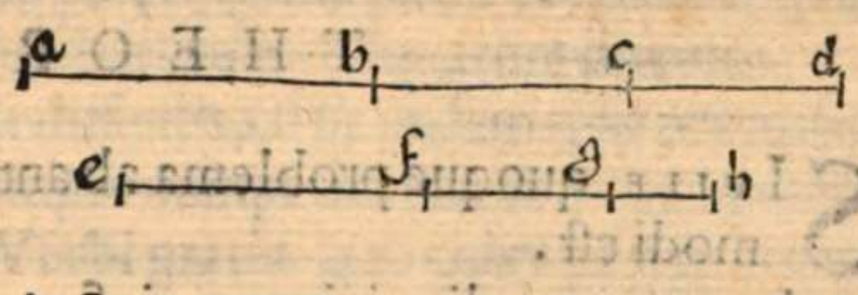
IDipſum alia ratione ab ea diuerſa quã. 51. theoremate adduximus, pfici poteſt.

Suman-

Sumantur enim tres numeri continui proportionales, cuiuſcunque denique proportionalitatis, qui in ſummam colligantur, ac poſtmodum, regula de trib. dicamus. Si ſumma hæc primo numero propoſito in tres partes diuidendo reſpondet, cui reſpondebit vna ex tribus partibus huiuſcę sūmæ? idem de reliquis duabus partibus dico.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 57. diuidendus in tres continuas partes proportionales proportione ſeſquialtera, tres numeros in eiuſmodi proportionalitate diſtinctos ſumemus, vt potè. 4. 6. 9. qui in ſummam collecti dabunt ſummā. 19. dicemusq; ſi. 19. dant. 4. quid dabūt. 57? vnde proueniens vnius partis erit. 12. Tum ſi dicamus, ſi. 19. dat. 6. quid dabit. 57? nempe dabit. 18. Poſtremò, ſi. 19. dat. 9. quid dabit. 57? nempe. 26. atque ita dabitur. 18. cuius quadratum æquabitur producto reliquarum duarum partium inter ſe.

Quod vt ſciamus, numerus propoſitus in tres quaſlibet partes diuidendus ſignificetur linea. a. d. tres autem numeri dictæ proportionalitatis, lineis. e. f. f. g. et. g. h. directè inter ſe coniunctis denotentur. Cogitemus pariter lineam. d. a. in tres partes diuiſam. a.b: b.c. et.c.d. eadem cum cæteris proportionalitate, tunc eadem erit proportio. a.d. ad quamlibet ſuarum partium, quæ eſt. c.h. ad reſpondentem ipſius in. a. d: Verbi gratia reſpondentem. a.b. ipſi. e.f. et. b.c: f.g. et. c.d: g. h. Dico enim quòd ita ſe habebit. a.d. ad. c.d. ſicut. e.h. ad. g.h. Nam cum ſic ſe habeat. a. b. ad. b.c. ſicut. e.f. ad. f.g. ex præſuppoſito, permutando ſic ſe habebit. a.b. ad. e.f. ſicut. b.c. ad. f.g. & eadem ratione ſic ſe habebit. c.d. ad. g.h. ſicut. b.c. ad. f.g. & cõſequenter ſicut. a.b. ad. e.f. ex quo ex. 13. quinti ſic ſe habebit tota. a.d. ad totam. e.h. ſicut. c. d. ad. g.h. aut. b.c. ad. f.g. aut. a. b. ad. e. f. permutando itaquè propoſitum manifeſtum erit, ipſum autem productum. a.b. in. c.b. æquale erit quadrato. b.c. ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi.



THEOREMA LVI.

VETERES aliud quoque problema indeterminatum propoſuerunt, quod ex more ratione à me definietur, eſt autem eiuſmodi.

Quomodo propoſitus numerus in tres eiuſmodi partes diuidatur, vt quadratū vnius æquale ſit ſummæ quadratorum reliquarum duarum partium.

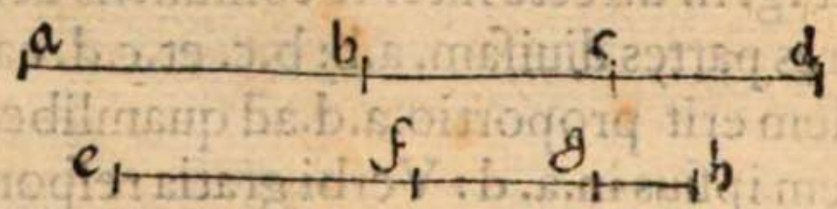
Hoc vt efficiamus tria quadrata ſeparata ſumamus, quorū vnū æquale ſit reliquis duobus; eorū autē radices in ſummam ſimul colligantur, tum regulam de tribus ſequemur, ratione præcedenti theoremate demonſtrata, & recte vt infra docebimus, quod autem dico de quadratis, etiam de cubis, & quibuſuis dignitatibus aſſero.

Exempli gratia, ſi numerus diuiſibilis proponatur. 30. in tres eiuſmodi partes diuidendus, vt quadratum vnius æquale ſit ſummæ quadratorum reliquarum duarum partium, in primis radices trium quadratorum ſumemus, ſic quomodocunque ſe habentes, vt maius ipſorum æquale ſit ſummæ reliquorum duorum, verbi gratia. 25. 16. et. 9. nempe. 5. 4. et. 3. quæ ſi colligantur in ſummam efficiunt. 12. Tum ex regula de tribus dicemus, ſi. 12. reſpondet. 30: cui. 5. radix maior reſpondebit? nempe. 12. cum dimidio.

Deinde ſi dixerimus ſi. 12. valet. 30. quid valebit. 4. radix media? nempe valebit. 10. tertia autem minor. 7. cum dimidio. Itaque tota ſumma erit. 30. & quadra-

tum 12.cum dimidio erit. 155.quod æquale erit ſummæ quadratorum duarum partium, nempe.100.cum.55.

Hoc vt demóſtremus,numerus diuiſibilis propoſitus ſignificetur linea.a.d.& ſumma radicum, noſtro modo ſumptarum, linea.e.h.quarum prima & maior ſit.e.f. ſecunda. f.g.tertia.g.h.cogitemus etiam lineam.a.d.ea ratione diuiſam eſſe qua. e. h. patebit enim ex modo præcedentis theorematis vnamquanque partium. a. d. ita ſe habituram ad ſuum totum ſicut ſe habent ſingulæ. e.h.ad ſuum. Quod ideo dico, vt intelligamus rectè nos dicere. Si.e. h.dat.a.d.ergo.e.f.dabit.a.b.atq; ita de cæteris. Quare permutando ſic ſe habebit.a.b.ad.b.c.ſicut.e. f.ad.f.g.idem dico de reliquis. Igitur ex.18.ſexti aut.11.octaui, eadem erit proportio quadrati.a. b. ad quadratũ. b.c.quæ quadrati. e.f.ad quadratum. f.g.tota enim ſunt æqualia, cum eorum partes ſimiles inter ſe ſunt æquales. Idem dico de proportione quadrati.a. b. nempe ita ſe habere ad.c.d.ſicut quadratum.e.f.ad quadratum. g.h.ex quo ex.24.quinti proportio quadrati.a.b.ad ſummam quadratorum duarum partium.b.c.et.c.d.ſic ſe habebit ut quadrati.e.f.ad ſummam quadratorum.f.g.et.g.h. At quadratum.e.f.æquale eſt ſummæ quadratorum.f.g. et.g. h. igitur ſic etiam ſe habebit quadratum.a.b.nempe æquale quadratis.b.c.et.c.g.Idipſum de cæteris dignitatibus dices, vterisq;.21. theoremate huius libri.



THEOREMA LVII.

SIMILE quoque problema ab antiquis indeterminatum proponitur, quod eiuſmodi eſt.

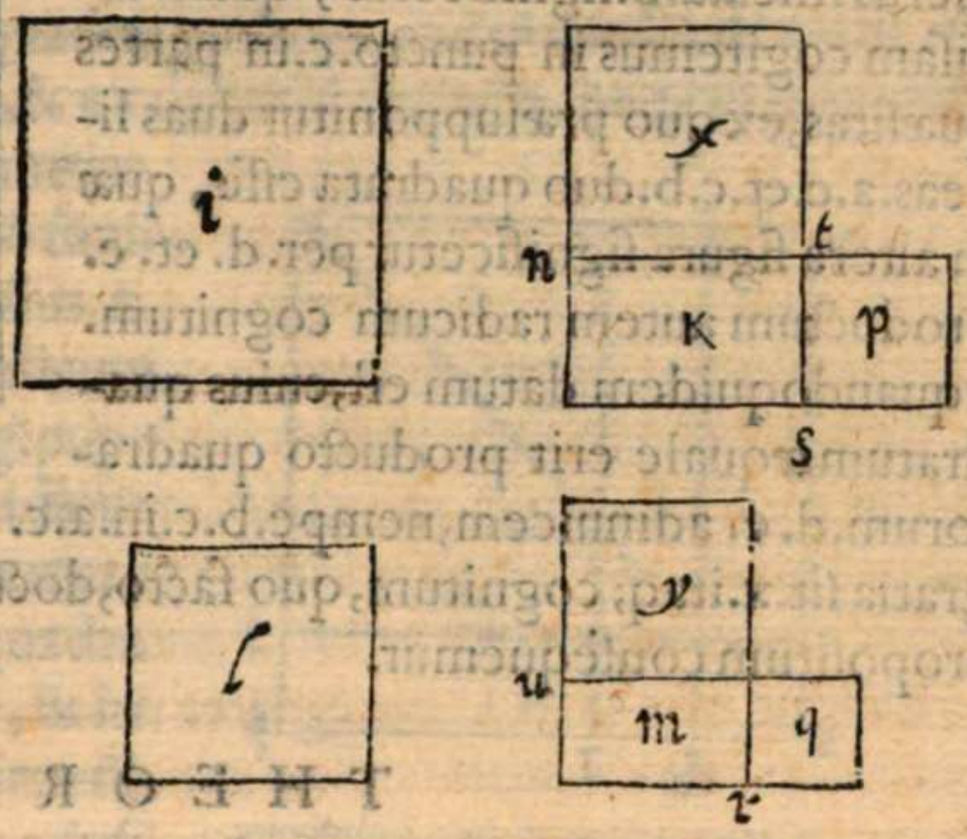
An numerus aliquis in tres eiuſmodi partes diuidi poſſit, vt quadratum vnius æquale ſit ſummæ quadratorum cæterarum duarum partium ſimul cum producto vnius in alteram.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 50.vt iam dictum eſt diuidendus, reperiendus erit alius quilibet numerus, qui tamen ſumma ſit trium radicum ſic ſe habentium, vt quadratum vnius æquale ſit ſummæ quadratorum duarum partium ſimul cum producto vnius in alteram, eum autem qui primò occurrit ſumamus, utpotè.30. qui ſumma eſt numerorum.6.10.14.partium ſic ſe habentium, vt quadratum ipſius.14. æquale ſit ſummæ quadratorum cæterarum partium ſimul cum producto vnius in alteram, agamuſque regula de tribus, ac dicamus, ſi.30. valet. 50. quid valebit. 14. nempe. 23. cum tertia parte. Idem efficiemus in cæteris partibus, quarum vna erit. 16. cum duabus tertijs, altera verò. 10. abſque fractis, ex quo quadratum primæ erit. 544. cum. 4. nonis, ſecundæ. 277. cum ſeptem nonis, tertiæ. 100. & productum ſecundæ in tertiam. 166. cum. 6. nonis, quod productum, cum quadratis ſecundæ & tertiæ collectum erit. 544. cum. 4. nonis.

Huius rei ſpeculatio eadem eſt, quę fuit præcedentis theorematis vſquequo noueris eandem proportionem eſſe quadrati.a.b.ad ſummam quadratorum. b.c. et. c. d. quæ quadrati.e.f.ad ſummam quadratorum.f.g. et.g.h. Sed cum hic non demus quadratum.e.f.æquale ſummæ quadratorum.f.g.et.g.h.ſed maius ex producto.g.h. in.f.g.aut quod idem eſt, è contrario, ſubſequentes figuræ cogitandæ erunt, quarum.i.ſit quadratum.a.b:l.ſit quadratum.e.f:x.quadratum.b.c:y.quadratum. f. g: p. quadratum.c.d:q. quadratum.g.h: κ.ſit productum.b.c. in.c.d: m. ſit productum. f.

g.in

g.in.g.h.Nunc ex ſpeculatione præcedentis theorematis, eadem erit proportio. n. t.ad.o.u.quæ eſt.n.s.ad.o. r. quare productum . κ. ex definitione ſimile erit producto. m. cum vtraque ſint rectangula, vnde proportio. κ. ad. m. ad proportionem.n.t.ad.o.u. ex. 18. ſexti dupla erit. Igitur proportio . κ. ad. m. æqualis erit proportioni. x. ad. y. et. p. ad.q. et.i.ad.l.& permutando ſic ſe habebit. κ.ad.i.ſicut.m.ad.l.ſed.x. p.ad.i. ſic ſe habere probatum eſt vt.y.q.ad.l. Quare ex eadem. 24.quinti ſic ſe habebit.x.p.κ.ad.i.ſicut.y.q.m.ad.l.ſed.y.q. m.æqualis eſt.l. Itaque.x.p.κ. pariter.i. æqualis erit.

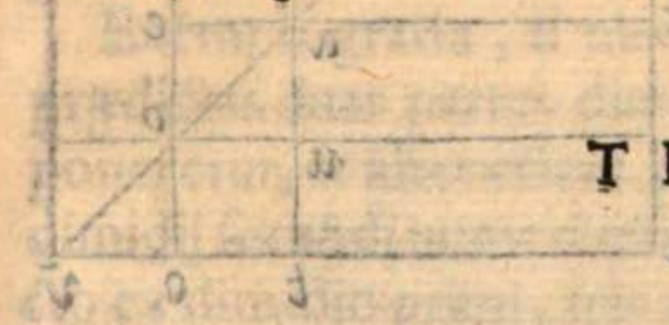


THEOREMA LVIII.

ALIVD quoque problema, nec tamen definitum, veteres propoſuerunt, nempe an aliquis numerus in.4.eiuſmodi partes diuidi poſſit, vt ſumma quadratorum duarum partium dupla ſit ſummæ quadratorum reliquarum duarum.

Verum huius effectio & ſpeculatio non erit difficilis,cũ ſit eadem quæ præmiſsis proximè duobus theorematibus allata fuit, ſumpta nempe ſumma radicum quarumcunque ſic ſe habentium, prout dictum fuit. Verbi gratia. 44. cuius partes erunt, 16 12. 14. 2. tũc progrediemur regula de tribus dicentes. Si 44 numerum propoſitum valet, quid. 16 pars maior? nempe valebit partem maiorem numeri propoſiti reſpondentem. 16. idem de cæteris dico.

Porrò ſpeculatio eadem eſt cum ſuperioribus.



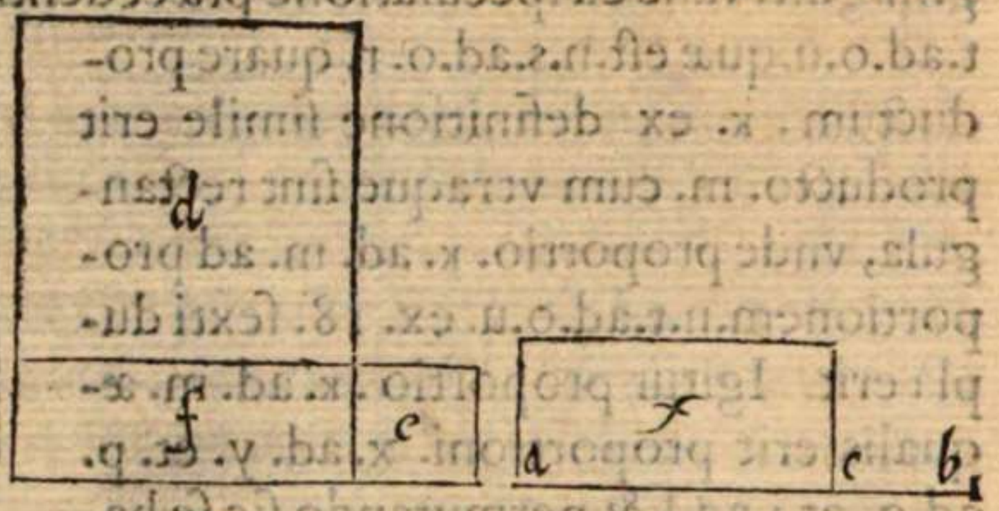
THEOREMA LIX.

CVR diuidens propoſitum numerum in duas eiuſmodi partes, vt productum radicum quadratarum ipſarum partium æquale ſit alteri numero propoſito, cuius tamẽ quadratum maius nõ ſit quadrato dimidij primi numeri propoſiti. Rectè ſecundum numerum propoſitum in ſeipſum multiplicat, & eundẽ ex quadrato dimidij primi detrahit, reſiduiq; quadratam radicem ſubtrahit ex dimidio ipſius primi, ex quo datur minor pars quæſita, qua ipſi dimidio coniuncta, maior pars habetur.

Exempli gratia, ſi proponatur numerus. 20. propoſito modo, in duas partes eiuſmodi diuidendus, vt productum radicum æquale ſit (verbi gratia) 8. Dimidium primi numeri in ſeipſum multiplicabimus, cuius quadratum erit. 100. ex quo quadratum ſecundi numeri, nempe, 64. detrahemus, remanebitq; 36. cuius radice quadrata coniuncta. 10. dimidio inquam primi numeri propoſiti, dabitur numerus. 16. pars maior, & ſubtracta à dimidio, dabitur minor pars, nempe. 4.

Hoc

Hoc vt demonſtremus, primus numerus linea.a.b.ſignificetur, quam diuiſam cogitemus in puncto.c.in partes quæſitas,ex quo præſupponitur duas lineas.a.c.et.c.b.duo quadrata eſſe, quæ in altera figura ſignificetur per.d. et. e. productum autem radicum cognitum. f.quandoquidem datum eſt,cuius quadratum æquale erit producto quadratorum.d. e. adinuicem,nempe.b.c.in.a.c. ex.19. theoremate huius. Quod verbi gratia ſit.x.itaq; cognitum, quo facto,doctrinam.45.theorematis libri huius ſecuti, propoſitum conſequemur.

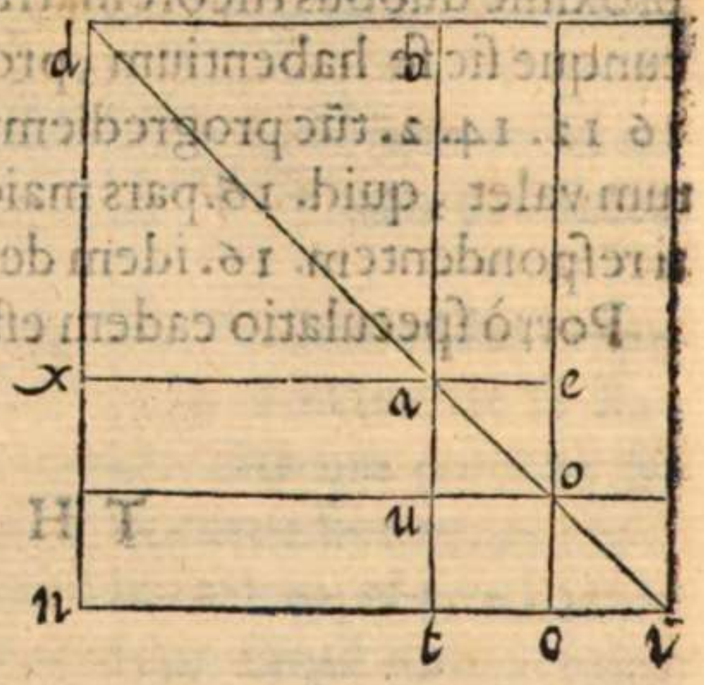


THEOREMA LX.

CVR productum differentiæ duarum radicum in ſummam ipſarum, ſemper differentia ſit quadratorum ipſarum radicum.

Exẽpli gratia, quoslibet duos numeros pro radicibus ſumpſerimus,vt potè. 3.et. 5. quorum differentia eſt.2. certè ſi differentiam hanc per ſummam radicum ſcilicet. 8.multiplicauerimus, dabitur numerus. 16. quod productum differentia eſt ſuorum quadratorum, nempe inter.9. et. 25.

Hoc vt ſpeculemur,duæ radices in linea.n.i.ſignificentur, quarum vna ſit.n. c. & altera.c.i. ipſarum autem differentia.n.t. ex quo.t. c.æqualis erit.c.i.Tum cogitato toto quadrato.d.i. cum diametro. d. i. ductaq; parallela lateri. n. d. à puncto.c.& altera à puncto.t. & à puncto. o. tertia ipſi.n.i. & à puncto. a.quarta. x. a; e. parallela ipſi. o. inueniemus. b.n.productum eſſe differentiæ. n. t. in ſumma radicum.n. i. & cum. d. o. et. a. o. ſint quadrata radicum prædictarum: b. e. æquale erit. n.u.cum vtrunque horum productorum æquale ſit. x.u.ex quo gnomon.e.d. u. æqualis erit producto. b. n.quod ſcire cupiebamus.



THEOREMA LXI.

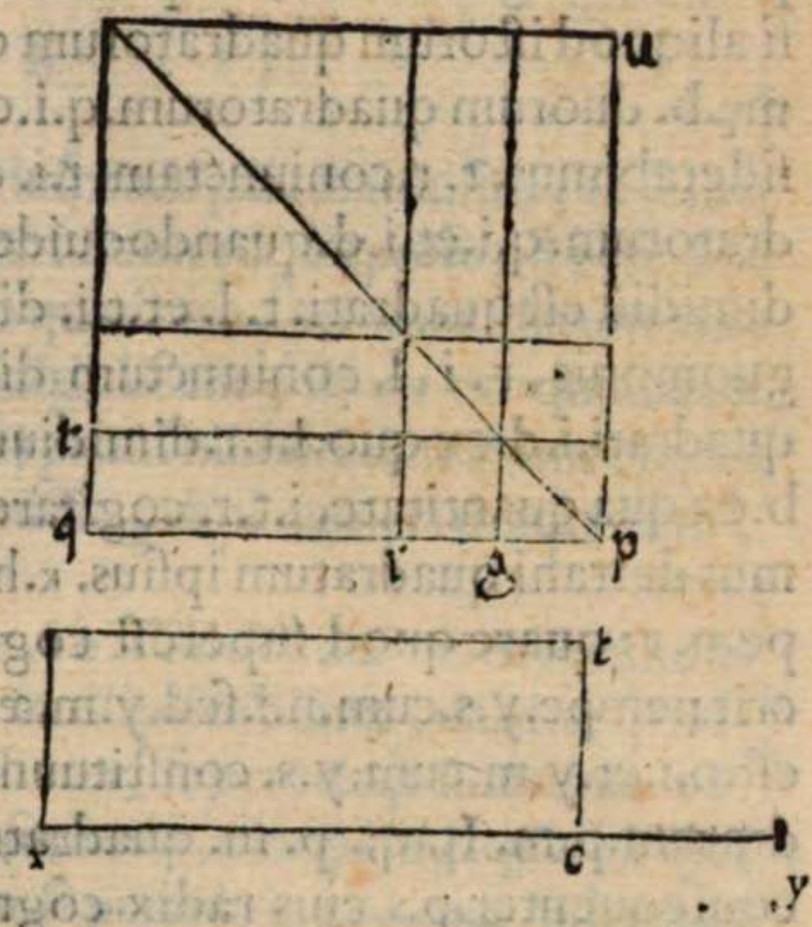
CVR propoſitum aliquem numerum diuiſuri in duas eiuſmodi partes, vt differentia radicum quadratarum æqualis ſit alteri numero propoſito, cuius tamen quadratum dimidij primi quadratum non excedat. Rectè ſecundum numerum in ſeipſum multiplicant, productum verò ex primo numero detrahunt, rurſusq; dimidium reſidui quadrant, & quadratum hoc ex quadrato dimidij primi ſubtrahunt, atque ita radice quadrata reſidui, dimidio primi coniuncta, pars maior datur, qua ex ipſo dimidio detracta, pars minor relinquitur.

Exempli gratia, propoſito numero. 20. ita ut propoſitum eſt, diuidendo, nempe vt differentia radicum quadratarum dictarum partium æqualis ſit binario, binarium hoc in ſeipſum multiplicabimus, cuius quadratum.4. è primo numero.20.de

trahemus,

trahemus, ſupereritq; numerus. 16. cuius dimidium ſcilicet. 8. in ſeipſum multiplicabimus, dabiturq; numerus. 64. qui cum ex quadrato dimidij primi detractus fuerit, nempe ex. 100. & reſiduo. 36. radix quadrata nempe. 6. coniuncta denario, dimidio primi, dabit. 16. partem maiorem, & ex denario detracta, partem minorem.

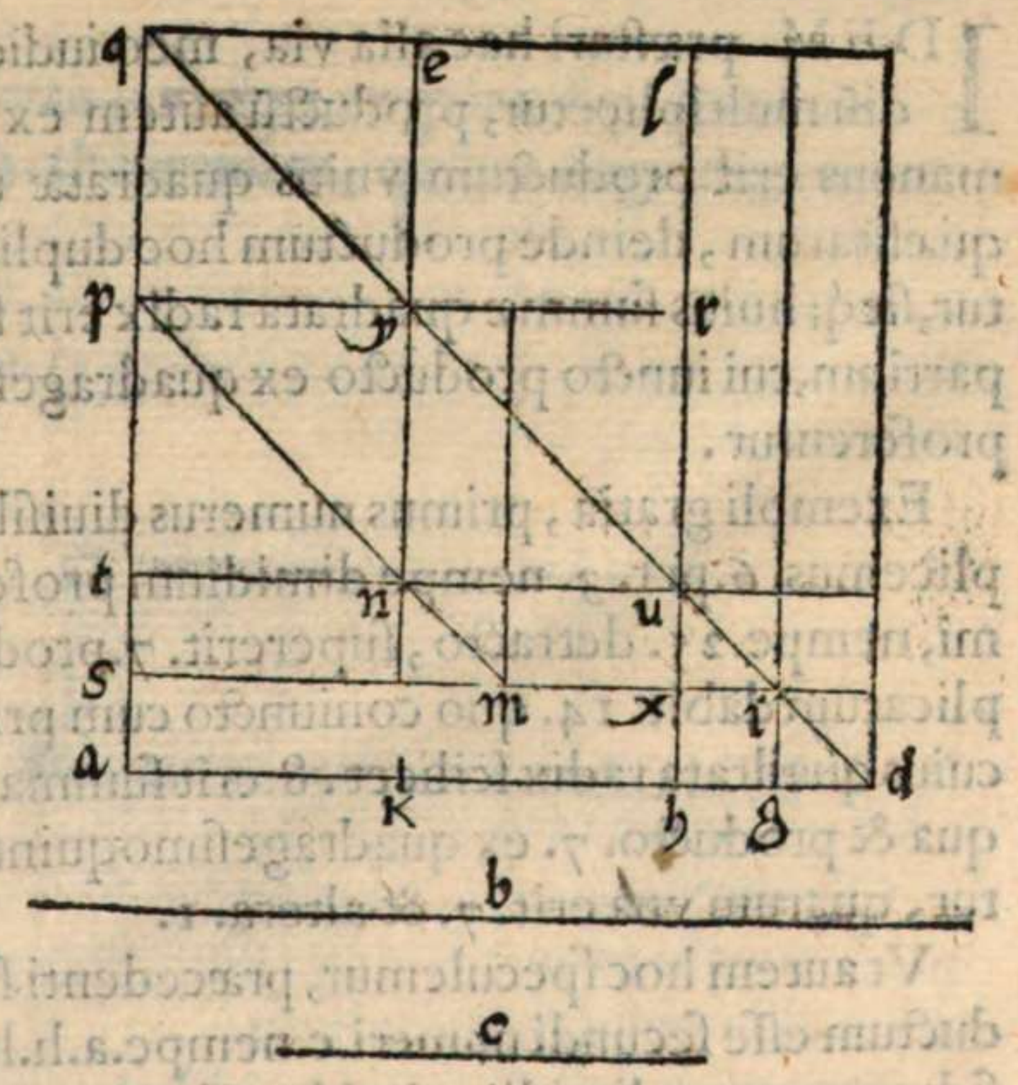
Cuius ſpeculationis cauſa, primus numerus propoſitus ſignificetur linea. x. y. pro voto diuiſa in puncto. c. et. x. t. productum ſit ipſius. x. c. in. c. y. pariter etiam. q. p. ſit ſumma radicum quadratarum, nempe. q. g. ipſius. t. c. et. g. p. ipſius. c. y. Tum ſuper. q. p. extruatur & diuidatur quadratum. q. u. ea ratione qua. 41. theoremate aut. 29. diuiſimus, in quo ſanè quadrato, quadratum ipſius. q. i. cernemus datæ differentiæ, & in eo collocata quadrata. x. c. et. c. y. ita etiam & rationem, qua cognoſcimus productum. g. r. (vſi modo. 29. theorematis) cuius quidem. g. r. quadratum, ex. 19. theoremate æquale erit producto. x. t. ideo etiam cognitũ, ac proinde cum nouerimus. x. y. ſi rationem ſequemur. 45. theoremate cognoſcemus non ſolum ratione. 41. theoremate allata hoc rectè perfici, ſed hac etiam alia ratione.



THEOREMA LXII.

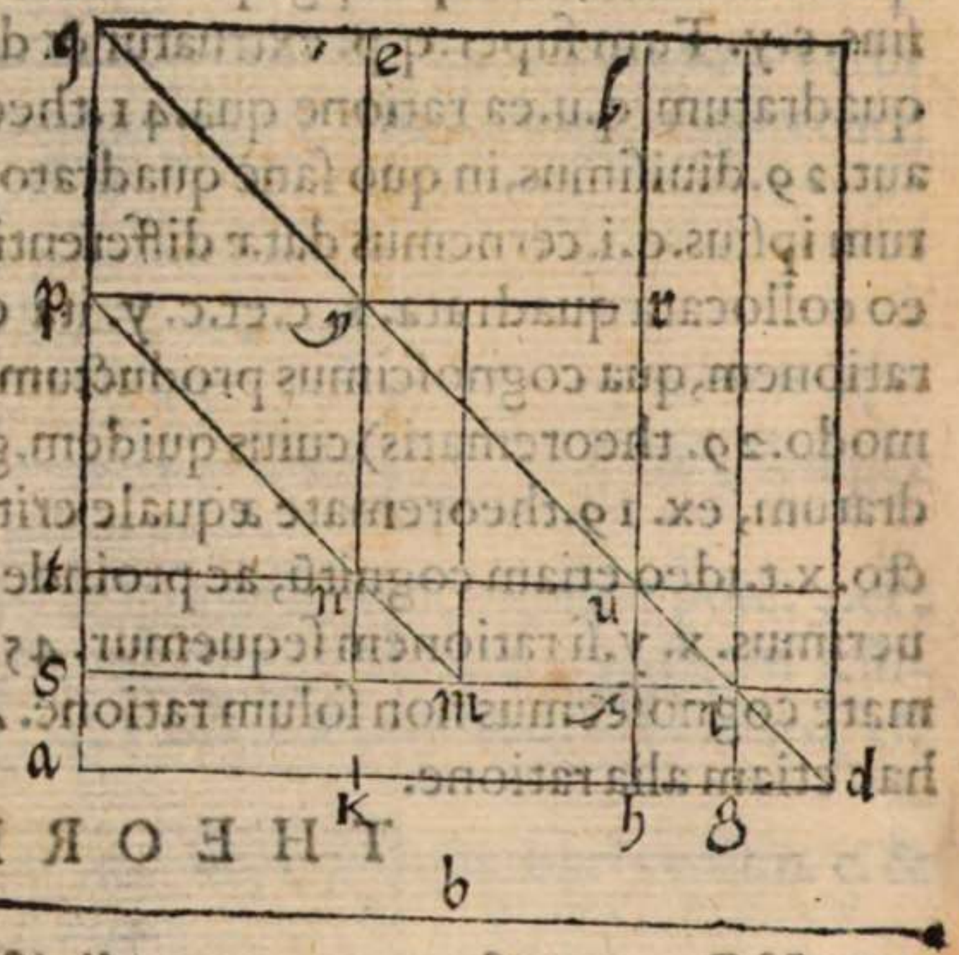
CVR propoſitum numerum diuiſuri in duas eiuſmodi partes, vt differentia ſuarũ radicũ quadratarũ æqualis ſit alteri numero propoſito. Cuius tamẽ quadratũ maius non ſit quadrato medietatis ipſius primi propoſiti numeri. Rectè etiã quadratũ dimidij ſecundi numeri ex dimidio primi detrahũt, reſiduiq; radicem per ſecundum multiplicant, & productum ex dimidio primi detrahunt, vt reſiduum pars quæſita minor ſit, & illud alterum totius reſiduum, pars maior.

Exempli gratia, ſi numerus. 50. in prædictas duas partes diuidendus proponeretur, & alter etiam. 6. quadratum dimidij ſecundi numeri eſſet. 9. eo detracto ex dimidio primi, remaneret. 16. cuius radix. 4. ſcilicet per totum ſecundum nempe. 6. multiplicata, proferet. 24. quo producto ex dimidio primi detracto, nempe. 25. dabitur. 1. pars minor, maior autẽ erit reſiduũ. 50. hoc eſt. 49. radices autem erunt. 1. et. 7. differentes inter ſe, numero ſenario.



Hoc vt ſciamus, duo numeri lineis ſignificẽtur, primus linea. b: ſecũdus linea. c. duæ autem partes. b. duobus quadratis. q. i. et. i. d. notentur, eorum verò radices lineis. a. g. et. g. d. differentia porrò ipſi. c. æqualis & cognita ſit. a. h. ex quo. h. g. æqua-

g. æqualis erit.g.d.tum productum.a.g. in.g.d.sit.a.i.et.t.i.æqualis. a.i.et.l. i.pariter secetur æqualis.t.i. quæ omnia ex diametro. q. d. cogitari possunt: erit igitur. u. i. æqualis. i. d. supereritq; quadratum. q.u. differentiæ.a. h.cognitum ; hoc verò cogitemus diuisum esse in.4. partes æquales medijs diametris.p.r.et.n.e.quare vnaquęq; partium cognoscetur , & quadratũ erit ipsius. a. к.aut ipsius.к. h.dimidij.a.h. Quòd si aliquod istorum quadratorum detrahere voluerimus, nempe.n.r.ex dimidio summę.b. duorum quadratorum.q.i.et.i..d.cognitæ, hac via procedemus, primum considerabimus. t. r.coniunctam. t.i. quæ quantitates erunt summa dimidij duorũ quadratorum. q.i.et.i.d.quandoquidem.t.r. dimidiũ est quadrati. t. l. et.t.i. dimidiũ gnomonis . t . i . l. coniunctum dimidio quadrati.i.d.ex quo.i.t.r.dimidium erit. b.ex qua quantitate. i.t.r. cogitare debemus detrahi quadratum ipsius. к.h. nempe.n. r: quare quod supersit cognitum erit nempe.y.s.cum.n.i.sed.y.m.æqualis est.n.i.et.y.m.cum.y.s. constituunt quadratum.p.m. Itaq;. p. m. quadratum & consequenter.p.s.eius radix cognoscetur, ita etiam & productum huius.p.s.in. s.x. æqualis.c. nempe . p. x: estq; productum huiusmodi semper minus quantitate.r.t.i:per.u.i.æquale quadrato minori. i.d. quare.i.d.cognoscetur , consequenter.i..a. tanquam residuum ex. b , & eorum radices quadratæ cognoscentur. a. g. et. g. d.



THEOREMA XLIII.

IDEM præstari hac alia via, meo iudicio potest. Secundus numerus in suũ dimidiũ multiplicetur, productũ autem ex dimidio primi detrahatur , ex quo remanens erit productum vnius quadratæ radicis in alteram partium primi numeri quæsitarum , deinde productum hoc duplicetur , & primo numero dato coniungatur, sicq; huius summæ quadrata radix erit summa radicum quadratarum dictarum partium, cui iuncto producto ex quadragesimoquinto theoremate singulæ radices proferentur.

Exempli gratia , primus numerus diuisibilis erat. 50. alter verò. 6. Iam si multiplicemus. 6. per. 3. nempe dimidium proferetur numerus . 18. quo ex dimidio primi, nempe. 25 . detracto , supererit. 7. productum vnius radicis in alteram, quod duplicatum dabit. 14. quo coniuncto cum primo numero. 50. dabitur numerus. 64. cuius quadrata radix scilicet . 8. erit summa radicum duarum partium quæsitarum , qua & producto. 7. ex quadragesimoquinto theoremate dictæ radices distinguentur , quarum vna erit. 7. & altera. 1.

Vt autem hoc speculemur, præcedenti figura vti poterimus, in qua patet. t.r. productum esse secundi numeri. c. nempe. a. h. hoc est. t. u. in dimidio. a. e. scilicet. p. t. residuum autem dimidij primi. b. esse. t. i. nempe. a. i. productum radicum, quod supplemen-

mentum eſt quadrati. q.d.totalis. Quare duplicato.a.i. & coniuncto. b. cognoſcimus totum. q.d. & conſequenter.a.d. ſuam radicem, hoc eſt ſummam duarum radicum.a.g.et.g.d.quæ medio.a.i.cognito, & quadrageſimoquinto theoremate ſingulæ cognoſcuntur.

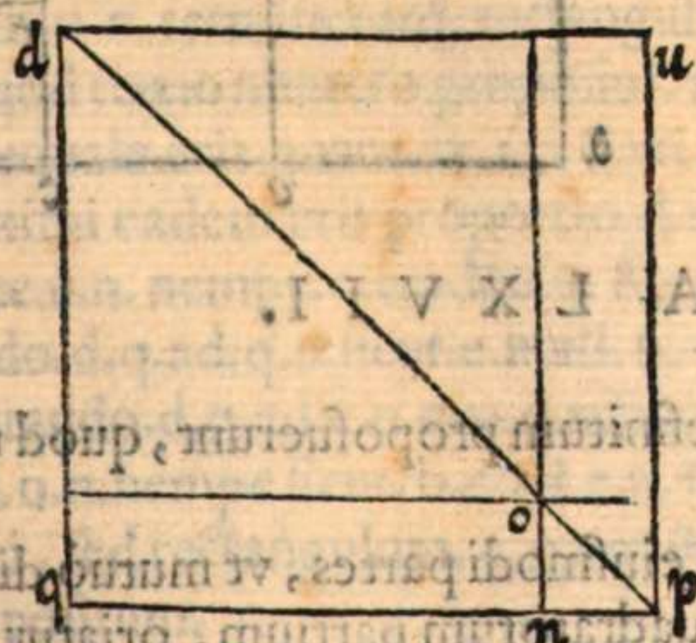
THEOREMA LXIIII.

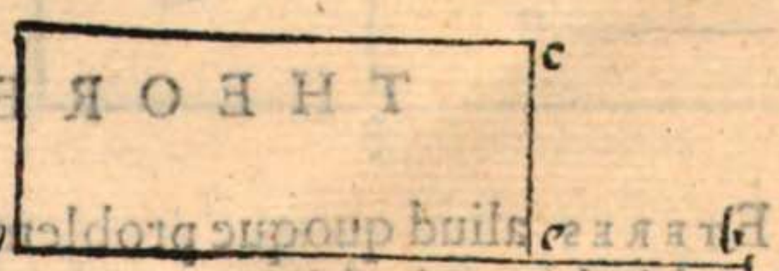
CVR propoſitum aliquem numerum in duas eiuſmodi partes diuiſuri, vt ſumma radicum dictarum partium æqualis ſit alteri numero propoſito. Rectè ſecundum numerum in ſeipſum multiplicant, ex quo quadrato, primum datum numerum detrahunt, rurſuſq; reſiduum in ſeipſum multiplicant, & ex eo quadrato quartam partem deſumunt, quã ex quadrato dimidij primi numeri detrahunt, radicemque quadratam reſidui cùm iunxerint, & ex dimidio primi numeri detraxerint, partes quæſitæ proferuntur.

Exempli gratia, ſi proponeretur primus numerus.20. diuidendus et. *6*. ſecundus pro ſumma radicum, hunc ſecundum.*6*. in ſeipſum multiplicabimus, dabiturq; numerus.*36*. ex quo quadrato primus numerus detrahetur, ſupereritq; numerus. *16*. qui quadratus dabit.256.cuius numeri quarta pars ſumetur, nempe.*64*.quæ ex quadrato dimidij primi numeri detrahetur, nempe.100.ſupereritq;.*36*.cuius radix quadrata. *6*. coniuncta & detracta ex.10.dabit.*16*. partem maiorem et.4.minorem.

Cuius rei hæc ſpeculatio, primus numerus diuiſibilis ſignificetur linea.a.b.diuiſa in puncto. e. in partes adhuc incognitas, et.a.c.ſit productum.a.e.in.e.b. item.q.p. ſecundum numerum ſignificet, æqualem ſummæ radicum, quæ puncto. n. diſtinguantur. Poſtmodum totum quadratum.p.d.erigatur (quod nobis eſt cognitum) in duo quadrata diuiſum.o.p.et.o.d. quorum ſumma.a.b.cum detur, cognita remanet ſumma duorũ ſupplementorũ.o.u.et.o.q. qua quadrata cũ fuerit dabit quadruplũ quadrati ſuppleméti.o.q.népe quadruplũ producti.a.c.etenim.a.c.ex.19. theoremate huius libri quadratum eſt ipſius.q.o. ſicq; poterant etiam veteres quadrare dimidium differentiæ. a.b.ab.p.d.nempe quadrato tantummodo ſupplemento. q.o. Tunc habito.a.c.eius ope tanquam producti.a.e.in. e.b.ex.45.theoremate ſingulæ partes cognoſcentur.

Quod alia etiam ratione præſtari poterat, nempe cognito ſupplemento. q.o.diſtinguendæ radices q.n.et.n.p.ex. 45. théoremate, quibus cognitis, eorum etiam quadrata cognoſcuntur.





THEOREMA LXV.

CVR propoſito numero in tres qualeſcunque partes diuiſo, ſi prima in tertiam multiplicetur, & huic producto, ſecundæ in primam productum coniungatur, itemq; ſecundæ in tertiam, hæc ſumma duplicata æqualis ſit ſummæ productorum ſingularum in cæteras duas.

Exempli gratia, ſi proponatur. 20. diuiſus in tres partes nempe. 12. 5. 3. multiplicato primo. 12. per. 3. tertiam partem dabitur. 36. ſecunda verò multiplicata per reliquas duas, hoc eſt. 5. per. 12. et. 3. in primis dabitur. 60. poſtea. 15. quorũ triũ productorum ſumma erit. 111. quæ duplicata dabit. 222. qui numerus æqualis eſſe dicitur ſummæ productorum ſingularum partium in reliquas duas, nempe ſummæ. 60. 36. 60. 15. 36. 15. hoc eſt ipſis. 222.

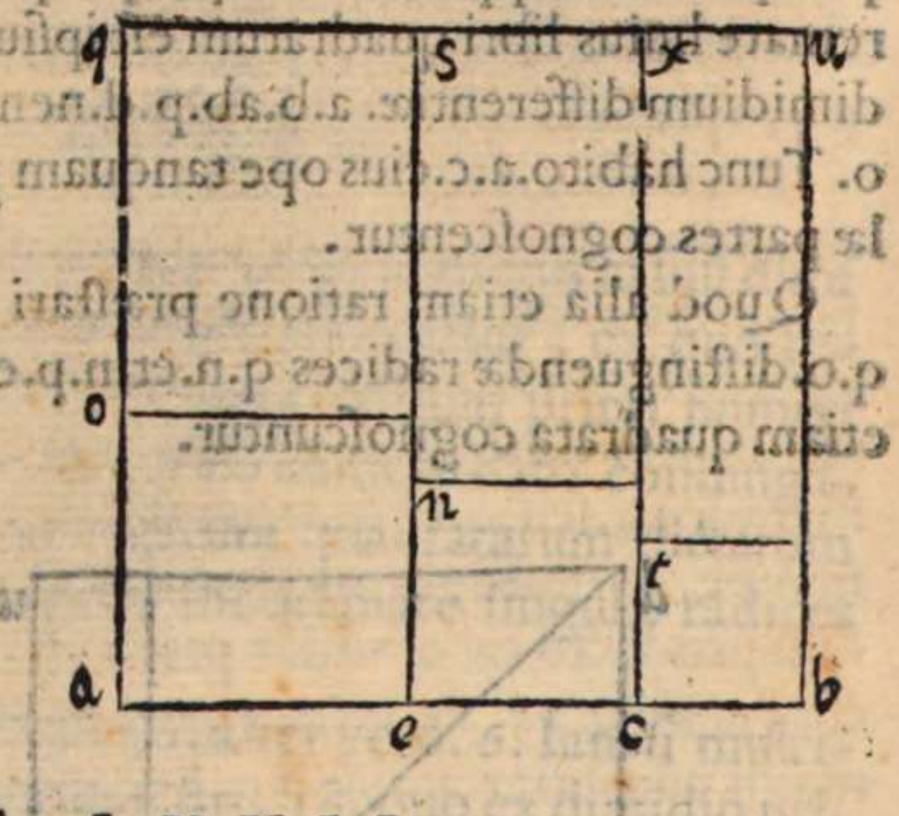
Cuius rei per ſe patet ſpeculatio, cum in his ſex vltimis productis, ſingula tria prima duplicentur.

THEOREMA LXVI.

CVR propoſito numero in. 3. qualeſcunque partes diuiſo, ſi in reliquas duas ſingulæ multiplicentur, & hæc producta cum ſumma ſuorum quadratorum coniungantur, tota ſumma hæc vltima æqualis erit quadrato totali propoſiti numeri.

Exempli gratia, ſi fuerit idem numerus. 20. in. 3. partes diuiſus. 12. 5. 3. Si 12. in 5. et. 3. producatur, ſumma productorum erit. 96. at. 5. in. 12. et. 3. erit. 75. poſtmodum. 3. in. 12. et. 5. erit. 51. nempe in vniuerſum. 222. quadratorum porrò ſumma erit. 178. quæ coniuncta. 222. dabit. 400. quadratum ipſius. 20.

Erit autem huiuſce rei facillima ſpeculatio, ſi ſequentem figuram mente concepimus, in qua. a. b. propoſitum numerum ſignificet, cuius partes diſtinctæ ſint medio. e. et. c. Ipſum autem. q. b. ſit quadratum totale parallelis. e. s. et. c. x. diuiſum, quæ quadratum in tria rectangula diuident, quorum primum erit. q. e. compoſitum ex producto. a. e. in ſemetipſam, nempe quadratum. o. e. & ex producto eiuſdem. a. e. in. e. b. quod erit rectangulum. o. s. ex quo tria rectangula. o. s. et. n. x. et. t. u. tria producta erunt ſingularum partium in cæteras duas, et. e. o: c. n: b. t. tria quadrata erunt: quibus ſex quantitatibus quadratum totale. q. b. completur.



THEOREMA LXVII.

VETERES aliud quoque problema indefinitum propoſuerunt, quod tamen à nobis determinabitur.

Cur diuiſuri propoſitum numerum in duas eiuſmodi partes, vt mutuò diuiſis, & per ſummam prouenientium diuiſa ſumma quadratorum partium, oriatur proueniens alter numerus propoſitus.

Propoſito deinde tertio quolibet numero diuidendo per ſingulas partes primi,

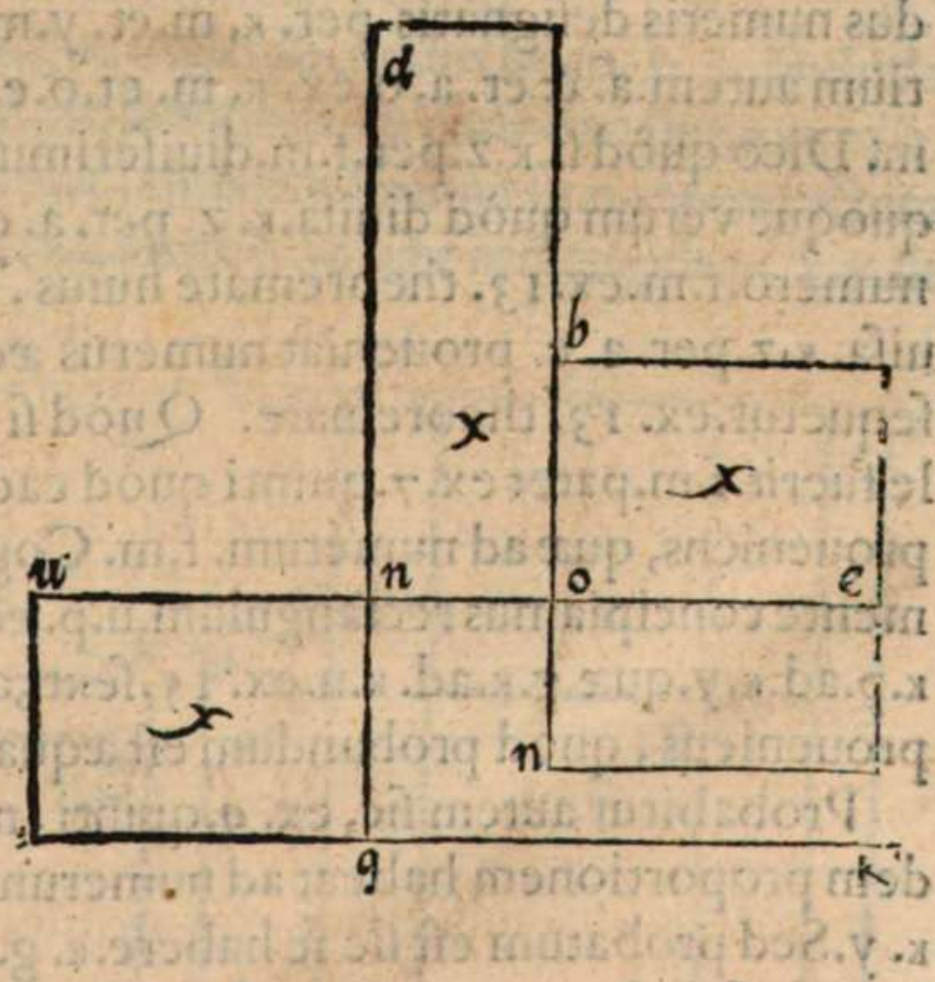
ita

ita vt simul prouenientibus in summam collectis huius summæ ad primum numerum propositum proportio futura sit ea quæ est tertij ad secundum. Rectè dimidium primi numeri in seipsum multiplicant, ex quo quadrato secundum numerum detrahunt, tum residui radicem sumunt, quam iungentes, & detrahentes ex dimidio primi, partes quæsitas habent, cætera ex necessitate subsequuntur, prout nunc à me docebitur.

Exempli gratia, proponitur numerus. 20. in duas partes diuidendus, quibus postea mutuò diuisis, & per summam prouenientium diuisa summa quadratorum, dent secundũ numerum propositum. *36.* nam reliqua consequuntur. Itaque. 10. dimidium primi in seipsum multiplicatur, & ex quadrato. 100. eruitur numerus. *36.* nempe secundus propositus residui porrò. *64.* quadrata radix. 8. sumitur, quam coniungimus & detrahimus ex dimidio primi scilicet. 10. ex quo partes quæsitæ dabuntur. 18. et. 2. quæ mutuo diuisæ dabunt suorum prouenientium summam. 9. cum nona parte, per quam diuidentes. *328.* summam quadratorum ipsarum partium, exactè dabitur numerus. *36.* qui fuit secundò propositus. Tum si per singulas iam inuentas partes quilibet numerus diuisus fuerit, verbi gratia. 72. summa prouenientium erit. 40. qui numerus eandem proportionem cum primo nempe. 20. seruabit, quam tertius propositus. 72. cum secundo. *36.*

Quod vt speculemur, primus numerus significetur linea. n. e. ita diuidendus à puncto. o. vt diuisa parte. n. o. per. o. e. et. o. e. per. n. o. & per summam prouenientium diuisa summa quadratorum. n. o. et. o. e. detur secundus numerus notatus linea. q. κ. Porrò meminisse oportet quòd. 26. theoremate probatum fuit vltimum hoc proueniens æquale producto partium inter se futurum, nempe producto. n. o. in. o. e. quod significetur rectangulo. n. e. Itaque datis. n. e. et. q. κ. si. 45. theorema consuluerimus, partes. n. o. et. o. e. cognoscemus.

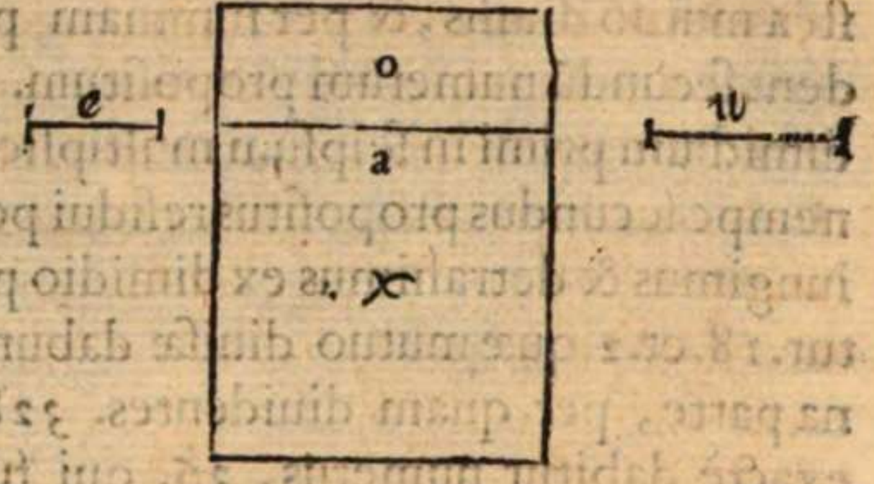
Proponitur deinde tertius quilibet numerus, verbi gratia. x. diuidendus per. o. e. et. o. n. qui si diuidatur per. o. e. dabit proueniens. b. o. Si verò per. n. o. proueniens erit. d. n. nunc asserimus summã duorum horum prouenientium, sic primo numero. n. e. dato proportionatam esse, sicut tertius. x. secũdo. q. κ. Producatur enim linea. d. n. donec. n. q. æqualis sit. o. b. ex quo. q. d. erit summa vltimò prouenientium: item producatur. e. n. donec. n. u. æqualis sit. o. e. termineturq; rectangulum. q. u. quod tertio numero proposito. x. vt patet, æquale erit, quare ex. 15. sexti aut. 20. septimi eadem erit proportio. d. n. ad n. q. quæ. u. n. nempe. o. e. ad. o. n. & componendo. d. q. ad. q. n. sicut. e. n. ad. n. o. & permutando. d. q. ad. e. n. quę. q. n. hoc est. b. o. ad. o. n. nempe sicut. b. e. ad. e. n. superficialem, ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi, sed rectangulum. e. n. constitutum fuit æquale numero. q. κ. itaque verum est propositum.



THEOREMA LXVIII.

CVR numero per numerum diuiſo, productoq; duorum numerorum per prouenientis multiplicato, quod vltimò productum eſt, diuiſi numeri ſemper quadratum exiſtat.

Exempli gratia, ſi diuidamus. 10. per. 2. proueniens erit. 5. quo producto ex duobus numeris multiplicato, nempe. 20. habebimus. 100. quadratum numeri diuiſi.



Cuius gratia duo numeri ſint. a. et. e. porrò. a. per. e. diuiſo detur. u. tum. o. productum. a. in. e. eſſe conſtituatur, quo per. u. multiplicato dabitur. x. quadratum. a. propterea quòd. a. medium eſt proportionale inter. o. et. u. ex. 35. theoremate. itaque ex. 16. ſexti aut. 20. ſeptimi, propoſiti veritas eluceſcet.

THEOREMA LXIX.

CVR numero aliquo per duos alios multiplicato & diuiſo, ſi per horum duorum productum, ſumma duorum primorum productorum diuiſa fuerit, vltimum proueniens, ſummæ duorum primorum prouenientium æquale ſit.

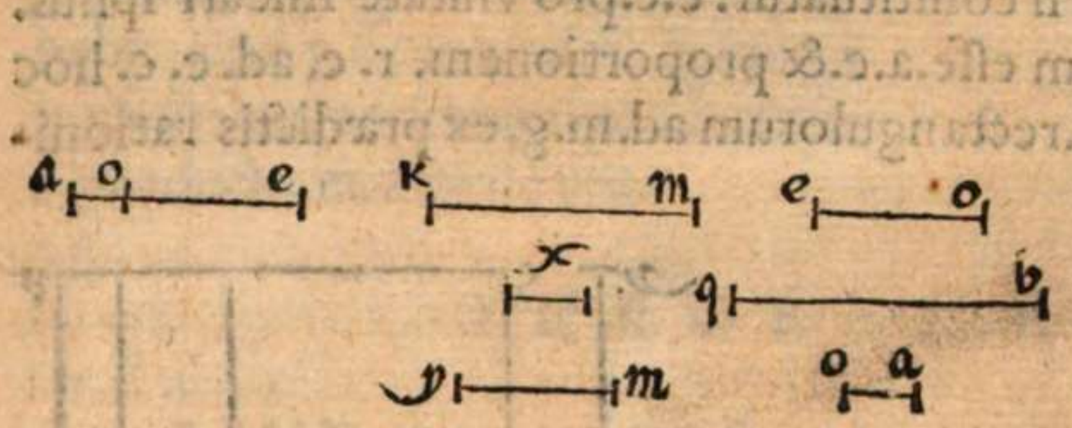
Exempli gratia, proponitur numerus. 24. per. 8. et. 6. multiplicandus & diuidendus ſumma productorum erit. 336. prouenientium autem. 7. ſi igitur ſummam. 336. productorum per productum duorum ſecundorum numerorum nempe. 48. diuiſerimus, prouenies pariter erit. 7.

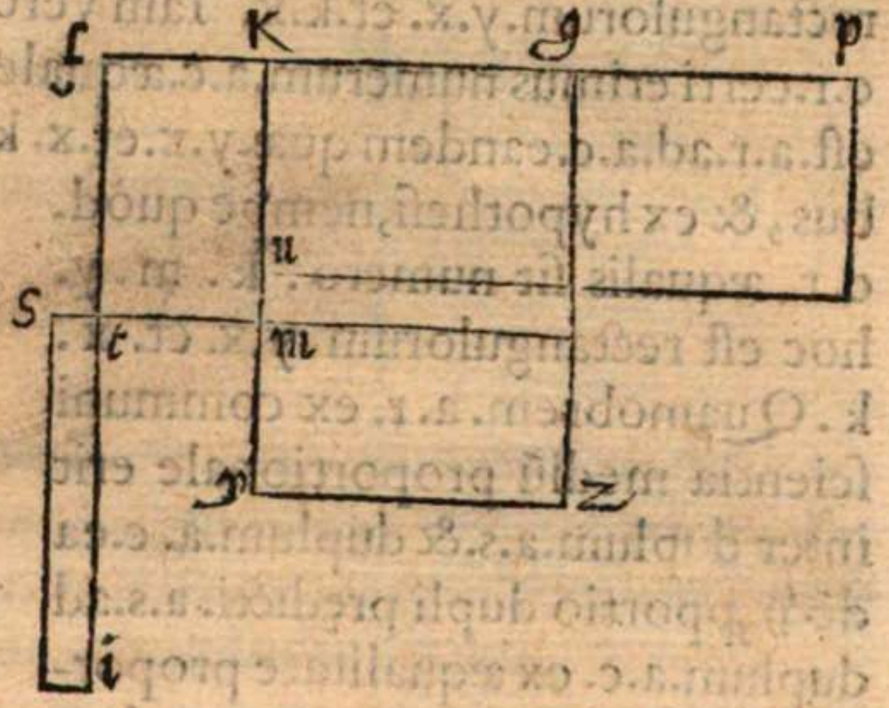
In cuius gratiã primus numerus ſignificetur linea. q. b. multiplicandus & diuidendus numeris deſignatis per. κ. m. et. y. m. productorum ſumma ſit. κ. z. prouenientium autem. a. e: et. a. o. ex. κ. m. et. o. e. ex. y. m: tum productum. κ. m. in. m. y. ſit. f. m. Dico quòd ſi. κ. z. per. f. m. diuiſerimus proueniet. a. e, Quod cum ſic fuerit, erit quoque verum quòd diuiſa. κ. z. per. a. e. proueniet. f. m. numerus ſcilicet æqualis numero. f. m. ex. 13. theoremate huius. Itaque quotieſcunque probauero quòd diuiſa. κ. z. per. a. e. proueniat numerus æqualis ipſi. f. m. propoſitum verum eſſe conſequetur. ex. 13. theoremate. Quòd ſi proueniens ex diuiſione. κ. z. per. a. e. æquale fuerit. f. m. patet ex. 7. quinti quòd eadé erit proportio numeri. κ. m. y. ad ipſum proueniens, quæ ad numerum. f. m. Cogitemus itaq;. κ. u. æqualem. a. e. ſuper quam mente concipiamus rectangulum. u. p. æqualem. κ. z. ex quo eadem erit proportio: κ. p. ad. κ. y. quæ. g. κ. ad. κ. u. ex. 15. ſexti, aut. 20. ſeptimi, numerus autem. κ. p. erit proueniens, quod probandum eſt æquale eſſe. f. m.

Probabitur autem ſic, ex. 9. quinti, nempe demonſtrato quòd numerus. κ. p. eandem proportionem habeat ad numerum. κ. y. quam habet numerus. f. m. ad eundem κ. y. Sed probatum eſt ſic ſe habere. κ. g. ad. κ. u. ſicut. κ. p. ad. κ. y. ſufficiet igitur probare ſic ſe habere. κ. g. ad. κ. u. ſicut. f. m. ad. κ. y. Sed. κ. g. dicitur æqualis eſſe. q. b: et. κ. u: a. e. ſatis erit igitur probare ita ſe habere. q. b. ad. a. e. ſicut. f. m. ad. κ. y. Scimus autem quòd eadem eſt proportio. q. b. ad. a. o. quæ. m. κ. ad vnitatem, quæ ſit. x. & quod proportio. o. e. ad. q. b. eadem eſt, quæ. x. ad. m. y. ex definitione diuiſionis. Quare ex æqualitate proportionum eadem erit proportio. κ. m. ad. m. y. quæ. e. o. ad. o. a. &

componen-

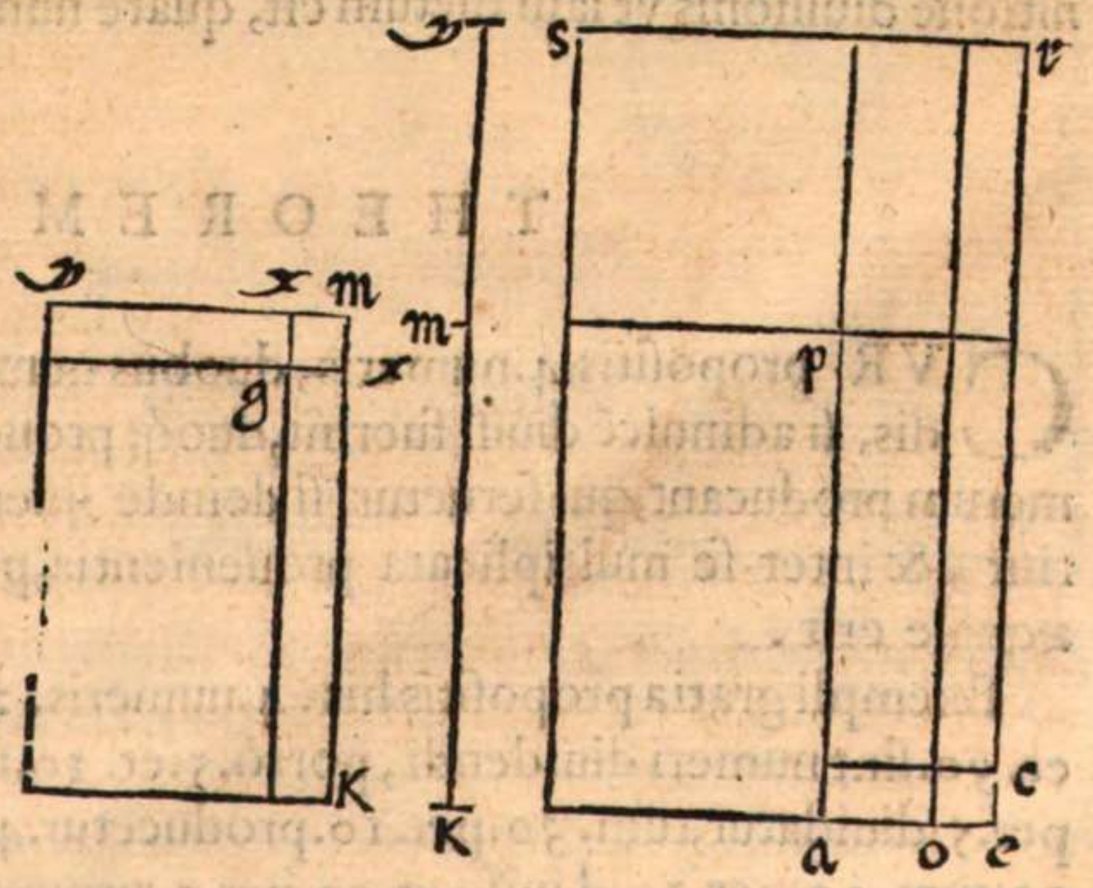
componendo ſic ſe habebit. κ.y.ad.m.y.ſicut.e.a.ad.o.a.& permutando.κ.y. ad. e. a.ſicut.m.y.ad.o.a.& ex.19. quinti ita.κ. m.ad.e.o.ſicut.κ.y.ad.e.a. & permutando. κ.m.ad.κ.y.ſicut.e.o.ad.e.a. Nunc producatur.f.t.donec.t.i.æqualis ſit. κ.y.productaq;.m.t. donec.t.s.æqualis ſit vnitati.x. terminetur q; rectangulum. s. i.ex quo dabitur proportio numeri. f. m. ad numerum.s.i.compoſita ex.m.t.ad.t.s.et.f.t.ad.t.i. ex. 24.ſexti,aut quinta octaui, ſed ita etiam proportio.q.b.ad. a. e. componitur ex eiſdem proportionibus,nempe ex.q.b.ad.o.e.æquali.m.t.ad.t. s.& ex proportione. o.e.ad.a.e.æquali.f.t.ad.t.i.itaque proportio numeri.f.m.ad.s. i. hoc eſt ad numerũ ipſius.κ.y.æqualis eſt proportioni numeri.q.b.ad.a.e.nẽpe.κ.g.ad.κ.u. hoc eſt.κ.p.ad κ.y.ex quo ſequitur.κ.p.conſtare numero æquali.f.m.proueniens igitur ex diuiſione numeri.κ.z.per.f.m.æqualis eſt numero ipſius.a.e.





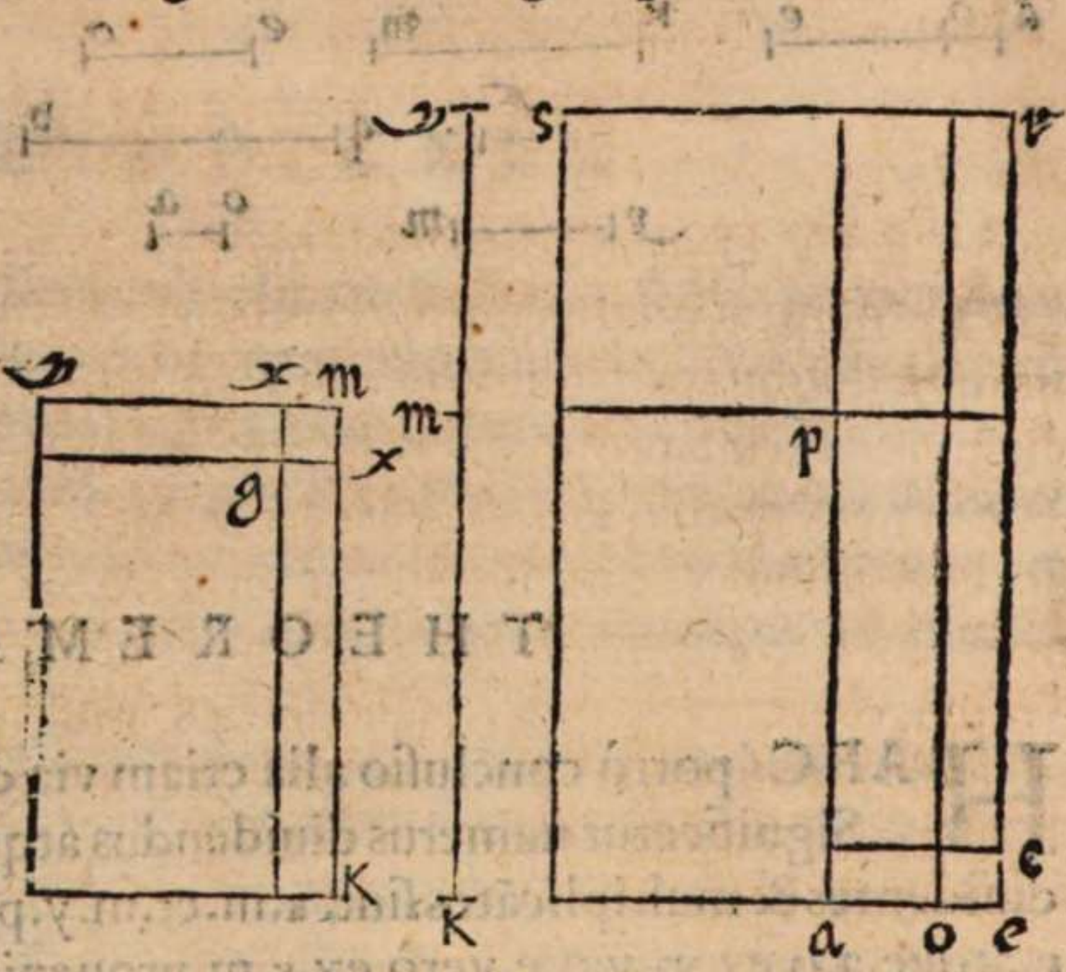
THEOREMA LXX.

HAEC porrò concluſio alia etiam via demonſtrari poteſt.
Significetur numerus diuidendus atque multiplicandus linea. b. a. Deinde diuidentes & multiplicãtes ſint. κ.m.et.m.y.prouenientia ex diuiſione ſint.a.o.et.o. e.atque.a.o.ex.m.y:o.e.verò ex.κ.m.proueniat, quorum ſumma ſit.a.e:productum autem.b.a.in.k.m.ſit.b.p.et.p.s.productum.b.a.in.m.y.ad hæc rectangulum. k.y.ſit productum.k.m.in. m . y : quo totum productum.a. s.diuidatur, proueniensq; ſit.a.c.cui,a. c: productũ. a.s.eãdẽ proportionẽ ſeruabit,quã k. y. rectangulum ad vnitatem ex definitione diuiſionis , hoc autem proueniens.a.c.cõſtare numero æquali aſſero ſummæ . a. e . Primum enim ex dicta definitione diuiſionis habemus eandem eſſe proportionem.b.a.ad. a. o. quæ. m. y . ad vnitatem, & quod ſic ſe habet.b.a. ad.o.e.ſicut. k.m.ad eandem vnitatem. Itaque vnitas hæc linearis ſignificetur per.m.x.in ſingulis lateribus. k.m.et. m.y producentibus rectangulum. k.y: ſuperficialis autem vnitas ſit.



g.m.

g.m. cogiteturq; rectangulum.y.x.& rectangulum.k. x. Itaque dabitur eadem proportio.k.m.ad.m.x.nempe.k.x.rectanguli ad.m.g.quæ est.b.a.ad.o.e.et.y.x.ad. m. g.quæ.b.a.ad.a.o.sed ex prima sexti aut.18.vel.19.septimi, sic se habet rectangulum. k.y.ad.x.y.sicut.k.m.ad.m. x. quare sicut.b.a.ad.o.e.ex. 11.quinti,& eiusdem rectanguli. k. y.ad rectangulum. k.x.sicut.y.m. ad.x.m.nempe.b.a. ad. a. o. Quare ex communi scientia, sic se habebit duplum rectanguli. k.y.ad summam. y.x. cum. k.x.rectangulorum, sicut duplum. b.a.ad summam.a.o.e. et proportio summæ rectangulorum. y.x.et.k.x.duplo.g.m.sicut duplum.b.a.ad.a o.e. Igitur summa duorum rectangulorum.y.x.et.x.k.media proportionalis erit inter duplum rectanguli. k.y.& duplum vnitatis superficialis. g.m.Nunc terminetur rectangulum.a.r.ex quo dabitur eadem proportio dupli.a.s.ad.a.r.sicut dupli.b. a.ad. a. e. ex propositionibus notatis, sexti aut septimi. Quare etiam sicut dupli rectanguli. k. y. ad summã rectangulorum.y.x. et.k.x. Iam verò si constituatur. e.c.pro vnitate lineari ipsius. e.r.certi erimus numerum.a.c.æqualem esse.a.e.& proportionem. r. e. ad. e. c. hoc est.a.r.ad.a.c.eandem quæ.y.x.et.x. k.rectangulorum ad.m.g. ex prædictis rationibus, & ex hypothesi,nempe quòd. e.r. æqualis sit numero. k. m. y. hoc est rectangulorum. y.x. et. x. k. Quamobrem. a. r. ex communi scientia mediũ proportionale erit inter duplum.a.s.& duplum.a. c.eadéq; ꝓportio dupli prędicti. a.s.ad duplum.a.c. ex æqualitate proportionum simul collectarum, eadem erit quæ proportio dupli rectanguli.k.y.ad duplum.m. g. hoc est. a. s. simplicis ad simplicem.a.c. quæ simplicis rectanguli.k.y.ad simplicem vnitatem.g.m.sic enim se habet simplex ad simplex, sicut duplum ad duplum. Sed pariter ita se habet.a.s.ad.a.c. cogitato. a.c. tamquam proueniente ex diuisione. a.s.per rectangulum.k.y.vt constitutum est, sicut.k.y.ad.m.g.ex definitione diuisionis vt iam dictum est, quare numerus.a.c.æqualis erit numero. a.o.e.



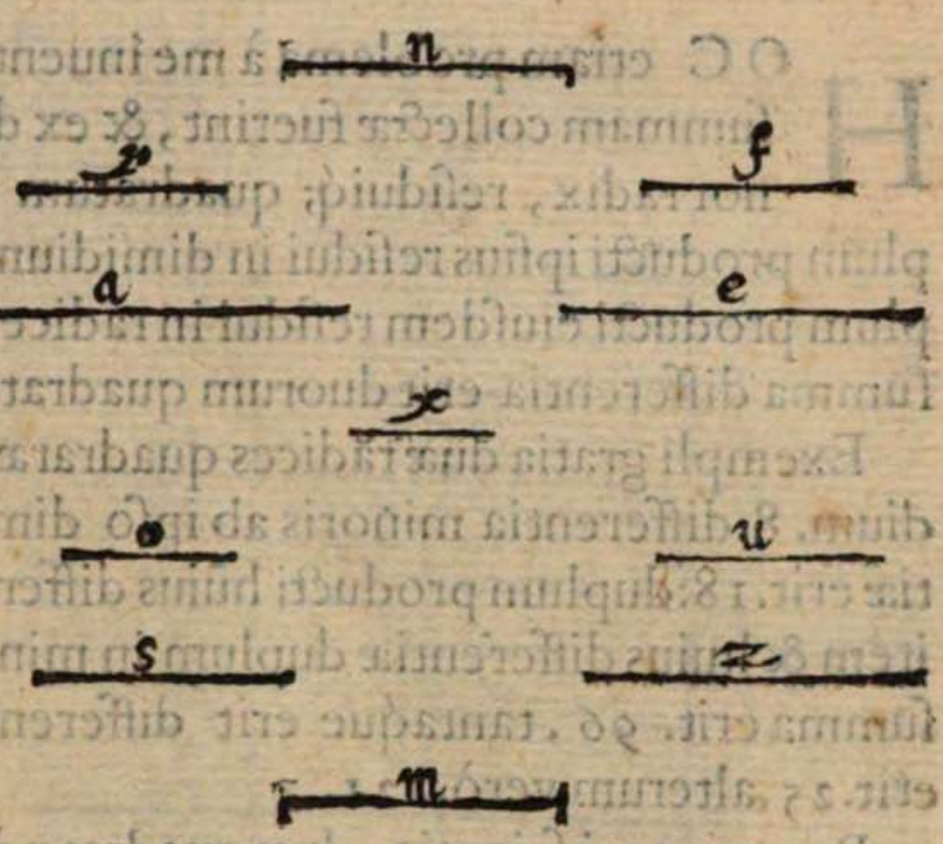
THEOREMA LXXI.

CVR propositis.4.numeris, duobus nempe diuidentibus ac duobus diuidendis, si adinuicẽ diuisi fuerint,duoq; proueniẽtia inuicẽ multiplicata quẽuis numerum producant,qui seruetur, si deinde ijdem numeri versa vice mutuo diuisi fuerint, & inter se multiplicata prouenientia,productũ hoc, primo seruato numero æquale erit.

Exempli gratia propositis his. 4.numeris. 20.30.5. 10. duo autem. 20. scilicet. et. 30.sint numeri diuidendi, porrò.5.et. 10.numeri diuidentes,nẽpe vt primo.20 per.5.diuidatur,tum. 30.per.10.producetur.4.et.3.qui simul multiplicati proferẽt. 12.tum. 20.per.10.diuiso et.30.per.5.prouenientia erunt.2.6.quæ inter se multiplicata producent etiam.12.

Cuius

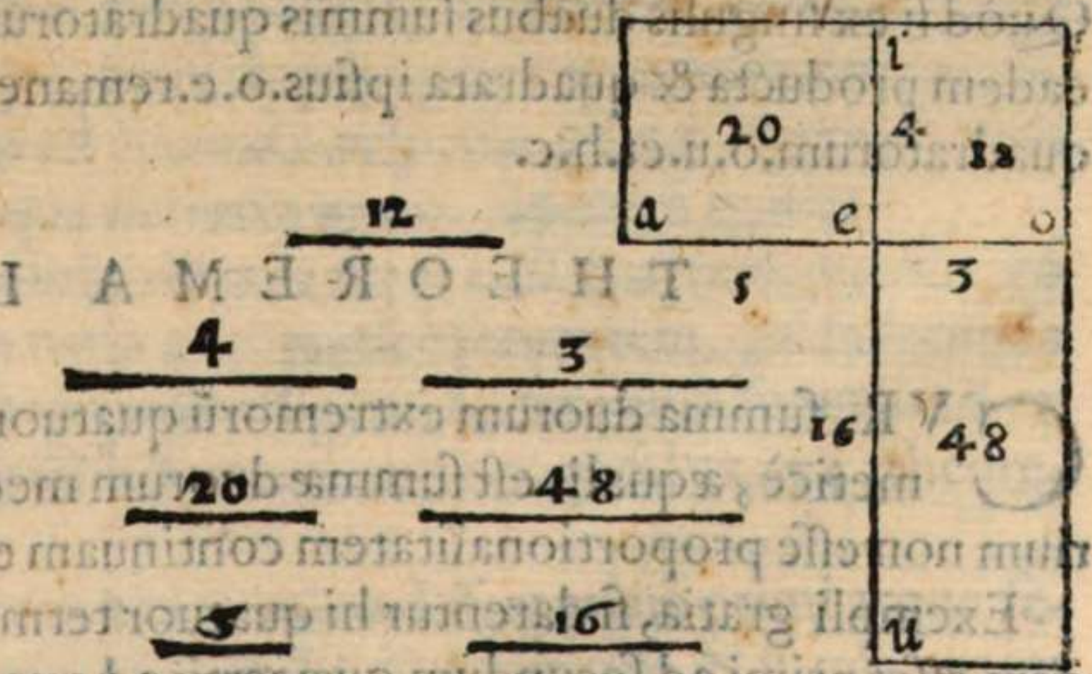
Cuius rationem si quæris, significentur. 4. numeri lineis, a. e. o. u. diuidaturq;. a. per. o. & oriat. s. & per. u. oriat. y. et.
e. diuiso per. o. oriatur. z. & per. u. proueniat. f. tum. n. sit productum. z. in. y: et. m. productum. s. in. f. Dico n. futurum æquale. m. Sit deinde. x. vnitas, quare ex definitione diuisionis eadem erit proportio. s. ad. a. et. z. ad. e. quæ. x. ad. o. Sed ita se habet. a. ad. y. et. e. ad. f. sicut. u. ad. x. ex quo sic se habebit. s. ad. a. sicut. z. ad e. et. a. ad. y, sicut. e. ad. f. Itaque ex æqualitate proportionum sic se habebit s. ad. y. sicut. z. ad. f. Igitur ex 15. sexti aut. 20. septimi productum. n. producto. m. æquale erit.



THEOREMA LXXII.

ALIVD quoque problema à me inuentum est, nempe vt proponantur. 4. numeri qualescunque tandem, quorum duo diuisibiles sint, tertius diuisor vnius è duobus pro libito, quæramusq; alterius diuidentem, qui sic se habeat vt productum duorum prouenientium quarto numero proposito sit æquale.

Exempli gratia, proponuntur. 4. numeri. 20. 48. 5. 12. porrò. 20. et. 48. numeri sint diuisibiles et. 5. diuidēs vnius, ut potè. 20. Quærēdus nunc erit diuidens alterius nempe. 48. eiusmodi vt productum prouenientium æquale sit. 12. Diuidam itaque. 20. per. 5. proueniet q;. 4. quem per. 48. multiplicabo, nempe per alterum diuisibilem, sicq; proueniet. 192. quod productum per quartum numerum nempe. 12. diuisum dabit. 16. qui erit diuidens quæsitus, quo diuiso. 48. proueniet. 3. secundum scilicet proueniens, quo per alterum hoc est. 4. multiplicato producetur quartus numerus. 12.



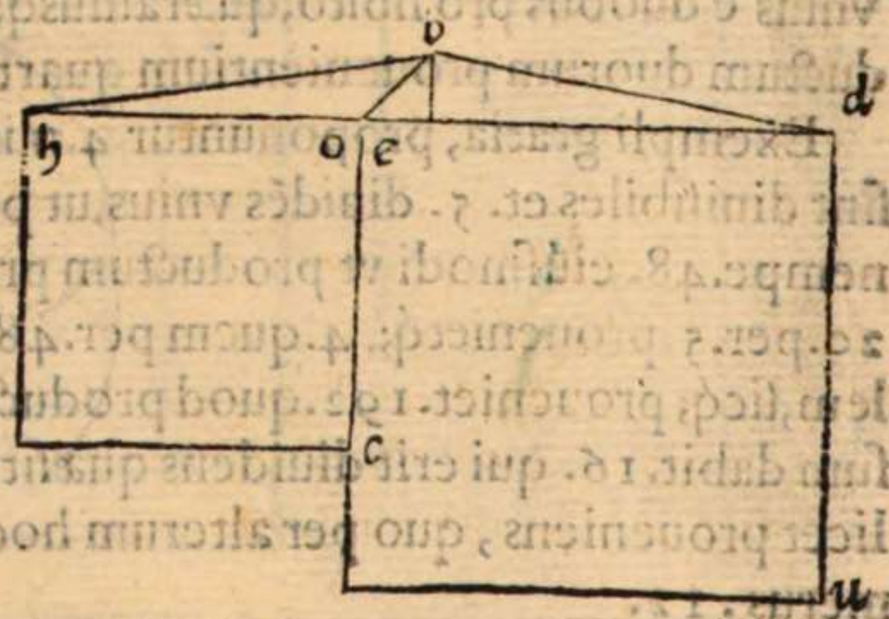
Quod vt sciamus, primus numerus diuisibilis significetur rectāgulo. a. i. secundus rectangulo. o. u. primus diuidens latere. a. e. quartum numerum rectangulo. i. o. primum proueniens latere. e. i. secundus diuidens latere. e. u. (hic autem est quem quærimus) tum alterum proueniens significetur latere. e. o. Iam eadē erit proportio. e. i. ad. e. u. quæ. o. i. ad. o. u. Sed cum cognitæ sint tres quantitates. e. i: i. o: et. o. u. quarta quoque. e. u. ex regula de tribus immediatè cognoscetur; cætera in subscripta figura facillimè patebunt.

THEOREMA LXXIII.

HOC etiam problema à me inuentum est, nempe si duæ radices quadratæ in summam collectæ fuerint, & ex dimidio eiusmodi summæ detracta fuerit minor radix, residuiq; quadratum duplicatum eiq; summæ coniungatur duplum producti ipsius residui in dimidium summæ radicum, atque huic summæ duplum producti eiusdem residui in radicem minorem coniunctum fuerit; vltima hæc summa differentia erit duorum quadratorum propositorum.

Exempli gratia duæ radices quadraræ sint. 5. et. 11. harum summa erit. 16. & dimidium. 8. differentia minoris ab ipso dimidio erit. 3: duplum quadrati huius differentiæ erit. 18: duplum producti huius differentię in dimidium summę radicum erit. 48. item & huius differentiæ duplum in minorem radicem erit. 30. quarum omnium summa erit. 96. tantaque erit differentia suorum quadratorum, quorum vnum erit. 25. alterum verò. 121.

Pro cuius rei scientia, duæ quadratæ radices sint. h.o. et. o.d. directæ inter se coniunctæ, quæ summa per medium in puncto. e. diuidatur, tum cogitetur. e.b. æqualis o.e. perpendicularis. h.d. ducanturq; lineæ. b.h: b.o. et. b.d. Iam ex. 4. primi. b.h. æqualis erit. b.d. & quadratum. b.h. æquale quadrato. h.o. & quadrato. o.b. simul cum duplo producti. o.e. in. o.h. ex. 12. secundi Eucli. Sed ex. 13. eiusdē quadratum. b.d. minus est quadrato. o.d. cum quadrato. o.b. ex duplo producti. o.e. in. o.d. at duplum eiusmodi producti æquale est duplo quadrati. o. e. & duplo producti. o.e. in. e.d. ex tertia eiusdem, itaque duo quadrata scilicet. o.b. et. o.d. maiora erunt duobus quadratis, nempe. o.b. et. o. h. collectis cum duplo producti. o.e. in. o.h. ex duplo quadrati o.e. vnà cū duplo producti. o.e. in. e.d. Quare differētia summæ duorum quadratorum o.b. et. o.d. à summa duorum. o.b. et. o.h. duplum erit quadrati. o.e. cum duplo producti. o.e. in. e.d. & duplo producti. o.e. in. o.h.



Quòd si ex singulis duabus summis quadratorum demptum fuerit quadratum. o. b. eadem producta & quadrata ipsius. o.e. remanebunt, tanquam differentia duorum quadratorum. o.u. et. h.c.

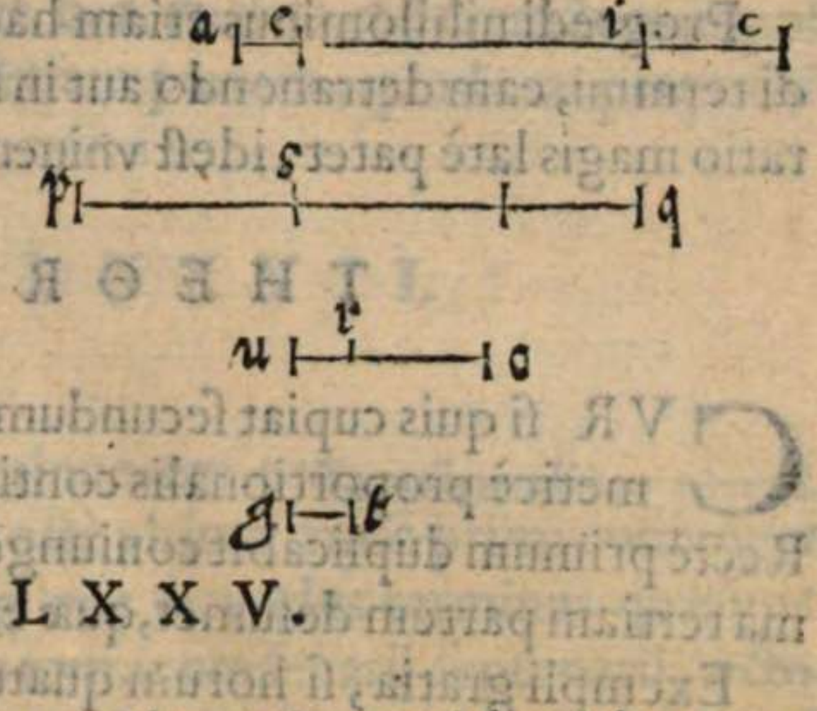
THEOREMA LXXIIII.

CVR summa duorum extremorū quatuor terminorum proportionaliū arithmeticè, æqualis est summæ duorum mediorum, vbi nota hac in re necessarium non esse proportionalitatem continuam existere.

Exempli gratia, si darentur hi quatuor termini. 20. 17. 9. 6. quorum proportio eadem esset primi ad secundum quæ tertij ad quartum, summa primi cum quarto esset 26. tantaq; secundi cum tertio.

Cuius speculationis causa, primus maiorq; numerus significetur linea. e. o. secundus. s.q. tertius. u.c. quartus. g.t. differentia porrò inter. e.o. et. s.q. sit. i.o. quæ æqualis erit differentiæ. r. c. qua quartus à tertio superatur ex hypothesi. Itaque affero summam. e.o. cum. g.t. nempe. a.o. æqualem esse summę. q.s. et. u.c. sitq;. q.p. Nam in. a.o.

Secundus tertiusque terminus reperiuntur, est enim secundus.e.i.tertius. i.o. et.e. a. quandoquidem ex præsuppositio.e. i.æqualis est.s.q. et i.o. æqualis.r.c.et.a.e. cum sit æqualis. g. t. cui pariter æqualis est. r. u. ex quo. a. e. æqualis est .u. r. Itaque illud sequitur. a. o.ipsi. q. p. æqualem esse.

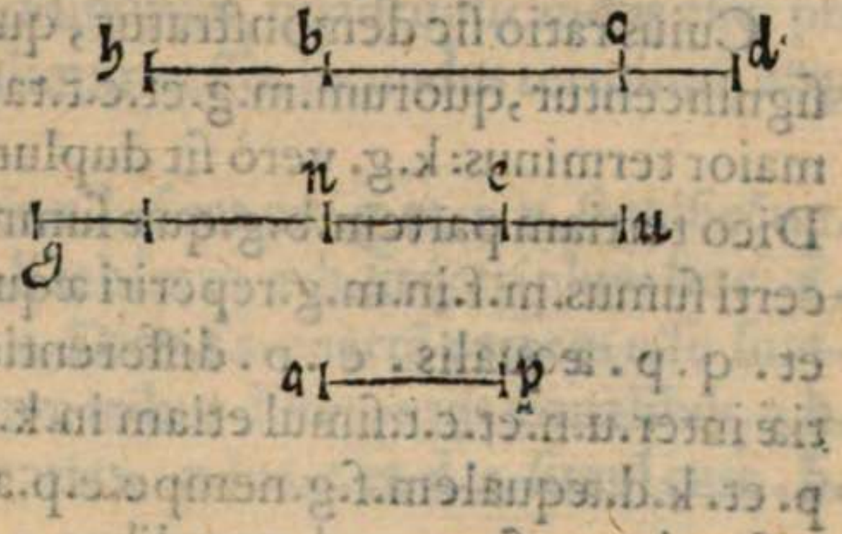


THEOREMA LXXV.

CVR summa duorum terminorum extremorum imparium arithmeticæ proportionalitatis semper duplo medij termini æqualis est.

Exempli gratia, sunt hi tres termini proportionalitatis arithmeticæ. 20. 15. 10, summa duorum extremorum erit. 30. quæ duplum est medij termini. 15.

Quod vt speculemur, tres termini, tribus lineis.b.d:n.u. et.q.p.significétur. Dico nunc quòd summa.b.d.cum. q. p. nempe. h.d.semper duplo. n. u. scilicet. g. u. æqualis erit. Tum differentia. b.d. ad.n.u. sit. c.d.quæ æqualis erit. e.u. differentiæ inter n.u.et. q.p. patet enim in linea.h.d:b. c. æqualem esse. n. u. sed.n.u.ex.n.e.componitur æquali.q.p. et ex.e.u. æquali.c.d.cum itaq; in.h. d. partem. h.b.reperiamus æqualem.n.e. gratia. q. p. & partem.c.d. æquale m.e. u.manifestum erit h.d.æqualem esse. g.u.



BINA PROBLEMATA EX DVOBVS PRAEDICTIS THEOREMATIBVS DEPENDENTIA.

EX duobus prædictis theorematibus duo problemata oriuntur, quorũ primum est. Datis tribus quantitatibus cognitis, si quis quartam inuenire voluerit, quæ eiusmodi sit respectu tertiæ, qualis est secunda respectu primæ, secunda cum tertia in summam colligenda erit, ex qua detracta prima, supererit quarta.

Exempli gratia, cognitis tribus quantitatibus. 20. 17. 9. si quartam inuenire voluerimus eiusmodi proportionem cum tertia arithmeticè seruantem, quam secunda cum prima, secundam cum tertia in summam colligemus, dabiturq; summa. 26. ex qua detracta prima quantitate, quarta relinquetur nempe. 6. quod ex. 74. theoremate dependet.

Idipsum tamen proueniret si quis ex tertio termino differentiam primi atque secundi detraheret; hæc tamen via non tam vniuersalis est quàm illa. N si quartus terminus incognitus tertio maior esse deberet, dictam differentiam cum tertio termino in summam colligere oporteret.

Alterum problema est, quòd inuentis duobus terminis, si tertius requiratur, secundus duplicandus erit, ex qua summa detracto primo, statim tertius proferetur, quod problema ex præcedenti theoremate dependet.

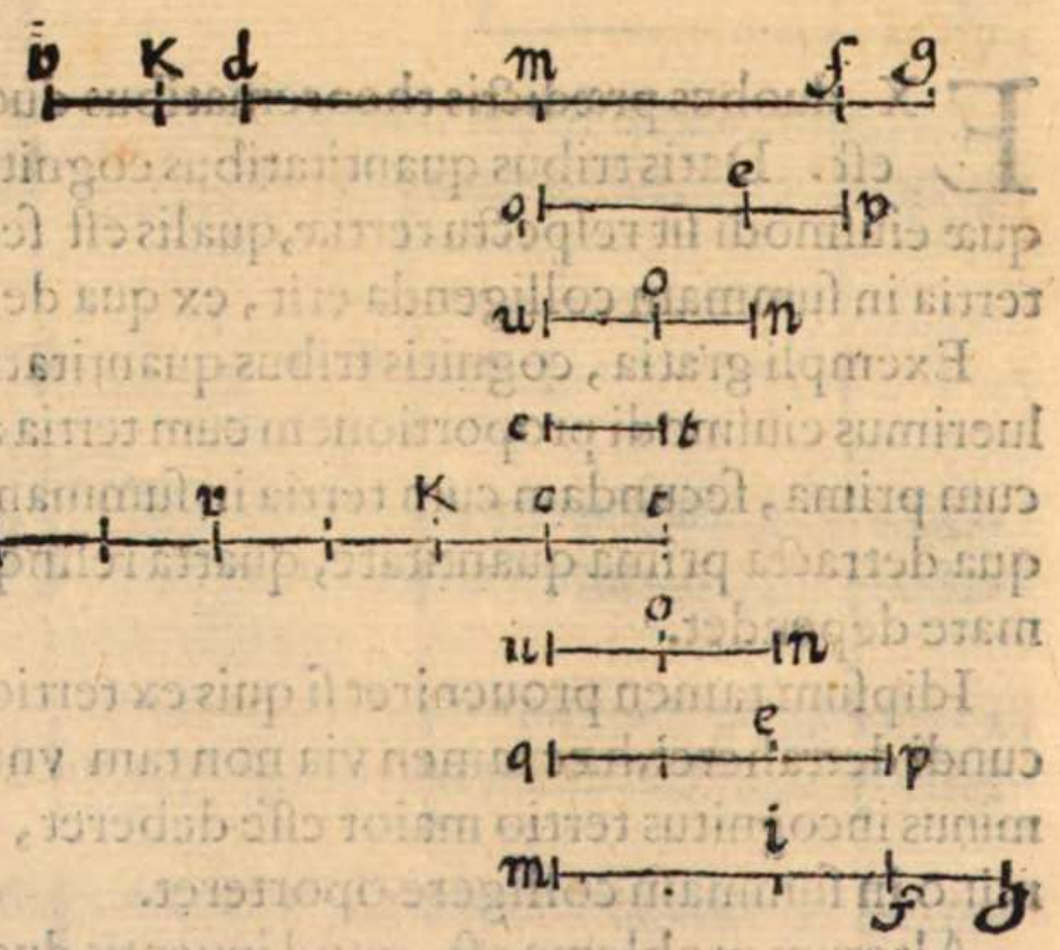
Progredi nihilominus etiam hac in re possemus per differentiam primi & secundi termini, eam detrahendo aut in summam cum secunda colligendo, attamen prior ratio magis latè patet, idest vniuersalior est.

THEOREMA LXXVI.

CVR si quis cupiat secundum terminum inuenire, quatuor terminorum arithmeticè proportionalis continuæ, quorum nobis duo extrema proponantur. Rectè primum duplicabit coniungetq; vltimo termino, nempe quarto, ex qua summa tertiam partem desumet, quæ erit secundus terminus quęsitus.

Exempli gratia, si horum quatuor terminorum. 12. 9. 6. 3. duo nobis extrema proponantur. nempe. 12. et. 3. quorum secundus inueniendus sit, sumpto quolibet pro primo, sit autem. 3. primus numerus, quartus verò. 12. quare duplicato. 3. vtpotè primo, & coniuncto. 12. quarto, summa erit. 18. cuius est tertia pars. 6. secundus numerus scilicet sumpto principio à minimo. Idipsum euenit sumpto principio à maximo. Nam si datur secundus à minimo aut à maximo, illico tertius datur differentia inter hunc & primum, secundo coniuncta, aut ex eodem detracta.

Cuius ratio sic demonstratur, quatuor termini quatuor lineis. m.g: q.p: u.n: c.t. significentur, quorum. m.g. et. c.t. tantummodo cognoscantur. sitq;. m. g. primus ac maior terminus: k.g. verò sit duplum primi. m.g: cui coniungatur. b. k. æqualis. c. t. Dico tertiam partem. b.g. quæ summa totalis est, æqualem esse. q.p. In primis enim certi sumus. m.f. in. m.g. reperiri æqualem. q.p. supersitq;. f.g. differentia inter. m. g. et. q. p. æqualis. e. p. differentiæ inter. q. p. et. u. n. & æqualis. o. n. differentiæ inter. u. n. et. c.t: simul etiam in. k. m. habemus. d. m. æqualem. m.f. quare etiam. q. p. et. k. d. æqualem. f.g. nempe. e. p. aut. o.n: Hactenus in. k. g. reperimus duplum. q. p. simul cum. f.g. et. κ. d. æqualibus. e. p. et. o. n. & quia. b. κ. æqualis. c.t. fuit coniuncta. considerandum est an hæ tres quantitates. f. g: κ. d. et. b. κ. simul æquales sint. q. p. quod tamen per se manifestum est. nam. q. p. superat. u. n. per. e. p. et. u. n. excedit. c.t. per. o.n. æqualem. e.p. quare. q.p. per duplum differentię. f.g. superat. c.t. itaque. f.g: k.d. et. κ.b. ipsi. q.p. sunt ęquales, ex quo sequitur. q.p. tertiã partem esse. b. g. Hæc quæ hactenus dicta fuerunt, in genere maioris inæqualitatis probata fuerunt. At in genere minoris, sumpto ordinis principio à minimo termino rum, duplicetur. c. t. sitq; duplum hoc. κ.t. cui. k.b. æqualis. m.g. coniungatur, quæ summa sit. b. t. Dico. u.n. tertiam esse partem ipsius. Nam in primis in. b.t. datur terminus. b. κ. æqualis vltimo. m. g. in quo semel reperitur. u.n. vnà cum duabus differentijs, nempe. i.g. in ipsa autem. b.t: u.n. significetur primo loco per. r.κ. ex quo supererit. b.r. duabus differentijs prædictis æqualis, sed ex præsuppositio. u.n. componitur ex. o.u. æquali. c.t. et. o.n. ęquali vni differentiæ. Itaq;



cum

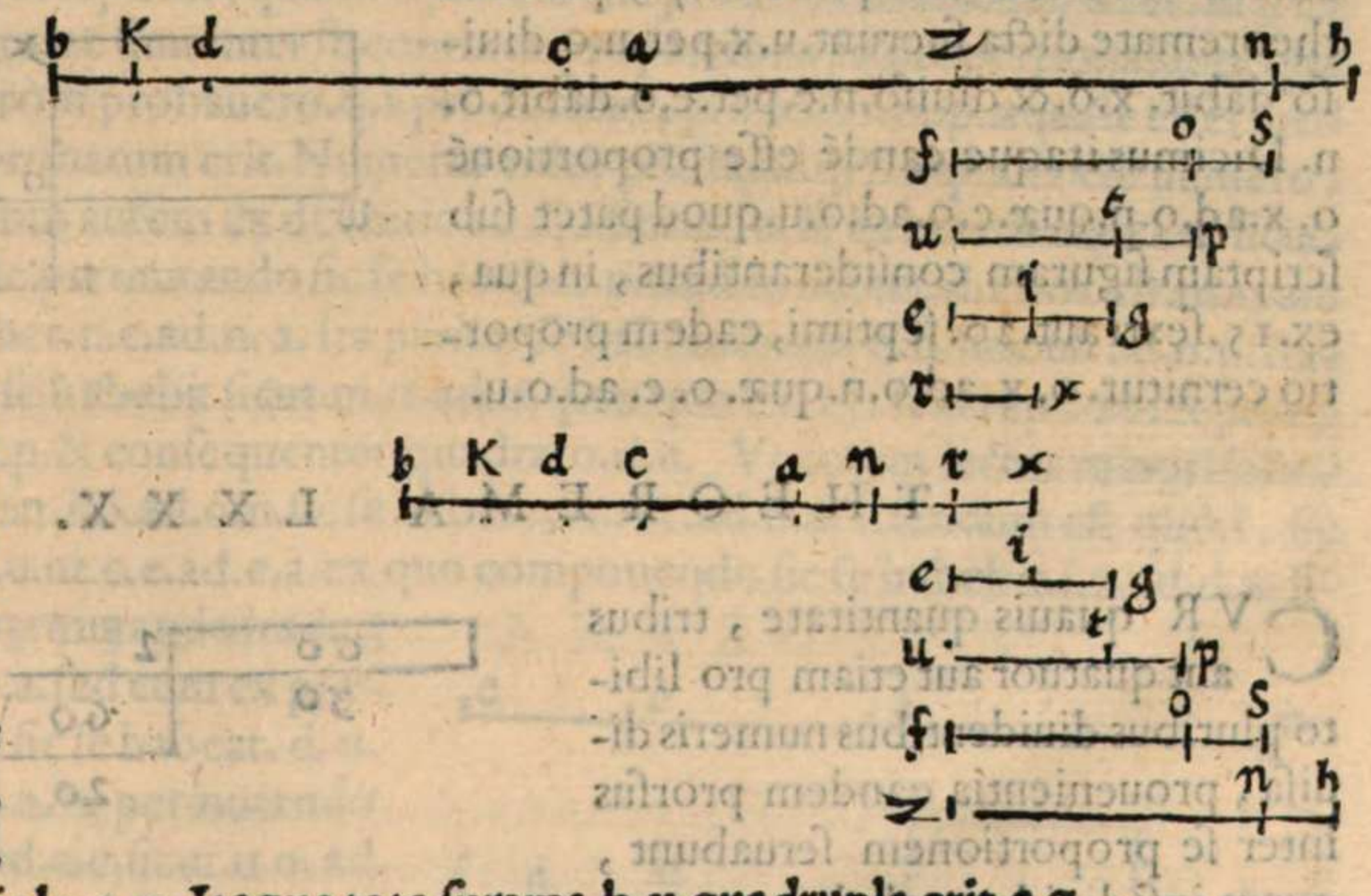
rcum in.b.t.præter.r.x.bis detur.c.t. nempe.x.t.et. b. r. duabus differentijs æquipollens,illud efficitur. u.n.pariter ipsius.b.t.esse tertiam partem, quod erat propositũ.

THEOREMA LXXVII.

CVR si quis velit secundum quinque continuorum proportionalium terminum inuenire, solis extremis cognitis. Rectè vltimũ triplo primi coniunget, ex qua summa quartam partem detrahet, quæ erit secundus terminus quæsitus. Quod ipsum faciet qui inuenire vult secundum terminum senarij septenarij, octonarij aut alterius cuiuscunque, crescente tamen multiplicatione primi, vltimoq; coniuncto.

Exempli gratia, dantur duo extremi termini, horum quinque numerorum. 18. 16. 14. 12. 10. nempe. 18. et. 10. si. 18. primus erit, hoc est, si à genere maioris inæqualitatis progrediemur, triplicabimus terminum. 18. dabunturq;. 54. cui numero coniuncto quinto termino. 10. dabitur numerus. 64. cuius quarta pars erit. 16. vtpotè secundus terminus gratia, aut secundi sex terminorum, quadruplicandus esset primus. 18. deinde adiuncto vltimo, quinta pars summæ esset secundus terminus, atq; ita deinceps.

Cuius speculationis gratia, dicti termini lineis. z.h:f.s:u.p:e.g. et. r. x. significẽtur. In primis ex genere maioris inæqualitatis, triplicabimus. z.h. sitq; triplum hoc. x. h. cui cõiungatur. b. x. æqualis vltimo termino. r. x. Dico. f.s. quartã partem esse summę. b.h. Nam in. x.h. secundus terminus. f.s. ter cum tribus differentijs æqualibus. n.h. reperitur. Probandum nunc est tres has differentias. n.h:a.c. et. d. x. simul cum. b. x. æquales esse. f.s. quod in dubiũ reuocari nõ potest, cum. f. s. superet. r.x. per. o.s:t.p. et. i. g. At in genere minoris inæqualitatis, triplum. r.x. sit. x. a. et. a. b. sit æqualis. z.h. & cũ z.h. tribus differẽtijs. n.h:o.s:t.p. superet. e.g. quæ in. a. b. sint. b. x: x. d: d.c. ex quo. a.c. æqualis erit. e. g.



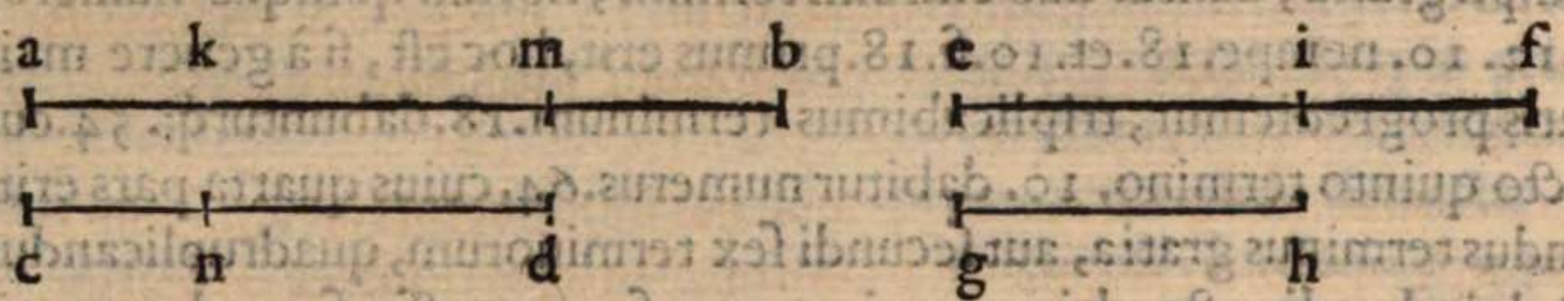
et. a.x. cum. b. c. tripla. e. g. Itaque tota summa. b.x. quadrupla erit. e.g.

THEOREMA LXXVIII.

QVantitates quæ fuerint inuicem in proportionalitate arithmetica proportionales, permutan do quoque proportionales erunt.

Sint exempli gratia.4.quantitates.a.b:c.d:e.f:et.g.h: inuicem proportionales in proportionalitate arithmetica. Hoc est vt quæ proportio (licet impropriè dicta) est ipsius.a.b.ad.c.d.eadē sit ipsius.e.f.ad.g. h. Tunc permutando dico eandem proportionem fore ipsius.a.b.ad.e.f.quæ ipsius. c.d.ad.g.h.

Nam, ex hypothesi, differentia qua.a.b. superat. c.d. (quæ sit.m.b.) æqualis est differentiæ qua.e.f.superat.g.h.(quæ sit.i.f.) vnde.a.m.residuum ex. a.b.æquale erit c.d.& residuum.e.i.æquale.g.h. Sit igitur exempli gratia. c. d. maior.g.h.per. c.n. vnde.n.d.æqualis erit.g.h.quare.a.m. maior erit.e.i.per. a. к.æqualem.c. n. ex communi scientia. Vnde.к.m.æqualis erit.n.d.hoc est ipsi.g.h.hoc est ipsi.e.i. Quare ex communi conceptu. b. к.æqualis erit ipsi.f.e.sed.n.d.æqualis est.g. h. vt dictum est. Cum ergo.b.к.æqualis sit.e.f.et.d.n.ipsi.g.h.et.a.b.maior sit ipsa. к.b.per.a.к.æqualem ipsi.c.n.per quam.c.n:d.c.maior est ipsa.d.n.sequitur verum esse propositū hoc est, quod eadem proportio sit ipsius.a.b.ad. e.f.quæ.c.d.ad.g.h.arithmetice scilicet.

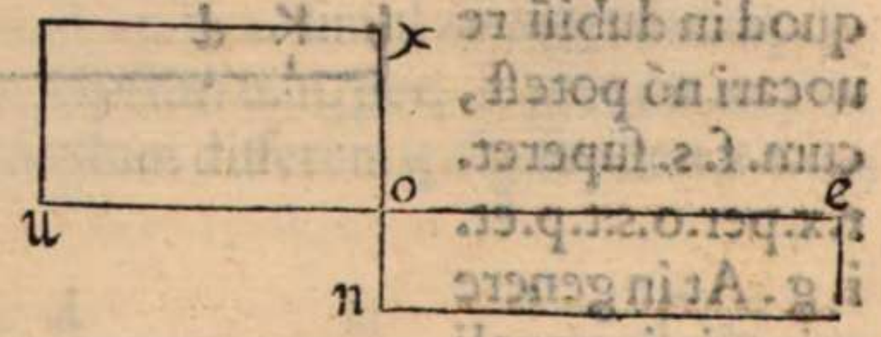


THEOREMA LXXIX.

CVR prouenientia duorum numerorum diuidentium eiusdem numeri diuisibilis, geometricè eandē inter se proportionē seruant, quā ipsimet diuidētes.

Exempli gratia si per senarium & octonarium numerus vigintiquatuor diuidatur, prouenientia erunt.4.et.3.eadem proportione, qua diuidentes.

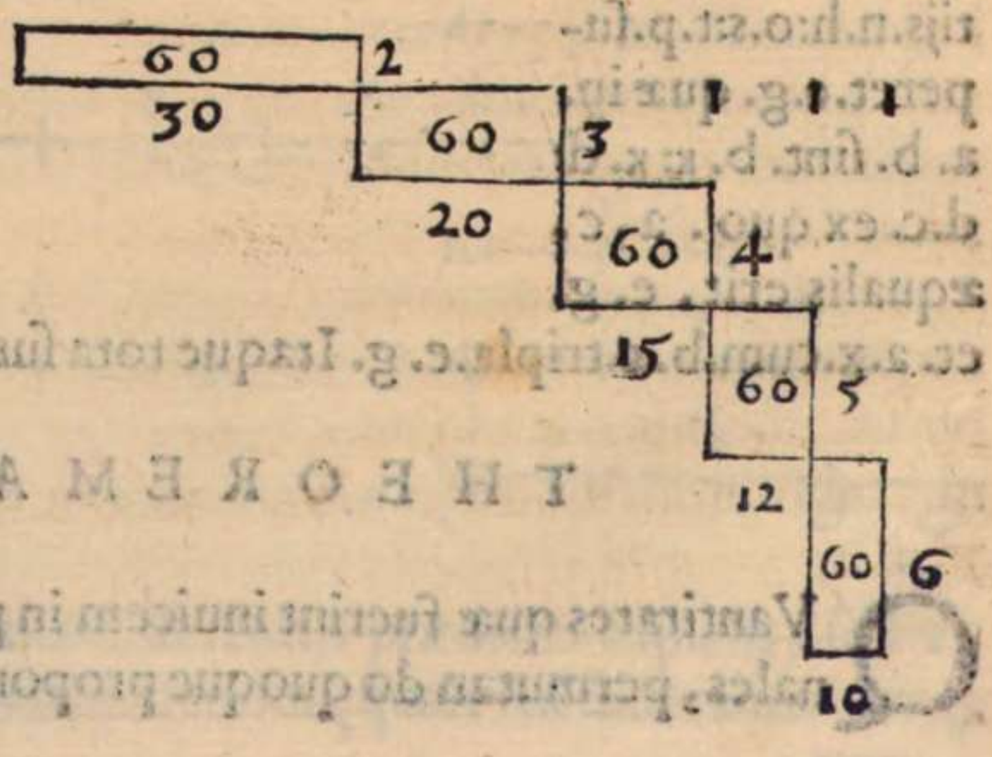
Cuius est ratio numerus diuisibilis significetur rectangulis.u.x. et.n.e.diuidentes autem sint.u.o.et.e.o.quare ex ijs, quæ. 10. theoremate dicta fuerunt.u.x.per.u.o.diuiso dabit. x.o.& diuiso.n.e.per.e.o.dabit.o. n. Dicimus itaque eandē esse proportionē o. x.ad.o.n.quæ.e.o.ad.o.u.quod patet sub scriptam figuram considerantibus, in qua, ex.15.sexti aut.20. septimi, eadem proportio cernitur. o. x. ad.o.n.quæ. o. e. ad.o.u.



THEOREMA LXXX.

CVR quauis quantitate, tribus aut quatuor aut etiam pro libito pluribus diuidentibus numeris diuisa, prouenientia eandem prorsus inter se proportionem seruabunt, quam ipsi diuidentes habere compe riuntur.

Exempli gratia, proponitur numerus. 60. quinque numeris diuidendus, vtpotè. 30. 20. 15. 12. 10. prouenientia erunt. 2. 3. 4. 5. 6. eadem pro-



proportione diuidentium, quamuis ex aduerſo.

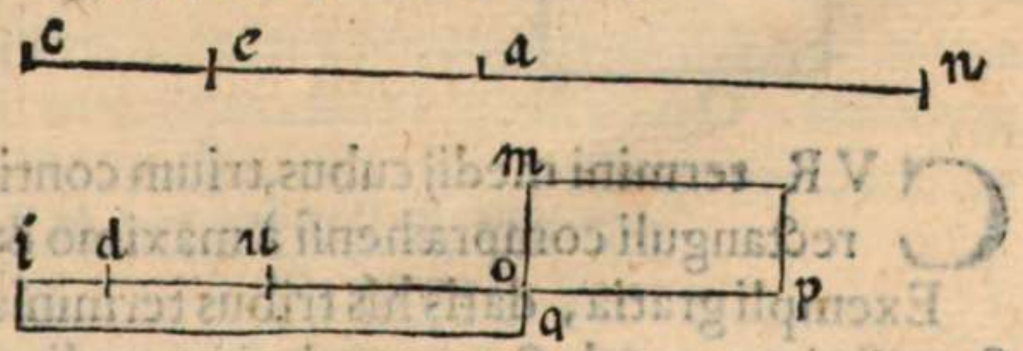
Cuius ratio ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi dependet. prout in ſubſcripto ordine facillimè deprehendi poteſt.

THEOREMA LXXXI.

CVR quantitate in trés continuas partes proportionales ſecta, & per ſingulas ipſarum diuiſa, ſumma trium prouenientium quadrato medij prouenientis æqualis eſt.

Exempli gratia, proponitur. 14. diuidendus in tres continuas partes proportionales, nempe. 8. 4. 2. ipſeq; numerus. 14. per ſingulas diuiditur, ex quo tria prouenientia oriuntur, nempe ex prima parte. 8. proueniés erit. 1. cum tribus quartis partibus ex ſecunda. 4. datur proueniens. 3. cum dimidio vnius, & ex tertia. 2. prouenient. 7. integri, qui in ſummam collecti dant. 12. integros & vnam quartam partem tantumdem, videlicet quantum quadratum prouenientis medij, nempe. 3. cum dimidio.

Cuius ſpeculationis gratia, totalis numerus ſignificetur linea. n.c. qui in tres partes diuidatur. n.a: a.e. et. e.c. quæ ſint continuæ proportionales, quarum ſingulis, numerum. n.c. diuiſum eſſe cogitemus, proueniens autem ex diuiſione. n. c. per. n. a. ſit. i. d. quod verò prouenit ex diuiſione. n.c. per. a.e. ſit. d.u. proueniens quoque ex diuiſione. n.c. per. e.c. ſit. u.o. quorum ſumma ſit. i.o. quæ aſſeritur eſſe numeri æqualis numero quadrati. d. u. Quod hac ratione probabo, producatur linea. i. o. donec. o.p. æqualis ſit. o.u. erigaturq;. o.m. æqualis. d.i. perpendiculariter. o.p. in puncto. o. quæ producatur donec. o.q. vnitati ſit æqualis, terminenturq; duo rectangula. m. p. et. q.i. ex quo habebimus rectangulum, aut productum. m.p. æquale quadrato. d. u. ex. 16. ſexti aut. 20. ſeptimi, quandoquidem tria prouenientia. o.u: u. d. et. d. i. ex precedenti theoremate ſunt inter ſe continua proportionalia, proportionalitate qua partes. n.c. Iam verò ſi probauero. q.i. productum, producto. m.p. æquale eſſe, propoſitum quoque probatum erit. Numerus enim producti. q. i. æqualis eſt numero ſummæ. i.o. Habemus autem ex definitione diuiſionis ita ſe habere. n.c. ad. i.d. ſicut. n.a. ad. o.q. Itaque permutando ſic ſe habebit. n.c. ad. n. a. ſicut. d.i. hoc eſt. m.o. ad. o.q. ſed ſicut ſe habet. n.c. ad. n. a. ita pariter ſe habet. i.o. ad. o.u. hoc eſt ad. o.p. Itaque. i.o. ad. o.p. ſic ſe habebit ſicut. m.o. ad. o.q. ex quo ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi. q. i. æqualis erit. m.p. & conſequenter quadrato. d.u. Vt autem lector minori labore cognoſcere queat. i.o. ad. o.u. ſic ſe habere, vt. n.c. ad. n.a. ſciendum eſt quòd, ſic ſe habet. i. d. ad. d.u. ut. c.e. ad. e.a. ex quo componendo ſic ſe habebit. i.u. ad. d.u. ſicut. c.a. ad. a.e. & permutando ita. i.u. ad. c.a. vt. d.u. ad. e.a. ſed cùm ex præcedēti theoremate ſic ſe habeat. d. u. ad. u.o. ſicut. e.a. ad. a. n. permutando ſic ſe habebit. d.u. ad. a.e. ſicut. u.o. ad a.n. ex quo ex. 11. quinti ſic ſe habebit. i.u. ad. c.a. prout. o.u. ad. a. n. permutandoque. i. n. ad. u.o. vt. c. a. ad. a. n. & componendo, ita. i. o. ad. u.o. ſicut. c.n. ad. a. n.



THEO-

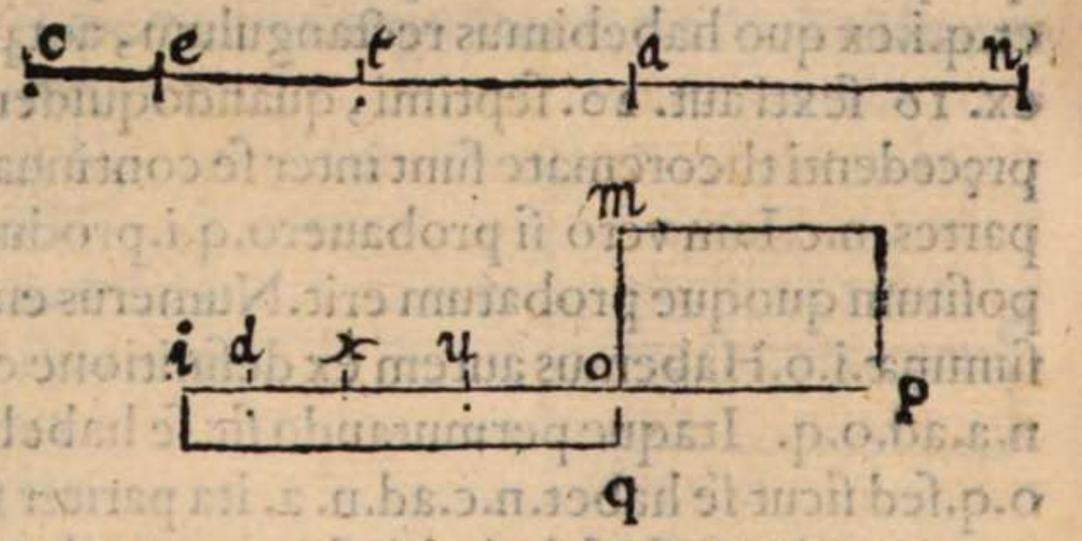
THEOREMA LXXXII.

CVR quantitate aliqua in quatuor partes cõtinuas proportionales secta perque singulas diuisa, summa quatuor prouenientium æqualis sit producto secundi in tertium.

Exempli gratia, si triginta in quatuor partes proportionales secetur, hoc est. 16.8.4.2.perq; harum singulas idem numerus. 30. diuidatur, primum proueniens erit. 1.cum septem octauis partibus. Secundum. 3. cum tribus quartis, tertium. 7. cum dimidio, quartum. 15. integri, quorum summa erit. 28. cum octaua parte, tantumq; erit productum secundi prouenientis in tertium.

Quod vt sciamus, quantitas.n.c. in partes continuas proportionales quatuor secetur. n. a: a. t: t. e. et. e.c. rursusq; per singulas partes illa ipsa diuisa, prouenientia sint. i.d:d.x:x.u:u.o. quorũ summa sit. i.o. hanc summã dicimus æqualem esse numero producti. d.x.in.x.u.

Quod hac ratione probo, cogito productam esse lineam. i.o. quousq;. o.p. æqualis sit. o.u. erectamq;. m.o. æqualem. i.d. perpendiculariter. o.p. & productam donec. o.q. vnitati sit æqualis. Iam terminatis rectangulis. m.p. et. i.q. patebit ex. 15. sexti aut. 20. septimi, productum. m.p. producto. d.x.in.x.u. æquale esse. Ita quòd si probauero productum. i.q. producto. m.p. æquale esse, facile patebit propositum. Cuius gratia, sequuti præcedentis theorematis ordinem, primum ex definitione diuisionis, eadem proportio erit. n.c. ad. i.d. quæ. n.a. ad. o.q. ex quo permutando. n.c. ad. n.a. sic se habebit vt. i.d. hoc est. m.o. ad. o.q. & si progrediamur eodem ordine, quo præcedenti theoremate, sumpto principio ab. i.d. et. e.c. versus. d.x. et. e. t. gradatimque permutando ac coniungendo, inueniemus eandem proportionem esse c. n. ad. n.a. quæ. i.o. ad. o. u. nempe. o.p. ex quo ex. 11 quinti, ita se habebit. i.o. ad. o.p. vt. m.o. ad. o.q. quare ex. 15. sexti aut. 20. septimi productũ. i.q. erit producto. m. p. æquale, ex quo etiam æquale erit producto. d.x.in. x. u. Idem ordo in qualibet quantitate in quanta suis partes diuisa seruari poterit, cum huiusmodi sciẽtia in vniuersum pateat.



THEOREMA LXXXIII.

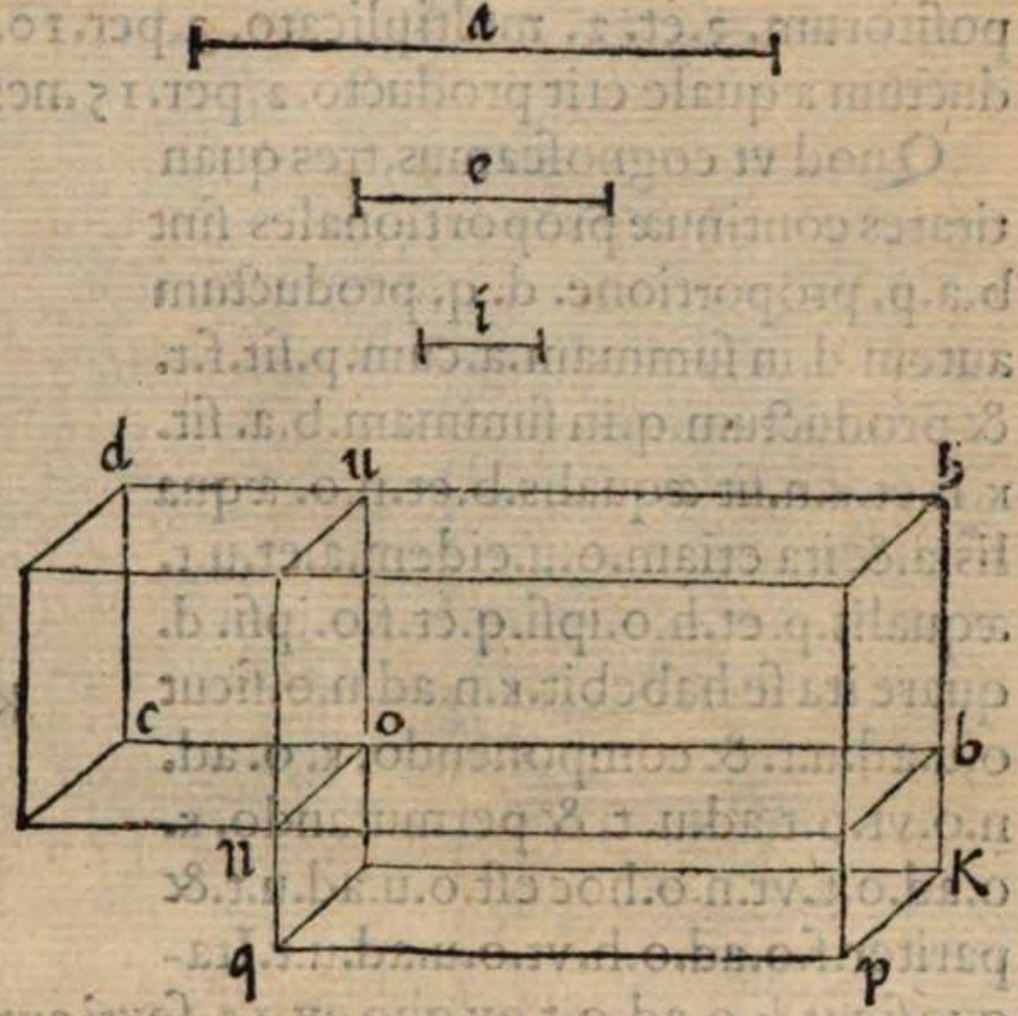
CVR termini medij cubus, trium continuè proportionalium, semper producto rectanguli compræhensi à maximo & medio in minimo termino æqualis sit.

Exempli gratia, datis his tribus terminis continuis proportionalibus. 9. 6. 4. si sumpserimus productum maximi in medium nempe. 54. quod per minimũ. 4. multiplicemus, dabitur numerus. 216. cubo medij. 6. æqualis.

In cuius gratiam tres numeri continui proportionales tribus lineis. a.e.i. significẽtur, cubus autem. e. significetur figura. d. n. productumq;. a. in. e. sit. b.n. ipsius autẽmet in. i. sit. p.o. ita quod. q. p. aut. b.o. cum sint eiusdẽ speciei, æqualis erit. a: et. o.n.

æqua-

æqualis.e:et.q.n. æqualis. i. Nunc cogitemus absolui corpus. n.h. ita ut. b. o.c.sit vnica recta linea,ex quo ex.25. vndecimi proportio. n.h.ad. n. k. eadem est quæ. o. h.ad o.k.sed sic se habet. o. h. ad. o. k. vt. h. b. ad. b. k. ex prima sexti aut. 18. vel. 19. septimi itaque. n. h. ad. n. k. ex. 11. quinti sic se habebit.vt. h. b. ad. b. k. sed.n.h.ad.n.d.ex eisdem sic se habet ut.h.u.ad.d.u. et.h.u.ad.u. d. ita ut. h. b.ad.b.k. ex præsuppositō. Itaque ex 11. prædicta. n.h.ad. n. k. eadem erit proportio quæ. n. h. ad. n. d. Quare ex. 9. quinti. n. k. æqualis erit. n. d. Quod erat propositum.

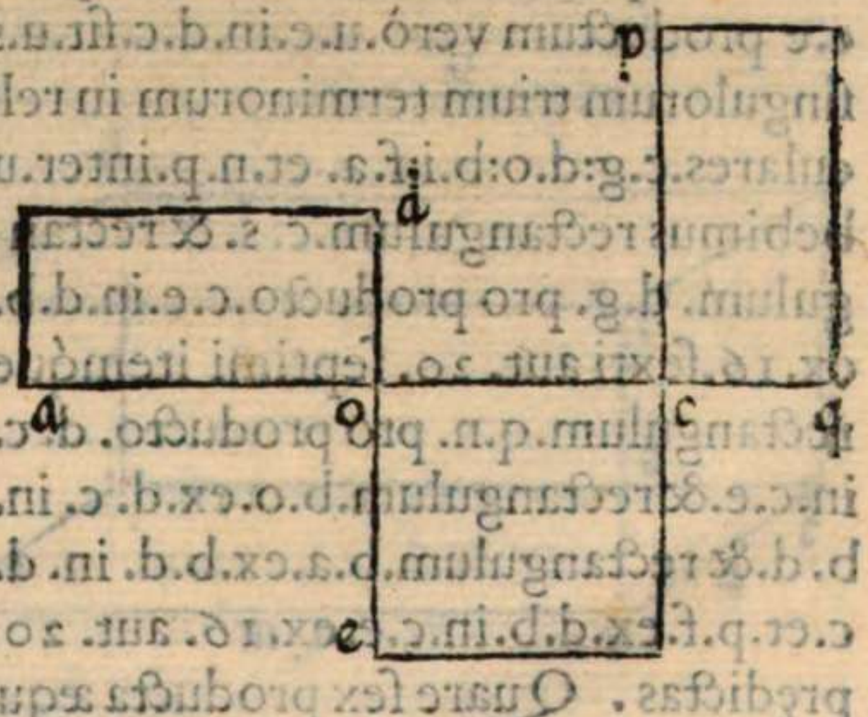


THEOREMA LXXXIIII.

CVR quadrato vnius quantitatis radice proportionalis,per singulos tres terminos diuiso, prouenientia, singulis dictis terminis sint æqualia.

Exẽpli gratia, dãtis tribus terminis continuis proportionalibus.9.6.4. quadratum medij erit. 36. quod per. 9. diuisum dabit. 4: per.6:6.per.4:9.

Cuius gratia,sint tres termini cõtinui ꝓportionales.a.o:o.c.et.c.q. quadratũ autẽ medij sit.e.c. Iam si applicetur rectangulũ. a. d. æquale quadrato.e.c.ipsi.a.o. & rectangulum.q.p. æquale eidem quadrato.e.c.ipsi.c.q. si quadratum.e.c.per.a. o.diuiserimus, proueniens erit.o.d.diuisoq; per.c.q.proueniens erit. c.p.quod si per suam radicem.o.c.diuidatur, proueniens erit. o. e.quod sine dubio æquale est, o.c. sed dico. o.d.æqualem esse.c.q. Nam ex.16.sexti aut 20.septimi eadem est proportio.a. o. ad. o. c. quę.o.e.ad.o.d.nempe.o.c.ad.o.d.itaque o.d.ex.9. quinti æqualis est.c.q. quandoquidem ex. 11.sic se habet.o.c.ad. o. d. sicut.o. c.ad.c.q. Applicatis ijsdem rationibus ipsi. p.c.probabimus.c.p.æqualem esse.a.o. cum o.c.media sit proportionalis,tã inter. c.p. et c.q.quam inter.a.o.et.c.q.itaque.c.p.æqualis est.a.o.



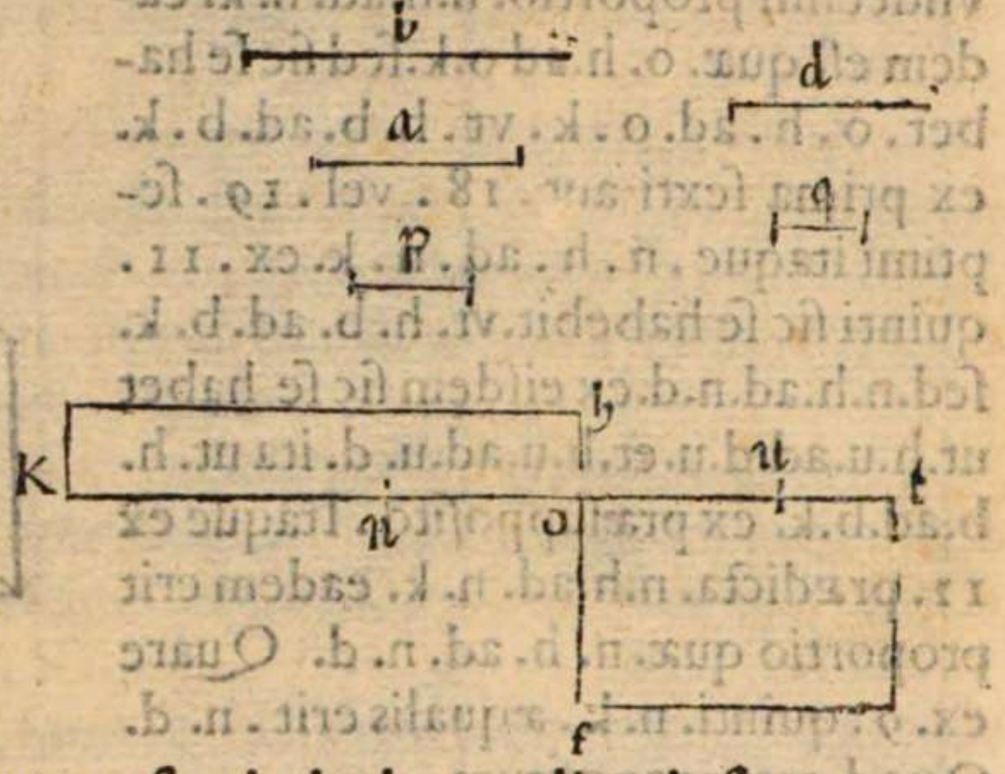
THEOREMA LXXXV.

CVR propositis tribus quantitatibus continuis proportionalibus proportionaliarum duarum nobis datarum, multiplicata maiori postremarum duarum in summam mediæ cum minima trium primarum,productum æquale fit producto minoris duarum in summam maximæ cum media trium.

Exempli gratia proponuntur quantitates. 9.6.4. proportione numerorum proposi-

positorum. 3.et. 2. multiplicato. 3.per. 10.summã. 6.cum. 4.dantur. 30. quod productum æquale erit producto. 2.per. 15.nempe per summam 9.et. 6.

Quod vt cognoscamus, tres quantitates continuæ proportionales sint b.a.p. proportione. d. q. productum autem.d.in summam.a.cum.p.sit.f.t. & productum.q.in summam.b.a. sit. k.h.et.k.n.sit æqualis.b.et.n.o. æqualis.a.& ita etiam.o.u.eidem.a.et.u.t. æqualis.p. et.h.o.ipsi.q.et.f.o.ipsi. d. quare ita se habebit.k.n.ad.n.o.sicut o.u.ad.u.t. & componendo. k. o. ad. n.o.vt.o.t.ad.u. t. & permutando. k. o.ad.o.t.vt.n.o.hoc est.o.u.ad.u.t.& pariter.f.o.ad.o.h.vt.o.u.ad.u.t. Itaque sicut.k.o.ad.o.t.ex quo ex.15.sexti aut.20.septimi.k.h.æqualis erit.f.t.

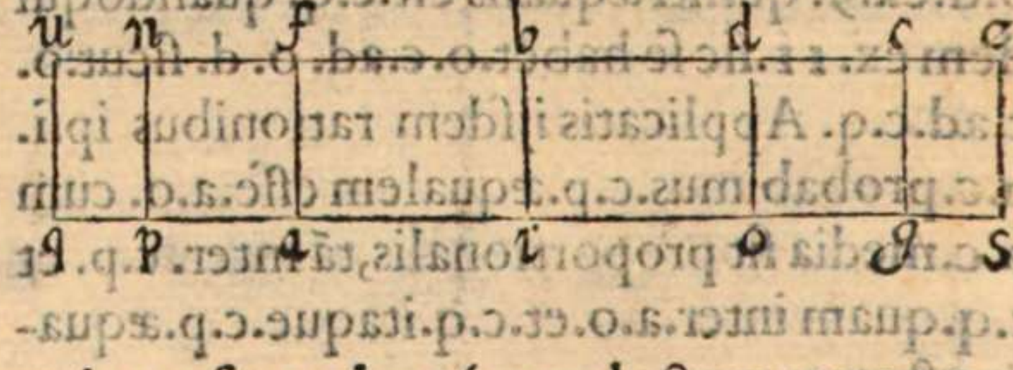


THEOREMA LXXXVI.

CVR multiplicatis singulis tribus quantitatibus continuis proportionalibus in reliquas duas, sex producta æqualia sint producto dupli summæ ipsarum trium in mediam proportionalem.

Exempli gratia, proponuntur hi tres termini continui proportionales. 9.6.4. productum.9.in.6.erit.54.at.9.in.4.erit.36. et.6.in.9:54.et.6.in.4:24.et. 4.in.9:36.et. 4.in.6.24. quæ producta simul collecta efficiunt numerum. 228 sed tantũ est productum dupli summæ trium terminorum in secundum nempe.38. in.6.

Cuius intelligẽtiæ causa, tres termini cõtinui proportionales significentur linea. b. e.nempe.b.d:d.c:c.e. cuius duplum sit.u.e.et. b.f.æqualis sit.b.d.et.f.n:d.c.et.n.u: c.e productum verò.u.e.in.d.c.sit.u.s.cui dico æqualem esse summam productorum singulorum trium terminorum in reliquos duos. Quamobrem ducantur perpendiculares.c.g:d.o:b.i:f.a. et.n.p.inter.u.e.et.q. s.ex quo pro producto. c.e.in. c. d. habebimus rectangulum.c. s. & rectangulum. d.g. pro producto.c.e.in.d.b. ex.16.sexti aut. 20. septimi itemque rectangulum.q.n. pro producto. d. c. in.c.e.& rectangulum.b.o.ex.d. c. in. b. d.& rectangulum.b.a.ex.b.d. in. d. c.et.p.f.ex.d.b.in.c.e.ex.16. aut. 20. prędictas. Quare sex producta æquantur inter se, replentq; productum.u.s.ex quo verum est propositum.



THEOREMA LXXXVII.

QVA ratione cognosci possit verũ esse proportionem summæ quatuor quantitatum continuarum proportionalium ad summam secundæ & tertiæ, eandem esse, quæ summæ primæ & tertiæ ad secundam simplicem.

Exempli gratia, si inuenirentur hæ quatuor quantitates continuæ proportionales. 16.8.4.2. earum summa erit. 30. summa verò secundæ & tertiæ. 12. tum summa

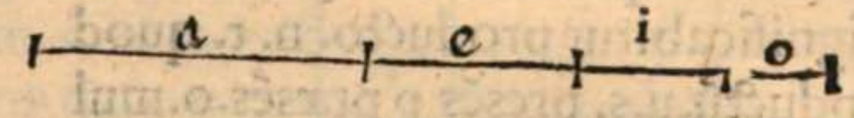
primæ

primæ cum tertia. 20. ex quo sic se habet. 20. ad. 8. nempe ad secundam, vt. 30. ad. 12.

Quod vt sciamus, quatuor prædictæ quantitates significentur linea.a. e.i.o. probabo ita se habere.a.e.i. o.ad. e.i.vt.a.i.ad.e. Nam cum sic se habeat.a. ad.e.ut. e. ad.i.& vt.i.ad.o: ex æqualitate proportionum vel permutando ita se habebit.a.ad.i. vt.e.ad.o.& è conuerso ita.o.ad.e.vt.i.ad.a. & cõponendo ita.o.e. ad e.vt. i.a. ad.a. permutando q;. o.e.ad.i.a.vt.e.ad. a.nempe.i. ad.e.& componendo ita.o.i.e. a. ad. i.a.vt.i.e.ad.e. & permutando ita.o.i.e.a.ad.i.e.vt.i.a.ad. e. quod erat propositum. Ex quo patet error antiquorum qui idipsum,accidere arbitrati sunt in quantitatibus discretæ proportionalitatis, quod tamen falsum est.

Exempli gratia,si proponantur. 12.6.4.2.proportio. 12.ad.6.eadem est quæ. 4. ad.2. Sed à proportione.6.ad.4.frangitur, cum non sit eadem quæ. 12.ad.6.harum autem summa erit. 24. & summa secundæ cum tertia. 10.sed primæ cum tertia erit 16.ex quo. 16.ad.6.non sic se habebit vt. 24.ad.10.

At in speculatione quatuor quantitatum. a. e.i.o. si proportio.e. ad. i. non esset eadem quæ.a.ad.e. minimè licuisset dicere ita se habere.i.ad.e.vt.e.ad.a.

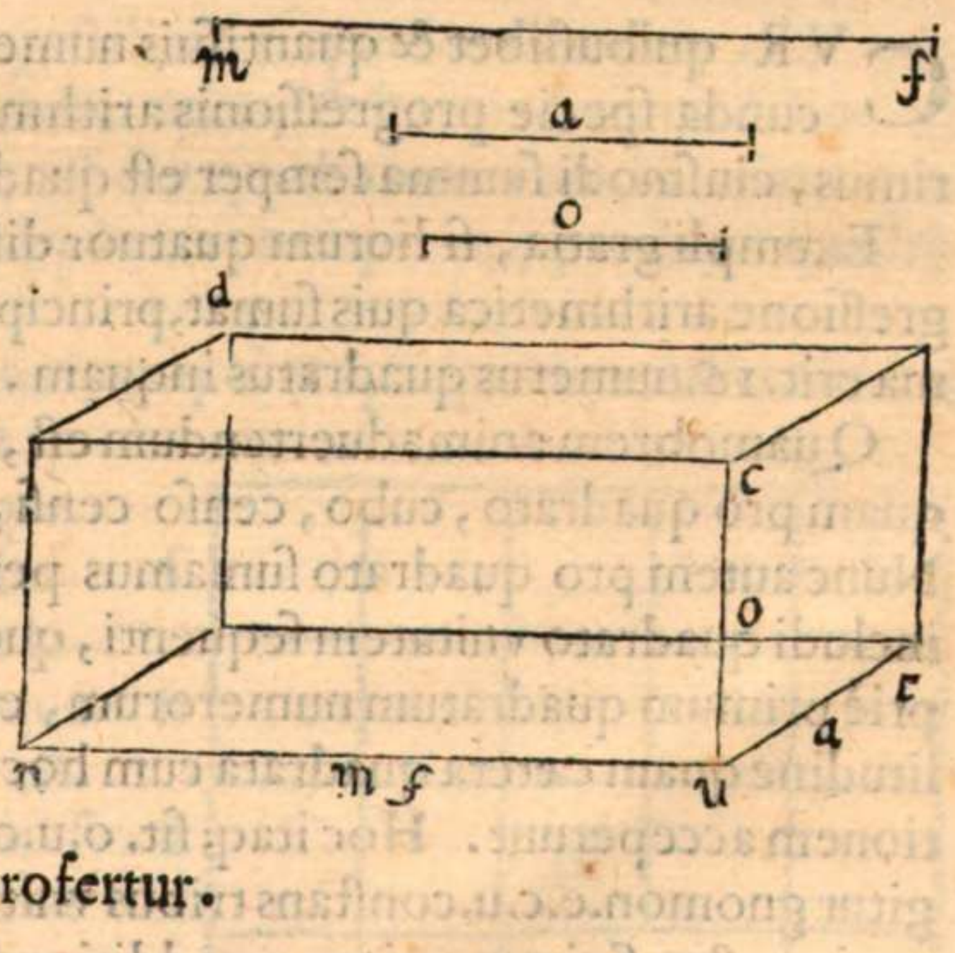


THEOREMA LXXXVIII.

CVR ex tribus quantitatibus quibuslibet, productum duarum in tertiam, vna semper eademq; sit quantitas.

Exempli gratia, proponuntur. 15.8.2.si multiplicauerimus. 15.per.8.tum productum per.2.tantum erit quantum si quis multiplicaret.8.per.2. & hoc per.15.et.15. per.2.rursusq; per. 8.

Quod ut pateat, tres quantitates tribus lineis significentur.m.f:a.et.o. Dico productum. m. f. in. a. multiplicatum. per.o.æquale esse producto.a.in.o.multiplicato per.m.f. aut producto. m. f. in. o. multiplicato per.a.Sit enim corpus.d. u.rectãgulum,cuius latus.n. u. sit æquale m.f.et.u.t: a: et.u.c: o.patebit manifestè n.t.esse productum.m.f.in.a. quod. n. t. multiplicatum in.u.c.æquali.o.producit corpus.d.u.sed idipsum corpus. d. u. ex multiplicatione producti.c.t.in latus. n. u.æquale. m.f.oritur, & idipsum.d.u. ex multiplicatione.n.c.in latus.u.t.æquale.a.profertur.



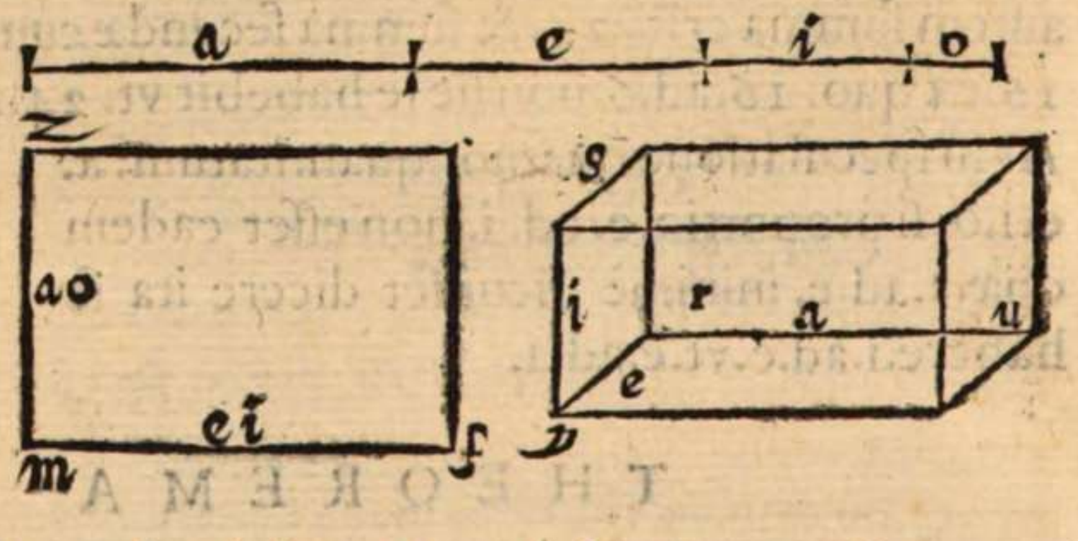
THEOREMA LXXXIX.

CVR quarumcunque quatuor quantitatum, si prima in secundam multiplicetur & hoc productum in tertiam, rursusq; hoc alterum in quartam, vltimum productum æquale sit producto producti secundæ in tertiam, in productum primæ in quartam.

Exempli gratia, casu sese offerunt hi quatuor numeri.8.5. 3. 2. multiplicato. 8. per.5. & hoc. 40.per.3.rursus hoc.120. per.2.vltimum productum esset.240.æquale producto.15.(quod ex.5.in. 3.oritur) in productum. 16. quod ex. 8. in. 2. profertur.

Cuius speculationis gratia, cogitemus quatuor numeros quatuor lineis. a. e. i.o. significari, productum autem.e.in.i.esse.m.f.et.r.s.similiter & productum.a.in.o.esse. m.z:et.z. f.productum esse.m. f.in.m. z.cui productum.a.in.e. multiplicatum per i. & hoc tandem per.o.æquari debet.

Sit itaque,u.y.productum. a.in. e.quod.u. y. per. i.multiplicatum proferat.u. s. hocque. u.s. multiplicatum per.o. Dico quod dabit numerum æqualem numero.f.z. Quamobrem. r.s.aut. m. f.quod idem est, in figura præcedentis theorematis significetur linea.n.u. & linea. r. u. hu-



ius, nempe. a. significetur per. u. t. præcedentis, ex quo numerus producti. u.s. præsentis,in præcedenti significabitur producto. n. t. quod ꝓductū.u.s. prę̄sēs ꝑ præsēs.o.multiplicatum, quod erat in præceden ti.u.c.significabitur per. d.u. præce dentis, quod non modo ex multiplicatione.n.t.præcedentis, nempe.u.s.præsentis.in.u.c.præcedentis æquali. o. præsentis oritur, sed etiam ex.c.t.præcedentis æquali. m. z.præsentis in.n.u. præceden tis æquali.m.f.præsentis. Itaque verum est propositum.

THEOREMA XC.

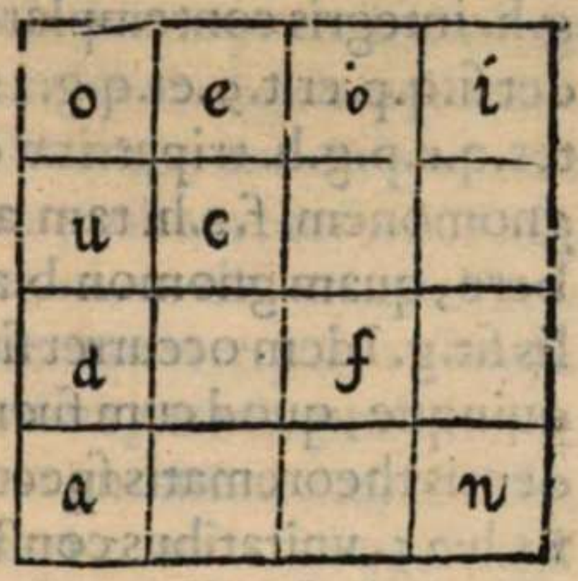
CVR quibuslibet & quantisuis numeris in summam collectis,si ab vnitate in secunda specie progressionis arithmeticę imparium numerorum progressi fuerimus, eiusmodi summa semper est quadratus numerus.

Exempli gratia, si horum quatuor disparium numerorum summā, in dicta progressione arithmetica quis sumat,principio ab vnitate sumpto,nempe.1.3.5.7.summa erit.16.numerus quadratus inquam. Idem de cæteris.

Quamobrem animaduertendum est, vnitatem,tam sumi pro sui ipsius radicem, quam pro quadrato, cubo, censo censi, primo relato, & alia quauis dignitate. Nunc autem pro quadrato sumamus per. o.significato, cogitemusq; quadratum.o. includi quadrato vnitatem sequenti, quod, vt patet, est quatuor vnitatum, ac propriè primum quadratum numerorum, ex quo etiam nomen accepit, vnde ex similitudine quam cætera quadrata cum hoc primo retinent,ex quaternario denominationem acceperunt. Hoc itaq; fit. o.u.c.e.ita ex communi scientia quadrato.o.iungitur gnomon.e.c.u.constans tribus vnitatibus, quare primus gnomon,numero impari constat.Scimus etiam ex additione numeri binarij ad imparem, numeris disparibus summam excrescere,cum propius accedere quā binario nequeant, ex quo medio binario, sibi inuicem succedunt. Dico igitur quòd quinario ternarium sub sequente, coniuncto quadrato.o.u.c.e.profertur quadratum, quod in numeris, binarij quadratum sequitur,eritq; ternarij,quodq; significetur per.o. f. patet enim primo non differre ab.o.c.præter quam gnomone.b.f.d. qui coniungitur quadrato. o. c.quique duabus vnitatibus maior est.e. c.u. Iā scimus gnomonem.e. o. u. æqualem

esse

esse gnomoni.e.c.u.itemq; gnomonem.b.f.d.æqualem gnomoni.b.o.d.at hic gnomon.b.o.d.ex præsupposito, maior est gnomone. e.o.u. duabus vnitatibus. b. et. d. Itaque etiam gnomon.b.f. d. duabus vnitatibus gnomonem.e.c.u.superabit. Quare. b.f.d.erit impar immediatè sequens ternarium, qui coniunctus quadrato. o. c. quadratum subsequens componet. Eadem ratione probabitur de quadrato.o.n.sequenti. o. f. & gnomone. i. n. a. cum hic ordo speculationis sit vniuersalis. In quo cernitur quemlibet gnomonem sibi contiguũ inferiorem semper duabus vnitat ibus excedere, cumque quadrata non nisi gnomonibus sibi inuicem succedant. Sed cũ primus.e.c.u.dispar fuerit, ꝓculdubio etiã necessarioq; cæteri dispares erũt. Ex qua speculatione, oritur regula ab antiquis tradita inueniendi vltimi numeri disparis cõcurrentis ad cõpositionem alicuius quadrati. Vt si quis scire desideret numerum vltimum disparem, quo mediante quadratum. o.n.constitutum fuit, quod aliud non est quam scire quantus sit numerus vltimi gnomonis.i.n.a.æqualis gnomoni.i.o.a.Itaque vt sciamus hunc gnomonem. i. o. a. patet duplicandam esse radicem.o.e.b.i.dabiturq;.o.e. b.i.et.o.u.d.a.vbi bis reperitur.o.nos autem tantummodo quærimus scire gnomonem.i.b.e. o. u. d. a. Itaque minor est vnitate duplo radicis, cum unitas.o. bis repetatur, quæ tamen in gnomone semel tantum sumebatur.

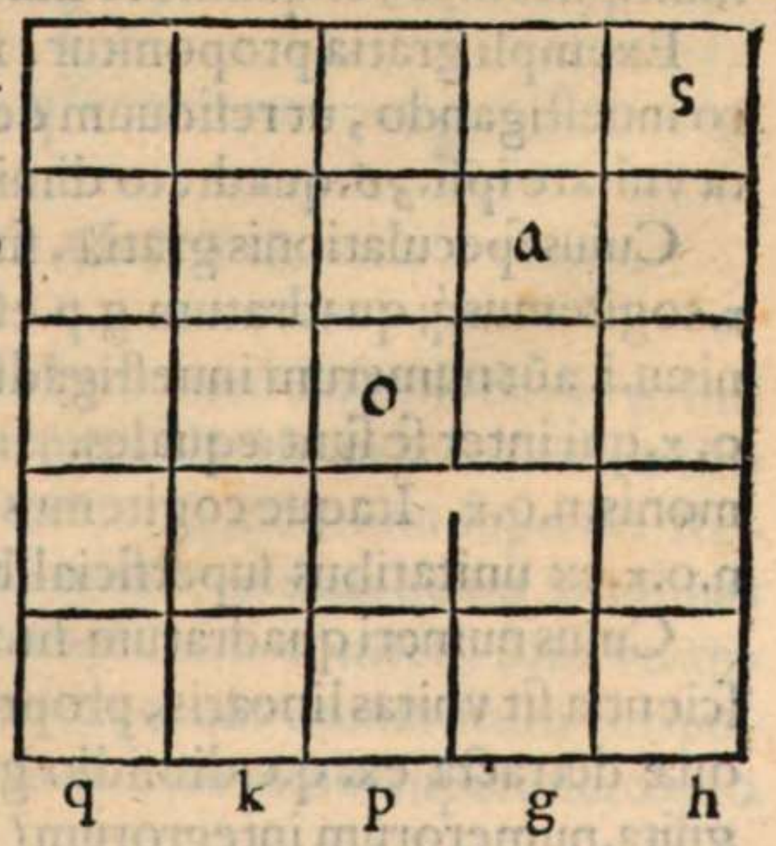


THEOREMA XCI.

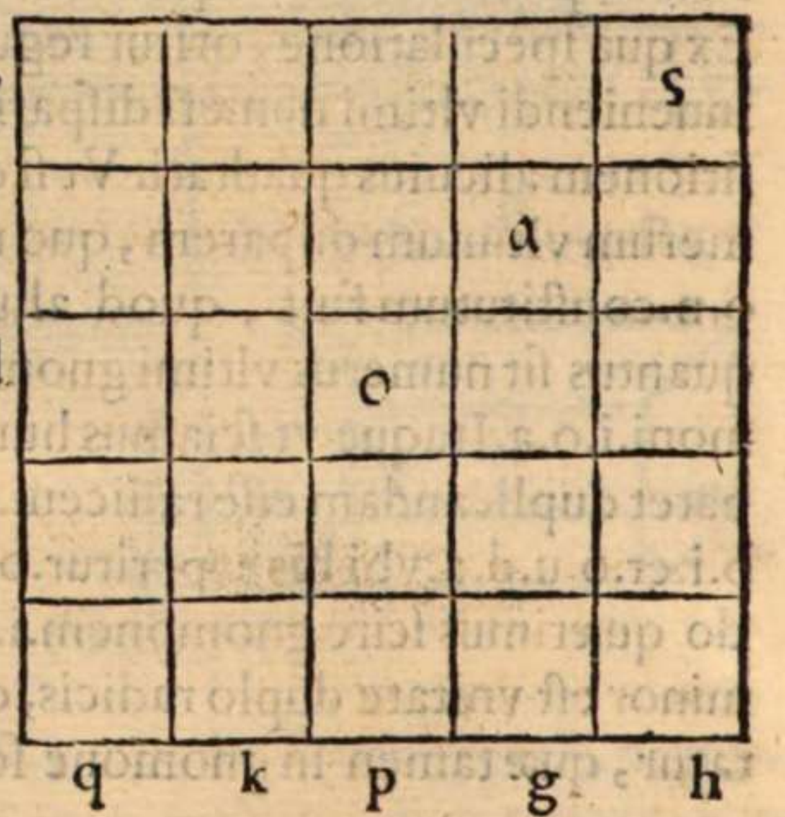
CVR summa quadratorum, quorum radices sunt in proportione sesquitertia nempe.4.ad.3.quadrata sit.

Exempli gratia, sumemus quadratum.3. scilicet 9. quod in summam cum quadrato.4.colligemus, nempè. 16.eritq; quadratum.25.& ita quadratum. 6. hoc est. 36.collectum cum quadrato.8. nempè.64.efficiet quadratum. 100. ita etiam quadratum. 9. hoc est. 81. coniunctum quadrato. 12. nempè.144.producet quadratum.225.

In cuius gratiam sint duo quadrata subscripta.q.o. et.q.a.quorum radices sint. q. g.et.q.p.hoc est.q.g.quatuor vnitatum, et.q. p.trium, ex quo.q.a.erit.16.vnitatum et.q.o. nouem. Ad hæc cogitemus applicari quadrato.q.a. gnomonem.f.s.h.tam amplum siue latum quã gnomon.b.a.g. nempè vt. h. sit æqualis.g:g. verò differentia sit qua.q.g. maior est. q.p.huncq; gnomonem.f.s.h.dico æqualem esse quadrato.q.o.nam ex præsupposito.g.ter radicem.q.p.ingreditur, & quater.q.g. ex quo, tres partes.q.k. p. inter se æquales sunt vnde etiam quadratum.q.o.nouem partibus superficialibus quadratis constabit,quarum singularum radix æqualis erit. g.cumque præcedenti theoremate didicerimus quemlibet gnomonem quadrati immediatè sequentis æquę amplitudinis cum gnomone præcedentis,



per duab.vnitatibus ſuperficialibus creſcere,quarũ ſingularũ radix æqualis eſt.g. neceſſariò ſequitur gnomonem. b.a.g. duabus partibus aut vnitatibus gnomonem. d. o.p. ſuperare, ita vt gnomon. b.a.g.ſeptem vnitatibus,aut partibus ſuperficialibus quadratis conſtet. Quare eadem ratione gnomon.f.s.h.conſtabit nouem ſimilibus. Itaque æqualis erit quadrato.q.o. Quamobrem verum eſt, quòd quadrato. q. o. coniuncto quadrato.q.a.proueniet quadratum.q.s.cuius radix ita differet à. q. g.vt. q.g.à.q.p: ex quo tres radices arithmeticè inter ſe continuæ proportionales erunt. Idipſum dico ſi.q.p.fuerit. 6.et.q.g:8:tunc enim ſingulæ partes.q. k.p.g.h. æquipollebunt duabus vnitatibus, quæ cogitabuntur in ſummam collectæ, ut cum patribus.q. k. p. g.h. integris contemplari liceat. Idem accidet ſi.q.p.erit.9.et.q.g.12. ſingulæ enim partes.q.k.p.g.h. tripartitæ erunt. Idcircò dixi gnomonem. f. s.h. tam amplum cogitari debere, quam gnomon.b.a.g.nempè ut.h.æqualis ſit.g. Idem occurret ſi.q.g.erit. 12. et. q. p. quinque, quod cum fuerit patebit ex præcedentis theorematis ſpeculatione, gnomonem f.s.h:25. vnitatibus conſtare; cogitatum amplitudinis ſimplicis vnitatis denominatæ in.q. p.aut.q.g.non amplitudinis gnomonis. b.a. g. qui ſeptem vnitatibus latus eſſet. Cum igitur. q.p.quinque vnitatibus linearibus conſtet ſcimus.q.o:25.ſuperficialibus conſtare, collecto itaque in ſummam quadrato.q.o.cum quadrato.q.a. cognoſcetur quadratum.q.s.vnà etiam eius radix. Eadem ratione, alia multa quadrata ſimilia contemplari licebit.



THEOREMA XCII.

CVR propoſito numero pari maiori binario, qui detrahi & in ſummam colligi debeat ex altero numero quærendo, vt tam reſiduum quam ſumma ſint quadrata numerorum integrorum. Rectè dimidium propoſiti numeri in ſeipſum multiplicamus, & quadrato huic addimus vnitatem, eritq; numerus quæſitus.

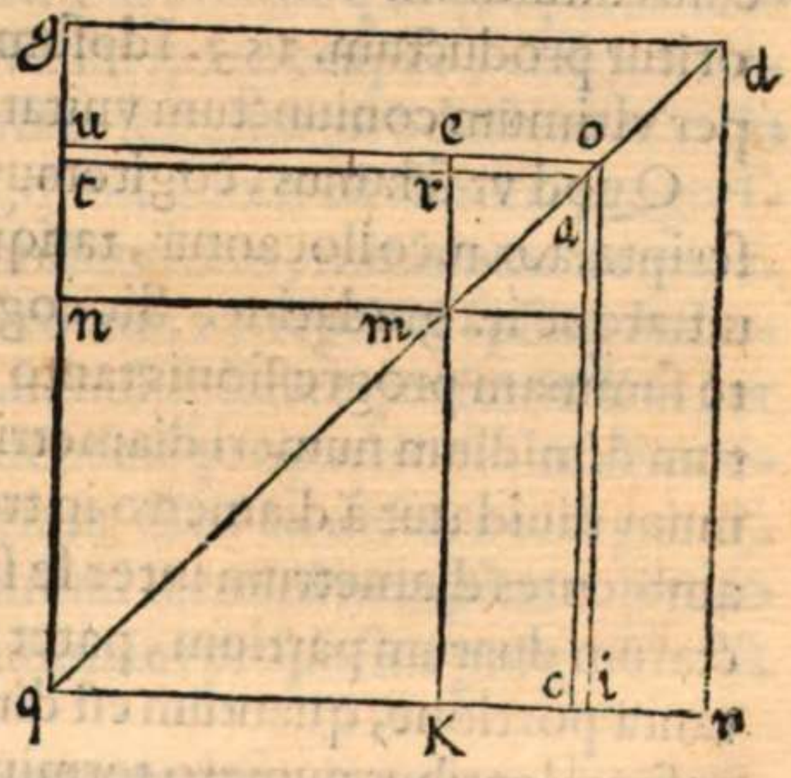
Exempli gratia proponitur. 12.numerus detrahendus, & coniungendus numero inueſtigando, ut reſiduum detractionis, & ſumma ſint quadrati numeri. Addita vnitate ipſi.36.quadrato dimidij, dabitur. 37. numerus quæſitus.

Cuius ſpeculationis gratia, ſubſcripta quatuor quadrata cogitemus.g.p:u.i:t.c:n.k.cogitemusq; quadratum.g.p.eſſe quadratum ſummæ, k. n.verò reſidui ſubtractionis:u.i. aũt numerum inueſtigãdũ,ex quo gnomon.u.d.i.cognoſcetur ita etiam et.n. o. k.qui inter ſe ſunt æquales. Iam certi erimus.e.i.eſſe plus quam dimidium gnomonis.n.o.k. Itaque cogitemus rectangulum.r.c. exactum dimidiũ eſſe gnomonis. n.o.k.ex unitatibus ſuperficialibus quarum una erit.m.a.

Cuius numeri quadratum ſit.t.c.vnde etiam cognitum & cum. k. c. ex communi ſcientia ſit vnitas linearis, propterea quod. m. a. eſt ſuperficialis hoc eſt quadrata, quæ detracta ex. q.c.dimidio gnomonis.n.o.k. (quamuis lineari) ſupererit. k.q.cognita,numerorum integrorum (nota ꝙ. k. i.ſemper minor erit duabus vnitatibus linearibus & maior vna ex dictis vnitatibus, ut ex te ipſo contemplari potes) quare.

n.k.ipſius quadratum numerorum integrorum cognoſcetur, cui addito gnomone. n.o.κ.cognoſcemus numerum.u.i.quæſitum.

Sed cum nobis hæc via, tenenda propoſitum non fuit, hoc eſt primo loco inue niendi quadrati minoris.n.κ. ideo ſupereſt probandum gnomonem.t.o.c. vnitati ęqualem eſſe, nempe quadratulo.m.a.quod patebit, ſi conſideremus nos ſumpſiſſe rectangulum.r.c.pro dimidio gnomonis.n.o.κ.etenim ſi ſupplemento etiam.n.r.qua dratulum æquale. m.a.adderetur, pateret gnomonem. n.a. κ.cum dicto quadratulo collectum, æqualem eſſe gnomoni.n.o κ:cum duo ſupplementa.m.t.et.m.c.inter ſe ſint æqualia. Quamobrem inuento quadrato.t.c. ex dimidio gnomonis cognito, additur vnitas, gnomon ſcilicet.t.o.c.ex quo cognoſcitur numerus. u. i. quæſitus. Quod autem quadratum.g.p.numeris integris conſtet, hac ratione probatur viſum enim fuit ſupra quadratum.n. κ.verè quadratum eſſe, & numeris integris conſtare, pariter etiam.t.c.ſeq; mutuò conſequi (nam.κ.c.eſt vnitas linearis) ex quo gnomon n. a.κ. numero diſpari conſtabit, ex ijs quæ.90. theoremate probata fuerunt. Itaq; ex eodem theoremate neceſſe eſt gnomonem.t.d.c.etiam numero diſpari conſtare, ita vt à numero.n.a.κ.non niſi duabus vnitatibus differat, nempe vt.c.p.ſit vnitas linearis, ſed ita reuera eſt, numerus enim.u.d.i. ex præſuppoſito par eſt, quare nume rus. t.d. c. diſpar erit, cum alterum vnitate ſuperet, videlicet gnomone.t.o. c. vnita ti æquali, tum.n.a. κ.minor eſt.n.o.κ. ex eodem gnomone.t.o.c. unitati æquali. Ita que.n.a.κ.minor erit.u.d.i.per vnitatem,& minor.t.d.c.per duas unitates,ex quo ſe- quitur.g.p.eſſe quadratum integrorū ex dicto theoremate ac conſequens quadrato t.c.quare.c.p.vnitas erit, & radices. q.κ.et.q.p.horum quadratorum numero bina- rio inter ſe different. Vnà etiam ſcienda eſt cauſa, cur numerus propoſitus neceſſa riò binario maior eſſe debeat. Etenim cũ ipſe ſit futurus gnomon.n.o. κ. nec poſſit minor eſſe numero ternario, vt patet ex. 90. theoremate, idcirco ſequitur neceſſariò maiorem eſſe bina- rio debere. Quòd ſi diſpar numerus propone- retur,nec forma operis nec ſpeculationis mutã- da eſſet. Non erit tamen neceſſarium vt ipſa quadrata.n.κ.et. g. p. numeris integris conſta- rent. Sæpius enim fractis cõponerentur, quod ex. 90. theoremate facile erit ſpeculari nihilo- minus fractis integris, ipſisq; collectis cum ſuis fractis ſummæ eſſent quadratæ.



THEOREMA XCIII.

CVR propoſitis duobus numeris altero pari, altero verò diſpari, duplo primi minore per vnitatem,ſi alium inuenire numerum voluerimus,cui alterum iſto rum coniunctum proferat quadratum, & altero detracto, quadratum ſuperſit. Rectè datos numeros in ſummam colligemus, quam ſummam in duas quam maximas poterimus partes diuidemus, quarum vna pari, altera diſpari conſtet, tum vtran- que in ſeipſam multiplicabimus, & quadrato minori,duorum numerorum propo- ſitorum quemuis ademus, ex quo cupimus nobis quadratum minus ſupereſſe,& pro ueniet nobis numerum quæſitum.

Exempli gratia, proponuntur numeri. 11.et. 6.quorum alter alicui numero ad-

den-

dendus, alter ex eodem detrahendus sit, ex quo proferri debeant bina quadrata. Itaq; numeri illi in summam collecti dabunt. 17. differentiam minoris quadrati & maioris. Iam si ex hoc. 17. binas partes fecerimus, altera erit. 8. altera. 9. quibus in seipsis multiplicatis alterum quadratum erit. 64. alterum. 81. addito itaq; ipsi. 64. 11. aut. 6. pro libito, propositum numerum consequemur. cui addito. 6. vel. 11. dabit nobis. 81. vel ex ipso detracto. 11. vel. 6. relinquet nobis 64. in presenti autem exemplo talis numerus erit, aut. 70. vel. 75. Huius autem theorematis speculatio ex. 90. dependet, quo demonstratum fuit gnomonem proximè quadratum sequentem, vnitate duplo radicis minorem esse.

THEOREMA XCIIII.

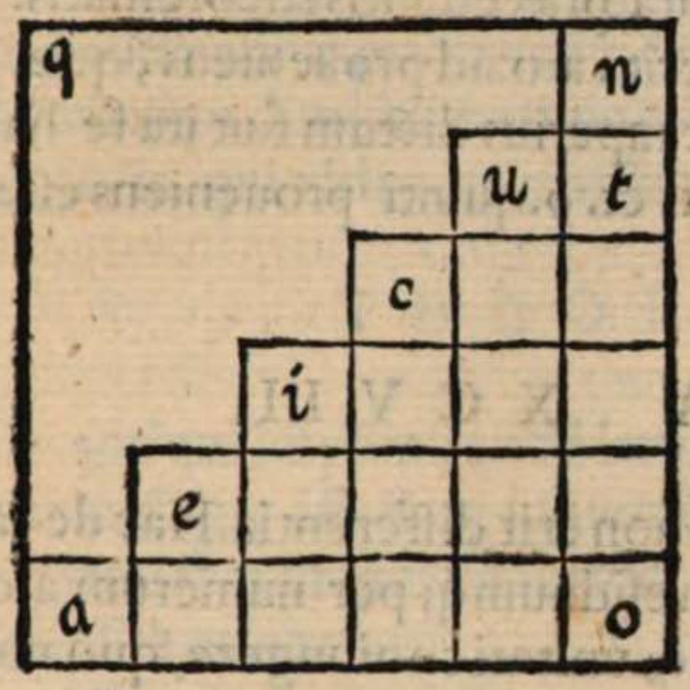
CVR si quis cupiat summam progressionis arithmeticæ quam citissimè cognoscere. Rectè coniunget vltimo termino vnitatem primum terminum, huius postea vltimi termini dimidium cum numero terminorum multiplicabit, ex quo multiplicationis productum, erit omnium propositorum terminorum summa, aut eundem vltimum terminum iunctum primo, per dimidium numeri terminorum multiplicabit. Nam idipsum eueniet.

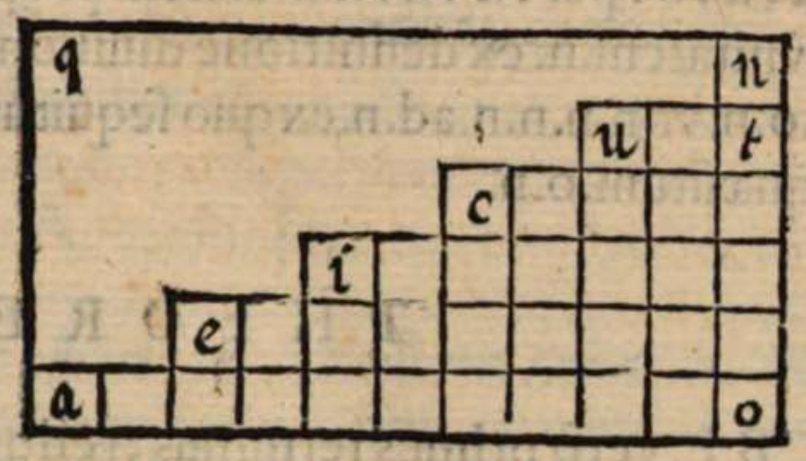
Exempli gratia, si proponerentur. 17. termini in prima progressione arithmetica naturali, vltimus esset. 17. cui coniuncta vnitate primo termino summa erit. 18. cuius dimidium cum numero terminorum, nempe. 17. multiplicatum cum fuerit, oritur productum. 153. Idpsum eueniet, multiplicato dimidio numeri terminorũ per vltimum coniunctum vnitati primo termino.

Quod vt sciamus, cogitemus terminos progressionis collocari, vt in figura subscripta. a. o. n. collocantur, tanquã per gradus, sumpto principio ab vnitate. n. tum. u. t. atque ita gradatim. Sic cogitato absoluto parallelogrammo. q. o. sciemus aperte summam progressionis tanto maiorem esse dimidio totius parallelogrãmi, quantum dimidium numeri diametri. a. e. i. c. u. n. requirit. Nam cum parallelogrammum diuidatur à diametro in tres partes, diameter vnam occupat, reliquæ verò duę ambientes diametrum inter se sunt æquales. Sumpto itaq; diametro cum altera dictarum duarum partium, patet sumi plusquam dimidiũ totius parallelogrãmi. pro tanta portione, quantum est dimidiam occupatam à diametro, qui cã ex discretis respondentibus numero terminorum componatur, constat numero æquali esse dicto numero terminorum. o. n. Iam si quis multiplicet. a. o. per dimidium. o. n. procul dubio, ex prima sexti aut. 18. septimi, orietur dimidiũ numeri parallelogrãmi. q. o. quod minus erit summa progressionis dimidio numeri diametri, aut quod idem est dimidio. o. n. sed hoc dimidium. o. n. æquale est producto dimidij vnitatis. n. in. o. n. ex. 20. septimi, cum dimidium. o. n. sit eius productum in vnitatẽ. Itaque multiplicato. n. o. per dimidium. o. a. coniunctum dimidio vnitatis. n. oritur summa quæsita propositæ progressionis. Idipsum accidet multiplicata summa. o. a. & vnitate. n. p dimidium. o. n. ex. 20. septimi, cum proportio totius ad totum eadem sit, quæ dimidij ad dimidium, ex causa permutationalitatis. Patet etiam in progressionibus, quæ ab vnitate initium ducunt, si fiat ascensus per binarium summa vltimi termini cum primo semper duplam futuram esse numero terminorum, quod sequentes figu-

ras

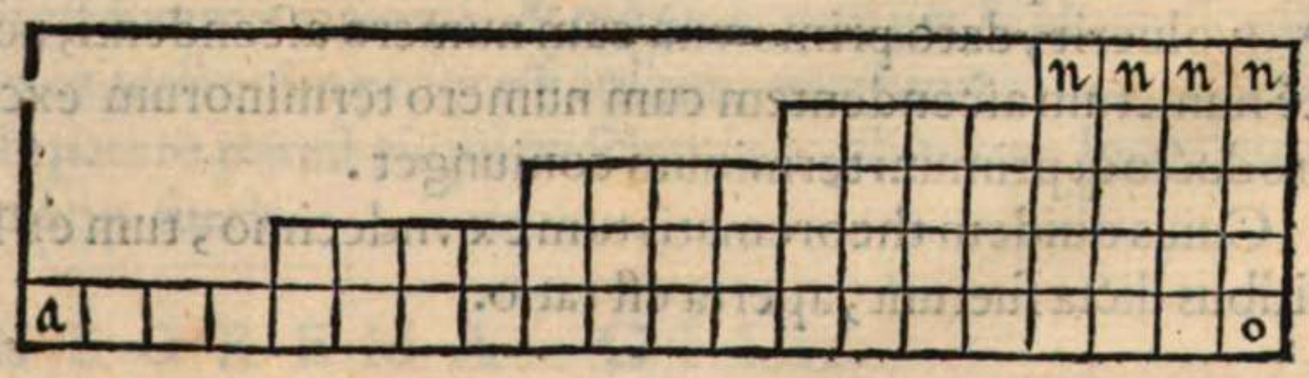
tas consideranti speculari licebit, Diametros harum figurarum notaui literis siue characteribus.a.e.i.c.u.n.





THEOREMA XCV.

IN progressionibus, quæ ab alio termino quam vnitate incohantur, idipsum vt monuimus accidit, hoc tamen notato, quòd ex consequenti quælibet pars diametri parallelogrãmi, minimo termino æqualis erit, prout in progressionibus quæ ab vnitate originem ducunt, singulæ partes diametri, vnitati sui primi termini æquales sunt. At in reliquis progressionibus, vt in figura patet, eadem est proportio totius diametri ad.o.n.quæ minimi termini ad vnitatem ex. 13. quinti, nempe. a.o.ad.o.n.vt.n.n.n.n.ad.n. In eiusmodi progressionibus accidit quoque parallelogrãmum à diametro in tres partes diuidi, quarum vnam ipse occupat, reliquæ vero inter se æquales ipsum ambiunt. Ex quo illud etiam sequitur, productum.a. o. in dimidium.o.n.æquale esse dimidio parallelogrãmi, quod minus est summa progressionis dimidio diametri, quod dimidum si inuenire voluerimus, minimum terminũ. n.n.n.n.per dimidium.o.n.multiplicabimus, & ex. 18.aut.19.septimi ipsum habebimus, quandoquidẽ minimo termino per totum.o.n.multiplicato profertur integer diameter ex.20.prædicti. Etenim vt diximus, eadem est proportio totius diametri ad.o.n.quæ minimi termini ad vnitatem. Ita etiam dico ex dicta. 20. septimi. idem dimidium diametri oriri, si quis dimidium minimi termini nempè.n.n. per totum.o.n.multiplicauerit. Quamobrem qui statim summam propositæ progressionis cognoscere voluerit, semper primum terminum.n.n.n.n.cum.a. o. coniunget, qua summa per dimidiũ. o. n. multiplicata, aut.o. n. per dimidium dictæ summæ, ex prædictis rationibus propositum consequemur.



THEOREMA XCVI.

CVR si quis numerum terminorum inuenire velit, cognitis tantummodo primo atque vltimo, rectè vltimum per primum diuidet, ex quo proueniens

nume-

numerus quæsitus erit.

Quod intelligendum est tamen quoties primus terminus differentia terminorũ est, nempe ascendens ipsorum terminorum.

Cuius ratio manifestè speculari potest in figura præcedentis theorematis. Nam diuisa. a. o. per. n. n. n.n. eadem proportio erit. a. o. ad proueniens, quæ. n. n.n. n.ad vnitatem.n. ex definitione diuisionis. At superius dictum fuit ita se habere. a. o. ad. o. n. vt. n. n. n. n. ad. n. ex quo sequitur ex. 11. et. 9. quinti proueniens esse numerum quæsitum. o. n.

THEOREMA XCVII.

VBI verò primus terminus, reliquorum non erit differentia. Hac de causa necesse est detrahere primum ex vltimo, residuumq; per numerum ascendentem differentiam scilicet, partiri, prouenienscq; vnitati coniungere, quò numerum terminorum habere possimus. Scimus etenim tam multas vnitates esse in vltimo terminorum quot in omnibus interuallis aut differentijs in summam collectis simul cum vnitatibus primi termini, totq; sunt termini, quot interualla simul cum primo termino. Quare si minimus terminus interuallo æqualis fuerit. Vltimo per primum diuiso, ex adductis præcedenti theoremate propositum consequemur. Itaq; primo termino ex vltimo detracto residuoq; per interuallum, hoc est numerum differentiæ diuiso, proueniens erit numerus terminorum absque primo qui vnus est, coniuncto quoque dicto prouenienti propositum consequemur.

THEOREMA XCVIII.

CVR si quis arithmeticæ progressionis dato primo & vltimo simul cum numero terminorum, ascendentem numerum cognoscere voluerit. Rectè primum ex vltimo detrahet, residuumq; per numerum terminorum excepto vno diuidet.

Huius theorematis speculatio ex. 13. theoremate manifesta erit, nam in præcedenti cap. numerus terminorum erat proueniens diuisionis residui subtractionis primi termini ex vltimo.

THEOREMA XCIX.

CVR si quis maximum omnium terminorum dictæ progressionis cognoscere voluerit, dato primo vnà cum numero ascendenti, numeroq; terminorum. Rectè numerum ascendentem cum numero terminorum excepto vno multiplicabit, productoq; primum terminum coniunget.

Cuius quidem theorematis tum ex vndecimo, tum ex ijs quæ præcedentibus capitibus dicta fuerunt, aperta est ratio.

THEOREMA C.

CVR veteres cupientes obtinere summam progressionis continuæ naturalis, quæ ab vnitate initium ducit, dato vltimo termino tantummodo. Dimidium vltimi termini cũ toto sequenti multiplicabant, productumq; summa quæsita erat.

Exempli gratia, si vltimus terminus eiusmodi progressionis fuerit. 7. multiplicato

to dimidio ipſius nempe. 3. & dimidio, cum numero ipſum terminum ſequẽti, nempè. 8. ſumma dictorum terminorum erit. 28.

Huius autem ſpeculatio ex. 94. theoremate dependet, in quo facilè deprehendere licet ex figura continuæ progreſſionis naturalis, numerum terminorum maximo termino ſemper æqualem eſſe; ex quo tãtum eſt dimidium numeri terminorum, quantum maximi dimidium, tantusq; eſt vltimus terminus vnitati coniunctus, quantus numerus is, qui vltimum terminum conſequitur.

THEOREMA CI.

CVR antiqui idipſum, quod iam dictum eſt, in ea progreſſione, cuius vltimus terminus diſpar eſt ſcire cupientes, numerum integrorum proximè dimidium maximi ſequentem ſumebant, quem per maximum multiplicabant, ex quo ſumma quæſita oriebatur.

Exempli gratia, ſi dimidium maximi fuiſſet. 3. cum dimidio, ſumebant quatuor, & per maximum. 7. multiplicabant, ex quo pariter proferebatur ſumma. 28.

Cuius ratio ex. 20. ſeptimi Euclidis oritur, cum eadem ſit proportio numeri ſequentis maximum ad numerum dimidium maximi ſequentem, quæ maximi ad ſuũ dimidium, eſt enim dupla.

THEOREMA CII.

TRaditum eſt à nonnullis, à veteribus obſeruatam fuiſſe hanc regulam, qua ſcire poſſent ſummam alicuius progreſſionis arithmeticæ diſcontinuæ aut interciſæ, quæ numero pari terminetur. Multiplicabãt enim dimidiũ vltimi termini per proximum numerum dimidio dicto maiorem, ex quo inquiebãt ſemper productum ſummæ quæſitæ æquale eſſe, ſubijciuntq; exemplum progreſſionis, quæ à binario inchoata creſcit per binarium. In qua quidem progreſſione non per ſe, ſed per accidens regula vera eſt. Hoc eſt, non quia ex ſe vnus ex producentibus numeris dimidium termini maioris futurus ſit, alter uerò proximè ſequens dimidium, ſed quia vt dictum eſt. 95. theoremate, eadem eſt proportio maximi termini ad numerum terminorum, quæ minimi ad vnitatem. Cumque in præſenti exemplo minimum ſit duplum vnitati in eiuſmodi caſu, numerus terminorum, dimidio maximi termini æqualis eſt, qui terminorum numerus ex ſe, vt patet, vnus eſt ex producentibus, alter verò producens numerus, eſt proximè dimidium ſequens, non ex ſe, ſed quia numerus ſequens, dimidium eſt ſummæ maximi, & minimi, quæ per ſe alter eſſe debet producens numerus. In cæteris enim progreſſionibus, quæ binario non creſcũt regula falſa eſt, prout facilè patere poteſt ei, qui ex ſcientiæ legibus ope ſpeculationis. 95. theorematis ſpeculatus fuerit.

THEOREMA CIII.

ALIAM quoque tradunt regulam, qua veteres vſos fuiſſe dicunt, quo ſummam ſcire poſſent progreſſionis diſcontinuæ, quæ numero diſpari abſoluitur. Ea autem eſt eiuſmodi. Vltimum terminum in duas quam maximè poterant maximas partes diuidebant, quarum vna ſemper altera maior erat, hanc autem maiorem in ſeipſam multiplicabant, atque quadratum hoc, ſummam progreſſionis eſſe

affirmabant. Quæ ſanè regula, non ſemper, etſi interdum vera ſit.

Sumebant hi exemplum progreſſionis, quæ ab vnitate incohata creſcit per binarium, in qua per accidens euenit vt numerus dimidium vltimi termini proximè ſequens, nempe è duabus partibus vltimi termini maior, æqualis ſit numero terminorum, qui per ſe vnus è producentibus, ex ijs quę. 94. theoremate diximus, eſſe debet; alter verò producens, qui per ſe dimidium ſummæ primi & vltimi eſſe debet, per accidens pars maior eſt duarum vltimi termini, & alteri producenti æqualis.

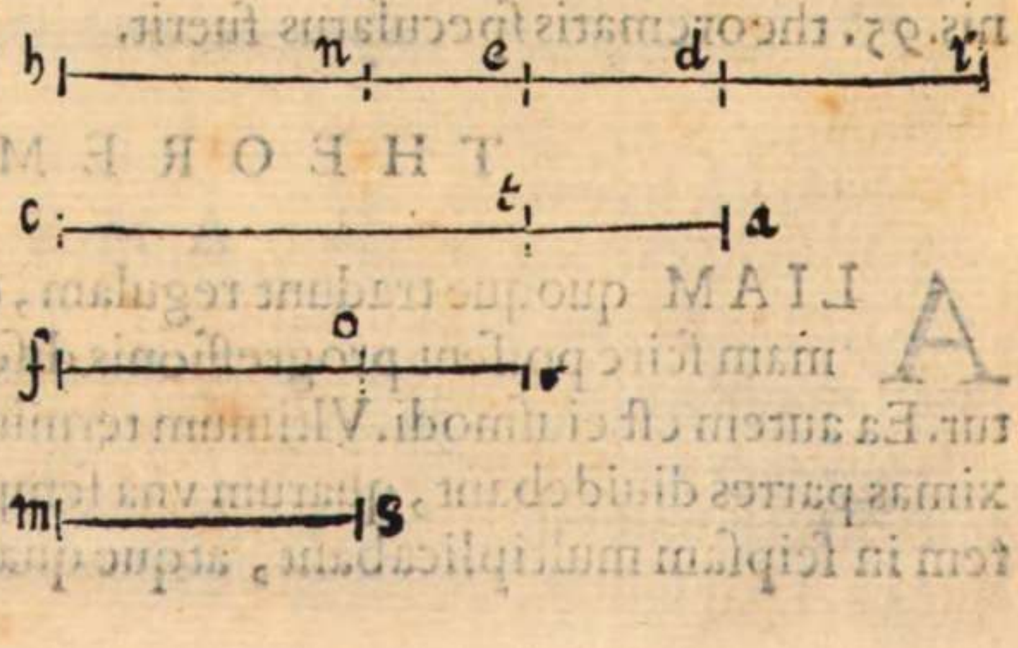
Aut alio modo ratiocinemur, dicentes, in huiuſmodi progreſſione dimidium ſummæ vltimi termini cum primo, ſemper medium proportionale eſt inter eam ſummam & dimidium numeri terminorum, etenim huiuſmodi ſumma numero terminorum ſemper dupla eſt, prout. 94. theoremate tradimus. Itaque ex. 20. ſeptimi, quadratum partis maioris, producto ſummæ dictæ in numerum dimidij terminorū æquale erit, quod productum per ſe ſummæ progreſſionis eſt æquale. At in cæteris eiuſmodi progreſſionibus fallit regula, vt ex ſupradictis facilè demonſtratur.

THEOREMA CIIII.

PErmultis terminis ad libitum propoſitis, diſpoſitis nihilominus progreſſione, aut proportionalitate geometrica continua, ſi minimus ex maximo & ex ſequenti minimum detrahatur, reſiduum maximi, eam proportionem ad ſummam reliquorum omnium terminorum retinebit, quam reſiduum ſecundi ad primum.

Proponuntur, exempli gratia, quatuor termini. 3. 12. 48. 192. continui geometricè proportionales, ſi primum, hoc eſt minimum, ex ſecundo, & maximo detrahas, ex ſecundo ſupererit. 9. ex maximo. 189. quod ſi minimum per reſiduum maximi multiplicaueris, hoc eſt. 189. orietur. 567. tum ſi huiuſmodi productum per. 9. (reſiduum ſecundi) diuiſeris, proueniet. 63. quod proueniens æquale erit ſummæ reliquorum omnium terminorum, maximo excepto. Ex quo inferre licet ex. 20. ſeptimi eandem proportionem eſſe. 189. ad. 63. quæ. 9. ad. 3. aut ſi reſiduum ſecundi per ſummam dictorum terminorum multiplicaueris producetur idem. 567. quare ex. 20. ſeptimi & cætera.

Quod vt ſciẽtificè poſſimus, & in vniuerſum ſpeculari. Quatuor termini propoſiti, quatuor ſubſcriptis lineis ſignificẽtur. b.i: c.a: f.r: m.s. (quod aũt de his quatuor dico de centũmillibus, & eo amplius dicere poſſum.) Nunc minimus terminus. m.s. ex maximo. b.i. detrahatur, ſuperſitq;. n.i. idemq;. m.s. ex ſecundo termino. f.r. ſubtrahatur, ſuperſitq;. o.r. Dico proportionem. n.i. ad ſummam reliquorum omnium terminorum. c.a: f.r: m.s. eandem eſſe, quæ. o.r. ad. m.s. Quamobrem ex tertio & quarto ſecundus. f.r. detrahat, ex tertioq; ſuperſit. t.a. & ex quarto. e.i. ita etiam tertius. c.a. ex quarto. b.i. ſuperſitq;. d. i. ſanè ſic ſe habebit. c.a. ad. f.r. vt. c.t. ad. f. o. vt quisq; per ſe ſcire poteſt. Quare ex 19. quinti ſic ſe habebit. a.t. ad. r. o. vt. c.a. ad. f.r. & permutando ita. a.t. ad. a. c. vt. o.r. ad. r.f. & ſeparando ſic. a.t. ad. a. c. (hoc eſt. f.r.) vt. r.o. ad. o.f. videlicet. m.s. Idẽ dico de. d.i. ad. a.c. nempe ſic ſe habebit. d.i. ad. a.c. vt. a.t. ad. r.f.



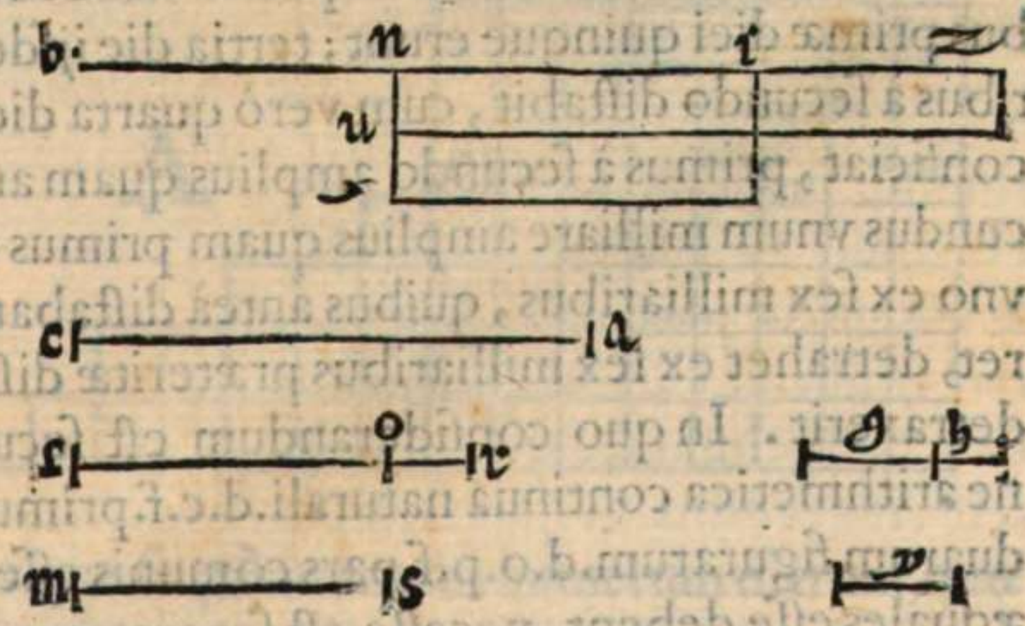
f.f. hoc est. o.r. ad. m.s. ex. 11. quinti. Itaque ex communi scientia sic se habebit. d.i. ad. d.b. vt. e.d. ad. e.b: cum. e.d. æqualis sit. t.a. Ita etiam vt. e.n. ad. n.b: cum. n.e. æqualis sit. o.r. Iam si sic se habeat. d.i. ad. d.b. vt. d.e. ad. e.b. permutando quoq; sic se habebit. d.i. ad. d.e. vt. d.b. ad. b.e. & componendo ita. i.d.e. ad. e.d. vt. d. b.e. ad. e.b. & permutando sic. i.d.e. ad. d.b.e. vt. de. a.d.e.b. nempe vt. e.n. ad. n.b. & permutando ita. i.d.e. ad. e.n. vt. d.b.e. ad. b.n. & componendo ita. i.d.e.n. ad. n.e. vt. d.b.e. et. b.n. ad. b.n. & permutando sic. i.d.e.n. ad. d.b.e. et. b.n. nempe ad. a.c: f.r: m.s: vt. e.n. ad. n.b. hoc est. ut. o.r. ad. m.s. quod erat propositum.

THEOREMA CV.

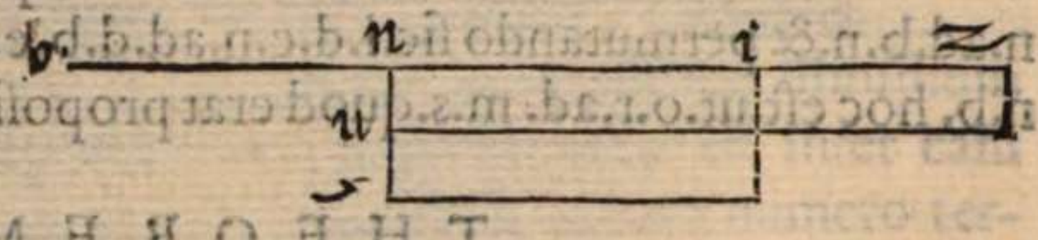
CVR desideranti summam quorumcunque terminorum progressionis continuæ geometricæ cognoscere. Rectè minimus terminus ex maximo detrahendus est, residuumq; per denominantem progressionis dempta vnitate diuidendum, prouenientiq; maximum terminum addendum, ex quo oritur summa quæsita.

Exempli gratia, si darentur quatuor termini continui proportionales. 8. 12. 18. 27. primum hoc est minimum. 8. ex vltimo. 27. detraheremus: remaneretq;. 19. qui per denominantem progressionis, dempta vnitate, diuideretur. Quo loco animaduertendum est, quamlibet denominationē cui uscunque proportionis numerorum supra vnitatem fieri, nam de proportionibus multiplicibus dubitandum non est, & idipsum de superparticularibus, & superpartientibus est intelligendum, vt in præsenti proportio sesquialtera inter duos terminos cogitanda est, nempe inter vnum & dimidium, atque vnum. Sesquitertia autem inter vnum & tertiam partem, & vnum. Sesquiquinta inter vnum cum quinta parte, & vnum. De superpartientibus idem assero quod de proportione superbipartiēte tertias appellata, vt. 5. ad. 3. quæ cogitanda esset inter vnum duas tertias, & vnum, superbipartiens quartas inter vnum tres quartas, & vnum, ita vt minor terminus, numerans scilicet, semper sit vnitas, alter verò denominans. Idem de cæteris. Quare in præsenti exemplo, detracta vnitate ex denominante progressionis, supererit tantummodo dimidium, quo diuiso. 19. proueniet. 38. qui numerus æqualis erit summæ reliquorū omnium terminorum, cui coniuncto vltimo termino. 27. dabitur summa quæsita. 65

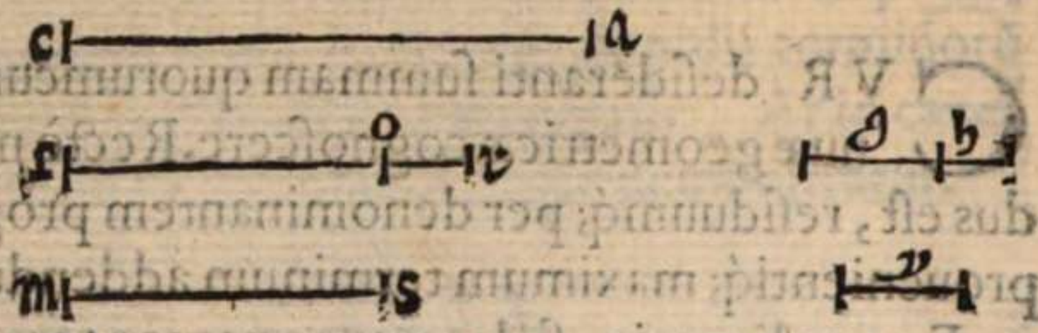
Pro cuius speculatione, quatuor termini significentur, quatuor lineis. m.s: f.r: c.a. b.i. primus autem terminus. m.s. ex vltimo. b.i. detrahatur, residuumq; sit. n. i. & ex secundo. f.r. cuius residuum sit. o.r. proportio verò progressionis ea sit, quæ. g. h. ad. y. quo vnitas repræsentatur (ex quo sic se habebit. g.h. ad. y. vt. f.r. ad. m.s.) qua. y. detracta ex. g.h. supersit. h. Tum erecta cogitetur linea. n.u.x. indefinita perpendicularis. b.i. à puncto. n. quę diuidatur in puncto. x. ita vt. n.x. æqualis sit vnitati. y. & in puncto. u. ita. vt. n.u. æqualis sit. h. ex quo eadem erit proportio. n.u ad. n.x. vt. h. ad. y. nempe. o.r. ad. m.s. Nam cū sic se habeat. f.r. ad. m.s. hoc est ad. f.o. vt. g.h. ad. y hoc est ad. g. permutando quoq; sic se habebit. f.r. ad. g.h. vt. f.o. ad. g. Ita que ex. 19. quinti. o.r. ad. h. vt. f.r. ad. g.h. ex quo ex. 11. eiusdem. o. r. ad. h. vt. f. o. ad g. &



g.& permutando.o.r.ad.f.o.hoc eſt ad.m.s.vt.h.ad.g.hoc eſt .y. Quamobrem eadem erit proportio.o.r.ad. m.s.quæ.n.u.ad.n.x. Abſoluantur itaque duo rectangula.x.i.et.u.z.ita tamen vt rectangulũ. u. z.cogitetur ęquale rectangulo.x.i.cuius.x.i. ſuperficialis numerus ex communi conceptione lineari.n.i.æqualis erit , quare ex eadẽ communi conceptione , numerus ſuperficialis.u.z.lineari.n.i.æqualis erit,qui quidem numerus in figura rectangula ſuperficialis cogitandus erit , cum diuidendus ſit per.h.hoc eſt per.n.u. ex quo proueniens ex huiuſmodi diuiſione erit numerus . n. z. ex ijs quæ. 10.theoremate dicta fuerunt.



Sed ex. 15. ſexti aut. 20. ſeptimi eadem eſt proportio.n.i.ad.n.z. quæ.n.u.ad.n.x.hoc eſt.o.r. ad. m.s. videlicet vt.n.i.ad aggregatum reliquorum omnium terminorum.c.a:f. r:m.s. ex præcedenti theoremate , & ex. 11. quinti Euclidis.Itaque ex.9. eiuſdem numerus.n.z.æqualis erit ſummæ trium terminorum.c.a:f.r:m.s.cui coniuncto quarto termino.b.i.propoſitum obtinetur.



THEOREMA CVI.

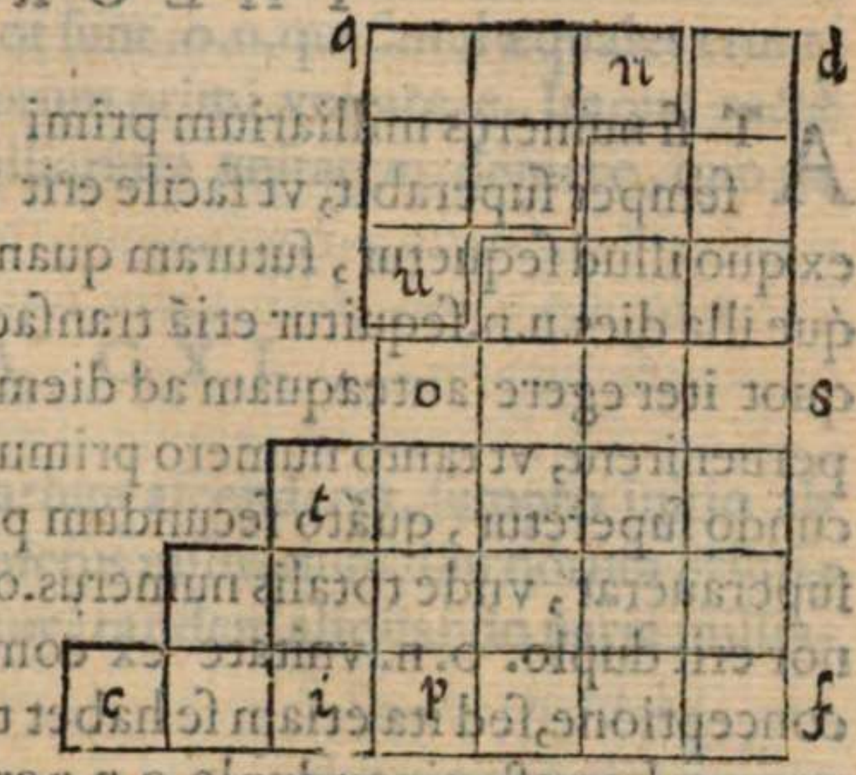
PRopoſuere veteres quæſita nonnulla de itineribus interq; hoc vnum fuit. Ponamus duos iter agere per eandem viam quorum alter quatuor milliaria ſingulis diebus conficiat,alter verò prima die milliare vnum, ſecunda duo , tertia tria, atque ita ſingulis diebus milliare addit ; quærimus quot dierum ſpacio ſocium conſequetur.

Quamobrem numerus milliarium primi viatoris duplicatur , ſic ſunt.8.milliaria. ex quo ſemper vnitas detrahitur , quæ in præſenti exemplo erit .7. totq; dies erunt quibus ſocius ſocium conſequetur , & milliarium numerum æqualem abſoluerit.

Cuius rei facilis erit ſpeculatio , ſi ſubſcripta figura diligenter conſideretur , in qua primus viator , die prima , quatuor milliaria linea.q.d.ſignificata conficit, atque illa ipſa die alter vnum tantum deſignatum per.d.perficit , ita vt primus viator tribus milliaribus ſocium anteceſſerit, altera verò die ſecundus uiator cum duo milliaria cõficiat,excedetur à primo duobus milliaribus tantummodo, quę cum tribus primæ diei quinque erunt ; tertia die ijſdem de cauſis primus ſex tantum milliaribus à ſecundo diſtabit , cum verò quarta die tot ſecundus quot primus milliaria conficiat , primus à ſecundo amplius quam antea non diſtabit ; quinta verò cum ſecundus vnum milliare amplius quam primus conficiat . propius accedit ad primum vno ex ſex milliaribus , quibus anteà diſtabat, tum ſexta cum duobus primum ſuperet, detrahet ex ſex milliaribus præteritæ diſtantiæ tria , ſeptima tandem illa ſex detraxerit . In quo conſiderandum eſt ſecundum viatorem iter agere progreſſione arithmetica continua naturali.d.c.f.primum autem per rectangulum. q. f. quarũ duarum figurarum.d.o.p.f.pars cõmunis eſſe reperitur , quæ quantitates ſi inuicem æquales eſſe debent , neceſſe eſt ſeparatas partes.u.q.n.et.t.i.c.inter ſe æquales eſſe, & quoniam quarta die (hoc eſt die ſic diſtante à primo , nempè numero milliarium

primi

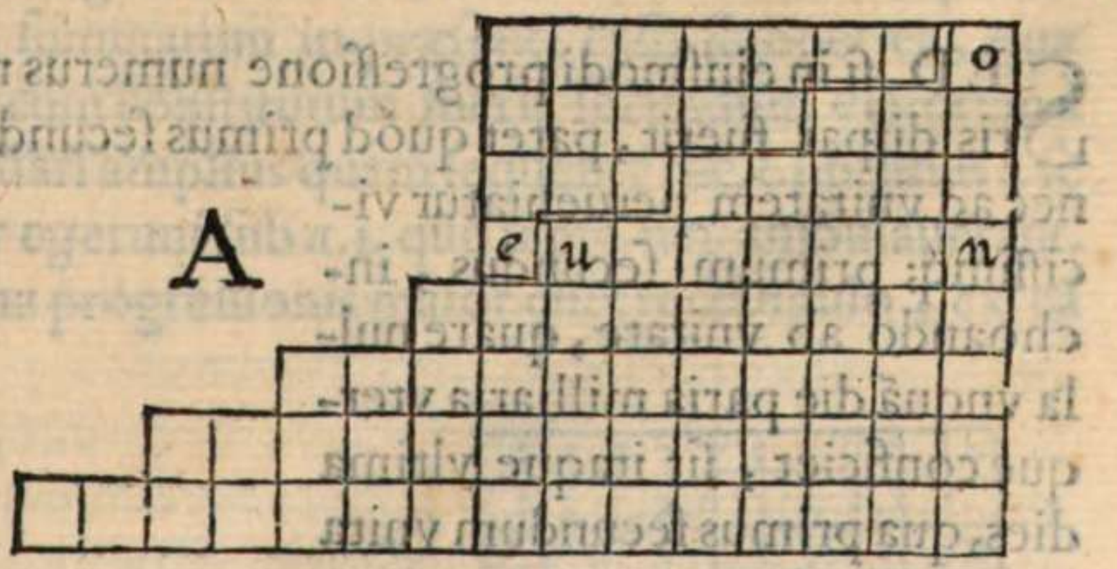
primi viatoris) tot milliaria absoluat vnus quot alter absque vlla differentia, quæ significetur per.o.s.necesse est itaque ex communi conceptione tot dies esse post.o.s. quot antecesserant, vt excessus æqualis sit defectui, qui simul collecti, iuncta etiam.o.s.duplum erunt d.s.dempta vnitate, prout facilè in subscripta figura quisque per se scientificè poterit speculari. Quamobrem consultum erit duplicare numerum.o. s. & ex duplo vnitatem detrahere, quandoquidem dies supra infraq;.o.s.cum die. o.s.minores sunt duplo numeri.d.s.aut.o, s.(quod idem est) vnitate.



THEOREMA CVII.

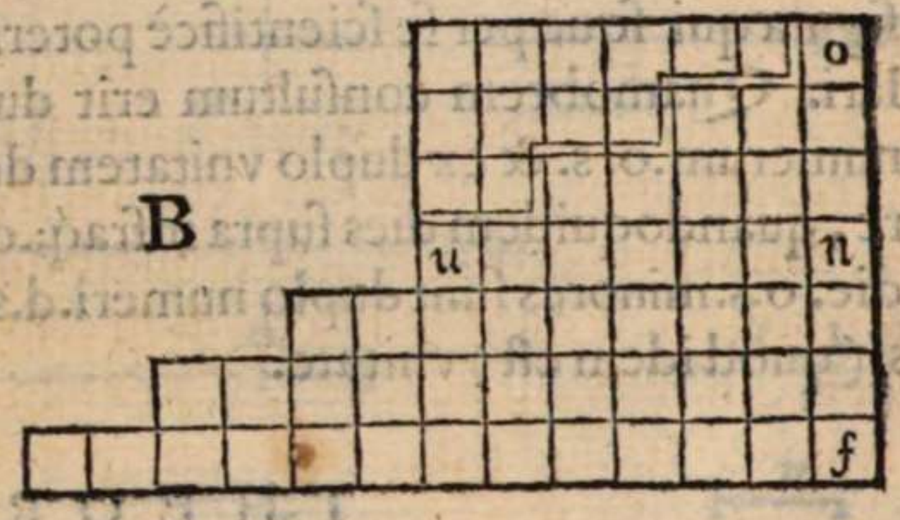
QVOD si secũdus viator ordinẽ secũdæ progressionis arithmeticæ seruãs iter agat, nempe ea quæ ab vno per binarium ascendit, semper numerus dierum æqualis erit numero milliarium diurnorum primi viatoris.

In cuius gratiam animaduertendum est numerus ne milliarium diurnorum primi viatoris par an impar sit. Etenim si par est, primus viator in fine singulorum dierum primæ medietatis numeri omnium dierum secundum anteceder numero dispari milliarium; altero verò dimidio numero dierum, à secundo numero etiam dispari præteribitur, vt in sequenti figura patet. Nam prima die, secundus ex primo milliare vnum ex numero pari, qui à primo conficitur detrahit; secunda verò die idem secundus, duo subtrahit milliaria ex dispari, qui primo reliquus fuerat, sicq; perpetuò dispar remanet vsque ad vnitatem, ad quam cum peruenerint, nempe ad illius diei exitum, quo primus secundum vnitate tantummodò superat, manifestè depræhendetur subsequente die secundum vnitate primum superaturum, altera verò tribus vnitatibus, prout penultima die secundus à primo tribus vnitatibus superabatur. Quare necesse erit, tot diebus secundum cum primo iter agere, inchoando ab ea die, qua secundus primam superabit, quot egerat dum à primo superaretur, vt ex communi conceptione, media figura. A. depræhendi potest. Quod autem singula dimidia dierum, dimidia sint numeri milliarium diurnorum primi, patebit ex sequenti figura, cogitato termino. u. n. vltimo progressionis superatę à primo vsque ad vnitatem. e. qui terminus u.n. coniunctus primo. o. nempe. e. semper duplã est numeri terminorum. o. n. vt. 94. theoremate circa finem dictum fuit. Sed. u. n. cum. e. numero æquali constat numero milliarium diurnorum primi viatoris, ex quo sequitur totum numerum dierum, quorum. o. n. dimidium est, æqualem esse numero milliarium diurnorum primi viatoris.



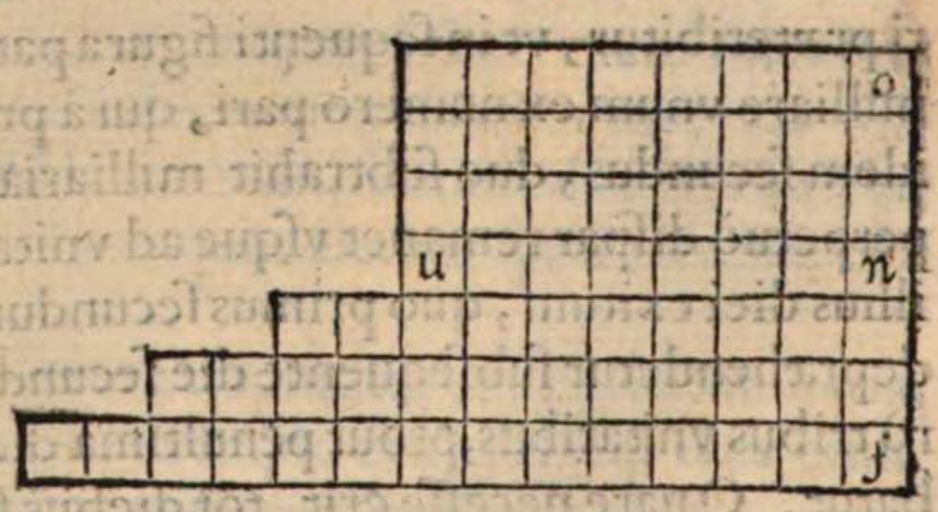
THEOREMA CVIII.

AT si numerus milliarium primi viatoris dispar fuerit, secundum numero pari semper superabit, vt facile erit sequentem figuram consideranti intelligere, ex quo illud sequetur, futuram quandam diem, quâ paria milliaria conficient. Sitque illa dies.u.n.sequitur etiã transacta ea die, tot diebus vtrique ambulandum esse quot iter egere anteaquam ad diem. u. n. peruenirent, vt tanto numero primus à secundo superetur, quãto secundum primus superauerat, vnde totalis numerus.o.f. minor erit duplo. o. n. vnitate ex communi conceptione, sed ita etiam se habet terminus.u.n.hoc est minor duplo.o.n.per. o. vt 94.theoremate dictum fuit, itaque.o.f. æqualis erit.u.n.quod erat propositum.



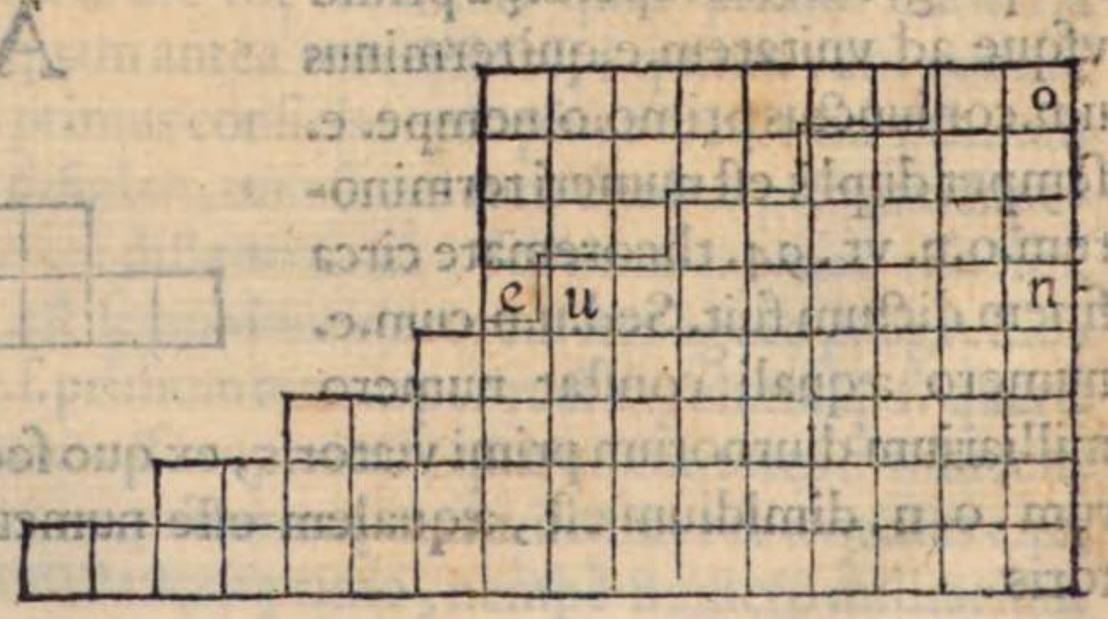
THEOREMA CIX.

SIN verò progressio secundi viatoris, non ab vnitate sed à binario inchoata, per binarium quoque ascenderet, numerusq; milliarium diurnorum primi viatoris par esset, absque dubio quadam die paria milliaria vterq; conficeret, quę significetur.u.n.qua transacta, tot diebus vtrique ambulãdum erit, quot fuerũt dũ primus secundum superaret, vt totidem alijs primus à secundo superetur, in qua tamen progressione terminus.u.n.semper duplus est numero terminorum.o.n.ex.95.theoremate, totq; sunt infra.u.n.termini vsque ad.f.quot supra.ex quo illud sequitur omnes terminos aut dies.o.n.f.pauciores esse u.n.vnitate, atque ita præcipit regula detrahendam esse vnitatem ex numero milliarium diurnorum primi viatoris, si dierum numerum habere voluerimus.



THEOREMA CX.

SED si in eiusmodi progressione numerus milliarium diurnorum primi viatoris dispar fuerit, patet quŏd primus secundum numero dispari superabit, donec ad vnitatem perueniatur viciſſimq; primum secundus, inchoando ab vnitate, quare nulla vnquã die paria milliaria vterque conficiet, fit itaque vltima dies, qua primus secundum vnitatem antecedit.u. n. qui terminus duplus est numero terminorum o.n.& cum illa die primus secundum milliario antecedat, sequen

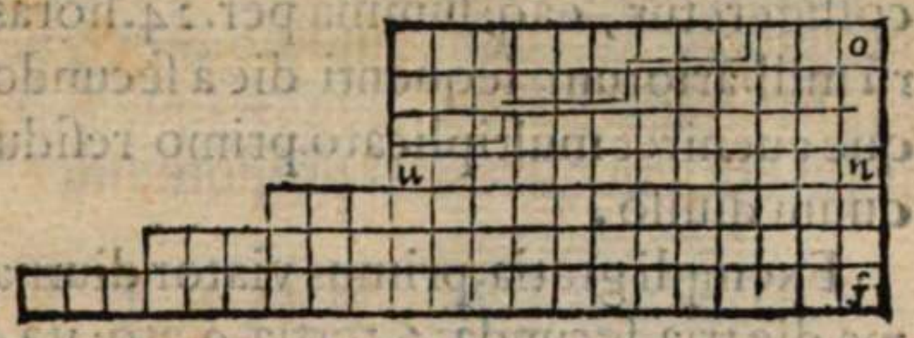


te

te verò à ſecundo milliario vno primus antecedatur, ex communi ſcientia neceſſe eſt ſecundum tot diebus cũ primo iter agere quot ſunt .o.n. qui ſimul æquales erunt. ü.n. ſed .u.n. minor eſt numero milliarium diurnorum primi vnitate. e. Itaque rectè ſequemur regulam, quæ iubet ex numero milliarium vnitatem demere, quo numerum dierum habere poſſimus.

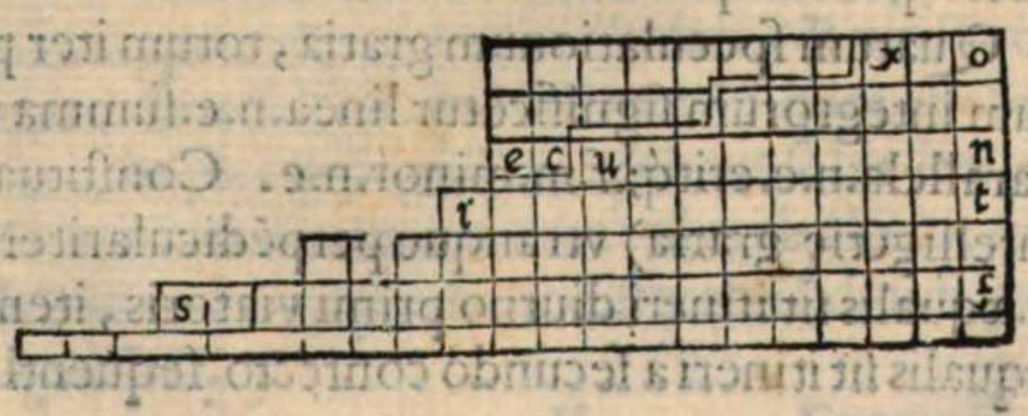
THEOREMA CXI.

SI verò ſecundi viatoris progreſſio per ternarium aſcenderet, ſumpto initio ab ipſo ternario, animaduertendum eſt an numerus milliarium diurnorum primi, ternario menſuretur nec ne, etenim ſi menſuretur, tandem aliquando paria milliaria conficient, quæ dies ſit .u.n. quare ſub u.n. totidem quot ſupra termini erũt, & cũ .o.n. tertia ſit pars .u.n ex .95. theoremate. Itaque tota .o.f. minor erit duabus tertijs. u.n. vnitate, vt iam rectè ſumendæ ſint duæ tertiæ partes .u.n. ex quibus vnitas detrahatur ſuperſitque numerus .o.f. dierum quæſitorum.



THEOREMA CXII.

CVM verò milliarium numerus primi viatoris metiri non poterit à numero aſcendente ſecundi, patet nullam futuram diem qua pari milliaria conficient, quare illa vltima qua primus ſecundum antecedet, vno aut duobus milliaribus antecedet in præſenti caſu. Antecedat itaque duobus milliaribus, ſitq; dies .u.n. & altera .t.i. ſecundus primum vno milliari ſuperabit, ita quod ſub .t.i. non poterunt plures integros dies iter agere, quam ambulauerunt ante diem .u.n. hoc eſt vſquequo ſecundus iunctus ſit primo, qui numerus dierum, tertia parte .o.n. ipſius .u.n. vnitate minor erit, cum ex .95. theoremate .o.n. ſit tertia pars .u.n. ex quo numerus .o.f. terminorum aut dierum intergrorum cognitus erit, qui ſi cum numero aſcendente cognoſcetur, ſtatim ex .99. theoremate deueniemus in cognitionem vltimi diei integri .s.f. atque ita etiam totius ſummæ progreſſionis ex .95. theoremate. Iam verò cognito numero milliarium diurnorum primi, ſimul cum numero terminorum, aut dierum conſequenter nouerimus rectanguli ſummam, hoc eſt productum à primo viatore formatum, quarum duarum ſummarum in præſenti caſu ſemper ea, quæ huiuſmodi producti eſt, maior erit, cum conſtitutum fuerit ſecundum viatorem à primo ſuperari ipſa die .u.n. vno milliari amplius quam ſequente die .t.i. primus à ſecundo ſuperatur, tum pari gradu iter egerunt ſub .t.i. quo ſupra .u.n. ambulauerant. Hoc animaduertendo, quòd ſi ſumma progreſſionis maior eſſet rectangulo, ex ea ſumma neceſſe eſſet numerũ milliarium vltimi termini in ſumma inclusi detrahere, & reſiduo operari. Nunc verò ſummam progreſſionis ex ſumma rectanguli à primo viatore facti ſubtrahi debet, reſiduumq; ſeruari vocetur q;



pri-

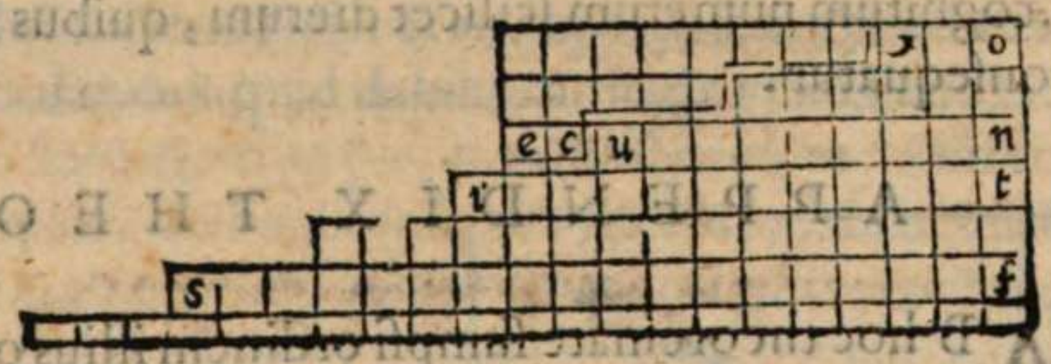
primũ reſiduũ. Ad hæc numerũ milliariorũ, quæ ſecũdus viator die ſeqẽnti. s. f. confi ciet ſumat̃, ex quo numerus milliariũ diurnorũ primi detrahatur, reſiduũq; pariter re ſeruetur, voceturq; ſecundum reſiduum, poſtmodum numerum milliarium primi vnius diei multiplicetur per primum reſiduum ſeruatum, productumq; per ſecundũ reſiduum diuidatur. a. c. proueniẽs (ꝙ erit iter primi in ſequenti die) iungatur reſi- ſiduo primo, tot enim erunt milliaria conficienda a ſecundo ſequenti die, vt ſeſe conſequantur.

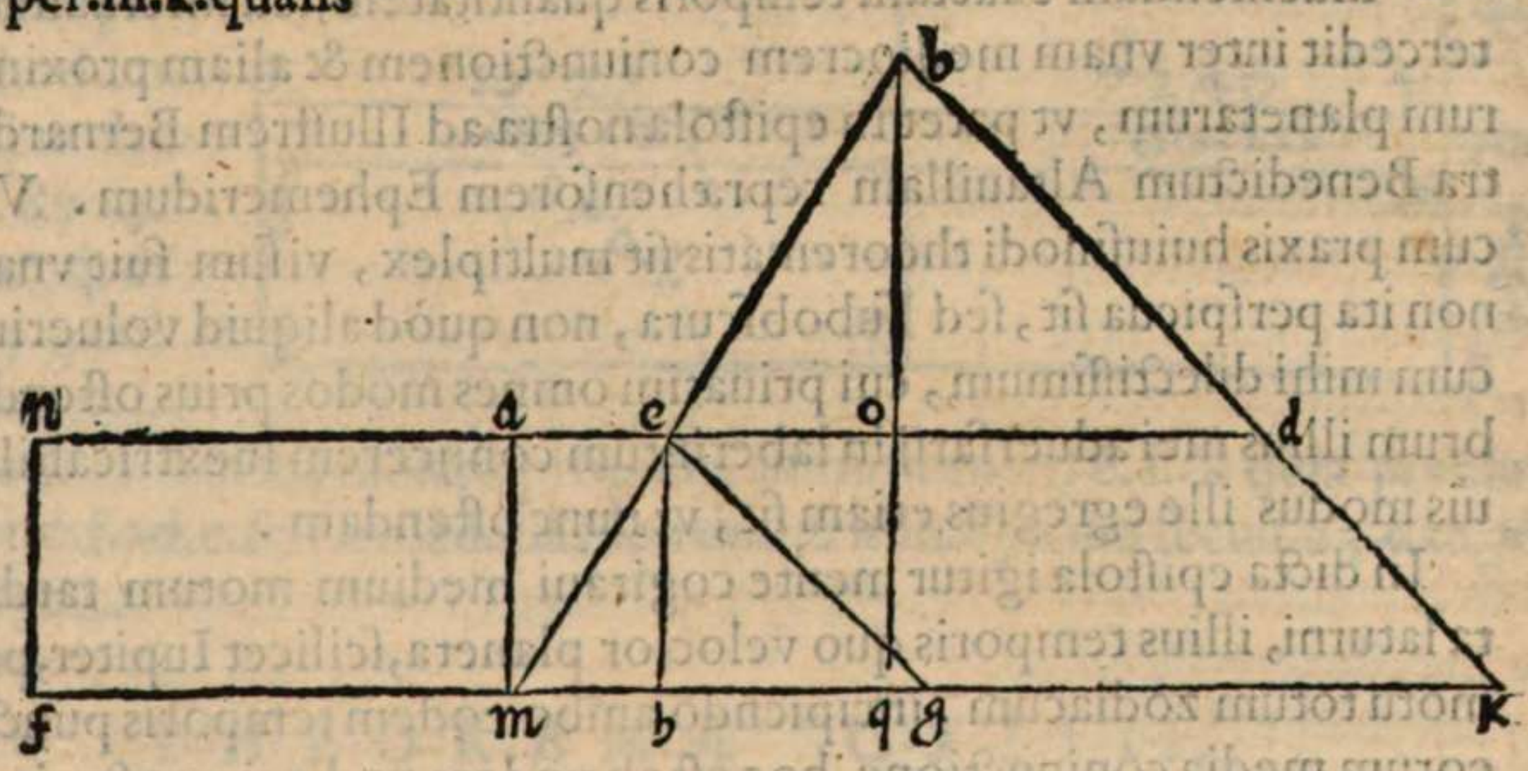
Vt autem ſciamus quantam partem diei ſeqẽntis, ſingulos itinere agere oporteat, proueniẽs per. 24. horas multiplicetur (ſuppoſito quod ambulãtes nullã requiẽ nec die nec nocte capiãt) ꝑ ductũq; ꝑ numerũ milliariorum vuius diei primi viatoris di uidatur, ex quo dabitur quãtitas horarũ, & pars horæ, qua cuiq; illa die ambulandũ eſt. Idem accideret ſi primum reſiduum reſeruatum cum proueniente in ſummam colligeretur, eaq; ſumma per. 24. horas multiplicaretur, productumq; per numerũ milliariorum ſequenti die à ſecundo conficiendorum diuideretur. Idipſum quoque eueniret multiplicato primo reſiduo per. 24. & producto per ſecundum reſiduum diuiſo.

Exempli gratia, primus viator diurna milliaria vndecim conficit, ſecundus, prima die tria, ſecunda. 6. tertia. 9. atq; ita deinceps, diuidatur ergo. 11. per. 3. vnde pro numero. o. n. dabitur. 3. ſupereritq;. 2. quare: u. n. ab. e. n. duobus milliaribus ſuperabitur, et. i. t. dictum. e. n. vno milliario, ex quo ante diem. e. u. n. duobus diebus iter egerunt, totq; diebus ambulandum erit poſt. t. i. hoc eſt. 6. in vniuerſum integris. Ad hęc multiplicato. o. f. hoc eſt. 6. per. x. o. hoc eſt. 3. habebimus. s. f. milliariorũ 18. tũ cõiũcto. x. o. primo termino hoc eſt. 3. cũ. s. f. hoc eſt. 18. vltimo termino, habebimus. 21. quo multiplicato cũ dimidio. o. f. hoc eſt. 3. habebimus totam ſummam progreſſionis. 63. ſex dierum integrorum ex. 94. theoremate, tum multiplicato. 11. nempe numero milliariorũ diurnorum primi cum. 6. hoc eſt cum. o. f. habebimus parallelogrammum à primo ſex diebus integris confectum milliariorum. 66. ex quo detracta. 63. ſumma inquam progreſſionis, ſupererit pro primo reſiduo. 3. ſumptis poſtea milliaribus. 21. pro tinere, quod ſecundus die ſequenti. s. f. conficeret, & ex ijs detracto numero milliariorũ diurnorum primi, nempe. 11. ſecundum reſiduum erit. 10. quod pro diuidenti ſeruabitur. Iam multiplicato. 11. cum primo reſiduo. 3. dabitur. 33. qui diuiſus per. 10. ſecundum reſiduum profert. 3. cum tribus decimis, eritq; iter à primo viatore ſequenti die conficiendum, hoc etiam ipſum proueniens cum primo reſiduo. 3. coniunctum, dat. 6. cum tribus decimis, quod eſt iter ſecundi viatoris illa ſequenti die. Ad inueniendam autem quantitatem diei, qua vtrique ambulandum eſt, perinde erit multiplicare proueniens. 3. & tres decimas per. 24. horas, & productum per. 11. dimidium iter primi viatoris partiri, ac multiplicare ſummam. 6. & tres decimas cum. 24. horis, productumq; diuidere per. 21. hoc eſt per iter ſecundi viatoris ſequentis diei, vtrinque enim ſemper ſeptem horæ cum. 12. minutis prouenient. Idipſum accidet multiplicato per. 24. horas primo reſiduo. 3. producto q; diuiſo per ſecundum reſiduum. 10.

Quarum ſpeculationum gratia, totum iter parallelogrammi primi viatoris dierum integrorum ſignificetur linea. n. e. ſumma verò progreſſionis ſecundi linea. f. m. parallela. n. e. eritq;. f. m. minor. n. e. Conſtituamus deinde à termino. f. n. (maioris intelligẽtię gratia) vtranque perpẽdiculariter duci, ꝑducatur deinde. n. e. donec. e. d. æqualis ſit itineri diurno primi viatoris, item etiam producatur. f. m. donec. m. k. æqualis ſit itineri à ſecundo confecto ſequenti die vltimum integrum progreſſionis,

nis, ex quo.m.k. prolixior erit.e.d. ex præsup posito.Postmodum.m.e.et. k.d.duabus lineis rectis coniungantur,quæ productæ concurrent in puncto. b. ducatur pariter.e.g.à puncto.e.parallela.b. k.et.m.a:e. h.et.b.q. parallelæ.f.n.ex quo.f.m.æqualis erit.n.a.et.m.h:a.e.et.h.q:e.o.et.g.k: e.d.et.f.q:n.o.ex.34.primi Eucli. vnde proportio.m.h.ad.h.q.erit vt.m.g.ad.g.k.quandoquidem vtraque æqualis est proportioni.m.e.ad.e.b.ex. 2.sexti, sed cum.m. k.et.g.k.notæ sint, pariter cognoscetur. m. g. secundum residuum,cum etiam notæ sint.n.e.et.n.a. Itaque cognoscemus.a.e.hoc est.m.h. cognitis verò.m.g:g.k.et.m.h.ex.15. sexti aut.20. septimi cognoscetur. h. q.erit igitur.a.e.aut quod idem est.m.h primum residuum,et. m.g. secundum,et. h. q.aut.e.o.proueniens, et.n.o.et.f.q. itinera vtriusque viatoris inter se æqualia.
Nec verò prætermittenda est speculatio vltimæ rationis inueniendæ quantitatis diei, quæ constat ope diuisionis producti.m.h.in.24. per. m. g.Ea autem eiusmodi est. Probatum fuit sic se habere.m.h ad. h. q.ut.m.g.ad.g.k.Itaque componendo sic se habebit.m.q.ad.h.q.vt.m.k.ad.g.k.& permutando.m.q.ad.m.k.vt.h. q. ad. g. k. Sed cum sic se habeat.m.h.ad.h.q.vt.m.g.ad.g.k.permutando sic se habebit .m. h.ad.m.g.vt.h. q. ad. g. k. itaque ex.11.quinti ita.m.h.ad. m.g. vt. m.q.ad.m.k.ex quo permutando m.h.ad.m.q.vt.m.g.ad. m. k. sed cũ.m.k. sit motus toti diei respondens, securè dicere poterimus,si m. g. talis est respectu horarum. 24.significatarum per.m.k.qualis erit.m. h.& quotæ parti diei respondens : quæ postmodũ erit. m. q. quæ,vt dictũ fuit,talis est respectu. m . k. qualis. m. h . respectu.m.g.Reliquę duæ speculationes priorum modorũ, vna & eadem est,facilisq; per se mediocriter intelligenti. Eodem modo reliquæ omnes progressiones secundi viatoris cũ rectangulo primi conferri ex hoc theoremate poterunt.



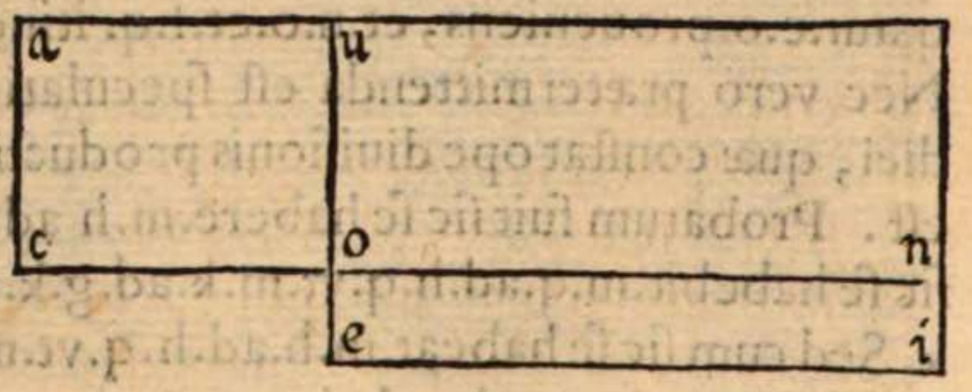


THEOREMA CXIII.

PRoponitur & aliud, primum scilicet viatorem iter incipere diebus aliquot antè secundum, primum tamen lentius,quàm secundum ambulare, & utrunque eorum certa quædam milliaria conficere. Iam si scire voluerimus in quot diebus sese consequentur, uulgaris regula iubet, inspici quot milliaria primus solus iter agens confecerit, tum animaduerti differentiam diurnam motus vnius ab altero,atq; milliarium numerum primi viatoris soli abundantis per hanc differentiã diuidi,proueniens autem erit numerus dierum quæsitus.

Exempli gratia, ſi primus octo diebus antequam ſecundus iter arripuiſſet, confeciſſetq; ſingulis diebus. 20. milliaria, tum ſecundus. 25. quotidie perfeciſſet, multiplicandus eſſet numerus. 8. cum. 20. ex quo darentur. 160. milliaria à primo ſolo ambulãte confecta, quibus diuiſis per. 5. differentiam motuum diurnorum, daretur. 32. numerus quæſitus dierum.

Cuius ratio apertiſſima eſt. Sint enim duo rectanguli. a.n. et. u.i. æquales inter ſe, quibus motus itinerarium ſignificentur, quorum. a.n. ſit primi, et. u.i. ſecundi, præterea à. a.c. numerum milliarium diurnorum primi. et. u.e. ſecundi, ex quo. a. c. minor erit. u.e. per. o. e. atque ita. o. e. cognoſcetur. Tum. c.o. numerum dierũ primi ſoli iter agentis denotet, cũq; conſtituamus. a.n. æqualem eſſe. u. i. o. i. æqualis erit. o.a. atque. o.a. cognitus ex ſuis producentibus. a.c. et. c.o. itaque. o.i. etiam cognitus, qui diuiſus per latus cognitum. o.e. dabit. e. i. cognitum numerum ſcilicet dierum, quibus ſecundo ambulandum eſt, vt primum conſequatur.



APPENDIX THEOREM. CXIII.

AB hoc theoremate ſumpſi ordinem illius operationis, numeris mediantibus, ad inueniendam exactam temporis quantitatem, ſeu interuallum, q̃ tranſit, vel intercedit inter vnam mediocrem coniunctionem & aliam proximam ſequentẽ duorum planetarum, vt patet in epiſtola noſtra ad Illuſtrem Bernardum Trottum contra Benedictum Altauillam repræhenſorem Ephemeridum. Verum tamen eſt q̃ cum praxis huiuſmodi theorematis ſit multiplex, viſum fuit vnam proponere, quę non ita perſpicua ſit, ſed ſubobſcura, non quòd aliquid voluerim latere illum amicum mihi dilectiſſimum, cui priuatim omnes modos prius oſtenderam, ſed vt cerebrum illius mei aduerſarij in laberintum conijcerem inextricabilem vt feci, quamuis modus ille egregius etiam ſit, vt nunc oſtendam.

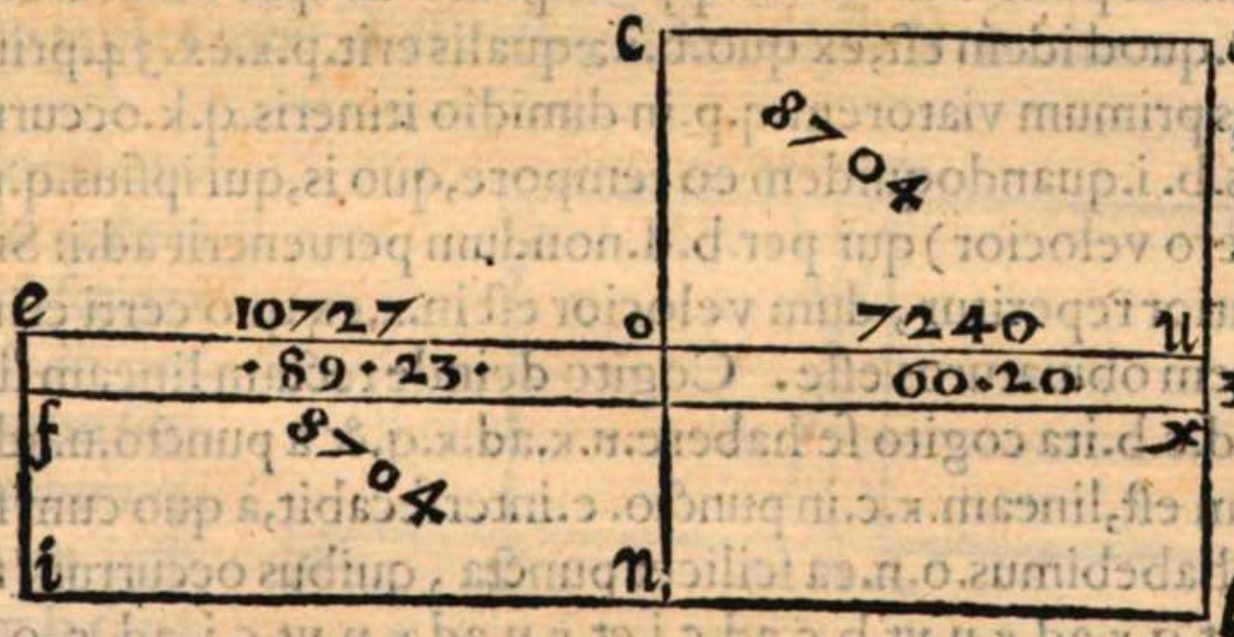
In dicta epiſtola igitur mente cogitaui medium motum tardioris planetæ, puta ſaturni, illius temporis quo velocior planeta, ſcilicet Iupiter, percurrit ſuo medio motu totum zodiacum, incipiendo ambo eodem temporis puncto, nec non ab vna eorum media coniunctione, hoc eſt ab eodem zodiaci puncto, in quo coniunctę fuerunt eorum lineæ mediorum motuum, vbi inueni vi regulæ de tribus, quòd Saturnus ſpacio dierum vnius mediocris reuolutionis Iouis, qui ſunt. 4328. progreditur medio motu gra. 145. min. 4. hoc eſt min. 8704. poſito quòd ipſe Saturnus perficiat vnam mediam reuolutionem ſpacio dierum. 10740. vt dixi. Incipiendo igitur iterum Iupiter aliam reuolutionem percurrere, reperto Saturno per min. 8704. ante ipſum ſpacio. 4328. dierum, certus eram hos dies ſignificatos eſſe à linea. a.u. vel. c. o. (æquales enim inuicem ſunt) in figura huiuſmodi theorematis, & quòd rectangulum. a.o. præbebat ſummam graduum. 145. min. 4. hoc eſt min. 8704. et quòd. a. c. vel. o.u. ſignificabat iter vnius diei ipſius Saturni, et. u.e. iter vnius diei Iouis. Cogitemus nunc. u.x. ſignificari dies. 30. & à puncto. x. productam eſſe. x.f. parallelam ipſi u.o.e. vnde certi erimus rectangulum. e.x. ſignificare iter Iouis ſpacio temporis dierum. 30. rectangulum verò. o.x. iter Saturni eodem temporis interuallo, vnde rectangulum.

gulum.e.x.erit minutorum.149.& ſecundorum.43.et.o.x.minutorum.60.& ſecun. 20.vt in dicta epiſtola, vnde rectangulum.o. f.erit min.89.& ſecun. 23. & quia rectangulum.o.i. æquale eſt rectangulo.a.o.ergo.o.i.ſimiliter continebit min. 8704. Nunc quia.a.c.vel.o.u. denotat iter vnius diei Saturni et.u.e.vnius diei Iouis vt diximus ergo.u. o. erit minutorum. 2. ſecun. o. & tertiarum. 40. videlicet tertiarum. 7240.ſuppoſito periodo totali ipſius Saturni dierum.10740.et.u. e. erit minutorũ. 4. ſecun.59.& ter.27.vel circa hoc eſt tertiarum.17967.vnde. o. e. erit tertiarum. 10727. Nunc ſi dixerimus cum.o.e. tertiarum.10727.dat.o.u. vel.a.c. (nam tam vna quam altera eſt tertiarum.7240.) quid dabit.a.u.vel.o.c. (quia tam vna quam altera eſt partium.4328.) clarum erit quòd dabit.o.n.vel.u.t. uel. e.i. quia tam vna quam altera erit partium.2921.quæ partes coniunctæ cum fuerint cum partibus ipſius.a.u.dabunt totam.a.t.partiũ.7249.quæ erunt tot dies,hoc eſt periodus quæſita.

Alia methodo ſimiliter poſſumus idem cognoſcere, ſcilicet dicendo ſi rectangulum.f.o. quod eſt minutorum.89. & ſecun.23.hoc eſt ſecundorum.5363.dat rectangulum.o.x. minutorum.60.& ſecun.20.hoc eſt ſecun.3620.quid dabit.a.u.partium 4328.vnde veniet.u.t.partium.2921.ſimiliter,eo quod eadem proportio eſt rectanguli.f.o.ad.o.x.quæ.e.o.ad.o.u.ex prima ſexti,vel.18.19.ſeptimi ſeu.15.quinti.

Poſſet etiam aliquis dicere ſi. f.o.dat.o.x.quid dabit.o.a. vnde veniet. o. t. quo diuiſo per.o.u. daret. u. t. quia ita ſe habet. a. o. ad.o.t.vt.a.u.ad. u. t. ex ſupra hic iam citatis.

Sed ego,in dicta epiſtola, aliam methodum obſeruaui,quæ eſt multiplicando minuta. 8704. per. 30.productumq; diuiſi per min.5363.quaſi dicens. Si.o. f. dat. o. i. quid dabit.e.f. Vnde ex iam ſupradictis propoſitionibus veniet. e. i. & quia permutando ita ſe habet.o.f.ad.e.f.vt.o.i.ad.e.i.ideo dixi,ſi min.89.cum ſecun.23.dat.30 quid dabit min.8704.



THEOREMA CXIIII.

PRoponunt veteres & quærunt aliud, nempe ſi duo iter agentes, eodem inſtanti diuerſis è locis proficiſcantur, ita vt vnus locum vnde alter profectus eſt petat, alterq; altero velocior ſit, quo loco quáue die ſibi inuicem occurrent.

Exempli gratia, Patauio profectus quidam Taurinum petit, eodem inſtanti alter Taurino Patauium, eſtq; iter.400.milliarium, ille tamen vndecim diebus, hic 9.motu regulari & vniformi appellit. Quærimus quot milliaria quiſque confecerit, quotq; diebus iter egerit, priuſquam ſibi occurrant.

Iubent nos veteres dies vtriuſque inuicem inter ſe multiplicare, eritq; productum.99.item etiam in ſummam colligere, eritq; ſumma.20.per quam productũ. 99. diuiſerimus dabuntur dies.4.cum.19. vigeſimis vnius diei. At pro milliaribus vtriuſque, pro eo qui.11.diebus iter conficit, multiplicatis.400.per.4.et.19.vigeſimis, tum diuiſo per.11.dabitur numerus.180.à Patauio Taurinum & è contra, qui

Taurino Patauium.220.quæ quiſque confecerit.

Dum autem hæc ſpecularer attentius,occurrit alius ſoluendi modus,quamuis prolixior.Is aũt eſt eiuſmodi.Accipiat̃ medietas minoris numeri dierũ, nẽpe.4.cũ dimidio,& per.400.multiplicetur,productũq; per maiorẽ numerum diuidemus ſcilicet 11.ex quo dabuntur.163.cum.7.vndecimis, quo proueniente è dimidio milliariorũ itineris.200.detracto,& ꝑ reſiduũ nẽpe.36.cũ.4.vndecimis multiplicato productoq; diuiſo ꝑ ſummã dimidij itineris.200.cũ primo prouẽtu.163.et.7.vndecimis nẽpe ꝑ.363.et.7.vndecimas partes ꝑueniet.16.cũ.4.vndecimis,quo cõiuncto primo ꝑueniẽti,primus.180.milliaria cõfecerit,quæ è.400.detracta ſupererunt.220. pro itinere ſecundi, qui.9.diebus iter abſoluit. Ad hæc ſi tempus ſcire velimus eius, qui.11.diebus appellit,multiplicabimus.11.cum.180.productumq; per.400. partiemur, prouenientq; paulominus,quam quinque dies, nempe.4.cum.22.horis et.48.minutis, quod tempus vtrique viatori inſeruiet, quandoquidem idipſum prouenit multiplicato.220.per.9.productoq; per.400.diuiſo.

Huius autem,qui à me prẽſcribitur modi,ſpeculatio talis eſt.Duo termini duabus rectis lineis æqualibus,& parallelis inter ſe.b.p.et.d.q.ſignificentur, quæ alijs duabus.b.d.et.q.p.coniungant̃,quę parallelæ & æquales erunt ex.33.primi,quibus ſignificentur duo itinera. Viator primus quidem lentior à.b.in.d. velocior à.q.in. p. Iam ſumatur punctũ medium.q.p. ſitq;. k.& ab ipſo ad.b.d.ducatur.k.i.parallela.d.q.aut b.p.quod idem eſt,ex quo.b.i.æqualis erit.p.ĸ.ex.34.primi, hoc eſt.q. k. certiq; erimus primum viatorem.q.p.in dimidio itineris.q.k.occurrere non potuiſſe viatori ipſius.b. i.quandoquidem eo tempore,quo is,qui ipſius.q.p.mouetur per.q.k.(cum ſit altero velocior) qui per.b.d.nondum peruenerit ad.i: Sit itaque punctum.c.in quo lentior reperitur, dum velocior eſt in.ĸ.ex quo certi erimus eos inter.c. et.i.ſibi inuicem obuiaturos eſſe. Cogito deinde rectam lineam ductam.ĸ.c.& ut ſe habet.i.c.ad.c.b.ita cogito ſe habere.u.ĸ.ad.ĸ.q.& à puncto.u.ad.i.duco.u.i.quæ, vt manifeſtum eſt,lineam.ĸ.c.in puncto. e.interſecabit,à quo cum fuerit ducta.e.o.n.parallela ĸ.i.habebimus.o.n.ea ſcilicet puncta, quibus occurrunt ſibijpſis, nam cum ſic ſe habeat.q.ĸ.ad.ĸ.u.vt.b.c.ad.c.i.et.ĸ.u.ad.ĸ.n.vt.c.i. ad. c. o. ex ſimilitudine manifeſta triangulorum,ex æqualitate proportionum ſic ſe habebit.q.ĸ.ad.ĸ.n.vt.b.c.ad.c.o. & permutando ita. ĸ.q.ad.b.c.vt.ĸ.n.ad.c.o.& cum.q.ĸ.et.b. c. ſpatia ſint temporibus æqualibus confecta, itaque ſpatia.ĸ.n.et.c.o.ex communi ſcientia temporibus æqualibus conficientur.

Quare rectè dicimus, ſi tot diebus à.b.in.d.aliquis peruenit, quot milliaria in dimidio temporis alterius viatoris idem conficiet? ex quo ex regula de tribus quam primum iter.b.c.cognoſcitur, quo ex dimidio itineris detracto, remanet.c. i.cognitus, ſed cum probauerimus.q.ĸ.ad.ĸ.n.hoc eſt.i.o.(cum ſint æquales inter ſe, ex.34. primi) ita ſe habere.vt.b.c.ad.c.o.permutando ſic ſe habebit.q.ĸ.ad.b.c.vt.i. o. ad. o.c.& cõponendo. q.ĸ.et.b.c.ad.b.c.vt.i.c.ad.c.o.quare rectè dicimus ſi ſumma. q. ĸ.cum.b.c.dat.b.c.quid dabit.i.c? nempe dabit.c.o.quo coniuncto cum.b.c.cognoſcitur.b.o.quo.b.o.detracto ex.b.d.remanet cognitus.o.d.nempe. q. n. illi æqualis ex.34.prædicta.Gratia verò tẽporis patet nos rectè dicere ſi.b.d. tot diebus abſoluitur, aut etiam.q.p:quo.b.o.aut.q.n.abſoluetur.

Vt autem ad ſpeculationem regulæ antiquorum deueniamus, cogitemus primum viatorem ipſius.q.p.velociorem eo,qui per. b.d. iter agit, tanto tempore prætergredi.p.quanto alter.b.d.abſoluit. Is autem ad.g.pertingat, ex quo eadem proportio ſpacij.q.g.ad.q.p.hoc eſt.b.d.dabitur, quæ temporis quo.b.d.abſoluitur ab

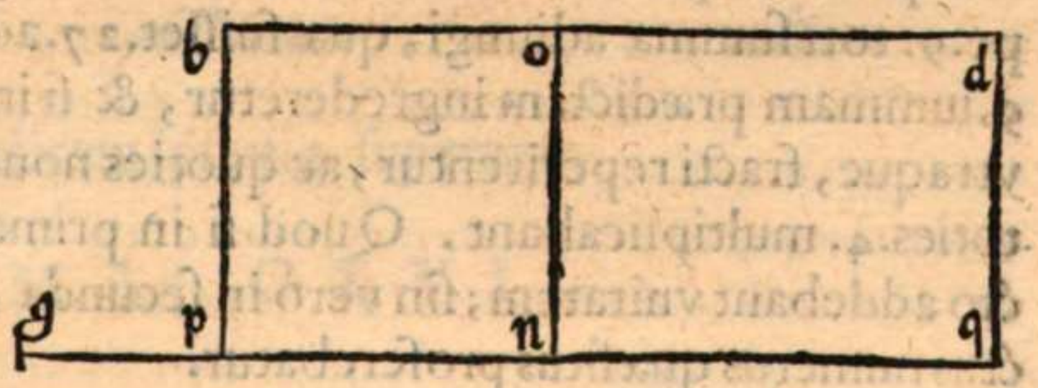
eo

eo qui per. b. d. ad tempus quo. q. p. ſolum, qui per. q. p. mouetur (motus enim continui regulares & vniformes conſtituuntur) eadem ratione itaque ea erit proportio. q. κ. ad. b. c. quæ. q. g. ad. q. p. & cum probatum fuerit ita ſe habere. κ. n. ad. c. o. vt. q. κ. ad. b. c. itaque ſic ſe habebit. κ. n. ad. c. o. ut. q. g. ad. q. p. probatum etiam fuit ita ſe habere. q. κ. ad. κ. n. vt. b. c. ad. c. o. ex quo componendo ſic ſe habebit. q. n. ad. n. κ. vt. b. o. ad. o. c. & permutando ita. q. n. ad. b. o. vt. κ. n. ad. c. o. hoc eſt. q. g. ad. q. p. nempe vt tempus lenti ad tempus velocis itinerantis, & componendo ita. q. n. cum. o. b. hoc eſt. b. d. ad. b. o. vt ſumma dierũ vnius & alterius viatoris ad minoré numerũ dierũ velocioris. Breuiter itaq; obtineremus intentũ qñ diceremus ſi ſumma dierum, quibus iter agitur à viatoribus talis eſt (2 o) reſpectu numeri dierum velocioris (9) qualis & cui reſpõdebit totum ſpacium. b. d? vnde dabitur ſpacium b. o. vnde reliqua omnia nobis cognita emergent.

Cum autem antiquorum regula iubeat numerum dierum vnius, cum numero dierum alterius multiplicari, ac poſtmodum diuidi productum per ſummam omnium dierum, rectè id quidem fit. Nam cum ſic ſe habeat. b. d. ad. b. o. vt ſumma omnium dierum ad minorem quantitatem dierum velocioris ſcilicet. Ideo temporis proportio à mobili per. b. d. abſumpti ad tempus mobilis per. b. o. eadem erit, quæ ſummæ omnium dierum ad numerum dierum velocioris. Quare rectè dicemus, ſi eiuſmodi ſumma talem reſpectum habet ad minorem numerum dierum, quem numerum reſpiciet dies ipſius. b. d? ex quo proferentur dies reſpondentes ipſi. b. o. cætera iam dicta fuerunt.

Huiuſmodi verò ſpeculationis amplitudo ad pauciſſima verba reduci poteſt, in cuius gratiã ſit ſubſcripta figura pars inquã pręcedentis, in qua cõſtituam⁹. o. n. locũ eũ eſſe quo ſibi viatores obuient, ex quo ſpacium. q. n. à ſuo viatore conficietur, eo ipſo tempore, quo à ſuo ſpacium. b. o. ita que eadem erit proportio. q. n. ad. b. o. quæ. q. g. ad. b. d. eadem erit inquã proportio. d. o. ad. o. b. quæ numeri dierum eius, qui à. b. pergit in. d. ad numerum dierum alterius qui à. q. in p. proficiſcitur, & componendo eadẽ erit proportio. d. b. ad. b. o. quæ ſummæ dierum ad minorem numerum ipſorum, & eadem quæ dierum. b. d. ad dies ipſius. b. o.





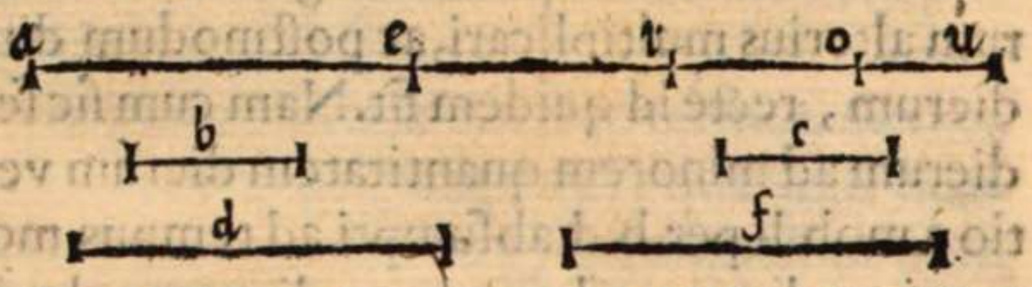
THEOREMA CXV.

CIRCA hæc ipſa itinera aliud quæritur peruenuſtè, in quo quæſito illud conſtituitur cognitum eſſe, nempe interuallum inter duo diuerſa loca, è quibus duo viatores eodem inſtanti vt ſibi occurrant proficiſcuntur, certaq; milliaria ſingulis diebus conficiant, ita tamen, ut unus ordinatè plura altero ambulet, quæritur deinde quoto die ſibi occurrent. Hoc autem fit diuiſo toto interuallo locorum per ſummam milliariorum quam vterque quotidie abſoluit.

Exem-

Exempli gratia, distant loca. 100. milliaribus à se inuicem ; vnus autem viator singulis diebus. 15. milliaria, alter. 10. conficit si itaque. 15. cum. 10. coniũgamus, summa erit. 25. per quã diuisis milliaribus. 100. totius interualli proferetur. 4. numerus quæsitus dierum quo viatoribus iter agendum erit prius quam sibi obuient.

In cuius speculationis gratiam totum iter significetur linea. a. u: primi autem viatoris iter diurnum sit. a. e. & alterius. u. o: terminus verò. i. sit occursus ita vt eodem tempore, alter spacium. a. i. alter. u. i. confecerit, spacij autem. a. e. tempus per. b. significetur & tempus spacij. u. o. per. c. quæ tempora erunt inter se æqualia, porrò spacij. a. i. tempus per. d. & spacij. u. i. per. f. denotetur, æqualibus inquam, ex quo eadem proportio erit. a. e, ad. a. i. quæ. b. ad. d. et. o. u. ad. u. i. quæ c. ad. f. vnde permutando eadem erit proportio itineris ipsius. b. ad iter ipsius. c. quæ itineris. d. ad iter ipsius. f. & componendo itinerum ipsius. b. c. ad iter. c. vt itinerum. d. f. ad iter. f. & permutando itinerum b. c. ad itinera. d. f. vt itineris. c. ad. iter ipsius. f. meritò itaque quęritur si itinera. b. c. dat itinera. d. f. quid dabit tempus. c. nempe dabit tempus. f. sed. c. signatum est pro vna die, quare in proposito exemplo. f. significabit 4: dies.



THEOREMA CXVI.

ANtiquorum monumentis traditum motum reperimus diuinandi numeri quem quis mente conceperit, quo iubemus eum qui numerum cogitauerit, dimidium cogitari numeri addere cogitato, atque huic summæ, rursus eiusdem summę dimidium adiungere, tum quærimus, quoties noueratius totam eam summam ingrediatur patefactis fractis si qui occurrant.

Exempli gratia, si quis cogitasset numerum. 12. iubebant huic dimidium addi, nempe. 6. ex quo summa erat. 18. iubebant, præterea dimidium huius summæ nempe. 9. toti summæ adiungi, quæ fuisset. 27. adhæc quærebant sibi patefieri quoties. 9. summam prædictam ingrederetur, & si in prima aut secunda diuisione aut etiã vtraque, fracti reperirentur, ac quoties nouem vltimam summam ingrediebatur, toties. 4. multiplicabant. Quod si in prima diuisione fracti erant, vltimo producto addebant vnitatem; sin verò in secunda, binarium adiungebant, ex quo exactus numerus quæsitus proferebatur.

Pro cuius rei ratione sit. a. numerus cogitatione compræhensus et. e. ipsius. a. cum eiusdem medietate summa et. i. ipsius. e. cum eiusdem medietate itidem summa, vnde. i. e. a. tres numeri continui proportionales, in sesquialtera proportione euadent. Sumantur nunc tres numeri. 4. 6. 9. in eadem proportionalitate. Vnde ratione equalitatis proportionum ita se habebit. i. ad. a. quẽadmodum. 9. ad. 4. & permutando. i. ad. 9. quemadmodum. a. ad. 4. & ob id. 4. toties ingredietur. a. quoties. 9. ipsam. i. Sed quia sępe contingit, vt in secunda diuisione, aut in ambabus etiam diuisionibus reperiantur numeri fracti, animaduertendum est numerum animo compræhensum. a. scilicet aut parem aut imparem semper futurum. Si par est, aut multiplex erit ad. 4. aut non. Si priori modo se habebit in duabus diuisionibus, nullus numerus fractus admittetur, sed si ad. 4. multiplex non erit, à multiplicibus per duo semper differet, & si per medium diuidatur, eiusdem medietas impar semper erit, vnde prior

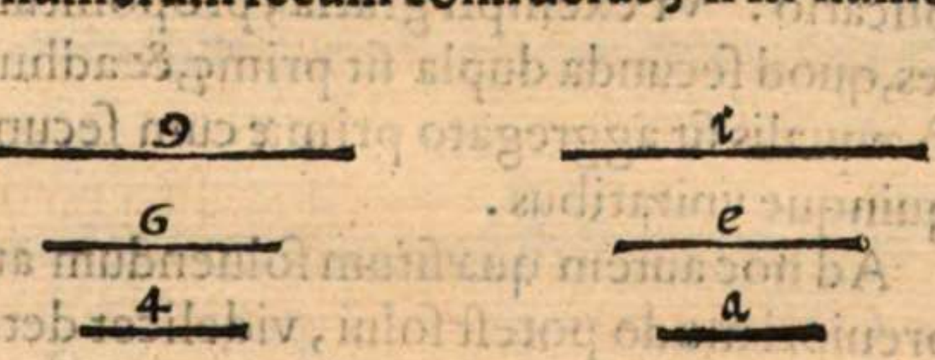
quo-

quoque ſumma par nunquam exiſtet, cuius medietatem aliquod medium ſemper ingredietur, & hanc ob cauſam poſterior ſumma cum fracto ſemper erit, & numerum deſumptum maiorem eſſe multiplici ad quatuor per duo ſignificabit.

At verò ſi inter impares reponatur, aut eorum erit qui ſuperant multiplicem ipſius quatuor per vnum, ſeu per tria, quod hinc innoteſcet, nempe, quia ſi eorum erit qui dictum multiplicem per vnum tantum vincunt, ſua medietate ipſi numero addita, & præter hanc medietatem medio etiam integro adiuncto, tota hæc prior ſumma in numerum parem ſemper euadet, vnde in poſteriori ſumma nullus numerus fractus conſpicietur, & hanc ob causã multiplici ipſius. 4. vnitas ſemper addetur.

Sed ſi numerus deſumptus, in ſerie eorum, qui multiplicem ipſius. 4. per tria ſuperant, collocabitur, hinc compræhendetur, quia primæ ſummæ numerus cum media vnitate ſemper impar erit, vnde ſecunda ſumma præter integras cum media vnitate nobis ſemper occurret.

Quod autem nobis prodere faciamus an in prima diuiſione, & ſecunda numerus aliquis fractus conſiſtat, eò tantum nobis inſeruit, quò deueniamus in cognitionem an numerus animo conceptus multiplicem ipſius. 4. per vnum, per duo, aut tria ſupe ret. Quòd etiam medias eas vnitates ad integros reducere faciamus, eò tantum refertur, vt minori labore eum, qui numerum imaginatione compræhendit, oneremus, quia reuera numerus impar nunquam mente concipi poteſt, quin aliquis fractus in prima diuiſione, aut in ſecunda ſequatur: vnde à numeris imparibus, qui multiplicem ipſius. 4. unitatis tantum exceſſu ſuperãt, poſterior ſumma cũ quarta parte vnitatis, præter integros numeros, & ab imparibus qui dictum multiplicem ipſius. 4. per tria vincunt, cum tribus quartis vnius integri præter integras vnitates; & à numeris paribus, qui multiplicem ipſius. 4. per duo cum medietate vnitatis præter integros ſemper procedit. Ita cum is qui numerum ſecum conſiderat, ſi in numeris fractis verſatus eſſet, qui eum interrogat prudenter ſe gereret, ſi ſibi declarari curaret, quis nam ex fractis ſuper integros ſecũdæ sũmæ remaneret, quia ꝑ quot quarta integros ſecũdæ ſummæ ſuperaret, per totidẽ integros numerus mente conceptus multiplicem ipſius. 4. ſuperaret.

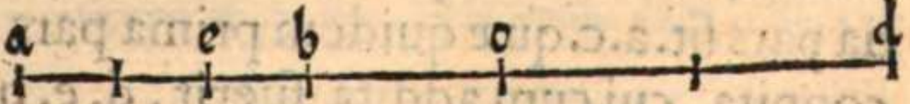


THEOREMA CXVII.

VNDE fiat, vt ſi aliquis quemuis numerum animo compræhendat, eique numero alium etiam quemlibet numerum propoſitum addat, & à tertia parte huius ſummæ tertiam partem numeri imaginati detrahet, reſiduum ſecundi numeri adiuncti, ideſt propoſiti, tertia pars erit.

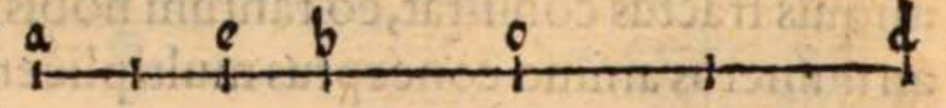
Vt exempli gratia, ſi aliquis de numero denario cogitaſſet, huicq; 24. adderet, vnde triginta quatuor efficerent, detrahendo nunc tertiam partem numeri de narij cogitatione concepti, ideſt. 3. cum tertia parte vnius, à tertia parte huius ſum mæ ideſt ab vndecim & vna tertia parte remanerent. 8. ideſt tertia pars numeri additi. Id quod mihi inter iocos in honeſtorum hominum cætu in mentem venit.

Pro cuius ratione, prior numerus imaginatus mediante linea. a. b. et is, qui additus eſt intercedẽte linea. b. d. è directo con-



coniunctis denotetur, et.b.e.ſit tertia pars ipſius.a.b.prioris numeri imaginati,et.b c.tertia pars ipſius,b.d.ſecundi numeri propoſiti, vnde coniunctum vnius harum tertiarum partiũ cũ alia ſit.e.c. quod quidem. e.c.eſſe tertiam partem ſummæ duorum primorum ideſt.a.d.aſſero. Iam manifeſtum eſt ipſius. d.b. ad.b.c.eſſe quemadmodum ipſius.a.b.ad.b.e.vnde viciſſim ipſius. d.b.ad.b.a.erit quemadmodum ipſius.b.c.ad.b.e.& coniunctim ipſius.d.a.ad.a.b.quemadmodum ipſius.c.e.ad.e.b. & viciſſim ipſius.d.a.ad.c.e.quemadmodum ipſius.b.a.ad.b.e.ſed proportio ipſius.b.a. ad.b.e.eſt tripla, ergo ea quæ eſt ipſius.a.d.ad.e.c.erit quoque tripla; vnde ſumendo. e.c.pro tertia parte ipſius.a.d.& ab ipſa .e.c.ſubtrahendo tertiam partem ipſius .a.b. tertia pars ipſius.b.d.remanebit.b.c.

Aut alio hoc modo, ſupponendo.e.c.tertiam partem ipſius. a.d.et.e.b. ipſius. a.b. exiſter. Dico.b.c.tertiam partem ipſius.b.d.futuram:quia ſi totius. a.d. ad totum e. c. ita ſe habet,quemadmodum.a.b.à toto.a.d. diſſecti atque diuulſi ad.e.b.à toto.e.c.diſtractum, ergo ex. 19.lib.quinti Euclid.reſidui.b.d.totius.a.d.ad reſiduum.b.c. totius.e.c.erit,vt totius.a.d.ad totũ. e. c.atque hic quidem modus rem propoſitã ſpeculandi mihi aptior & commodior eſſe videtur.



THEOREMA CXVIII.

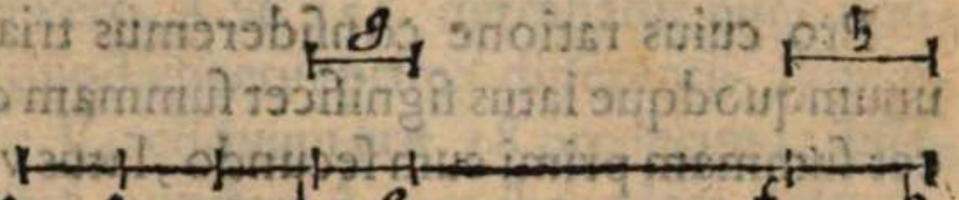
PErmulta ac varia problemata inuenerunt antiqui,longioribus verò vijs reſoluta, propterea quòd nõ ſemper nobis ſuccurrit breuiſſima in vnaquaque re explicatio. Vt exempli gratia, proponitur numerus. 50.diuidendus in tres tales partes,quod ſecunda dupla ſit primę,& adhuc eam ſuperet tribus vnitatibus, tertia verò æqualis ſit aggregato primæ cum ſecunda,& amplius ipſum aggregatum ſuperet quinque vnitatibus.

Ad hoc autem quæſitum ſoluendum antiqui vtebantur regula falſi, quod reuera breuiori modo poteſt ſolui, videlicet detra hendo illud ſecundum exceſſum, quinque ſcilicet ex.50.ita vt nobis.45. remaneret,cui medietati hoc eſt.22.cum dimidia vnitate,ſi addiderimus illud quinque habebimus. 27.cum dimidia vnitate pro tertia parte quæſita ipſius numeri. 50. deinde ſi ab eodem numero. 22. cum dimidia vnitate detractum fuerit illud. 3. primus exceſſus datus, remanebit. 19. cum dimidia vnitate, cuius tertia pars,hoc eſt. 6. cum dimidia vnitate, prima pars, ex tribus quæſita erit, quæ quidem ſi detraxerimus ex.19. cum dimidia vnitate, reliquum erit.13.cui cũ additus fuerit primus exceſſus ideſt.3. Iam propoſitum reſultabit nobis. 16. pro ſecunda parte quæſita.

Ratio verò huiuſmodi operationis talis eſt, ſit verbi gratia totalis numerus propoſitus ſignificatus per lineam.a.b.cuius ſecundæ partis numerus datus ſignificetur per lineam.g.& numerus tertiæ partis propoſitus per lineam.h.Nunc dempta. h. ex a.b.nobis cognita,remanebit.f.a.qua quidé per æqualia imaginatione diuiſa in puncto. e. & ipſi. e. f. addita. f. b. tota. e.b.nobis cognita erit, quæ quidem tertia pars quæſita ipſius.a.b.erit,propterea quòd.a.e.(quæ æqualis eſt ipſi. e. f.) erit ſumma primæ, & ſecundæ partis. Detrahatur poſteà.g.ex.e.a. & remanebit.d.a.cuius tertia pars ſit.a.c.quæ quidem prima pars quæſita erit, & nunc cognita, & ita.c.d. cognita, cui cum addita fuerit. d. e. habebimus ſecundam partem quæſitam, quæ

compo-

componitur ex.d.c.dupla.ad.a.c.primam partem, & ex.d.e.numero dato. tertia verò pars.e.b.composita est ex. e.f.æquali.a.e.hoc est æquali compositio ex prima, & secunda parte, & ex.f. b. numero dato vt proponebatur.

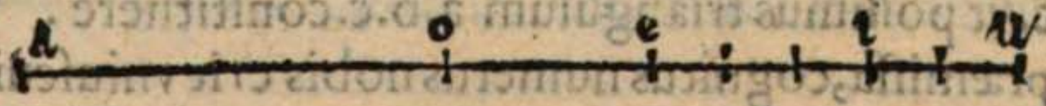


THEOREMA CXIX.

INter alia problemata ab antiquis inuenta, hoc etiam ponitur. Aliquis interrogat quot sint horæ, alius verò respondit tot esse, quot duæ tertiæ præteriti temporis simul iuncta cum tribus quintis futuri temporis totius diei naturalis efficiunt. Nunc quæritur quot sint horę.

Antiqui, hoc etiam problema soluebant mediante regula falsi, sed mihi alio modo soluendum esse dictum problema videtur. Accipio enim ex quinque, tres vnitates, pro parte futuri temporis, quas quidem in tres vnitates præteriti temporis duco, vnde proueniunt mihi nouem vnitates, quod productum coniungo cũ quinque futuri temporis, vnde veniunt. 14. vnitates, ex regula postea de tribus ita dico si ex. 14. mihi prouenit. 9. quid resultabit ex. 24. & prouenient mihi horæ. 15. cum tribus septimis vnius horæ, hoc est minuta ferè. 26.

Pro cuius ratione, quinque vnitates, seu partes temporis futuri significentur à linea.e.u.quarum trium significentur à linea. e.i.sumpta deinde sit linea.e.o.æqualis lineæ.e.i. et.e.a.tripla sit ad.o.e.vel ad.e.i.quod idem est, vnde.a.e. composita erit ex.a.o.(hoc est ex duabus tertijs ipsius.a.e.) & ex o.e.(hoc est ex tribus quintis ipsius.e.u.)vnde.a.u.ad.a.e.eandem rationem obtinebit, quæ.14.ad.9. propterea igitur possumus recte ratiotinari si.14.nobis dat.9.quid dabit. 24. qui quidem.24. nobis dabit. 15. cum min.26. quod rectè factum erit ex.20. septimi Euclidis.

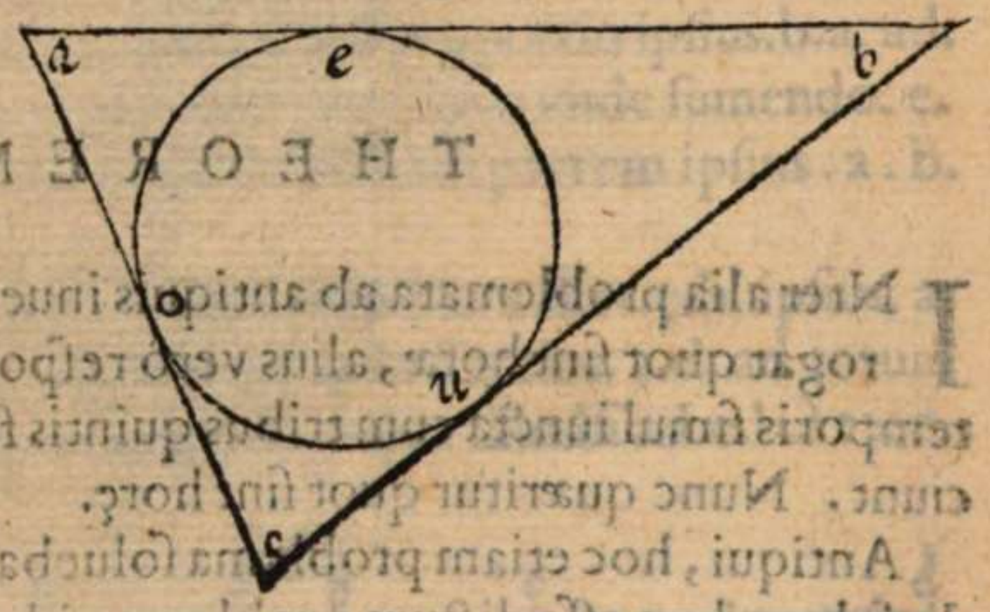


THEOREMA CXX.

SVpponunt etiam antiqui tres socios nummos habere, quorum summa primi & secundi cognita sit, item summa primi & tertij cognita & summa secundi & tertij item cognita, atque ex huiusmodi tribus aggregatis veniunt in cognitionem particularem vniuscuiusque illorum.

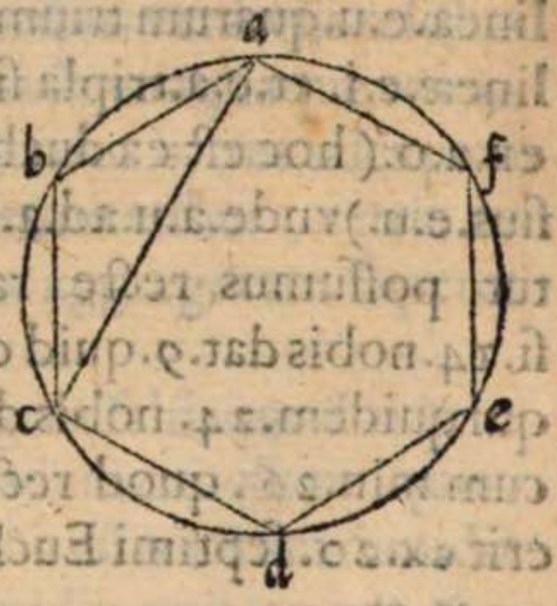
Gemafrisius soluit hoc problema ex regula falsi. At ego tali ordine progredior. Sit verbi gratia, summa primi cum secundo. 50. & secundi cum tertio. 70. & primi cum tertio. 60. harum trium summarum accipiantur duæ quæuis, vt puta. 50. &. 70 quæ coniunctæ simul dabunt. 120. à qua summa detrahatur reliqua, idest. 60. & restabit nobis. 60. cuius medietas erit. 30. hoc est numerus nummorum secundi socij quo numero detracto à. 70. hoc est à summa secundi cum tertio remanebit. 40. hoc est numerus tertij socij, & hic numerus desumptus à. 60. residuus erit numerus primi socij.

Pro cuius ratione cõsideremus triangulum hic subnotatum .a. b. c. cuius unumquodque latus significet summam duorum sociorum, vtputa latus.a. b. significet summam primi cum secundo, latus verò.b.c.summam secundi cum tertio, latus autem. a. c. summam primi cum tertio, et.a.e.seu.a.o.sit numerus primi socij, et. e.b.vel.b.u.sit secundi socij,et.c.u.seu.c.o.sit tertij, cum autem.a. e. æqualis sit. a. o. et.b.e:æqualis.b.u.et.c.u. æqualis. c. o. ex suppositõ si dẽpta fuerit summa seu latus.a.c.datum ex aggregato laterum. a.b.cum.b.c.reliquarum luminarum, relinquet nobis cognitum aggregatum ex.b.e.cum.b.u. Quare & eius medietas.b.e.siue.b.u.nobis cognita erit,qua detracta ex summa.b.a. relinquetur nobis cognitus numerus.a.e. detracto verò numero.a.e.hoc est.a.o.ex.a.c.summa,seu latus, aut.b.u.ex.b.c.remanebit o. c. seu.c.u.cognitus.



THEOREMA CXXI.

HAC etiam methodo hoc facere possumus non solũ de tribus socijs, sed etiã de omnibus quotquot volueris,vt exempli gratia, sint sex socij. a.b.c.d.e.f. quorum summa per binos cognita,vtputà summa numeri.a.cum.b.cognita nobis sit, & summa numeri. b.cum.c.& summa.c. cum. d. & summa.d. cum.e.& summa.e.cum. f. necesse est etiam scire summam duorum vno relicto, vtputa summam.a. cum c.vt possimus triangulum.a,b.c.constituere. Vnde ex præmissa,cognitus numerus nobis erit vniuscuiusque.a. b. c. Quapropter dempto numero.c.ex summa.c.cum d.& numero.d.ex summa.d.cum.e.& numero.e.ex summa.e.cum.f.habebimus intentum.



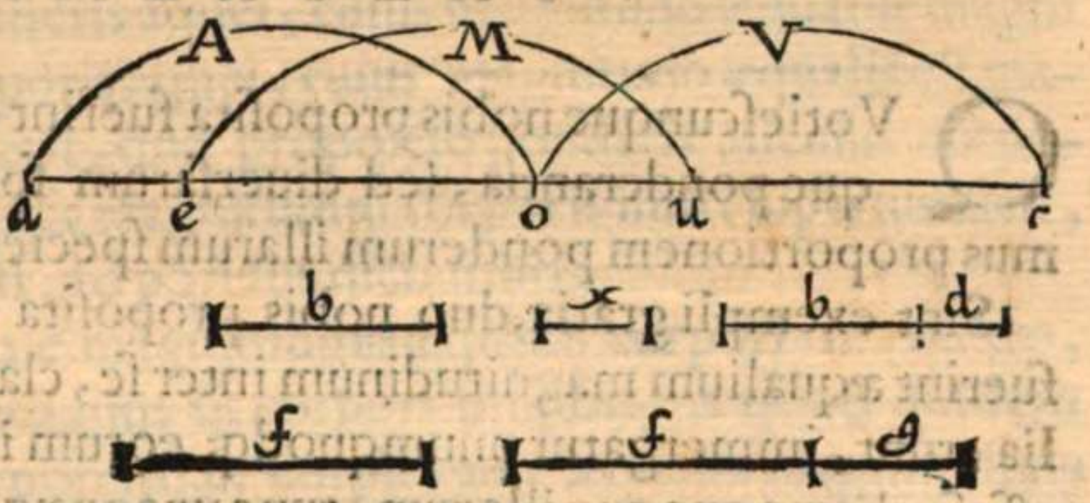
THEOREMA CXXII.

CVM aliquando, illud quod Archimedes inuenit, vt furtum Regi ab aurifabro in regia corona factum, quemadmodum scribit Vitruuius,proderet, contemplarer,mihi etiam visum est,vt aliquem modum scientificum inuestigarem,quo proportio auri ad argentum, quod in aliquo proposito corpore ex ipsis misto cogniti ponderis cognosci posset. Et cum multos diuersis temporibus excogitarim officio meo deesse nolui in ijsdem literarum monumentis mandandis, quorum hic vnus erit:proposita nobis sint tria corpora. A. M. V. æqualia inter se, sed diuersarum specierum materiei, vtputa quod. A. sit argenteum, & omogeneum. V. verò aureum omogeneum, & M.mixtum ex auro, & argento, ideſt heterogeneum, cupimusergo scire iustã quantitatem auri & argenti, quæ est in ipso corpore. M. misto. Ita igitur faciamus. Videamus primum quantum sit pondus vniuscuiusque ipsorum corporum, ponamus autem pondus corporis. V.auri esse vt. 234. pondus

autem

autem corporis. M. misti. vt. 216. argentei verò. A. vt. 156. detrahatur nunc pondus. A. ex pondere. V. Reliquum erit. 78. quod vocetur prima differentia seruanda, dematur etiam pondus. M. ex pondere. V. reliquum erit. 18. pro secunda differentia, etiam seruanda, multiplicetur posteà pondus. A. per secundam differentiam, productum verò diuidatur per primam differentiam. Vnde in præsenti exemplo proueniet nobis. 36. quiquidem prouentus erit quantitas argenti ipsius corporis misti. M. quo etiam detracto ex pondere totali ipsius. M. reliquum erit quantitas auri eius corporis, hoc est. 180.

In cuius operationis speculatione, aliquid natura sua prius cognitum præcedere oportet hoc est, quod omnia corpora omogenea eandem proportionem obtinent inter quantitates, quam inter pondera. Quo suppositio denotetur corpus. A. linea. o. a. corpus autem. V. linea. o. c. & corpus. M. linea. e. u: sed. e. o. significet partem argenti, et. o. u. partem auri in corpore misto. M. vnde ex communi conceptu habebimus. o. e. æqualem. u. c. cùm ex hypothesi. e. u. æqualis sit. o. c. et. a. o. similiter. Significetur posteà pondus. a. o. ab. f. & pondus. e. u. ab. b. x. & pondus. o. c. ab. f. g. pondus verò. o. e. ab. b. pondus autem. o. u. ab. x. pondus enim. u. c. ab. b. d. et. g. sit differentia, qua. f. g. maior est. f: et. d. differentia qua. b. d. maior est. b. Vnde ex ratione omogeneitatis eadem proportio erit. a. o. ad. e. o. vt. f. ad. b. et. o. c. ad. u. c. quæ. x. b. d. seu f. g. (quod idem est) ad. b. d. Quare ex. 11. quinti eadē erit proportio. f. ad. b. vt. f. g. ad. b. d. & permutando ita erit. f. ad. f. g. vt. b. ad. b. d. & separando ita. f. ad. g. vt. b. ad. d. Sed. g. cognita nobis est, vt differentia inter. f. g, et. f: cognita nobis est etiam. f: cognoscimus itidem. d. vt differentiam inter. x. b. d. et. b. x. quapropter cognoscemus. b. ex. 20. septimi Eucli. & sic. x. residuum. ex. b. x.



THEOREMA CXXIIII.

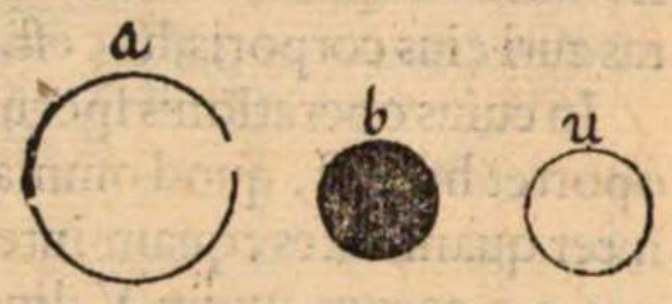
NVNC ex methodo præcedentis propositi deuenire possumus in cognitionem veræ quantitatis auri, & argenti confusi in corona Hieronis constituendo primum duo corpora simplicia æqualia inter se, & coronæ hoc modo videlicet; immergendo coronam, seu corpus mistum in aliquod vas aqua plenum, & diligenter colligere aquam, quæ ex eo effundetur, posteà verò oportet aliud vas inuenire præcisæ capax illius aquæ collectæ, in quod demum infundatur tantum auri, & posteà tantum argenti, quantum fieri potest, vnde vnumquodque horum duorum corporum simplicium æquale erit mixto, seu coronæ, & sic quod dictum est in præcedenti theoremate exequemur.

THEOREMA CXXIIII.

SED vt breuiori methodo idem præstemus, quod in antecedenti proposito dictum est, quædam theoremata præmittenda sunt, videlicet quòd quotiescunque fuerint tria corpora, quorum duo inuicem æqualia sint in quantitate, sed diuersa-

rum ſpecierum materiæ,tertium verò corpus maius,vel minus ſit in quantitate vtroque illorum, ſed eiuſdem materiæ vnius quod vis illorum, ponderis verò alterius, sẽper eadem proportio erit inter pondera æqualium corporum, quæ inter quãtitatem corporis inæqualis,& eam quæ vnius cuiuſuis æqualium.

Exempli gratia, ſit.b.corpus aliquod aureum æquale corpori.u. argenteo, ſit etiam corpus.a.argenteum maius corpore.b.vel.u.ſed ponderis eiuſdem, quod auri.b. Tunc dico eandem eſſe proportionem ponderis.b.ad pondus.u.quæ eſt magnitudinis.a. ad magnitudinem.u.Quod ratiocinemur hoc modo, nam cum proportio corporeitatis.a.ad corporeitatem.u. eadem ſit,quæ ponderis.a.ad pondus.u. ex ratione omogeneitatis, ponderis verò.b.ad pondus.u.ex.7. quinti,eadem quæ ponderis.a.ad pondus.u.ideo ex 11.eiuſdem proportio ponderis.b.ad pondus.u.eadem erit, quæ corporeitatis. a. ad corporeitatem.u.vel ad corporeitatem.b.quæ æqualis eſt alteri.



THEOREMA CXXV.

QVotieſcunque nobis propoſita fuerint duo corpora cuiuſuis magnitudinis æque ponderantia, ſed diuerſarum ſpecierum materiæ, cum ſcire voluerimus proportionem ponderum illarum ſpecierum inter ipſas hoc modo faciemus.

Sint exempli gratia,duo nobis propoſita corpora.a.et.b.(vt dictum eſt) quæ ſi fuerint æqualium magnitudinum inter ſe, clarum erit quod quæritur, ſed inæqualia erunt, immergatur unumquodq; eorum in vas aqua plenum,& collecta ſit aqua effuſa ab vnoquoque illorum, tunc vnaquæq; iſtarum aquarum æqualis magnitudinis erit ſui corporis impellentis, & proportio ponderoſitatis illarum eadem erit, quæ earum magnitudinum ex omogeneitate,quapropter ſi vnamquamque illarum ponderabimus, habebimus propoſitum ex præcedenti theoremate.

THEOREMA CXXVI.

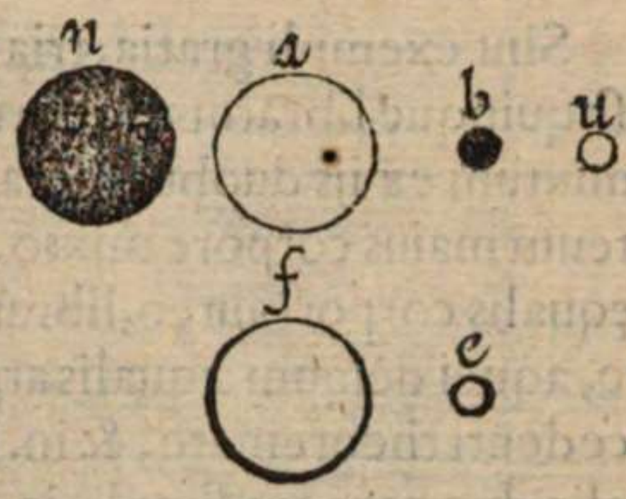
SED cum ſcire voluerimus pondus alicuius magnitudinis aquæ æqualis alicui corpori ponderoſo,breuiſſimus modus erit ponderando ipſum corpus tam in aere,quàm in aqua, & quia ſemper leuius erit in aqua, tunc differentia ponderum ipſius corporis, erit pondus quæſitum, hoc eſt vnius corporis aquei æqualis magnitudinis magnitudini corporis propoſiti ex. 7. propoſitione lib. Archimedis de inſidentibus aquæ.

Quare ex præmiſſis quotieſcunque immerſa fuerint in aquam dicti vaſis duo corpora æquè ponderantia, ſed diuerſarum ſpecierum, vt dictum eſt, proportio ponderis aquæ maioris ad pondus aquæ minoris magnitudinis eadem ſemper erit, quæ ponderis minoris corporis ad pondus alicuius corporis eidem æqualis, ſpeciei verò maioris, vel eadem proportio ponderis alicuius corporis æqualis maiori,ſpeciei verò minoris ad pondus ipſius maioris.

Vt puta ſit corpus.a.argenteum æqualis ponderis corpori.b.aurei, & corpus.u. argenteum æqualis magnitudinis corpori.b.aurei, corpus verò.n.aureum æqualis magnitudinis corpori.a.argentei,corpus verò.f.aqueum æqualis magnitudinis cor-

pori

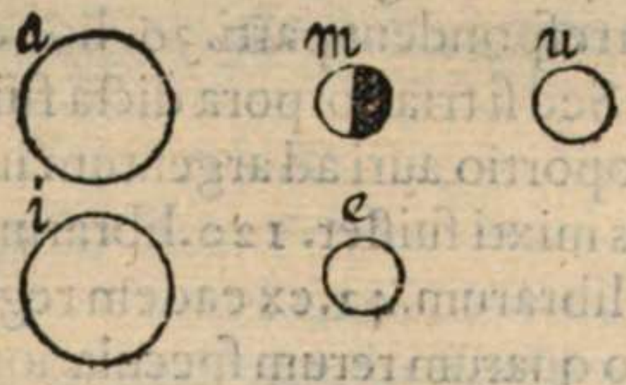
pori.a.argentei,corpus autem.e.aqueũ æqualis magnitudinis corpori.b.aurei. Tunc dico proportionem ponderis.f.ad pondus.e.eadem esse, quæ ponderis.b.ad pondus.u.vt in præcedenti theoremate iam dictum est,vel quæ ponderis.n.ad pondus.a.ex 11.quinti Euclidis. Propterea quòe ponderis. n.ad pondus.a.est vt poderis.b.ad pondus.u.eo quòd permutando ponderis.n.ad pondus.b.est vt ponderis. a.ad pondus.u.ex corporum omogeneitate, & ex æqualitate magnitudinum corporum antecedentium & consequentium.



THEOREMA CXXVII.

SCire etiam nos oportet, quòd quotiescumque fuerint duo corpora aquea, quorum vnum æqualis magnitudinis sit alicui misto, quod quidem mistum graue sit tam in aere, quàm in aqua, alterum verò corpus aquem æqualis sit magnitudinis alicui corpoli simplici, quod quidem corpus simplex æqualis ponderis sit dicto corpori misto. Tunc proportio ponderis aquei, cuius magnitudo æquatur magnitudini corporis misti, ad pondus corporis aquei, cuius magnitudo æqualis est magnitudini corporis simplicis, eadem erit, quæ proportio ponderis alicuius corporis simplicis, cuius magnitudo æqualis sit magnitudini corporis misti superius dicti, sed speciei corporis simplicis iam dicti, ad pondus dicti misti.

Exempli gratia, sit corpus aqueum.e.magnitudinis æqualis corpori.m.mixto, corpus verò aqueum.i.æqualis magnitudinis sit corpori simplici.a.quod quidem corpus.a.æqualis ponderis sit cum corpore.m.& corpus.u.sit æqualis magnitudinis cum corpore.m.sed speciei corporis.a. Tunc dico proportionem ponderis.e.ad pondus.i.eãdem esse,quæ ponderis.u.ad pondus.m.primum nulli dubium est, quin eadem proportio sit magnitudinis.e.ad magnitudinem.i.quæ magnitudinis.m.ad a.sed.m.ad.a. est vt.u.ad.a.ex.7.quinti quare ex.11.eiusdem proportio.e.ad.i.erit vt.u.ad.a. de ipsius magnitudinibus loquendo,sed proportio ponderis.u.ad pondus.a.eadem est, quæ magnitudinis.u.ad magnitudinem.a.ex omogeneitate.Idem dico de pondere.e.ad pondus.i.Quare proportio ponderis.e.ad pondus.i.eadem erit quæ ponderis.u.ad pondus.a. Sed ponderis.u. ad pondus.m.eadem est quæ ponderis.u.ad pondus.a. ex.7.quinti, ergò ex.11. eiusdem proportio ponderis.e.ad pondus.i.eadem erit, quæ ponderis.u. ad pondus.m.quod est propositum.



THEOREMA CXXVIII.

NVNC ad cognoscendam proportionem duarum diuersarum specierum in corpore misto proposito, tribus corporibus aqueis mediantibus, quæ quidẽ corpora æqualium magnitudinum sint alijs tribus corporibus vnius & eiusdem ponderis, quorum vnum sit mixtum, reliqua verò duo simplicia,sed specierum mixti, hoc ordine procedemus.

Sint

Sint exempli gratia, tria corpora æquè ponderantia, & vnumquodque illorum ſit quinque librarum, quorum vnum ſit aureum, aliud argenteum, reliquum verò mixtum ex ijs duobus metallis, vnde corpus aureum ſimplex minus erit, & argenteum maius corpore mixto, quod nulli dubium eſt, ſit nunc pondus corporis aquei ęqualis corpori aureo, librarũ. 3. aquei verò ęqualis miſto, ſit librarũ 3. cũ quarta parte, aquei demum æqualis argenteo, librarum. 4. cum dimidia, vnde ex ijs, quæ in præcedenti theoremate, & in. 126. theoremate diximus, ſi imaginatione concipiemus alia duo corpora ſimplicia, auri, & argenti, ſed æqualium magnitudinum mixto, habebimus proportionem ponderis aurei ad pondus corporis mixti vt triũ librarum cum quarta vnius ad. 3. libras, & proportio ponderis mixti ad pondus argentei erit, vt proportio librarum. 4. cum dimidia ad tres libras cum quarta parte vnius libræ, & proportio ponderis aurei ad pondus argentei vt librarum. 4. cum dimidia ad libras. 3: hoc eſt aurei ad mixtum, vt. 13. ad. 12. & mixti ad argenteum, vt. 18. ad. 13. & aurei ad argenteum, vt. 3. ad. 2. ideſt, vt. 18. ad. 12.

Nunc inueniantur duo numeri ita inter ſe proportionati, vt. 3. ad. 2. habentes tamen inter ipſos numerum ita proportionatum ad maximum, vt. 12. ſe habet ad. 13. & ita proportionatum ad minimum, vt ſe habet. 18. ad. 13. quod hoc modo inueniemus, multiplicabimus. 18. per. 12. & proueniet nobis. 216. pro numero medio, poſteà multiplicabimus. 18. per. 13. & proueniet. 234. pro maximo, demũ multiplicando. 12. per. 13. proueniet. 156. pro minimo, ita quod. 234. correſpondebit ponderi corporis aurei: 216. verò ponderi mixti, et. 156. ponderi argentei æqualium magnitudinum.

Cum autem proportiones horum trium corporum inuenerimus, ſi ordinem theorematis. 122. ſequemur, habebimus quod quærebamus, & inueniemus in præſenti exemplo proportionem ponderis auri ad pondus argenti in corpore mixto eſſe, vt. 180. ad. 36. ſed quia ſuppoſitum fuit corpus mixtum eſſe quinque librarum, propterea dicemus. Si. 216. hoc eſt toti corpori mixto correſpondent quinque libræ: tunc parti. 180. hoc eſt auro in ipſo corpore mixto, correſpondent libræ. 4. cum duabus vncijs, ex regula de tribus, reſiduum verò quinque librarum, ideſt vnciæ decem, correſpondent parti. 36. hoc eſt argento in dicto corpore mixto.

Sed ſi tria corpora dicta fuiſſent inuicem ita proportionata, vt. 40. 47. 60. tunc proportio auri ad argentum in corpore mixto eſſet vt. 13. ad. 7. quapropter cũ pondus mixti fuiſſet. 120. librarum, tunc aurum ipſius eſſet librarum. 78. argentum verò librarum. 42. ex eadem regula.

Pro quarum rerum ſpeculatione nil aliud oportet hunc dicere cum ſatis dictum à nobis ſuperius fuerit, vno excepto, hoc eſt rationem reddere, qua motus fui ad inueniendos illos. 3. numeros ita inter ſe diſpoſitos, vt dictum eſt, quæ quidem ratio fuit, vt haberemus. 3. numeros ita inter ipſos ordinatè diſpoſitos, vt ſunt pondera trium illorum corporum æqualium magnitudinum. Propterea quòd quamuis inter primos. 3. numeros ponderum corporum aqueorum eædem fuerint proportiones ponderum corporum metallicorum, nihilominus medius numerus extra proprium locum, & inordinatè inueniebatur, reſpectu extremorum, vnde medius numerus in ſuo vero ſitu inter. 18. et. 12. fuiſſent. 16. cũ. 8. tertijs decimis, ſed vt fractorũ incommoditatem euitemus, præcepi, vt multiplicarentur extrema per. 13. vnde producti fuerunt numeri. 234. et. 156. in eadẽ proportione, quæ eſt. 18. ad. 12. ex. 18. ſeptimi, iuſſi etiam multiplicari. 18. per. 12. vt nobis prodiret. 216. ad quem numerum, numerus. 234. ita ſe haberet, ut. 13. ad. 12. ex. 19. ſeptimi, quod autem ita ſit proportionatus

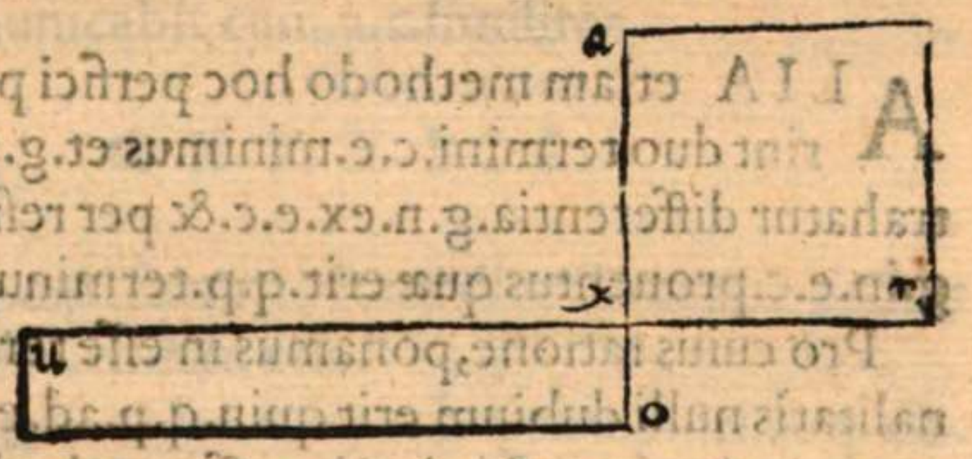
tionatus. 216. ad. 156. vt. 18. ad. 13. manifestum est ex ijsdem, nam tam. 18. quam. 13. multiplicatus fuit per. 12.

THEOREMA CXXIX.

ALIVD proponitur problema hoc modo: supponitur obsidio alicuius loci, vbi alimento ad nutriendos. 10000. homines sufficiunt pro quinque mensibus tantum, sed quia eum locum obsidione non liberari putatur nisi. 18. mensibus exactis, quæritur, quot homines eo tempore illis alimentis nutriri possint, hoc est. 18. mensibus.

Præcipit regula, vt multiplicetur primus numerus, hoc est hominum. 10000. cum secundo, hoc est mensium quinque, productum verò diuidatur per. 18. hoc est mensium, tunc proueniet. 2777. cum. 7. nonis.

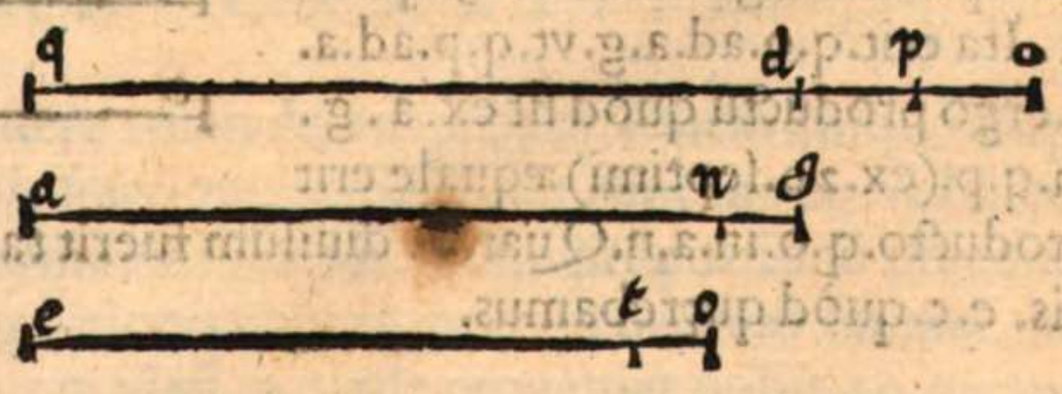
Cuius operationis ratio est hæc, sint exempli gratia duo hic subscripta producta superficialia. a. n. et. o. u. inuicem æqualia, sed tali figura delineata, vt proportio. u. x. ad. x. o. sit, vt. 10000. ad quinque, & proportio. a. x. ad. x. o. sit vt. 18. ad quinque, et. x. n. sit nobis ignota, quæ quidem est illa, quæ indagatur, ita ꝙ vnumquodque istorum productorum significabit alimentum, et. u. x. significabit numerum hominum. 10000. qui quidem homines comederent totum alimentum. u. o. spacio temporis. x. o. quinque mensium, propterea quòd. u. o. supponitur productum esse ab. u. x. in. x. o. Deinde supponẽdo. a. x. tempus esse. 18. mensium, ergo. x. n. significabit numerum hominum, qui eo tempore spacio ali possunt, hoc est. x. a. alimentõ. n. a. eo quòd. a. n. producitur ex. n. x. in. a. x. vnde ex. 15. sexti, seu ex. 20. septimi proportio. x. u. ad. x. n. eadẽ erit, quę. a. x. ad. x. o. quapropter rectè factum erit accipere productũ. u. o. quod idem est in quantitate, quod productum. a. n. & ipsum diuidere per. a. x. vnde nobis proueniat. n. x.



THEOREMA CXXX.

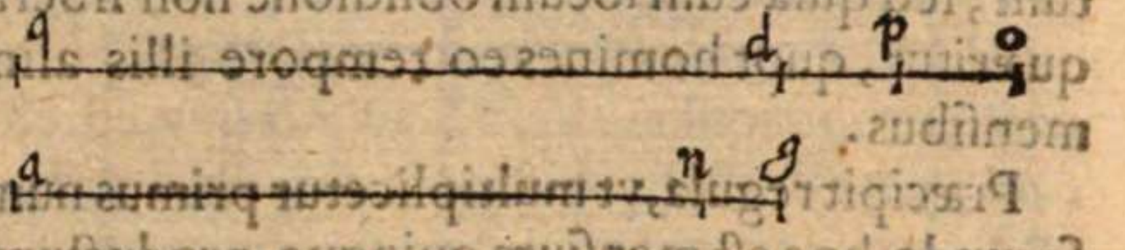
QVotiescunque nobis propositum fuerit inuenire tertium terminum, trium terminorum continuè proportionalium armonicæ proportionalitatis, quorum duo nobis cogniti sint, ita agemus.

Sint, exempli gratia, tres terminũ. q. p: a. g. et. e. c. continuæ proportionalium armonicæ proportionalitatis, quorum. q. p. maior et. a. g. medius sint nobis cogniti, cum ergo voluerimus tertium. e. c. cognitum nobis esse: a. g. detrahatur ex. q. p. differentia verò. d. p. addatur. q. p. quorum summa erit. q. o. cognita, qua mediante diuidatur productum, quod ex. a. g. in. d. p. exurgit, & proueniet nobis. n. g. hoc est minor differentia, eo quòd productum. q. o. in. n. g. æquale est producto



ducto.a.g.in.d.p.ex.20. ſeptimi, propterea quòd proportio.q.o.ad.o.p.hoc eſt ad. d.p.eſt vt.a.g.ad.g.n.coniunctim cum diſiunctim ita ſit. q.p.ad.p.o.vt.a.n. ad. n.g. permutãdo eo quòd.q.p.ad.a.n.(ideſt ad e.c.)ita ſe hẽt ut.p.o.(hoc eſt.d.p.)ad.n.g. ex cõditionibus armonicæ proportionalitatis. Deindeſi detraxerimus.n.g.ex.a. g. remanebit.e.c.minor terminus.

Sed ſi.e.c.tertius terminus nobis propoſitus eſſet ſimul cum.a.g.medio, & voluerimus maiorem inuenire.q.p.ſcilicet, oportebit.e.c.ex.a.g.detrahere, differentiam verò. n. g. ſimiliter demeremus ex.e.c.unde remaneret nobis.e.t. cognitum, quo reſiduo.e. t. mediante diuidemus productum, q̃ ſurgit ex.a.g.in.t.c. & prouentus. d.p.erit differentia maior, eo q̃ productũ quod fit ex.e. t. in.d. p. æquale eſt producto quòd fit ex.a.g.in.t.c.per 20. ſeptimi Euclidis eo quòd. a.g.(id eſt.q.d.)ad.d.p.eſt ut.e.t.ad.t.c.diſiunctim, cum coniunctim ita ſit.q.p.ad.d.p.vt.e. c.ad.t.c.permutando, quia.q.p.ad.e.c.eſt vt.d.p.ad.t.c. hoc eſt ad. n. g. ex legibus dictis.



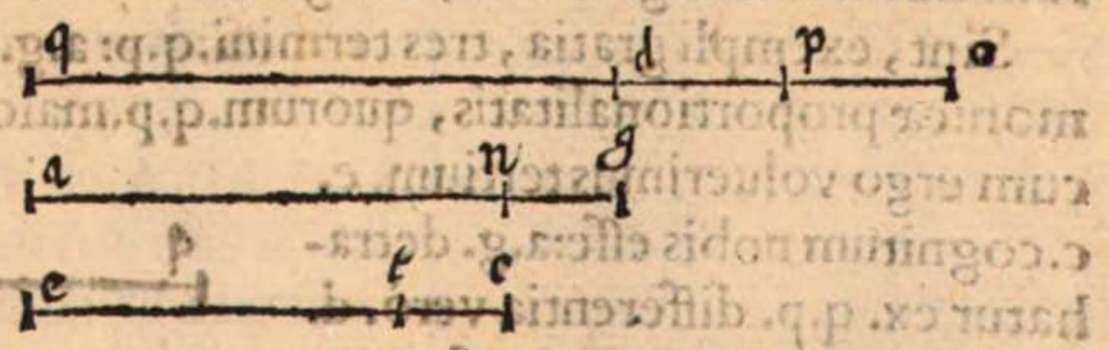
THEOREMA CXXXI.

ALIA etiam methodo hoc perfici poſſe comperi. Propoſiti enim cum nobis fuerint duo termini.c.e.minimus et.g.a.mẽdius, maximus verò quærendus ſit, detrahatur differentia.g.n.ex.e.c.& per reſiduum.e.t.diuidatur productum q̃ fit ex.a. g.in.e.c.prouentus quæ erit.q.p.terminus quæſitus.

Pro cuius ratione, ponamus in eſſe terminum.q.p.tunc ex forma huius proportionalitatis nulli dubium erit quin.q.p.ad.e.c.ſit vt.d.p.ad.n.g.hoc eſt ad.t. c. vnde ex 19.quinti vel. 12.ſeptimi ita eſſet. q.d.ad.e.t.vt.q.p.ad.e.c.quare ex.20.ſeptimi productum q̃ naſcitur ex.p.d.(hoc eſt.a.g.)in.e.c.æquale erit producto.c.t.in.q.p. quapropter ſi diuiſerimus id per.e.t.proueniet nobis.q.p.

Sed cũ nobis propoſiti fuerint duo termini.q.p. maximus, et.a.g.medius, ſi minimũ.e.c.voluerimꝰ inuenire. Terminio.q.p.maximo, iũgat.p.o.ęqualis, p.d.differẽtię propoſitæ, diuidatur poſtea productum q̃ ex.q.p.in.a.g.generatur per.q.o. prouentus autem ſit.e.c. qui quidem erit terminus quæſitus.

Cuius operationis ſpeculatio hæc erit, ſupponatur terminum.e.c.inuentum eſſe vnde.n.g.differentia ſit inter. e. c. et.a.g. ex forma igitur armonicæ proportionalitis ita erit.q.p. ad. a. n.vt.p.o.ad.n.g.vnde ex. 13.quinti. Ita erit.q.o.ad.a.g.vt.q.p.ad.a. n.ergo productũ quòd fit ex. a. g. in.q.p.(ex.20.ſeptimi) æquale erit producto.q.o.in.a.n. Quare ſi diuiſum fuerit tale productum per.q.o.proueniet nobis. e.c.quòd quærebamus.



THEO-

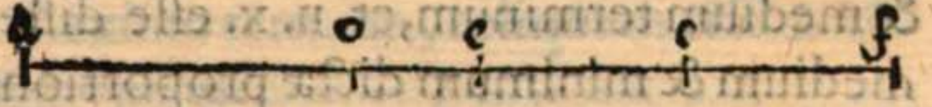
THEOREMA CXXXII.

SED quia aliquis posset in dubium reuocare, an possibile sit inuenire tertium terminum rationalem, seu communicantem duobus datis terminis inter se communicantibus in tali proportionalitate, hoc est harmonica. Vt hoc ostendatur.

Sint duo termini dati.a.o.et.a.e.inter se communicantes, tertius verò inuentus sit.a.c.qui maximus, primò,sit in ea proportionalitate, quem dico communicantem esse cum primis datis.

Nam ex conditionibus huiusmodi proportionalitatis, habebimus primum eandem proportionem esse. a.c.ad.a.o.quæ est.e.c.ad.e.o.vnde permutando ita erit. a.c.ad.e.c.vt.a.o.ad.o.e. & quia ex.9.decimi Euclid.a.o.communicat cum.o.e.quare ex.10.eiusdem.a.c.communicabit cum.e.c. & per.9.cum.a.e. et per. 8. cum. a. o. quod est propositum.

Sed si datus fuerit maximus,a.c.cum medio.a. e. inter se communicantes minimum verò. a.o.probabo cómunicantem cum illis esse. Cogitemus ergo.c.f.æqualem esse differentiæ.c.e.cognitæ, vnde habebimus proportionem,a.c.ad.c.f.vt.a.o. ad.o.e.& componendo.a.f.ad.f.c.vt.a.e.ad.e.o.& quia (ex supposito) .a.c.communicat cum. e. c. hoc est cum . c. f. quare ex eadem.9.dicti decimi.a.f.et.f.c. erũt inter se communicantes, & per.10.a.e. communicabit cum.o.e.& per.9.a.c.cõmunicabit cum. a.o.vnde per. &.a.o.communicabit cum.a.c.similiter.

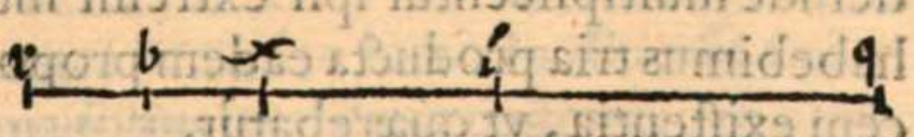


THEOREMA CXXXIII.

SED si nobis duo extremi termini propositi fuerint, & medium inuenire desideremus in dicta proportionalitate, ita faciendum erit.

Sint, exempli gratia, duo termini dati.q.b. et.b.r.minor. b.r.ex maiori.b. q. detrahatur, residuum verò.q.x.multiplicetur per.b.r.productum posteà diuidatur per q.r.vnde proueniet nobis.x.l.pro differentia minori, quæ addita cum.b. x. minimo termino, dabit nobis. b.l.medium terminum harmonicum.

Pro cuius ratione cogitemus dictum medium terminum. b.l.iam inuentum esse, vnde ita erit proportio.q.l.ad.l.x.vt.q.b.ad.b.r.ex forma huius proportionalitatis, quare coniunctim ita erit.q.r.ad.r. b. vt q.x.ad.x.l.& propterea ex. 20. septimi productum, quod fit ex.q.r.in.x.l.æquale erit producto.q.x.in.b.r. Rectè igitur fit cum diuiditur hoc productum per.q.r.vt proueniat nobis. x. l. differentia minor.



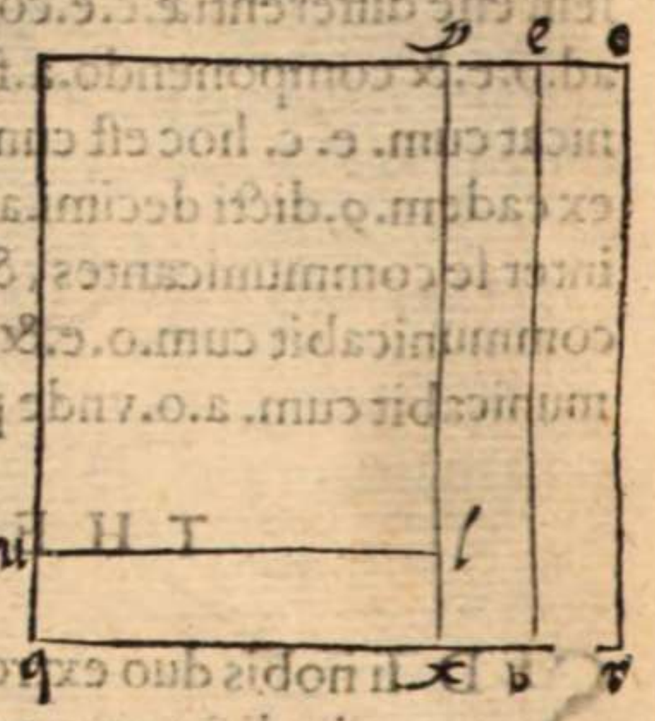
THEOREMA CXXXIIII.

POssumus etiam harmonicè diuidere vnam datam proportionem absque aliqua diuisione productorum, ne nobis fractiones proueniant, hoc modo videlicet.

Nobis propositum sit diuidere harmonicè sesquialteram proportionẽ inueniantur primo minimi termini huius proportionis ut putà. 3. et. 2. quarum summa, hoc est quinque,multiplicetur per minorem ideſt. 2. vnde proueniet nobis.10.qui quidem erit minor terminus trium quæsitorum,quorum maximus erit productum sum

mæ iam dictæ in maiorem eorum, hoc est quod fit ex quinque in 3. quod erit 15. Vt autem medium terminum harmonicum inter istos habeamus, accipiatur duplũ producti, quod fit ex primis minimis terminis, quod erit 12.

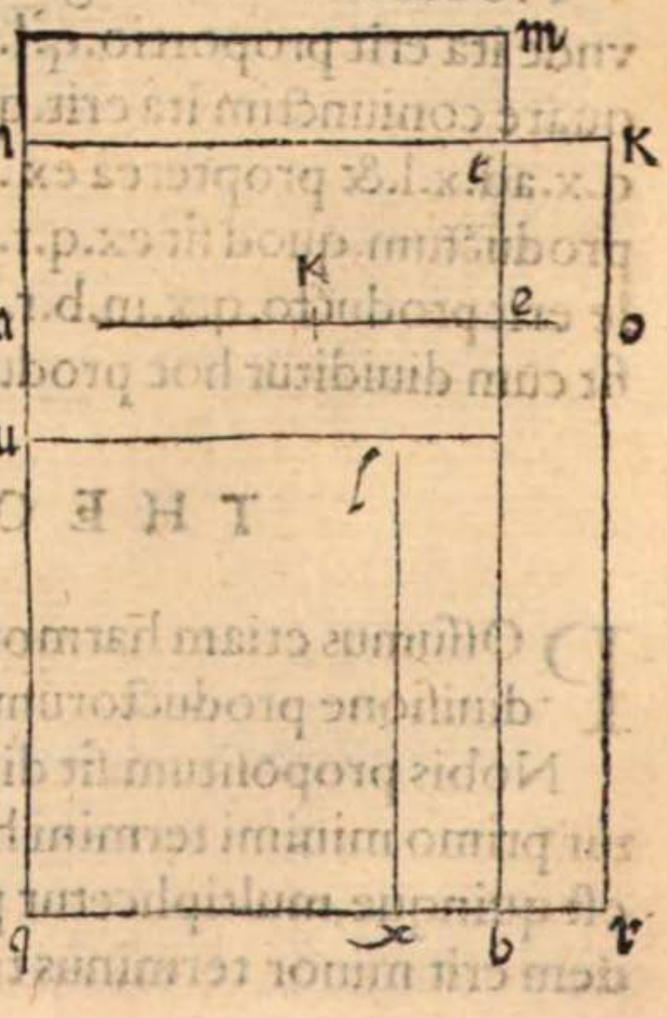
Cuius rei speculatio est ista: significentur duo termini datæ proportionis ab. q. b. et. b.r. quorum summa erit. q.r. cuius quadratum sit. q.o. sit etiam imaginata. b.e. parallela ad. o.r. Sitq; .b.x. æqualis. b.r. et. q.u. similiter, & ducatur. x.y. parallela ad r.o. et. u.l. ad. q.x. Tunc habebimus. b.o. æquale ei producto, quod fit ex. q.r. in. b.r. et. b.y. eidem etiam æquale, et. q.e. pro producto, quod fit ex. q.r. in. q.b. et. q.l. pro eo, quod fit ex. q.x. in. b.r. Vnde. q.l. cum. b.y. æquale fiet duplo ei, quod fit ex. q. b. in. b.r. Dico nunc. b.o. esse minimum terminum eorum, quos quærimus, et. y.b. cum. x.u. medium. q.e. verò maximum huiusmodi proportionalitatis.



Primum ergo certi scimus ex prima sexti vel. 18. septimi eandem existere proportionem. q.e. ad. b.o. seu ad. b.y. quæ. q.b. ad. b.r: sed. u.y. ad. u.x. est vt. y. l. ad. l. x. hoc est vt. q.b. ad. b.r. ideſt vt. q.e. ad. b.o. & summa. u.y. cum. u.x. ideſt. q.y. minor est quam. q.e. maximus terminus per. b. y. minimum terminum. & cõiunctim. q.y. ad. q.l. vt. y.x. ad. x. l. hoc est vt. q.r. ad. r.b. Vnde ex speculatione præcedẽtis theorematis, sequitur. u.y. esse differentiam inter maximũ & medium terminum, et. u. x. esse differentiam inter medium & minimum dictæ proportionalitatis. Nam eadem proportio est. q.e. maximi termini ad. b.o. minimi. quæ. u.y. (differentia inter. q.e. & gnomonem. u.b.y.) ad. u.x. (differentia inter dictum. u.b. y. et. b. y. minimum terminum, quia sunt ambæ ut. q. b. ad. b.r. vt diximus. Quare. b.y. coniunctũ cum. x. u. medius terminus erit, qui quidem (vt dictum est) duplus est ei quod fit ex. q.b. in. b.r.

THEOREMA CXXXV.

ALIVM etiam modum ab antiquis traditum ad hoc problema perficiendum inueni, qui talis est. Inueniatur primo inter datos terminos extremos, medius terminus in arithmetica proportione, per quẽ multiplicetur vnusquisque dictorum extremorum, deinde multiplicentur ipsi extremi inter se, vnde habebimus tria producta eadem proportione inuicem existentia, vt quærebatur.



Exempli gratia, ponamus duos propositos terminos esse. 3. et. 2. quorum medius arithmeticè esset. 2. cum dimidia vnitate, per quem cum vnum quemque priorum multiplicauerimus, emergẽt nobis duo producta, quorum primum ideſt maius esset 7. cum dimidia vnitate, reliquum verò esset quinque, productum posteà quod ex ipsis extremis prouenit, erit. 6. quod quidem est harmonicè collocatum inter. 7. cum dimidia vnitate, & quinque.

Cuius rei speculatio omnis à præcedenti theoremate dependet. Sint exempli gratia, duo termini

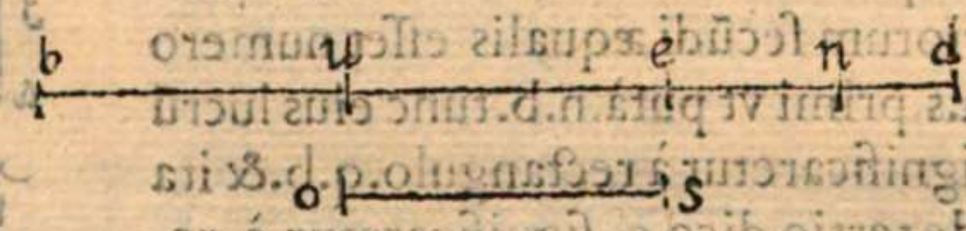
propoſiti.a.e.maior,et.e.o.minor, Sitq;.o.k.medius arithmeticus inter dictos, vnde clarè patebit.o.k.eſſe dimidium ſummæ dictorum terminorum ex. 75.theorema te huius libri. Sit ergo productum a.t.id quod fit ex.a.e.in.o.k.et.o.t. ſit productū quod fit ex.e.o.in.o.k.et.n.m. ſit productum quod fit ex.a.e.in.e. o. quorum vnumquodque erit dimidium vniuſcuiuſque producti præcedentis theorematis, ex. 18. et. 19.ſeptimi Eucli.vnumquodque ſui relatiui. Quare argumentando per mutando à concluſionibus præcedentis theorematis ad has præſentis, habebimus productum.

THEOREMA CXXXVI.

MEDIVM autem contra harmonicū inuenire cum quis voluerit inter duos propoſitos terminos, ita faciendum erit, hoc eſt per ſummam datorum extremorum diuidatur productum quod fit ex minimo termino in differētiam datorum, prouentus poſteà erit differentia inter maximum & medium quæſitum.

Vt exempli gratia, ſi nobis propoſiti fuerint hi duo termini. 3. et. 2. ſumma eorum erit quinque, per quam cum diuiſerimus productum, quod naſcitur ex minimo. 2. in differentiam eorum, quæ eſt vnum, quod quidem erit. 2. tunc duæ quintæ partes prouenient, quæ ſi demptæ fuerint ex maximo termino, reliquum erit. 2. cū 3. quintis, hoc eſt medius terminus contra harmonicus.

Pro cuius ratione cogitemus.u.d.et.x.c.eſſe duos terminos nobis propoſitos, inter quos deſideremus inuenire.o.s.medium ita illis relatū, vt proportio exceſſus ipſius ſupra.x.c. (qui ſit.e. n.) ad exceſſum. u.d. ſupra. o. s. (qui ſit.n.d.) eadem ſit quæ.u.d.ad.x.c.



Cogitemus igitur.x.c. coniunctum eſſe cum.u.d. & hæc ſumma vocetur. b.d.vnde habebimus proportionem. u.d.ad.u.b.vt.e.n.ad.n.d. Quare cōponendo ita erit.d.b.ad.u.b.ut.e.d.ad.n.d.ſed quia.d.b.u.b.et.e.d. quantitates nobis cognitę ſunt, ideò.d.n.ex.20.ſeptimi cognita nobis erit.

THEOREMA CXXXVII.

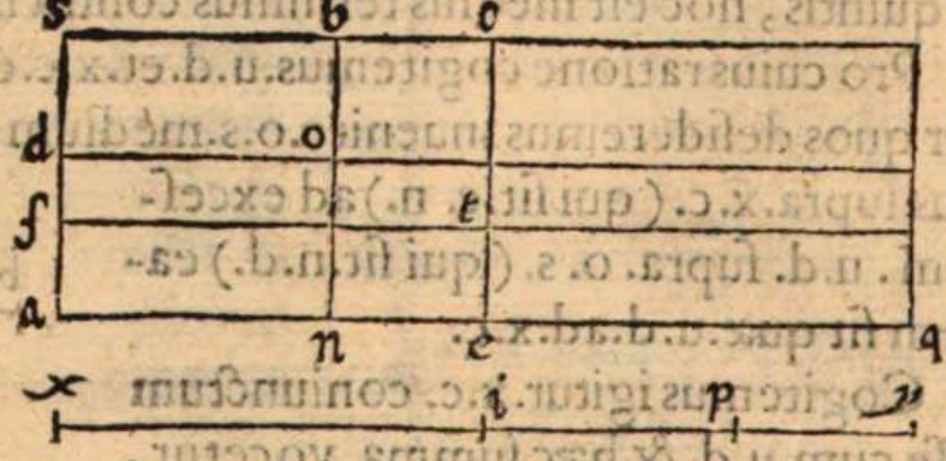
SVpponunt antiqui aliquot mercatores dantes pecunias lucro in diuerſis vnius anni temporibus, tunc in fine anni ſumma totius lucri datur cognita, ſed quæritur quantum vnicuique illorum ex ipſa ſumma debeatur.

Exempli gratia, primus in principio anni poſuit.100. aureos, ſecundus verò.100 diebus poſt primum poſuit.50. aureos tertius autem.200.diebus poſt primum poſuit.25. aureos ſumma lucri poſteà in fine anni fuit aureorum.60

Nunc vt ſciamus quantum huius ſummæ vnicuique illorum proueniat, præcipit regula, vt faciamus tria producta, quorum primum ſit ex numero dierum totius anni in numerum aureorum primi, vnde tale productum in præſenti caſu erit.36500. ſecundum verò ſit ex numero dierum à primo die in quo ipſe ſecundus poſuit uſque ad finem anni, in numerum ipſorum nummorum, quod erit.13250. tertium autem productum ex diebus tertij in numerum ſuorum aureorum, quod quidē erit. 4125. quæ producta ſimul collecta faciunt. 53875. deinde multiplicetur vnumquodque

ipſorum productorum per ſummam lucri hoc eſt per. 60. vnde multiplicatio primi producti erit. 2190000. multiplicatio verò ſecundi producti erit. 795000. tertij poſteà erit. 247500. quarum multiplicationum vnaquæque diuidatur per ſummam 53875. productorũ, & proueniet ex prima diuiſione. 40. cũ fractis. 35000. vnius integri diuiſi in partes. 53875. quod erit lucrum primi, prouentus autem ſecundæ diuiſionis erit. 14. cum fractis. 41050. vnius integri diuiſi in partes. 53875. lucrum ſecũdi, prouentus verò quartæ diuiſionis erit. 4. cum fractis. 32000. vnius integri, vt ſupra diuiſi in partes. 53875. hoc eſt lucrum tertij.

Cuius rei ſpeculatio ex ſe in ſua ſcripta figura patet, vbi. a. q. ſignificat numerum dierum totius anni pro primo mercatore. q. n. autem ſignificat numerum dierum ſecundi mercatoris, e. q. poſteà ſignificat numerum dierum tertij ſit etiam. s. a. pro numero denariorum primi, et. o. n. pro numero ſecundi, et. e. t. pro numero tertij, productum autem. q. s. ſignificet valorem primi lucri, et. q. o. ſecundi, et. q. t. tertij. x. y. autem ſignificet ſummam lucri omnium, et. x. i. ſignificet partem primi, et. i. p. ſecundi, et. p. y. tertij. vnde clarè patebit ex communi ſcientia quòd eadem proportio erit. x. y. ad. x. i. quæ aggregati omnium productorum. q. s: q. o. et. q. t. ad. q. s. & ita. x. y. ad. i. p. vt aggregati dicti ad. q. o. et. x. y. ad. p. y. vt dicti aggregati ad. q. t. Rectè igitur ex regula de tribus multiplicatio. q. s. in. x. y. diuiditur per aggregatum omnium productorum, ita vt ſi aliquis diceret, ſi ex dicto aggregato, prouenit x. y. quid proueniet vnicuique illorũ productorũ. Nã ſi numerus denariorum ſecũdi æqualis eſſet numero a. s. primi vt putà. n. b. tunc eius lucrũ ſignificaretur à rectangulo. q. b. & ita de tertio dico q̃ ſignificaretur à rectãgulo. q. c. vel ſi ſtantibus ijſdẽ denariorũ quantitatibus. n. o. et. e. t. omnes ſuas pecunias eo dem tempore poſuiſſent, tunc rectangula ſignificantia eorum lucra eſſent q. s. q. d. et. q. f. ſed cum nec eodem tempore, nec eandem quantitatem poſuerunt rectè eorum lucra ſignificantur à rectangulis. q. s. q. o. et. q. t. q̃ ex prima. 6. vel. 18. aut. 19. ſeptimi ratiotinando clarè patebit.



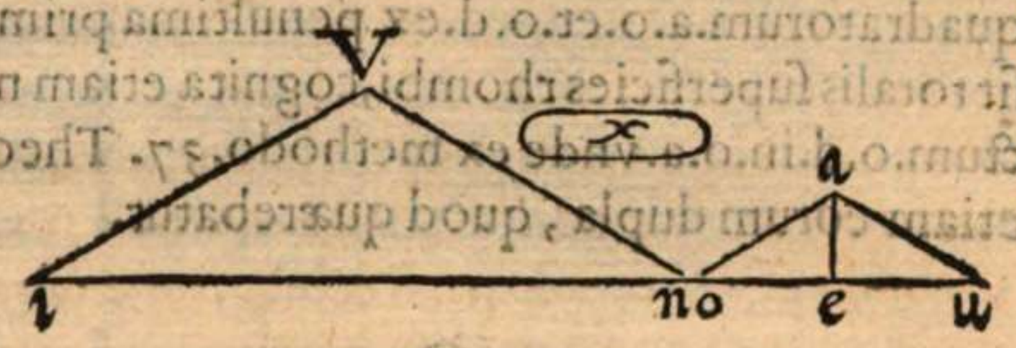
THEOREMA CXXXVIII.

NIcolaus Tartalea in primo libro vltimæ partis numerorum ad. 35. quæſitum docet inuenire quantitatem laterum vnius propoſiti trianguli, cuius laterum proportio nobis data ſit ſimul cum area ſuperficiali ipſius trianguli, ſed quia ipſe Tartalea vtitur regula algebræ, mihi viſum eſt breuiori methodo hocidem facere, & etiam vniuerſaliori via.

Supponamus igitur duo triangula, quorum vnum. u. n. i. ſit nobis propoſitũ, & cognitæ ſuperficiei, proportiones ſimiliter laterum. i. n. ad. n. u: et. u. n. ad. u. i. ſint nobis datæ, alterũ verò triangulũ ſit. a. o. u. à nobis tamen ita confectũ, vt latera ſint inter ſe proportionata eodem modo, quo latera prioris trianguli, ſed hæc nobis etiã cognita ſint, q̃ facillimum eſt. Nunc verò ſi demptus fuerit quadratũ. a. o. minimi lateris, ex quadrato. o. u. maximi, relinquet nobis duplum producti. o. u. in. u. e. per penultimã. 2. Eucli. ſupponẽdo. a. e perpendicularem ad. o. u. vnde tale productum quòd fit ex. o. u. in. u. e. conſequenter nobis cognitum erit, & quia. o. u. nobis cognitum eſt,

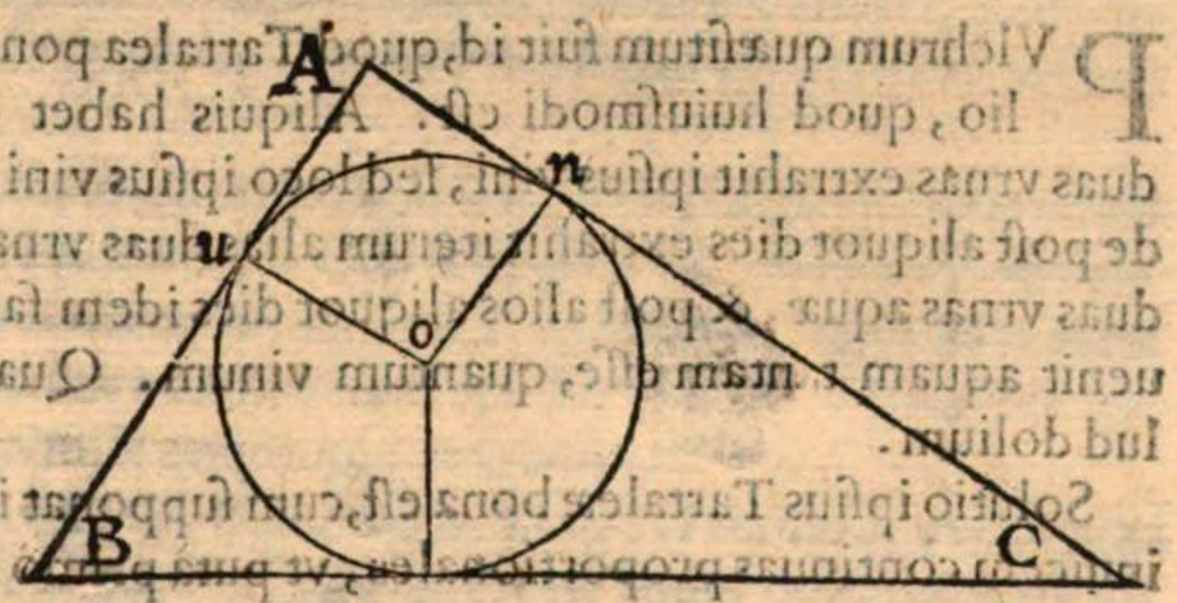
tum est, ideo cognoscemus.e.u.sed cū.e.u.minor sit.a.u.ex.18.& penultima primi, si demptū fuerit quadratum.e.u.ex quadrato.a.u.remanebit nobis cognitū quadratū. a. e.& sic nota erit nobis perpendicularis.a.e.ex penultima primi, quæ quidem. a.e.si multiplicata fuerit in dimidium.o.u.dabit nobis superficiē trianguli. a.o. u. ex 41.dicti libri. Et quia proportio trianguli.a.o.u.ad triangulum.u.i.n.(propter similitudinem) est vt quadrati. o. u.ad quadratum.n.i.ex communi scientia cum vnaquæque istarum proportionum dupla sit proportioni.o.u.ad.n.i.ex. 17.et.18. sexti, deinde cum nobis cognitæ sint tres istarum quatuor quantitatum hoc est superficies trianguli.a.o.u.superficies trianguli.u.n.i.& quadrati. o.u.quare ex regula de tribus cognoscemus etiam quadratum.n.i.& sic.n.i.latus primi trianguli, vnde reliqua latera illicò nobis innotescent ex ipsa regula de tribus,cum dixerimus,si.o.u.dat nobis u.a.tunc.i.n.dabit.u.n.quòd etiam infero de.u.i.

Possemus etiam ita hoc perficere, scilicet inuenire.x. quantitatem mediam proportionalem inter duas superficies triangulorum, vnde superficies trianguli. i. a. u. o. ad.x. se haberet ut.o.u. ad. i. n. & ita ex regula de tribus cognoscemus.i.n. Multo tē pore postquàm hoc theorema construxi, ipsum conscriptum inueni in decimo secundi libri Ioannis de monte Regio, satis tamen obscurè expressum.



THEOREMA CXXXIX.

IN eodem primo libro vltimæ partis numerorum, Tartalea probat, via algebræ quòd quælibet duo latera trianguli orthogonij, angulum rectum continentia, sint tertio longiora per diametrum circuli inscriptibilis in ipso triangulo: sed hoc breuius geometricè potest demōstrari, quemadmodum in subscripta hic figura videre est, propterea quòd cum anguli. A.o.u. et.n. omnes sint recti et. A.u.æqualis o.n.et. A.n.æqualis.u.o.ipsæ.A. u.et. A.n.æquales erunt diametro ipsius circuli. Sed eædem. A.u.et.A.n.sunt superfluum, quo.A.B.et.A.C.sunt maiores.B.C.cum.B.u.et.C.n. sint æquales.B.C.ex penultima tertij Eucli.



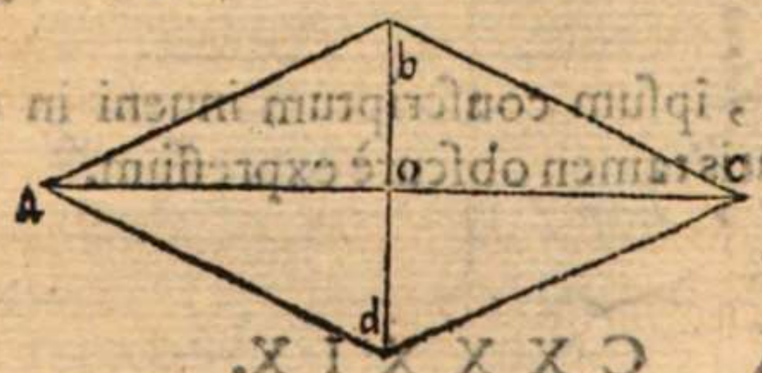
THEO. SEQVENS THEO. CXXXIX.

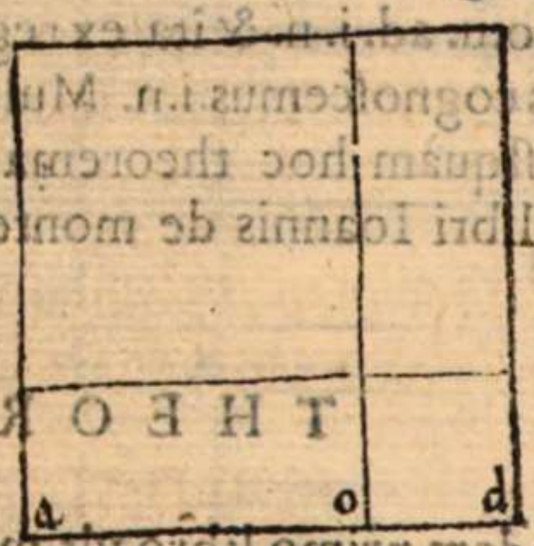
SImiliter in nono capite secundi libri nouæ scientiæ poterat ipse Tartalea breuiori methodo absque vlla operatione ipsius Algebræ inuenire. A.H.respectu.A. E. esse vt.4.cū vno septimo ad vnū. Nā ipse supponit.A.E.decimā partē esse ipsius

A. I. vnde quadratum lineæ. A. I. erit. 100. idem dico de quadrato lineæ. I. L. quare ex penultima primi. A. L. erit radix quadrata quadrati. 200. ideſt. 14. cum vno ſeptimo ferè. quare. A. L. iuncta. A. O. erit. 28. cum duobus ſeptimis. ſed. L. O. ex ſuppoſito erit. 20. eo quòd. L. I. æquatur ipſi. A. I. ſimiliter et. I. O. vt ipſe etiam probauit. quadempta ex. L. A. O. relinquetur. H. A. M. (nam. L. H. cum. O. M. æquatur ipſi. L. O. ex. 35. tertij ipſius Eucli. partium. 8. cũ duabus ſeptimis. cuius dimidiũ hoc eſt. A. H. erit 4. cum una ſeptima, quod eſt propoſitum. Reſpice figuram ipſius Tartaleæ.

THEOREMA CXL.

QVadrageſimum nonum quæſitum ſimiliter poſſumus alio modo ſoluere, vt putà cum vnumquodque latus rhombi ſimul cum area cognitum, ſeu datum nobis ſit cognitũ ſimiliter nobis erit quadratum lateris. a. d. hoc eſt ſumma duorum quadratorum. a. o. et. o. d. ex penultima primi Euclid. cúmque nobis cognita etiam ſit totalis ſuperficies rhombi, cognita etiam nobis erit eius medietas, hoc eſt productum. o. d. in. o. a. vnde ex methodo. 37. Theorematis cognoſcemus. a. o. et. o. d. & ſic etiam eorum dupla, quod quærebatur.





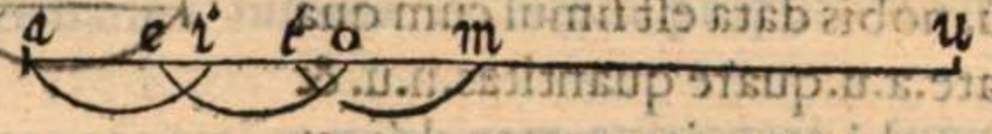
THEOREMA CXLI.

PVlchrum quæſitum fuit id, quod Tartalea ponit pro. 18. noni libri in quarto folio, quod huiuſmodi eſt. Aliquis habet dolium mero plenum ex quo duas vrnas extrahit ipſius vini, ſed loco ipſius vini infundit duas vrnas aquæ. Deinde poſt aliquot dies extrahit iterum alias duas vrnas illius miſti, & iterum infundit duas vrnas aquæ, & poſt alios aliquot dies idem facit, & hac vltima tertia vice inuenit aquam tantam eſſe, quantum vinum. Quæritur nunc quot vrnas capiat illud dolium.

Solutio ipſius Tartaleæ bona eſt, cum ſupponat illas quatuor quantitates vini eſſe inuicem continuas proportionales, vt putà primò totum vinum merum, poſteà reſiduum pro ſecunda quantitate, deinde pro tertia in ſecunda, & pro quarta in tertia extractione, hoc eſt quòd proportio totius vini mer i ad vinum in prima ſit, vt huius ad vinum in ſecunda, & vt huius ad vinum in tertia miſtione. Sed quia ipſe non probat hanc continuam proportionalitatem ex methodo ſcientifica, mihi viſũ eſt hoc loco illam deſcribere.

Cogitemus igitur a. u. pro capacitate dolij, et a. i. pro quantitate duarum vrnarum. Nunc uerò ſupponamus quamlibet partem huius miſti omogeneam eſſe ſuo toto, quapropter ſequetur eandem proportionem eſſe vini ad aquam in qualibet parte, quæ erit in toto, & ideò imaginemur. e. o. æqualem. a. i. Sed in puncto. i. tali modo diuiſam, vt proportio. i. e. ad. i. o. eadem ſit quæ. i. a. ad. i. u. Supponamus etiã

e.o. esse duas primas vrnas vini misti hoc est primæ mistionis, vnde cum eadem proportio sit.a.i.ad.i.u.vt.e.i.ad.i.o.ita erit (ex.19.quinti).a.e.ad.o.u.ut. a.i. ad. i. u. & componẽdo ita erit.a.e.cum.o.u.hoc est.i.o.ú. (propterea quòd.i.o.æqualis est. a. e. vt residua totorum æqualium) ad.o.u.quemadmodum.a.i.u.ad.i.ù. Quare. i. u. erit media proportionalis inter. a.u.et.o. u. vnde proportio.a.ù. ad.o.u.dupla erit proportioni.i.u.ad.o.u. Nunc autem cum extracta fuerit quantitas.e. o. ex primo misto, & posteà infusa aqua vsque ad plenitudinem dolij, proportio ingredientium huius secundi misti erit ea, quæ est inter.o.u.et.o.a.eo quòd in prima mistione proproportio ingredientium erat ea, quæ est inter. o. u. et. a. e. vel inter. a. e. et. o.u. vt demonstrauimus. Accipiamus ergo.t. m. huiusmodi secundi misti, magnitudinis.a. i. vel. e. o. significantis duas vrnas, & permutemus eum in tantam aquam, sitq; punctum.o. quod nobis diuidat.t.m.in.o.m.et.o.t. partes simplices, tali proportione inuicem relatas, vt sunt.o.u.et.o.a. vnde habebimus ex supradictis rationibus eandem proportionem ipsius.a.t. ad.m.u. vt.a.o.ad.o.u. & componendo.a.t.cum.m.u. hoc est.i.m.u. (eo quod cum.t.m. æqualis sit.a.i. per consequens. i. m. æqualis erit. a.t.) ad.m.u. vt.a.o.u.ad.o.u. sed proportio.a.o.u.ad.o.u. dupla erat proportioni.i.o.u.ad.o.u. quemadmodum supra diximus. Ergo proportio.i.m.u.ad.m.u. erit dupla similiter proportioni.i.o.u. ad. o. u. quapropter.o.u. erit media proportionalis inter.i.u. et.m. u. Ecce igitur quomodo eadem est proportio.a.u.ad.i.u. quæ.i.u.ad.o.u. & quæ.o.u.ad.m.u. qui quidem modus necessarius est vt intellectus acquiescat, id quod experientia non facit.



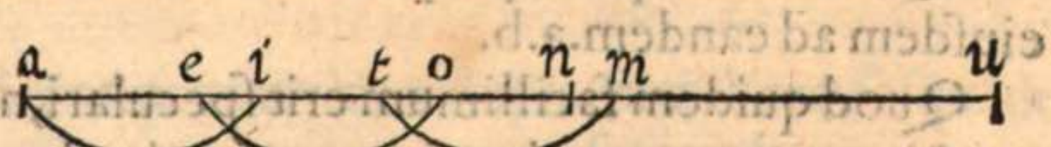
THEOREMA CXLIII.

PRæcedens Tartaleæ quæsitum elegans quidem est, sed pulchrum etiam videtur quærere proportionem ingredientium in vltima mistione, cum cognita fuerit nobis proportio continentiæ dolij ad capacitatis vrnæ simul cũ numero vitium extractionum & impletionum.

Exempli gratia, si proportio.a.u.ad.a.i. cognita nobis fuerit, cognoscemus etiam e.i. ex regula de tribus & per consequens etiam.i.o. residuum ex.e.o. & similiter aggregatum.a.i.cum.i.o. & sic.o.u. residuum totius, et.o.t. similiter, eo quòd.a.u. ad.a.o. est ut.t.m.ad.o.t. vnde cognoscemus etiam.o.m. vt residuum.t. m. & similiter aggregatum.a.o.cum.o.m. hoc est. a.m. & etiam.m.u. residuum totius.

Cognoscere autem proportionem totius dolij ad vrnam, vel è contrà, cum cognita nobis fuerit proportio ingredientium in vltima mistione simul cum numero vitium extractionum, & repletionum, quod scribit Tartalea, hoc etiam modo possumus.

Exempli gratia, si proportio.m. u. ad. m. a. cognita nobis fuerit, illicò scimus proportionem.a.u.ad.m.u. & cum sciuerimus numerum vitium extractionum, & impletionum illicò cognoscimus multiplicitatem proportionis.a.u.ad.m.u.ad proportionem. o.u.ad.m. u. quapropter proportio.o.u.ad.m.u. nobis cognita erit hoc est.a.u.ad.i.u. & similiter ea, quæ est. a.u.ad.a.i. & è conuerso similiter.



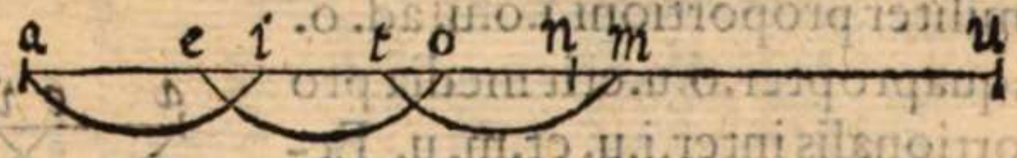
Vnde

Vnde cum aliquis diceret priori modo,dolium habeo vrnarum.400.vini,& per vices.25.extraxi & impleui ipſum,vt dictum eſt. Nunc verò velim ſcire proportionem vini ad aquam hac vltima vice. Nunc igitur ſi procedemus iuxta doctrinam primi exempli huius theorematis,obtinebimus quod quærebamus.

Sed ſi diceret iuxta Tartaleæ quæſitum, hoc eſt dolium habeo,quod ignoro quot nã urnas contineat, volo tamen per.25.vices extrahere, & implere vt ſupradictũ eſt, ita vt vltima vice proportio vini ad aquam ſit ſeſquialtera. Tunc ſi iuxta modum ſecundi exempli huius theorematis procedemus habebimus quod cupimus.

Alio etiam modo aliquis quærere poſſet, hoc eſt, habeo doliũ quod capit.400. vrnas. Habeo etiam vas trium vrnarum, quo mediante me oportet extrahere, & implere. Velim tamen ſcire quoties me hoc facere oporteat, ita vt poſtrema vice vinum ſe habeat ad aquam in proportione ſeſquialtera, vnde multoties accidet vltimam extractionem, & impletionem mutilatam, ſeu imperfectam,euadere.

Exempli gratia, ſi proportio vini ad aquam in vltima miſtione deberet eſſe vt.n. u.ad.n.a.ita vt extrema vice fuiſſet.t.m.quæ quidem.t.m.excederet terminum per. n.m. quæ.n.m.reuera eſſet nobis cognita, eò quòd ex priori modo hic ſupra dicto proportio. a.m.ad.m.u.nobis innoteſceret, & proportio.n.a. ad. n. u. nobis data eſt ſimul cum quã titate.a.u.quare quantitas.n.u. & m.u.nobis cognita, remanebit, et



n.m. eorum differentia ſimiliter, etiam, et.t.n.reſiduum vaſis, quo metimur, vnde neceſſe erit, quod vltima vice vas contineret ſolum.t.n.reliqua uerò per ſe patent.

THEOREMA CXLIII.

Hieronymus Cardanus in lib.ſuæ arithmeticæ cap.66.quæſtione.56.quam Cardanicam vocat,ita inquit.

Quidam perambulauit prima die certam quantitatem ſpatij, & ſecunda die, tãtò plus proportionaliter, quantò diameter eſt maior coſta, & tertia die tantò plus ſecunda, quantò proportionaliter portio lineæ diuiſæ ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema excedit minorem portionem, & quarta die in proportione ad tertiam vt ſecunda ad primam, & quinta die proportionaliter tantò plus quarta, quantò in tertia plus ſecunda, & ita alternatis vicibus in diebus nouem peregit nouem milliaria. Quæritur igitur quantum ambulauit die prima.

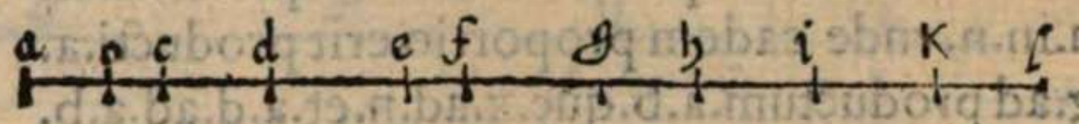
Hoc autem nihil aliud eſt,quàm ſi aliquis diceret,propono tibi, exempli gratia, lineam.a.l.nouem partibus inuicem non æqualibus ita diuiſam.a.c:c.d:d.e:& cæteris,quarum partium proportiones tibi etiam do,vt putà.a.c.ad.c.d.et.c.d.ad.d.e. et. d.e.ad.e.f.& ſic de cæteris vſque ad poſtremam. k.l.quæ quidem proportiones ſint etiam inuicem diſſimiles, ſeu inæquales,do tibi etiam proportionẽ totius lineæ.a. l. ad.a.b. ſuam partem, quæ vt in propoſito exemplo nonupla eſt.

Quæro nunc quam proportionem habebit.a.c.ad.a.b. & ſic de cæteris partibus eiuſdem ad eandem.a.b.

Quod quidem facillimum erit ſpeculari,nec non operari vnicuique,qui omnino practicæ numerorum ignarus non fuerit, dum ab ordine ſcientifico non diſcedat.

Cum enim cognoſcimus proportionem.a.c.ad. c. d. conſequenter cognoſcemus etiam proportionem aggregati.a.c.d.ad.c.d.cum autem cognouerimus proportionem.

nem.c.d.ad.d.e.ſi.c.d.accipiemus, vt medium inter.a.d.et.d.e.cognoſcemus etiam proportionem.a.d. ad. d. e. quare etiam eam quæ. a.e.ad.d. e. collocando poſteà. d.e.inter.e.f.et.a.e.innoteſcet ea,quæ eſt.a.e.ad.e.f. & ita gradatim accedemus ad perfectam cognitionem proportionis totius.a.l.ad.k.l. Nunc autem mediante.k.l. cognoſcemus proportionem totius.a.l.ad.i.k.& hac mediante, eam cognoſcemus, quæ totius.a.l.ad.g.h.& hac mediante eam quæ totius.a.l.ad.f.g.& ſic gradatim, cognita nobis erit proportio totius lineæ.a.l.ad ſuam partem.a.c. beneficio poſteà totius lineæ.a.l. cognoſcemus proportionem.a.c. ad a.b.& ſic aliarum reſpectu lineæ.a.b.vt quærebatur, quæ quidem propoſitio,etſi canonica uocetur leuiſſima tamen eſt.



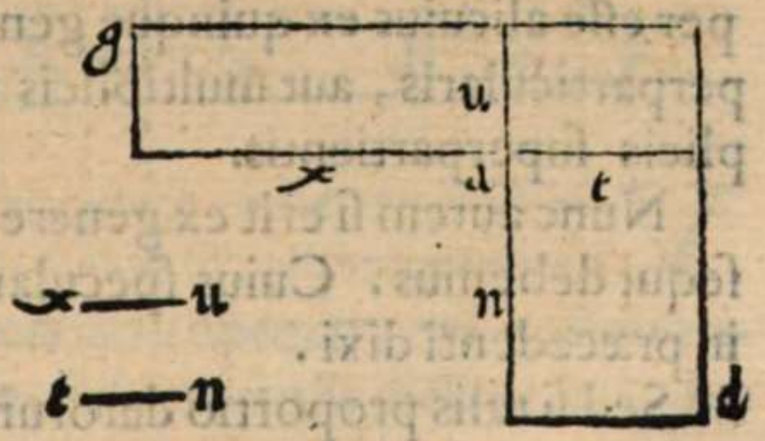
THEOREMA CXLIIII.

QVamuis multi de modo in ſumma colligendi,ſubtrahendi, multiplicãdi, & diuidendi proportiones ſcripſerint,nullus tamen (quod ſciam) perfectè, ac ſcientificè ſpeculatus eſt has operationes, quapropter hanc rem cum ſilentio tranſire nolui, quin aliquid de ipſa conſcribam à ſumma dictarum proportionum incohando.

Quotieſcunque igitur volunt duas proportiones inuicem aggregare, ſimul earum antecedentia multiplicant, & ſimiliter earum conſequentia. Tunc proportio terminata ab illis productis euadit in ſummam illarum duarum propoſitarum proportionum.

Vt exempli gratia,ſi voluerimus colligere proportionem ſeſquialteram cum ſeſquitertia, multiplicando.3.cum.4.antecedentia,ſcilicet productum erit. 12.poſteà multiplicando.2.cum.3.conſequentia, tunc productum erit. 6. Proportio igitur, quæ inter.12.et.6.reperitur. (quæ dupla eſt) eſt ſumma propoſitarum proportionũ.

Cuius rei ſpeculatio erit huiuſmodi ſint.x.et.u. duo antecedentia quarumuis proportionum. t. verò et. n. ſint eorum conſequentia, productum autem antecedentium ſit.a.g.illud verò quod cõſequentium ſit. d.a.vnde proportio.a.g. ad. a. d. compoſita erit ex proportione.x. ad. t. & ex ea, quæ eſt.u.ad.n.per.24.ſexti vel quintam octaui. Patet igitur ratio rectè faciendi,vt ſuprà dictum eſt.



THEOREMA CXLV.

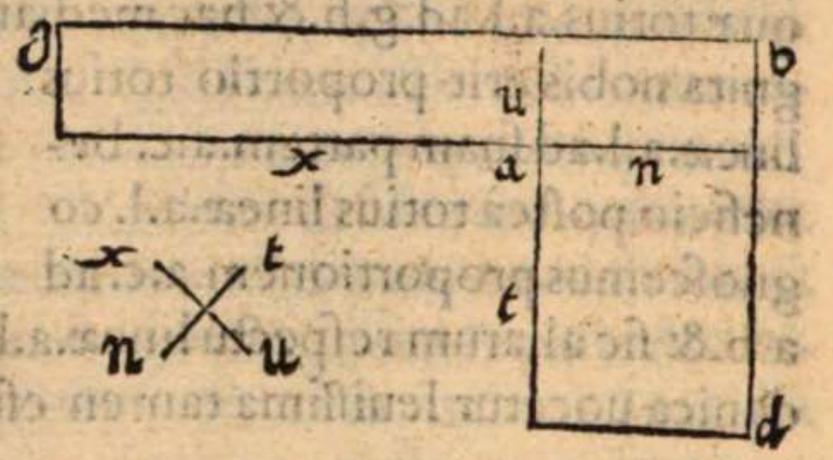
QVotieſcunque deinde detrahere volunt vnam proportionem ex altera multiplicant antecedens vnius cum conſequenti alterius. Tunc proportio, quę inter talia duo producta incluſa reperitur, eſt reſiduum,ſeu differentia illarum duarum proportionum datarum.

Vt exempli gratia, ſi aliquis vellet ex proportione dupla detrahere ſeſquialteram, multiplicaret.2.antecedens duplæ cum.2.conſequenti ſeſquialteræ, quorum productum eſſet.4.pro antecedenti reſiduę proportionis. Deinde multiplicaret.3 antecedens ſeſquialteræ cum. 1. conſequenti duplæ, & productum eſſet.3.pro cõ-

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

ſequenti reſiduę proportionis; quæ quidem reſidua proportio eſſet vt.4. ad. 3. hoc eſt ſeſquitertia, & ſic de cæteris.

Pro cuius ratione, ſit proportio.x.ad.n.ea quæ (exempli gratia) maior ſit, à qua volumus demere proportionem .t. ad .u. minorem ſcilicet. Nunc autem productum, x. in. u. ſit. a. g. illud verò . t. in. n.ſit.a.d. Tunc dico proportionem.a.g. ad. a. d. eſſe reſiduam quæſitam. Sit.b.a.productum u.in.n.vnde eadem proportio erit producti.a. g.ad productum.a.b.quę.x.ad.n.et.a.d.ad.a.b. quæ.t.ad.u.ex prima ſexti, ſeu.18. vel. 19. ſeptimi,ſed proportio.a.g.ad.a.b.hoc eſt. x. ad. n.componitur ex ea, quæ eſt.a.g.ad.a.d.& ea, quæ eſt.a.d.ad.a.b.hoc eſt.t.ad.u.ergò ea, quę eſt.a.g.ad.a.d. erit quàm quærebamus.



THEOREMA CXLVI.

RATIO verò,quòd rectè fiat, quotieſcunque aliquam proportionem duplicare volentes, quadramus terminos ipſius proportionis, vel ſi eam triplicare voluerimus, cubamus ipſos terminos, vel ſi eam quadruplicare voluerimus inuenimus cenſicos cenſicos terminorum ipſius proportionis,& ſic de ſingulis,in. 17 Theo. huiuſmodi tractatus manifeſta eſt.

THEOREMA CXLVII.

QVotieſcunque nobis propoſiti fuerint duo numeri ad libitum,deſideraremus que duas proportiones tali relatione inuicem refertas, quali ſunt hi duo propoſiti numeri inter ſe, ita faciendum erit.

Sciendum primo eſt proportionem maioris numeri propoſiti ad minorem ſemper eſſe alicuius ex quinque generum, hoc eſt aut erit generis multiplicis, aut ſuperparticularis, aut multiplicis ſuperparticularis, aut ſuper partientis, aut multiplicis ſuperpartientis.

Nunc autem ſi erit ex genere multiplici,iam ab antiquis traditus eſt modus, quẽ ſequi debemus. Cuius ſpeculatio à me inuenta patet.in. 17. Theo. huius libri, vt in præcedenti dixi.

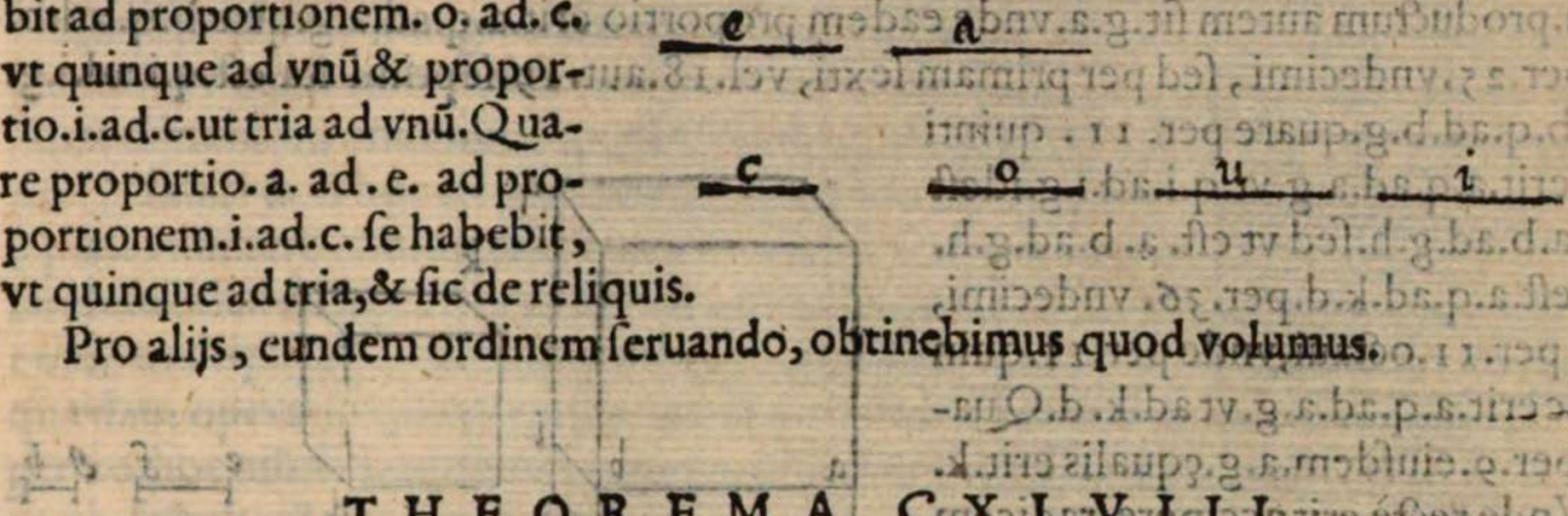
Sed ſi talis proportio datorum numerorum erit alicuius aliorum generum, ita agemus, ſi fuerit ſuperparticularis.

Sit exempli gratia, ſeſquialtera, tunc ſumantur duo numeri inuicem inæquales, quos à caſu volueris.o.et.c.qui quidem cubentur, & eorum cubi ſint.a.et.e.Inuenia tur poſteà.u.ita proportionatus ad.o.vt.o.eſt ad.c.ex. regula de tribus, hoc eſt diuidendo quadratum ipſius.o.per.c.vnde nobis proueniat.u. & quia proportio.a.ad.e. tripla eſt proportioni.o.ad.c.& proportio.u.ad.c.dupla eſt eidẽ, quæ.o.ad.c. ideo proportio.a.ad.e.ſeſquialtera erit proportioni.u.ad.c.

Sed ſi proportio numerorum propoſitorum fuerit ſeſquitertia, faciemus.a. et.e. eſſe cenſica cenſica ipſius.o.et.c.tunc ſumemus.u.conſequentem ad.o.vt dictum eſt, deinde inueniremus.i.conſequens ad.u.ita ut.u.conſequens ipſius . o . tunc habebimus proportionem.i.ad.c.triplam, & eam quæ eſt.a.ad.e. quadruplam proportioni.o.

ni.o.ad.c. Idem dico de reliquis proportionibus ſuperparticularibus.

Sed ſi data proportio numerorum fuerit ex ſuperpartientibus, vt exempli gratia de quinque ad tria, efficiemus, vt.a.et.e.ſint prima relata ipſius.o. et. c. vnde proportio.a.ad.e. ita ſe habebit ad proportionem. o. ad. c. vt quinque ad vnũ & proportio.i.ad.c.ut tria ad vnũ. Quare proportio. a. ad. e. ad proportionem.i.ad.c. ſe habebit, vt quinque ad tria,& ſic de reliquis.



Pro alijs, eundem ordinem ſeruando, obtinebimus quod volumus.

THEOREMA CXLVIII.

QVamuis in. 16. ſexti et. 20. ſeptimi manifeſtè pateat ratio, quare rectè fiat accipiendam radicem quadratam illius producti, quod fit ex duobus datis terminis, vt medium proportionale geometricè inter ipſos habeamus: nihilominus, quia per aliam methodum hoc idem ſcire poſſumus, inconueniens non erit aliquid circa hoc dicere.

Cogitemus igitur exempli gratia, tres numeros continuè proportionales geometricè. a. b: c. d. et. e. f. quorum. a. b. et. e. f. tantummodo nobis cogniti ſint; imaginemur etiam. g. a. eſſe productum quod fit ex. a. b. in. e. f. et. d. k. quadratum. c. d. et. a. h. id quod fit ex. a. b. vnde eandem proportionem habebimus. a. h. ad. a. g. quæ eſt. h. b. ad. b. g. ex prima. 6. aut. 18. vel. 19. ſeptimi; ſed per. 11. octaui ita eſt quadrati. a. h. ad quadratum. k. d. vt. a. b. ad. e. f. hoc eſt vt. h. b. ad. b. g. ergo per. 11. quinti ita erit. a. h. ad. a. g. vt ad. k. d. vnde. a. g. æquale erit. k. d. per. 9. quinti. Rectè ergo erit accipere radicem quadratam. a. g. pro. c. d. quod etiam eſt diuidere viam datam proportionẽ per æqualia, hoc eſt in duas æquales partes, non dubito quin poſſet aliquis dicere non oportere vti poſterioribus Theorematibus ad demonſtrandum priora illis, ſed hoc. 148. dictum ſit luden di loco.

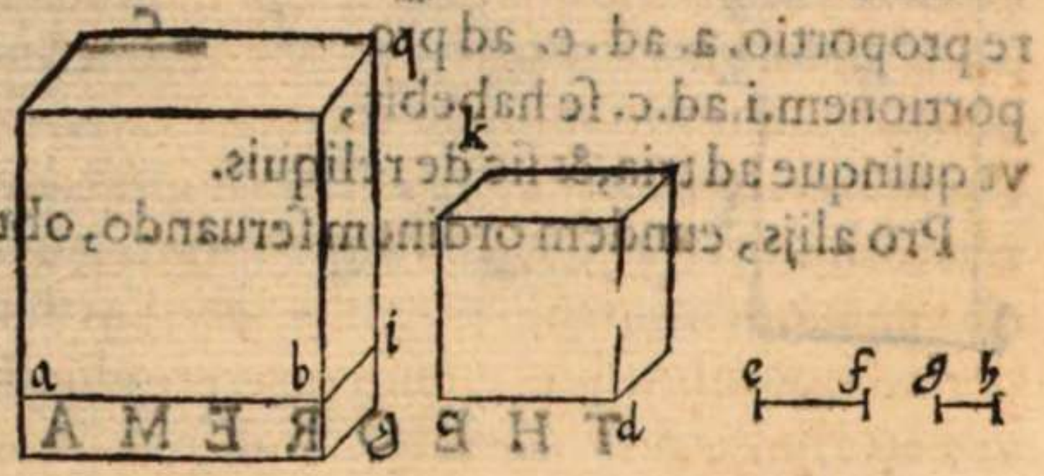


THEOREMA CXLIX.

VNDE fiat, ſi quis inuenire voluerit ſecundum terminum ex quatuor numeris continuè, & geometricè proportionalibus, quorum duo extremi tantummodo nobis cogniti ſint, rectè factum ſit quadrare primum eorum, & hoc quadratum poſteà per alium terminum cognitum multiplicare, cuius producti demum accipere radicem cubam pro ſecundo termino quæſito, hoc loco videbimus.

Imaginemur quatuor terminos continuè proportionales, vt dictum eſt, eſſe.

a.b:c.d:e.f.et.g.h.quorum.a.b.et.g.h.nobis tantummodo cogniti sint, sitq; imaginatione descriptus cubus.a.q.primi termini, cubusq;.d.k.secundi termini, considere-mus etiam basim.a.i.quadratam ipsius cubi.a.q.hoc est præcedentem dignitatem ipsius cubi eiusdem radicis, quæ quidem basis.a.i.multiplicetur per quartum terminũ g.h.productum autem sit.g.a.vnde eadem proportio erit.a.q.ad.a.g.quæ.b.q.ad.b.g.per.25.vndecimi, sed per primam sexti, vel.18.aut.19.septimi ita est.q.i.ad.i.g. vt.b.q.ad.b.g.quare per. 11. quinti ita erit.a.q.ad.a.g.vt.q.i.ad.i.g.ideſt vt.a.b.ad.g.h.sed vt est. a. b.ad.g.h. sic est.a.q.ad.k.d.per.*36*. vndecimi, seu per.11.octaui,vnde per.11.quinti sic erit.a.q.ad.a.g.vt ad.k. d.Quare per.9.eiusdem.a.g.æqualis erit.k. d.Vnde rectè erit accipere radicem cubam.a.g.pro secũdo termino. c. d. id, quod nobis inseruit ad inueniendam tertiam partem vnius propositæ proportionis.



THEOREMA CL.

SED vt speculatio ista ita vniuersalis fiat vt ad oẽs dignitates applicari possit; Supponamus.a.q.et.k.d. esse duas dignitates quas volueris vnius, sed eiusdem speciei, et.a.i.dignitas præcedens dignitatem.a.q. à cuius multiplicatione in.a. b. eius radix producitur dignitas.a.q.& ab ipsius. a.i.multiplicatione in.g.h.resultet.a. g.vnde ex.p8.vel.19.septimi eadem proportio erit.a.q.ad.a.g.quæ.a.b.ad.g.h. sed eadem etiam est.a.q.ad.k.d.ex ijs, quæ in.17.theoremate dixi, vnde ex 11.quinti, ita erit.a.q.ad.a.g.vt ad.k.d.Quapropter.a.g.æqualis erit.k.d. & ideo cum inuenta fuerit radix huiusmodi dignitatis ex quantitate.a.g.habebimus.c. d.secundum terminum quæsitum.

THEOREMA CLI.

VNDE verò fiat, quòd cum quis voluerit dimidium alicuius datæ proportionis inuenire, rectè faciat, si accipiat radices quadratas illorum datorum terminorũm, cũ voluerit tertiam partem, accipiat radices cubas: si autem quartam, accipere radices censicas censicas ipsorum,& sic de singulis in.17.Theoremate omnia patent.

THEOREMA CLII.

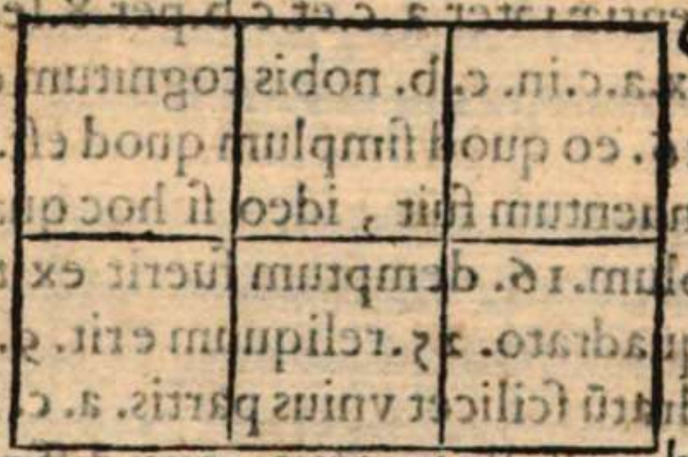
VNDE autem fiat, vt cum quis voluerit multiplicare aliquam proportionem per fractos, rectè faciat prius multiplicando eam per numeratorem, deinde productum diuiserit per denominationem ipsorum fractorum.

Vt exempli gratia, cum aliquis voluerit multiplicare proportionem sesquiquartam per duo tertia, multiplicabit prius ipsam proportionem per numeratorem. 2. & productum, erit proportio.25.ad.16.qua postea diuisa per. 3. denominatorem, prouentus erit proportio radicis cubæ.25.ad radicem cubam.16. vel vt propottio.

25.ad

25. ad radicem cubam. 10000. quæ quidem proportiones æquales inuicem sunt, cũ tam vna, quàm alia, sit tertia pars totius.

Pro cuius ratione cogitemus. a. b. esse aliquod totum, quod multiplicare cupimus per duas tertias, quod quidẽ nihil aliud est, quàm accipere duas tertias partes vnius totius superficialis, imaginemur igitur hoc totum. a. b. lineare diuisum esse in tertias partes mediantibus. e. et. d. & tunc multiplicando ipsum per 2. tertias lineares productum erit. a. c. sex vnitatum superficialium, quod quidem productum posteà diuisum per. 3. dabit. d. c. hoc est duas tertias superficiales (quæ est tertia pars ipsius. a. c.) & æquales numero. c. b. duabus vnitatibus linearibus, id est duabus tertijs ipsius. a. b. Notandum etiam est, quòd cum ferè omnia reducantur ad regulam de tribus, propterea etiam multiplicatio alicuius quantitatis per aliam quantitatem, nihil aliud est quàm quædam operatio ipsius regulæ de tribus, vt exempli gratia volo multiplicare. 25. per 20. hoc nihil aliud est nisi quærere alium numerum ita proportionatum ad. 25. vt 20. se habet ad vnum, vnde multiplicando. 25. cum. 20. & productum diuidendo per vnum ex regula de tribus, prouentus est idem numerus ipsius producti, & propterea cum volumus multiplicare aliquem numerum per fractos, hoc nihil aliud est quàm quærere aliquem numerum ita proportionatum ad ipsum numerum datum, vt se habet numerator ad denominatorem, exempli gratia si. 24. aliquis voluerit multiplicare per duo tertia hoc idem est vt si quæreret numerum ad quem. 24. ita se habeat, vt. 3. ad. 2. & idem dico de proportionibus, hoc est quod aliud non est multiplicare aliquam proportionem per fractos, quàm aliam proportionem quærere ad quã data se habeat, vt denominator se hẽt ad numeratorẽ, & hoc ex regula de tribus perficitur, cõstituẽdo denominatorẽ in primo loco, qui locus est diuisoris, numeratorẽ verò in secũdo loco, multiplicãdo posteà proportionem per numeratorẽ, & productũ diuidẽdo per denominatorem, prouentus demum erit proportio, ad quam data se habebit, vt denominator se hẽt ad numeratorem ex ratione ipsius regulę de tribus. Ratio verò methodi diuidẽdi vnã datam proportionẽ per fractos, ex se satis patet, cum idem sit modus diuidendi quemlibet numerum integrum per fractos. Quare, quæ vnius, & alterius est ratio.



THEOREMA VNDECIMVM.

NIcolaus Tartalea in. 3. lib. quintæ partis numerorum soluit. 24. quæsitum sibi propositum à Hieronymo Cardano, via particulari & non generali. Quæsitum autem tale est quamlibet propositam rectam lineam in duas partes ita diuidere via Euclidis, ut cubus totius lineæ ad cubos partium se habeat in proportione tripla.

Tartalea igitur inquit quòd vt satisfiat speculatiuis ingenijs soluendum sit huiusmodi quæsitum, secando lineam propositam. a. b. in tres æquales partes, quarum vna sit. c. b. vnde problema solutum erit.

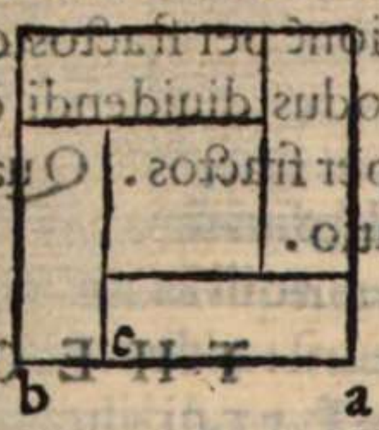
Verum dicit, sed hæc non est methodus generalis, propterea, quod cum tale problema alterius fuisset proportionis quàm triplæ, talis methodus nihil valeret.

lem

Quapropter non tacebo quod mihi in mentem venit circa hoc problema.

Sit ergo linea.a.b.diuisibilis in puncto.c,ita vt cubum totius dictæ.a.b.lineæ ad summam cuborum suarũ partium. a.c.et.c.b.oporteat eam proportionem habere, exempli gratia,vt.125.ad.65.vt vitemus fracta pro nunc, notantes talem proportionem quadrupla nunquam maiorem esse posse, vt quilibet ex se contemplari potest, constituendo punctum.c.in medio loco inter.a.et.b.vnde proportio totalis cubi ad summam partialium esset omnium maxima quæ possint esse, collocando.c. vbi volueris in dicta linea.a.b.& hæc esset quadrupla.

Sed vt ad propositum reuertamur, considerabimus cubum totalem ipsius.a.b. esse vt.125.& summam partialium vt.65.quam detrahemus ex cubo totali & nobis remanebit.60.prò summa trium solidorum inuicem æqualium, quorum longitudo vniuscuiusque erit tota linea.a.b.nobis cognita vt radix dati cubi totalis,quæ erit in hoc exemplo quinque partium, latitudo verò vniuscuiusque dictorum solidorũ erit.a.c.pars maior ipsius.a.b.quæ quidem.a.c.adhuc nobis ignota est, profunditas seu altitudo vniuscuiusque illorum solidorum,erit.c.b.pars reliqua ipsius.a.b.& etiã nobis incognita, sed quia summa horum trium solidorum nobis manifesta superius fuit, quæ erat.60.propterà nobis cognita erit quantitas vniuscuiusque illorum solidorum, vt tertia pars totius summæ ipsorum quæ erit.20.in proposito exẽplo, deinde cum vnumquodque illorum solidorum producatur à superficie contenta seu producta ab.c.a.in.c.b.in tota linea,a.b.sequitur quòd si diuiserimus hoc solidum.20. per lineam.a.b.quinque partium proueniet nobis cognita superficies producta ab. a.c.in.c.b.quatuor partium, sed cum quadratum totius.a.b.nobis cognitum sit, eo quod.a.b.vt eius latus etiam cognitum est. Tunc dictum quadratum erit.25.quod quidem æquale est quadruplo illius quod fit ex.a.c.in.c.b.simul cum quadrato differentiæ inter.a.c.et.c.b.per.8.secundi Eucli. Vnde quia quadruplum illius quod fit ex.a.c.in. c. b. nobis cognitum est,vt 16. eo quod simplum quod est. 4. iã inuentum fuit, ideo si hoc quadruplum.16. demptum fuerit ex totali quadrato. 25.reliquum erit. 9. quadratũ scilicet vnius partis. a. c. ipsius hoc est illius partis, quæ differentia est inter.a.c.et.c.b. quæ quidem erit. 3. partium quæ differentia cum subtracta fuerit ex.a.b.reliquum erit duplum ipsius.c.b.duo scilicet. Quare.



c.b.erit vt.1.et.a.c.vt.4.& productum. a. c.in.c. b. erit. 4. vnitatum superficialium.

&c

Ptolæus Tartalea in . 3. lib. quintæ partis numerorum soluit . 24.quæstionem propositum à Hieronymo Cardano, via particulari & non generali. Quæstium autem tale est quemlibet propositam rectam lineam in duas partes ita diuidere vt ex illis, ut cubus totius lineæ ad cubos partium se habeat in proportione tripla.

Tartalea igitur inquit quòd vt satisfiat speculatiuis ingeniis soluendum sit huiusmodi quæstium, secando lineam propositam.a.b.in tres æquales partes, quarum vna sit.c.b. vnde problema solutum erit.

Verum dicit, sed hæc non est methodus generalis, propterea, quod cum tale problema alterius fuerit proportionis quam triplæ, talis methodus nihil valeret.

APPENDIX
DE SPECVLATIONE REGVLAE FALSI.

VNC idem ferè mihi accidit, quod & Michaeli Stifelio, à quo cum Petreius Tipographus nuper totam ſuam Arithmeticam recepiſſet, mox poſteà per literas petijt explicationẽ regulæ falſi.

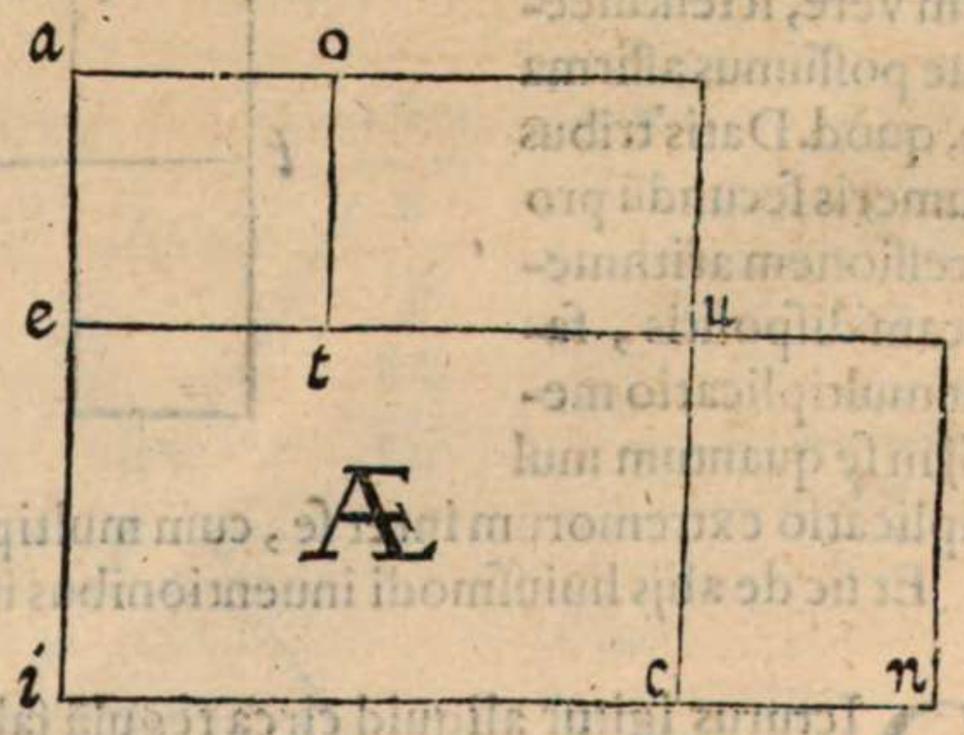
Similiter poſt inciſas omnes ſuperiorum Theorematum figuras, opereq; Typographo commiſſo, amicus quidam omnium ſcientiarum ornatiſſimus maxima neceſſitudine mecum coniunctus monuit me, vt aliquid de regula falſi ſcribere vellem, cuius ſuaſu hæc, quæ ſequuntur appendicis vice ponere libuit, ne lector, quidpiam quod ad hanc rem pertinet iure merito à nobis deſiderare poſſet; vt autem ad ipſam regulã accedamus Ego ſicut, & in alijs multis, ita & in huiuſcæ regulę inuentione cum ipſo Stifelio maximè conuenio, putans regulam falſi, ſeu falſarum poſitionum inuentam fuiſſe per paruos numeros in quæſtionibus facillimis & cognitis, eodem fermè modo, quo ipſe monſtrat illis duobus exemplis, quæ quamuis ipſe appellet theoremata, nihilominus theoremata ego illa non vocarem, niſi adiuncta fuerit ſpeculatio ab ipſo præterita, & non experientia tantummodo, vt ipſe fecit. Primum eius exemplum eſt, quòd

Quorumcumque duorũ numerorum differentia, ſi fuerit multiplicata in aggregatum eorum, producit ipſam differentiam, quæ eſt inter quadrata eorum.

Secundum verò exemplum eſt, quod

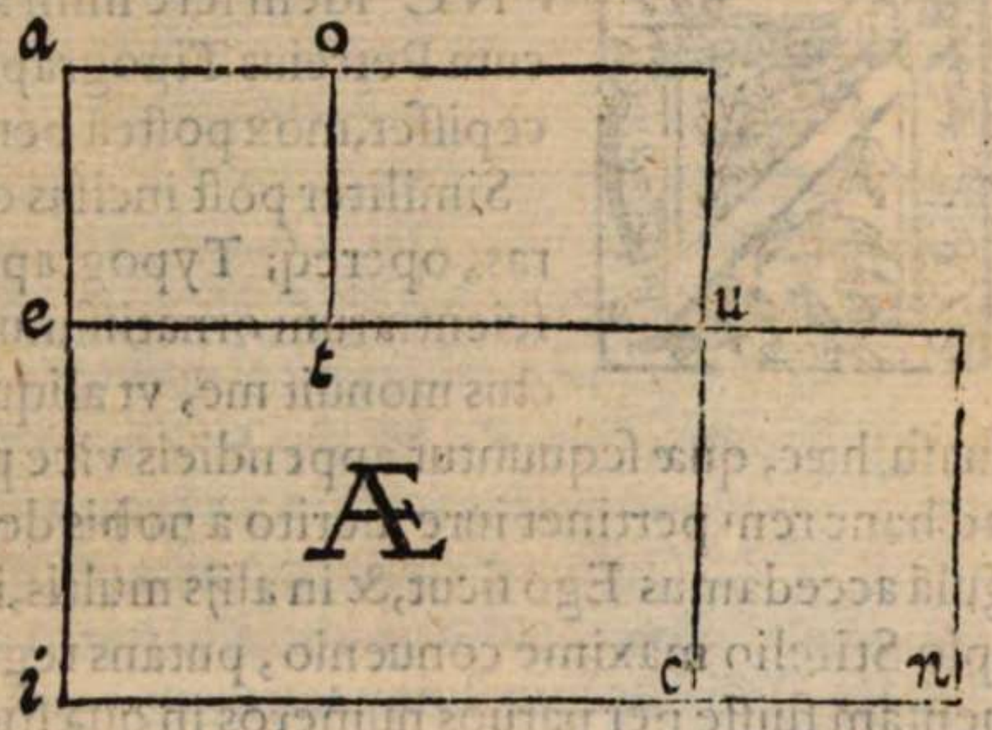
Datis tribus numeris ſecundum progreſſionem arithmeticam diſpoſitis, facit multiplicatio medij in ſe, quãtum multiplicatio extremorum inter ſe cum multiplicatione differentiarum inter ſe.

Talia enim exempla ipſe aliter non probat niſi experientia in aliquibus numeris, arbitratus ex eo inuentam eſſe regulam falſi, experientia tantummodo confirmatam, quod quidem etiam & ego credo. At experientia in philoſophia mathematica, aut nullã prorſus facit ſcientiã, aut omnino ſuperfluus fuit Euclides in multis ſuis propoſitionibus, & præcipuè in eius ſecundo libro, ſi ſufficeret experientia. Idcirco quo magis ad euidentiam ipſius veritatis, quam profiteor, deuenire poſſim, accipiã primò primum exemplum ipſius Stifelij hic ſuperius citatum, & pro numero maiori, in prima hic ſubſcripta figura. AE. accipio. a. i. cuius quadratum ſit. a. c: pro minori verò numero capio. a. e. partẽ ipſius a. i. cuius quadratum fit. a. t. differentia autem horum numerorum erit. e. i. reliqua pars ipſius. a. i: & differentia ipſorum quadratorum erit gnomon. e. c. o: Nunc autem protraho. i. c. latus quadrati maioris quouſque c. n. æqualis ſit. a. e. numero minori, perficioq; rectangulum. c. n. quod



produ-

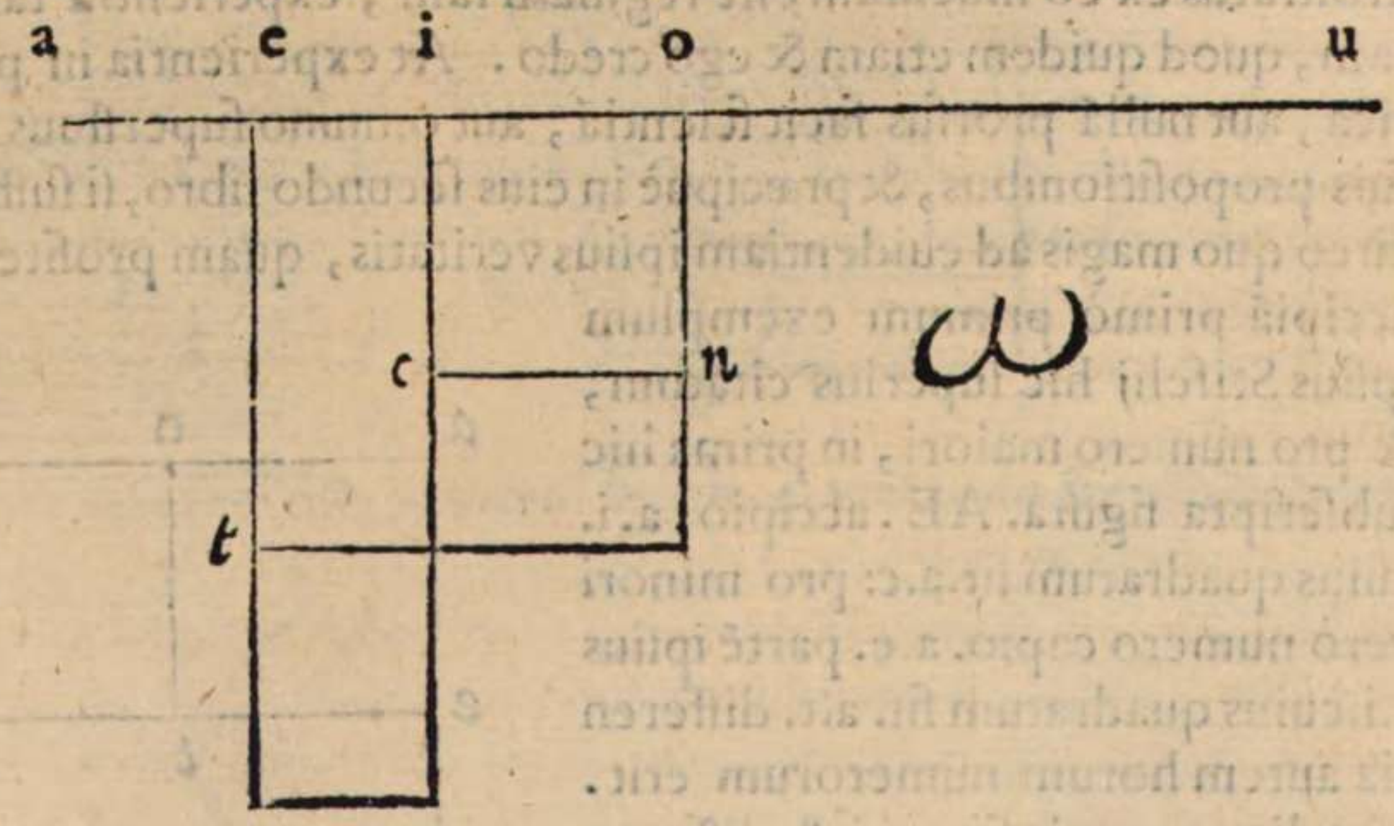
producitur ex.i.e.differentia in.i.n.aggregatum amborum numerorum,sed hoc pro ductum excedit productum.e.c: partem gnomonis dicti per.u.n. quod quidem.u. n. æquatur ipsi.u.o.reliquæ scilicet parti ipsius gnomonis,nã.e.u.æqualis est. i.c.qua re et. a.i.sed.e.t.æquatur.e.a.vnde.t.u.æqualis erit.e.i.quare et.u.c:at cum.c.n.æqua lis sit ipsi.a.e.erit etiam æqualis ipsi.
o.t.quare. u. n. æqualis erit ipsi. u. o.
& tunc intellectus quiescit, & absq; aliqua alia experientia verè scientifi ceq; dicere potest, quòd



Quorumcumque duorum numerorum differentia, si fuerit multiplicata in aggregatum eorum, producit ipsam differentiã, quæ est inter quadrata eorum.

Hæc autem propositio à me ipso etiam in. 60. Theoremate huius libri aliter demonstrata fuit.

DE speculatione autem, et scientia secundi exempli in secunda hic subscripta figura. ●. cogitem us lineam.u.a.tribusin partibus arithmeticè diuisam,qua rum maxima sit.u.o.media.sit.o.e.minima verò sit.e.a.multiplicatio autem mediæ. o.e,in se sit quadratum.o.t.abscindatur deinde ex.o.e:e.i.æqualis.e.a.tunc. o. i. erit differentia inter.o.e.et.e.a.& æqualis differentiæ inter.o.e.et.o.u.ex hypotesi, quæ quidem.o.i.in se ducta procreabit quadratum.o.c.quod erit productum ex differen tijs ipsarum partium, & erit pars quadrati. o.t.superius dicti, vt ex se patet. Nunc autem dico gnomonem.i.t.n.æqualem esse ei quod fit ex.a.e.in.o.u. Producatur igi tur.e.t.quousque.t.r.æqualis sit ipsi.o.i.tunc.e.r.erit æqualis.o.u.quod etiam clarum est. Claudatur ergo rectangulum. i.r.quod erit æquale producto ipsius. e.a. in.o. u. Nam.e.i.sumpta fuit æqualis.e.a. sed ex ra tionibus in priori exé plo allatis, ꝓductum. i.r. æquale erit gnomoni.i.t.n. Nunc au tem verè, scientifice- que possumus affirma re, quòd. Datis tribus numeris secundũ pro gressionem arithme- ticam dispositis, facit multiplicatio me- dij in se quantum mul



tiplicatio extremorum inter se, cum multiplicatione differentiarum inter se.

Et sic de alijs huiusmodi inuentionibus infero.

DIcturus igitur aliquid circa regulã falsi, videtur mihi nullam oportere facere mentionem de origine huiuscæ regulæ, cum in hoc Stifelius satisfecerit,sed

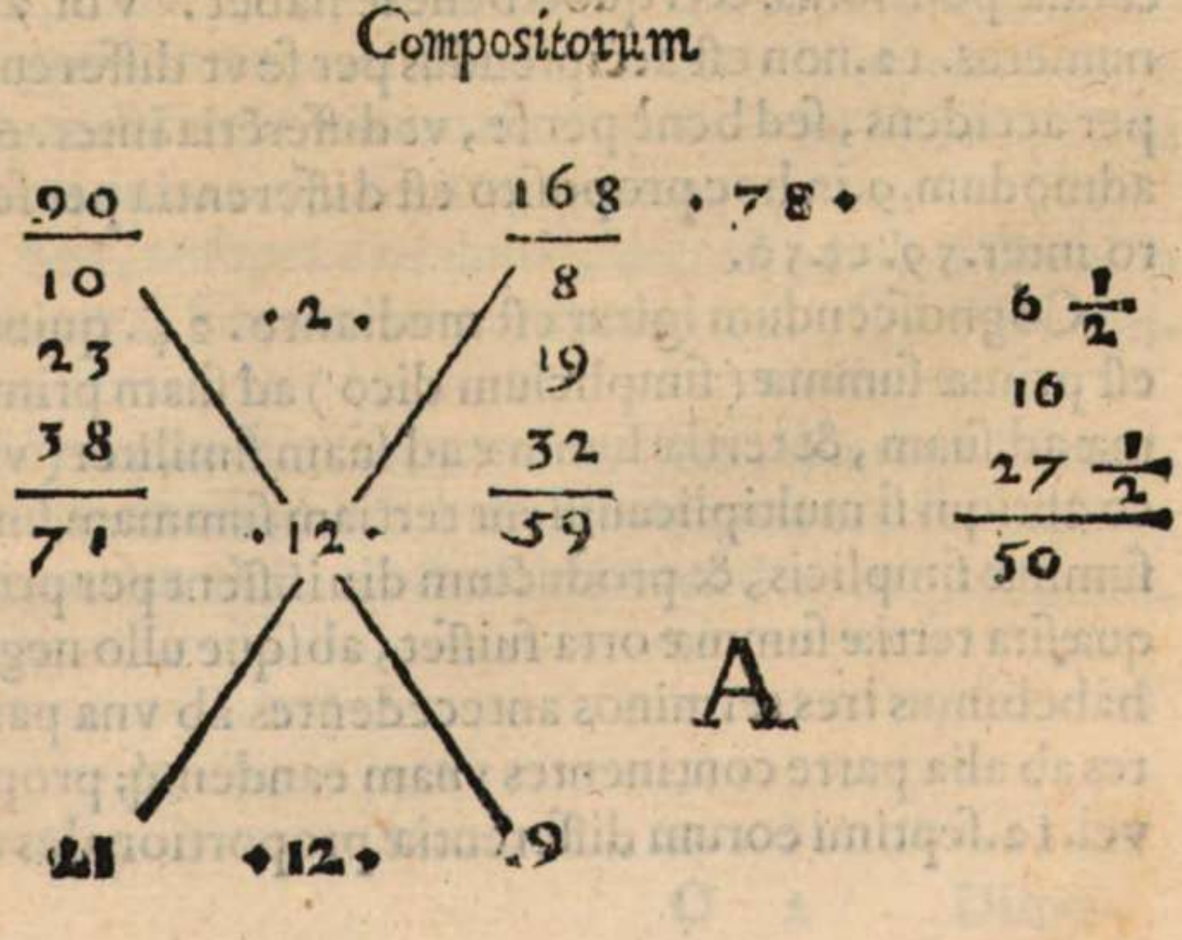
potius

potius veras rationes propriaq; fundamenta huiuſmodi operationis oſtendere, ſumendo eadem exempla propoſita ab ipſis practicis, & maximè à Nicolao Tartalea viro accuratiſſimo, qui vbicunque potuit ſpeculatus eſt cauſas ipſarũ operationum, etſi de huiuſmodi falſi regula circa finem cap. 8. lib. 17. promittat poſtea loqui, nullibi tamen loquutus eſt. Monendum etiam cenſeo, me nihil de rationibus regulæ falſi ſimplicis dicturum, cum ex ſeipſis ſatis appareant, quod non ita eſt de poſitionibus duplis. Incipiam ergo à primo problemate lib. 17. ipſius Tartaleæ, quo etiã ipſe vtitur pro exemplo docendi gratia, ipſam regulam duplæ poſitionis, quod quidem problema aliter à me ſolutũ fuit in. 118. Theoremate huius mei lib. quod ſimiliter ob hanc demum occaſionem mihi oblatam, alia etiam via, ſpeculatus ſum idem poſſe fieri, quæ quidem via ſeu methodus generalis erit, & ita ſe habet.

Accipio enim propoſitum numerum diuiſibilem, à quo detraho ſummam datorum numerorum, primo duplicato, eo quòd tam in ſecunda quam in tertia parte reperitur, vt in propoſito exemplo, datus numerus eſt, 50. à quo detraho ſummam dictorum numerorum, quæ eſt. 11. nam tres, & tres, & quinque ſunt vndecim, eo quòd primus ingreditur in ſecunda, & in tertia parte, dempto igitur hoc numero. 11. ex. 50. remanet. *39*. qui quidem numerus intelligendus eſt pro ſumma trium partium ſimplicium adhuc incognitarum, à quo extrahenda eſt prima, eo modo quo nunc proponam ex regula de tribus, hoc eſt aggregando dictas partes ſimplices ſine aliqua additione vtcunque volueris (ſed commodius erit in minimis numeris) iuxta propoſitum, quod quidem propoſitum eſt, vt ſecunda pars dupla ſit primæ, tertia verò æqualis ſit primæ & ſecundæ, quæ partes in dictis minimis numeris, ita diſpoſitæ erunt. 1. 2. *3*. quarum ſumma erit. *6*. Nunc ſi ex regula de tribus dixerimus, cum hæc ſumma proueniat nobis ab vno, à quo proueniet. *39*. et veniet nobis. *6*. cum dimidio pro prima parte quæſita in propoſito numero. *39*. cum ergo habuerimus primam partẽ, reliquas poſteà illicò cognoſcemus.

Huiuſmodi verò operationis ratio ex ſe manifeſta patet, eo quòd proportio ſummæ partium in minimis numeris ad primam eorum partem eadem eſſe debet, quæ ipſius. *39*. ad primam partem quæſitam huiuſmodi aggregati partium ſimpliciũ, ſed quia nemo adhuc, quod ſciam, ſatis animaduertit rationem modorum, qui ab antiquis obſeruati ſunt, qui quidem modi duo ſunt circa hoc Helcataym duplæ falſæ poſitionis, igitur non prætermittam aliquid de hac re ſpeculari, & primo de primo modo.

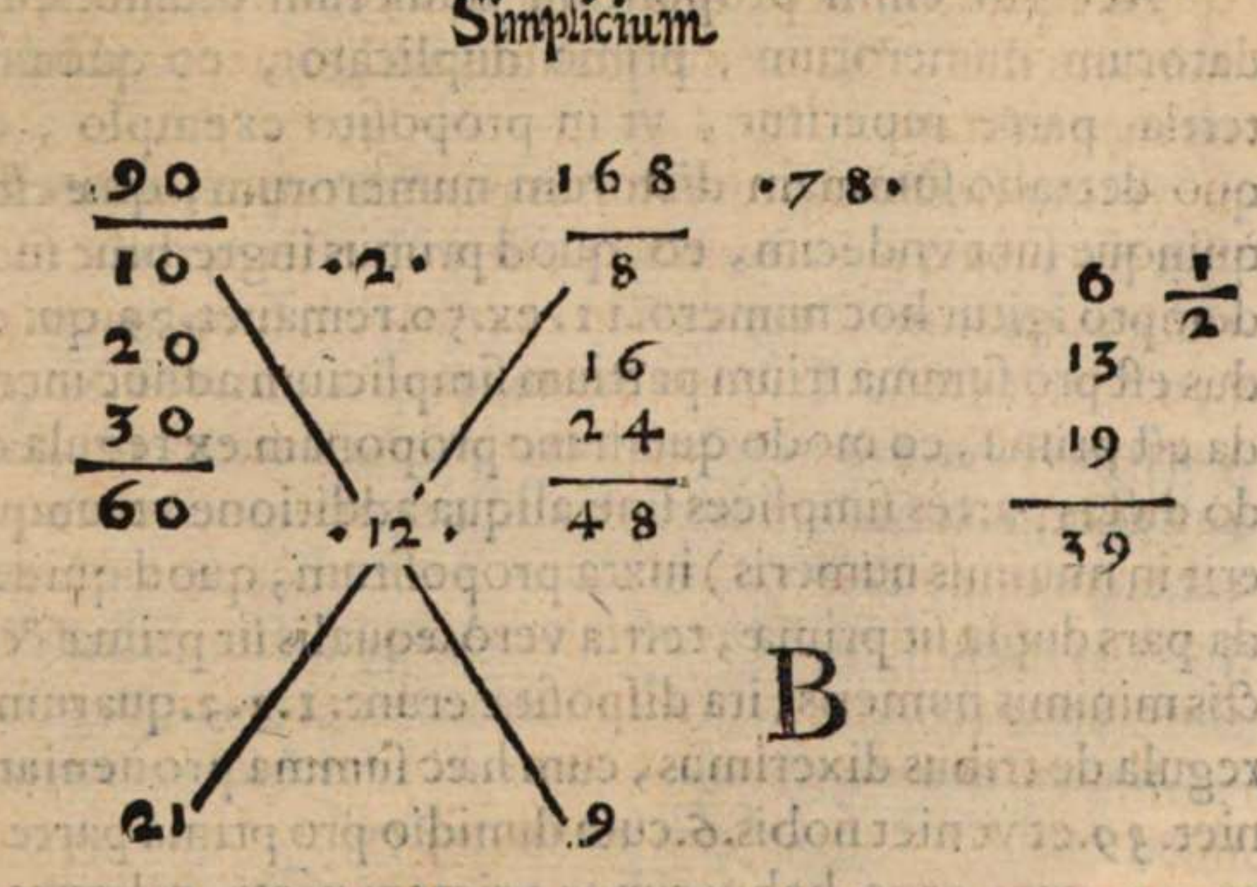
In primis igitur ſciendũ eſt, q; veritas ita inueniri poterit eorum modo, mediantibus ſimplicibus partibus, vt etiã mediantib⁹ cõpoſitis, ut in pręſenti exẽplo pro primis poſitionibus acceperunt. 10. et. 8. pro ſecundis verò compoſitis cũ numero. 3. inuenerũt. 23. et. 19. pro tertijs aũt cõpoſitis cũ quinq;, notauerunt. 38. et. 32. vnde prima ſumma reſultauit. 71. ſecunda verò. 59. ita q; prim⁹ error remanebat 21. ſecũd⁹ aũt. 9. vt in figura. A.



A

SED ijdem errores proueniunt ex ſummis partium ſimplicium.

Vt exempli gratia, in figura. B. ſumma propoſita partium ſimplicium eſt. 39. vt diximus, eo quòd ab ipſo. 50. detraxerimus. 11. ſumma ſcilicet numerorum adijciendorum ad efficiendas partes compoſitas, ſumma poſteà ſimplicium partium primæ poſitionis, erit. 60. eo quòd prima pars erat. 10. ſecunda autem ſimplex. 20. tertia verò ſimplex. 30. iuxta ordinem propoſiti. Summa deinde ſimplicium partiũ ſecundæ poſitionis eſſet. 48. quia prima eius pars erat. 8. ſecunda verò ſimplex. 16. tertia autem ſimplex. 24. vnde prima ſumma excederet datam. 39. per. 21. differentiæ, ſecunda verò per. 9. vt ſupra vidimus de ſummis compoſitis à dato. 50. compoſito, & hoc quidem mirandum non eſt, quod ſcilicet tres ſummæ ſimplicium partium ſint inuicem inæquales, ijſdem differentijs mediantibus, quibus differũt dictæ tres ſummæ compoſitæ, cum ab vnaquaque cõpoſitarũ ablatus ſit numerus. 11. æqualiter, vnde ex neceſſitate, permutando, earũ differentiæ relinquẽdæ erant æquales inuicem ex. 78. theoremate huius noſtri lib. ſummæ enim compoſitæ erant. 71. 59. et 50. ſimplices verò. 60. 48. et. 39. differentes à primis per. 11. vt dictum eſt, quare veritas ita manabit à compoſitis, quemadmodum à ſimplicibus, ſed à ſimplicibus per ſe, & à compoſitis per accidens vt iam iam videbimus.



ANtiquorum igitur primus m odus vtitur regula de tribus, hoc ordine, multiplicando ſcilicet ſecundum errorem, qui eſt. 9. cum differentia primarum partium poſitarum, quæ eſt. 2. & productum diuidendo per differentiam errorum, quæ eſt. 12. proueniens poſtea quod eſt. 1. cum dimidio additur hoc loco primæ parti ſecundæ poſitionis. &c. quòd benè ſe habet. Vbi animaduertendum eſt, quod ille numerus. 12. non eſt accipiendus per ſe vt differentia errorum hoc eſt. 21. et. 9. niſi per accidens, ſed benè per ſe, vt differẽtia inter. 60. et. 48. ſimplices ſummas, quemadmodum. 9. in hoc propoſito eſt differentia per ſe inter. 48. et. 39. per accidens vero inter. 59. et. 50.

Cognoſcendum igitur eſt mediante. 24. quinti Eucli. quod eadem proportio eſt primæ ſummæ (ſimplicium dico) ad ſuam primam partem, quæ ſecundæ ſummæ ad ſuam, & tertiæ ſummæ ad ſuam ſimiliter (vbi rectè etiam feciſſent hoc in loco antiqui ſi multiplicauiſſent tertiam ſummam ſimplicem cum prima parte prioris ſummæ ſimplicis, & productum diuiſiſſent per primam ſummam, vnde prima pars quæſita tertiæ ſummæ orta fuiſſet, abſque ullo negotio ipſius plus vel minus) Quare habebimus tres terminos antecedentes ab vna parte, & tres terminos conſequentes ab alia parte continentes vnam eandemq; proportionem, vnde ex. 19. quinti, vel. 12. ſeptimi eorum differentiæ proportionales erunt, hoc eſt, q eadem propor

tio

tio erit eius differentiæ, quæ est inter primam & secundam summam, ad differentiam quæ est inter primas earum partes, quæ illius differentiæ, quæ est inter secundam & tertiam summam, ad differentiam, quæ est inter primas illarum partes, sed harum.4.differentiarum, tres nobis cognitæ sunt, idest.12.2.et.9.ergo ex regula de tribus ab Eucli.in.20.septimi speculata inueniebatur quarta differentia, quæ est.1. cum dimidio.

A compositis summis idem etiam proueniet, sed non vt ex proprijs causis, & per se, sed per accidens. Nam quamuis eadem differentia sit inter 71. et. 59. quæ inter.60.et.48.& eadé inter.59.et.50.quæ inter.48.et.39.Nihilominus non est eadé proportio (propriè) ipsius.71.ad.59.quæ ipsius.60.ad.48.nec ea quæ ipsius.59. ad. 50.est quæ ipsius.48.ad.39: Vnde non erit eadem proportio ipsius.71. ad. 59. quæ ipsius.10.ad.8.nec ea quæ est ipsius.59.ad.50.quæ ipsius.8.ad.6 cum dimidio. Sed minores illis. Nam ex æqualibus additamentis diminuuntur proportiones maioris inęqualitatis.

A simplicibus igitur summis pendet ratio huiusmodi effectus.
Si vero prima pars secundæ positionis esset. 4. tunc secunda eius pars esset.8. & tertia. 12. quarum summa esset.24. (harum simplicium partium scilicet)& minor vera (39.)per.15.& differens à summa primarum. (60.) per. 36. & differentia primarum partium esset.6.differentia vero primæ partis secundæ positionis,a prima parte quę sita esset. 2.cum dimidio. Vnde in huiusmodi exemplo videre est quare colligantur errores inuicem,quando alter eorum eccedit,reliquus vero deficit à numero proposito. Quod quidem ob aliam causam non fit,nisi vt cognoscatur differentia. 36. differentia scilicet simplicium summarum ipsarum positionum.

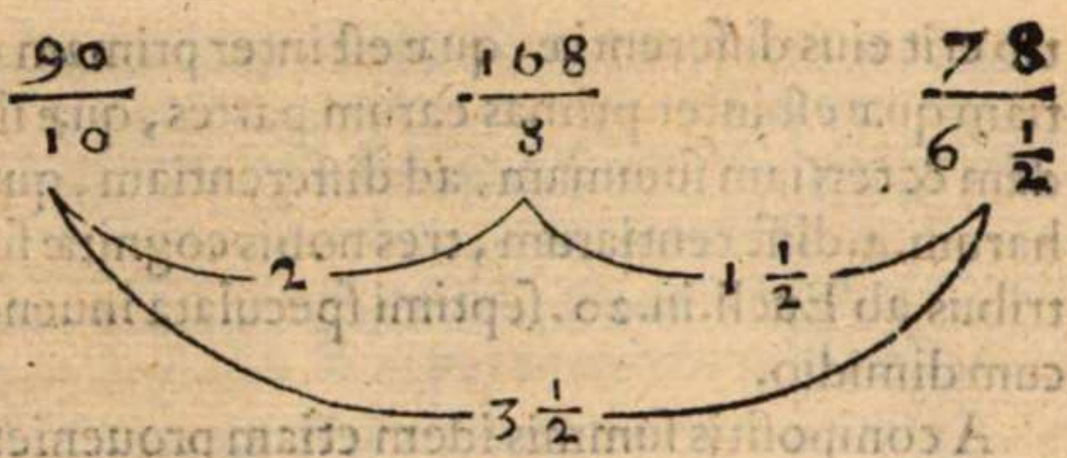
Secundus autem modus ab antiquis magis exercitatus est, quod multiplicabant diametraliter errores cum primis partibus, hoc est primum errorem cum prima parte, hoc est cum numero secundæ positionis, secundum vero errorem cum prima parte, hoc est cum numero primæ positionis, differentiam postea vel aggregatum horum duorum productorum diuidebant per differentiam vel aggregatum dictorum errorum, proueniens postea erat prima pars quæsita numeri propositi. Vnde oriebantur tria producta,quorum tertiu, hoc est differentia, seu aggregatum illorum constituebatur ex differentia seu aggregato errorum, & ex numero quæsito.

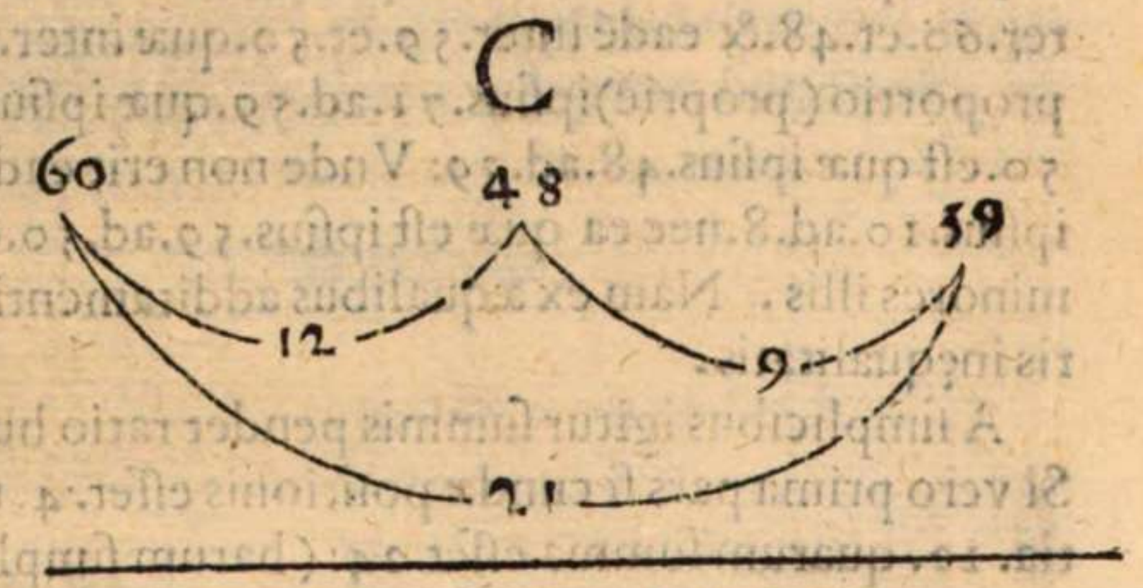
Vt in præsenti exemplo, primus error est. 21. qui multiplicatus cum prima parte secundæ positionis, quæ est.8.producit.168.secũdus verò error est.9. qui multiplicatus cum prima parte primę positionis produdit.90.differentia aurem horum productorum est.78.quæ diuisa per differentiam errorum,quæ est 12.dabit.6.cũ dimidio,pro prima parte quæsita dati numeri diuisibilis, qui erat.50.

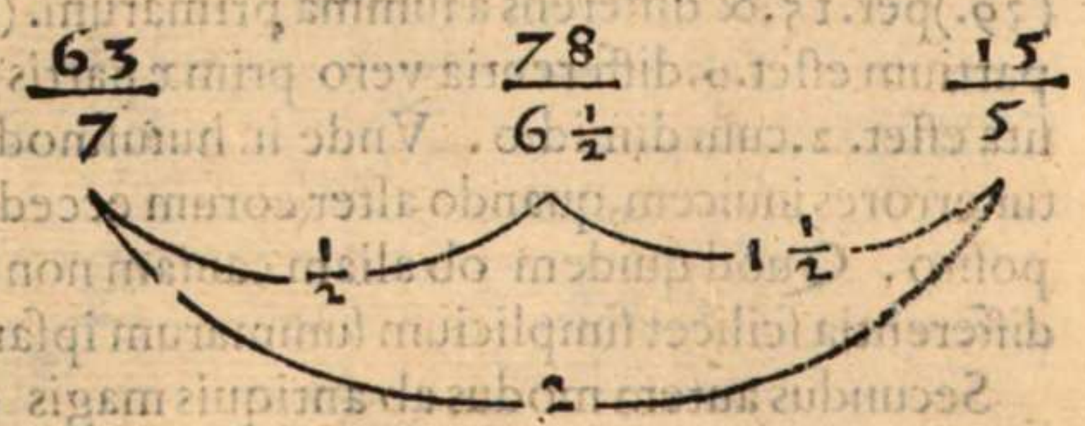
Hæc omnia rectè se habent. Sed, vt supra dixi diuisor non est per se differentia errorum,neque etiam differentia per se summarum compositarum, sed bene simplicium.

Pro cuius rei speculatione,accipiendæ sunt summæ simplices, quarum differentiæ per se vtiles sunt in huiusmodi operatione; & quia etiam rationes veritatis ex istis, & non ex illis fluunt; quamuis tam vnæ, quam aliæ sint eædem in quantitate, idest æquales.

Diſponantur igitur huiuſmodi numeri tali ordine, vt ſimplex ſumma, quæ ab vna reliquarum ſuperatur, & aliam ſuperat, medium locum teneat; vt in propoſito exemplo ſumma mediocris eſt. 48. quę à ſumma. 60. ſuperatur, & ſuperat ſummam. 39. locata igitur ſit hęc. 48. inter illas, ſuæ verò primæ partes ſimiliter conſtitutæ ſint ſupra dictas ſummas, cum ſuis differẽtijs, & tria producta iam dicta, vt in figuris. C. et. D. arithmeticis clarè patet: figura enim. C. eſt pro exemplo ipſius plus ſimpliciter: figura verò. D. pro exemplo ipſius plus, & minus. Et ſic in figura. C. habebimus tres numeros conſequentes. 60. 48. 39. & tres antecedentes. 10. 8. 6. cum dimidio, vnam, & eandem proportionem terminantes, ex. 24. quinti, vt diximus; quare eorum differentiæ ſimiliter proportionales erunt, quod etiam vidimus. Supponamus nunc nos ignorare æqualitatem maximi producti cum reliquis duobus, accipiendo ſolum pro hypoteſi, quòd dicta producta oriantur ex lateribus iam dictis.







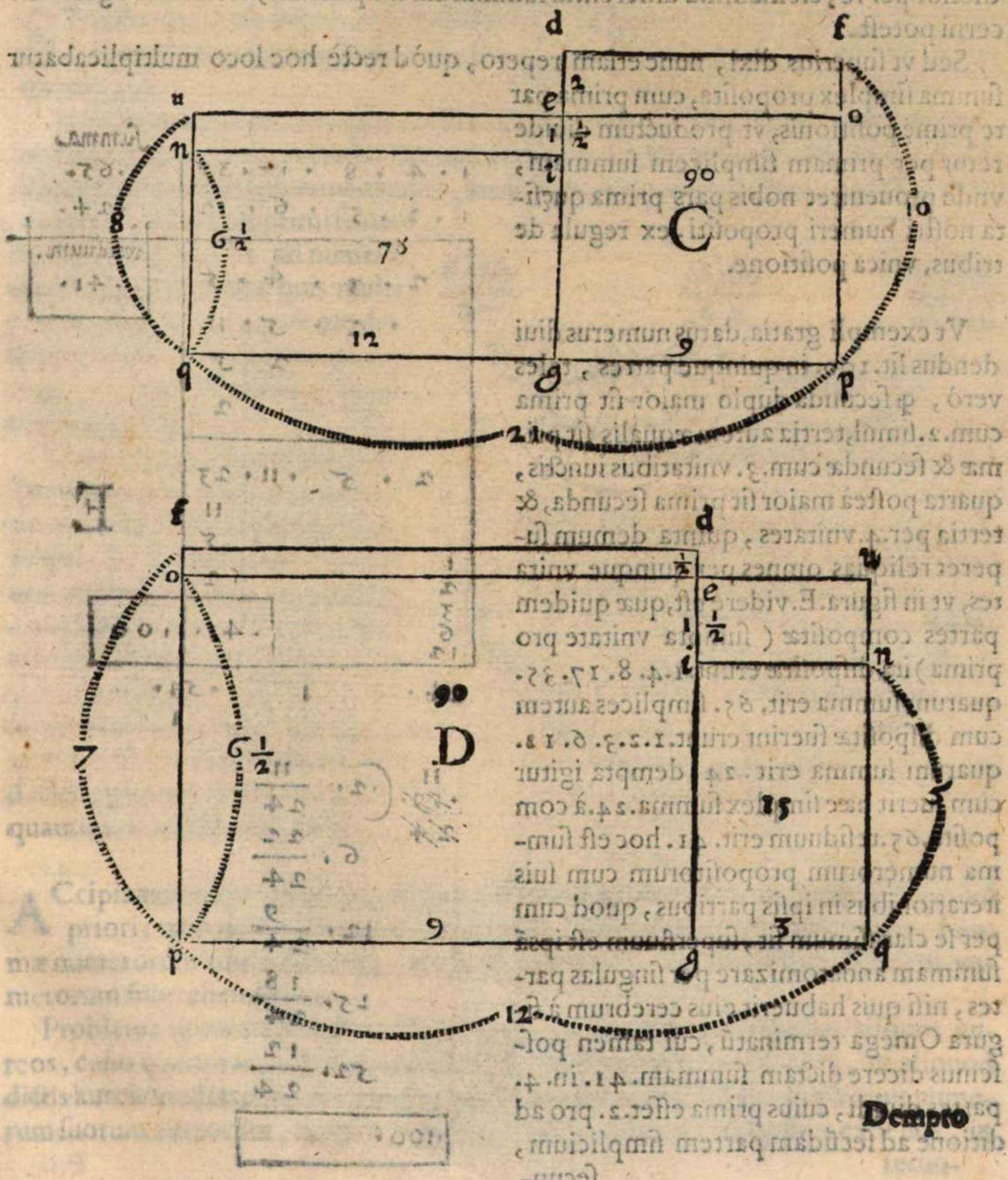


Demonſtrandum nobis nunc relinquetur, maximum productum æquale eſſe reliquis duobus; hoc eſt productum. 168. æquale eſſe productis. 90. et. 78. quorum duorum productorum alterum. 90. ſcilicet, generatur à differentia. 9. quæ eſt ſecundę, & tertię ſummæ, in primum numerum antecedentem, qui eſt. 10. alterum verò productum, 78. ſcilicet, generatur à differentia. 12. quę eſt primę, & ſecundę ſummę in tertium numerum antecedentem, qui eſt. 6. cum dimidio, maximum verò productum. 168. ſcilicet generatur à differentia maxima. 21. quę eſt primę, & tertię ſummę (& ſemper æqualis prioribus duabus differentijs. 12. et. 9.) in ſecundum numerum antecedentem, qui eſt. 8.

Conſtituantur igitur duo producta ſimul iuncta æqualia duobus. 90. et. 78. lateralibus ſupra vnam aliquam rectam lineam. q.p. ſitq; productum. f. g. æquale. 90. productum verò. g.n. æquale. 78. ſit etiam baſis. g.p. vt. 9. et. g.q. vt. 12. vnde. g. i. vel. q.n. erit vt. 6. cum dimidio. et. g.d. vel. p.f. vt. 10. & ideo. i. d. differentia erit. 3.

cum

cum dimidio, ut in figura. C. geometrica hic subscripta videre licet, et. q. p. erit . 21. Cogitemus nunc differentiam. d. i. diuisam esse in puncto. e. ita vt eadem proportio sit ipsius. d. e. ad. e. i. quæ ipsius. q. g. ad. g. p. hoc est vt. 12. ad. 9. quapropter. d. e. erit. 2. et. e. i. erit. 1. cum dimidio, vt in dicta figura. C. arithmetica reperiuntur esse differentiæ ipsorum antecedentium numerorum, deinde à puncto. e. ducatur imaginatione. u. e. o. æquidistans ipsi. q. p. & producatur. q. n. vsque ad. u. vnde ita se habebit u. e. ad. e. o. ut. q. g. ad. g. p. quare vt. d. e. ad. e. i. ideo ex. 15. sexti vel. 20. septimi. n. e. rectangulum æquale erit ipsi. e. f. quapropter rectangulum. q. o. æquale erit duobus rectangulis. f. g. et. g. n; sed cum. g. i. sit vt. 6. cum dimidio, et. i. e. vt. 1. cum dimidio, ergo. g. e. erit ut. 8. qui quidem numerus multiplicatus cum. q. p. 21. producit. 168. verum est igitur quod dictum fuit, hoc est q̃ maximum productum æquale sit reliquis duobus.



Dempto

DEmpto posteà quo volueris horum altero productorum ex maximo, diuisoq; reliquo per differentiam consequentium, ipsi diametraliter oppositam, proueniet tibi numerus antecedens correspondensq; illi.

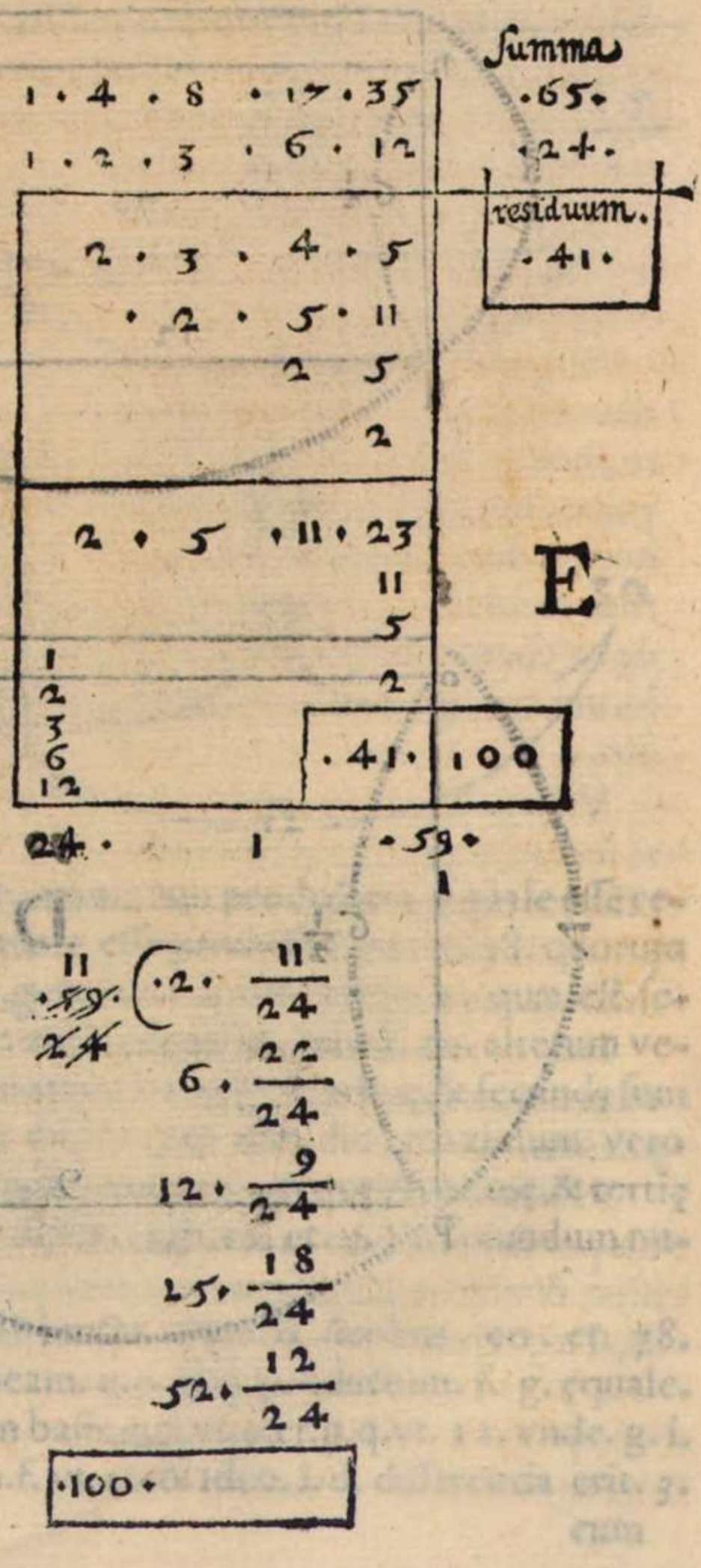
Animaduertendum tamen est, quòd si in figura à me ita ordinata, summa simplex proposita medium locum occuparet, vt in figura. D. arithmetica videri potest; tunc vt habeatur eius productum, addenda simul erunt circunstantia producta. eo q eius secundum latus esset antecedens medio loco constitutum, & prima pars quęsita numeri propositi: in qua figura. D. manifestè patet ratio, quare colligendi sint tam errores, quam producta, dum eorum alterum est plus, reliquum verò minus.

Speculatio figurę. D. arithmeticę videbitur in figura. D. geometrica, eodem ferè modo quo fecimus in figuris. C. mutatis mutandis, respectu ipsius plus, & minus.

Collectio namque errorũ similiter accidentalis est, eo quòd essentialis numerus diuisor per se, est maxima differentia summarum simplicium, vt in dicta figura. D. cerni potest.

Sed vt superius dixi, nunc etiam repeto, quòd rectè hoc loco multiplicabatur summa simplex proposita, cum prima pars tę primę positionis, vt productum diuideretur per primam simplicem summam, vnde proueniret nobis pars prima quęsita nostri numeri propositi, ex regula de tribus, vnica positione.

Vt exempli gratia, datus numerus diuidendus sit. 100. in quinque partes, tales verò, q; secunda duplo maior sit prima cum. 2. simul, tertia autem æqualis sit primæ & secundæ cum. 3. vnitatibus iunctis, quarta posteà maior sit prima secunda, & tertia per. 4. vnitates, quinta demum superet reliquas omnes per quinque vnitates, vt in figura. E. videre est, quæ quidem partes compositæ (sumpta vnitate pro prima) ita dispositæ erunt. 1. 4. 8. 17. 35. quarum summa erit. 65. simplices autem cum dispositæ fuerint erunt. 1. 2. 3. 6. 12. quarum summa erit. 24. dempta igitur cum fuerit hæc simplex summa. 24. à composita. 65. residuum erit. 41. hoc est summa numerorum propositorum cum suis iterationibus in ipsis partibus, quod cum per se clarissimum sit, superfluum est ipsã summam annatomizare per singulas partes, nisi quis habuerit eius cerebrum à figura Omega terminatũ, cui tamen possemus dicere dictam summam. 41. in. 4. partes diuidi, cuius prima esset. 2. pro additione ad secũdam partem simplicium, secun-

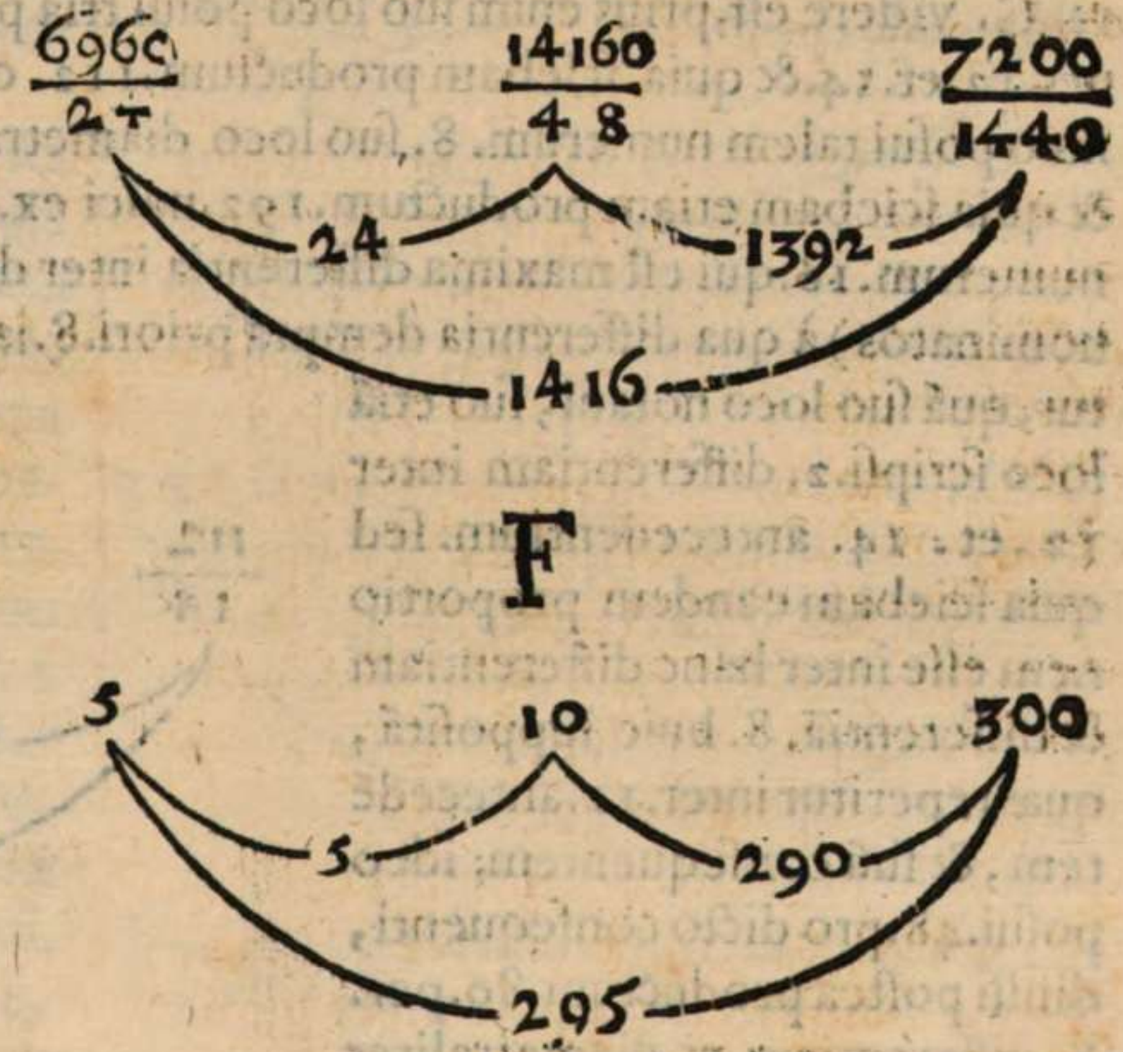


ſecunda verò eſſet. 5. pro additione ad tertiam partem ſimplicium, tertia autem eſſet. 11. pro additione ad quartam partem ſimplicium, quarta demum eſſet. 23. pro additione quintæ partis ſimplicium, quarum partium. 2. 5. 11. 23. ſumma eſt. 41. vt diximus. Hæc igitur ſumma. 41. ſubducenda eſt à numero. 100. propoſito, vnde relinquetur. 59. pro ſumma partium ſimplicium numeri propoſiti, quarum prima erit 2. cum vndecim vigeſimisquartis ex diuiſione huiuſmodi. 59. per. 24. ſummam partium ſimplicium ex vi regulæ de tribus, dicendo ſi. 24. prouenit nobis ab. 1. prima partium ſimplicium, à quo proueniet nobis. 59? vnde proueniet à. 2. cum vndecim vigeſimisquartis pro prima parte quæſita, ſecunda verò iuxta propoſitum, erit. 6. cum. 22. vigeſimisquartis, tertia autem. 12. cum nouem vigeſimisquartis, quarta pò ſteà. 25. cum. 18. vigeſimisquartis, quinta demum erit. 52. cum. 12. vigeſimisquartis, quarum omnium ſumma erit. 100.

STifelius in primo exemplo regulæ falſi, ita inquit.

Quæratur numerus, à cuius dimidio ſubtractæ partes tertia, & quarta relinquatur. 300.

Ipſe enim ſupponit. 300. pro reſiduo cognito alterius numeri incogniti, deinde accipit. 24. pro prima poſitione numeri cogniti, à cuius medietate abſcindit tertiam & quartam partem ipſius medietatis, vnde remanet. 5. qui quidem numerus. 5. ex. 22. quinti vel. 15. ſeptimi ſe habebit ad. 24. vt. 300. ad numerũ quæſitum, quare cum quis multiplicauerit. 300. per. 24. & productum diuiſerit per. 5. proueniet. 1440. numerus quæſitus, ex vi regulæ de tribus.



Conſideremus igitur meã diſpoſitionem numerorum huiuſmodi exempli, in figura hic ſuppoſita. F. in qua videre licebit quo pacto ipſe etiam Stifelius accipiat diuiſorem. 5. vt differentiã errorum & non ut differentiam duorum conſequentium. 5. et. 10 ſicuti eſt re uera, ut diuiſor dico, ex rationibus à me hic ſupra adductis, quamuis vna & eadem ſit quantitas neceſſariò ut patet.

ACcipiamus adhuc aliud exemplum à Tartalea propoſitione. 9. datũ, & oppoſitũ priori; nam ſicut in illo numerus ſimplex habebatur per ſubtractionem ſummæ numerorum adijciendorum, in hoc fit è conuerſo, hoc eſt per additionem numerorum ſubtrahendorum.

Problema igitur ita ſe habet. Fuit quidam mercator qui habebat aliquot aureos, cuius quantitas poſteà quærenda erit, hic enim fecit duo itinera, ut aliquod dictis aureis mediantibus lucrum faceret, in primo autem itinere duplicauit numerum ſuorum aureorum, ex quibus poſteà conſumpſit. 4. pro aliquibus expenſis, in

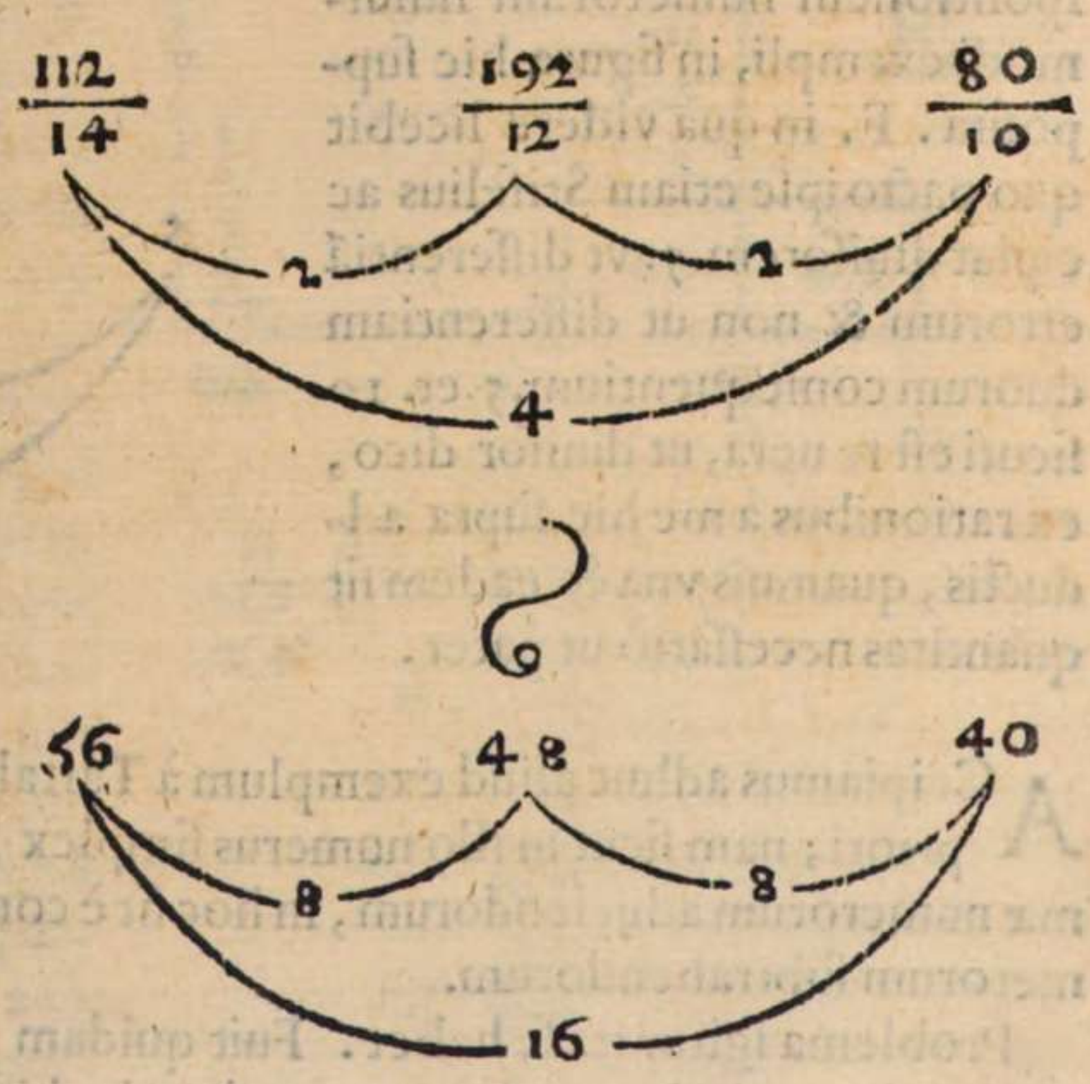
ſecun-

ſecundo itinere iterum duplicauit ſuos aureos, ex quibus etiam poſtea conſumpſit. 8.numeratis poſteà pecunijs reperit tantummodo. 24.aureos in eius marſupio, quę ritur nunc quot habebat aureos in principio primi itineris.

In tali caſu, cum ipſe quolibet itinere duplicabat eius pecuniam, nulli dubium eſt quòd in fine ſecundi itineris ipſe habuiſſet pecuniam ſuam quadruplicatam, ſi ex ipſa nihil detractum fuiſſet, ſed quia in fine primi itineris conſumpſit. 4. aureos, quibus alios. 4. lucratus eſſet in ſecundo itinere, poſteà conſumpſit iterum. 8.aureos, ita ꝙ ex quadruplo ſuæ primæ pecuniæ, rectè dici poteſt, quod conſumpſerit. 16.aureos; qui quidem numerus ex communi conceptu erit differentia inter. 24.& quadruplum prioris pecuniæ, cum qua profectus fuit in principio eius itineris; quapropter ſi addiderimus. 16.ipſi. 24. habebimus. 40. pro quadruplo eius prioris pecuniæ. Rectè igitur dici poteſt, ſi. 4.prouenit ab vno, à quo numero proueniet. 40.

Videamus igitur nunc quo pacto hoc reſpondeat cum methodo antiquorum. Ego enim inueni duas poſitiones ſcriptas à Tartalea pro prima pecunia hoc eſt. 12. et. 14. ſed à. 12. pro primo errore reperi. 8. more antiquo à. 14. verò pro ſecundo errore proueniebat. 16. producta autem horum numerorum diametraliter, ſunt. 112. et. 192. quorum differentia eſt. 80. pro tertio producto, quo diuiſo per differentiam errorũ. 8. ſcilicet, præbet nobis. 10. pro pecunia quæſita, vt etiam ego inueni.

Sed hoc mihi viſum eſt ſubtilius examinare mea methodo mediante, vt in figura. G. videre eſt, prius enim ſuo loco poſui tria producta dicta, deinde duas poſitiones. 12. et. 14. & quia ſciebam productum. 112. oriri à multiplicatione. 14. cum. 8. ideo poſui talem numerum. 8. ſuo loco diametraliter oppoſito ei producto. 112. & quia ſciebam etiam productum. 192. naſci ex. 12. et. 16. ideo ſuo loco poſui hunc numerum. 16. qui eſt maxima differentia inter duos conſequentes (ita à me ſupra nominatos) à qua differentia dempta priori. 8. iam inuenta, reliqua. 8. mihi dabatur, quã ſuo loco notaui, ſuo etiã loco ſcripſi. 2. differentiam inter 12. et. 14. antecedentium. ſed quia ſciebam eandem proportionem eſſe inter hanc differentiam & differentiã. 8. huic ſuppoſitã, quæ reperitur inter. 12. antecedẽtem, & ſuũ conſequentem; ideo poſui. 48. pro dicto conſequenti, diuiſi poſtea productum. 80. per. 8. differentiam ei diametraliter oppoſitam, vnde prouenit mihi 10. cui ita proportionatus eſt ſuꝰ numerus conſequens. 40. vt. 48. ad. 12. et. 56. ad. 14. ex ijſdem rationibus à me ſupra dictis.



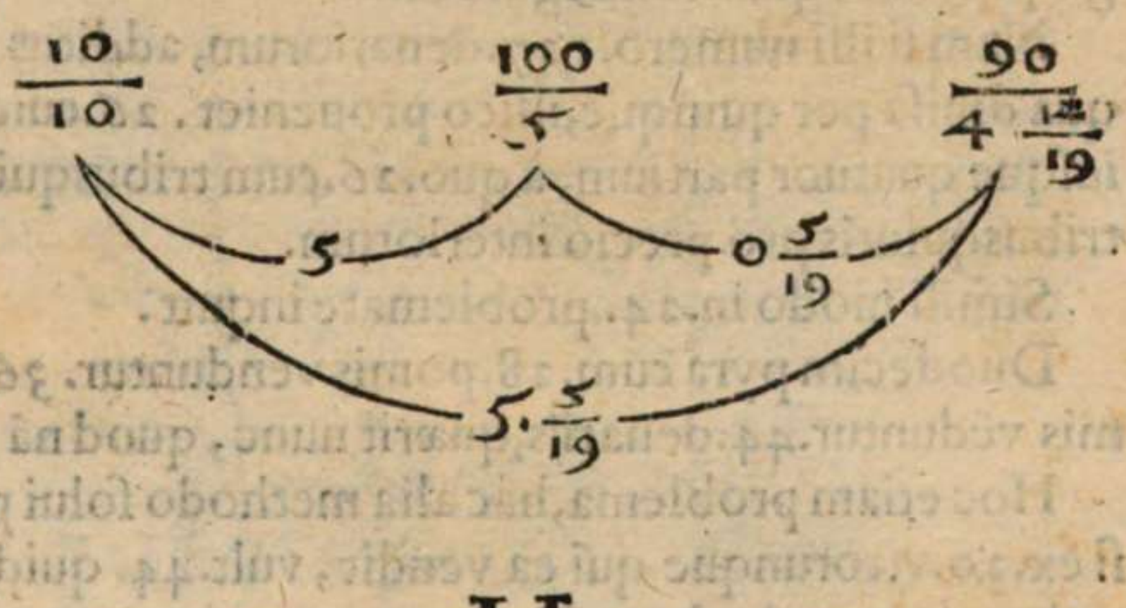
In tali igitur figura videntur numeri naturaliter correſpondẽtes ipſis poſitionibus, & hac methodo poſſumus inuenire tales numeros conſequentes in omnibus alijs exemplis à noſtris maioribus ſcriptis.

Pro-

PRoponitur etiam quoddam vas, cuius pes sit quarta pars totius vasis cum operculo, pars autem media sine operculo, sit quinta pars ipsius pedis, operculum verò. 18. libras pendeat. quæritur nunc quantitas dicti pedis.

Ex methodo enim antiquorum inuentus est pes. 4. cum. 14. decimisnonis talium partium, seu librarum, qualium operculus est. 18. Videamus igitur & nos ex nostra figura, quo pacto hoc respondeat veritati.

Inuenta enim sunt tria producta, iã orta ex dicta methodo. 10. 100. 90. quæ suis locis notaui, vt in figura. H. subscripsi etiam duas illorum positiones. 5. et. 10. cum sua differentia. 5. & cum productum. 10. oriretur ab vno latere. 10. reliquum erat. 1. quod suo loco notaui, similiter quia. 100. productum, pro vno eius laterum erat. 5. reliquum autem. 20. suo loco posui, & quia differentia inter. 20. et. 1. duo latera, quę est. 19. æqualis est ei, quæ inter duo consequentia duarum positionum, etiam suo loco ipsam constitui, sed quia hæc differentia est vnum laterum producti. 90. ergo reliquum latus quæsitũ erit. 4. cum. 14. decimisnonis, rectè igitur operatur. sed cum eadem proportio sit inter differentiam. 5. superiorem, et. 19. inferiorem, quæ est vnius antecedẽtis ad suum consequens, quare. 10. antecedẽs habebit pro suo consequenti. 38. et. 5. habebit. 19. et. 4. cum. 14. decimisnonis habebit. 18. rectè igit dictum fuisset si. 19. prouenit. à. 5. à quo proueniet. 18?



Huiusmodi autem rei ratio ita se hẽt, esto linea. a. e. u. cuius pars a. sit quarta reliquarum. e. u. iunctarum, sed. e. sit quinta ipsius. a. Tunc clarum erit quod. e. erit vigesima dictarum. e. u. quare erit decimanona ipsius. u. sed cũ u. sũpta sit vt. 18. rectè igitur dici potest, si. u: ut. 19. prouenit ab. a. ut quinque, à quot ipsius. a. proueniet. u. ut. 18.



Quis enim non uidet quod diuisa cum fuerit. u. in partes. 19. quod quinque illarum æquabuntur ipsi. a. cum quælibet fuerit æqualis. e. quintæ parti ipsius. a.

HAc igitur mea numerorum dispositione mediante reperiuntur ipsi numeri inferiores naturaliter consequentes, correspondentesque ipsis superioribus antecedentibus; quamuis multoties cõtingere possit, ut generationes seu compositiones ipsorum ignorentur: & quia tam à differentijs errorum, quam ab illis, quę sunt inter ueros consequentes numeros (propter eorum æqualitatem) elicitur ipsa ueritas, propterea rectè antiqui illis vsi sunt, quamuis sint potius sensum sequuti, uel experientiam, quam rationem: quæ quidem ratio pendet ab ipsis naturalibus numeris consequentibus (ut supra uidimus) etsi incognitis ut plurimum, quod si ipsos inuenire primò nobis datum fuisset, unica tantũmodo positio sufficeret

ret, mediante ipſa regula de tribus, vt iã ſępius dictũ eſt, quod etiã clarè patet ex diuerſis problematibus. 17. lib. ipſius Tartaleæ, vt ex primo, quod aſſumpſimus pro noſtro etiam primo exemplo, ex. 9. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 27. 28. 29. 30. 33. & ex alijs multis, vbi facillimè inuenitur conſequens ipſius poſitionis, qui quidem numerus eſt diuiſor producti ipſius numeri propoſiti in numerum poſitionis, vnde poſteà prouenit ſecundũ latus huiuſmodi producti, hoc eſt numerus quæſitus, per regulã de tribus, vt dixi.

Alia verò multa problemata inueniuntur, pro quorum reſolutione poſſumus aliqua methodo vti, in qua manifeſtè pateant eorũ rationes abſque regula falſi, cuius regulæ rationes non ita promptè ipſi intellectui ſe offerunt, vt ſupra vidimus.

Accipiamus pro exemplo. 21. problema ipſius Tartalæ in dicto. 17. libr. vbi ſupponit vnum hædum diuiſum in. 4. partes, quarum quælibet vendebatur eodem precio, interiora vero. 6. denarijs minus quam quælibet dictarum partium, ſumma autem omnium iſtorum denariorum fuit. 127. quæritur nunc precium cuiuſque partis.

Tale enim problema hoc etiam alio breuiori modo poteſt ſolui, vt rationes magis pateant, quam ex regula falſi.

Nam ſi illi numero. 127. denariorum, additus fuerit numerus. 6. ſumma erit. 133. qua diuiſa per quinque, illico proueniet. 26. cum tribusquintis pro precio vniuſcuiuſque quatuor partium, à quo. 26. cum tribusquintis dempto. 6. remanebit. 20. cum tribusquintis pro precio interiorum.

Simili modo in. 24. problemate inquit.

Duodecim pyra cum. 28. pomis venduntur. 36. denarijs, et. 20. pyra. cum. 200. pomis vẽduntur. 44. denarijs, quærit nunc, quod nã fuerit preciũ vniuſcuiuſq; illorum.

Hoc etiam problema, hac alia methodo ſolui poteſt, dicendo ex regula de tribus, ſi ex. 20. vtrorunque qui ea vendit, vult. 44. quid volet ex. 12? manifeſtũ erit quod volet. 26. cum duobus quintis, quare. 12. pyra cum. 12. pomis valebunt. 26. cum duobus quintis, ſed 12. cum. 28. pomis valebant. 36. ergo. 16. poma ſola valebunt. 9. cum tribus quintis, hoc enim clarè ex ſe patet; quare cum dixerimus, ſi. 16. poma ſola valent. 9. cum tribusquintis, vnum valebit. 0. cum tribusquintis, ſed quemadmodum. 20. pyra cum. 20. pomis valent. 44. vnum pyrum, cum vno pomo valebunt. 2. cum quinta parte, à quo numero detractus cum fuerit. 0. cum tribus quintis, precio ſcilicet vnius pomi, reliquum. 1. cum tribusquintis, erit precium vnius pyri.

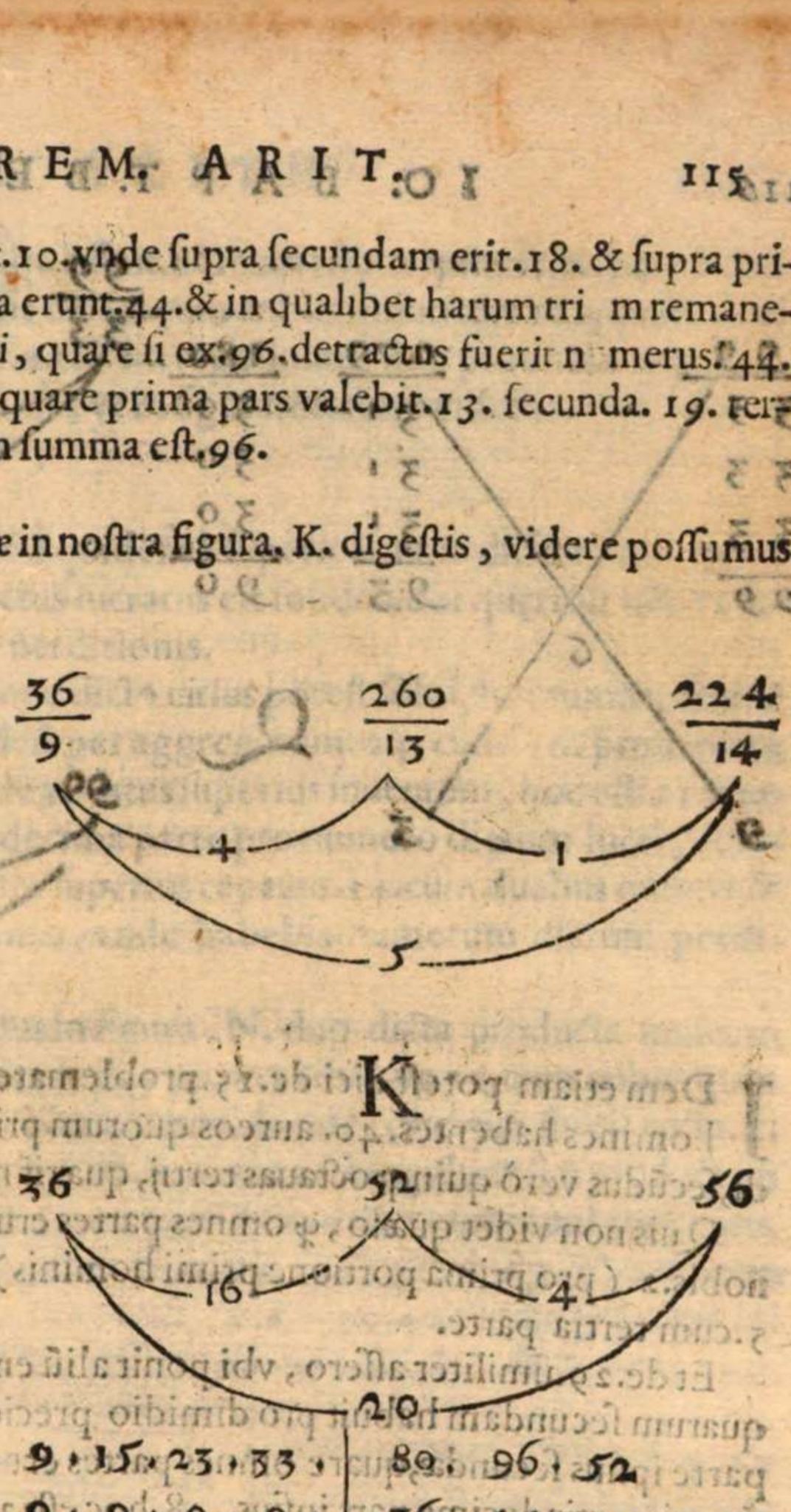
Idem etiam dico de. 28. problemate, vbi ſupponit quod quidam comparaſſet quatuor petias, vt vulgo dicitur, panni pro ducatis. 96. quarum primæ precium oblitus ſit, ſed memoria tenet pro ſecunda ſoluiſſe. 6. plus quam pro prima, & pro tertia ſoluiſſe. 8. plus quam pro ſecunda, & pro quarta ſoluiſſe. 10. plus quam pro tertia, quæritur nunc quantum fuerit precium vniuſcuiuſque illarum.

Quod quidẽ problema breuius eſſet ita ſolui, vt in ſubſcripta figura. I. videri poteſt, addẽdo ſimul omnes exceſſus. Nam exceſſus ſecũdæ ſupra primam eſt. 6. ſed cum exceſſus tertiæ ſupra ſecundam ſit. 8. ergo exceſſus tertiæ ſupra primam erit. 14

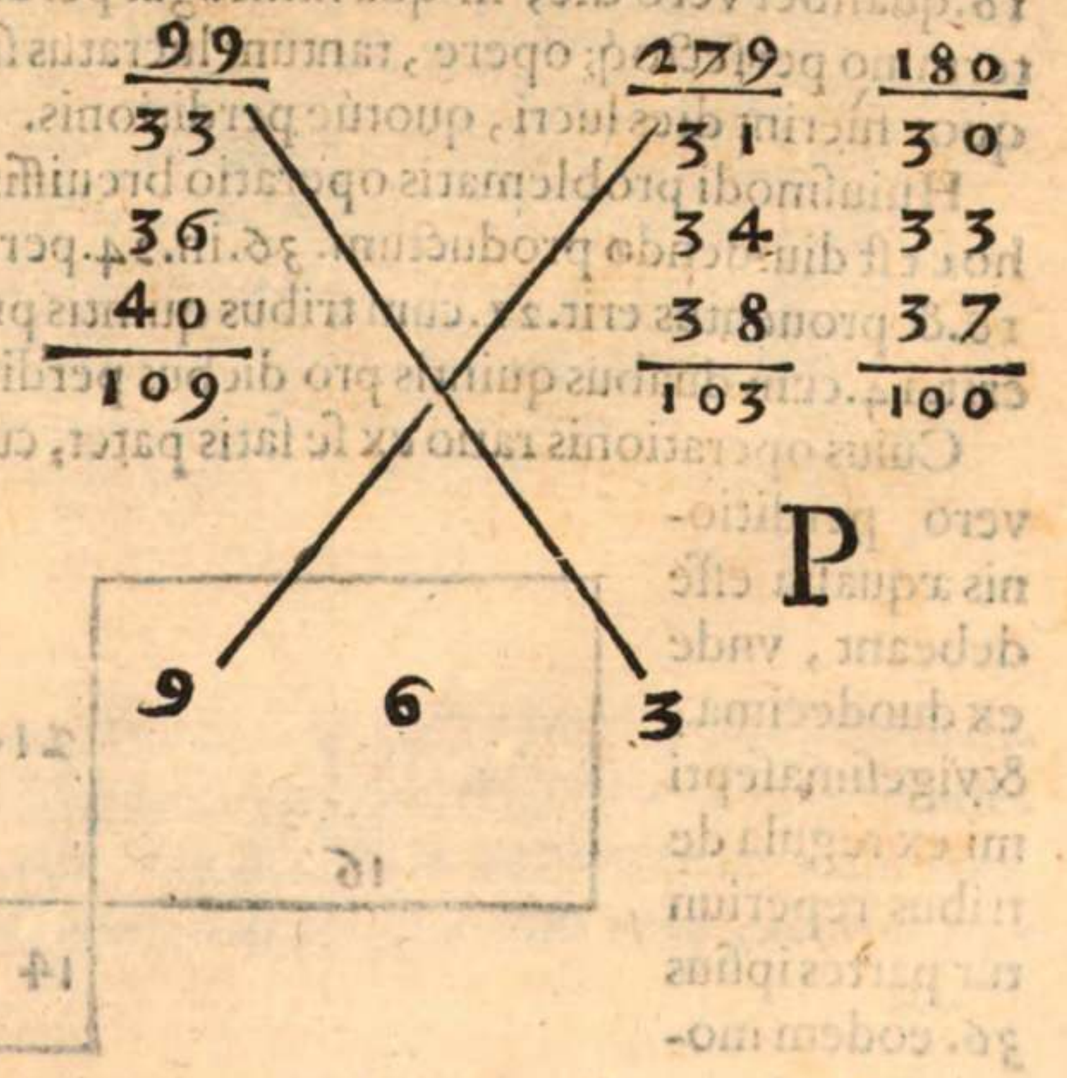
ſed

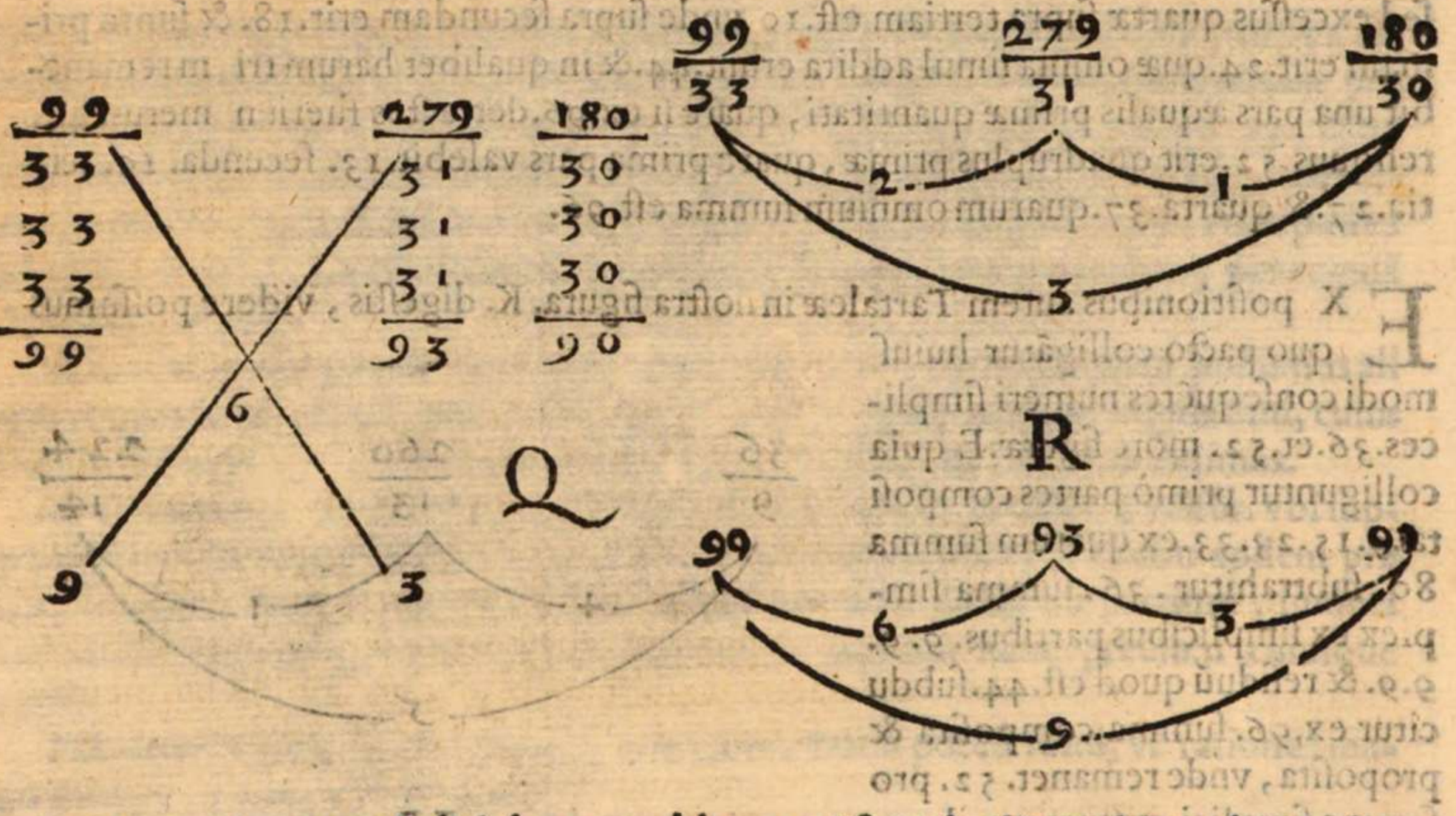
sed excessus quartæ supra tertiam est. 10. vnde supra secundam erit. 18. & supra primam erit. 24. quæ omnia simul addita erunt. 44. & in qualibet harum tri m remanebit una pars æqualis primæ quantitati, quare si ex. 96. detractus fuerit n merus. 44. reliquus 52. erit quadruplus primæ, quare prima pars valebit. 13. secunda. 19. tertia. 27. & quarta. 37. quarum omnium summa est. 96.

EX positionibus autem Tartaleæ in nostra figura. K. digestis, videre possumus quo pacto colligãtur huiusmodi consequẽtes numeri simplices. 36. et. 52. more figuræ. E quia colliguntur primò partes compositæ. 9. 15. 23. 33. ex quarũm summa 80. subtrahitur. 36. summa simplex ex simplicibus partibus. 9. 9. 9. 9. & residuũ quod est. 44. subducitur ex. 96. summa composita & proposita, vnde remanet. 52. pro summa simplici, ex numero dato, cuius proportiò ad. 13. eadem est quæ. 36 ad. 9. & propterea superflua est secunda positio, quãdo scimus inuenire tales duos numeros consequentes, vt in hoc exemplo sunt. 36. et. 52. quia ex regula de tribus posteà elicitur veritas quæsita. Idẽ dico de 33. problemate.



PRO quo. 33. problemate accipiantur positiones primi exẽpli Tonstalli hoc est. 33. et. 31. vt in figuris hic subiectis. P. Q. facile quis potest videre, vbi in figura P. videbit numeros compositos, in figura verò. Q. cernet numeros simplices, à quibus proueniunt rationes per se huiusmodi operationis, in figura autem. R. videbitur meus ordo, & istæ tres figuræ similes erũt tribus illis primis. A. B. C. ita quòd cum quis illas intellexerit, illico etiam istas cognoscet, vbi etiã videbit quam confusè ratiocinẽtur ij qui ignorant hunc meum ordinem simplicium numerorũ, à quibus fluit tota ratio (vt supra dixi) huiuscemodi operationis.





IDem etiam potest dici de. 15. problemate (sicut de alijs multis) vbi ponit tres homines habentes. 40. aureos quorum primus habet duas quintas partes secundi, secũdus verò quinq; octauas tertij, quærit nũc quot ducatos habeat vnusquisque.

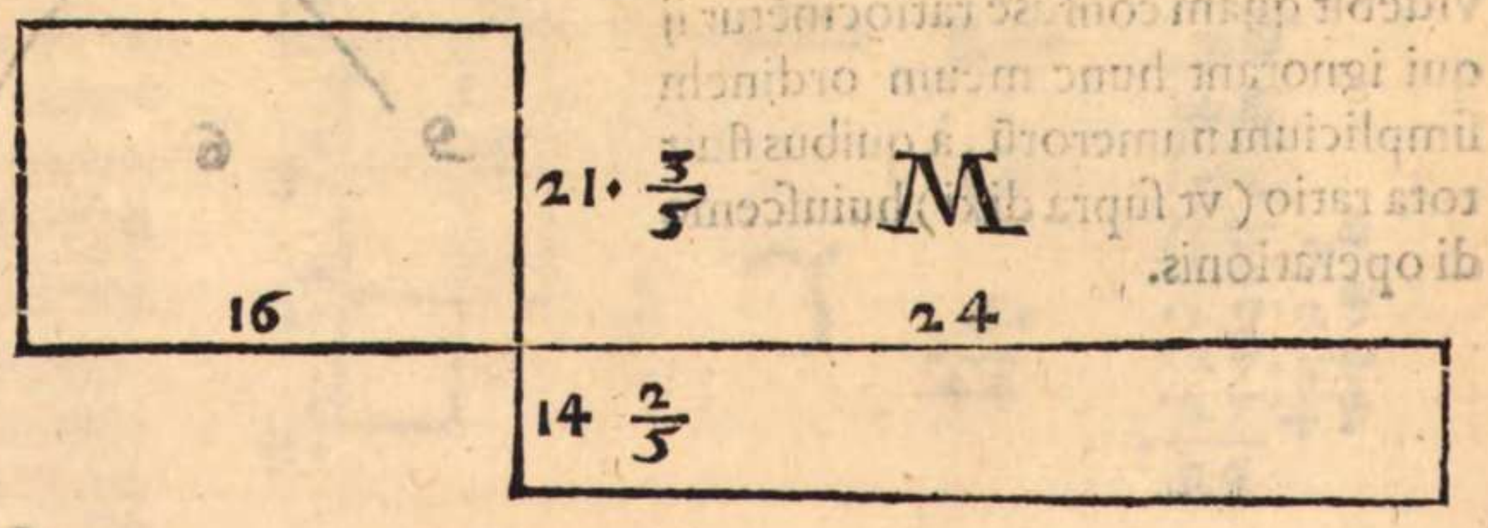
Quis non videt quæso, q̃ omnes partes erunt. 15. quare cum dixerimus si. 15. dat nobis. 2. (pro prima portione primi hominis) quid dabit. 40? vnde nobis proueniet 5. cum tertia parte.

Et de. 29. similiter assero, vbi ponit aliũ emisse tria frusta panni pro ducatis. 48. quarum secundam habuit pro dimidio precio primæ, tertiam autem pro quarta parte ipsius secundæ, quare omnes partes erunt. 13. quapropter precium tertiæ petiæ erit tertiadecima pars ipsius. 48. hoc est. 3. cum. 9. tertijs decimis.

Adhuc duo exempla videtur mihi proponere, quorum primum est. 38. eiusdem lib. vbi supponitur operarium quendam velle perficere opus quoddam spacio dierum. 36. tali pacto, quod qualibet die, in qua ipse operaturus sit lucretur solidos. 16. qualibet verò die, in qua nihil agat perdat solidos. 24. Tunc accidit, vt exacto termino perfectoq; opere, tantum lucratus sit, quantum perdiderit. Quæritur nũc quot fuerint dies lucri, quotúe perditionis.

Huiusmodi problematis operatio breuissima absque vlla falsa positione ita erit, hoc est diuidendo productum. 36. in. 24. per. 40. idest per aggregatum ipsius. 24. cũ 16. & prouentus erit. 21. cum tribus quintis pro diebus lucri, vnde reliquum ex. 36. erit. 14. cum duabus quintis pro diebus perditionis.

Cuius operationis ratio ex se satis patet, cum duo producta, vnum lucri, alterum vero perditionis æqualia esse debeant, vnde ex duodecima, & vigesimasepti mi ex regula de tribus reperiun tur partes ipsius 36. eodem mo-



do

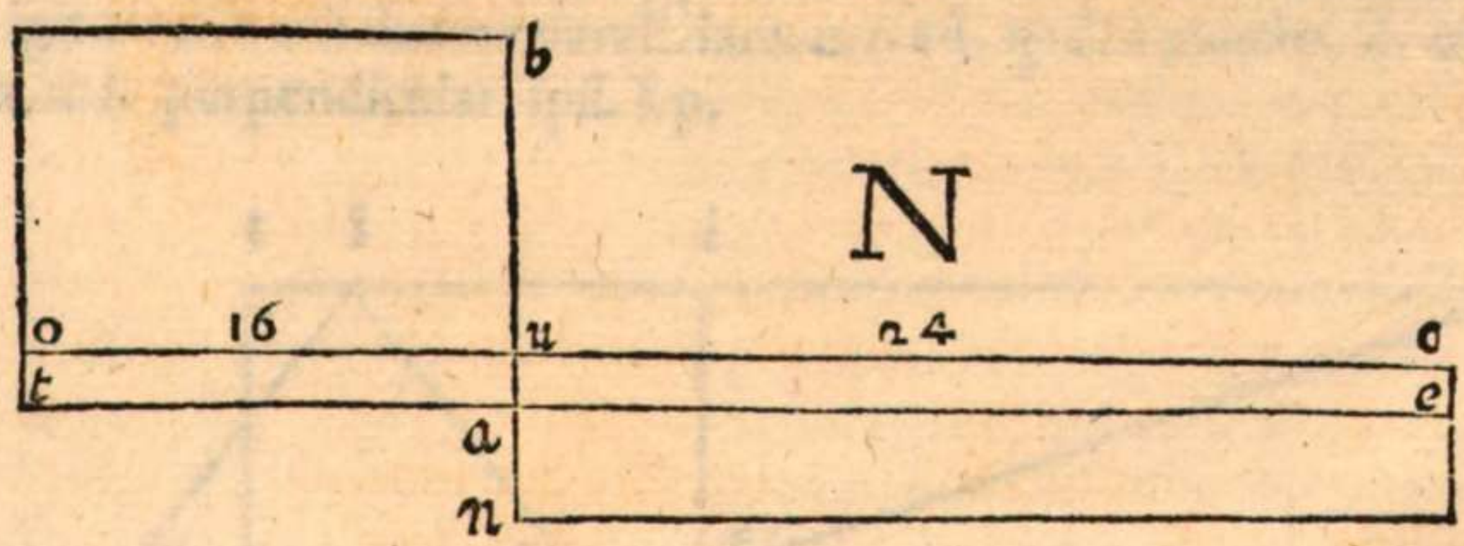
do se inuicem habentes, vt. 24. et. 16. quæ sunt. 21. cum tribus quintis, et. 14. cũ duabus quintis, ex quo sequitur, vt quod fit ex. 21. cum tribus quintis, in. 16. æquale sit ei quod fit ex. 14. cum duabus quintis, in. 24. & ita reperiuntur duo producta æqualia, vnum lucri, reliquum vero perditionis, vt in figura. M. clarè videtur.

ALiud verò exemplum est. 39. quod quidem à superiori non differt, nisi quod in fine operationis, operarius dictus lucratus est solidos. 60: quæritur nũc vt supra, quot fuerunt dies lucri, & quot perditionis.

Hoc etiam absque vlla falsa positione dicto citius potest solui, hoc modo, diuidẽ do scilicet illos. 60 solidos per. 40. idest per aggregatum. 24. cum. 16. proueniens autem, quod erit. 1. cum dimidio, adde ad latus superius inuentum, hoc est. 21. cum tribus quintis, & summa erit. 23. cum decima parte pro numero dierum lucri, deinde idem prouentum deme ex alio latere superius reperto. 14. cum duabus quintis, & residuum erit. 12. cum nouem decimis, vnde habebis numerum dierum perditionis.

Pro cuius rei speculatione cogitemus in figura. N. duo dicta producta inuicem æqualia. o. b. et. n. c. existente latere. u. c. vt. 24. u. o. ut. 16: b. u. vt. 21. cum tribus quintis, et. u. n. vt. 14. cum duabus quintis. Nunc verò si mente concepta fuerit recta. e. a. t. æquidistans. o. c. ita vt rectangulum. o. e. sit. 60. tunc rectangulum, seu productum b. t. superabit rectangulum seu productum. n. e. per idem. 60. ex communi conceptu, eo quòd ex producto. n. c. sublatum est productum. a. c. 24. & producto. o. b. additum est productum. e. a. 16. rectè igitur feci cum diuiserim. 60. per. 40. vnde prouenit mihi. u. a. idest. 1. cum dimidio, quod additum ipsi b. u. composuit. b. a. & dempto ex. u. n. relinquit. a. n. pro lateribus duorum productorum. b. t. et. n. e.

Sed si idem operator perdidisset. 60. tunc cogitaremus parallelam dictam. e. a. t superius ductam esse ita vt secaret. b. u. & non. u. n. vnde adderet. 24. ipsi producto. n. c. & demeret. 16. à producto. b. o.



CIRCA verò talia quæsita videtur mihi non inutile fore si aliquid notatu dignum aduerterim, hoc est quod sæpe accidere poterit ut casus impossibiles proponantur. Quemadmodum si aliquis diceret, cupio mihi uestimentum conficere ex duobus pannis colore & pretio differentibus, quorum unus exempli gratia.

tia sit albus, rubeus uerò alter, deinde albus sit pretij. 40. solidorum uniuscuiusque cubiti, rubeus uerò precij. 50. uellemque omnes cubitos esse. 8. nec plus nec minus. Vellem etiam soluere solidos. 450. neque minus.

Hic igitur casus impossibilis est, eo quòd. 8. cubiti totius rubei essent precij solidorum. 400. tantummodo, unde ex alio panno albo minoris precij sumere aliquid non possumus.

Idem etiam eueniret si uoluisset soluere solidos. 320. neque plus, eo quòd. 8. cubiti illius minoris precij, hoc est. 40. solidorum, essent ualoris. 320. solidorum tantummodo, quare pro alio panno nullus esset locus. Animaduertendum igitur erit quod numerus possibilis ad soluendum tale quæsitum erit inter. 400. et. 320. & non extra istos terminos, vt vnicuique patere potest.

Similiter idem in hoc alio casu accidere poterit, ut si quis diceret.

Emi quinque petias panni pro aureis. 55. pretium tamen primæ oblitus sum, sed memoria teneo, quòd secunda altioris pretij erat quam ipsa prima per. 4. & tertia precioſior secunda per. 7. et quarta carior tertia per. 9. quinta verò superabat quartam per. 2.

Hic etiam reperitur impossibilitas quædam, eo quòd aggregatum omnium harum rerum, dato etiam quòd pro prima nihil solutum esset, superat aureos. 55 quòd quidem nullo pacto fieri potest, vt veri sint supra dicti excessus, si verus est numerus totalis aureorum. 55. Nam. 4. cum. 7. faciunt. 11. qui quidem. 11. cum. 9. efficiunt. 20. & hic cum. 2. facit. 22. sed. 22. cum. 20. et. 11. et. 4. dant. 57. qui numerus maior est quam. 55.

FINIS THEOREM. ARIT.



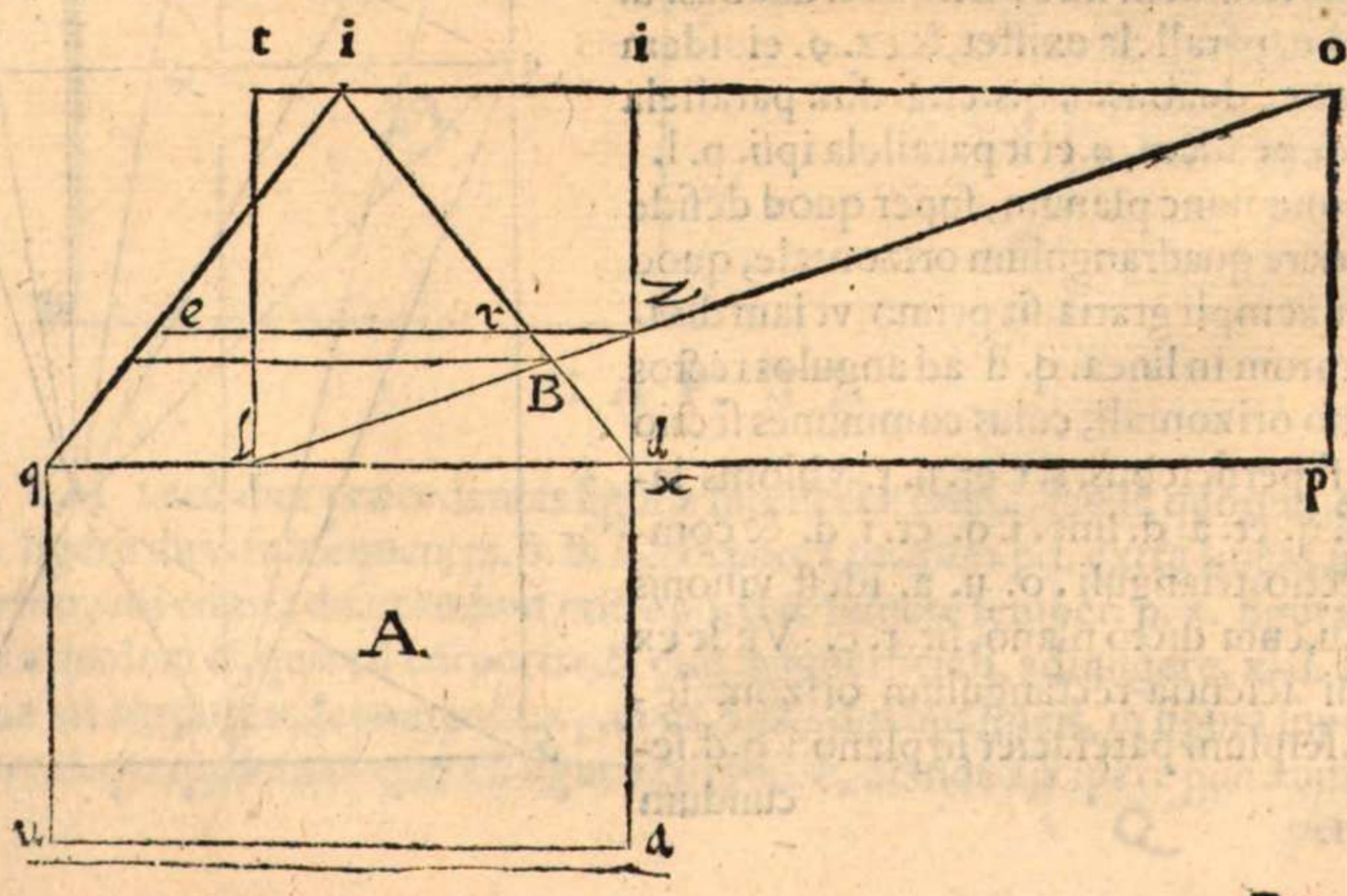
DE RATIONIBVS OPERATIONVM PERSPECTIVAE.

CAP. I.

CVM nullus adhuc (quod sciam) veras internasq; causas operationis perspectiuæ perfectè docuerit, operæprecium existimaui aliquã de ijs disputationem suscipere.

Multi enim eorũ, qui huiusmodi operationis regulas præscribunt, cum eius effectuum veras causas ignorent, varios diuersosq; errores committunt, vt exempli gratia in subscripta figura superficiali. A. volentes degradare (vt dicunt) rectangulum.q.a.in triangulo.i.d.q.ducunt parallelã ipsi.q.d. à puncto.B.intersecationis lineæ.o.l.cum latere.i.d.trianguli,& (idem)indifferenter, eandem quoque à puncto. Z.intersecationis ipsius.o.l.cum perpendiculari.x.i. ducunt. nescientes hunc solum esse verum modum,non item alium, quia si alius, talis esset, hic, verus non existeret,nam si vellent sese excusare, quòd ducendo dictam parallelam à puncto. B. hoc fiat præsupponendo planum ipsius.i.d.q. versus rectangulum. q.a. orizontale inclinatum, secundum angulum. i. d. q. hæc excusatio accipienda non esset, quia horum consensu,præsupponendo planum. i. d. q. inclinatum, anguli inferiores rectanguli degradati,non tam acuti, quam sunt duo.i.d. q. et.i. q. d. esse deberent, quod facilè eorum ratione innotescet, quæ de figura corporea. A. hîc subscripta mox proponam, præter id, quòd volentes deinde aspicere quadratum degradatum, oporteret huiusmodi planum respectu oculi ita collocare, quemadmodum se habet linea.i.d.respectu.o. quod factu nimis arduum esset.

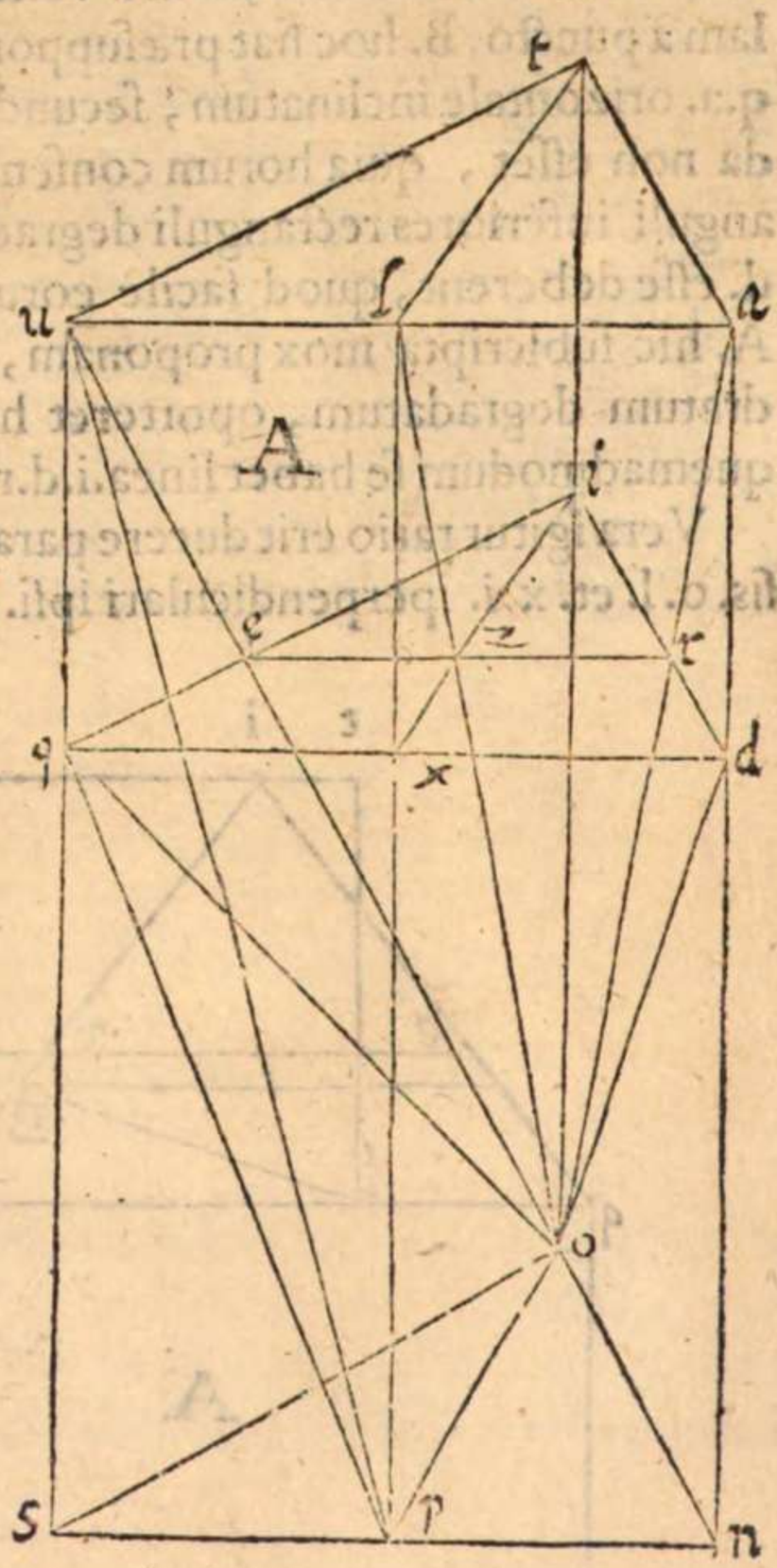
Vera igitur ratio erit ducere parallelam. e. r. ad. q. d. à puncto. Z. communi ipsis. o. l. et. x. i. perpendiculari ipsi. l. p.



Pro

Pro cuius rei ſpeculatione imaginemur in figura corporea. A: q. a. eſſe figuram rectangulam orizontalemq; ad degradandam ſuper aliquod planum perpendiculare orizonti,& cum eo primum coniunctam in linea.q.d.cuius plani triangulum. i. q. d. pars erit, ſit autem oculus reſpicientis. o. cuius altitudo.o.p. ab orizonte, qui quidē conſpicit rectangulum dictum orizontale. q. a. in pyramide. o. q: o. u: o. a. et. o. d. terminata quatuor triangulis. o. q. u: o. u. a: o. a. d. et. o. d. q. ſit verò primum ita collocatus pes. p. eius qui reſpicit, vt linea. p. l. perpendicularis ipſi. u. a. lateri rectanguli, medio loco poſita ſit, inter. a. n. et. u. s. Idq; primum nobis erit exemplum.

Imaginemur nunc lineas.u.q.et.a.d. indefinitè productas eſſe, quæ in ſuperficiebus duorum triangulorum.o. u. q. et. o. a. d.& rectanguli orizontalis. q. a. ex prima vndecimi Euclid. poſitæ erunt. Imaginemur etiam lineam. p. s. n. perpendicularem ipſi.p.l. quæ etiam cum duabus. u. q. s. et. a. d. n. ex. 34. primi Euclid. angulos rectos conſtituet,cum ex. 28.duæ.u.q.s. et. a.d.n.ſint parallelæ ipſi. p l. et.s.n. ipſi.u. a. & quia ſupponitur.o.p.perpendicularis plano orizontali,Angulus ergò.o. p. l. rectus erit ex ſecunda definitione. 11. Euclid. Imaginemur quoque ductas eſſe duas.o.s. et.o.n. vnde l.p. ei ſuperficiei, in qua ſunt duæ lineæ. o. p. et. s. n. ex. 4. 11. perpendicularis erit,& ſuperficies orizontalis.a.s.perpendicularis erit cum dicta o.s.n.ex. 18.eiuſdem lib.vnde ex dicta definitione.o.s.u.et.o.n. a. erunt anguli recti et.o.s.et.o.n.ex communi ſcientia,in ſuperficiebus duorum triangulorum.o. u. q. et. o.a.d.erunt,ſi noluerimus cogere aduerſarium ad confitendum duas lineas rectas includere ſuperficiem, quemadmodum cogeretur facere, ſi opinaretur duas alias rectas per eadem puncta. o. s. n. tranſire, quæ ſunt in dictis ſuperficiebus. Vnde.o.s.et.o.n. communes erunt ſectiones duarum dictarum ſuperficierū cum ſuperficie. o. s. n. Imaginemur nunc has duas ſuperficies. o. u. et. o. a. quarum communis ſectio ſit.o.t.(quæ erit linea recta ex. 3. lib. 11.)quæ erunt perpendiculares ſuperficiei.o.s. n. ex. 4. et. 14. iam dictis. & ex. 19. eiuſdem o. t. perpendicularis eidem ſuperficiei. o. s. n. erit,& ex.6.eiuſdem hæc linea. o. t. duabus. u. q.s.et.a.d.n. parallela exiſtet,& ex. 9. eiuſdem hæc linea.o.t.duabus.u. q.s.et.a. d.n. parallela exiſtet,& ex eadem. 9.erit parallela ipſi. p. l. Imaginemur nunc planum, ſuper quod deſideremus videre quadrangulum orizontale, quod planum, exempli gratia, ſit primo, vt iam diximus, locatum in linea. q. d ad angulos rectos cum plano orizontali, cuius communes ſectiones cum ſuperficiebus. s. t. et. n. t. viſionis laterum. u. q. et. a. d. ſint. i. q. et. i d. & communis ſectio trianguli. o. u. a. ideſt viſionis lateris.a.u.cum dicto plano, ſit. r. e. Vnde ex communi ſcientia rectangulum orizontale, oculo.o.ſeipſum patefaciet in plano.i.q.d.ſecundum

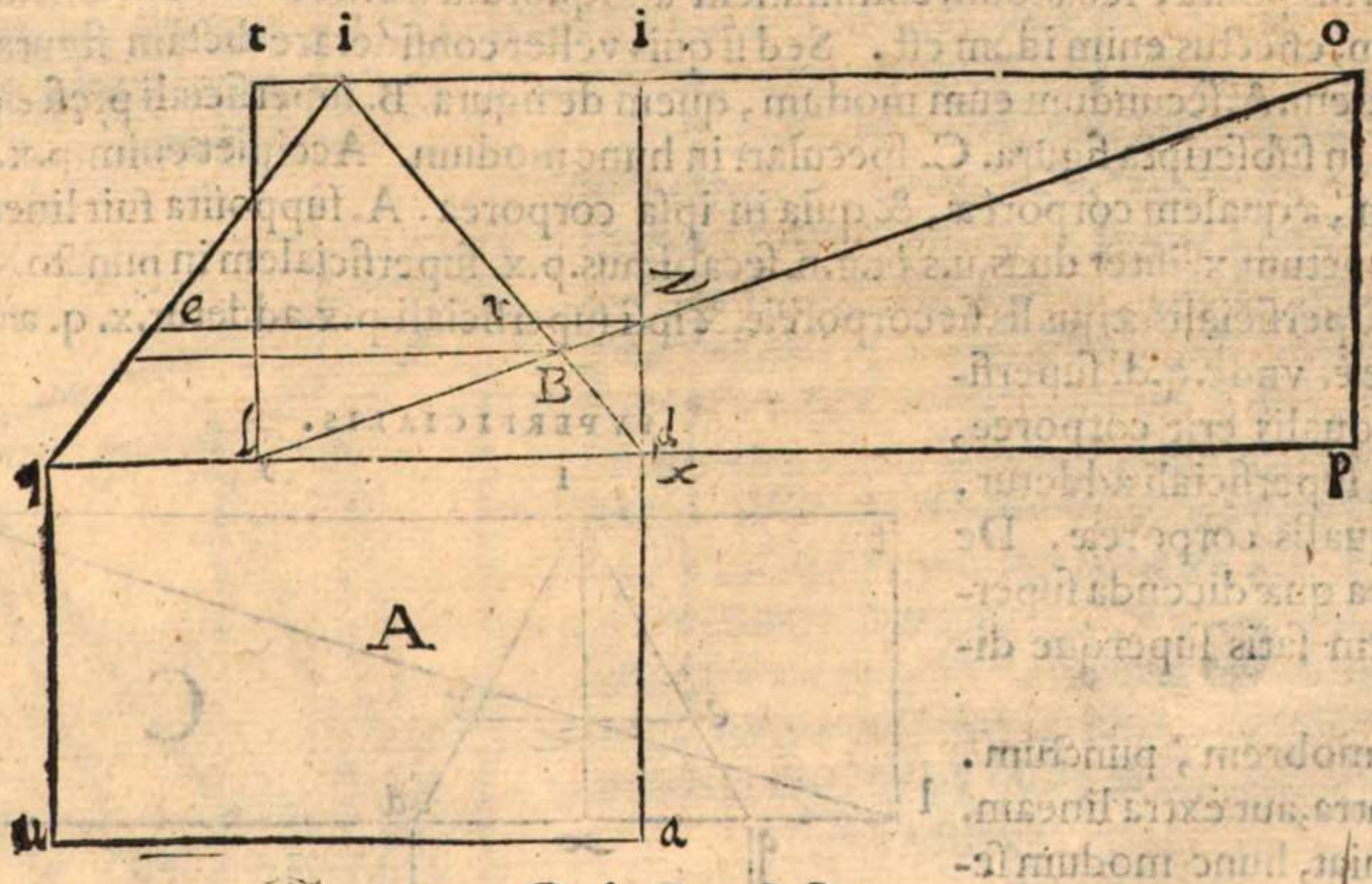


cundum figuram quadrilateram.q. d. r. e. Communis autem ſectio ſuperficiei. p. t. cum dicto plano,ſit.i.x. quæ.i. x. perpendicularis erit. s. a. ſuperficiei orizontali ex 19.lib. 11.quia.p.t.eſt etiam orizonti perpendicularis ex. 18.eiuſdem,cum. o. p. eidem perpendicularis exiſtat. Vnde.i.x.erit altitudo trianguli.i.q.d. & æqualis ipſi. o. p. ex. 34. primi. Sit deinde.o.l.cõmunis ſectio ſuperficiei triangularis.o. a. u. cũ ſuperficie.p.t.quæ.o.l.ſecando lineam.e.r. in puncto.Z.nobis oſtendet quantum diſtare ſeu eminens eſſe debeat latus.e.r. in plano ab.q. d. medio ipſius.z. x. Et quia præſuppoſuimus.p.l. in eodem medio,inter.u.s. et. a. n. ideo. x. q. æqualis erit. x. d. & ex.4. lib.primi.i.q.ipſi.i.d.et.e.r.parallela ipſi.q.d.ex.6.lib. 11. cum ipſa quoque ſit perpendicularis ſuperficiei.p.t. ex. 19. eiuſdem. Hucuſque igitur in figura corporea. A. prodeunt in lucem omnes cauſæ effectuum figuræ ſuperficialis. A. ideſt vn de fiat,vt in ipſa figura ſuperficiali, triangulum.o.p.l.tale conſurgat,& quid ſignificet.o.et.o.p.et. p.l. et. o.l. & quam ob cauſam tale quoque formetur triangulum. i. q.d.atque in tantam altitudinem, quantam obtinet.o.p. & quid ſint latera.i. q. et.i. d.& quare erigatur.x.i.parallela ipſi.p.o.ab eadem. p. o. tanto ſpatio diſtans, & qua ratione producatur à puncto.Z.ipſa.Z.r.e.parallela ipſi. q.d.

Nunc obſeruandum eſt, quòd ſi planum ipſius. i. q.d. in figura corporea aliquantulum inclinatum eſſet orizontem verſus,anguli.i.q.d.et.i. d. q. maiores exiſterent, quàm cum idem eſt ipſi orizonti perpendiculare,quemadmodum clarè demonſtratum fuit in. 39.primi Vitelionis.

Non igitur rectè fit ſi in figura ſuperficiali ducatur à puncto.B. parallela ipſi. q. d. abſque maiori apertura angulorum.i.q.d.et.i.d.q.

SVPERFICIALIS.

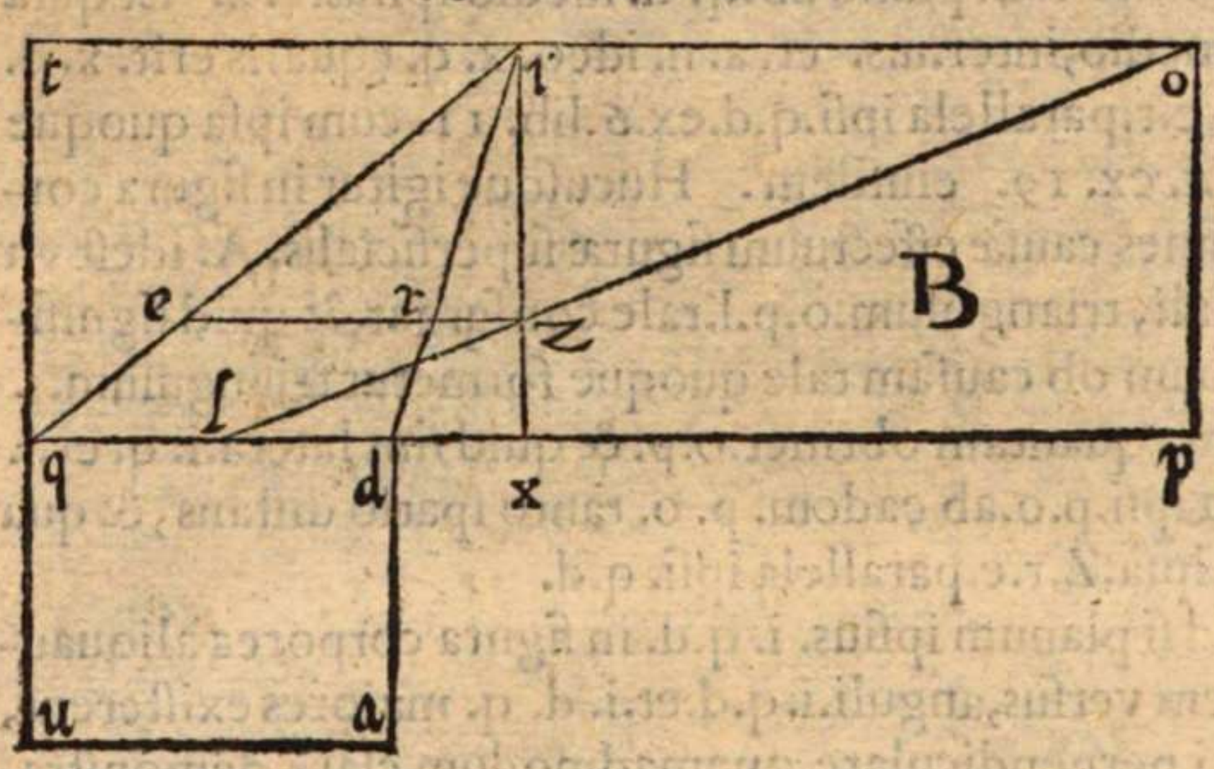


CAP. II.

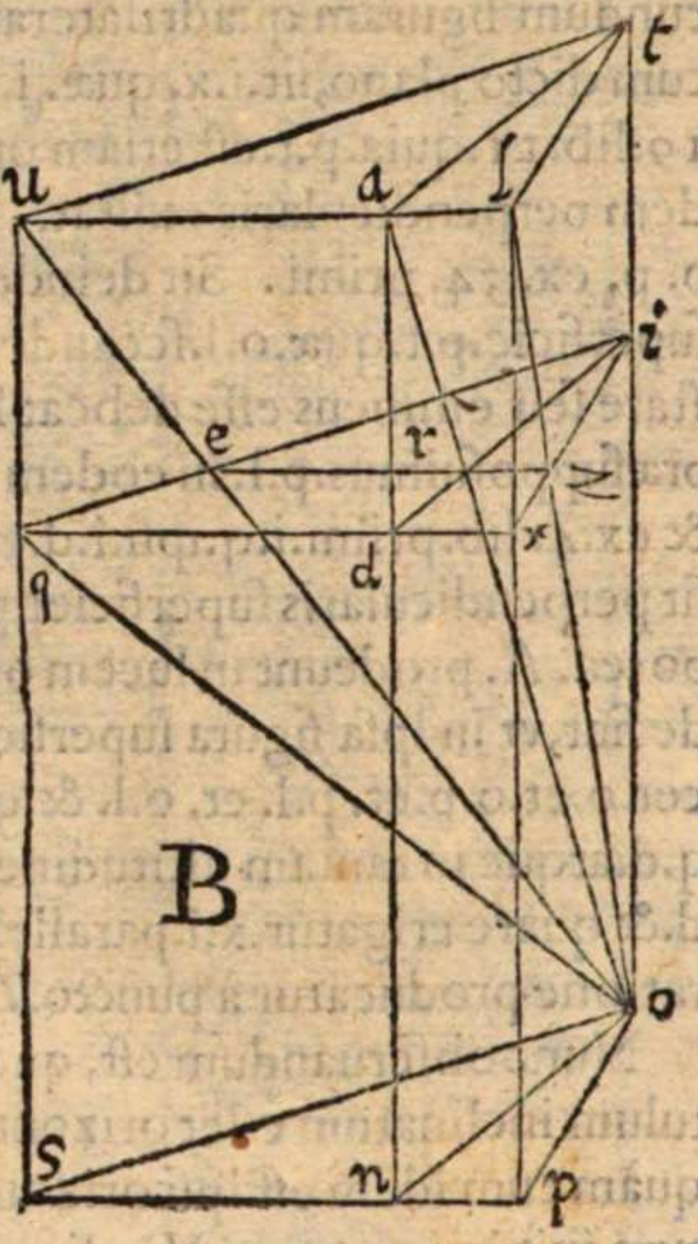
CVM verò duæ præcedentes figuræ intellectæ erunt, facilè quoque erit intelligere duas ſubſequentes.B.B. in corporea quarum.p.l. extra lineas.u.s.et.a.n. reperitur,vbi enim aduertendum erit oportere ſumere ſemper. p. x. figuræ ſuperficialis æqualem ei,quæ eſt corporeæ,& eidem ſuperficiali, adiungere. x. d. æqualem ei,quæ eſt corporeæ,& compoſito. p.d. ex dictis duabus lineis, in figura ſuperficiali, addere.d.q.æqualem ei,quæ eſt figuræ corporeæ, deinde accipere punctum. l. in ſu-

perficiali, ita distans à. p. vt in corporea reperitur. Posteà. x. i. erigetur æqualis lineæ. p. o. & suis terminis concludetur triangulum. i. q. d. & id quod remanet. Vnde si longius diferendo progrediare, patebit ex. 4. primi, i. d. superficialem, futuram æqualem. i. d. corporeæ. Idem dico de. i. q. & de reliquis.

SVPERFICIALIS.



CORPOREA.

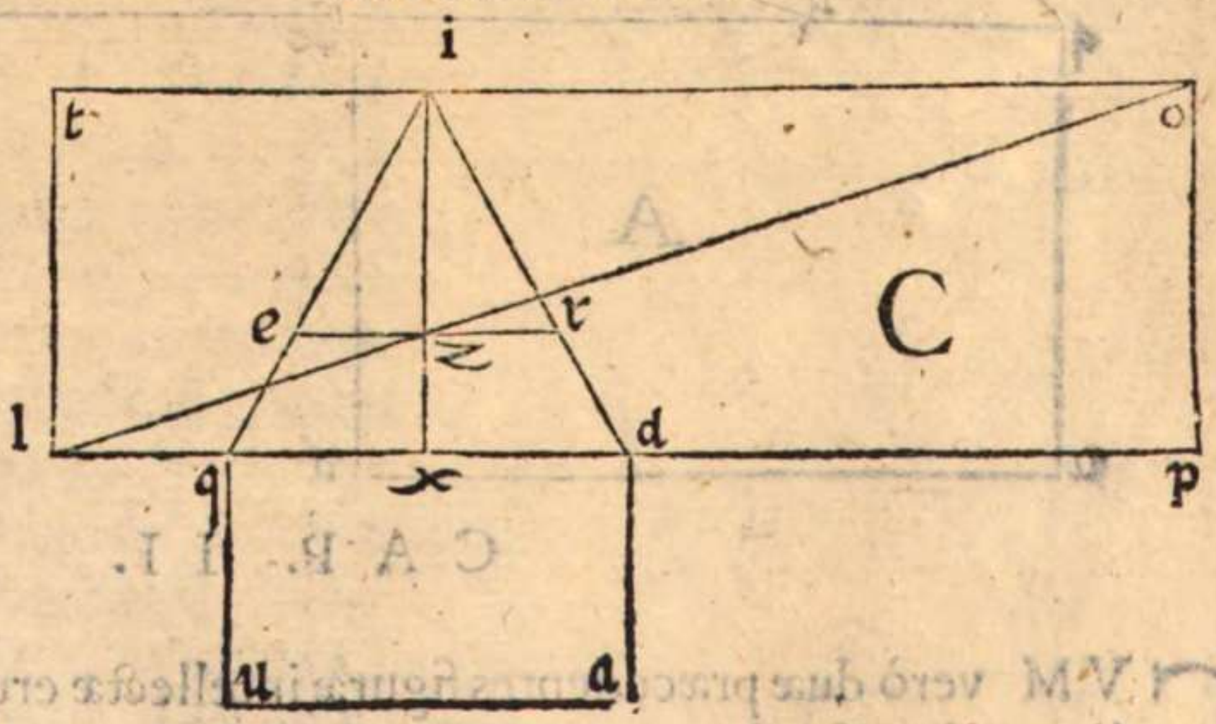


CAP. III.

MODVS hic, proprius est, & vniuersalis, licet in figura superficiali. A. superius posita, secundum communem antiquorum consuetudinem exemplum dederim, effectus enim idem est. Sed si quis vellet considerare dictam figuram superficialem. A. secundum eum modum, quem de figura. B. superficiali præscripsi, id poterit in subscripta figura. C. speculari in hunc modum. Accipiet enim. p. x. superficialem, æqualem corporeæ, & quia in ipsa corporea. A. supposita fuit linea. p. l. idest punctum. x. inter duas. u. s. et. a. n. secabimus. p. x. superficialem in puncto. d. ita, vt. d. x. superficialis, æqualis sit corporeæ, & ipsi superficiali. p. x. addetur. x. q. æqualis corporeæ. vnde. q. d. superficialis æqualis erit corporeę, et. p. x. superficiali addetur. x. l. æqualis corporeæ. De ijs postea quæ dicenda supersunt, iam satis superque diximus.

Quamobrem, punctum. x. aut intra, aut extra lineam. q. d. veniat, hunc modum sequentes, in errorem non incidemus, imò efficietur quadrilaterum. q. r. superficiale, simile, & æquale corporeo.

SVPERFICIALIS.



CAP. IIII.

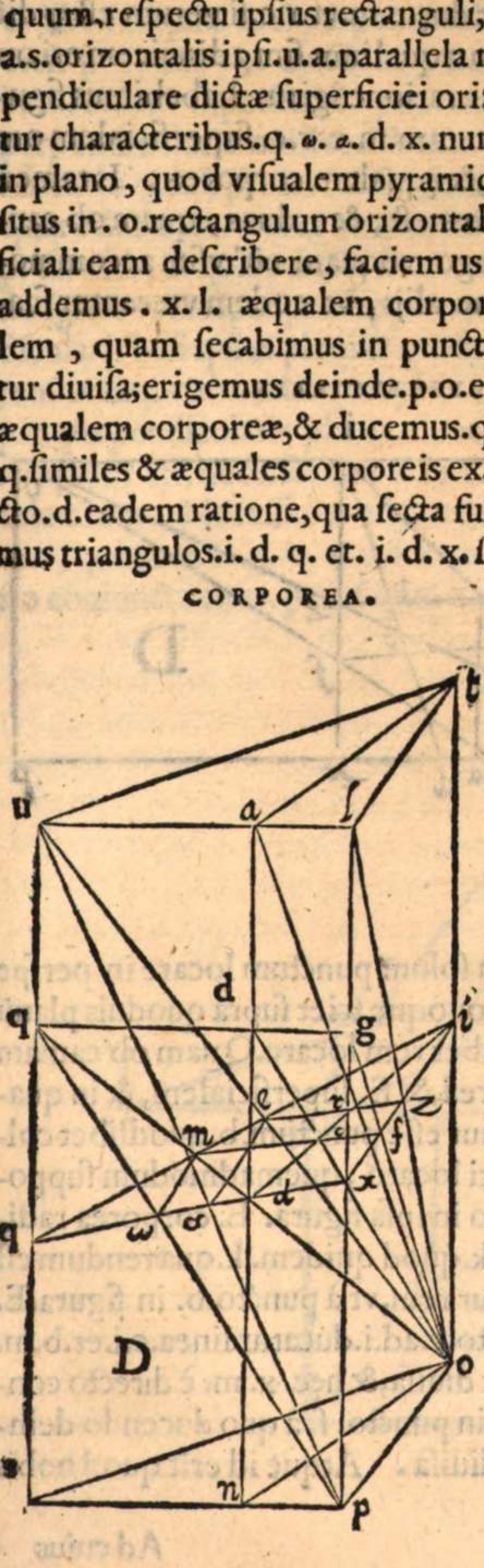
PVNCTVM verò. i. (quod verum est punctum perspectiuæ, vt practici dicere solent) quid sit, hac via & ratione sub nostram cognitionem cadit: quòd nihil

aliud

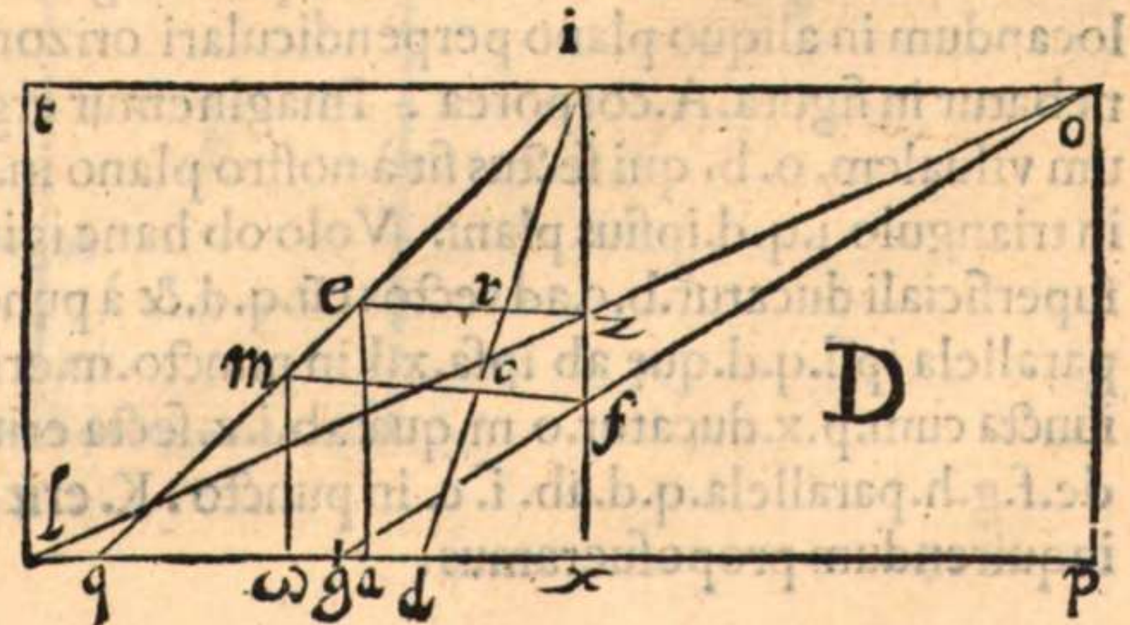
aliud eſt, quàm punctum, varijs ſectionibus commune, & huiuſmodi punctum, oculus non eſt, quemadmodum multi Pictores, Sculptores, Architecti, & Perſpectiui ignari, ipſum punctum, oculum appellando, falsò crediderunt, quaſi punctũ. i. perſpectiuæ oculus eſſet.

In ſupradictis igitur figuris manifeſte eluceſcit cauſa diminutionis obiectorum, & altitudinis trianguli æqualis ei, quæ eſt oculi à plano orizontali, vt etiam diſtantię. p.l.p.x. & cuiuſuis tandem rei. Sed vt huius effectus ſcientia magis in vniuerſum paretur. Volo duas hic ſubſcriptas figuras. D. corpoream, &. D. ſuperficialem à vobis conſiderari, in quarum corporea, linea. p.l. ſit extra duas. u.s. et. a. n. vt in figura. B. locata, ita tamen vt planum trianguli. i.q.d. diſiunctum ſit à rectangulo ſuperficiali, ideſt, vt ſeparatum exiſtat à linea. q.d. latere ipſius rectanguli, & ſit etiam obliquum, reſpectu ipſius rectanguli, ideſt vt communis ſectio dicti plani cum ſuperficie a.s. orizontalis ipſi. u.a. parallela non ſit, ſed ſit obliqua, ſi tamen idem planum perpendiculare dictæ ſuperficiei orizontali. a.s. erit: & dicta communis ſectio exprimatur characteribus. q. ω. a. d. x. nunc in figura corporea habebimus figuram. e. r. c. m. in plano, quod viſualem pyramidem ſecat, medio cuius figuræ. e. r. c. m. oculus poſitus in. o. rectangulum orizontale conſpicit. Volentes vero nunc in figura. D. ſuperficiali eam deſcribere, faciemus. p. x. ſuperficialem, æqualem corporeæ, eiąue addemus. x. l. æqualem corporeæ, aut ſumemus. p. l. eidem corporeæ ęqualem, quam ſecabimus in puncto. x. eodem planè modo, quo corporea reperitur diuiſa; erigemus deinde. p. o. et. x. i. æquales corporeis. Secabimus deinde. x. q. æqualem corporeæ, & ducemus. q. i. et. l. o. vnde habebimus triangulos. o. p. l. et. i. x. q. ſimiles & æquales corporeis ex. 4. primi Eucli. Secabimus deinde. q. x. in puncto. d. eadem ratione, qua ſecta fuit corporea, & ducemus lineam. d. i. vnde habebimus triangulos. i. d. q. et. i. d. x. ſimiles corporeis. & mediante triangulo. i. q. d. hucuſque habebimus ſitus duorum laterum figurę rectanguli degradati, ideſt ſitus ipſius. e. m. et. r. c. etiam ſi adhuc neſciatur in qua parte ipſius. i. q. & ipſius. i. d. eſſe debeãt. Quod ſi ſcire voluerimus ſecabiť. p. l. in pũcto. g. ſimilis corporeæ, ſi in ipſa tamen corporea prius protraxerimus lineam. q. d. latus rectanguli vſque ad. p. l. in puncto. g. Ducetur deinde linea. o. g. ſuperficialis, quæ ſecabit lineam. i. x. in puncto. f. linea vero. o. l. in puncto. z. punctis ſitis in. i. x. ſuperficiali, pręciſè vt in corporea, quemadmodũ quilibet ex ſe facilè cognoſcere poteſt. Deinde in corporea, in ſuperficie orizontali ducatur. p. q. et.

CORPOREA.

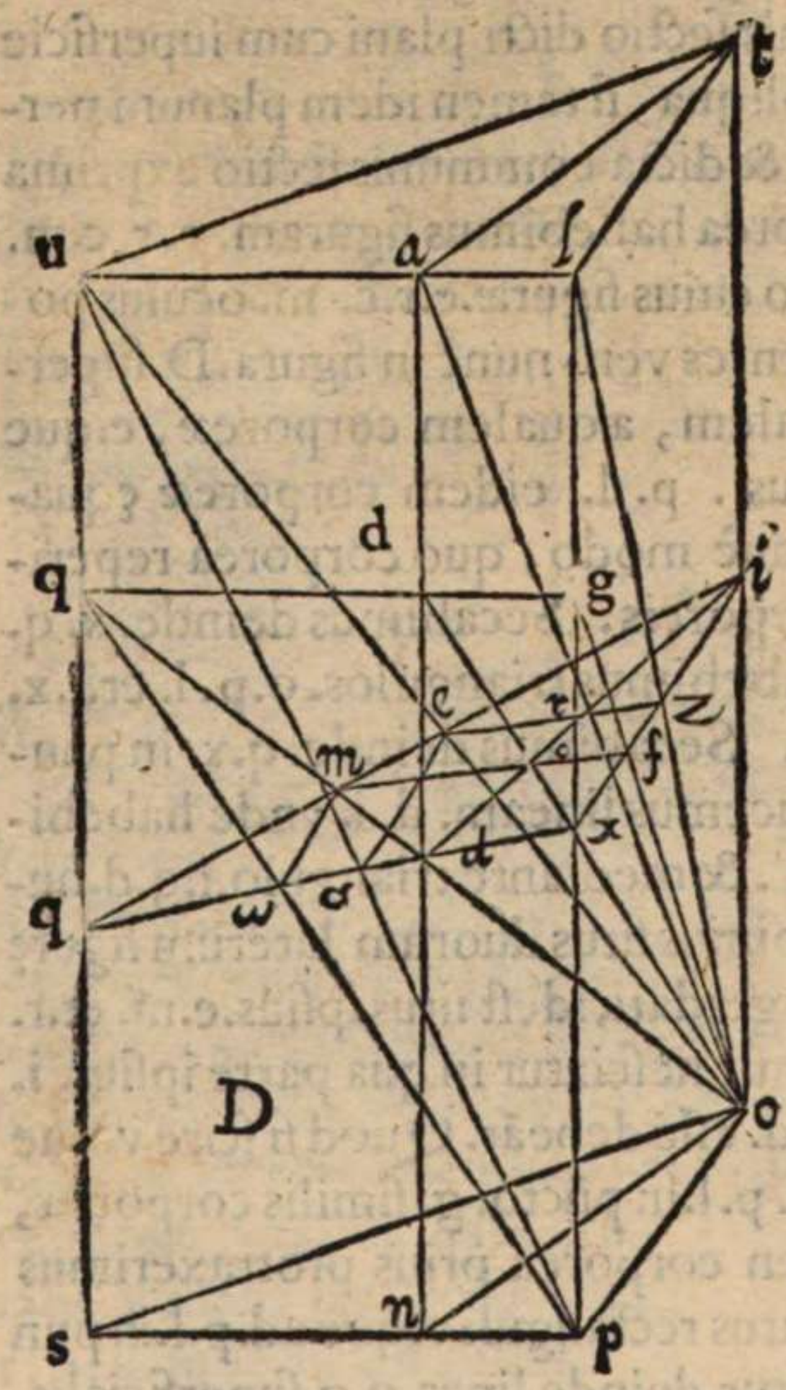


SVPERFICIALIS.

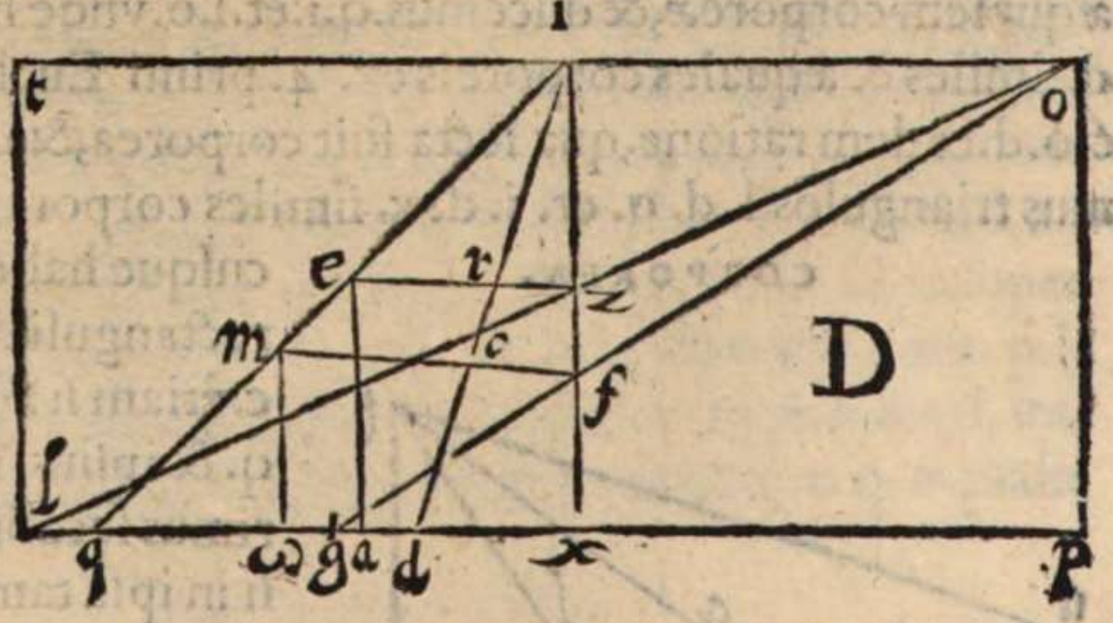


p.u.& imaginemur.o.q.in ſuperficie.t.s.vnde trianguli.o.p.q.et.o.p.u.erunt perpendiculares orizonti ex.18.lib.11.et.ω.m.et.α.e. communes ſectiones dictorum duorũ triangulorum cum plano trianguli.i.q.x.ipſi quoque plano ex.19. eiuſdem lib. erunt perpendiculares. Nunc autem ſecetur.q.x. ſuperficialis in punctis.ω.et.α. eadem ratione; qua corporea ſecta fuit à duabus.p.q.et.p.u.à quibus punctis.ω.et.α.ſuperficialibus ductæ ſint duæ.ω.m.et.α.e.perpendiculares vſque ad latus.i.q. in punctis. m.et. e. quę ſitum habebunt in. i. q. ſuperficiali pręcisè, vt in corporea, ex. 26. primi, ducendo deinde in ſuperficiali duas.m.f.et.e. Z. eæ æquales erunt corporeis ex. 4. primi, & ſic anguli.i.e.z.et.i.m.f.& eę duę lineę.e.z.et.m.f.ſectę erunt à linea.i.d.in duobus punctis.r. et. c. vnde. e.r. et. m. c. æquales erunt corporeis ex. 26. primi, ſed ita quoque ſe habent duę.e.m.et.r.c.ſi verum eſt ꝙ differentię rerum æqualium ſint adinuicem etiam æquales. Hac ratione igitur habebimus figuram quadrilateram.m.e. r.c. ſuperficialem omninò ſimilem,& ęqualem corporeæ. Is tamen modus prolixus eſt, & arduus, quam ob cauſam neque ego vnquam eũ vſui accommodarem, neque alijs, vt eodem vterentur ſuaderem.

CORPOREA.



SVPERFICIALIS.



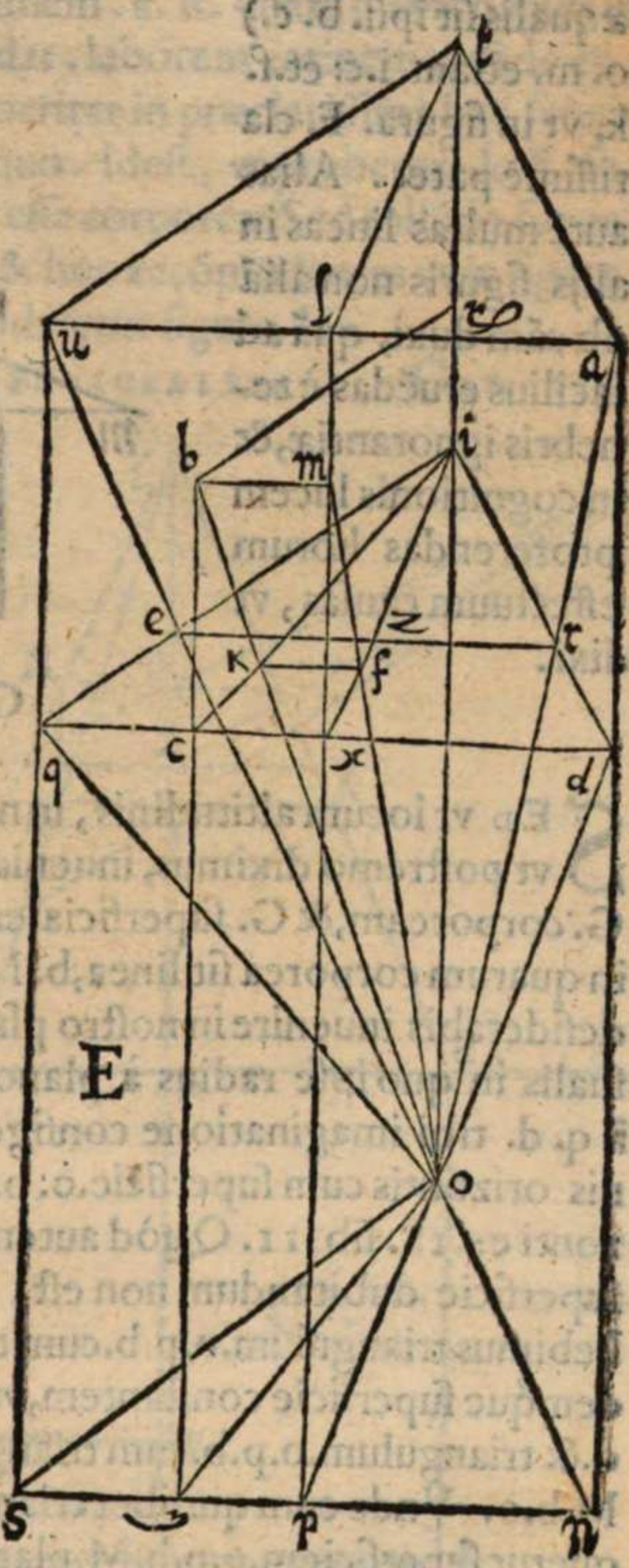
CAP. V.

ESt igitur ſciendum, quòd qui ſciuerit vnum ſolum punctum locare in perſpectiua, eo modo quem nunc proponam, facilè quoque ſciet ſupra quoduis planũ (quod tamen ſit perpendiculare orizonti) quamlibet rem locare. Quam ob cauſam imaginemur hic ſubſcriptas duas figuras. E. corporeã, & E. ſuperficialem, & in quadrilatero rectangulo orizontali.a.u.q.d. imaginemur eſſe punctum.b. quodlibet collocandum in aliquo plano perpendiculari orizonti locato, quemadmodum ſupponebatur in figura. A. corporea. Imaginemur ergo in ipſa figura. E. corporea radium viſualem. o. b. qui ſectus ſit à noſtro plano in. k. quod quidem. k. quærendum eſt in triangulo.i.q.d. ipſius plani. Volo ob hanc igitur rem, vt à puncto.b. in figura. E. ſuperficiali ducatur.b.c.ad rectos cũ.q.d.& à puncto.c.ad.i.ducatur linea.c.i.et.b.m. parallela ipſi.q.d.quę ab ipſa.x.l.in puncto.m.erit diuiſa,& hęc. x. m. è directo coniuncta cum.p.x.ducatur.o.m.quæ ab.i.x.ſecta erit in puncto. f. à quo ducendo deinde.f.g.h.parallela.q.d.ab. i. c. in puncto. K. erit diuiſa. Atque id erit quod nobis inquirendum propoſueramus.

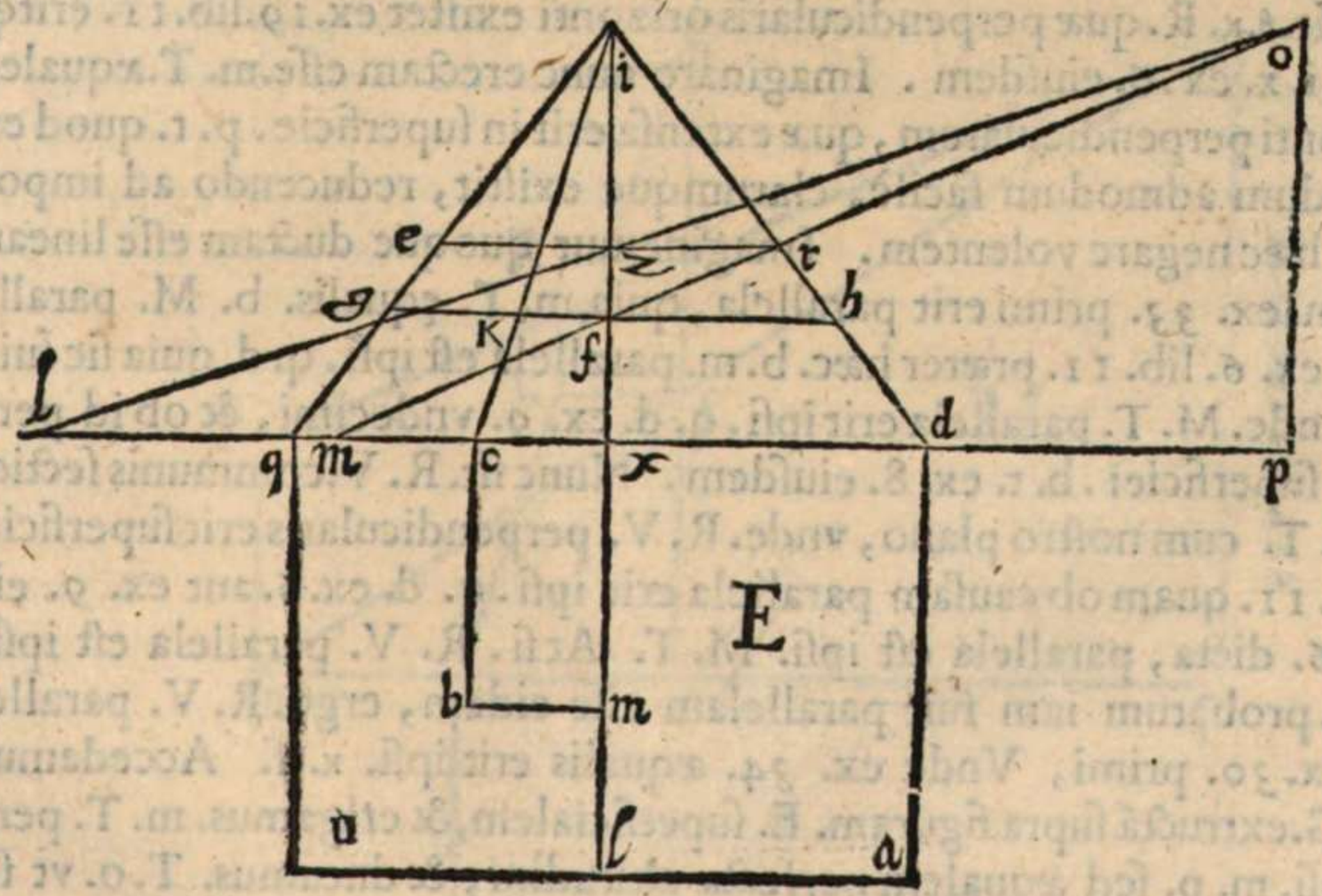
Ad cuius

Ad cuius rei ſpeculationẽ,imaginatione con cipiamus lineam.b.c.corpoream,protractam eſ ſe vſque ad.y.lineæ.s.n.& imaginatione ſit com præhẽſa linea.y.o.et.b.℞. parallela eidem,ideo ob rationes iam dictas de figura. A, hæ tres lineæ.o.y:i.c: et. ℞. b. ſimul cum linea.o. b. erunt in vna eademque ſuperficie plana, quam characteribus . y. ℞. notemus . et. i .c. eius erit ſectio communis cum plano, in quo quæritur pũctum, et. f. k. ipſius plani cum triangulo.o.b.m. erit ſectio communis, & parallela ipſi . q. d. ex. 6. lib. 11. quia. k. f. perpendicularis eſt ſuperficiei. p. t. ex. 19. eiuſdem cum triangulus. o. b. m. eidem ſuperficiei . p. t. ex. 18. eiuſdem perpendicularis exiſtat. Vnde perſpicuè patet ratio quare protracta ſit parallela . b. c. et quare ducta ſit . i. c. et coniuncta . x. m. cum. x. p. directè, & quare ducta ſit. o. m. et. f. k. Laudo igitur vt ſemper præſupponatur.p.x. perpendicularis baſi ipſius plani & præſupponatur, (vt rem totam vnò verbo complectar) ſuperficies. p. t. perpendicularis plano, & orizonti. Quod reliquum eſt, neceſſarium non eſt,niſi ad ſpeculandum. Neceſſariæ ergo non ſunt aliæ lineæ, quàm. p. x: p. o. x. i: b. c: et. x. m. è directo coniuncta cum . p. x. (quæ. x. m. coniuncta æqualis

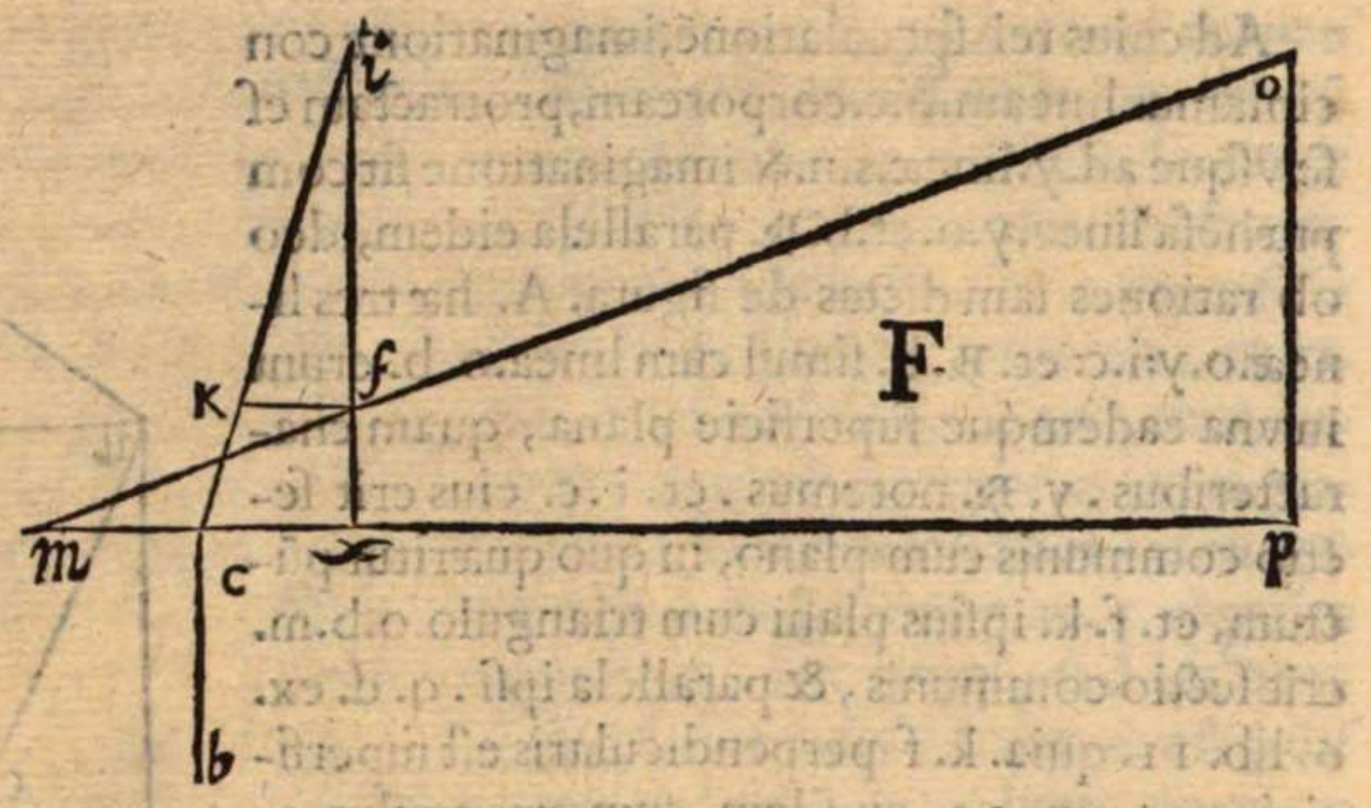
CORPOREA.



SVPERFICIALIS.



æqualis sit ipsi. b. c.) o. m. etiam. i.c: et.f. k. vt in figura. F. clarissimè patet. Alias autē multas lineas in alijs figuris non aliā ob cām duxi, quā ad facilius eruēdas è tenebris ignorantiæ,& in cognitionis lucem proferendas horum effectuum causas, vt dixi.

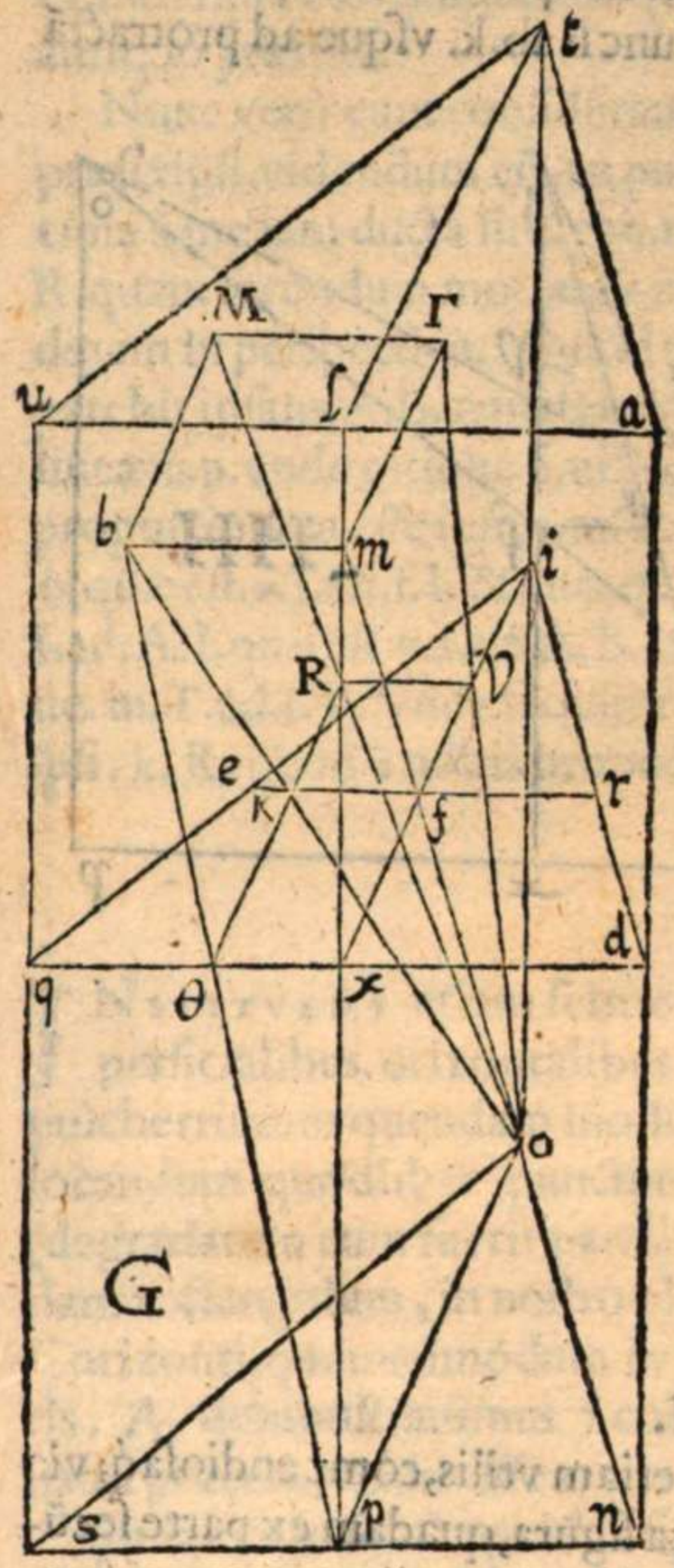


CAP. VI.

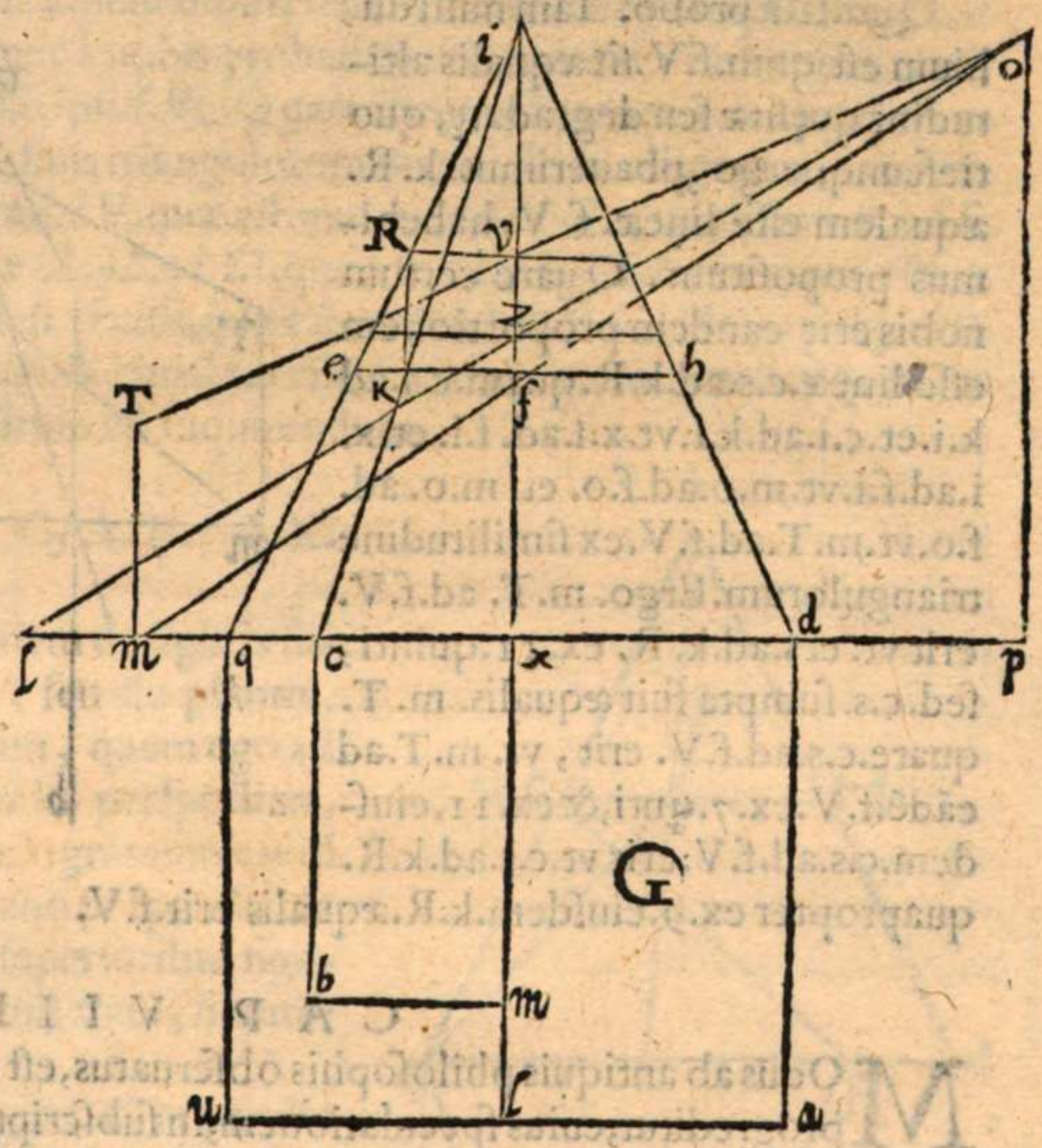
SED vt locum altitudinis, in nostro plano perpendiculari orizonti,& ita locatū, vt postremo diximus, inueniamus; duas hîc subscriptas figuras considerabimus. G. corpoream,& G. superficialem, similes duabus. E. E. proximè præcedentibus, in quarum corporea sit linea,b. M. altitudinis perpendicularis orizonti. Quare si desiderabis inuenire in nostro plano situm puncti. M. idest punctum radij. o. M. visualis in quo ipse radius à plano est diuisus, quod sit. R. quamuis extra triangulū i. q. d. tibi imaginatione confige ductam esse lineam.p. b. quæ erit sectio communis orizontis cum superficie.o. p. b. M.quæ superficies erit perpendicularis ipsi orizonti ex.18. lib. 11. Quòd autem non minus.o.p. quàm. M. b. sit in vna eademque superficie dubitandum non est, quia si imaginabimur ductam esse lineam.p.M. habebimus triangulum.o.p.b.cum triangulo. M.b. p. communibus partibus in vna eademque superficie constantem,vt triangulum quoque.o.p. M. cum triangulo. M.b. o.& triangulum.o.p.b.cum triangulo.o.p.M.& triangulum. M.b.p. cum triangulo. M.b.o. Vnde cum quilibet triangulus in vnica tantum superficie sit ex.2.lib.11.sequetur superficiem.o.p.b.M.planam esse,& vnicam,cuius communis sectio cum nostro plano sit. θ.κ. R. quæ perpendicularis orizonti existet ex.19.lib.11. eritque parallela ipsi. i. x. ex.6. eiusdem. Imaginare nunc erectam esse.m. T.æqualem ipsi. b. M. orizonti perpendicularem, quæ extensa erit in superficie. p. t. quod ex se ad considerandum admodum facilè, clarumque existit, reducendo ad impossibilia quemlibet hæc negare volentem. Imaginemur quoque ductam esse lineam. M. T. quæ. b.m. ex. 33. primi erit parallela, quia.m. T. æqualis. b. M. parallela est ipsi. b. M. ex. 6. lib. 11. præter hæc. b. m. parallela est ipsi. q. d. quia sic fuit ducta superius, vnde. M. T. parallela erit ipsi. q. d. ex. 9. vndecimi, & ob id perpendicularis erit superficiei. b. t. ex. 8. eiusdem. Nunc sit. R. V.communis sectio trianguli. o. M. T. cum nostro plano, vnde. R. V. perpendicularis erit superficiei. p. t. ex. 19. lib. 11. quam ob causam parallela erit ipsi. q. d. ex.6. aut ex. 9. eiusdem quia ex. 6. dicta, parallela est ipsi. M. T. At si. R. V. parallela est ipsi. q. d. etiam. f. κ. probatum iam fuit parallelam esse eidem, ergo. R. V. parallela erit ipsi. κ. f. ex. 30. primi, Vnde ex. 34. æqualis erit ipsi. κ. f. Accedamus nunc ad figurā. G. extructā supra figuram. E. superficialem, & erigamus. m. T. perpendicularem ipsi. m. p. sed æqualem perfectæ altitudini, & ducamus. T. o. vt secet lineam. i. x. in puncto. V. ab ipso ducentes. V. R. parallelam ipsi. q. d. ducendo deinde

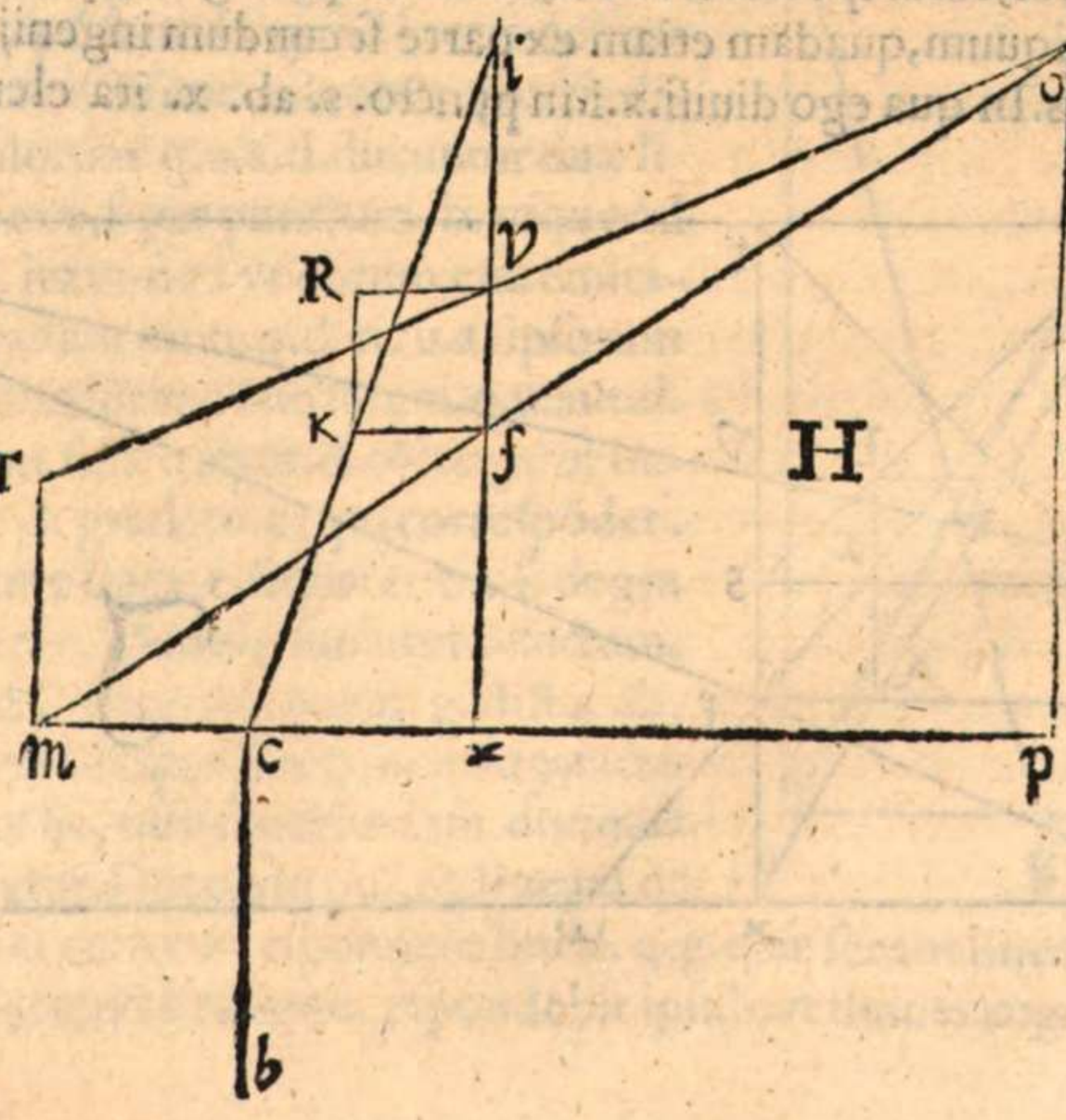
inde. k. R. parallelam ipſi. i. a. habebimus altitudinem. k. R. quam quærebamus in noſtro plano. Quod cum ſui natura clarum euadat, laborem ratiocinandi de eo, cuilibet vel mediocriter in præclariſſima hac ſcientia erudito relinquo. ideſt, vt probetur. k. R. ſuperficialẽ, æqualẽ eſſe corporeæ. Sed tollẽdo ſuperfluitatẽ linearum, & hoc accõmodantes vt in figura. F. diligenter conſideretur figura. H.

CORPOREA.



SVPERFICIALIS. CAP. VII.

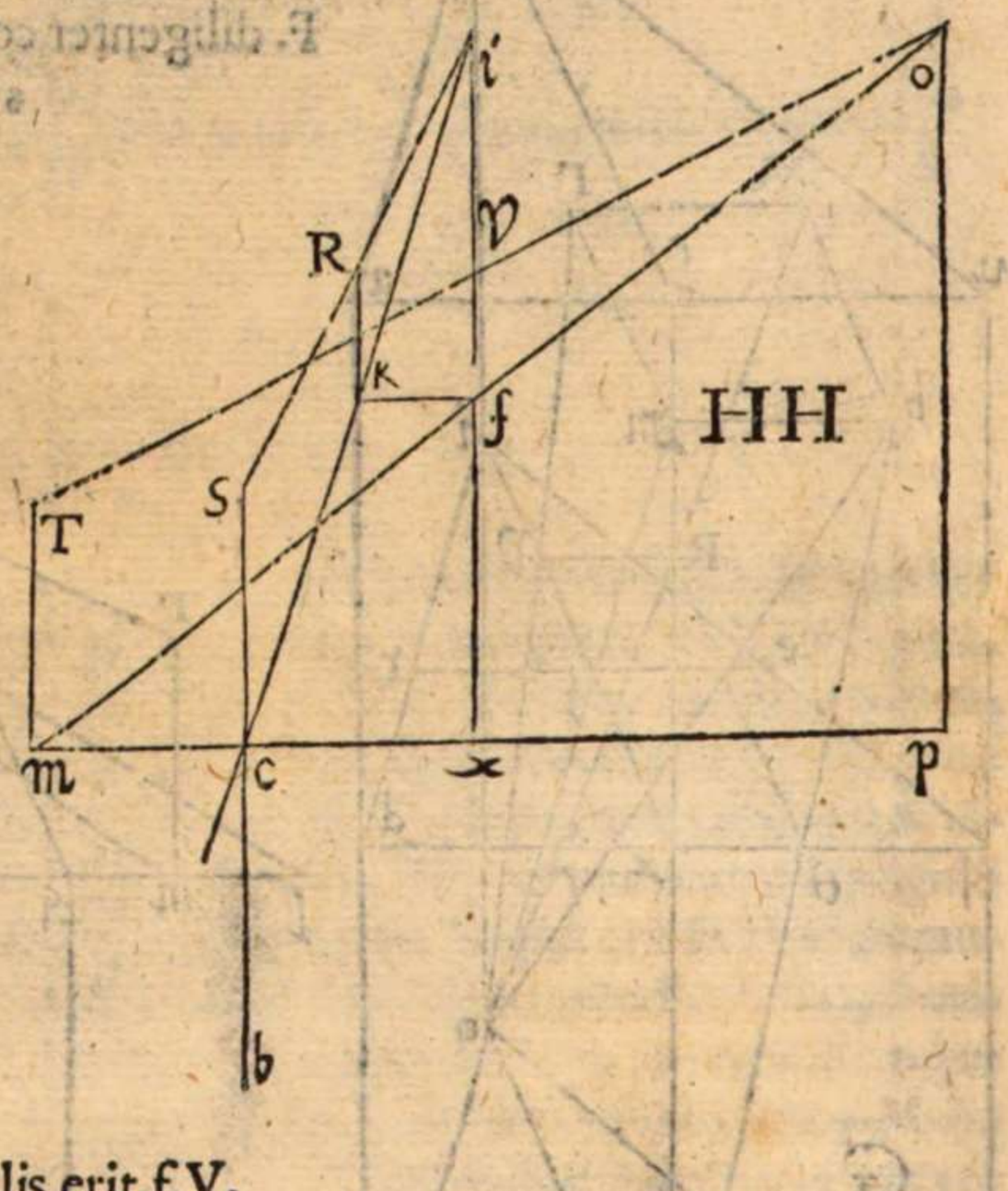




SVPERFICIALIS

CAP. VII.

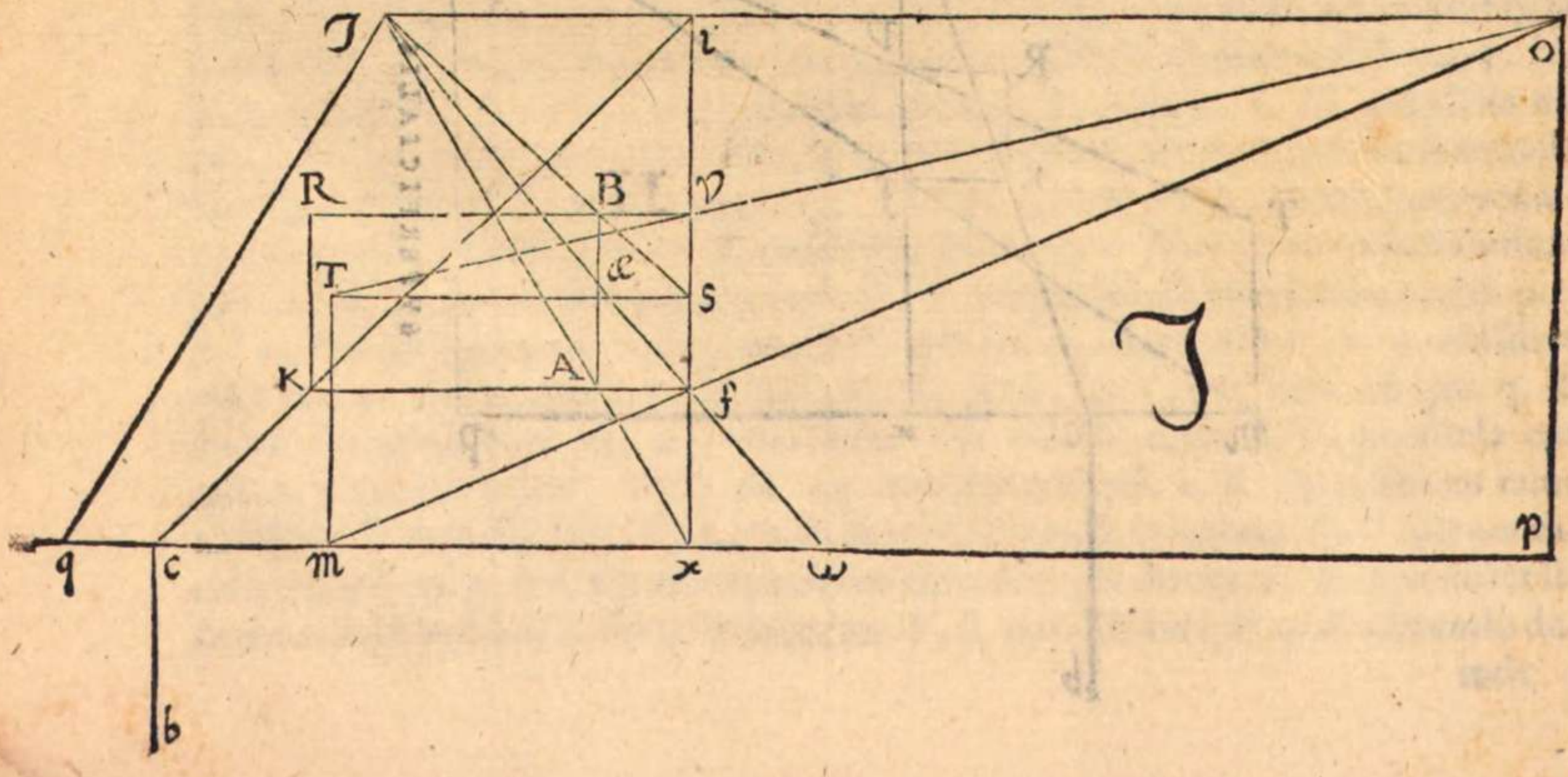
ALiam tamen inueni viam breuiorem vt in figura. H, H. in qua sit punctus. b. perfecti, & .k. degradati plani. Nunc ducatur. b. c. s. ad rectos cum. p. m. indefinitè, quæ quidem abscindatur in puncto. s. ita quòd. c. s. æqualis sit altitudini perfectæ, deinde coniungatur rectà. s. cum. i. Tunc si ab. k. vsque ad protractã i. s. ducta fuerit. k. R. parallela lineç. c. s. hæc. R. k. erit altitudo quæsita seu degradata.



Quod ita probo. Iam nulli dubium est quin. f. V. sit æqualis altitudini quęsitæ seu degradatę, quotiescunq; ergo ꝓbauerimus. k. R. æqualem esse lineæ. f. V. habebimus propositum. Quare certum nobis erit eandem proportionem esse lineæ. c. s. ad. k. R. quam. c. i. ad k. i. et. c. i. ad. k. i. vt. x. i. ad. f. i. et. x. i. ad. f. i. vt. m. o. ad. f. o. et. m. o. ad. f. o. vt. m. T. ad. f. V. ex similitudine triangulorum. Ergo. m. T. ad. f. V. erit vt. c. s. ad. k. R. ex. 11. quinti, sed. c. s. sumpta fuit æqualis. m. T. quare. c. s. ad. f. V. erit, vt. m. T. ad eãdẽ. f. V. ex. 7. ꝙnti, & ex. 11. eiusdem. c. s. ad. f. V. erit vt. c. s. ad. k. R. quapropter ex. 9. eiusdem. k. R. æqualis erit. f. V.

CAP. VIII.

MOdus ab antiquis philosophis obseruatus, est etiam vtilis, compendiosaq; via progreditur, cuius speculationem, in subscripta figura, quadam ex parte secũdum morem antiquum, quadam etiam ex parte secundum ingenij mei vires cõstructa, cognoscemus. In qua ego diuisi. x. i. in puncto. s. ab. x. ita eleuato, quanta est vera



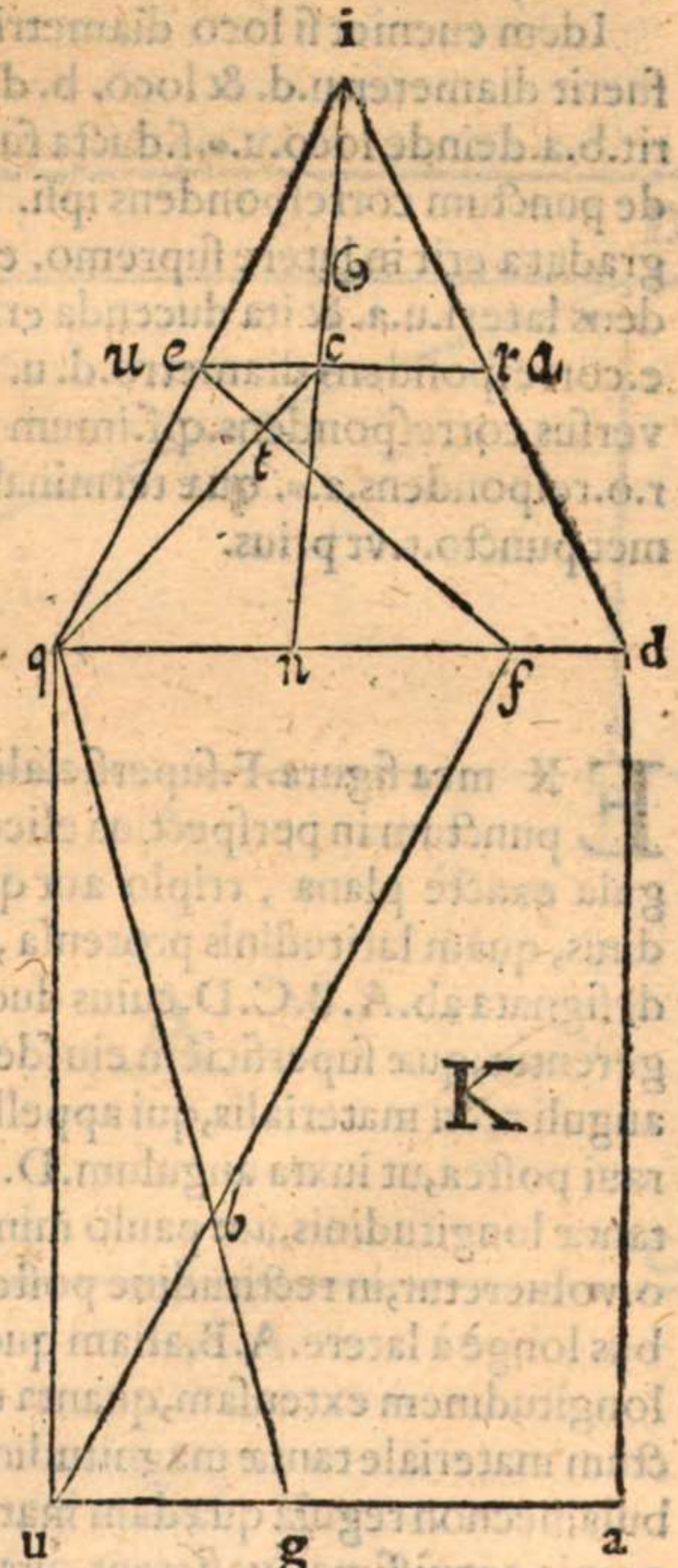
vera altitudo ipſius. M. T. et I.s.duxi ſupponendo eſſe.I.punctũ ꝓſpectiuæ ſecundũ antiquos,ideſt angulum ſupremum trianguli antiquorum à punctoque.k. meo duxi k.f.parallelam ipſi.c.m.p.vſque ad.i.x.in puncto.f.& à puncto à communi ipſis. k. f. et.i.x.vſque ad.I.s.duxi quoque.A.B.parallelam ipſi.i.x. atque hæc omnia ex more antiquo præſtiti.

Nunc verò eum conſiderans modum, quem ego de figuris.G.H. antecedentibus præſcripſi,videndum eſt,an punctum.B.tribus lineis.A.B.I.s.et.R.V.quarum hęc vltima à me iam ducta fuit,commune exiſtat,ideſt vtrum.A.B. æqualis exiſtat ipſi. K. R.quam ſecundum modum à me adinuentum, reuera ſcimus eſſe deſideratam altitudinem in perſpectiua. Quod tunc à nobis probatum erit, quando rationibus clarè patebit ipſam.A.B.æqualem eſſe ipſi.f.V. Quamobrem ducamus. I. f. vſque ad. ω. lineæ.c.p.vnde ratione ſimilitudinis triangulorum manifeſtè intelligemus, eandem proportionem eſſe ipſius.m.T. ad.f.V.quæ eſt.m.o.ad.f.o.& eius,quæ eſt.m.o. ad.f. o.quæ eſt.ω.I.ad.f.I. & eius,quæ eſt.ω.I.ad.f.I.quæ eſt.x.I.ad. A.I.& eius, quæ eſt. x. I.ad.A.I.quæ eſt.x.s.ad. A.B.ideſt vt eius,quæ eſt.m. T.ad.A.B.ſed idem quoq; erat de. m.T.ad.f.V. Vnde ſequitur.A.B.æqualem eſſe.f.V.ex.9.quinti Eucli.atq; etiam ipſi. k. R. quod à nobis propoſitum eſt inquirendum.

CAP. IX.

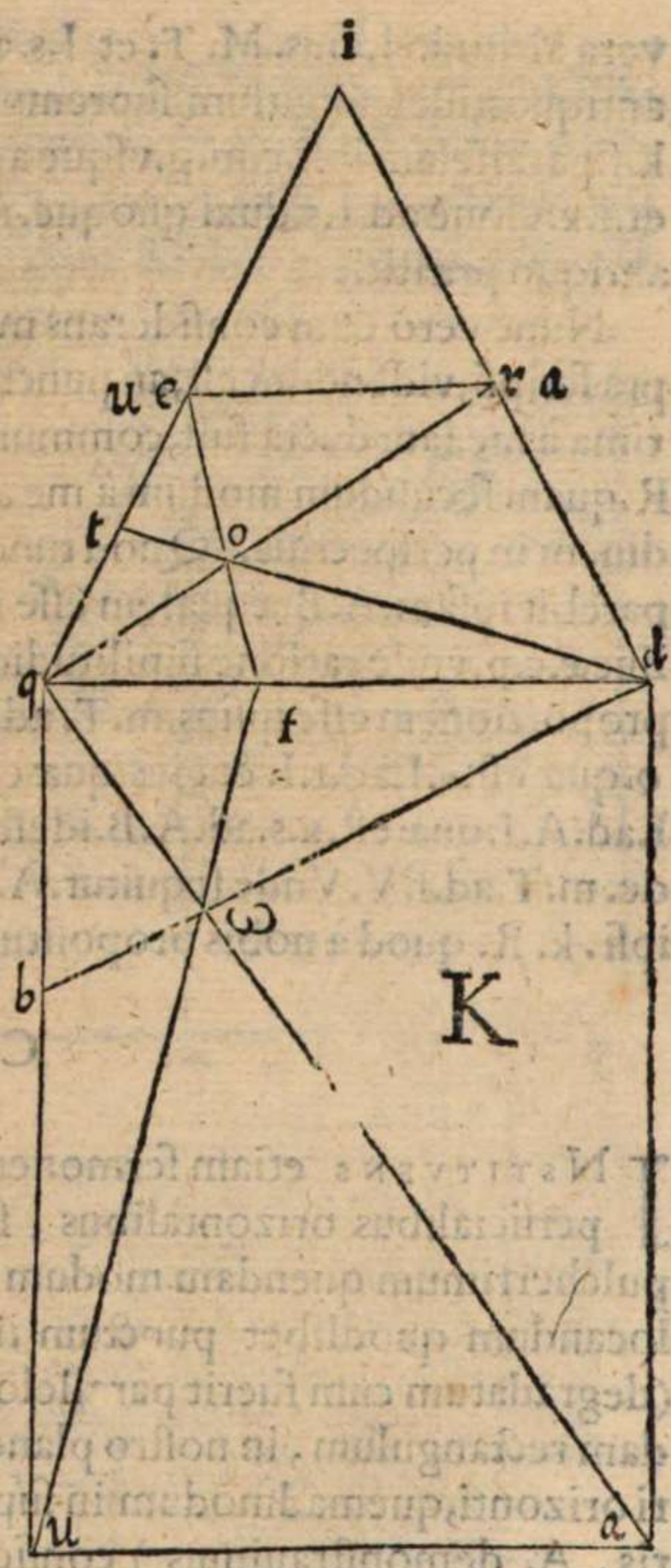
INSTITVENS etiam ſermonem de figuris ſuperficialibus orizontalibus, ſeu de plantis, pulcherrimum quendam modum, quem ego ad locandum quodlibet punctum in perſpectiua, (degradatum cum fuerit parallelogrãmum quoddam rectangulum, in noſtro plano perpendiculari orizonti,quemadmodum in ſuperioribus figuris. A. demonſtrauimus) conſideraui, ſilentio haud prætereundum eſſe.

Sit igitur in ſubſcripta hîc figura. K. in parallelográmo perfecto pũctum.b. quod locari debeat in degradato.e.q.d. r. Nunc à duobus quorumlibet quatuor angulorum.q.u.a.d.ducuntur duæ lineæ occultæ.q.g.et.u.f. per punctum. b. vſque ad latera.q.d.et.u. a. ita tamen vt eorum extremitates. g.et.f.intus cadant inter.q.d.et. u.a. ipſorum laterum,ideſt vt non ſecent duo latera.q.u.aut.d. a. Deinde punctum.f.inter.q.et.d.cõiungatur occultè cum angulo degradato.e. qui correſpõdet. u.perfecti,mediante linea.e.f.quæ erit.u.f. degrada data in noſtro plano. Deinde ſumatur punctum. n.in linea.q.d.tam diſtans à.q.quàm. g. diſtat ab. u.ducaturque linea.i.n.quæ lineam.e.r.in puncto c.diuidet,quod ex ijs, quæ ſuperius iam diximus ad ipſum.g.referetur. Ducendo poſtea lineam occultam.q.c.patebit eam correſpondere lineæ. q.g.quæ ſecans lineam.e.f.in puncto. t. hoc, communi ſcientiæ ratione,reſpondebit ipſi.b.vt omnes cognoſcent.



Sed si fortè punctum . b. esset in aliquo laterum, puta. q. u. volo vt in rectangulo perfecto. q. d. a. u. ducta sit vna diagonalis quam volueris puta. q. a. deinde à puncto. b. ad reliquum angulum oppositi lateris ducta sit recta . b. d. ita quod à diagonali secetur in puncto. ω. per quod punctum demum à reliquo angulo lateris . q.u.ducta sit.u.ω. vsque ad latus.q.d.in pũcto. f.quo facto , ita faciendum erit in rectangulo degradato, hoc est ducenda erit diagonalis . q. r. quę correspondet diagonali. q. a. perfecti deinde.f.e.quæ correspondet rectæ. f. u. perfecti , quæ etiam intersecabitur à diagonali. q. r. in puncto.o.correspondens.ω.perfecti, per quẽ. o.à puncto.d.cum ducta fuerit. d. o. vsque ad.t. in latere.q.e.hoc punctũ.t. correspondebit puncto . b.perfecti .

Idem eueniet si loco diametri. q. a. sumpta fuerit diameter.u.d. & loco. b. d. protracta fuerit.b.a.deinde loco.u.ω.f.ducta fuerit.q.ω. f. vnde punctum correspondens ipsi. f. in figura degradata erit in latere supremo. e. r. correspondens lateri.u.a. & ita ducenda erit diameter. d. e.correspondens diametro.d. u. et. q. f. sursum versus correspondens.q.f.imum versus deinde. r.o.respondens.a.ω. quæ terminabitur ab eodẽmet puncto.t.vt prius.

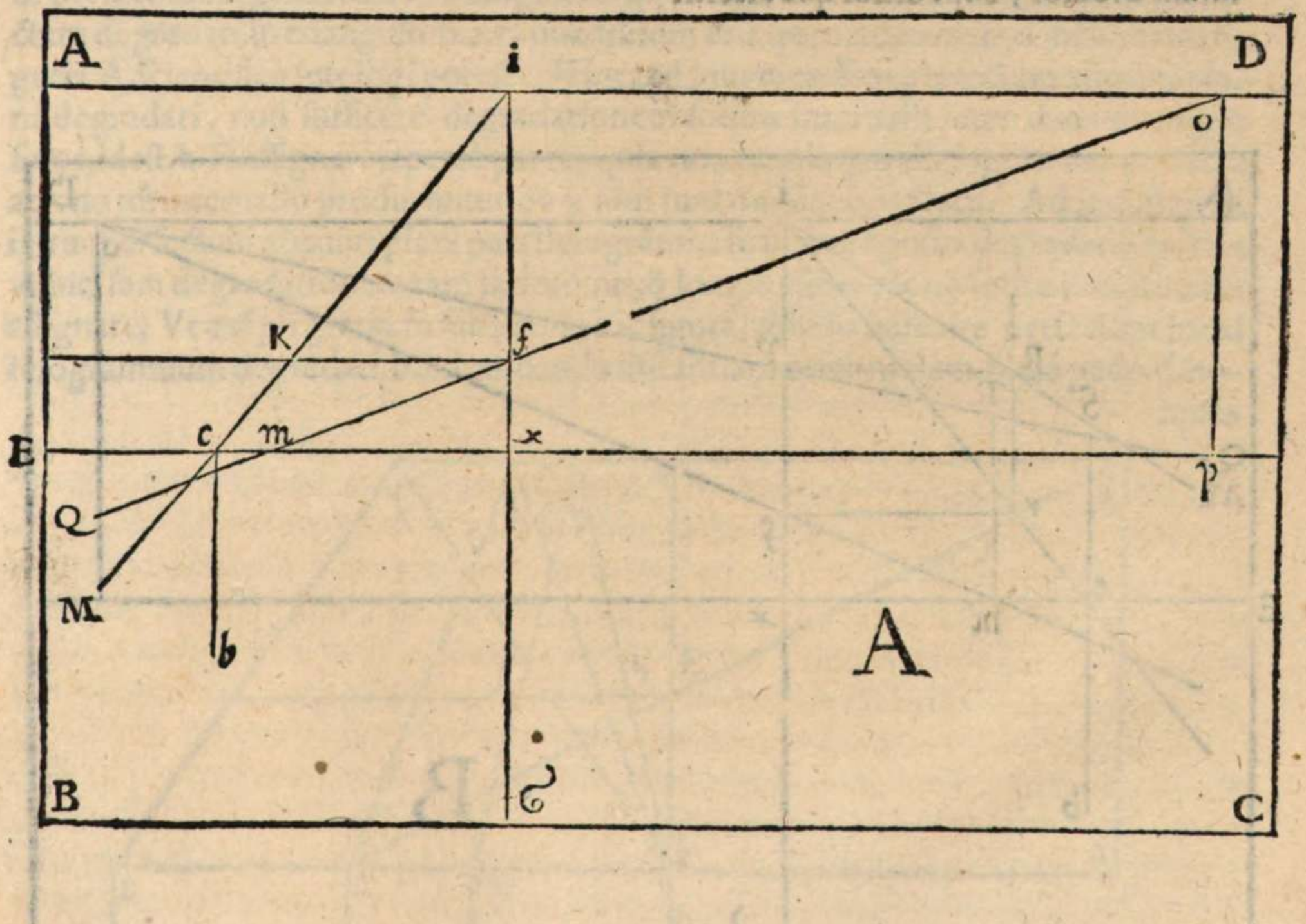


CAP. X.

EX mea figura.F.superficiali perspectiuæ facillimum modum locandi quoduis punctum in perspectiua elicui. Iussi enim vt aptaretur tabula quædam rectangula exactè plana , triplo aut quadruplo , aut quanto volueris maioris longitudinis, quàm latitudinis protensa , quæ quidem latitudo erat ad duos circiter pedes designata ab. A. B. C. D. cuius duobus lateribus. A.B. et. B.C. iussi, vt duæ regulæ affigerentur,quæ superficiem eiusdem tabulæ excederent , vt vnũ ex lateribus alicuius anguli recti materialis,qui appellat̃ norma (vt inferius dicam) ei adherere possit,curaui postea,ut iuxta angulum. D. in puncto. o. fixo mobilis regula. o. Q. affigeretur tantæ longitudinis,aut paulò minoris,quantam occupabat latus. D. A. quæ circum . o.volueretur,in rectitudine posteà.o.i.parallela ipsi. D. A. in puncto.i.duobus pedibus longè à latere. A.B.aliam quoque mobilem appendere feci.i.M. in tantam ferè longitudinem extensam,quanta constat. A.B.cõstitui etiam, vt quoddã angulum rectum materiale tantæ magnitudinis, quanta nobis vsui esse poterat super eadem tabula;necnon regula quædam materialis necessariæ longitudinis statuerent̃, atq; hæc omnia tenuissima , vt fierent curaui . Quandam deinde lineam ad.o.i.parallelam, idest. p. E. super eadem tabula adeò distantem ab.o.i.vt inter. E. p.et. B.c. perfectæ res,quæ degradari debebant,locari possent,signaui. Hæc autem distantia, quæ

inter

inter.o.i.et.p.E.intercedebat,altitudinem oculi ab orizonte significabat. Signaui etiam lineam.i.G. perpendicularem lineæ. E.p. cui affigi posset non nihil chartæ quotiescunque volebam in perspectiua aliquid delineare. Quod cum facere desiderabam,ponebam perfectum optimè affixum in quadrangulo. E.G: & in quadrangulo.E.i.aliquod folium papyri affigebam. Ponamus nunc, me voluisse constituere punctũ.b.sumebã angulũ rectũ materialẽ,seu normã,& eius vnum latus, iuxta latus. B.c.ponebam,atque aliud per punctum.b. transire faciebam, & vbi hoc latus lineã E.p.diuidebat, punctum.c signabam per quod efficiebatur,vt regula.i.M.transiret, quiescerետque aliquantulum aliquo modo in huiusmodi situ, opera deinde circini interuallum.b.c.sumebam,& in.p.E.à puncto.x.versus.E. punctum.m.signabã: per quod faciebam, vt transiret regula.o. Q. quæ lineam. x.i. in puncto. f. diuidebat. Angulum deinde rectum materialem accipiebam,cuius vnum latus. A.B.ponebam, aliud verò per punctum.f.transibat,quod quidem latus regulam. i. M. in puncto. k. (quod statim super folio papyri signabatur) intersecabat, atque hoc erat punctũ, quod quærebam,puncto.b. correspondens.Huiusmodi effectus rationes ab ijs, quæ superius dixi eliciuntur. Atque hæc ad bases rerum,vt in subscripta figura eluceſcit, spectabant.



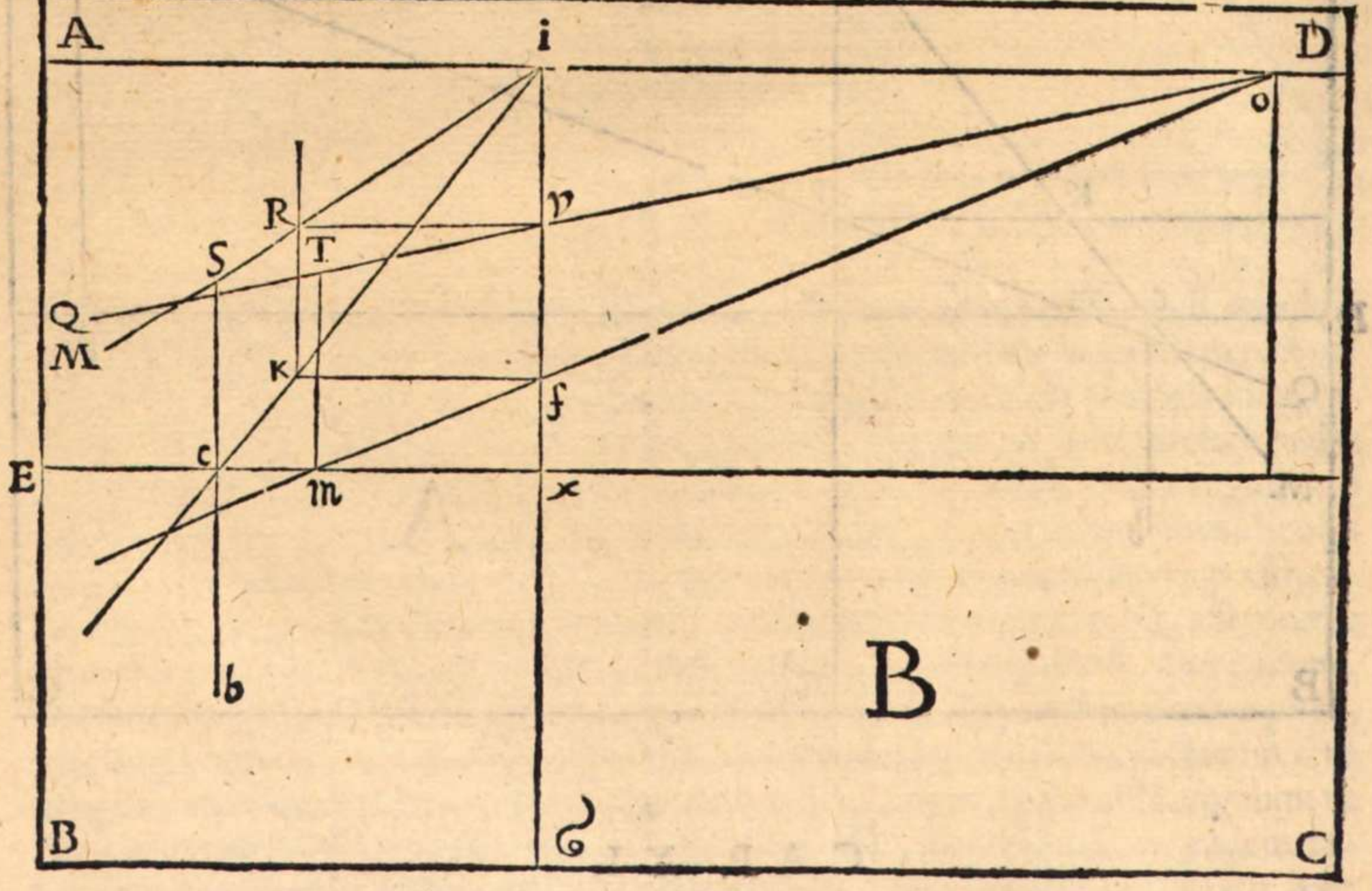
CAP. XI.

AD degradandas deinde altitudines, vsus sum mea figura tam.H. quã ẽt. H. H. vt mihi sese offerebat occasio. In primis ratione modi figuræ.H.curabã, vt

vnum ex lateribus anguli recti, seu normæ regulæ. B. C. anniteretur, aliud verò per.m.in rectitudine cuius signabam.m. T. interuallum æquale altitudini perfecti, ideſt punctum. T.æqualiter distans ab.m.transire faciebam, deinde regulam. o. Q. per punctum. T. transire quoque faciebam: & notabam intersectionem ipsius cum linea.i.x.in puncto. V.efficiebam deinde vt vnum ex lateribus anguli recti,lateri tabulæ. B. C.anniteretur,aliudque per punctum.k.transire faciebam, & in huiusmodi rectitudine à puncto.k.signabam quandam mensuram æqualem lineæ.f.V. quę erat k.R.pro altitudine degradata.

ALITER IDEM.

MEDIANTE deinde figura. H. H. vnum ex lateribus anguli recti, lateri tabulæ.B.C.vt anniteretur faciebam;aliud verò per punctum.b.perfecti,ideſt basis eiusdem perfecti transire faciebam. Et in huiusmodi rectitudine signabam. c. s. æquale interuallum altitudini perfecti,ideſt punctum.s.ita distans à.c. efficiendo deinde,vt latus anguli recti,lateri.B. C. tabulæ anniteretur, aliudque per punctum.k. transire faciens signabam. k.R.indeterminatam. Faciens deinde transire regulam i.M. per punctum.s.notabam punctum.R. intersectionis eiusdem cum linea. k. R. iã ducta. Itaque altitudinem. k. R. degradatam habebam. Hæc autem via aliquantulum breuior, expeditiorque altera.



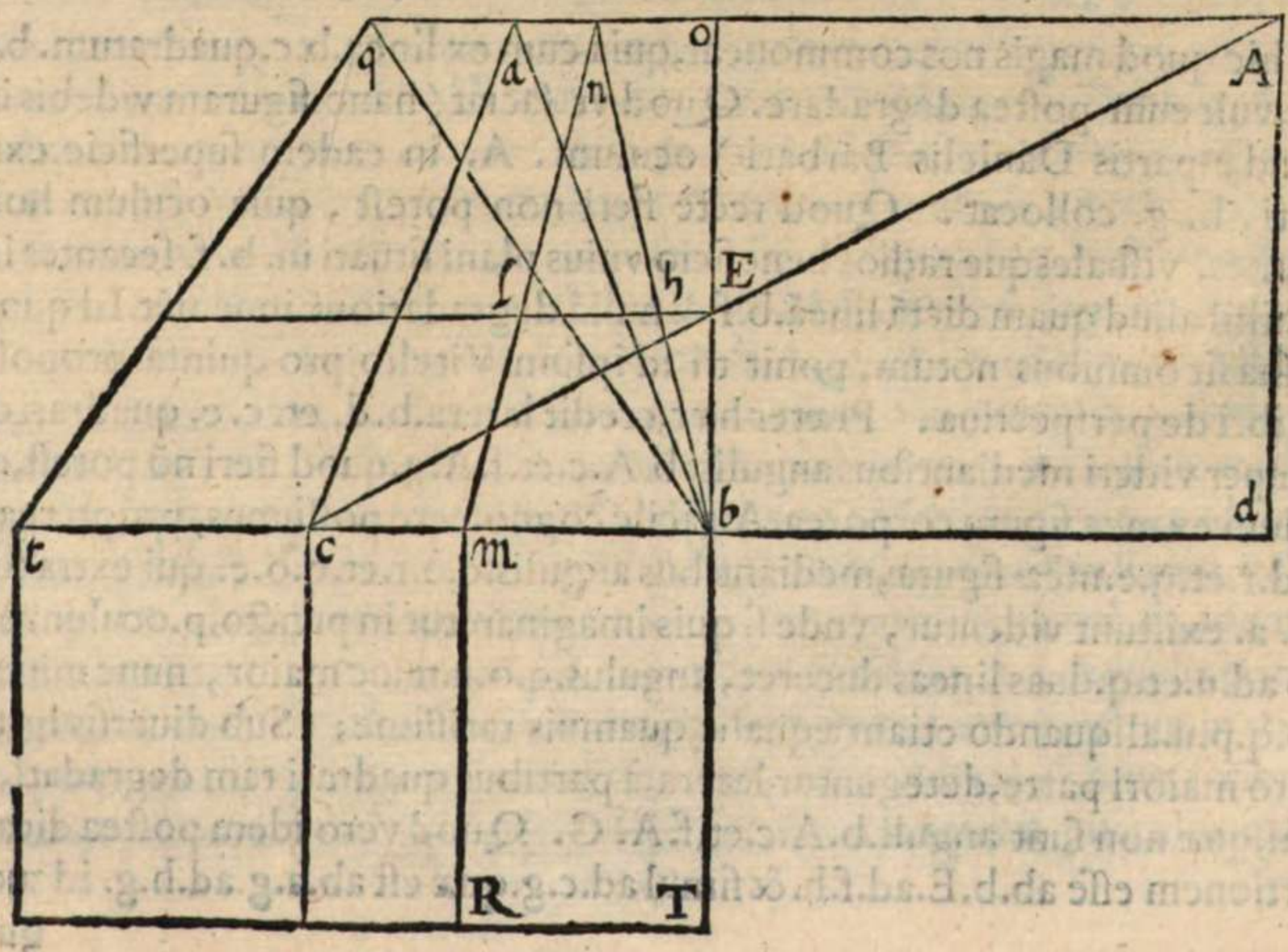
IACOBO

IACOBO SOLDATO MEDIOLANENSI

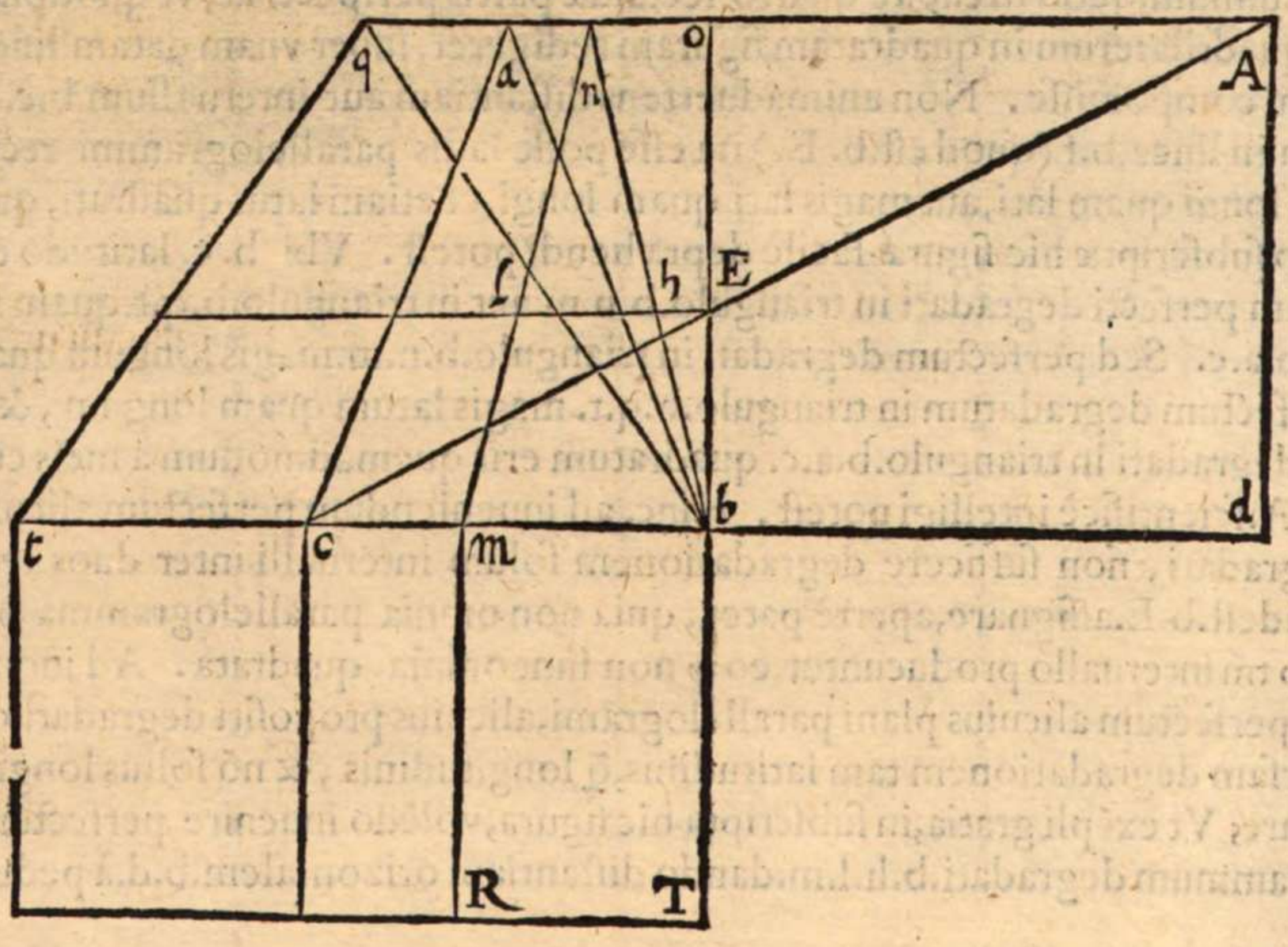
Serenissimi Ducis Sabaudiæ Architecto peritissimo.

CAP. VII.

SVPERIORIBVS diebus non diu postquam de perspectiuis inter nos sermonem habuimus, dum animus totus adhuc in his esset. Illud in mentem venit quòd eximius ille vir, & profundissimæ doctrinæ, nec vnquam satis laudatus Daniel Barbarus se accepisse profitetur à Ioanne Zamberto patritio Veneto, qui ad verbum omnia desumpserat à Ioanne Cusino Parisiense. Nec parum mirabar peritissimum illum Cusinum, quod in capite quarto secundæ partis perspectiuæ, vt quodpiam planum quadrilaterum in quadratam figuram redigeret, super vnam datam lineã quadratam composuisse. Non animaduertens distantiam aut interuallum.b.c. degradatum in linea.b.f.(quod est.b. E.) ita esse posse latus parallelogrammi rectanguli magis longi quam lati, aut magis lati quam longi, vt etiam latus quadrati, quod beneficio subscriptæ hic figuræ facilè deprehendi potest. Vbi. b. c. latitudo esse potest, tam perfecti degradati in triangulo.b.n.m. aut in triangulo.b.q.t. quam in triangulo.b.a.c. Sed perfectum degradati in triangulo.b.n.m. magis longum quam latũ & perfectum degradatum in triangulo.b.q.t. magis latum quam longum, & perfectum degradati in triangulo.b.a.c. quadratum erit quemadmodum à meis etiam figuris. A. scientificè intelligi potest. Hinc, ad inueniendum perfectum alicuius plani degradati, non sufficere degradationem solum interualli inter duos terminos solos, idest.b.E. assignare, apertè patet, quia non omnia parallelogramma perfecta ab vno tm̃ interuallo producuntur, eo q̃ non sunt omnia quadrata. Ad inquirendũ igitur perfectum alicuius plani parallelogrãmi, alicuius propositi degradati, oportet vniuersam degradationem tam latitudinis, q̃ longitudinis, & nõ solius longitudinis assignare; Vt exẽpli gratia, in subscripta hic figura, volẽdo inuenire perfectum parallelogrammum degradati.b.h.l.m. dando distantiam orizontalem.b.d. à pede.d. hominis



minis vſque ad plani ſitum in quo degradatio facta ſit : ſtatim altitudo.A. oculi à pe de, quæ tanta ſemper eſſe debet quanta eſt altitudo trianguli.b.n.m. qui clauditur, protrahendo. m. l. et. b. h. vſque ad concurſum in. n. in lucem prodibit. Oportet deinde erigere lineam.b.o. perpendicularem lineæ.d.b.m. & vſque ad eandem pro ducere lineam.l.h.in puncto.E.et à puncto.A.per.E. vſque ad.c.ipſius.d.b.m.produ ctæ ducere.A.E.c.atque deinde protrahere lineam.o.b.vſque ad.T.ita vt.b.T.ęqua lis ſit ipſi.b.c.& ad ipſam à puncto.m.ducere parallelam.m.R.& à puncto.T.ducere. T.R.parallelam ipſi.b.m. Vnde ex.34.primi Eucli.m.R.æqualis erit ipſi.b.T.et.R. T. ipſi.m.b.& anguli in rectos euadent,atque hoc parallelogrammum rectangulum erit verum perfectum degradati. b.m.l.h.ob rationes à me circa figurã. A.adductas.



Sed eſt hic quod magis nos commoueat,quia cum ex linea.b.c.quadratum. b.g.pro duxerit,vult eum poſtea degradare. Quod vt faciat (hanc figuram videbis in cap. 4. ſecundæ partis Danielis Barbari) oculum. A. in eadem ſuperficie extenſa, quadrati. b. g. collocat. Quod rectè fieri non poteſt, quia oculum hoc mo-do locantes, viſualesque radios beneficio vnius plani ſituati in. b. f. ſecantes in ipſo plano,nihil aliud quam dictã lineã.b.f.& nullã degradationẽ inueniẽt.Id quod,& ſi natura ſua ſit omnibus notum, ponit tñ id ipſum Vitelio pro quinta propoſitione quarti libri de perſpectiua. Præter hæc,credit latera.b.d. et. c. e. quadrati degra-dati ſemper videri mediantibus angulis. b.A.c.et.f.A.g.quod fieri nõ poteſt,quem-admodum ex mea figura corporea.A.facilè cognoſcere poſſumus, propterea quòd latera.d.r.et.q.e.meæ figuræ,mediantibus angulis.d.o.r.et.q.o.e. qui extra ſuperfi-ciem. s. a. exiſtunt videntur, vnde ſi quis imaginaretur in puncto.p.oculum eſſe, & ab ipſo ad.u.et.q.duas lineas duceret, angulus.q.o.u.nunc maior, nunc minor eſſet angulo.q.p.u.aliquando etiam æqualis,quamuis rariſſime; Sub diuerſis igitur an-gulis,pro maiori parte,deteguntur latera,à partibus quadrati tam degradati, quàm perfecti,quæ non ſunt anguli.b.A.c.et.f.A. G. Quod vero idem poſtea dicat eam proportionem eſſe ab.b.E.ad.f.h. & ſimul ad.c.g.quæ eſt ab.a.g.ad.h.g. id tuo relin

quam

quam iudicio. Tibi quoque considerandum relinquo; cum rationabilis degradatio esse debeat, qua ratione necessarium sit, vt distantiæ resque, in vna & eadē proportione cum altitudine oculi ad rem degradatam existant? Cum postea degradauerit quadratū, is scriptor, in figura. d. b. c. e. eum bene & ex perspectiuæ optimis legibus degradatum fuisse probare nititur; solum probans. d. e. æqualem esse ipsi. E.h. q̄.E.h. secundū ipsum est degradatio lateris.c. g. & cū superius dixerit, se tria quadrati plana degradauisse, quia.b.E. degradat. b. c. et. E. h. degradat. c. g. et.f. h. degradat. f. g. nec quidem de lateribus. b. d et. c. e. loquitur, quia si. c. g. perfecti, degradatum est in. E. h: et. d. e. rectè protracta existit, cum sit æqualis ipsi. E. h. cum etiam. b. d. et. c. e. rectè protractæ esse debeant: qua de causa ipsis.b.E. et.f.h.quæ,ex ipso,sunt degradationes.b.c.et. f. g. æquales esse non debent? Posset is mihi quidem respondere,q̄ hoc pacto nulla superficies clauderetur. Ergo tria latera.b.c: c.g.et.g.f.nō benè sunt degradata, eiusq̄; ꝓportionalitates malè intellectæ nil probant. quia si dictæ proportionalitates, nobis tutò promitterent degradationes, ab eo primum effectas, in linea.b.f.esse bonas,ergo duæ.b.d.et.e.c. falsæ existerent,quarum quælibet maior est.b.E.et.f.h.ex.18.primi Eucli. Omittamus etiam quod vbi is scribit eam esse rationem,aut comparationem ab. A.d.ad.b. E.quæ est ab.d.c.ad.b.c. eandemque esse ab.E.h.ad.c.g.quæ est ab.A.E.ad.A.c.nil probet; nec similitudinem triangulorum, nec aliquam propositionem Eucli.citans. In quo excusari non potest, quòd non soleat Euclidem,aut alium quemuis autorem citare,cum vel in ipso operis principio capite.3. primæ partis, Apollonium Pergeū Euclidemq̄;,& si etiam præter rem,citet. Deinde quū idem probare vult.d.e.æqualem esse ipsi.E.h. eandem inquit esse proportionem.a.b.ad.a.d.quæ est ipsius. A. c. ad.A.E.quod & si verum sit, hic tamen modus ratiocinandi nullo ordine nititur, quia rectius dixisset pro clariori intelligentia ipsius.a.c. ad.a.e. eandem proportionem esse,quæ est. A.c.ad.A.E.propter similitudinem, quæ inter duos triangulos. A. c.a.et.E.c.e. intercedit, cum.E.e.supponatur parallela ipsi.A. a. quod etiam vt demonstraretur longiori oratione ei opus fuisset si voluisset intellectum eorum, qui parum sunt exercitati,perduci ad cognoscendū idem planè futurum de.a.c.ad.a.e. vt est ipsius.A.c.ad.A.E.in hunc modum, idest probando primùm duos triangulos. A. c.a.et. E.c.e. æquiangulos esse,mediante.29.primi Eucli. cum. A.a. et. E. e,inuicem sint parallelæ. Vnde ex.4.sexti. idem extitisset de.A.c. ad.E.c.vt.a.c. ad.e. c. et. ex 16.quinti idem de.A.c. ad.a.c.vt ipsius.E.c. ad.e.c.& ex.19. eiusdem de.A.E. ad.a. e.vt ipsius.A.c.ad.a.c.& ex.16.iam dicta de.A.E.ad.A.c. vt ipsius.a.e. ad. a.c. idest ipsius.A.c.ad.A.E.vt est ipsius.a.c.ad.a.e: Aut hoc alio modo, qui breuior est procedendum,incipiendo scilicet à secunda sexti Eucli. dicendo q̄ existente. E.e.parallela ipsi. A.a: ex dicta.2.lib.6. erit idem de.c.E.ad.E. A. vt de.c.e.ad. e.a. vnde ex. 18.quinti innotuisset statim quod de.c.A.ad.E.A.vt de.c.a.ad.e.a. extitisset. Nunc mediantibus supradictis duabus propositionibus idest.29. primi, &.4. sexti, cognoscitur idem planè esse de.b.c.ad.d.e.quod ipsius.a.c. ad. a. e. & ex eisdem idem esse de.c.g.ad.E.h. quod ipsius. A.c.ad. A.E.vnde ex.11.quinti bis repetita idem erit de b.c.ad.d.e.quod de.c.g.ad.E.h.sed cum ex suppositio.c.g. sit æqualis ipsi. c. b. idem erit de.c.g.ad.e.d.quod ipsius.c.b.ad eandem ex.7.quinti,vnde ex.11.idem erit de c.g.ad.E.h.quod eiusdem.c.g. ad.e.d.ex.9.igitur eiusdem. d. e. æqualis erit ipsi. E. h. atque hic verus est modus ducendi intellectum parum exercitatum in cognitionis campum. quem quidem mihi obseruandum proponerem si onus scribendi susciperem ijs, qui in scientijs parum versati sunt, quos tanquam puerulos manu du-

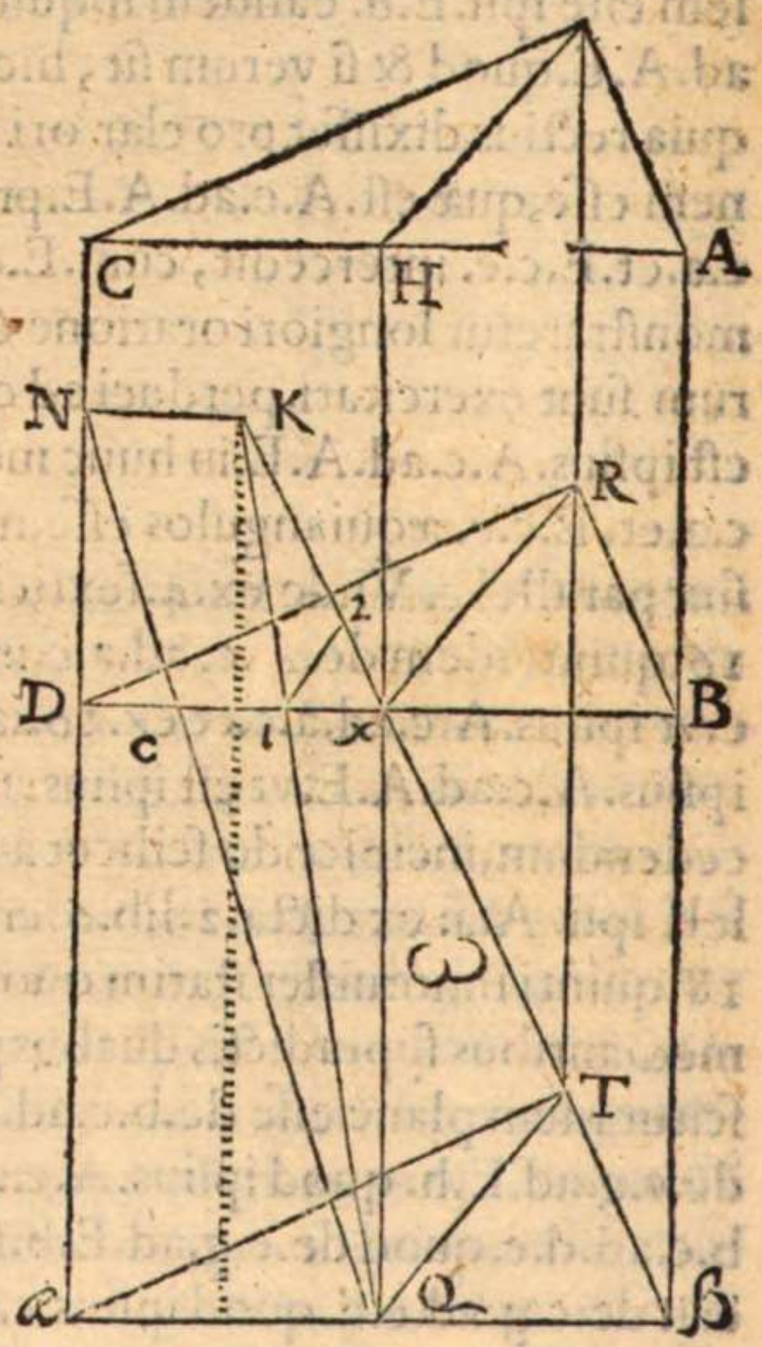
cere

cere oportet. Ratio verò ab ipso adducta propter quam.E.repreſentatur oculo altius quam.b.nempe eo quod. A.ſuperſtet ipſi. E. nihil valet, quia ſi inferius eſſet, idem contingeret, ſed hoc euenit eo quod.E.altius eſt ipſo. b. Idem dico de. h. vbi ſimiliter decipitur. Idem etiam in.7.cap.fallitur in ſecundo modo,quem oſtendit pro ſecundo quadrato aliquo degradato à parallelogrammo degradato magis longo quàm lato,cum ducat parallelam.l.m.ad.b.c.à puncto.l. interſectionis ipſius. o.c.id,quod non rectè efficitur quemadmodum ex rationibus à me allegatis circa meas figuras. A. A. facilè innoteſcit.

Nono deinde cap. contrario planè ordine, quam oporteret proceſsit, quia cũ angulus. 2. trianguli perfecti magis diſtet à plano ſuper quod degradari debet triangulum,quàm latus. 1.3. oppoſitum dicto angulo. 2. & per conſequens longè remotior ſit ab oculo, ipſe in degradato, eũ magis propinquum eſſe facit, è contra cap. 10. rectè fecit contra id, quod capite. 9. tradiderat.

Quod autem deinceps in prima parte. 11.& vltimi capitis aſſerit eſt,admittendũ. Quod verò in ſecunda parte ab eo traditur, ideſt alius quidam modus quem de trãſferendis punctis à perfecto in degradato proponit, non eſt modus vniuerſalis; quia ſi altitudo. T.Q. oculi à plano orizontali, non eſſet æqualis medietati lateris. B. D. perfecti, interualla.a.b.c.d.e.lateris. B.D. admittenda non eſſent.

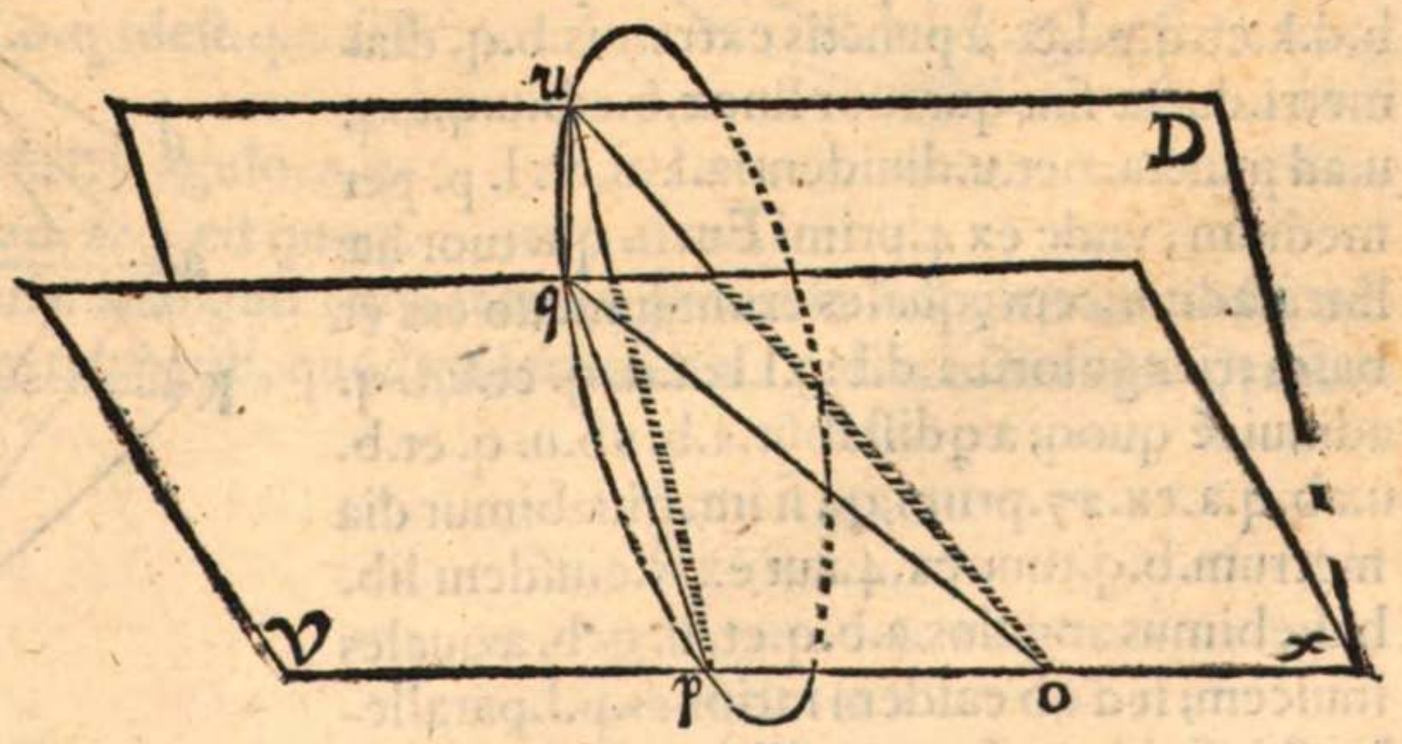
Pro cuius rei intelligentia ſit in ſubſcripta hic figura corporea. ω. parallelogrammum rectangulum. A.B.C.D. in plano orizontali, & linea. Q.H. illud per medium diuidat,quæ ſit parallela duobus lateribus. A.B.et. C. D. in cuius quolibet puncto. Q. ſit infimus terminus altitudinis oculi, & in. T. ad perpendiculum ipſius. Q. ſit verus ſitus eiuſdem, tantum eleuatus à. Q. quanta eſt medietas ipſius. D. B. ſitque figura corporea finita ſimilis meæ. A. vnde. Q. T. æqualis erit ipſi. Q. æ. & planum perpendiculare orizõti, ſuper quod punctum. k. perfecti duci debet ſit. R. D. B. ſintque ductæ per imaginationem lineæ. T.K Q.K. et ſit.K.N. perpendicularis lateri.C.D. à quo puncto.N. imaginatione ſit cõpræhenſa linea. N.Q. atque hæ tres lineæ ſectæ ſint à plano in punctis.c.i. et. 2. quorum punctũ. 2. erit quæſitum plani. Imaginemur nunc duos triangulos. K.T.Q. et. N.Q. æ. qui ſecti erũt à plano. R. B. D. quorum communes ſectiones erunt. 1. 2. et D.c. & quia. N.K. D. i. et. æ. Q. inuicem ſunt parallelæ, ſequitur eandem proportionem futuram ipſius. Q.K. ad. K.i. quæ eſt ipſius. æ. N. ad. N.D. imaginatione concipiendo à puncto. K. vſque ad. æ. Q. quandam parallelam ipſi. N. æ. quemadmodum ex te ipſo intelligere potes. Sed ratione ſimilitudinis triangulorum ita ſe res habet de. æ. Q. ad. D.c. vt de. æ. N. ad. N.D. vt quoque de. T.Q. ad. 2. 1. quemadmodum ipſius. Q.K. ad. K.i. vnde ex. 11. quinti, idem erit de. Q.T. ad. 1. 2. quod de. Q. æ. ad. c. D. & ex. 16. eiuſdem de. Q.T. ad. Q. æ. quod de. 1. 2. ad. c. D. & exiſtente. æ. Q. ex ſuppoſito æquali ipſi.



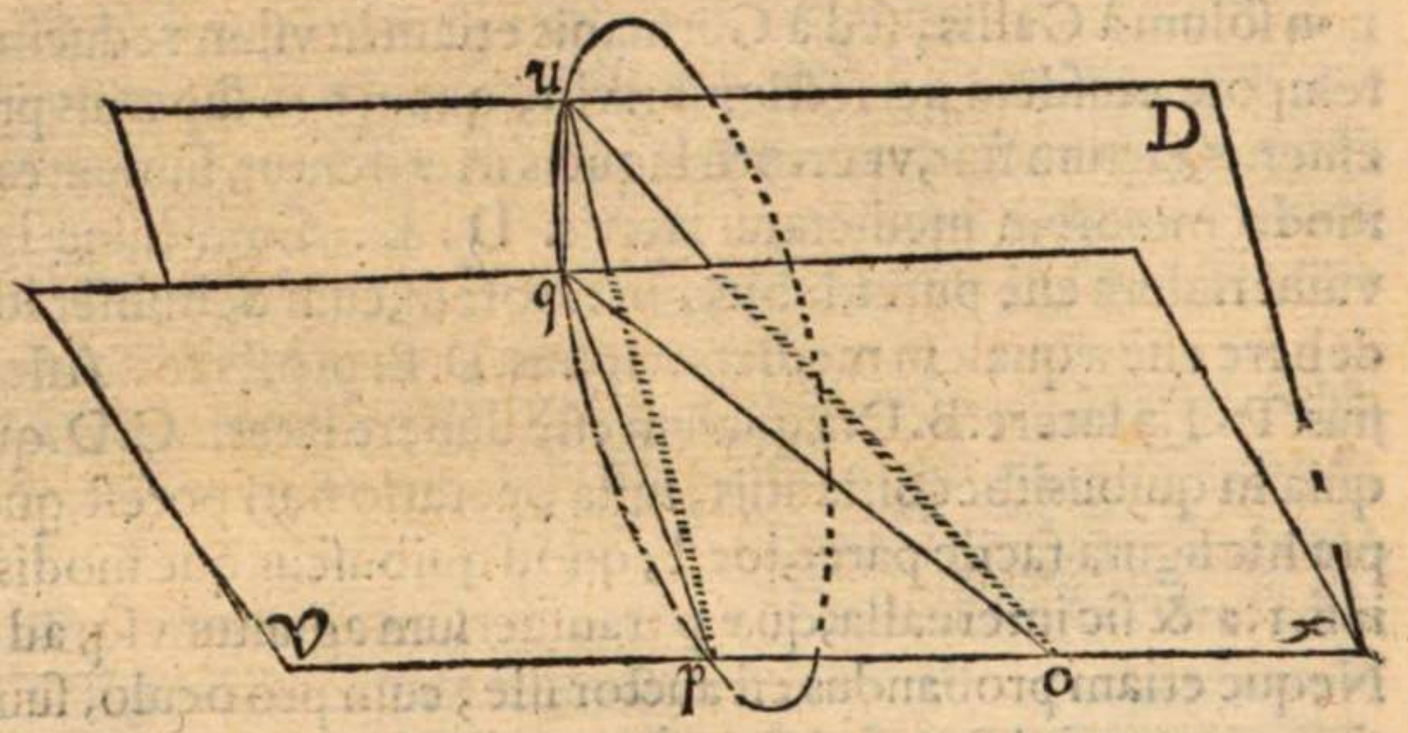
.1.2. Vnde huiuſmodi regula tunc bona redditur, quando T. Q. æqualis eſt ipſi. œ. Q. ideſt medietati ipſius. D. B. at verò ſi æqualis non eſſet hoc minime ſequeretur, vt facilè patet. Quòd verò. 2. R. z. &. ſint benè diſpoſita, dubitandum non eſt, quia punctum. i. meæ hic ſubſcriptæ figuræ, quod coreſpondet K. eius figuræ adeò diſtat à medio. R. X. trianguli. R. B. D. vt. 2. cum. 1. 2. dicto medio. R. X. ex. 6. Vndecimi fit parallela. Idem de reliquis dico. quod manifeſtè cognoſci poteſt, ab eo, quod in ſuperius poſitis figuris corporeis dixi. Huiuſmodi modus ducendi res in perſpectiua, non ſolum à Gallis, ſed à Germanis etiam in vſum reducitur. Sed quia ad hæc vſq; tempora eiuſdem perfectionis ratio, quam ego ſuperius propoſui, nõdum in lucem emerſit, factum fuit, vt errorũ laqueis irretirentur, ſumentes. T. Q. modo maiorem, modo minorem medietate lateris. D. B. Cum hunc igitur modum hic Autor vniuerſalem eſſe putet, labitur in errorem, cum debuiſſet longitudinem ipſius. T. Q. debere eſſe æqualem medietati ipſius. D. B. proferre. Aſſerit deinde diſtantiam ipſius. T. Q. à latere. B. D. æqualem eſſe debere lateri. C. D. quod neceſſarium non eſt, quia in quibuslibet diſtantijs, iuſta operatio fieri poteſt, quemadmodum in ſubſcripta hîc figura facile patet, ideſt, quòd quibuſcunque modis. c. D. æqualis remaneat ipſi. 1. 2. & ſic interualla, quæ p tranſuerſum aguntur vſq; ad mediũ trianguli. D. R. B. Neque etiam probandus eſt auctor ille, cum pro oculo, ſuum. T. loco. Q. à me poſiti, ponit, cum is locus ſit verus ſitus pedis eius qui reſpicit, & non oculi. Quòd autẽ Auctor iſte, modo vniuerſali intelligat, vt iam diximus, cõſideretur figura tertii modi primi cap. tertiæ partis, in qua ſuum oculum (vt ita dicam) ponit in. o. altius ſeu diſtans à rectitudine lateris. c. d. plus quam ſit totum latus. d. b.

AD EVNDEM IACOBVM.
CAP. XIII.

TVAS accepi literas omnis humanitatis & officij plenas, in quibus requiris cauſam, quæ me in alijs meis literis impulit ad dicendũ, angulũ. q. o. u. modo maiorem, modo verò minorem futurum angulo. q. p. u. meæ figuræ corporeæ. A. hanc igitur ob cauſam imagineris in ſubſcripta hîc figura duo triangula. q. o. u. et. q. p. u. quorum. q. p. u. perpendiculariter ſit ſuper ſuperficie trianguli. q. o. p. collocatum, præcisè vt in mea figura corporea. A. ſuperficies verò trianguli. q. o. p. ſit exempligratia. V. M. & trianguli. u. o. p. ſit. V. D. quarum cõmunis ſectio ſit. V. p. o. x. non eſt enim dubitãdum quin triangulum. q. p. u. ſit perpendiculare triangulo. q. o. p. cũ hoc ex. 18. lib. 11. Eucli. perpendiculare ſit ſuperficiei. a. s. in qua reperitur triãgulum. q. p. u. & hoc ex linea. o. p. perpendiculari dictæ ſuperficiei. a. s. Nunc dico angulum. q. o. u. modo maiorem, modo minorem eſſe angulo. q. p. u. Notiſſimum igitur primum nobis

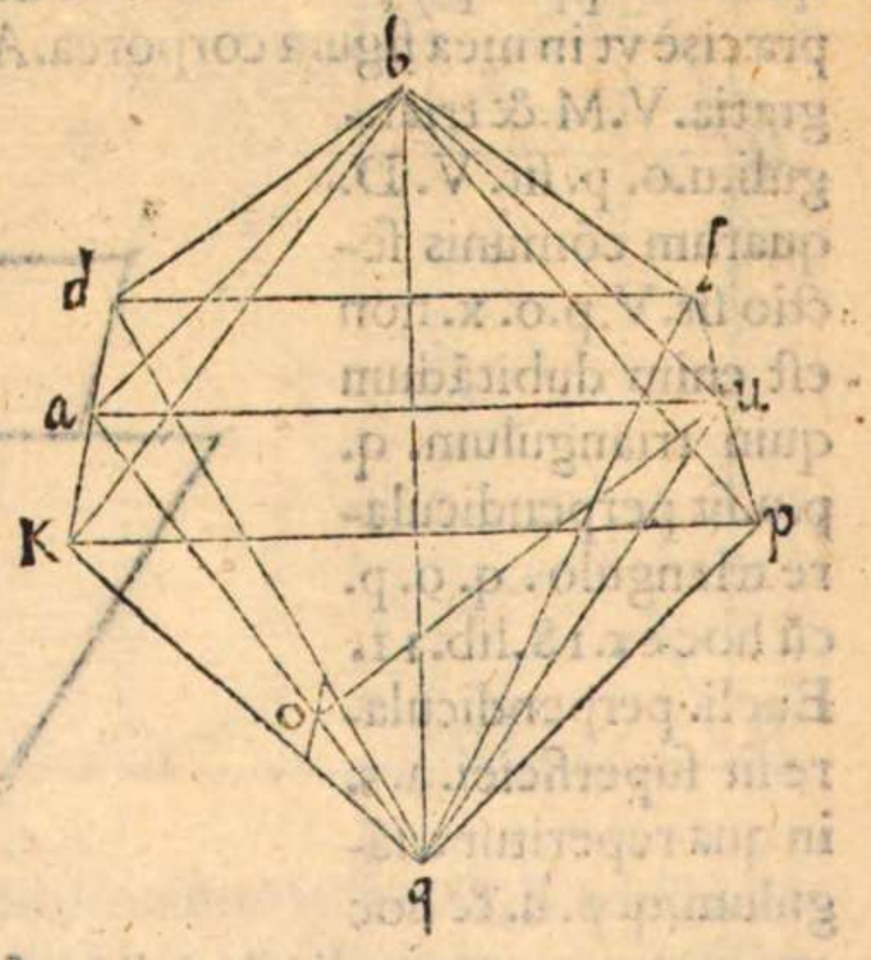


eſt angulum.p.q.u.obtuſum eſſe; Imaginemur ergo circa triangulum.p.q.u.circunſcriptum eſſe circulum, cuius portio.p.q.u. minor erit medietate eiuſdem medij circuli,vt iam ex 30.Eucli.lib.tertij nouiſti.nunc imaginemur dictum circulum circum lineam.q.u.loco axis verſus.x.moueri,vnde girus eiuſdem,per quem tranſibat linea V.x.remouebitur ab eadem linea non nihil cum motus erit à primo ſitu vſquequò ad ſecandam dictam lineam.V.x.in alio quodam puncto inter.p.et.x.redibit; quod quidem punctum ſi erit inter.o.et.x.angulus. q. o. u. maior erit angulo. q. p. u. Sed ſi idem punctū erit inter.p. et. o. dictus angulus. q. o. u. minor erit. q. p. u. de qua q-dē re tu ipſe mediante.20.lib.3.et.16.lib. primi certior fieri potes. Valde miror q hæc Ioannis Cuſini dicta ad hæc vſque tempora tanto in prætio ſint habita, vt ab excellentibus ſcriptoribus quaſi ſi proprij eorum ingenij partus eſſent,de verbo ad verbum vt theſauros,in ſuis ipſorūmet libris reſcripta fuerint,quemadmodum iam omnes admonui in mea gnomonica Orontium, Munſterum, aliosq; permultos feciſſe.



CAP. XIIII.

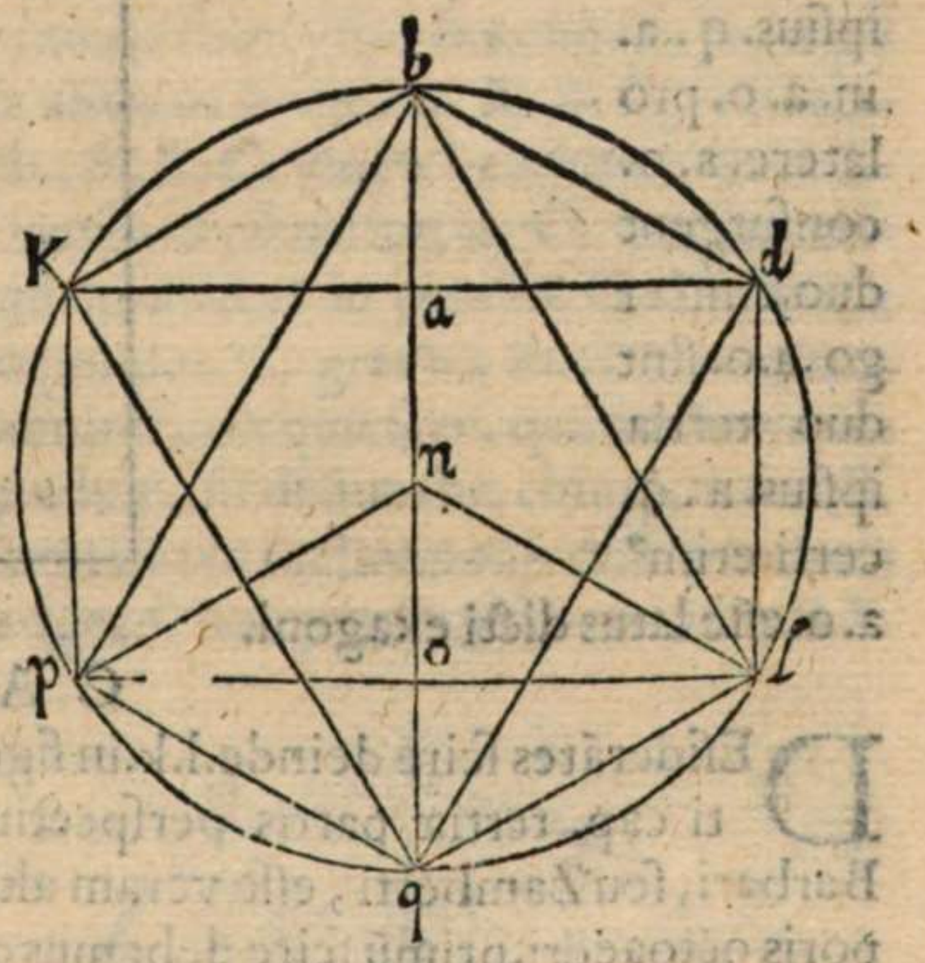
EX ijs, qu æ de nonnullis effectibus ducendo in perſpectiua tertium corpus regulare, q octo triangulis æquilateribus eſt terminatum,ſcire deſideras,hoc vnū eſt caput: vnde fiat, aut quomodo probetur quaſlibet duas facies oppoſitas eiuſdem corporis octoaedri inuicē æquidiſtantes eſſe. Quamobrem ſit hic ſubſcriptū octoaedrū, cuius diameter vna ſit.b.q.et.b.p.l. vna ex faciebus, cui opponatur facies.q. k. d.quas adinuicē æquidiſtantes eſſe contendo ſint aliæ duæ facies, quæ inter has ponuntur. b.d.k.et.q.p.l.& à punctis extremis.b.q. diametri.ductæ ſint quatuor lineæ.b.a:b.u:q.a:q. u.ad puncta.a.et.u.diuidentia.k.d.et. l. p. per medium, vnde ex 4.primi Eucli. quatuor hæ lineæ adinuicem equales erunt ſumēdo eas vt baſes triangulorū.a.d.b:u.l.b:a.d. q. et.u.l. q. adinuicē quoq; æqdiſtabūt.a.b. ab.u. q. et.b. u.ab.q.a.ex.27.primi;qa ſi imaginabimur diametrum.b.q.tunc ex.4.aut ex.8.eiuſdem lib. habebimus angulos.a.b.q.et. u. q. b. æquales inuicem; ſed ob eaſdem rationes.p.l.parallela eſt ipſi.d.k.vnde ex 15.lib.11.facies. b.p.l. parallela fit,aut æquidiſtans ipſi. q.d. k. ideſt primum propoſitum.



Ad

Ad habendam deinde quantitatem distantiæ, aut interualli simul cum situ, in facie.q.d.k.quem latus.p.l.perpendiculariter respicit. Imaginemur à puncto. u. super q.a. cadere lineam perpendicularem. u. o. quæ illico reperitur cum triangulum. a. u.q.ex lateribus datis & cognitis constet, quodquidē triangulum,medietas est quadrilateri,seu.rumbi.q.a.b. u. cui vnaquæque dictarum quatuor facierum perpendicularis existit ex.4.et.18.lib.11.& ob id linea.u.o.extensa in superficie dicti quadrilateri, & perpendicularis lineæ. q. a. perpendicularis erit faciei. q. d. k. & ex. 29. primi, angulus.b.u.o.rectus erit, ut etiā angulus. o.u.l.ex.2.definitione lib.11.vnde ex.4.eiusdem lib.o.u.perpendicularis erit faciei.b.p.l. Habebimus ergo situm in facie.q.d.k.qui respicietur ad angulos rectos à linea.p.l.quiquidem erit in perpendiculari à puncto.o.ad.q.a.ducta.

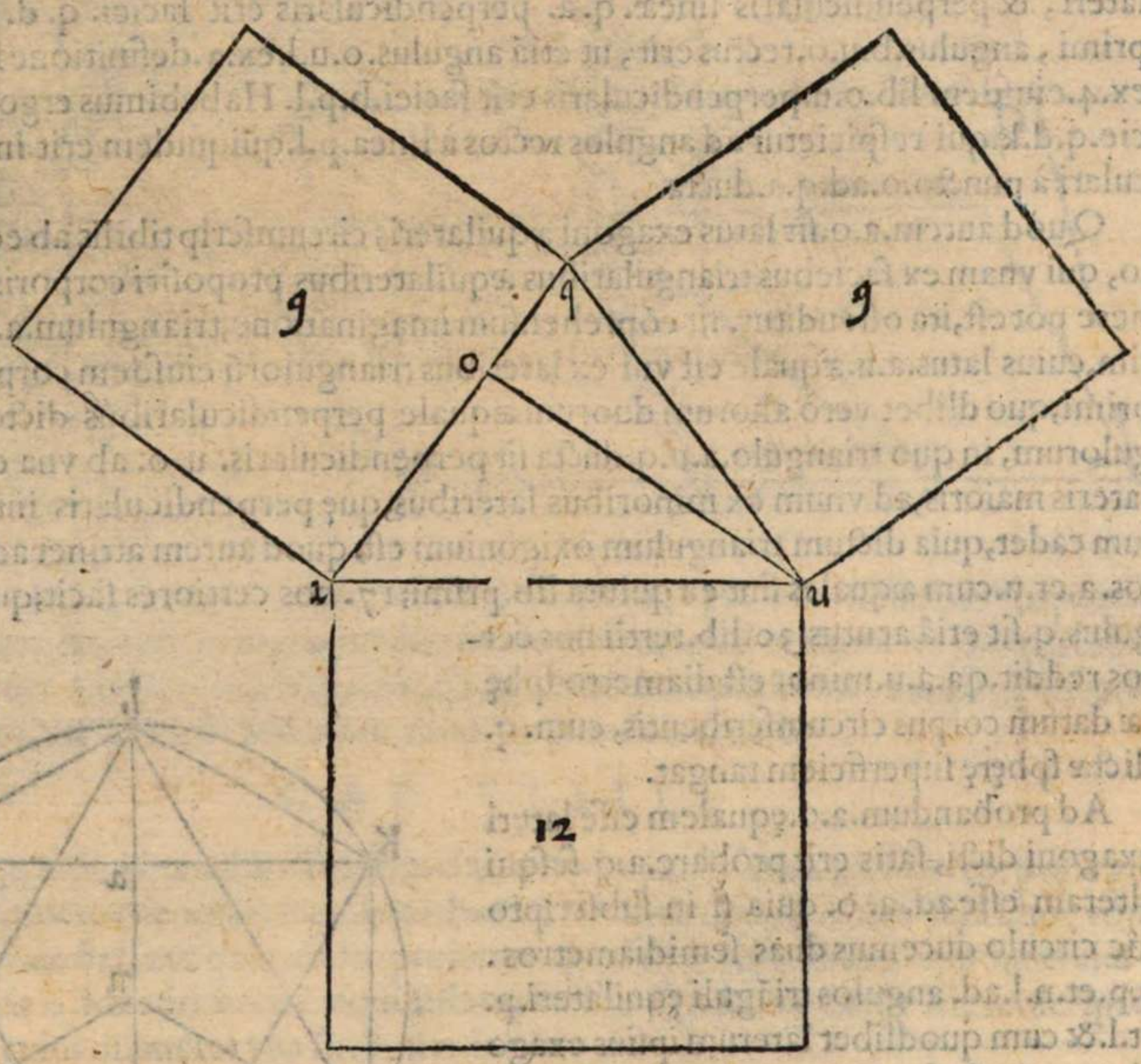
Quòd autem.a.o.sit latus exagoni æquilateris circumscrip tibilis ab eodem circulo, qui vnam ex faciebus triangularibus æquilateribus propositi corporis circunscribere pot est,ita ostenditur. sit cōprehensum imaginatione,triangulum.a.q. u.separatim,cuius latus.a.u.æquale est vni ex lateribus triangulorū eiusdem corporis ex. 33. primi,quo dlibet verò aliorum duorum æquale perpendicularibus dictorum triangulorum, in quo triangulo.a.u.q.ducta sit perpendicularis. u. o. ab vna extremitatū lateris maioris,ad vnum ex minoribus lateribus,quę perpendicularis intra triangulum cadet,quia dictum triangulum oxigonium est. quod autem attinet ad duos angulos. a.et.u.cum æquales sint ex quinta lib.primi;17. nos certiores facit;quod verò angulus.q.sit etiā acutus:30.lib.tertii nos certos reddit,qa.a.u.minor est diametro sphęræ datum corpus circumscribentis, cum. q. dictæ sphęrę superficiem tangat.



Ad probandum.a.o.ęqualem esse lateri exagoni dicti, satis erit probare.a.q.sesqui alteram esse ad. a. o. quia si in subscripto hîc circulo ducemus duas semidiametros. n.p.et.n.l.ad. angulos triāguli ęquilateri.p. et.l.& cum quodlibet laterum ipsius exagoni, ęquale sit semidiametro circuli ex. 15. lib. 4. habebimus ex. 8.primi,angulum.n. p.l.æqualem angulo.q.p.l. Vnde ex.4.eiusdem.o.n. ęqualiserit ipsi .o.q.idest.q.a. sesquialtera erit ad.a. o.

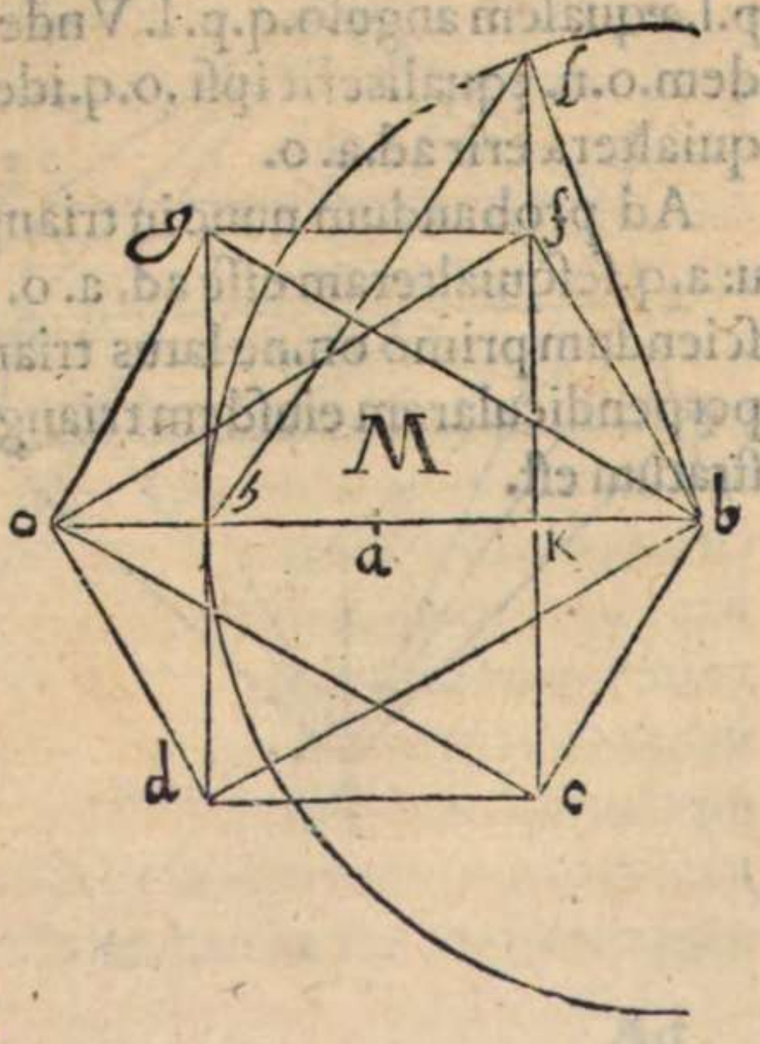
Ad probandum nunc in triangulo. a.q. u: a.q.sesquialteram esse ad. a. o. est quoq; sciendum primò omne latus trianguli ęquilateri in potentia sesquitertium esse ad perpendicularem eiusdem trianguli, quod vndecima lib.14. Eucli. breuiter demonstratum est.

Ponamus nunc quadratum lateris.a.u.esse.12.clarum erit quodlibet quadratum aliorum duorum laterum.a.q.et.u.q.futurum nouem,ex ijs quæ posteriore loco diximus, & quia quadratum ipsius. q. a. est tantò minus aliorum duorum quadratorum summa,quantum est duplum producti ipsius.q.a.in.a.o.ex.13. secundi, sed alia duo quadrata simul collecta faciunt.21.à quo numero subtrahendo quadratum ipsius.a.q.idest nouem,remanebit numerus.12.pro duplo producti ipsius.q.a.in. a. o. cuius dupli media pars,idest simplex productum ipsius. q. a. in. a. o. pro latere. a. o. consurgent duo,cum ergo .a.o. sint duo tertia ipsius. a. q. certi erim⁹ a. o. esse latus dicti exagoni.



CAP. XV.

DEsiderãtes scire deinde.l.k.in figura.M. quarti cap. tertiæ partis perspectiuę Danielis Barbari, seu Zamberti, esse veram altitudinẽ corporis octoaedri,primũ scire debemus q̃ existẽte.b.h.vt etiã.b.l.tripla ad.b.k.vt ex ijs, quę superius iã diximus,facile percipi potest;ex penultima primi. b.l.in potentia,sesquioctaua erit ad. k. l. ipsa et. k. l.dupla in potẽtia ad.h.k.& ob id ducta cũ esset. h. l.existeret in potentia tripla ad.h.k. & sesquialtera ad.l.k.& sesquitertia ad.l.b.& sic ad.h.b. vnde.l.h. æqualis esset vni ex lateribus triãguli ęquilateri dicti corporis. Ex rationibus igitur superius hîc positis.l.k.erit altitudo dicta,id est distantia inter duas facies inuicem oppositas, octoaedri.



Neq; volo te ignorare aliũ nõ paruũ fuisse errorẽ illius Zamberti : cum eodẽ capite affirmet angulos octoaedri rectos esse cũ sint acuti,nã vnusquisq; minor est angulo cubi solido. DE

DE MECHANICIS.

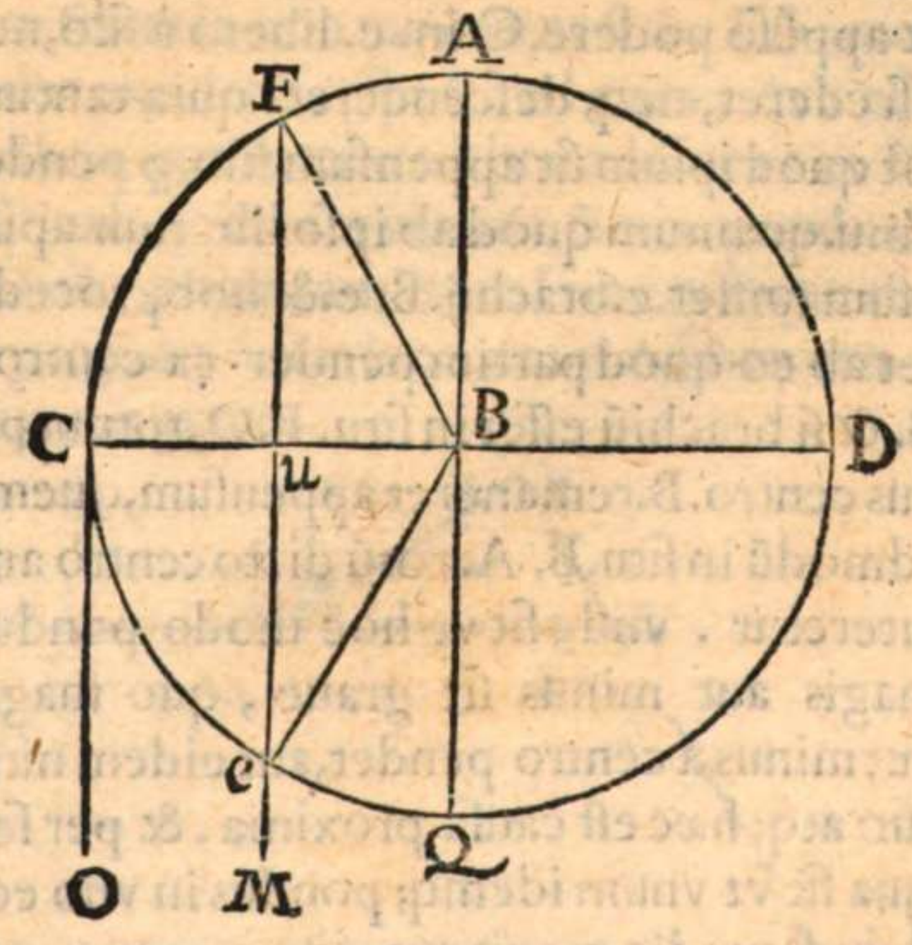


CRIPSERVNT multi multa, & quidem ſcitiſſimè, de mechanicis, at cum natura vſusq; aliquid ſemper vel nouum, vel latens in apertum emittere ſoleant, nec ingenui aut grati ſit animi, poſteris inuidere, ſi quid ei contigerit comperuiſſe prius tenebris inuolutum: cum tam multa ipſe ex aliorum diligentia ſit conſequutus. Paucula quædã futura, vt reor, non ingrata his qui in hiſce mechanicis verſantur, nuſquam ante hac tentata, aut ſatis exactè explicata in medium proferre volui: quo vel iuuandi deſiderium, vel ſaltem non ocioſi ingenioli argumentum aliquod exhiberem: atque vel hoc vno modo me inter humanos vixiſſe teſtatum relinquerem.

De differentia ſitus brachiorum libræ.

CAP. I.

OMNE pondus poſitum in extremitate alicuius brachij libræ maiorem, aut minorem grauitatem habet, pro diuerſa ratione ſitus ipſius brachij. ſit exempli gratia. B. centrum, aut, quod diuidit brachia alicuius libræ, &. A. B. Q. verticalis linea, aut, vt rectius dicam, axis orizontis, &. B. C. vnum brachium dictæ libræ, & in. C. ſit pondus, &. C. O. linea inclinationis, ſeu itineris. C. verſus centrum mundi, cum qua. B. C. angulum rectum conſtituat in puncto. C. Exiſtente igitur in huiuſmodi ſitu brachio. B. C. dico pondus. C. grauius futurum, quam in alio quolibet ſitu. quia ſupra centrum. B. omninò non quieſcet, quemadmodum in quouis alio ſitu faceret. Ad quod intelligendum, ſit dictum brachium, in ſitu. B. F. cum eodem pondere in puncto. F. & linea itineris ſeu inclinationis dicti ponderis ſit. F. u. M. per quam lineam dictum pondus progredi non poteſt, niſi brachium. B. F. breuius redderetur. Vnde clarum erit quòd pondus. F. aliquantulum ſupra centrum. B. mediante brachio. B. F. nititur. Eſt quidem verum, quòd pondus. C. nec ipſum etiam per lineam. C. O. proficiſcetur, quia iter extremitatis brachij eſt circularis, &. C. O. in vno quodã puncto eſt contingens. Sit hoc iter. A. C. Q. Oportet nunc præſupponere pondus extremitatis brachij debere tanto magis cẽtro. B. inniti, quanto magis linea ſuæ inclinationis (ponamus. F. u. M.) propinqua erit dicto centro. B. quod ſequenti cap. probabo, vt exempli gratia, ſit. F. ſuper. u. punctum medij ex æquo inter. C. et. B. quapropter. u. B. æqualis erit. u. C. vnde ſequetur

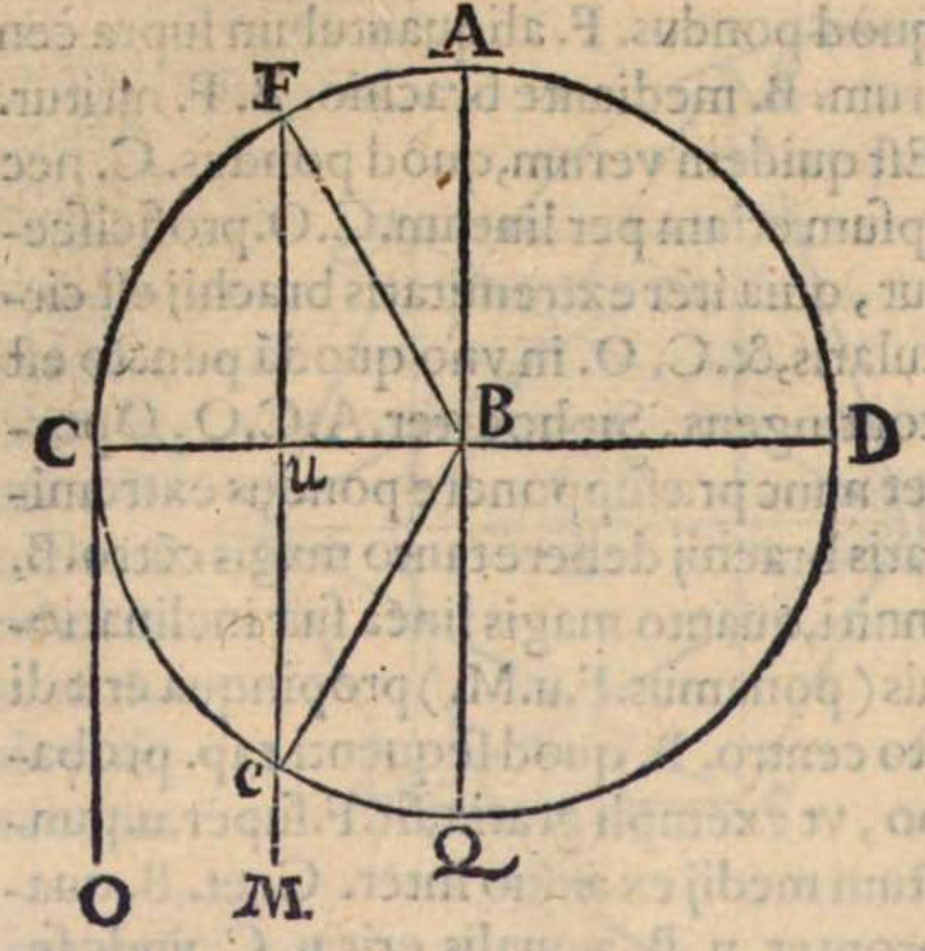


quetur dictum pondus grauius futurum pro parte. F. C. quam pro ea, quæ est. A. F. & minus supra centrum. B. pro dicta parte. F. C. quam pro parte. A. F. quieturum; & dictum brachium quanto magis orizontale erit à situ. B. F. tantò minus supra dictum centrum. B. quiescet, & hac ratione graüius quoque erit, & quanto magis vicinum erit ipsi. A. à dicto. F. tantò magis super centrum. B. quoque quiescet, vnde tãtò quoque leuius existet. Idem dico de omni situ brachij per girum inferiorem. C. Q. vbi pondus pendebit à centro. B. dictum centrum attrahendo, quemadmodum superius illud impellebat. Hæc verò omnia cap. sequenti melius percipientur.

De proportione ponderis extremitatis brachij libræ in diuerso situ ab orizontali.

CAP. II.

PROPORTIO ponderis in. C. ad idem pondus in F. erit quemadmodum totius brachij. B. C. ad partem. B. u. positam inter centrum & lineam. F. u. M. inclinationis, quam pondus ab extremitate. F. liberum versus mundi centrũ conficeret. Quod vt facilius intelligamus imaginemur alterũ brachium libræ. B. D. & in extremo. D. locatum aliquod pondus minus pondere. C. vt. B. u. pars. B. C. minor est. B. D. clarè cognoscetur ex. 6. lib. primi de ponderibus Archimedis, quòd si in puncto. u. collocatum erit pondus ipsius. C. libra nihil penitus à situ orizontali dimouebitur. Sed perinde est quòd pondus. F. æquale. C. sit in extremo. F. in situ brachij. B. F. quã vt sit in puncto. u. in situ ipsius. B. u. orizontali. Ad cuius rei euidentiam imaginemur filũ. F. u. perpendiculare, & in cuius extremo. u. pendere pondus, quod erat in. F. vnde clarum erit quòd eundem effectum gignet, ac si fuisset in. F. quod, vt iam diximus remanens affixum puncto. u. brachij. B. u. tantò minus graue est situ ipsius. C. quantò. u. B. minus est ipso. B. C. Idem assero si brachium esset in situ. e. B. quod facilè cognoscere poterimus, si imaginemur filum appensum ipsi. u. brachij. B. C. & vsque ad. e. perpendicularẽ, in quo extremo appensũ esset pondus æquale ponderi. C. & liberũ ab. e. brachij. B. e. vnde libra orizontalis manebit. Sed si brachium. B. e. consolidatum fuisset in tali situ cum orizontali. B. D. & appẽso põdere. C. in. e. libero à filo, nec ascẽderet, neq; descenderet. quia tantum est quod ipsum sit appensum filo, ꝙ pendet ab. u. quantum quòd ab ipso liberum appẽnsum fuisset. e. brachij. B. e. & hoc procederet ab eo quòd partim penderet a centro. B. & si brachiũ esset in situ. B. Q. totum põdus centro. B. remaneret appensum, quemadmodũ in situ. B. A. totũ dicto centro anniteretur. vnde fit vt hoc modo pondus magis aut minus sit graue, quò magis aut minus à centro pendet, aut eidem nititur: atq; hæc est causa proxima, & per se, qua fit vt vnum idemq; pondus in vno eodemq; medio magis aut minus graue exi-



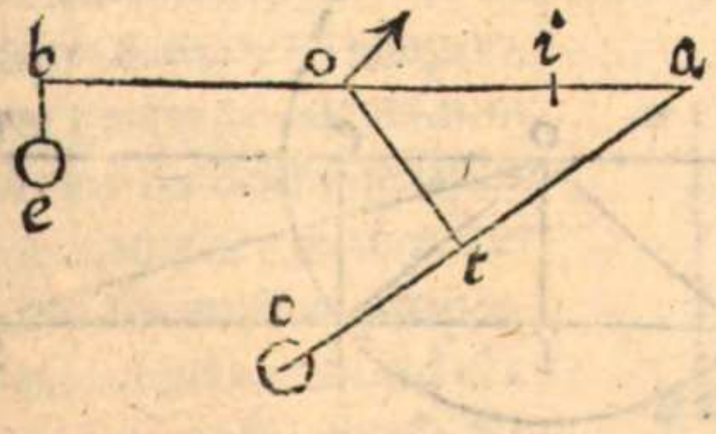
stat.

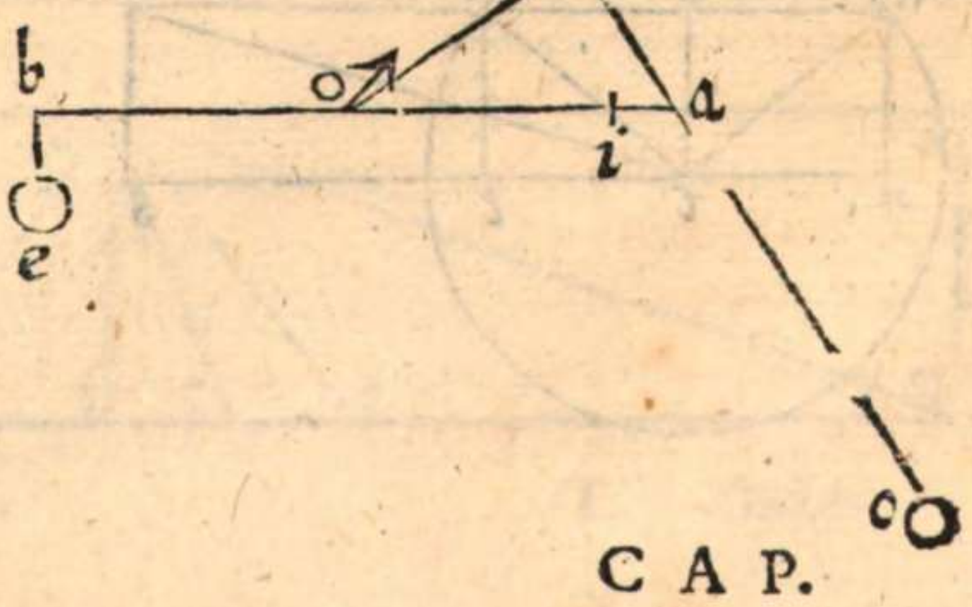
ſtat. Et quamuis appellem latus.B.C.orizontale, ſupponens illud angulum rectum cum. C.O. facere,vnde angulus.C.B.Q.fit vt minor ſit recto, ob quantitatem vnius anguli ęqualis ei,quem duæ.C.O.et.B.Q.in centro regionis elemẽtaris conſtituũt, hoc tamen nihil refert,cum dictus angulus inſenſibilis ſit magnitudinis. Ab iſtis autem rationibus elicere poſſumus, quòd ſi punctus.u.erit ex æquo medius inter centrum.B.& extremum.C. pondus.F.aut.M.pendebit,aut nitetur pro medietate dicto centro.B.& ſi dictum.u.erit propius.B. quam puncto.C.pendebit ab ipſo,aut nitetur ipſi amplius quã ex medietate, & ſi magis verſus. C. minus quã ex medietate nitet.

Quòd quantitas cuiuſlibet ponderis,aut uirtus mouens reſpectu alterius quantitatis cognoſcatur beneficio perpendicularium ductarum à centro libræ ad lineam inclinationis.

CAP. III.

EX ijs,quæ à nobis hucuſque ſunt dicta, facilè intelligi poteſt, q̃ quantitas. B. u. quæ ferè perpendicularis eſt à centro. B.ad lineam. F.u. inclinationis, ea eſt, quæ nos ducit in cognitionem quantitatis virtutis ipſius. F.in huiuſmodi ſitu, conſtituens videlicet linea. F.u.cum brachio. F.B.angulum acutum.B. F.u. Vt hoc tamen melius intelligamus, imaginemur libram.b.o.a.fixam in centro.o. ad. cuius etremæ ſint appenſa duo pondera,aut duæ virtutes mouentes.e.et.c.ita tamen q̃ linea inclinationis.e.ideſt.b.e.faciat angulum rectum cum.o.b.in puncto.b. linea verò inclinationis.c.ideſt.a.c.faciat angulum acutum, aut obtuſum cum.o.a.in puncto.a.Imaginemur ergo lineam.o.t.perpẽdicularem lineæ.c.a. inclinationis, vnde. o. t. minor erit.o.a.ex.18. primi Euclidis. ſecetur deinde imaginatione o.a. in puncto. i. ita ut o.i.æqualis.ſit.o.t.& puncto.i.appenſum ſit pondus æquale ipſi.c.cuius inclinationis linea parallela ſit lineæ inclinationis ponderis.e.ſupponendo tamen pondus aut virtutem.c.ea ratione maiorem eſſe ea,quæ eſt. e.qua.b.o.maior eſt.o. t. abſque dubio ex.6.lib.primi Archi.de ponderibus.b.o.i.non mouebitur ſitu,ſed ſi loco.o.i. imaginabimur.o.t.conſolidatam cum.o.b.& per lineam.t.c.attractam virtute. c.ſimiliter quoque continget ut b.o.t; communi quadam ſcientia,non moueatur ſitu. Eſt ergo quod propoſuimus verum quantitatem alicuius ponderis reſpectu ad eam, quæ eſt alterius debere deprehendi à perpendicularibus, quæ à centro libræ ad lineas inclinationis exiliunt. Hinc autem innoteſcit facillimè, quantum vigoris,& vis pondus, aut virtus.c.ad angulum rectum cum.o.a.minimè trahens, amitttat. Hinc quoque corollarium quoddam ſequetur, quò d quantò propinquius erit centrum.o.libræ centro regionis elementaris,tantò quo que minus erit graue.



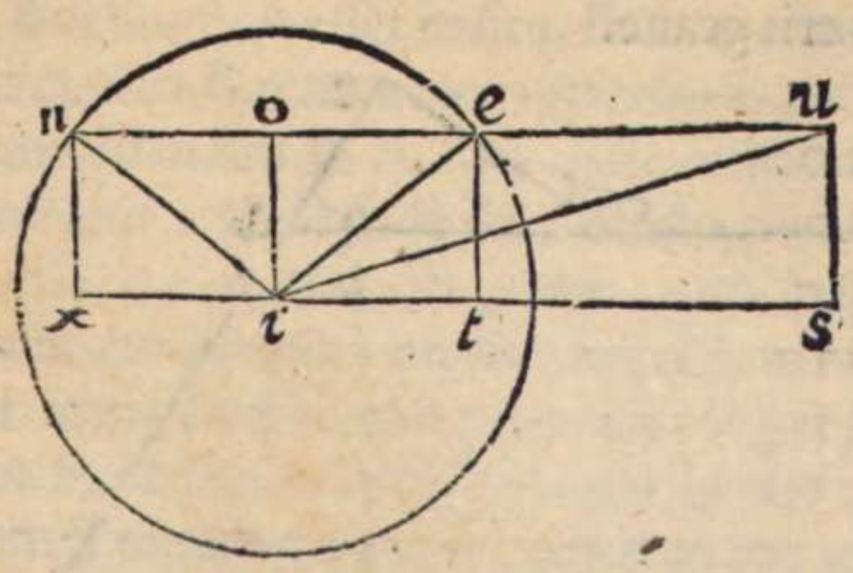


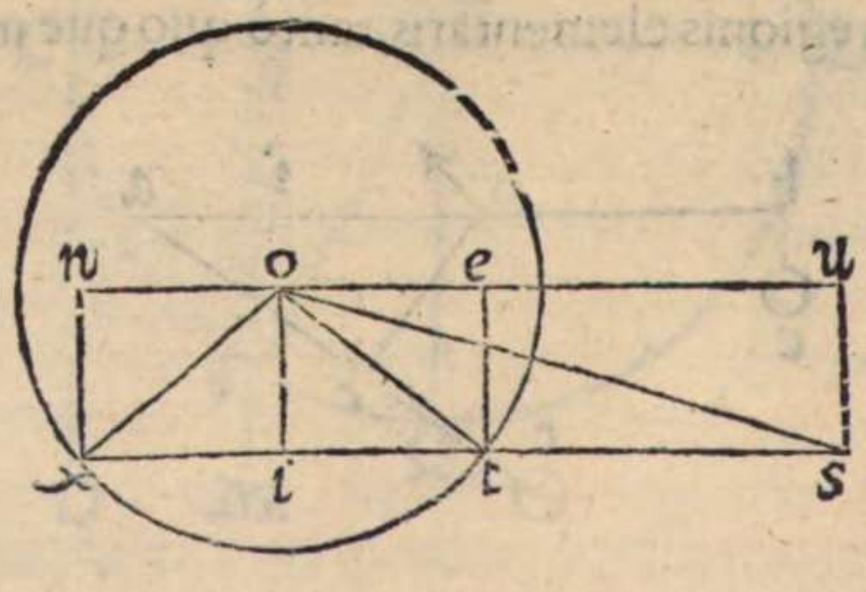
CAP.

Quemadmodum ex ſupradictis cauſis omnes ſtaterarum & uectium cauſæ dependeant.

CAP. IIII.

VIs brachij longioris alicuius ſtateræ,aut vectis,maior breuioris,ab ijs,quæ in ſuperioribus capitibus diximus, ideſt q̃ nitatur pendeatué magis aut minus à centro pondus in extremitate brachij maioris poſitum,oboritur. Quamobrem illud à nobis primò eſt cognoſcendum , ſtateras , aut vectes , puras mathematicas lineas non eſſe, ſed naturales,hincque exiſtere corpora cum materia coniuncta. Nunc igitur imaginemur.n.s.eam ſuperficiem eſſe, quæ ſecundum longitudinem axem ſtateræ ſcindit.& ſupponamus ipſius centrum eſſe primum in.i.& maius brachium eſſe .i. u: minus autem. i. n. & lineam verticalem. i. o. quæ tanta ſit , quanta eſt ſpiſſitudo,aut craſſities ipſius ſtateræ à ſuperiori latere ad inferius,ad faciliorem intelligentiam,ſupponendo.n.s.parallelogrãmam. Poſitis igitur duobus ponderibus æqualibus in extremitatibus brachiorum,experientia innoteſcit,q̃ pondus ad. u. s. appenſum, viol entiam faciet ponderi appenſo ad.n.x.ſed nos volumus inueſtigare causã huius effectus,quæ à nemine vnquam literarum monumentis , q̃ ſciam , conſignata fuit. Iam diximus ſtateram,aut vectem materialem eſſe &.n.s.eius ſuperficiem mediam,ſupponendo.i.eſſe centrum quo nititur dicta ſtatera aut vectis; Cum hoc ergo ita ſe habeat,ſint.u.s.et.n.x.lineæ inclinationum ponderum , & imaginemur , q̃ dicta pondera pendeant à punctis.u.et.n.vt reuera pendent, etiam ſi appenſa eſſent ſub.s.et. x. quia punctum.u.& punctum.n.ita coniuncta ſunt cum.s. et.x.ut qui vnũ trahit alterum quoque trahat. Imaginemur quoque duas lineas. i. u : i.n. et.i.e.quę i.e.faciat angulum.o.i.e.æqualem angulo.o.i.n.Hinc clarè nobis patebit, ſi quis ipſi e.pondus ipſius.u. (q̃ æquale eſt ponderi.n.) appenderet,id eandem planè vim haberet,quam pondus ipſius.n.habet,& ſtateram neque ſurſum , neque deorſum moueret, quia ambo pondera ad centrum.i.mediantibus lineis.e.i.et.n.i. ex æquo annitenterentur , ſed dicto pondere poſito in.u:linea.u. i. per quam pondus centro annititur , magis orizontalis quam.e.i.fit,& linea.u.s.inclinationis longius diſtans à centro. i. quàm linea.e.t.vnde huiuſmodi pondus magis quoque liberum à centro.i.reſultat. magisque ponderoſum, quam cum erat in.e.ratione eorum, quæ primo & ſecundo capitibus diximus,& ob hanc cauſam ſuperat pondus poſitum in.n . Sed ſi centrum fuerit.in.o. imaginabimur duas lineas.o.s.et.o.x.& ſupponemus quòd pondera poſita ſint in. s . et . x.vnde exiſtente magis orizontali linea.o.s.quam erit.o.x.& linea u.s.inclinationis longius diſtante à centro.o.quàm linea.e.t.eius pondus erit quoq;





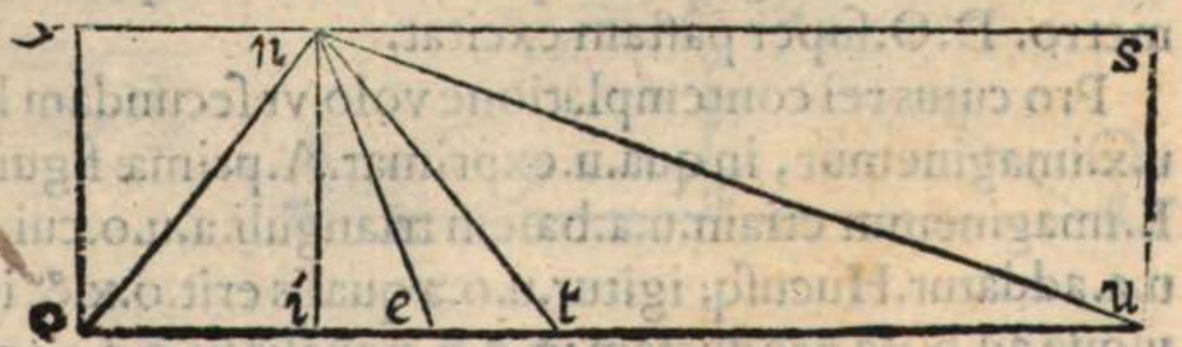
grauius

grauius, quia tantò minus pendebit à centro. o. & ratiocinando, vt ſuperius diximus, inueniemus eundem effectum verum eſſe. In ſtateris, rectè & propriè appellari poteſt. x. i. s. aut. n. o. u. orizontalis, ſed in omni vectium ſpecie, hoc tãtum per quandam ſimilitudinem dicetur. Idem contemplari licet ſupponendo centrum in medio inter. o. et. i. quod vnuſquiſque ex ſe abſque alterius auxilio facile præſtare poterit.

De quibuſdam rebus animaduerſione dignis.

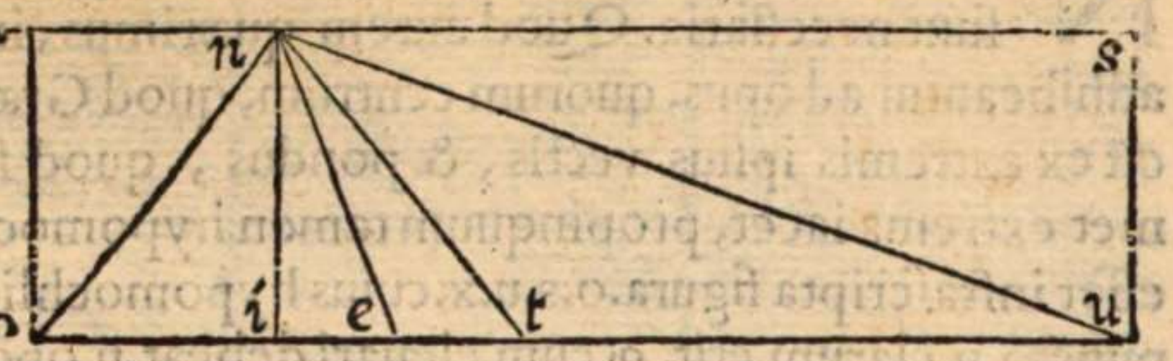
CAP. V.

NOn omittenda mihi vidétur quædam, quæ ad tractationẽ vectium admodum ſunt neceſſaria. Quod autem quærimus, in eo conſiſtit, quòd aliqui vectes adhibeantur ad opus, quorum centrum, quod Græci hypomochliõ appellant vnum eſt ex extremis ipſius vectis, & pondus, quod ſurſum eleuari debet, inter ipſamet extrema iacet, propinquum tamen hypomochlio, vt exempli gratia, ſi vectis eſſet infraſcripta figura. o. s. u. x. cuius hypomochlion eſſet in puncto. o. & pondus in puncto. n. clarum erit, ꝙ cum eleuari debeat. n. oportebit quoque opera manus eleuari. u. Nunc conſiderandum eſt quomodo pondus. n. annitatur ad. u. Hanc ob cauſam imaginabimur rectas lineas. n. o: n. i: n. e: n. t. et. n. u. quarum. n. i. verſus mundi centrum ſit poſita, et. n. t. faciat angulum. i. n. t. æqualem angulo. i. n. o. Nunc ponendo aliquam virtutem in. i. æquali inclinatione ad ſuperius conſtante, vt. n. ad inferius (remota tamen grauitate materiæ vectis) huiuſmodi virtus, totum pondus ipſius. n. communi quadam ſcientiæ notione ſuſtinebit. & ſi põdus ipſius. n. eſſet in. x. è directo ſuper. o. totum pondus ſuper hypomochlio ſe haberet, & tanta virtus ipſius hypomochlij ſufficeret ad reſiſtendum pro ſuſtinendo, quanta eſt grauitas ipſius ponderis, ſed ipſum iterum ponamus in. n. ibi clarum erit, quòd ſi alia virtus à parte inferiori ad ſuperiorem vectis non opponitur, excepto tamen hypomochlio, oportebit virtute cuiuſdam partis ponderis. n. (abſque conſideratione tamen, vt iam dixi, ponderis materiæ vectis) vt vectis à parte. s. u. deprimatur, & dixi vnius cuiuſdam partis ponderis. n. quia alia eiuſdé ponderis pars annititur ipſi hypomochlio. o. mediãte linea o. n. quæ angulos rectos cum. o. x. non facit. Si autem à puncto. t. opponet ſeſe huiuſmodi reſiſtentia, vt vectis non deprimatur, clarum erit communi ſcientia, ꝙ virtus ponderis. n. diuiſa erit per medium æqualiter, cuius vna medietas ſuper. o. quieſcet, & alia ſuper. t. mediantibus duabus lineis. n. o. et. n. t. Imaginemur nunc reſiſtentiam t. ablatam eſſe, poſitamq; in. e. clarum quoque erit, ꝙ maior pars ponderis. n. ipſi. e. annitetur beneficio lineæ. n. e. quàm ipſi. o. cum linea. n. i. inclinationis ipſi. e. ſit propinquior quam. o. quia omnis reſiſtentia aut in. i. aut in. e. aut in. t. aut in. u. eſt loco centri, quemadmodum eſt. o. & alter alterius opera iuuatur. Si verò eadem reſiſtentia poſita erit in. u. clarum quoque erit, ꝙ minor pars ponderis. n. annitetur ipſi. u. quã ipſi. o. cum dicta. n. i. à centro. u. longius quam à centro. o. diſtet, & proportio partis ponderis. n. in. o. ad proportionem partis ponderis. n. in u. non erit ſecũdum proportionem angulorum. u. n. i. et o. n. i. ſed ſecundum proportionem. u. i. ad. i. o. quod clarè compræhendi poteſt ab



T huius

huius effectus conuerſo, ideſt,vt quemadmodum nunc ſupponuntur.o.et.u.eſſe duo centra quibus ſuſtinet̃ pondus.e. ipſius.n. imaginemur. n. eſſe quoddam centrum à quo pendeant duo pondera. o. et. u.ſic inuicem proportionata,ut ſunt.u.i.et .i. o. certe horum ponderum cauſa ſtatera. o.s.quam vectem appellabamus à nulla parte inclinabitur. Redeuntes nunc ad propoſitum, dicemus ꝙ annitente pondere ipſius. n.minus ad.u.quam ad.o.ideſt ad.t.minori vi opus erit in. u. quàm in.t. ad attollendum pondus ipſius.n. & ſic per conſequens quantò longius erit punctum.u. ab.t.tantò minori quoque vi egebit , & conſequenter quando vis,aut reſiſtentia in.u.ita proportionata erit illi,quæ eſt ipſius.o.vt eſt.o.i.ad.i.u.vectis non mouebitur . Sed quando erit proportio maior,reſiſtentiæ ipſius.u.ad eam , quæ eſt ipſius . o.ea,quæ eſt. o. i. ad. i. u. tunc vectis à parte ipſius.u.s . eleuabitur , ſi vero proportio minor eſſet quàm.o.i. ad. i. u. tunc vectis ab eadem parte deprimetur.



De ratione cuiuſdam uis adaucta.

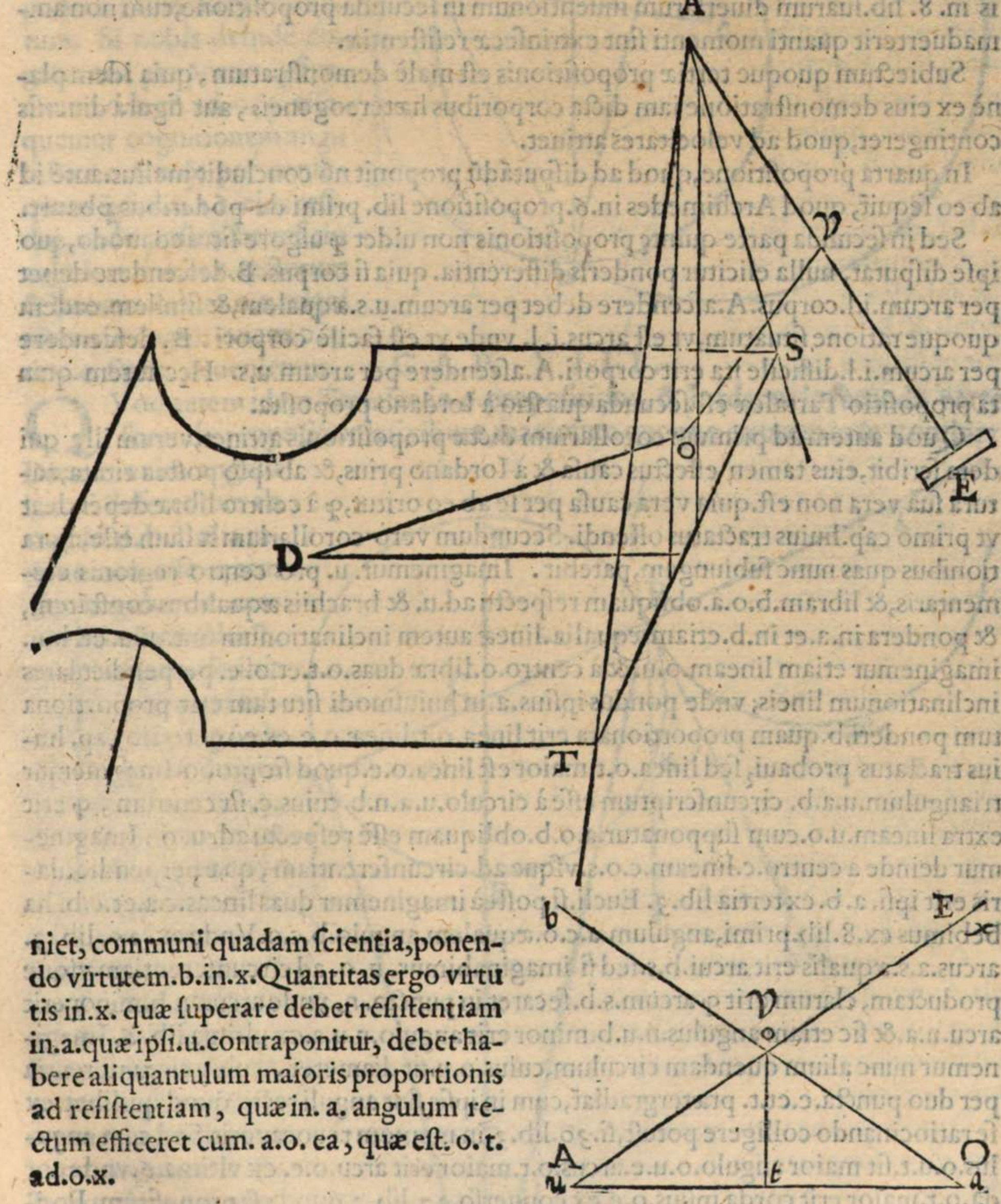
CAP. VI.

QVibuſdam in locis vtuntur quidã quodã inſtrumẽto piſtorio ad ſubigẽdã paſtam,vnius tantum hominis ui adhibita, quæ quidem machina cum mihi digna contemplatione eſſe videatur , eius aliquam rationem proponere volui,pro cuius deſcriptione imaginemur planum, in quo ſedet ille,qui voluit paſtam , & in quo ipſa paſta eſt repoſita. T. S. D.& triangulum. T . A . S. immobile perpendiculareque ſuperficiei dicti plani,angulo autem. A.coniunctum lignum. A.E.vt ſemidiametrum mobilem,& æqualem perpendiculari ipſius trianguli,unde. A. loco centri erit et. D. O.ſit ſemidiameter, qui paſtam contundit,& ab eius extremo.O. (quod. O. quando. D. O.orizontalis eſt,in baſi dicti trianguli reperitur) veniat lignum. O. V. quod cum. A. V .ſit æquale perpendiculari imaginatæ ab angulo. A.baſi. T.S. denodatũ tñ utvulgo dicit̃ ſeu flexile in.O.& in. V.vt elleuare atq; deprimere ſemidiametrum. D.O.poſſit,et. V .O.ſit æqualis. A. V .et. V.medium ſit inter. A.et.E.vnde. A. V. cum.O. V.æquales erunt. A.E.ſunt deinde duo ligna perpẽdicularia ab. A.ad baſim fixa, & immobilia inter ſe adeò diſtantia,vt inter ipſa pertrãſeãt.O. V.et. D.O.ſupra & infra , ne deuiet ſemidiametrum. D.O. In extremitate deinde ipſius. E.ſit lignum quoddam tenue, vt digitus polex,ad angulos rectos cum. A.E.quod ab aliquo,qui antedictam machinam ſtet , manibus teneatur, qui quidem homo idipſum lignum , ideſt ſemidiametrum. A.E.à ſuperficie trianguli dicti,ad ſe trahendo, & deinde verſus eundem triangulum impellendo , vim quandam maximam mediante ſemidiametro. D.O.ſuper paſtam excitat.

Pro cuius rei contemplatione volo vt ſecundam hanc ſubſcriptam figuram. b. a. u.x.imaginemur , in qua.u. exprimat. A.primæ figuræ,&.a.denotet.O.&.o. V. &. x. E.imaginemur etiam.u.a.baſem trianguli.a.u.o.cui.o.t.perpendicularis dictæ baſi. u.a.addatur. Hucuſq; igitur.u.o.æqualis erit.o.x.& ipſi.o.a.imaginemur etiam. a. o. vſque ad,b.ita productam vt.o.b.æqualis ſit.o.a.ponamus etiam pondus in.a.impel-

lere

lere verſus.u.vnde linea eius inclinationis ſit ſemper.a.u.ſupponamus etiam.a.o.b. eſſe librã,aut ſtateram, aut vectem, &.o. eius centrum, vnde vis,aut virtus ipſius.a. proportionalis erit ipſi.o.t.reſpectu virtutis, aut vis imaginatæ in. b. inclinationis perpendicularis ipſi.b.a.quæ quidem virtus, aut vis in.b. proportionalis erit ipſi.b.o.ex tertio capite huius tractatus; Si ergo fuiſſet poſita in. b. virtus quædam ad angulum rectum, trahens lineam.b.o.tam proportionatam virtuti perpendiculari ipſius.a.quam eſt.o.t.proportionata ipſi.o.b.ſtatera.b.o.a.non moueretur, ſed quæuis portio maior in.b.ſuperaret.a.cum autem fuerit.o.x.æqualis ipſi.o.b.idẽ planè eue-



niet, communi quadam ſcientia,ponendo virtutem.b.in.x.Quantitas ergo virtutis in.x. quæ ſuperare debet reſiſtentiam in.a.quæ ipſi.u.contraponitur, debet habere aliquantulum maioris proportionis ad reſiſtentiam, quæ in. a. angulum rectum efficeret cum. a.o. ea, quæ eſt. o.t. ad.o.x.

De quibuſdam erroribus Nicolai Tartaleæ circa pondera corporum & eorum motus, quorum aliqui deſumpti fuerunt à Iordano ſcriptore quodam antiquo.

CAP. VII.

CVm magis amici veritatis eſſe debeamus quàm cuiuſquam hominis, quemadmodum Ariſto. ſcribit, detegam hoc loco quoſdam errores Nicolai Tartaleę de ponderibus corporum, & velocitatibus motuum localium. Et primum decipitur is in. 8. lib. ſuarum diuerſarum inuentionum in ſecunda propoſitione, cum non animaduerterit quanti momenti ſint extrinſecæ reſiſtentiæ.

Subiectum quoque tertiæ propoſitionis eſt malè demonſtratum, quia idem planè ex eius demonſtratione iam dicta corporibus hætereogeneis, aut figurà diuerſis contingeret, quod ad velocitates attinet.

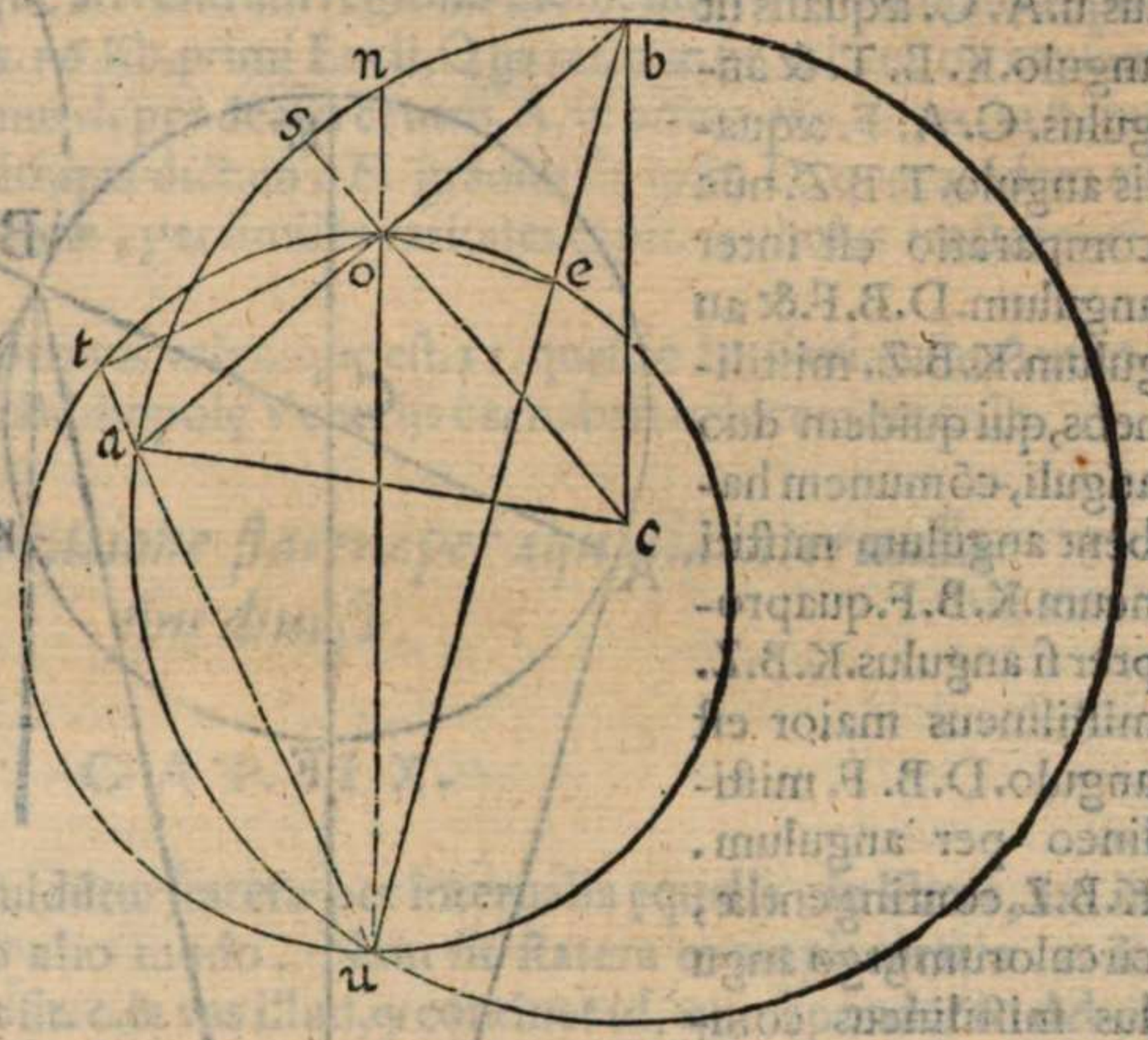
In quarta propoſitione, quod ad diſputādū proponit nō concludit melius. autē id ab eo ſequit̄, quod Archimedes in. 6. propoſitione lib. primi de pōderibus ꝓbauit.

Sed in ſecunda parte quintę propoſitionis non uidet ꝙ uigore ſitus eo modo, quo ipſe diſputat, nulla elicitur ponderis differentia. quia ſi corpus. B. deſcendere debet per arcum. i. l. corpus. A. aſcendere debet per arcum. u. s. æqualem, & ſimilem. eadem quoque ratione ſituatum, vt eſt arcus. i. l. vnde vt eſt facilè corpori. B. deſcendere per arcum. i. l. difficile ita erit corpori. A. aſcendere per arcum. u. s. Hęc autem quinta propoſitio Tartaleæ eſt ſecuuda quæſtio à Iordano propoſita.

Quòd autem ad primum corollarium dictæ propoſitionis attinet, verum ille quidem ſcribit, eius tamen effectus cauſa & à Iordano prius, & ab ipſo poſtea citata, natura ſua vera non eſt. quia vera cauſa per ſe ab eo oritur, ꝙ à centro libræ dependeat vt primo cap. huius tractatus oſtendi. Secundum verò corollarium falſum eſſe, iis rationibus quas nunc ſubiungam, patebit. Imaginemur. u. pro centro regionis elementaris, & libram. b. o. a. obliquam reſpectu ad. u. & brachiis æqualibus conſtātem, & pondera in. a. et in. b. etiam æqualia. lineæ autem inclinationum ſint. a. u. et. b. u. imaginemur etiam lineam. o. u. & à centro. o. libræ duas. o. t. et. o. e. perpendiculares inclinationum lineis; vnde pondus ipſius. a. in huiuſmodi ſitu tam erit proportionatum ponderi. b. quam proportionata erit linea. o. t. lineæ. o. e. ex eo ꝙ tertio cap. huius tractatus probaui, ſed linea. o. t. maior eſt linea. o. e. quod ſic probo. Imaginemur triangulum. u. a. b. circunſcriptum eſſe à circulo. u. a. n. b. cuius. c. ſit centrum, ꝙ erit extra lineam. u. o. cum ſupponatur. a. o. b. obliquam eſſe reſpectu ad. u. o. Imaginemur deinde à centro. c. lineam. c. o. s. vſque ad circunferentiam, quæ perpendicularis erit ipſi. a. b. ex tertia lib. 3. Eucli. ſi poſteà imaginemur duas lineas. c. a. et. c. b. habebimus ex. 8. lib. primi, angulum. a. c. o. æqualem angulo. b. c. o. Vnde ex. 25. lib. 3. arcus. a. s. æqualis erit arcui. b. s. ſed ſi imaginabimur. u. o. ad circunferentiam vſque productam, clarum erit ꝙ arcum. s. b. ſecaret in puncto. n. vnde arcus. n. b. minor erit arcu. n. a. & ſic etiam angulus. n. u. b. minor erit angulo. n. u. a. ex ultima lib. 6. Imaginemur nunc alium quendam circulum, cuius. o. u. ſit diameter, cuius circunferentia per duo puncta. e. et. t. prætergradiat̄, cum in ipſis ſint anguli recti, quod quilibet ex ſe ratiocinando colligere poteſt, ſi. 30. lib. 3. in mentem reuocauerit. Sed cum angulus. o. u. t. ſit maior angulo. o. u. e. arcus. o. t. maior erit arcu. o. e. ex vltima. 6. vnde corda. o. t. maior erit corda ipſius. o. e. ex conuerſo. 27. lib. 3. quod eſt propoſitum. Pondus igitur ipſius. a. in huiuſmodi ſitu, pondere ipſius. b. grauius erit. Quod è directo ijs repugnat quæ Tartalea in 2. parte quinræ propoſitionis ediſerit, & per conſequens 2. corollarij falſitatem oſtendit, vt eam quoque, quæ in 6. propoſitione latet. quia cū

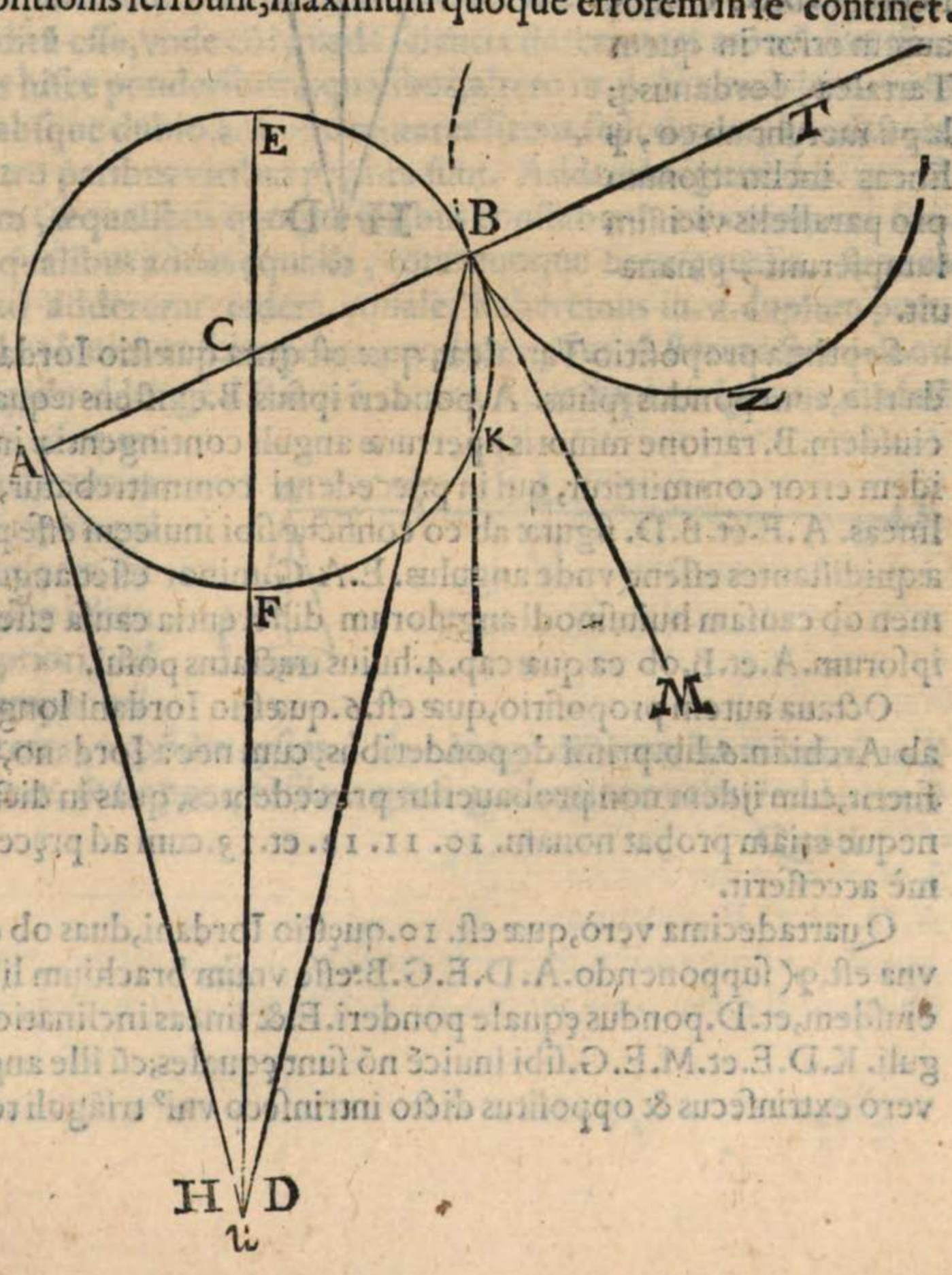
pro-

proportio pōderis.a.ad pondus ipsius.b.eadem sit cum ea quę est.o.t.ad.o.e.sub cognitionē nostram cadere potest, primum cognoscendo angulos obliquitatis libręs, idest angulos.b.o.u.et.a.o.u.quia oportet semper supponere situm aliquem notum. Si nobis deinde cognita erit proportio ipsius.o.u.ad.o.b.et.ad.o.a.assequemur cognitionem anguli.b.et.o.a.u.& per consequens ipsius.o.a.t.eius residui, vnde postea beneficio angulorum.e.et.t.rectorum & laterum.o.b.et.o.a.cognitorum in cognitionem.o.t.et.o.e.facile deueniemus.

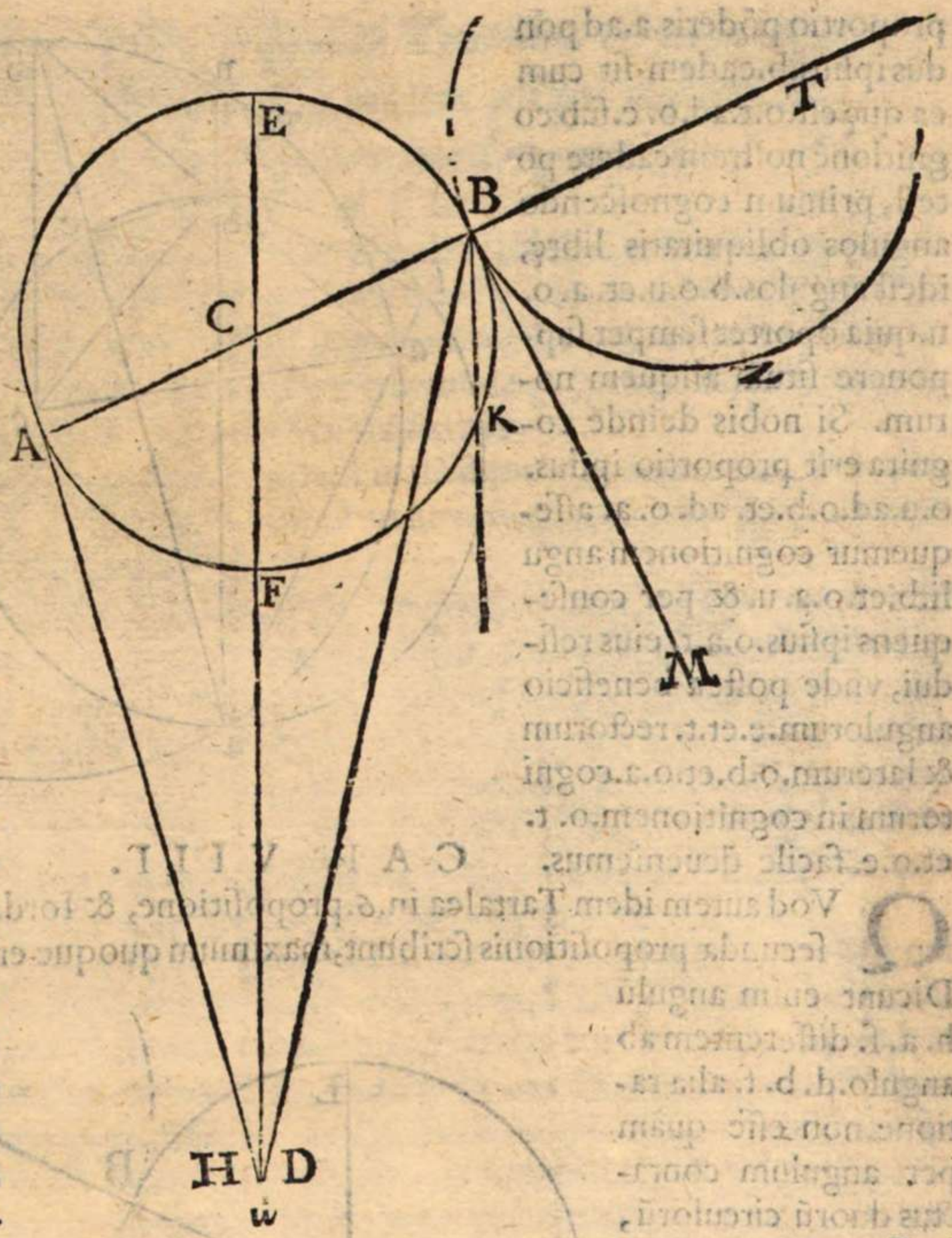


CAP. VIII.

QVod autem idem Tartalea in.6.propositione, & Iordanus in secunda parte. secundæ propositionis scribunt,maximum quoque errorem in se continet. Dicunt enim angulū h. a. f. differentem ab angulo.d. b. f. alia ratione non esse quàm per angulum contactus duorū circulorū, vt in sua figura scribit Tartalea; id quod falsissimum est. Quā ob causam in subscripta figura sit libra. B. A. & eius centrum.C et. u. centrū regionis elementaris,et.A.u.et.B. u.lineæ inclinationū. Imaginemur deinde lineam.B.K. parallelā ipsi.A. u. quæ gyrum. B.F. A. in puncto. K. communi scientiæ prę cepto scindet,& habebimus angulum.K. B. Z. æqualem angulo. H. A. F. idest.u. A. F. (quia.H.u.et.D. unū sunt) cum ex.29. libr. primi Euclidis angulus.



lus.u.A.C. æqualis sit angulo.K.B.T.& angulis.C.A.F. æqualis angulo.T.B.Z. nũc comparatio est inter angulum.D.B.F.& angulum.K.B.Z. mistilineos,qui quidem duo anguli, cõmunem habent angulum mistilineum.K.B.F.quapropter si angulus.K.B.Z. mistilineus maior est angulo.D.B.F. mistilineo per angulum. K.B.Z.contingentiæ, circulorum ergo angulus mistilineus communis.K.B.F. æqualis erit mistilineo, angulo. D.B.F. pars videlicet sui toto. Omnis autem error in quem Tartalea, Iordanusq; lapsi fuerunt ab eo, q̃ lineas inclinationum pro parallelis vicissim sumpserunt, emanauit.



Septima propositio Tartaleæ, quæ est q̃nta quæstio Iordani mihi videt excipienda risu,cum pondus ipsius. A.ponderi ipsius.B.existens æquale, grauius sit pondere eiusdem.B. ratione minoris aperturæ anguli contingentiæ in.A.quam in. B. in quo idem error committitur, qui in præcedenti committebatur, cum scilicet ipse putet lineas. A.E.et.B.D. figuræ ab eo confictæ sibi inuicem esse parallelas, quæ etiam si æquidistantes essent(vnde angulus. E.A.G.minor esset angulo.D.B.F.) non eam tamen ob causam huiusmodi angulorum differentia causa esset differentiæ grauitatũ ipsorum.A.et.B.ob ea quæ cap.4.huius tractatus posui.

Octaua autem propositio,quæ est.6.quæstio Iordani longè melius demonstratur ab Archi.in.6.lib.primi de ponderibus, cum nec à Iordano,nec à Tartalæa probata fuerit,cum ijdem non probauerint præcedentes, quas in dicta.8.Tartaleæa citat, qui neque etiam probat nonam. 10. 11. 12. et.13.cum ad prȩcedentes probandas minimè accesserit.

Quartadecima verò,quæ est. 10.quȩstio Iordani,duas ob causas est falsa, quarum vna est,q̃(supponendo.A.D.E.G.B.esse vnum brachium librę,et.A.punctum cẽtr eiusdem,et.D.pondus ȩquale ponderi.E.& lineas inclinationum.D.K.et.E. M.) anguli. K.D.E.et.M.E.G.sibi inuicẽ nõ sunt ȩquales;cũ ille angulus sit intrinsecus,hic verò extrinsecus & oppositus dicto intrinseco vni⁹ triãguli terminati à.D.E. à.D.K. et.E.

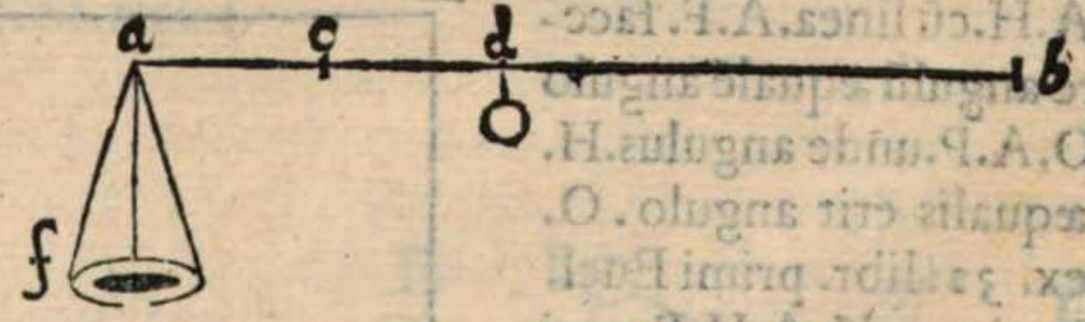
et. E. M. lineis productis vſque ad centrum regionis elementaris, vnde dictus angulus. M.E.G. maior eſt alio, ex. 16 lib. primi Eucli. Qua ratione fit, vt hanc ob cauſam E. grauius ſit ipſo. D. cum minus dependeat à centro. A. vt primo cap. huius tractatus iam dixi. Alia quoque eſt ratio, qua dictum. E. grauius fit ipſo. D. quę quidem eſt maior diſtantia à centro. A. libræ, per ſimiles rationes capit. 4. huius tractatus citatas.

Decimaquinta quoq; nil penitus valet, quę eſt. 11. quęſtio Iordani, cuius Authoris opuſculum opera Traiani Bibliopolę Venetijs è tenebris in lucem emerſit.

Quòd ſumma ratione ſtateræ per æqualia interualla ſint diuiſæ.

CAP. IX.

MAgna cum ratione diuidũtur ſtateræ per interualla ęqualia, in libras, aut in vncias, aut quoquo alio modo. Nam ſit ſtatera exempli gratia. a. b. & punctum, ꝙ eam ſuſtinet ſit. c. & vas illud, ꝙ continet id, quod ponderari debet f. Imaginemur nunc quod pondus brachij. c. b. ab una parte, & pondus brachij. c. a. cũ eo, ꝙ eſt dicti vaſis. f. ab altera parte, ſint cauſę, quibus ſtatera. a. b. c. ſtet orizontalis. cui ſic orizontali manenti imaginemur ad punctum. a. adiunctum eſſe pondus, veluti vnius librę. & ad punctum. d. tam diſtanti à. c. ut eſt. a. ab ipſo. c. aliud quoque pondus vnius libræ additũ eſſe, vnde cõi quadã ſcientia ſtatera, non mouebitur ſitu. qa exiſtentibus duobus hiſce ponderibus æqualibus, altero in. d. & altero in. a. remota cum eſſent. d. b. et. f. abſque dubio. a. d. non mutaret ſitum, ſed. d. b. et, f. in ſitu, in quo reperiuntur, à centro paribus viribus prędita ſunt. Addendo igitur. d. b. ipſi. d. et. f. ipſi. a: ſumma earum, æqualibus quoque viribus conſtabunt. ex communi ſententia, quæ habet ſi ęqualibus addas ęqualia, tota quoque fient ęqualia. Si verò ponderi ipſius. a. aliud adderetur eidem ęquale, haberemus in. a. duplum pondus ei ꝙ eſt ipſius. d. ſed volentes vt ſolum cum pondere ipſius. d. ſtatera ſtet orizontalis, ſi dictum pondus ipſius. d. longè diſtabit à centro. c. per duplum ipſius. c. a. ideſt ipſius. c. d. id ꝙ volumus aſſequemur, beneficio ſupradictarum rationum, adiuti opera ſextę lib. primi de põderibus Archimedis. Et ſi quis aliud quoq; pondus adiungeret ipſi. a. æquale illi priori, ad efficiẽdum, vt ſtatera ſemper orizontalis maneret, oporteret, vt põdus ipſius. d. ab. c. longè diſtaret, ita vt huiuſmodi diſtantia tripla eſſet primæ, & ſic per quoſdam quaſi gradus interualla redderentur æqualia.



Quòd

Quòd linea circularis non habeat concauum cum conuexo coniunctum, & quod Aristo. circa proportiones motuum aberrauerit.

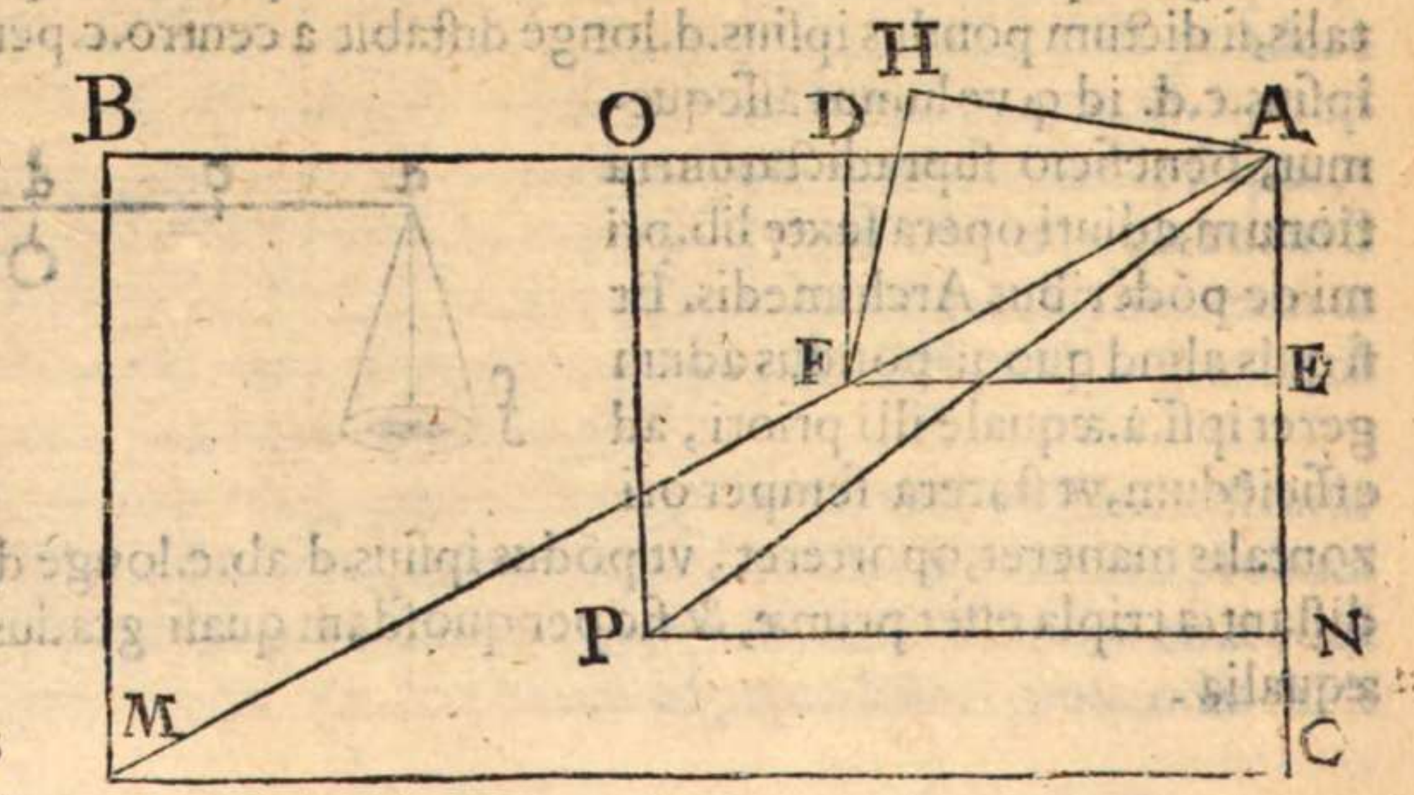
CAP. X.

ARistoteles in principio quæstionum Mechanicarum ait lineam, quæ terminat circulum videtur conuexum habere coniunctum cum concauo, quod falsum est: quia huiusmodi linea partes nullas secundum latitudinem habet, (vt ipse etiam confirmat) sed est idem conuexum circuli: linea verò quæ terminus est superficiei ambientis, & amplectentis circulum est eadem concauitas dictæ superficiei eundem circulum ambientis, quæ nullam conuexitatem habet. & hæ duæ sunt lineæ, quarum vna diuersa est ab alia, neque altera alterius, quod ad conuexum, & ad concauum attinet.

Sed illud, quod Aristoteles scribit de duplici respectu motus vnius puncti secundum vnam datam proportionem, non sufficit, ille enim sic ait.

Sit proportio secundum quam latum fertur, quam habet. A.B. ad. A. C. et. A. quidem feratur versus. B: A.B. verò subterferatur versus. M.C. latum autem sit. A, quidé ad. D. vbi autem est. A. B. versus. E. Quoniam igitur lationis erat proportio, quam. A.B. habet ad. A. C. necesse est &. A. D. ad. A. E. hanc habere rationem. Simile igitur est proportione paruum quadrilaterum maiori. Quamobrem etc.

Cui respondeo, punctum. A. quod mouetur in linea. A.M. ab. A. versus. M. vsque ad. F. non moueri ab aliqua proportione determinata magis quàm ab alia: vnde nō solum possumus imaginari dictum punctum. A. moueri ab. A. vsque ad. F. eiusdem velocitatis sub alia quadam proportione, sed etiam sub alia, quæ iam datæ contraria sit, vt est proportio ipsius. A. C. ad. A. B. imaginātes moueri. A. versus. C. et. A. C. versus. B. M. delatam. Dico etiam idem. A. moueri vsque ad. F. secundum proportionem ipsius. A. O. ad. A. N. Quamobrem imaginemur à puncto. F. lineam. F. H. cum linea. F. A. efficere angulum æqualem angulo. O. P. A. & à puncto. A. lineā A. H. cū linea. A. F. facere angulū æqualē angulo O. A. P. unde angulus. H. æqualis erit angulo. O. ex. 32. libr. primi Eucl. & triangulū. A. H. F. ęqui angulum erit triangulo. A. O. P. Quam ob causā eadē proportio erit ipsi⁹ A. H. ad. F. H. quę ē ipsius A. O. ad. O. P. punctum



igitur. A. vsque ad. F. mouetur secundum proportionem etiam ipsius. A. O. ad. O. P. Huiusmodi igitur consideratio, ab Aristotele facta, nullius est momenti.

Quòd

Quod Aristo. in prima mechanicarum quæstionum eius quod inquirit, ueram causam non attulerit.

CAP. XI.

QVærens Aristoteles vnde fiat, vt eæ libræ, quæ brachia habent alijs longiora, sint exactiores cæteris, ait hoc euenire ratione maioris velocitatis extremorum earundem. Quod verum non est; quia hîc effectus nil aliud est, quam clarius proponere ob omnium oculos obliquitatem brachiorum à linea orizontali, & ostendere etiam facilius à dicto orizontali situ exire brachia iam dicta. Quæ quidem per se neque à velocitate, neque à tarditate motus, sed à ratione vectis, & à maiori interuallo inter secundum situm extremorum à primo proficiscuntur. Vt exempli gratia, imaginemur magnam libram. A.B. orizontalem, cuius centrum sit. E. et pondus. B. maius sit pondere ipsius. A. vnde conceditur, quòd ob hanc rationem dicta libra situm mutabit, qui secundus situs sit in. H.F. Imaginemur etiam paruã quãdam libram. a.e.b. orizontalem, quæ pondera habeat. a. et. b. æqualia duobus ponderibus alterius libræ & secundus situs sit in. h.f. ita tamen vt anguli circa. e. æquales sint ijs, qui sunt circa. E. ideſt. b.e.f. sit ęqualis. B. E. F. Nunc dico situm. H. F. exactioré futurum & clariorem situ. h.e.f. ratione interualli. B. F. maioris, interuallo. b.f. quod. B. F. in eadem proportione maior est ipso. b. f. in qua. B. E. maius est. b.e. quod autem interuallum. B. F. breuiori, aut longiori temporis spacio quam. b.f. sit factum, nil planè refert. Ratione vectis deinde, dico ꝙ si supponemus duas libras pares æqualesq; in omni alio respectu, præter quàm in brachiorum longitudine, pondus. B. maiorem vim habebit ad deprimendum brachium. E.B. quàm pondus. b. quia libræ materiales, cum sustineantur ab. E. e. & non à puncto mathematico, sed à linea, aut superficie naturali in materia existente. vnde aliqua resistentia ipsi motui brachiorum oritur, & hanc ob causam, supponendo hanc resistentiam æqualem tam in. E. quàm in. e. clarum erit ob ea, quæ in cap. 4. huius tractatus ostendi. B. cum minus dependeat ab. E. aut minus quoque eidem. E. annitatur, ponderosum magis futurum, quam. b. & hac de causa mouebit ad partem inferiorem, maiori cum agilitate, brachium. E.B. multo magis etiam illud ipsum deprimet, ideſt maiorem etiam angulum. B.E.F. quàm erit angulus. b.e.f. faciet.

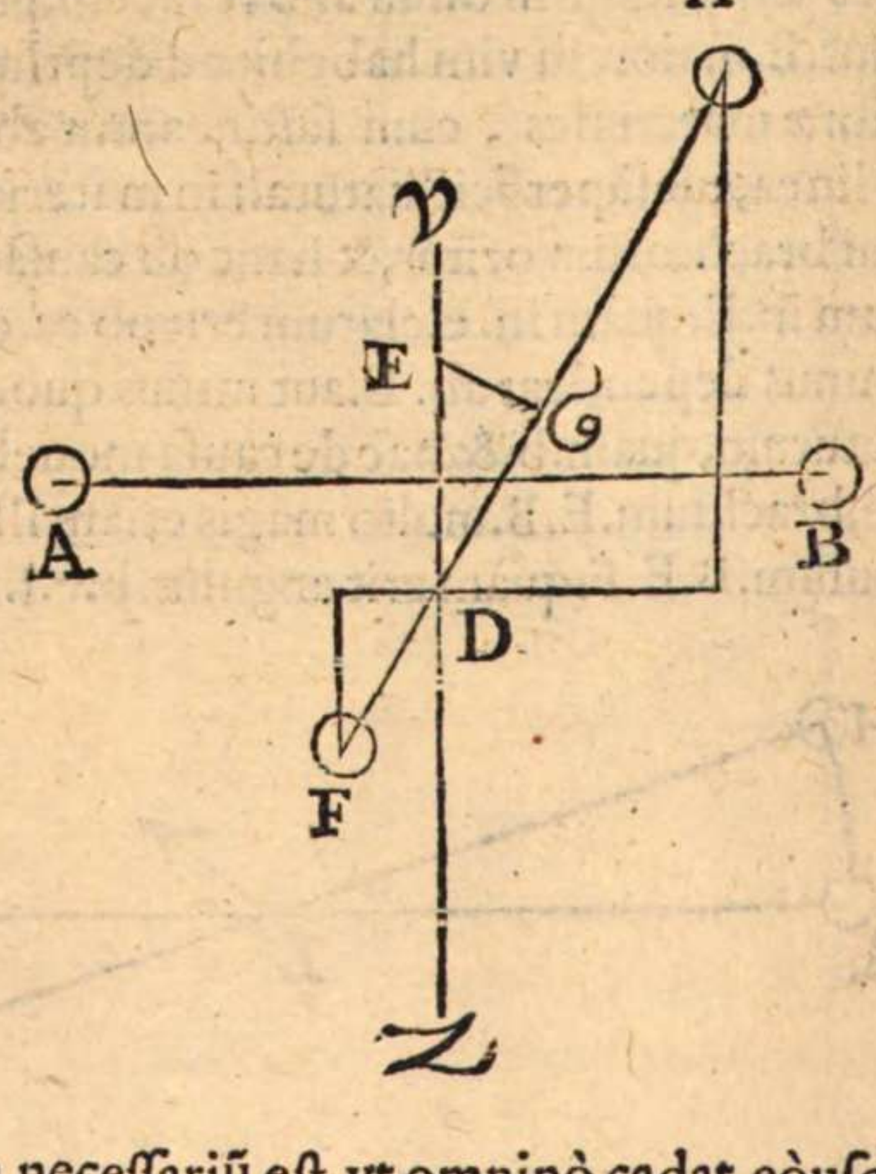
De uera cauſa ſecundæ, & tertiæ quæſtionis mechanicæ ab Ariſtotele non perſpecta.

CAP. XII.

ARiſtoteles in ſecunda quæſtionum mechanicarum quærens illius rationem ſic ſcribit.

Cur ſiquidem ſurſum fuerit ſpartum quando deorſum lato pondere quiſpiam id admouet rurſus aſcendit libra: ſi autem deorſum conſtitutum fuerit non aſcendit, ſed manet? an quia ſurſum quidem ſparto exiſtente plus libræ extra perpendiculum ſit (ſpartum enim eſt perpendiculum) quare neceſſe eſt deorſum ferri id, quod plus eſt, quare & cætera.

Sed vera cauſa, vnde fiat, vt ſi ſpartum fuerit ſurſum, & brachium vnum ipſius libræ deprimendo, & idem liberum deinde permittendo, ad ſitum orizontalem redeat, non ſolum eſt maior quantitas ponderis brachiorum quæ iam prætergreſſa eſt vltra verticalem lineam, ſed etiam eſt longitudo brachij eleuati, quæ vltra verticalem lineam reperitur, vnde eius extremi pondus redditur grauius in proportione, quam in hoc exemplo proponam, ſit. A. B. libra in ſitu orizontali, cuius ſpartum ſit. E. ſuper ipſam. & deprimentes brachium ipſius. A. vſque ad. F. eius ſitus ſit in. F. H. vnde medium pũctum. G. prætergreſſum erit lineam verticalem. V. Z. verſus. B. quæ. V. Z. ſecabit brachium. F. G. in puncto. D. vnde. D. H. longius erit ipſo. F. D. Nunc nobis ſupponendum eſt id, quod veriſſimum exiſtit, dictam ſcilicet libram in ſitu. F. H. etiã ſi ſuſtineatur à puncto. E. idem tamen futurum ac ſi ſuſtentaretur in puncto. D. vnde ſequitur, quod pondus appenſum ex ipſa. H. ita grauius reddatur, ipſo. F. in eadem proportione, quæ maior eſt. D. H. ipſo. D. F. ob rationes quas in primis huius tractatus capitibus poſui, vt etiam ſi. D. H. quod materiale eſſe ſupponitur, nullam planè grauitatem haberet, ſolus tamẽ exceſſus vis ponderis in. H. poſiti, longè maior pondere in F. collocato pro maiori longitudine ipſius D. H. ſufficiat. ad præſtandum vt libra ad ſitum orizontalem redeat.



In ſecunda deinde huius quęſtionis parte, in qua ſcribit libram in ſitu, in quo poſita eſt, firmam manere, toto cęlo aberrat, quia neceſſariũ eſt, vt omninò cadat, eòuſq; quò ſpartum ſurſum remaneat: ablato tamen omni impedimento, quod nulla eget probatione, cum natura ſua clariſſimè pateat.

Cauſa, deinde, vera tertiæ quæſtionis non eſt ea, quam Ariſtoteles ponit, ſed huiuſmodi effectus ab eo, quod capitibus. 4. et. 5. huius tractatus propoſui originem habet.

Quod

Quòd Aristotelis ratio in 6. quæstione posita non sit admittenda.

CAP. XIII.

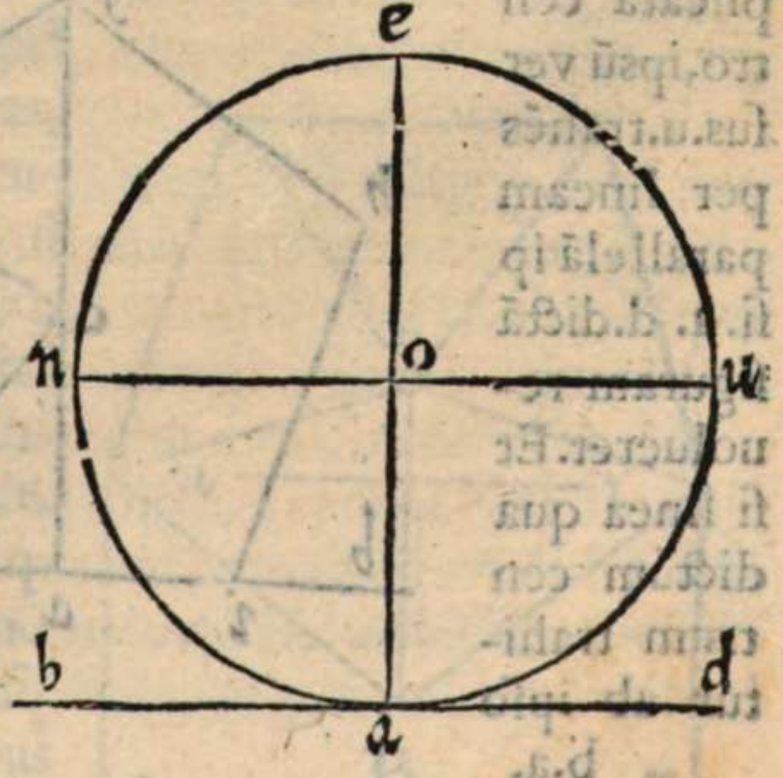
VOlens Aristoteles rationem proponere, vnde fiat, vt nauis velocius moueatur cum antennam altiorem quàm cum depræssiorem habet, id ad vectis rationem refert, quod verum nõ est. Huiusmodi enim ratione nauis tardius potius, quàm velocius ferri deberet, quia quantò altius est velum, vi venti impulsum, tãtò magis proram ipsius nauis in aquam demergit. Sed huiusmodi effectus à maiori potius quantitate venti quam recipit, quàm ab alia aliqua causa oritur, quia ventus liberius vehementiusq; in altiore parte, quàm in depræssione vagatur & perflat.

Quòd rationes ab Aristotele de octaua quæstione confictæ sufficientes non sint.

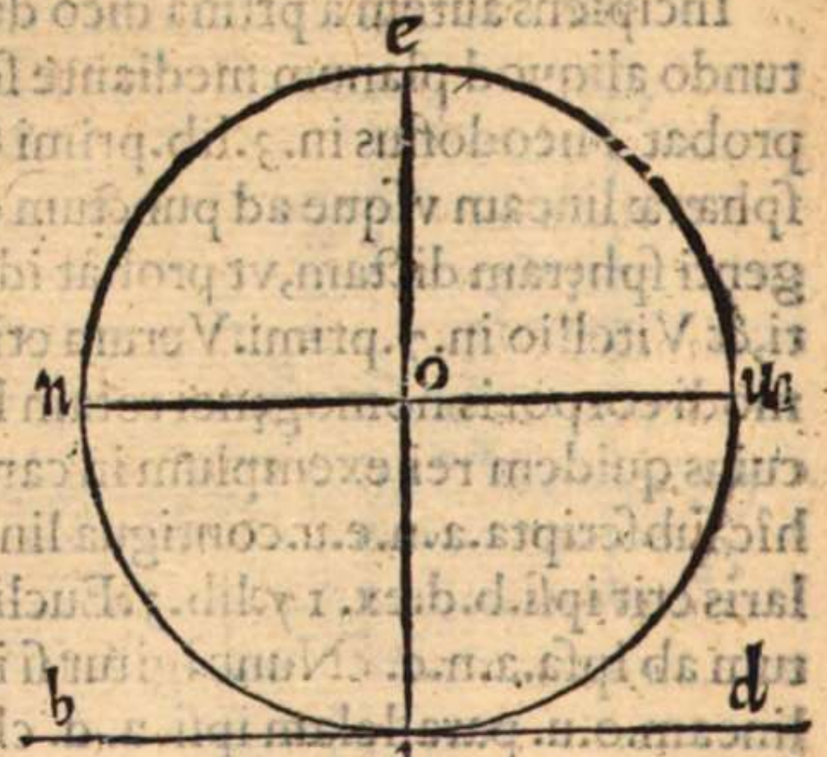
CAP. XIIII.

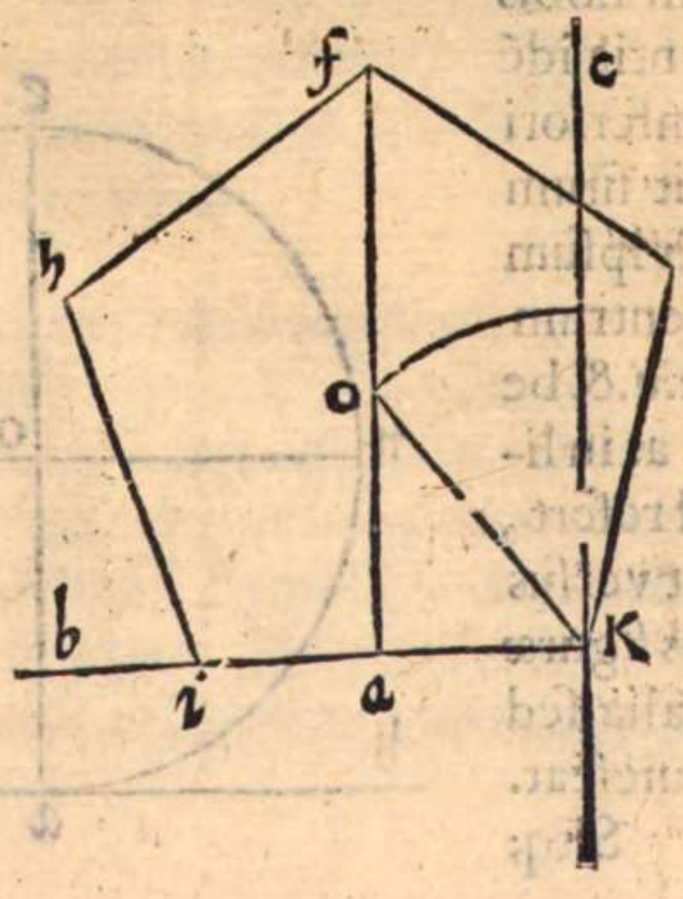
RAtiones etiam ab Aristotele propositæ pro indaganda octauæ quæstionis veritate, in qua quærit vnde fiat, vt corpora rotundæ figuræ, ad voluendũ sint faciliora reliquis, quarum reuolutionum corporum tres species assignat, quarũ vna est, vt rotarum curruũ; altera vt rotarum puteorum, aut trochlearum, quibus hauritur aqua; & tertia, vt paruorum vasorum a figulis fabricatorum, sufficiẽtes nõ sunt.

Incipiens autem à prima dico dubium non esse, quin tangente corpore aliquo rotundo aliquod planum mediante solo quodam puncto contingat, quemadmodum probat Theodosius in. 3. lib. primi & Vitellio in. 71. lib. primi, & ducẽdo per centrũ sphæræ lineam vsque ad punctum contactus, ipsa erit perpendicularis plano contingenti sphęram dictam, vt probat idẽ Thęodosius in. 4. lib. primi Alhazẽ in. 25. quarti, & Vitellio in. 7. primi. Verum etiam est omnem inclinationem ponderosam huiusmodi çorporis hõmogęnei totam hanc lineam æqualiter omni ex parte circundare; cuius quidem rei exemplum in carta describere possumus mediante figura circulari hîc subscripta. a. n. e. u. contigua lineæ rectæ. b. d. in puncto. a. vnde. e. o. a. perpendicularis erit ipsi. b. d. ex. 17. lib. 3. Eucli. & tantũ ponderis habebimus à parte. a. u. e. quantum ab ipsa. a. n. e. Nunc igitur si imaginabimur ductum esse centrum versus. u. per lineam. o. u. parallelam ipsi. a. d. clarum nobis erit, q; absq; vlla difficultate aut resistentia idẽ ducemus, quia huiusmodi centrum ab inferiori parte ad superiorem, nunquam mutabit situm respectu distãtiæ seu interualli, quę inter ipsum lineamque. a. d. intercedit, q; quidem centrum in se colligit totum pondus figurę. a. n. e. u. & beneficio lineæ. e. o. a. illud ipsum puncto. a. in linea. b. a. d. committit, productum. a. nil refert, vt magis, aut minus versus ipsum. d. aut versus b. dirigat̃; ita vt cũ non oporteat vt huius figuræ põdus, vna vice, magis eleuetur, quàm alia, sed semper ęqualiter sũper lineam. b. a. d. quiescat.



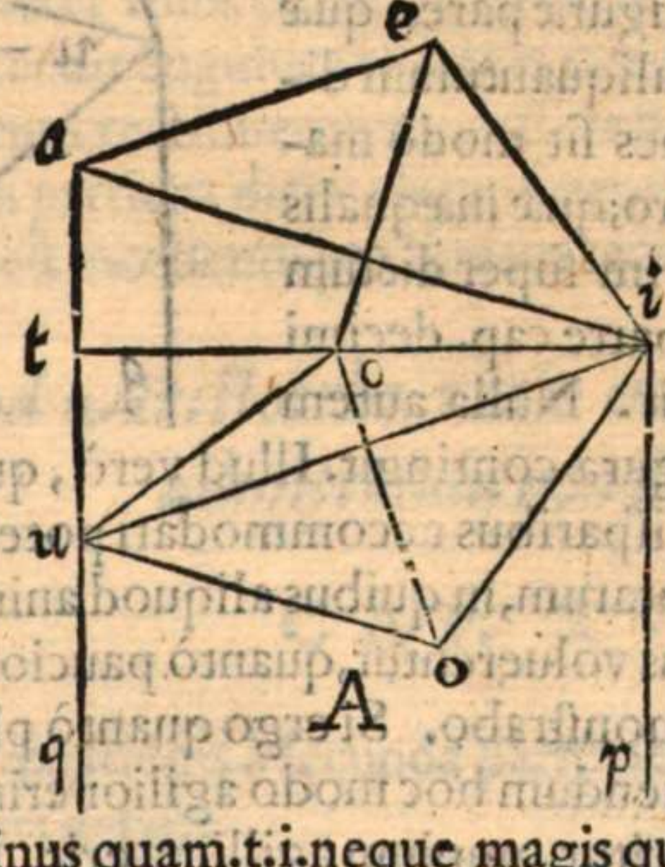
Sitq; ſemper diuiſum à linea.a.o.e.per medium, ſequitur communi quodam conceptu, nullam nobis difficultatem oborituram, dictum centrum ad quam voluerimus partem ducendo, quemadmodum à qualibet alia figura, quæ perfectè rotunda non eſſet, emergeret; Vt exẽpli gratia, ſi imaginabimur pentagonum.K.i. h.f.l. quie ſcere ſup eandẽ lineã.a.b. K. ita ut primũ totũ latus. i.K. in linea.b.K. extẽdat, ducẽdo pòſteà centrum.o. (ponamus.) verſus.l. dubium non eſt, quin oporteat, vt dictum centrum.o.à linea.b.d. eleuetur, ab eademq; magis diſtet, voluens ſe per arcũ vnum circuli, q ꝑ ſuo ſemidiametro habeat.o.K. quę maior eſt ipſa.o.a. ex. 18. li. primi Euclí. vnde ſi à puncto.K. imaginabimur lineam. K. c. reſpicientem centrum regionis elementaris, dubium non eſt, quin ſi velimus transferre cẽtrum hoc à priori ſitu vſq; ad dictam lineam, oporteat addere pondus parti ipſius. l. quæ à linea. K. c. fuit ſecta, aut aliquid de ipſo pondere partis centri detrahere. quod quibuſuis modis fiat, arduum certè eſt ad efficiendum; neque hoc etiam accidit figuræ perfectè rotundæ, cum cẽtrum q ꝑ perfectè in medio ipſius ponderis eſt, reperiatur ſemper in linea perpendiculari ipſi plano, in quo animaduertendum eſt, q ꝑ etiam ſi ipſum planum appellem; pro plano tamen perfecto intelligi nolo, ſed pro ſuperficie perfectè ſphęrica circa centrum à corporibus grauibus expetitum; nam ratione magnæ amplitudinis huiuſmodi ſuperficiei, nullam differentiam notatu dignam à perfecto aliquo plano exigui interualli ad curuitatem eiuſdem ſuperficiei imaginari poterimus. Sed ut redeamus ad ſermonem de reuolutione figuræ rotundæ ſuſceptum, clarũ igitur erit quamlibet minimam vim (vt ita dicam) quę trahat, aut impellat centrum.o. verſus.u. huiuſmodi figuram reuoluturam, cuius media pars ad trahendum, aut impellendum punctum.e. ſufficiere; Imaginemur autem q ꝑ linea.n.o.u. eſſet libra quędã in figura perfectè rotunda.a.n.e.u. poſita, & vis, quę trahere centrum deberet, diuiſa eſſet per medium, cuius medietas appenſa eſſet extremitati. u. diametri.n.o.u. clarũ erit, q ꝑ abſque vlla difficultate reuolueret figuram ſuper lineam.b.a.d. verſus. d. quia huius vis, aut pondus nullũ contra pondus haberet vltra centrum.o. uerſus. n. q ꝑ centrum. o. perpetuo quieſcit ſup. a. in linea. e. o. a. per medium diuidente ſemper totum pondus figurę ſuppoſitę. Tantò facilius ergo tota dicta vis applicata centro, ipsũ verſus.u. trahẽs per lineam parallelã ipſi. a. d. dictã figuram reuolueret. Et ſi linea qua dictum centrum trahitur ab ipſo b.a.

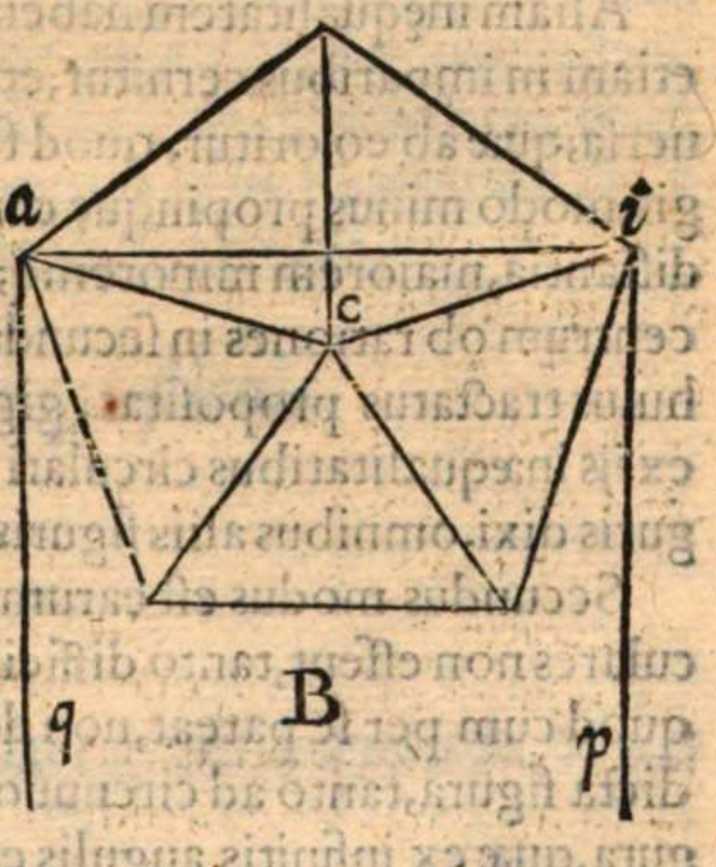


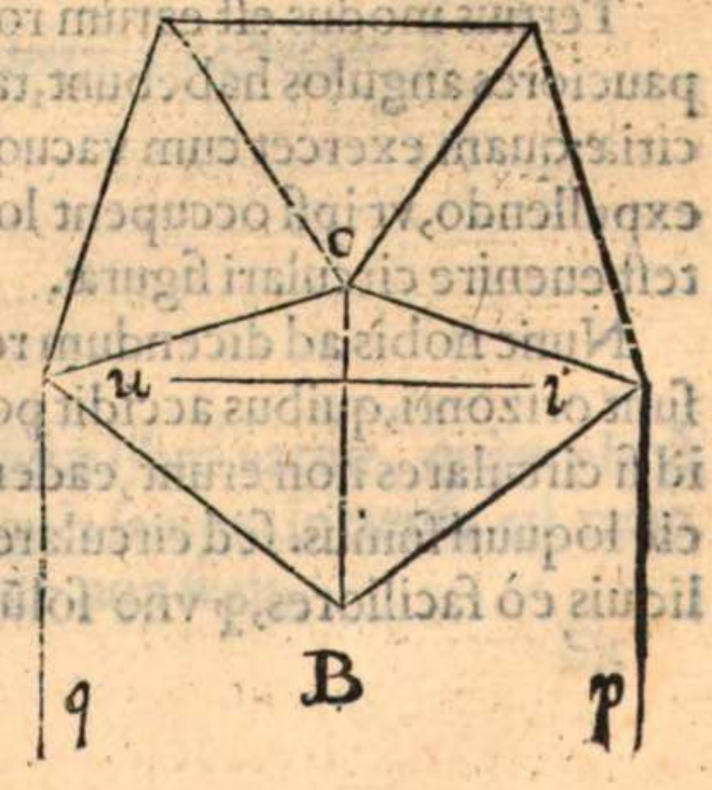


b.a.d. non æquediſtaret,ſed ſurſum traheret ſuper.u.aut ſubter, aliquid de ſua vi virtuteq; amitteret,& tantò plus, quantò inclinata magis eſſet verſus.a.o.e. & tandem cum eſſet vnita cum.a.o.e.aut ad ſuperius,aut ad inferius quantalibet ui, etiam ſi infinita,figuram extra ſitum primæ lineæ.a.o.e.non moueret,ſed ſi ſurſum traheret ſe iungeret eam à linea.b.a.d.non ob id tamen efficeret,ut centrum.o. exiret extra primam lineam.a.o.e.

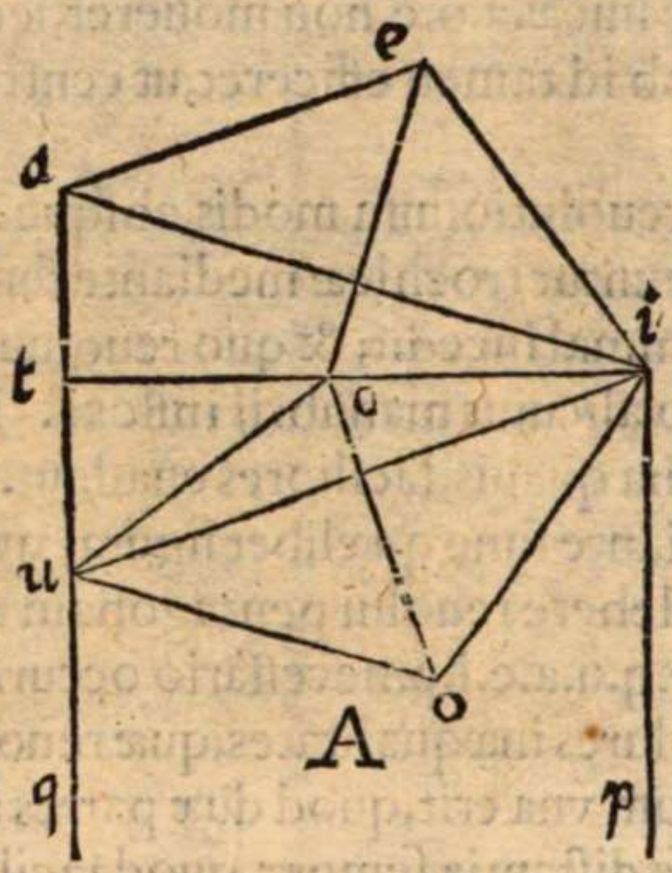
Secunda verò ſpecies,tribus reuolutionum modis,abſque axis mutatione conſtare poteſt,ideſt modo,quo reuoluuntur trochleæ mediante fune, & quo reuoluuntur aliquæ rotæ,in quibus aliquod animal incedit; & quo reuoluuntur illæ,quæ in hominis manu circunuoluuntur medio alicuius manubrij inflexi. Hi omnes modi cum circulari figura magis,quã cum alia quauis,faciliores euadunt. Et primò ſi priorem modum conſiderabimus,vt mediante fune quælibet figura, quæ circularis non ſit, voluatur,ſupponamus exemplo debere reuolui pentagonum æquiangulum.a.e.i.o.u.circa centrum.c.mediante fune.q.u.a.e.i.p.neceſſariò occurrent(in hac figura angulorum,laterumq; diſparium) plures inæqualitates,quæ reuolutionem eiuſdem figuræ irregularem efficient; quarum vna erit,quod duæ partes funis,ideſt.u.q. et.i.p. non erunt in vna eademq; inter ſe diſtantia ſemper,quod facile intellectu erit,ſi imaginabimur ductas eſſe lineas.a.i: u. i: et. i. c. t. ſi funis duo pondera habebit alterum altero maius,ſuis extremis appenſa,vnde debeat figura virtute ponderis maioris circunuolui: dictæ duæ partes. u.q.et.i.p.eiuſdem funis,mũdi centrum,dum firmæ manebũt,reſpicient;ſed permittentes pondera libera;maius,efficiens vt circunuoluatur figura; efficiet,vt aliquando vnum ex lateribus,eiuſdem figuræ mundi quoq; centrum reſpiciet, vt in figura. A.ficq; etiam linea.i. c.t.(pro exẽplo)erit menſura diſtantiæ funium inter ipſas, & deinde circũuoluendo etiam diſtabunt inter ſe per lineã.i.a.aut. i. u. vt in figura.B. ĩnotuit exẽplo, & ſic etiam aliquando erunt magis diſtãtes, quàm linea t. i. & minus quàm.i. a:nunquam tamen minus quam.t.i.neque magis quã i.a.aut.i.u. quæ ſunt æquales; Quæ quidem varietas, in hanc,& in illam partem impellet partes pendentes funis, vnde æqualiter non trahent. Idem dico, ſi extrema.q.et.p.eſſent quoque ſemper in vna eadẽq; diſtantia; neque à corpore põderoſo eſſent attracta, quia aliæ partes ipſius.u.q.et.i.p.ex ſupradictis rationibus vnam eademq; diſtantiam nõ ſemper ſeruarẽt. vnde fieret vt cum diuerſis angulis tam.i. p. quã.u.q. traherẽt ſemidiametros.c.i:c.e:c.a:c.u.et.c.o.quia nõ ſemper traherent ope ſeu virtute anguli æqualis ipſi. c.i.p.Hæc autem inęqualitas communis eſt omnibus figu-

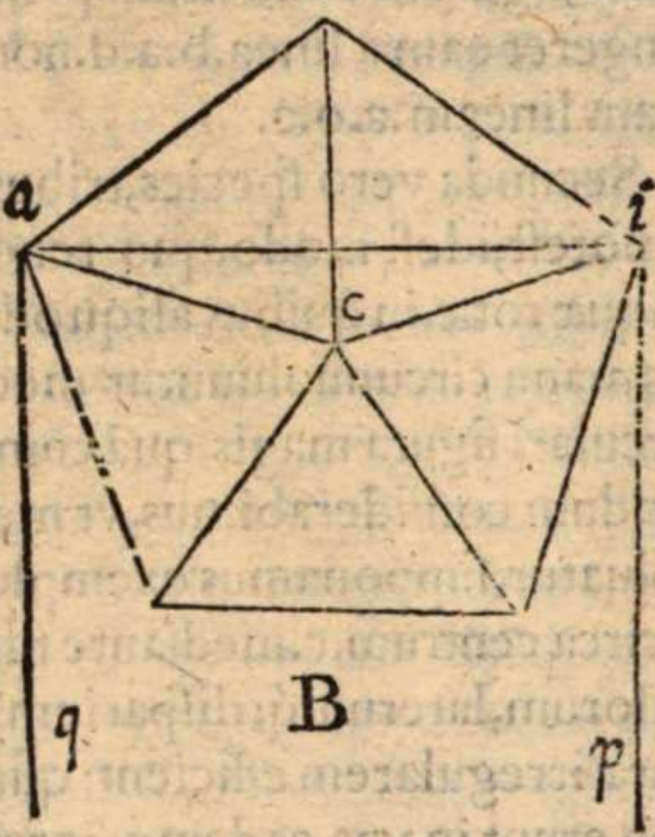


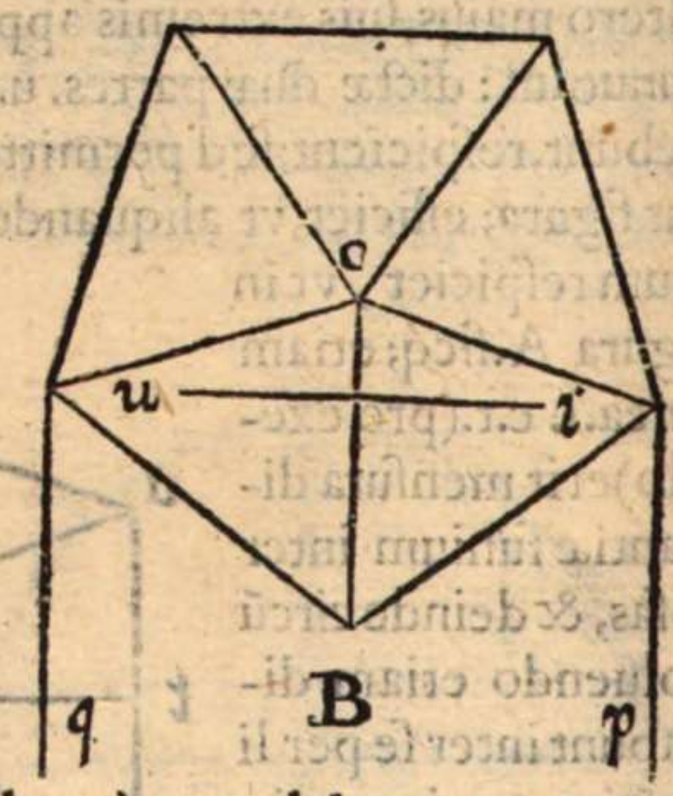




figuris rectilineis tam paris, quàm disparis numeri. Sed aliam quandam maiorem inęqualitatem habent hæ figuræ numeri disparis, quæ est, quòd quãdo linea. t.i. tam .u.q. quàm ipsi. i.p. ppẽdicularis fuerit, ideſt quãdo. t.i. cum dictis partibus funis angulos rectos constituerit, tũc ratione lõgitudinis ipsius. c. i. maioris quam. t. c. (quia cum sit. c.i. ęqualis ipsi. c.a. et. c.a. maior ipsa. c.t: c.i. etiam maior fit ipsa. c.t.) pondus aut vis ipsius. p. superabit eã quæ est ipsius. q. sed quando. t. erit in opposita parte, et. i. in ea, quæ est ipsius. t:q. eãdem ob causam superabit. p. & sic motum faciet irregularem, & nõ vniformem; & ob id etiam perarduum, præter ictus, quos infligunt anguli in partem pendentem ascendẽtem funis, quãdo vnum ex lateribus vnitur cum fune.







Aliam inęqualitatem habent figuræ pares, quæ etiam in imparibus cernitur, etsi aliquantulum diuersa; quæ ab eo oritur, quod funes sit modò magis, modo minus propinquę centro; quæ inæqualis distantia, maiorem minoremq; vim super dictum centrum ob rationes in secunda parte cap. decimi huius tractatus propositas, gignit. Nulla autem ex ijs inæqualitatibus circulari figuræ contingit. Illud verò, quod de pentagonis figuris dixi, omnibus aliis figuris disparibus accommodari potest.

Secundus modus est earum rotarum, in quibus aliquod animal incedit, quæ si circulares non essent, tantò difficilius voluerentur, quantò pauciores angulos haberent. quod cum per se pateat, non demonstrabo. Si ergo quantò plures angulos habebit dicta figura, tantò ad circunuoluendum hoc modo agilior erit. Circularis igitur figura, quæ ex infinitis angulis efficitur, omnium agillima erit.

Tertius modus est earum rotarum, quæ manubrium habent, quæ etiam quantò pauciores angulos habebunt, tanto quoq; difficiliores reddentur, tam ratione inimicitiæ: quam exercet cum vacuo natura, quàm violẽtię, quam anguli aëri faciunt, eum expellendo, vt ipsi occupent locum, quem ipse aër implebat. Quod nullo modo potest euenire circulari figuræ.

Nunc nobis ad dicendum restat de specie reuolutionis rotarum, quæ parallelæ sunt orizonti, quibus accidit posse volui primo tertioq; modo secundę speciei, & ob id si circulares non erunt, eadem subibunt incommoda, de quibus in secunda illa specie loquuti sumus. sed circulares rotæ huius tertiæ speciei ad reuoluendum erunt reliquis eò faciliores, q vno solũ polo nituntur; Quod alijs nequaquam conceditur.

Super

Super hac tertia ſpecie formari poteſt problema, vnde fiat, vt quieſcens huiuſmodi rota parallela orizonti ſuper vnum punctum,& quantò fieri poteſt exiſtens æqualis,ſi eam circunuoluamus maiore qua poterimus ui, & eãdem poſtea dimittentes non perpetuò circunuoluatur.

Hoc quidem,quatuor fit ob cauſas.quarum prima eſt,quia huiuſmodi motus,eius rotæ non ſit naturalis. ſecunda eſt, quia etiamſi rota ſuper punctum mathematicum quieſceret,oporteret tamen vt ſuperius alterũ haberet polum, qui ipſam orizontalẽ teneret, qui quidem munimento aliquo corporeo indigeret; vnde fricatio quędam conſequeretur, ex qua reſiſtentia prodiret.

Tertia eſt, quia aër contiguus eam perpetuò aſtringit, hocq; modo eius motui reſiſtit.

Quarta eſt,quia quęlibet pars corporea,quę à ſe mouetur,impetu eidem à qualibet extrinſeca virtute mouente impreſſo,habet naturalem inclinationem ad rectum iter, non autem curuum,vnde ſi à dicta rota particula aliqua ſuę circunferentiæ diſiũ geretur,abſque dubio per aliquod temporis ſpatium pars ſeparata recto itinere ferretur per aërem, vt exemplo à fundis, quibus iaciuntur lapides,ſumpto,cognoſcere poſsumus, in quibus, impetus motus impreſſus naturali quadam propenſione rectum iter peragit, cum euibratus lapis,per lineam rectam contiguam giro, quem primo faciebat,in puncto,in quo dimiſſus fuit,rectum iter inſtituat, vt rationi conſentaneum eſt.

Eadem, quoque ratione fit, vt quantò maior eſt aliqua rota,tantò maiorem quoque impetum,& impreſſionem motus eius circunferentiæ partes recipiant, vnde ſępe euenit,vt dum eam ſiſtere volumus,id cũ labore & cum difficultate agamus; quia quantò maior eſt diameter vnius circuli,tantò minus curua eſt eiuſdem circunferentia,& tantò propius accedit angulum eiuſdem circunferentiæ ad quantitatem duorum angulorum rectorum rectilineorum,ideſt circunferentia ad rectitudinem linearem. Vnde earundem partium dictæ circunferentiæ motus ad inclinationem ſibi à natura tributam, quæ eſt incedendi per lineam rectam,magis accedit.

Quod Ariſtotelis ratio nonæ quæſtionis admittenda non ſit.

CAP. XV.

VEra ratio nonæ quęſtionis à ſecunda parte decimi cap.huius tractatus, & non aliunde,accerſiri debet.

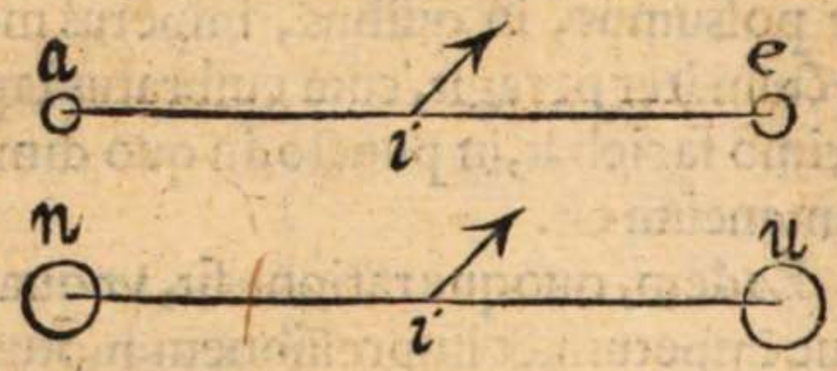
Quod Ariſtotelis rationes de decima quæſtione ſint reïciendæ.

CAP. XVI.

ARiſtotelis rationes,vnde fiat, vt facilius moueantur libræ vacuæ, quàm plenè ad propoſitam diſputationem non pertinent; quia ſemper ineunda eſt ratio proportionis virtutis mouentis ſuper mobile;quod ipſe non fecit.

Sit

Sit exempli gratia libra. a. i. e. quæ in vtraque extremitate vnciam vnam ſolum ponderis obtineat, & ſit libra.n.i.u.æqualis priori,quæ pro ſingula extremitate vnã ponderis libram habeat. Ariſtoteles admiratur, quòd addendo ipſi.e.mediam ponderis vnciam,brachium.i.e.velocius cadat, quàm adijciẽdo ipsã mediã vnciã ipſi. u. brachij.i.u. Quod à duabus cauſis proficiſcitur, quarum prior eſt,magna differentia proportionis vnius libræ ad medietatem vnius vnciæ,ad proportionem vnius vnciæ ad ipſam medietatem, quia ſi pondus adiectum extremo.u.dimidiæ eſſet libræ , & cum eadem tarditate brachium moueret,optimo iure in admirationem poſſet Ariſtoteles duci. Sed hoc fieri non pòſſet,quia ipſum deprimeret cum eadem quaſi velocitate,qua media vncia brachium.i.e. Dixi autem quaſi , quia nonnihil diſcriminis intercederet,quod proficiſcitur à ſecunda ratione . Et hæc , reſiſtentia eſt , quæ oritur à ſparto , quia quantò maius pondus continet libra,tantò magis præmit ſpartum in loco,in quo ſuſtinetur;vnde maior reſiſtentia in circunuolutione eiuſdẽ ſparti,in loco,in quo quieſcit,exoritur,quia ipſum eſt corpus materiale. Si quis autem vellet,vt brachium.i.u.eadem agilitate,qua.i.e. deſcenderet,oporteret, vt proportio dimidiæ librę adiectæ ponderi ipſius.u. quod eſt vnius libræ, vim ſuam haberet , quæ excederet reſiſtentiam ſui ſparti (medio brachiorum maiorum ijs qui ſunt. a. i. e.) ita proportionatam , vt proportionata eſt vis dimidiæ vnciæ ipſi. e.iunctæ,reſiſtentiæ ſui ſparti. Huiuſmodi rationes cum rotis grauioribus leuioribusq;,& ijs,quę à corporibus quibuſlibet grauibus impelluntur,accommodatæ fuerint,titubantem intellectum confirmabunt.



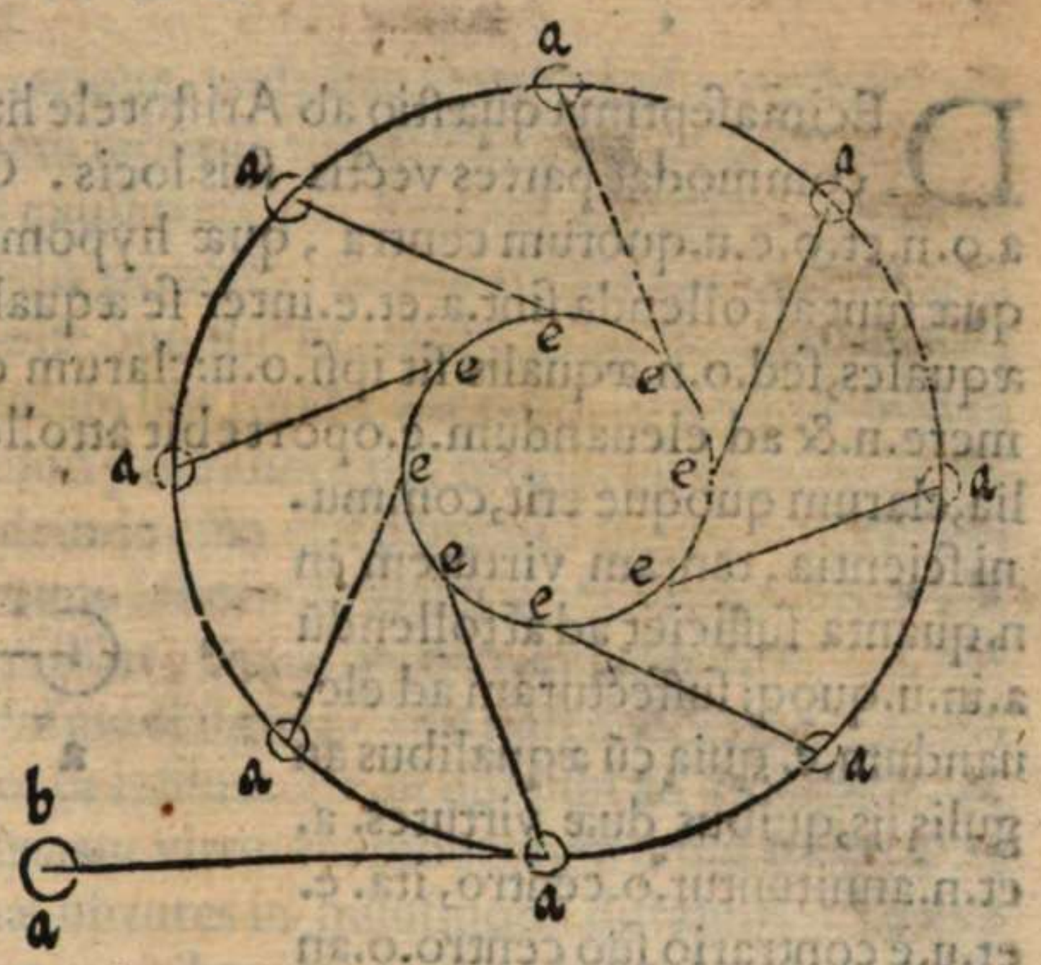
De uera cauſa. 12. quæſtionis mechanicæ.

CAP. XVII.

VEra ratio , cur multò longius corpus aliquod graue impellatur funda , quam manu,inde oritur, quòd circunuoluendo fundam , maior impræſſio impetus motus fit in corpore graui, quàm fieret manu, quod corpus liberatum deinde cum fuerit à funda, natura duce,iter ſuũ à puncto,à quo proſilijt , per lineam contiguam giro,quem poſtremò faciebat,ſuſcipit. Dubitandumq; non eſt , quin dicta funda maior impetus motus dicto corpori imprimi poſſit,cũ ex multis circumactibus, maior ſemper impetus dicto corpori accedat . Manus autem eiuſdem corporis motus , dum illud ipſum circunuoluitur (pace Ariſtotelis dixerim) centrum non eſt , neque funis eſt ſemidiameter. Immo manus quam maximè fieri poteſt in orbem cietur ; qui quidem motus in orbem, vt circumagatur etiam ipſum corpus, cogit, quod quidem corpus, naturali quadam inclinatione, exiguo quodam impetu iam incępto , vellet recta iter peragere,vt in ſubſcripta figura patet, in qua.e.ſignificat manum.a. corpus.a.b.lineam rectam tangentem girum.a.a.a.a.quando corpus liberum remanet. Verum quidem eſt,impreſſum illum impetum,continuò paulatim decreſcere vnde ſtatim inclinatio grauitatis eiuſdem corporis ſubingreditur , quæ ſeſe miſcens cum impreſſione facta per vim,non permittit,vt linea.a.b.longo tempore recta per

maneat,

maneat, ſed citò fiat curua, cum dictum corpus.a. duabus virtutibus moueatur, quarum vna eſt, violentia impreſſa, & alia natura, contra opinionem Tartaleæ, qui negat corpus aliquod motibus violento & naturali ſimul & ſemel moueri poſſe. Neq; eſt ſilẽtio prætereũdus hac in re q̃dã notatu dign⁹ effectus, qui eiuſmodi eſt, q̃ quantò magis creſcit impetus in corpore.a. cauſatus ab augumento velocitatis giri ipſius.e. tãtò magis oportet, vt ſentiat ſe trahi manus à dicto corpore a. mediante fune, quia quantò maior impetus motus ipſi.a. eſt impreſſus, tantò magis dictum corpus. a. ad rectum iter peragendum inclinatur, vnde vt recta incedat, tantò maiore quoque vi trahit.



De decimatertia quæſtione.

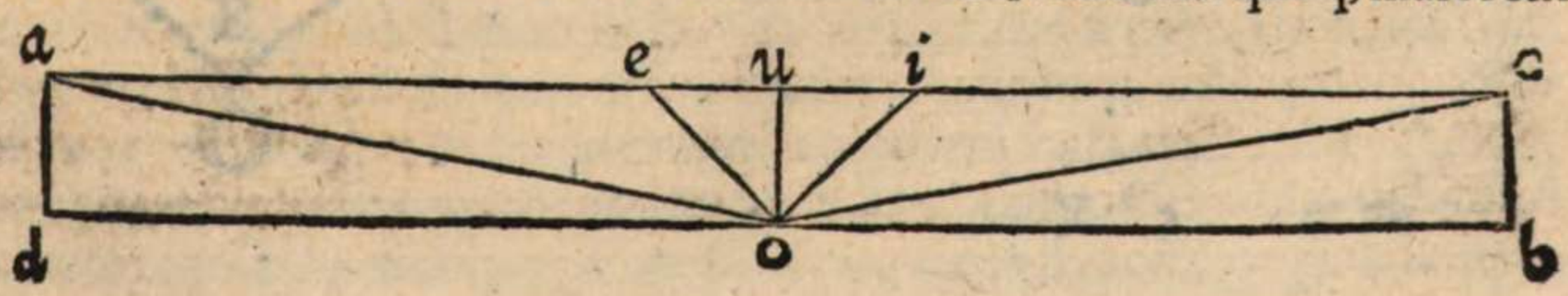
CAP. XVIII.

DEcimatertia quæſtio ad vectem omnino eſt referenda. Imaginari debemus axem cylindrici iugi, hypomochlion eſſe. Quod reſtat, illud ipſum totum dependet à.4. quintoq́; cap. huius tractatus. Vna tamen differentia inter hanc machinam, vectemq́; reperitur, quæ eſt, q̃ iugum aliquam reſiſtentiam pro coniunctione calcata in loco, in quo voluitur, magis quàm hypomochlion vecti efficiat.

De decimaquarta quæſtione.

CAP. XIX.

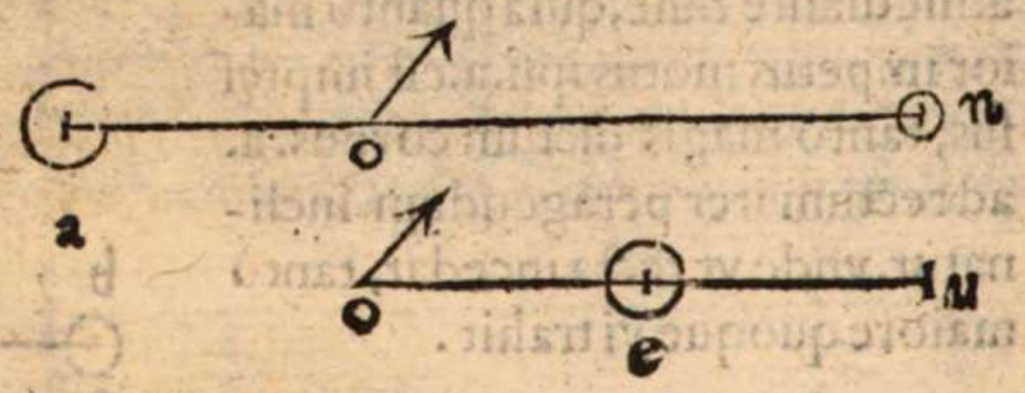
RAtiones etiam decimæquartæ quæſtionis dependent ab ijs, quæ ſunt vectis, vt exempli gratia ſit lignum.a.b.c.d. frangendum in medio, annitendo genibus in punctum.o. clariſſimè tunc videbimus, q̃ tenentes manus longè à medio, in locis a. et. c. facilius minoriq́; cum labore illum frangemus, quàm ſi eaſdem vicinas medio eiuſdem ligni in locis.e.et.i. poneremus. Cuius rei rationes eædẽ ſunt cũ ijs, quæ primis huius tractatus capitibus propoſitæ fuerunt. Imaginemur lineas rectas ductas à puncto.o. ad loca.a.e.i.et.c. hinc manifeſtè perſpiciemus eorum, quæ iam diximus ratione, q̃ loca.e.et.i. mediantibus duabus lineis.e.o.et.i.o. magis annitentur.o. centro, quàm loco.a.et.c. duarũ linearũ.a.o.et.c.o. beneficio; vnde vim quoq; maiorem habebũt in.a.et.c. quàm in e.et.i.



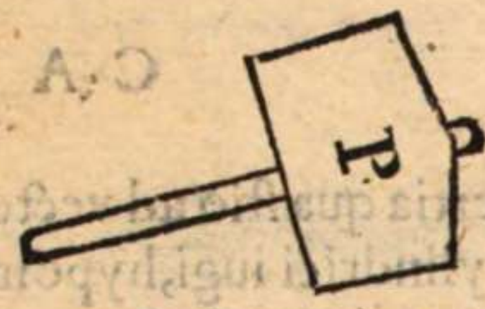
De uera ratione. 17. *quæstionis.*

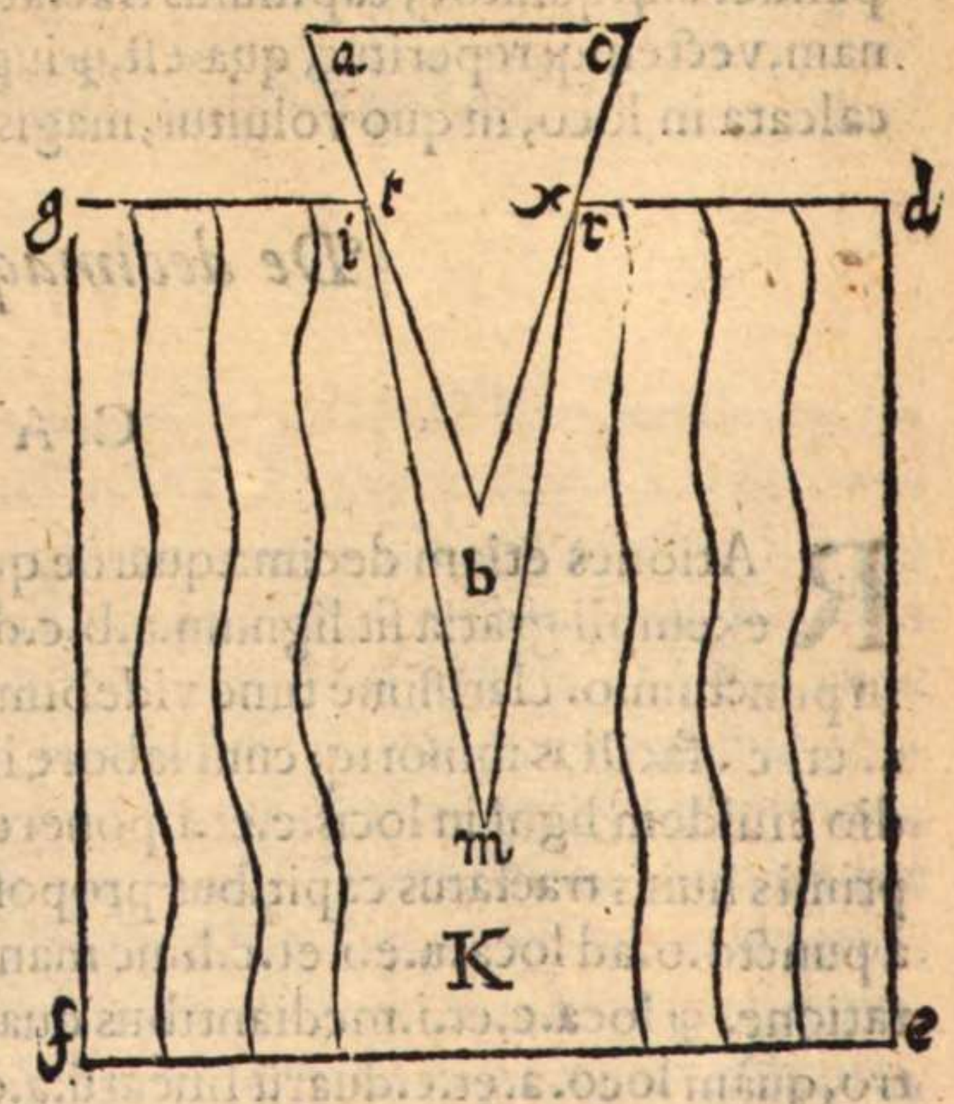
CAP. XX.

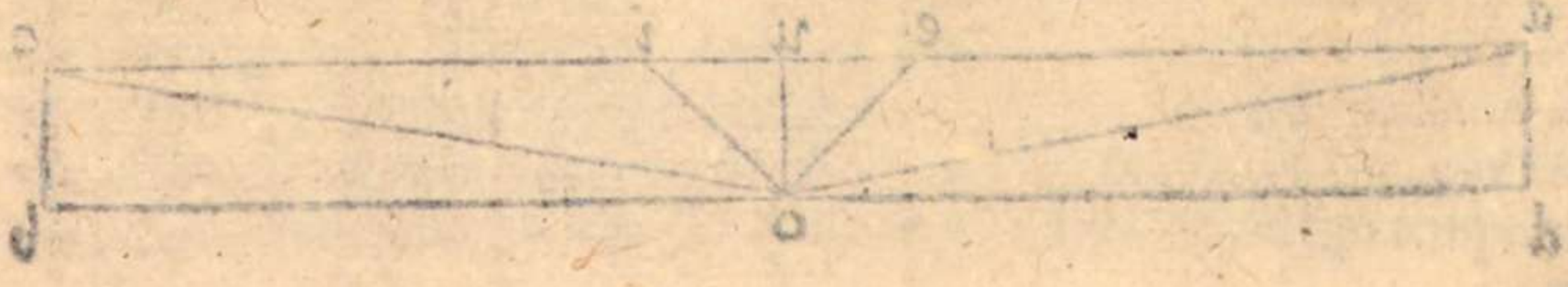
DEcimaseptima quæstio ab Aristotele haud benè percepta fuit, quia is non accommodat partes vectis suis locis. Quamobrem imaginemur duos vectes. a.o.n.et.o.e.u.quorum centra, quæ hypomochlia appellantur sint. o. & pondera, quæ sunt attollenda sint.a.et.e.inter se æqualia,& distantię sint.a.o.et.e.o.sibi inuicē æquales,sed.o.n.æqualis sit ipsi.o.u:clarum erit,q̄ ad eleuandum.a.oportebit deprimere.n.& ad eleuandum.e.oportebit attollere.u.Et quia omnia supponuntur æqualia,clarum quoque erit,communi scientia, tantam virtutem in n.quanta sufficiet ad attollendū a.in.u.quoq; suffecturam ad eleuandum.e. quia cū æqualibus angulis ijs,quibus duæ virtutes. a. et.n.annituntur.o.centro, ita. e. et.u.è contrario suo centro.o.annituntur. & omnes rationes proucte.a.o.n.quarto quintoq́; huius tractatus capitibus citatæ,vecti.o.e. u. vt satis superq́; dixi in dicto capit.5.conuenire possunt.



Nunc sit aliqua pars ligni cindenda secundum venulas suas.d.e.f.g. & sit cuneus a.b.c.qui vi mallei. P. vsque ad.t.x.penetrarit. Hinc clarum erit, quòd apertura i.m.r.ligni, post quam infigitur cuneus secundum venas,longior erit parte.x.b.t.cunei, quæ ingressa est. Oportet nunc imaginari duos vectes similes supradictæ. u. e. o. in hunc modum, vt puncta.i.r. ligni sint loco.u.extremi ipsi⁹ vectis, et.t.x.loco virtutis applicatæ ipsi. u. & resistentia circa punctum.m.loco ponderis.e.vectis.o.e. u. dicti, & pars. K. quasi immediata post.m. versus extremitatem.f.e.ligni,sit loco hypomochlij.o. Hinc fiet vt quanto longiores erunt lineæ.i.m.K.et.r.m.K.tantò quo que facilius virtutes.t.x.impellent.i.r.







De

X

De uera & intrinseca causa trochlearum.

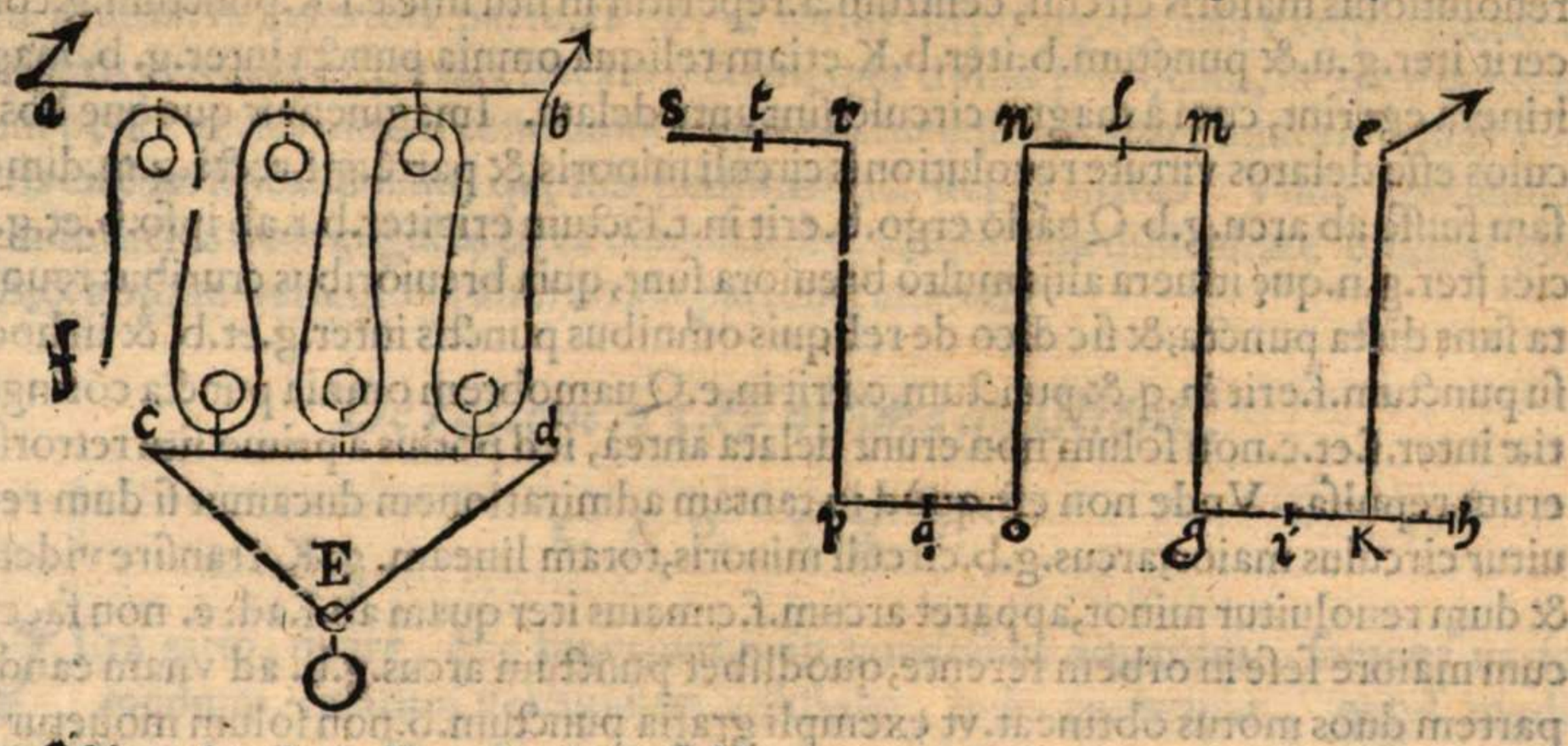
CAP. XXI.

PRo intelligenda vera,& intrinseca ratione, vnde fiat ut multitudo rotularum in trochleis causa sit,ut exigua vis sursum moueat,aut attollat pondera magna. Imaginemur duas hîc subscriptas trochlæas explicatas transuersaliter in hunc modum, idest sit paruũ tignũ.a.b.fixum & parallelũ orizonti. cui sint rotulæ appense ab inferiori parte ad superiorem huicq; è regione oppositę sit aliud tignũ.c.d.quod moueri possit ab imo ad sumum,super quod totidem sint rotulæ aut radij, cũ annexa postea fuerit funis puncto. b. fixo, eam faciendo pertransire per rotulas tam à parte superiore,quam ab inferiore; & appensum deinde cum erit paruo illi tigno. c. d. mobili pondus.E.ducendo postmodum extremum.f.funis transeuntis per rotulas,idem planè fiet quod à trochleis simul unitis fieri solet. Cuius quidem effectus ratio sub nostram cognitionem cadet facilius in huiusmodi figura. Imaginemur seperatim stateram.g.h.cuius cẽtrum sit.K.ita situm,ut brachium.g.k.sit duplum ad brachium. K. h.supponendo igitur in puncto.g.pondus,aut virtutem mouentem unius libræ, & in h.duarum librarum,absq; dubio hæ duæ uirtutes in huiusmodi distantijs à centro æquales inuicẽ erũt,ob rationes prioribus capitibus iam allatas,& statera orizontalis manebit. Vnde clarum erit,ꝙ quæuis etiam exigua virtus adiuncta ipsi. g. mouebit stateram extra orizontalem situm. Nunc si puncto.i.ex æquo medio inter.g. et. K. applicata erit virtus ipsius.h.non amplius considerato brachio.K.h.inclinante uirtute ipsius.i.eandem partem versus, in quam inclinabat,quando erat in.h.sed uirtus ipsius.g.inclinet contrario modo, diuersoq: ab eo,quo inclinabat prius;clarum quoq; erit,communi conceptu,& ob ea,quæ cap.5.huius tractatus sunt dicta. g. h. semper in eodem situ absque motu mansuram,hancq; stateram appellabimus mobilem, & primam. Imaginemur nunc à puncto.e.fixo descendere funem.e.K. quæ fulciat punctum.K.extremum diametri.g.K.quam intelligo pro diametro vnius ex rotulis inferioribus trochleæ; & sit.n.l.m.diameter vnius ex rotulis superioribus alterius parui tigni defixi à parte inclinationis ipsius.g.& parallela diametro. g. K. cuius diametri centrum fixum sit.l.& sit coniunctum.g.punctum, à fune cum puncto.m.quæ tã perpendicularis sit primo diametro.g.i.K.quàm secundo.n.m.idest ita vt anguli.n.m.g.

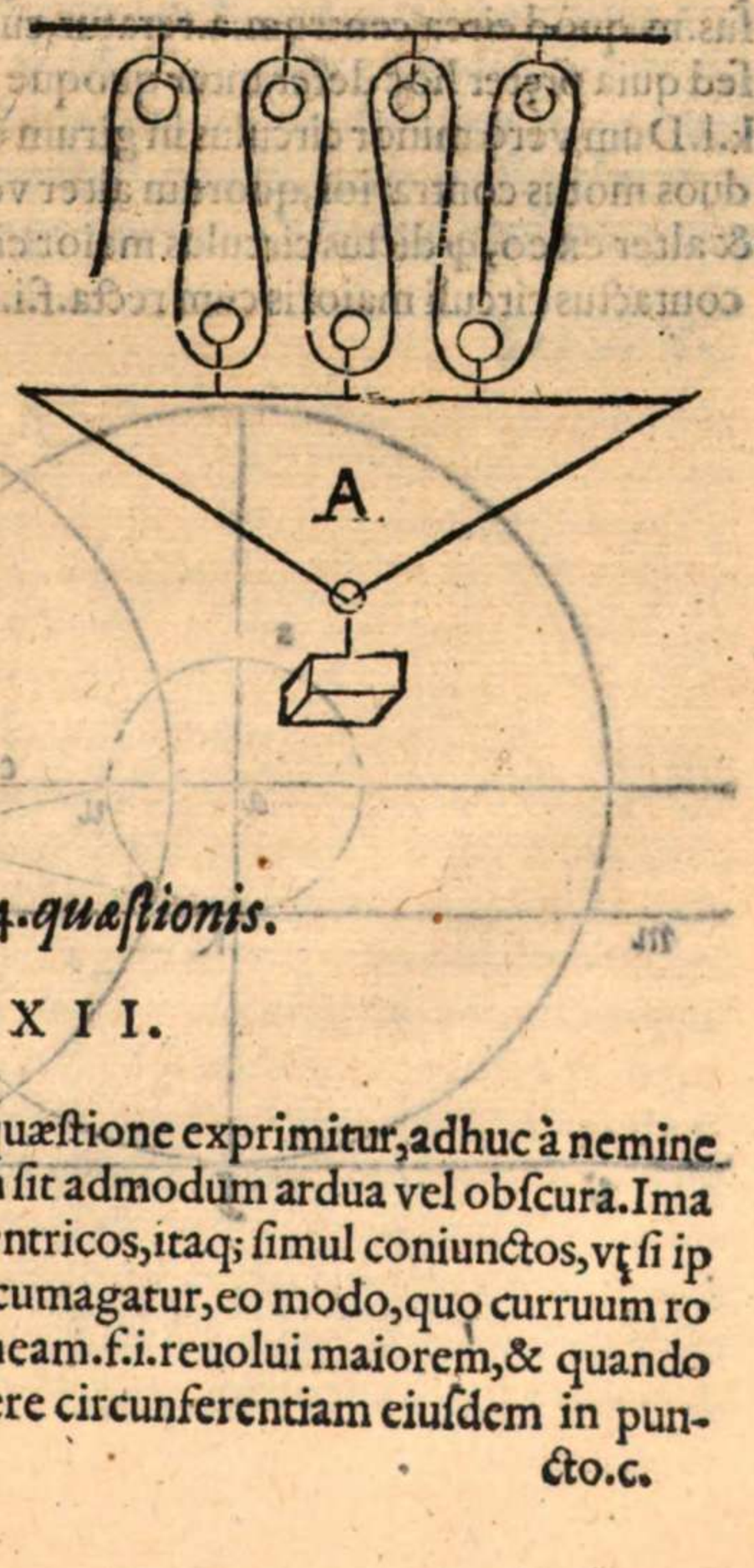
et.m.g.k.ſint recti. Imaginemur quoq; virtutem ipſius.g.applicatam eſſe extremo. n.cum inclinatione tamen contraria,ideſt ad inferiorem partem,quæ quidem virtus communi quodam conceptu eandem poſſidebit vim ſuſtentandi immobilem diame trum.g.i.k. quam habebat, qñ erat in.g.cum inclinatione ad ſuperiorem partem, & ſic etiam diameter.n.l.m.non magis ab una,quàm ab alia parte declinabit, quia cum quædam virtus in.n.reperiatur æqualis medietati uirtutis ipſius.i. quæ uirtus ip ſius.i.uim habet deprimendi ipſum.g.ideſt.m.pro dimidia ſui ipſius parte, ſequitur. n.m.debere immobilem permanere. Nunc ſi alia diameter rotulæ mobilis erit de- ſumpta,quæ ſit.p.q.o.cuius centrum ſit.q.in ſitu parallelo ipſi.n.l.m.& ſic collocata, vt coniungendo.o.cum.n.anguli.m.n.o.et.n.o.p.ſint recti: ſi imaginati fuerimus trāſ latum eſſe pondusipſi⁹.n.in.o.cū eadē inclinatione ad depræſſiorem partem,illud ip ſum,ac ſi eſſet in.n.communi conceptu,ſine alicuius diametri mutatione præſtabit. Et ſi centrum.q.fixum eſſet,& extremo.p.appoſitum fuiſſet pondus ipſius.o.cum in clinatione ad ſuperiorem partem,idem etiam planè pręſtaret,etiam ſi nullum ullius diametri ſitum,communi ſcientia,mutaret, cum extremum. m. deorſum ſit ductum à.g.uirtute dimidiæ partis ipſius.i.& ab alia huic ſimili. m. quoque deorſum ſit tra- ctum ab . o : quod quidem.o.deorſum eſt alteratum,ob inclinationem ad ſuperius à uirtute poſita in.p.ſupponendo centrum.q.fixum. Sed ſi loco centri fixi,imagina bimur in.q.pondus aliquod æquale ipſi. i. quod duplum erit in uirtute ad eam, quæ eſt ipſius.p.& ipſius quoque. g: ſequetur etiā eadem immobilitas horum trium dia- metrorum. Quia cum ſit huiuſmodi pondus ſeu virtus in.q. cum inclinatione con- traria virtuti in.p.quæ æquipollet dimidiæ parti ipſius.q.& ſic ei quæ eſt ipſius.o. ſi- militer quia.o.tractum eſt ſupra ab.n.virtute ipſius.g.quod.m.deorſum trudit; idcir co quanta erit vis quam habebit virtus in.q.ferendi deorſum diametrum.p. o. tanta quoque virtutes ipſorum.p.et.o.æquales,& æqualiter diſtantes à.q.ipſum ad ſupe- riorem partem inclinabunt. Quamobrem nec aſcendet, nec deſcendet, nec locum mutabit. Supponamus nunc quartum diametrum rotulæ.s.t.r. quæ ſit ſecunda rotu larum fixarum,parallela ipſi.p.o.& in eo ſitu,quo coniungendo extrema.r.p.angu o.p.r.et.p.r.s.ſint recti,& inraginemur virtutem ipſius.p.reperiri in.s.cum inclinatio ne tamen contraria,ideſt deorſum verſus,ex his idē quoque planè ſequetur , ideſt q nulla harū quatuor diametrorum mouebitur. quia eundem effectū cū inclinatione deorſum verſus efficeret dicta virtus in.s.quem in.p.cum inclinatione ſurſum verſus. et iam dictum eſt virtutem ipſius.g.dimidium virtutis ipſius.i.trahere.m.quæ mediā te.n.attrahit.o.eodem robore,et.s.eadem vi trahit.p.medio ipſius.r.Hucuſque ſcię- tificè nouimus pondus,aut virtutem ipſius.s.quæ eſt dimidium ipſi⁹. i. ſuſtinere uim ipſorum.i.et. q. nam quater tantum, quanta ipſamet virtus ipſius.s.eſſe conſpicitur. Et ſi adiunctę nobis eſſent duæ aliæ diametri cum ijſdem planè conditionibus ijſdē rationibus vtentes,cognoſceremus quod eadem medietas ipſius.i.ſexies tantum pō deris,quanta ipſa exiſteret,ſeſtineret. Vnde manifeſtū euadit, q eidem medietati ipſius.i.in.s.nonnihil virtutis addendo,dictæ diametri,illicò mouerētur ſitu. Et quia rotulæ in quolibet puncto,aliquam diametrum habent, neceſſariò ſequitur q infe- riores ad ſuperiores accedere debeant. Attamen ſi forte extremum immobile ip- ſius funis non pendet à puncto.e.trochleæ ſuperioris,ſed alligatum fuerit ad mediū inferioris trochleæ ut ad punctum.i.ope unius trochleę ſuperioris immobilis vt in fi gura. A. videre licet,clarè patebit q à tribus virtutibus æqualibus pondus in.i.poſitū ſuſtinebitur;hoc eſt à.g.ab.i.& ab.k. quarū vnaquęque tertia pars erit ipſius.i.in con contrariam partē,hoc eſt tertia pars reſiſtentiæ.propterea q ex æquo inter ſe diſtāt.

g.i.

g. i.et. K: Quà propter augebitur virtus per numeros ímpares, hoc modo; Nam. g. eſſet tertia pars reſiſtentię, quemadmodum prius media erat. Idem infero de.m.n. o.p.r.et.s.Sed cum oporteat pondus.q.tantum eſſe vt ſufficiãt reſiſtentiæ in. o. et.p. ipſum ſuſtinere, idcirco ipſum pondus.q.ſubſeſquialter erit põderi in.i.poſiti.Quapropter.s.quinta pars erit ponderum.i.et.q.Deinde ſi adhuc. duo diametri vnus inferior,alter verò ſuperior additi fuerint cum pondere æquali.q. ad medium diametri inferioris,tunc pondus.s.erit ſeptima pars trium ponderum.i.q.& tertij additi,ex



ſupradictis rationibus. Et quia virtus ſuſtinens totale pondus trochleæ inferiori appenſum in tot diuiditur partes æquales, quot ſunt diametri orbiculorum trochleæ inferioris,quando extremum immobile funis alligatum fuerit trochleę ſuperiori, vt puta in puncto.e.cum verò alligatum fuerit trochleæ inferiori,virtus primi diametri.g.i.K.trochleæ inferioris ſemper ſeſquialtera erit vnicuique aliorum diametrorũ; ideò virtus reſiſtentię alterius extremi mobilis funis,puta.s.ſubmultiplex erit totalis ponderis,eo modo quo diximus, cuius virtus,ſeu grauitas diuiditur ſeu diſtrubuitur diametris inferioris trochleæ vt dictum eſt.

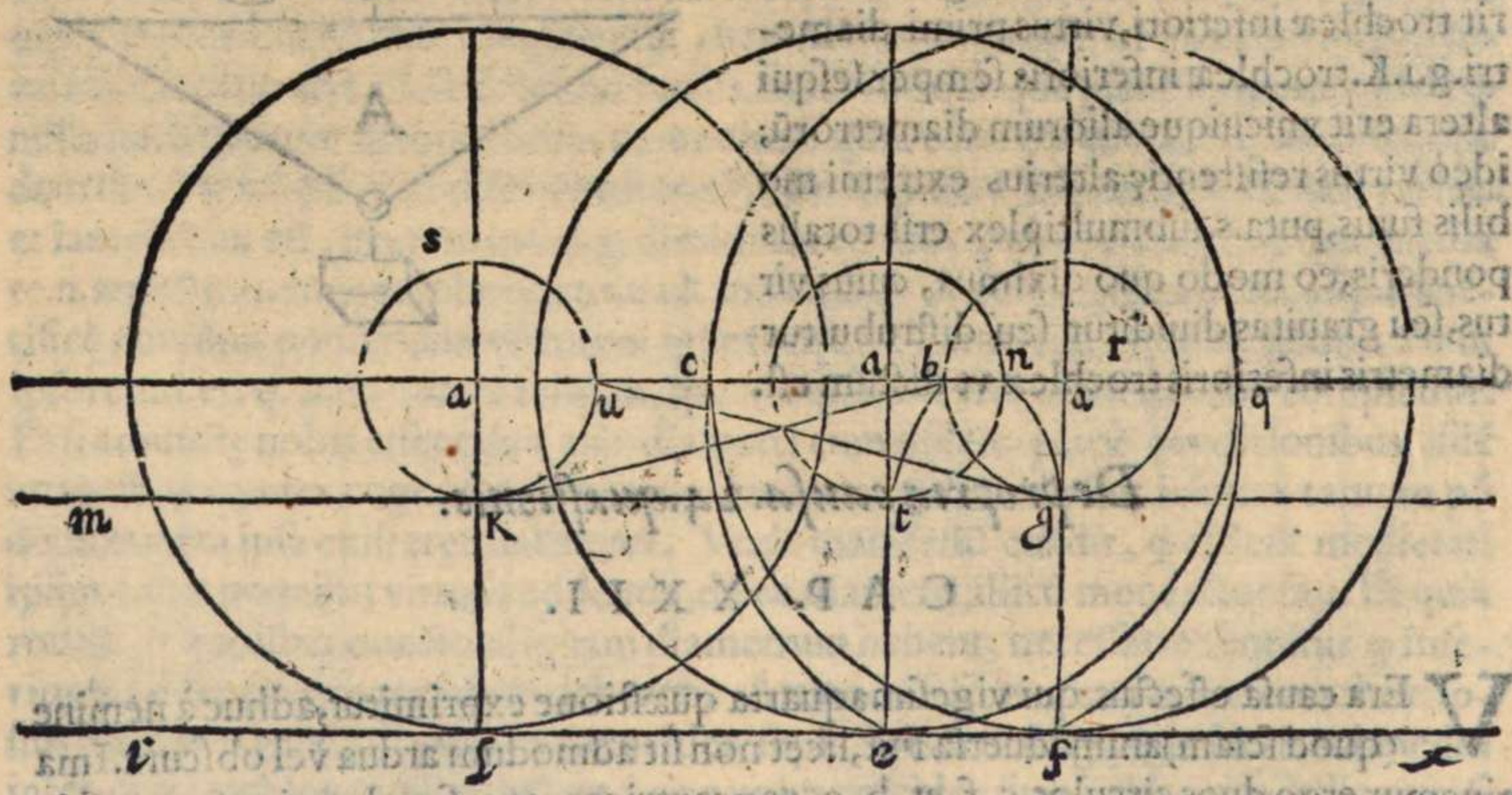


De propria cauſa. 24. quæſtionis.

CAP. XXII.

VEra cauſa effectus, qui vigeſimaquarta quæſtione exprimitur, adhuc à nemine (quod ſciam) animaduerſa fuit, licet non ſit admodum ardua vel obſcura. Imaginemur ergo duos circulos.c. f. et. b. g. concentricos, itaq; ſimul coniunctos, vt ſi ipſorum vnus feratur in orbem, alius quoque circumagatur, eo modo, quo curruum rotæ voluuntur. Et imaginemur primò ſuper lineam.f.i. reuolui maiorem, & quando idem circulus erit in.l. dictam lineam.f.i. tangere circunferentiam eiuſdem in puncto.c.

&to.c.vnde linea.g.m.mediante.K.continget circunferentiam circuli minoris in pun &to.b:et.K.g.ex.34.primi Eucli.æqualis erit ipsi.f.l.quia ex.17.tertii, anguli.f. et. g. sunt æquales,vnde ex.28.primi.f.l.et.g.K.sunt parallelæ.& sic erunt.k.l.cum. f.g. ex eadem supradicta.Ratio autem,qua arcus.g.b.transierit lineam.g. K. maiorem ipsa, est, quia dum mouetur,quodlibet punctum ipsius.g.b.virtute reuolutionis ipsius.f.c. omne punctum eiusdem arcus.g.b.vlterius versus.K.quam si moueretur virtute reuolutionis ipsius.g.b.super lineam.g.m.defertur. vt exempli gratia, quando virtute reuolutionis maioris circuli, centrum.a.reperitur in situ lineæ.l.K.punctum.g.confe cerit iter.g.u.& punctum.b.iter.b.K.etiam reliqua omnia puncta inter.g. b. magna itinera egerint, cum à magno circulo sint ante delata. Imaginemur quoque hos cir culos esse delatos virtute reuolutionis circuli minoris,& parte.g.t.rectè.g.n.dimen sam fuisse ab arcu.g.b Quãdo ergo.b.erit in.t.factum erit iter.b.t.ab ipso.b.et.g.fa ciet iter.g.n.quę itinera alijs multò breuiora sunt, quia breuioribus cruribus reuolu ta sunt dicta puncta;& sic dico de reliquis omnibus punctis inter.g.et.b. & in hoc ca su punctum.f.erit in.q.& punctum.c.erit in.e.Quamobrem omnia puncta cõtingen tiæ inter.f.et.c.non solum non erunt delata anteà, sed potius à primo situ retrorsum erunt repulsa. Vnde non est,quòd in tantam admirationem ducamur si dum reuol uitur circulus maior,arcus.g.b.circuli minoris,totam lineam. g. K. transire videtur, & dum reuoluitur minor,apparet arcum.f.c:maius iter quam ab.f.ad. e. non facere, cum maiore sese in orbem ferente,quodlibet punctum arcus.g.b. ad vnam eandẽq; partem duos motus obtineat.vt exempli gratia punctum.b.non solum mouetur ver sus.m.quòd circa centrum.a.feratur,cum ipsum etiam centrum moueatur versus.m. sed quia pręter hoc deferantur quoque à circulo maiori versus.m. vsque ad lineam. k.l.Dum verò minor circulus in girum ducitur,habet quodlibet punctum arcus. f.c. duos motus contrarios,quorum alter versus.i. virtute reuolutionis circuli minoris, & alter ex eo, ꝙ dictus circulus maior circa centrum.a. voluatur, vnde omne punctũ contactus circuli maioris cum recta.f.i.tetrorsum pellitur versus.x.



De

De uera cauſa. 30. quæſtionis.

CAP. XXIIII.

VEra ratio, cur homo dum ſedet (non tamen Turcarum more) ſi velit ſeſe in pedes erigere, calcaneos retrahit, vt efficiat angulum acutum, cum fęmoribus coxis à parte inferiori, & ventrem inclinat, ad conſtituendum etiam angulum acutum in ſuperiori parte, ea eſt; vt totius corporis pondus, ex ęquo, ideſt ab oppoſitis partibus circundet lineam rectam, quæ tranſit per locum, in quo conquieſcunt pędes verſus mundi centrum. ideſt, ut edatur ęquilibrium ponderis ipſius corporis circum lineam illam, quę ſub pedibus inſeruit pro ſparto. Vnde aperiendo, deinde dictos duos angulos circa dictam lineã, abſque vlla difficultate erigitur corpus, & abſque periculo in alterutram partem cadendi.

De ratione. 35. & ultima quæſtionis.

CAP. XXV.

VEra ratio, quare, quę reperiuntur in vorticibus aquarum, ſemper verſus medium ipſarum vertiginum vniuntur, inde promanat, quod media vertiginum ſemper depreſſiora ſunt. vnde quòd dicta corpora ad medium accedant, nihil aliud eſt, quàm ipſa corpora ſuo pondere grauitateque deſcendere, figura enim vorticibus eſt quaſi conica, & concaua cum angulo deorſum, & gyro baſis ſurſum. Atque hæc vera eſt huius effectus cauſa, & non ea quam Ariſtoteles ponit, à quo aliarum omnium quæſtionum, quas ego omiſi rationes ſunt benè propoſitæ.

DISPV-

DISPVTATIONES DE QVIBVSDAM PLACITIS ARISTOTELIS.

QVANTA est certè Aristotelis amplitudo atque authoritas, vt difficillimum ac periculosum sit quidpiam scribere contra quam ipse docuerit, & mihi præsertim, cui semper visa est viri illius sapientia admirabilis. Veruntamen studio veritatis impulsus, cuius ipse amore in seipsum si viueret excitaretur, in medium quædã proferre non dubitaui, in quibus me inconcussa mathematicæ philosophiæ basis, cui semper insisto, ab eo dissentire coegit.

Qualiter & ubi Aristoteles de uelocitate motuum naturalium localium aliter tractauerit quam nos sentiamus.

CAP. I.

VOlens Aristoteles probare vacuum non esse in rerum natura. 8. cap. lib. 4. physicorum ait, idem corpus per varia diuersaq; media, vt per aerẽ, & per aquã si moueretur, proportionem velocitatis eiusdem corporis per aerem, ei, quæ per aquam fit, vnam eandemq; futuram cum ea, quæ est subtilitatis aereę ad subtilitatem aquæ. In postrema autem parte eiusdem capitis sic scribit: Nam cum ea quę maiorem vel ponderis vel leuitatis pręstantiam habent, si simili figura sint, spaciũ par, & æquale, maiore celeritate conficere cernamus, ea quam magnitudines inter se habent, proportione: profectò idem etiam per inane fieret. Aliam quoque rationem proponit phylosophus. 2. cap. sexti physicorum scribens eademmet proportione, qua tempus diuiditur, magnitudinem etiam diuidi. Sexto autem cap. primi de cœlo scribit, tempora eandem proportionem habere, quam habent è conuerso pondera; vt si media pars vnius ponderis, vnius horæ spatio moueretur, vniuersum pondus in media hora moueretur. Secundo cap. lib. 3. de cœlo duobus in locis apertè commonstrat velocitatem corporis minoris, maiori corpori comparatam, in eadem existere proportione, in qua dicta corpora adinuicem relata existunt. Quinto cap. eiusdem lib. idem affirmat, exemplo ab igne desumpto. Ex alijs etiam plurimis locis cognosci potest, sensisse Aristotelem duo corpora eadem specie, & figura prædita eandem planè proportionem in suorum motuum velocitatibus, quam in suis magnitudinibus habent, retinere. Alij quoque permulti eandem opinionem retinuerunt, & omniũ postremus Nicolaus Tartalea, secunda propositione vigesiminoni quæsiti octaui libri, vbi profitetur se demonstratiuè probare hanc propositionem veram existere; neq; videt quàm magna resistentiarum sit differentia, quæ tam ex diuersitate figurarum, quàm ex magnitudinum varietate exoriri potest; quas quidem diuersitates ne considerat quidem.

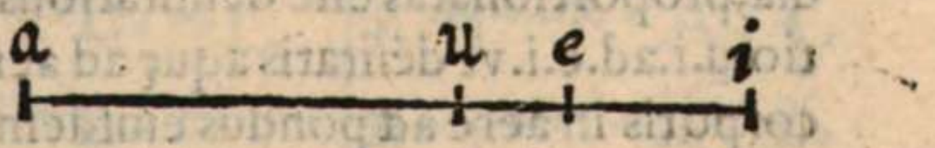
Quędam

Quædam ſupponenda ut conſtet cur circa uelocitatem motuum naturalium localium ab Ariſtotelis placitis recedamus.

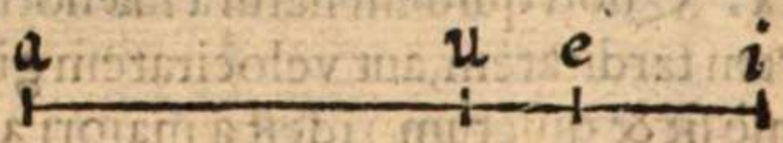
CAP. II.

CVM ſuſceperimus prouinciam probandi quod Ariſtoteles circa motus locales naturales deceptus fuerit, ſunt quædam primo veriſſima & obiecta intellectus per ſe cognita preſupponenda, ac primum quælibet duo corpora, grauia, aut leuia, area æquali, ſimiliq; figura, ſed ex materia diuerſa conſtantia, eodé que modo ſitum habentia, eandem proportionem velocitatis inter ſuos motus locales naturales, ut inter ſuamet pondera aut leuitates in vno eodemq; medio, ſeruatura. Quod quidem natura ſua notiſſimum eſt ſi conſiderabimus non aliunde maiorem tarditatem, aut velocitatem gigni, quàm à.4. cauſis (dummodo medium vniformè ſit & quietum) ideſt à maiori aut minori pondere aut leuitate; à diuerſa figura; à ſitu eiuſdem figuræ diuerſo, reſpectu lineę directionis, quæ recta inter mundi centrum, & circunferentiam extenditur; & ab inæquali magnitudine. Vnde patebit, quòd figuram non variando, nec in qualitate nec in quantitate, neque eiuſdem figuræ ſitum, motum fore proportionatum virtuti mouenti, quæ erit pondus aut leuitas. Quod autem de qualitate, de quantitate & ſitu eiuſdem figuræ dico, reſpectu reſiſtentiæ ipſius medii dico: Quia diſſimilitudo aut inęqualitas figurarum, aut ſitus diuerſus non parũ alterat dictorum corporum motus, cum figura parua facilius diuidat continuitatem medij, quam magna; vt etiam cęlerius idem facit acuta, quàm ob tuſa; & illa quæ cum angulo, qui antecedat mouebitur velocius quàm illa, quæ ſecus. Quotieſcunque igitur duo corpora vnam eandemq; reſiſtentiam ipſorum ſuperficiebus, aut habebunt aut recipient, eorum motus inter ſeipſos eodem planè modo proportionati conſurgent, quo erunt ipſorum virtutes mouentes: & è conuerſo, quotieſcunque duo corpora vnam eandemq; grauitatem, aut leuitatem, & diuerſas reſiſtentias habebunt, eorum motus inter ſeipſos eandem proportioné ſortientur, quã habebunt eorum reſiſtentiæ conuerſo modo; quæ quidem reſiſtentiæ inter ſeipſas, eandem proportionem quàm ipſarum ſuperficies habebunt, aut in qualitate ſola figuræ, aut in quantitate ſola, aut in ſitu, aut in aliquibus ex dictis rebus, eo tamen modo, qui ſuperius poſitus fuit, vt ſcilicet corpus illud quod alteri comparatum, æqualis erit ponderis, aut leuitatis, ſed minoris reſiſtentiæ, exiſtet velocius altero, in eadé proportione, cuius ſuperficies reſiſtentiam ſuſcipit minorem ea quæ alterius eſt corporis, ratione facilioris diuiſionis continuitatis aeris, aut aquæ; Vt exempli gratia, ſi proportio ſuperficiei corporis maioris ſuperficiei minoris ſeſquitertia eſſet, proportio velocitatis dicti corporis maioris, velocitati corporis minoris, eſſet ſubſeſquitertia; vnde velocitas minoris corporis, maior eſſet velocitate corporis maioris, quẽ admodum quaternarius numerus ternario maior exiſtit.

Aliud quoque ſupponendum eſt, velocitatem ſcilicet motus naturalis alicuius corporis grauis, in diuerſis medijs, proportionatam eſſe ponderi eiuſdem corporis in ijſdem medijs; Vt exempli gratia, ſi pondus totale alicuius corporis grauis ſignificatum erit ab. a.i. quo corpore poſito in aliquo me-



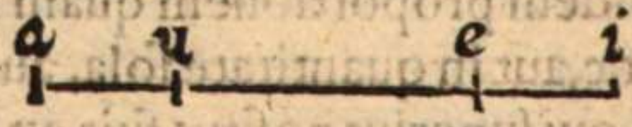
dio minus denſo, quàm ipſum ſit,(quia in medio ſe denſiore ſi poneretur,non graue eſſet,ſed leue,quemadmodum Archimedes oſtendit) illud medium ſubtrahat partem.e.i.vnde pars.a.e.eiuſdem ponderis libera maneat;& poſito deinde eodem corpore in aliquo alio medio denſiore, minus tamen denſo quam ipſum ſit corpus, hoc medium ſubtrahat partem. u.i. dicti ponderis , vnde pars. a.u. eiuſdem ponderis remanebit. Dico proportionem velocitatis eiuſdem corporis per mediũ minus denſum,ad velocitatem eiuſdem per medium magis denſum futuram vt.a.e. ad.a.u.vt eſt etiam rationi conſonum,magis quàm ſi dicamus huiuſmodi velocitates eſſe,vt.u.i.ad.e.i.cum velocitates à virtutibus mouentibus ſolum (cum figura vna , eademq; in qualitate,quantitate ſituq; erit) proportionentur. Quæ nunc diximus, planè ſimilia ſunt ijs,quæ ſupra ſcripſimus,quia idem eſt dicere,proportionem velocitatum,duorum corporum hetereogeneorum,ſed ſimilium figura, & magnitudine æqualium, in vno ſolo medio , æqualem eſſe proportioni ponderum ipſorum, vt ſi dicam⁹ proportionem velocitatum vnius ſolum corporis per diuerſa media eandem eſſe cum ea, quæ eſt ponderũ dicti corporis in iſidem medijs.



Poſſe uelocitatem alicuius corporis proportionem contrariam in diuerſis medijs habere cum denſitate eorum.

CAP. III.

POſſibile eſt in rerum natura corpus aliquod huiuſmodi denſitate prædituꝫ reperiri,vt velocitas eius motus naturalis per aerem,velocitati per aquam ita proportionata exiſtat,vt eſt déſitas aquæ denſitati aeris. Denſitas aquæ notetur(exempli gratia) per.u.i.& ea,quæ aeris eſt per.e.i.& pondus alicuius corporis in aere per e,a.& pondus eiuſdem corporis in aqua per.u.a.ita tamen, quod eadem proportio ſit.e,a.ad.u.a.vt.u.i.ad.e.i.vnde per vltimam ſuppoſitionem præcedétis capitis, proportio velocitatis prædicti corporis per aerem, proportioni eiuſdem corporis per aquam erit, vt e.a.ad.u.a.ergo per.11.quinti,vt.u.i.ad.e.i.



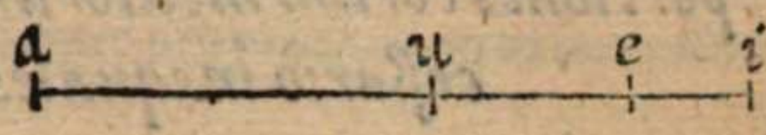
Oſcitanter ab Ariſtotele nonnihil prolatum cap.8. lib.4.Phyſicorum.

CAP. IIII.

EX ſupradictis patet in vniuerſum non eſſe verum quod Ariſto.8.cap.4.lib.phyſicorum ſcribit, velocitates ſcilicet motuum alicuius corporis per diuerſa media,proportionatas eſſe denſitatibus eorundem mediorum. Quocirca, ſit proportio.u.i.ad.e.i.vt déſitatis aquę ad aereã déſitatem.et.e.a.ad.u.a.vt ponderis alicuius corporis in aere ad pondus eiuſdem in aqua, ita tamen vt maior aut minor proportio ſit.e.a.ad.u.a.quam.u.i.ad.e.i.vnde exiſtente proportione velocitatis per aerẽ

ad

ad velocitatem per aquam vt.e.a.ad.a.u.non erit ergo vt.u.i.ad.e.i. Ob hanc igitur cauſam nimis diſſentaneum eſt rationi, opinari proportionem velocitatis omnium corporum grauium per aerem vnam eandemq; eſſe cum velocitate eorundem per aquam, quemadmodum Ariſtoteles ſenſit.



Exempla dictorum.

CAP. V.

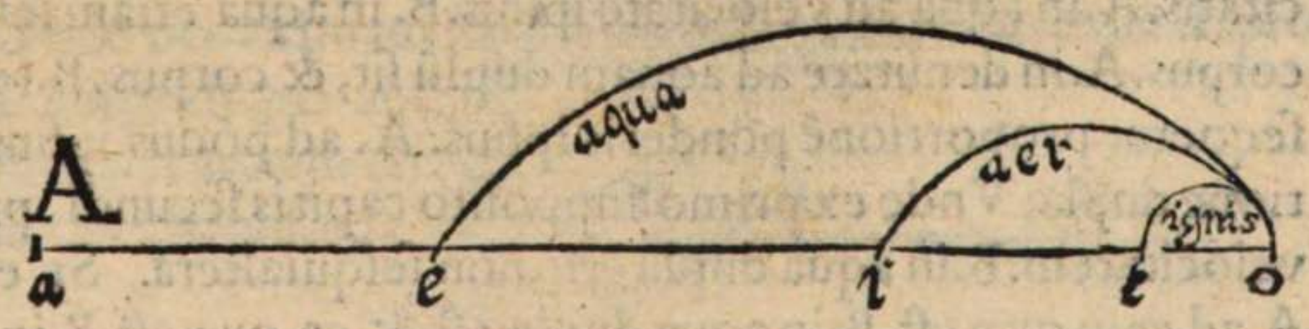
PONamus, exempli gratia, aquam eſſe in denſitate dupla ad aerem, & aliquod graue corpus in aqua duplum ad denſitatem ipſius aquæ, vnde dictum corpus in denſitate ad aerem quadruplum erit; quam ob cauſam, mediam ſui ponderis totalis partem in aqua, & in aere quartam partem, ex.7.lib.de inſidentibus aquæ ab Archimede conſcripto, amitteret. Moueretur igitur in aqua virtute illius mediæ partis pŏderis ſui, in aere aũt uirtute triũ quartarũ; vnde proportio facultatis mouẽtis dicti corporis in aere ad facultatem mouentem eiuſdem in aqua ſeſquialtera erit. hocq; corpus appelletur. A. Sit aliud quoque corpus, quod.B.nominetur, ſimile figura, & magnitudine corporea corpori.A.ſed dẽſitate, in proportione ſeſquialtera ad aquã, & denſius erit aere in proportione tripla. quamobrem corpus. A.grauius erit corpore.B.in aere in proportione ſeſquialtera, vnde etiam velocius erit ipſo. B.in aere in eadem proportione, ſed corpus.B.in aere, duplo maius pondus habebit, quã in aqua, cum in aere remaneant ei duæ ponderis tertiæ partes, & in aqua vna tantum, ita vt Ariſtoteli concedam corpus.B.in aere, quam in aqua velocius futurum in eadem proportione, in qua, aqua eſt dẽſior aere, ex Euclidis vndecima propoſitione lib.quinti. Sed præter hæc omnia, ſi corpus.A. eſſet etiam velocius in aere, quã in aqua, in eadem proportione, ſequeretur ex.16.dicti lib.quinti proportionem velocitatis.A.in aqua ad velocitatẽ ipſius.B. in aqua etiam ſeſquialteram eſſe. Sed cum corpus.A.in denſitate ad aquam duplũ ſit, & corpus.B.ſeſquialterũ ad ipſam aquã, ſequetur proportionẽ ponderis ipſius. A. ad pŏdus ipſius. B.in aqua eſſe in proportione dupla; Vnde ex primo ſuppoſito capitis ſecundi proportio velocitatis. A. ad velocitatem.B.in aqua dupla erit, non ſeſquialtera. Si ergo proportio velocitatis. A.ad eam quæ eſt.B.in aqua dupla eſt, & ea, quæ eſt.B.in aere, ad eam, quæ eſt ipſius per aquam eſt etiam dupla (vnde ea quę eſt.A.per aquam ęqualis erit ei, quæ eſt.B. per aerem, ex.9.lib.quinti) & cum ea, quæ eſt.A.ſit ei, quæ eſt.B.per aerem ſeſquialtera, erit ergo ea, quæ eſt. A.per aerem, ei, quæ eſt ſuimet ipſius per aquam ſeſquialtera, non autem dupla, ex. 7. eiuſdem libr.quinti. Hiſce rationibus accedimus ad confirmandam veritatem vltimi ſuppoſiti cap. 2.proportionem videlicet velocitatis motꝰ naturalis in diuerſis medijs alicuiꝰ corporis pŏderoſi in ipſis medijs eſſe eandem cum ea, quæ eſt inter pondera dicti corporis in dictis medijs. de ijs tamen medijs intelligendo, quæ unctuoſa, aut pinguia non ſunt, ut ſunt oleum, lac, aut huiuſmodi alia, quæ à qualibet minima qualitate frigoris aut caloris alterantur, & impermeabiles fiunt.

ꝑ aerem. A. 6.	
ꝑ aerem. B. 4.	ꝑ aquam. A. 4.
ꝑ aquam B. 2.	ꝑ aquam. B. 2.

Quod proportiones ponderum eiusdem corporis in diuersis mediis proportiones eorum mediorum densitatum non seruant. Unde necessariò inæquales proportiones uelocitatum producuntur.

CAP. VI.

OMne corpus graue variat proportionem ponderis per diuersa media, vnde proportiones velocitatum inæquales existunt. Vt exempli gratia, si fuerit corpus. A. cuius pondus totale sit. o. a. quod in aqua diminutum sit ratione partis. e. o. ita vt ei solum relinquatur pondus. a. e. & in aere adempta sit ei pars. i. o. vnde solum remaneat pondus. a. i. Supponamus aliud quoq; medium in eadem proportione minus densum, quàm aer, quemadmodum aer minus densus est, aqua, in quo, corpus. A. ammittat partem. t. o. ponderis sui, vnde ex. 7. lib. de insidentibus aquæ Archimedis, eadem proportio erit. e. o. ad. i. o. quæ est. i. o. ad. t. o. Supponamus quoq; eandem proportionem esse. a. i. ad. a. e. est. e. o. ad. i. o. tunc dico non futuram eandem proportionem. t. a. ad. a. i. quæ est. i. o. ad. t. o. Cum sit ergo proportio. a. i. ad. a. e. ut. e. o. ad. i. o. erit disiunctim. e. i. ad. e. a. vt. e. i. ad. i. o. Quare ex. 9. libr. quinti erit. a. e. æqualis. i. o. sed cum ita se habeat. e. o. ad. i. o. vt. i. o. ad. t. o. ita quoque se habebit, ex vndecima quinti. a. i. ad. e. a. ut. i. o. ad. t. o. Cum autem (vt vidimus). a. e. æqualis sit ipsi. i. o. non poterit esse proportio. t. a. ad. i. a., vt est. o. i. ad. t. o. quia si hoc esset, esset etiam disiunctim proportio. i. t. ad. i. a. vt est. i. t. ad. t. o. & ex supradicta 9. lib. quinti. a. i. æqualis esset. t. o. Maximum autem inconueniens esset. t. o. minorem o. i. ideſt minorem. a. e. æqualem esse. a. i. quæ maior est. a. e. Ostensiuè tamen idem hoc modo probari potest, vt existente. i. o. æquali ipsi. a. e. per consequens quoq; erit minor ipsa. a. i. cum. a. e. pars sit ipsius. a. i. Per eãdem tamen rationem. o. t. minor est. o. i. Tanto magis igitur minor erit. t. o. ipsa. i. a. Vnde ex. 8. libri quinti maiorem proportionem habebit. i. t. ad. t. o. quam ad. i. a. & ex. 28. eiusdẽ lib. i. o. ad t. o. maioré proportionẽ habebit, quàm. t. a. ad. i. a. ex. 12. igitur dicti quinti maiorem proportionem habebit. i. a. ad. e. a. quàm. t. a. ad. i. a. ita ergo se habebunt ipsorum velocitates.



Corpora grauia aut leuia eiusdem figuræ et materiæ sed inæqualis magnitudinis, in suis motibus naturalibus uelocitatis, in eodem medio, proportionem longè diuersam seruatura esse quam Aristoteli uisum fuerit.

CAP. VII.

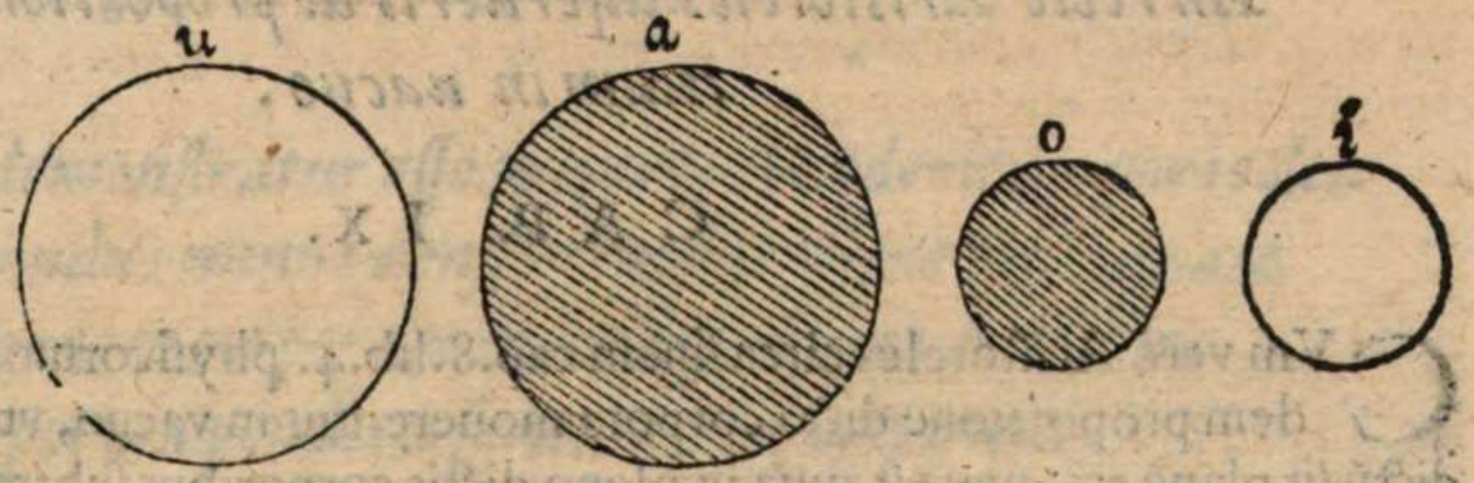
ESt mihi nunc probandum q; in uno eodemq; medio duo corpora inæqualia, sed simili figura & materia, mouebuntur naturali motu, diuersa tamen ratione ab

ea,

ea, quàm Aristoteles præscripsit.

Sint igitur corpora.a.et.o.inæqualia ,eadẽ tamen figura & materia prædita,quorum.a.maius sit,& per consequens in eadem quoque proportione grauius ipso.o. in qua est maius,communi omnium sententia.

Scribit ergo Aristoteles proportionem velocitatis corporis. a. ad eam , quæ est corporis.o.(naturaliter se vnoquoque mouente) eandem futuram, quæ est magnitudinis,aut grauitatis corporis.a.ad magnitudinem, aut grauitatem corporis.o. Imaginemur igitur corpus u. eadem magnitudine & figura,qua corpus.a.præditum est, sed eandem grauitatem obtinere,quæ communicata est corpori. o. quod ex quauis materia constet. Hinc ex primo supposito secundi capitis certi erimus proportionem velocitatis corporis.a.si comparetur cum velocitate corporis.u.futuram, vt eã, quæ est ponderis corporis.a.ad pondus ipsius corporis.u. Ex.9.igitur lib.quinti Eucli.cogitur fateri Aristoteles velocitatem corporis. o. esse vnam eandemq; in specie,quæ est corporis.u.Quod primo supposito cap.secundi huius lib.planè repugnaret. Igitur hæc Aristotelis opinio falsa est. Idem quoque probaretur mediante corpore.i.æquali magnitudine, similiq; figura cum corpore. o. prædito , sed, quòd ad quantitatem attinet,æquali corpori.a.vnde ex primo supposito cap.secundi huius libri in eadem proportione velociꝰ esset corpore . o. in qua grauius est. ex. 9. igitur quinti cogitur Aristoteles affirmare tã velox esse corpus a. quã est corpus i. vnde idem planè inconueniens emergit ex secundo supposito cap.secundi huius lib.

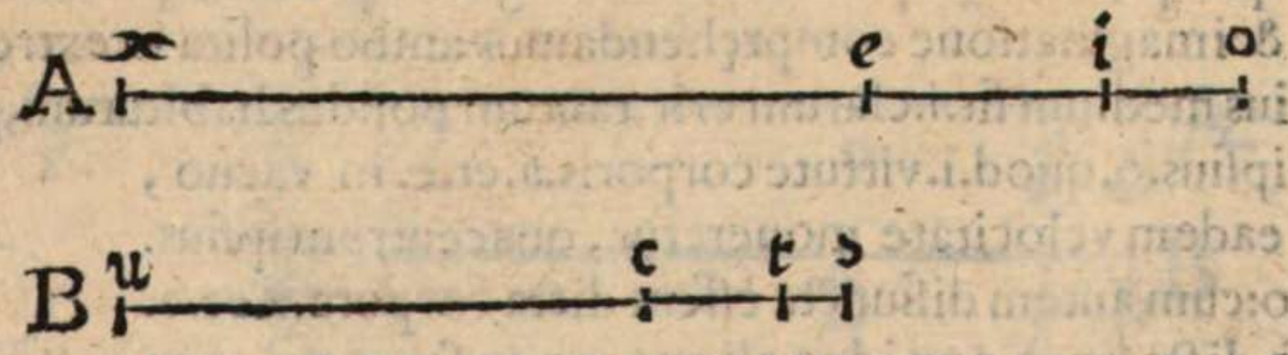


Quod duo corpora inæqualia eiusdem materiæ in diuersis medijs eandem uelocitatis proportionem retinebunt.

CAP. VIII.

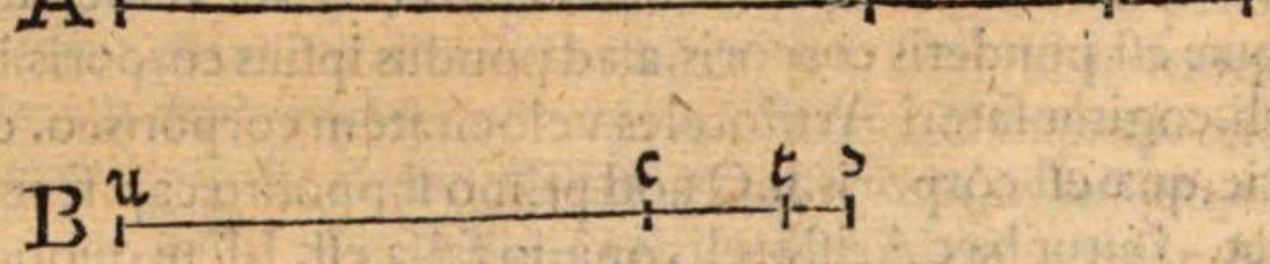
QVælibet duo corpora inæqualia similitamen figura & eadem materia constantia, naturaliter se per diuersa media mouentia , vnam eandemq; semper proportionem velocitatum seruant.

Sint duo corpora.A.et.B.sibi inuicem inæqualia quorum.A. sit maius, sed simile figura & idem materia, cuius pondus totale sit. x.o.& pondus totale ipsius.B.sit. u.s. Imaginemur quoque corpus.A. positum in aqua amittere partẽ.o. e. ponderis.



o.x.

o.x.et.B.quoque in eodem loco amittere.c.s.et.A.in aére partem.i.o.et. B.partem. .t.s. Nunc quia corpus aqueum, cui correſpondet.e.o.æquale eſt ipſi. A. & corpus aqueum,cui correſpondet.c.s.æquale eſt ipſi. B.vt eſt ab Archimede probatũ: communi quadam ſcientiæ ratione,ſequitur eandem proportionem futuram.o.x.ad.e.o. quæ eſt.u.s.ad.c.s.ob eaſdemq; rationes idem erit de. x. o.ad.i.o.ut.u.s.ad. t.s.& idẽ etiam erit de.o.x.ad.s.u.vt de.e.o.ad.c.s.vt etiam de. o.i.ad.s.t. Vnde ex. 19. lib. quinti erit de.x.i.ad.u.t.quemadmodum de.x.o.ad.u.s.idem dico de.x.e.ad.u.c.Ex 11.igitur dicti lib.erit.de.x.i.ad.u.t.quemadmodum de.x.e.ad.u.c.ex quibus quidẽ proportionibus, ſi ſubtrahantur proportiones reſiſtẽtiarum extrinſecus aduenẽtium, proportiones quæ remanebunt, ex tertio communi axiomate ab Eucli.in principio primi lib.poſito,ad inuicem erunt æquales,ſecundum quas eorundem corporum ſunt velocitates.



An rectè Ariſtoteles diſeruerit de proportionibus motuum in uacuo.

CAP. IX.

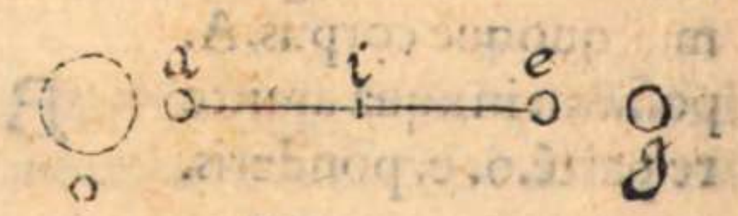
CVm verò Ariſtoteles circa finem cap.8.lib.4. phyſicorum ſubiungit quod eadem proportione dicta corpora mouerentur in vacuo, vt in pleno,id pace eiꝰ dictũ ſit planè erroneũ eſt.quia in pleno dictis corporibus ſubtrahitur proportio reſiſtentiarum extrinſecarum à proportione ponderum, vt velocitatum proportio remaneat, quę nulla eſſet, ſi dictarum reſiſtentiarum proportio, ponderum proportioni æqualis eſſet,& hanc ob cauſam diuerſam velocitatum proportionem in vacuo haberent ab ea,quæ eſt in pleno.

Quòd in uacuo corpora eiuſdem materiæ æquali uelocitate mouerentur.

CAP. X.

QVòd ſupradicta corpora in vacuo naturaliter pari velocitate mouerentur, hac ratione aſſero.

Sint enim duo corpora.o. et.g.omogenea, et. g.ſit dimidia pars ipſius.o.ſint alia quoque duo corpora.a.et.e.omogenea primis, quorum quodlibet æquale ſit ipſi.g. & imaginatione comprehendamus ambo poſita in extremitatibus alicuius lineæ, cuius medium ſit.i.clarum erit,tantum pondus habiturum,punctum.i.quantum centrũ ipſius.o.quod.i.virtute corporis.a.et.e. in vacuo, eadem velocitate moueretur, quacentrum ipſius. o:cum autem diſiuncta eſſent dicta corpora.a.et.e. à dicta linea,non ideo aliquo modo ſuam velocitatem



tem mutarent, quorum quodlibet esset quoque tam velox, quam est. g: igitur.g. tam velox esset quam.o.

Corpora licet inæqualia eiusdem materiæ & figuræ, si resistentias habuerint ponderibus proportionales æqualiter mouebuntur.

CAP. XI.

EAdem ratione, quam cap. antecedente præscripsimus, posset ostendi, si duo corpora.o.et.g. suas resistentias, ita ad inuicem proportionatas haberent, ut sunt eorum pondera, in pleno pari velocitate prædita esse, quod in fine capitis noni leuiter attigi, quia punctum.i. tam velox esset, ut centrum ipsius.o. cum à tanto pondere i. motum esset; quanto centrum ipsius.o. atque tam tam resistentiam duo corpora.a.et.e. quãta ipsum o. solum haberet ex hypothesi, dicta tamen corpora.a.et.e. tam separata, quam coniuncta, eandem velocitatem retinerent. g. igitur tam velox esset, quam.o.

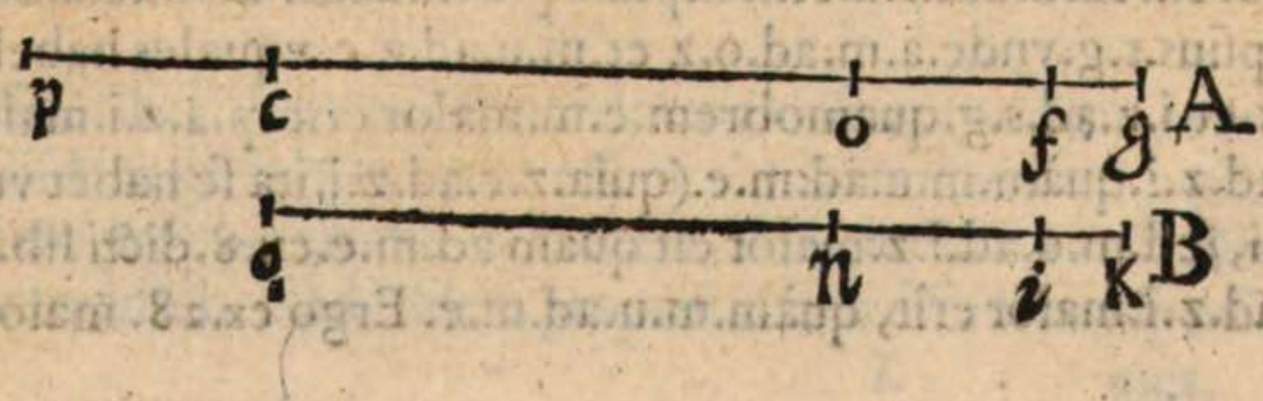


Maior hic demonstratur esse proportio ponderis corporis densioris ad pondus minus densi in medijs dẽsioribus, quam sit eorundem corporum in medio minus denso, nec corporum pondera seruare proportionem densitatis mediorum.

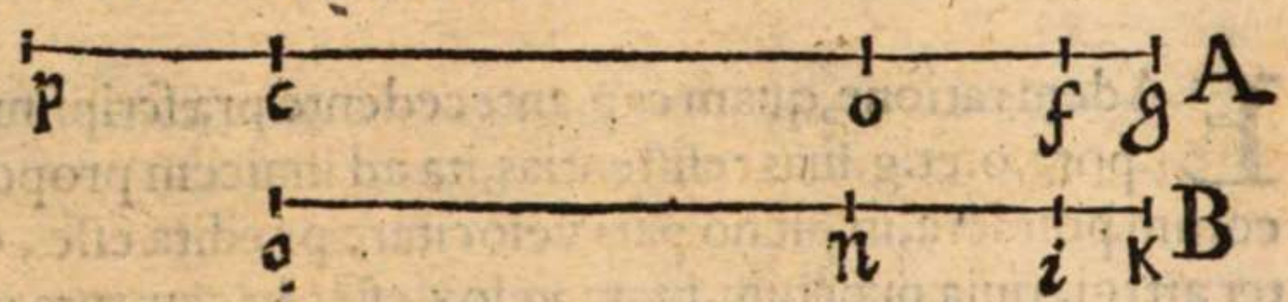
CAP. XII.

PRoposita nobis cum fuerint duo corpora. A.et.B. area corporea æqualia, quorum. A. densius sit ipso. B. probabo in medio magis denso, maiorem proportionem futuram ponderis ipsius. A. ad pondus. B. quàm in medio minus denso.

Sit igitur. p.g. pondus totale ipsius corporis. A.et.q.k. ipsius corporis. B. vnde. p. g. maius erit ipso. q.k. Sit quoque. o.g. pondus, quod medium magis densum subtrahit à pondere. p.g.et.n.k. sit pondus, quod idem medium subtrahit à pondere. q.k.et f.g. sit pondus, quod medium minus densum subtrahit à. p.g.et.i.k. illud, quod idem mediũ subtrahit ab. q.k. vnde. o.g. æquale erit. n.k.et.f.g. ipsi. i. k. quia quod ad areã attinet, corpora supponuntur æqualia, vnde proportio. p.f. ad. q.i. maior erit ea, quæ est. o.f. ad. n. i. communi scientiæ notione, quia si scinderet aliqs. p.f. in puncto. c. ita. vt. c.f. æquale esset ipsi. q.i. proportio. c.f. ad. q.i. esset vt ea, quæ est. o.f. ad. n.i. (hoc est nulla) sed



ſed proportio.p.f.ad.q.i.maior eſſet ea, quæ eſt.c.f.ad.q.i.ex.octaua lib.quinti, vnde ex.12.eiuſdem lib.maior eſſet.p.f.ad.q.i.quàm.o.f.ad.n.i.ex.33.igitur eiuſdem, maior erit proportio.p.o.ad.q.n.quàm.p.f.ad.q.i. Sic quoque ſe habebunt ad inuicem velocitates,quod eſt propoſitum. Cum autem proportio.p.o.ad.q.n.maior ſit, quàm.p.f.ad.q.i.permutando igitur maior erit proportio.p.o.ad. p.f.quam.q.n. ad. q.i.aut euerſim maior erit proportio.q.i.ad.q.n.quàm.p.f.ad.p. o.vnde ſi proportio p.f.ad.p.o. eſſet ac ea, quæ eſt.o.g.ad.f.g.non eſſet.q.i.ad.q.n.ut eſt.o.g.ad. f. g. aut vt.n.k.ad.i. k. quod idem eſt, de quibus quidem rebus, exemplis propoſitis quinto capite mẽtionem feci.



Velocitatibus autem ſequentibus pondera, ſequitur proportionem velocitatum duorum corporum hetereogeneorum eandem non eſſe per diuerſa media, contra id,quod ſequeretur ſi Ariſtotelis opinionem.8.cap. lib. 4. phyſicorum reciperemus.

Longe aliter ueritatem ſe habere quam Ariſtoteles doceat in fine libri ſeptimi phyſicorum.

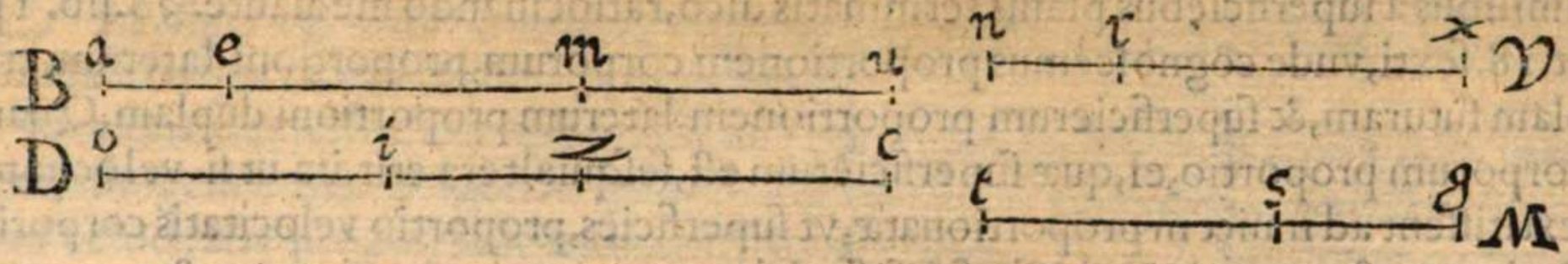
CAP. XIII.

NOn tam facile eſt aſſignare proportionem velocitatum duorum corporum naturalium,quam Ariſtoteles vltimo cap.lib.7.phyſicorum putauit.

Quamobrem ſint duo corpora.B.et.D.materia magnitudineq; diuerſa,pondere tamen,& figura ſimilia,& proportio reſiſtentiarum,quas recipiunt à medio dũ mouentur,ſit.ut.o.i.ad.a .e.denotentur deinde velocitates totales abſque vlla reſiſtentia ab.a.u.et.o.c.quæ æquales erunt ad inuicem per communem ſcientiam ex ſuppoſito,ſint alia deinde duo corpora.V.et.M.eodem modo ſe habentia ut prima.B. et.D.in eodem medio,ſed ex diuerſa materia ab ea, quæ eſt illorum duorum corporum, magnitudine tamen & figura ijſdem ſimilia : ſignificentur quoque eorundem reſiſtentiæ per. t.s.et.n.r.& eorundem velocitates à nulla ex reſiſtentijs diminutæ,per.n.x. et.t.g.vnde.n.r.æqualis erit.a.e.et.t.s.ipſi.o.i.et.n.x.ipſi.t.g:n.x. tamen et.t.g non erunt æqualia.a.u.et.o.c. Sed exempli gratia,ponamus ea eſſe minora. Supponamus nunc.e.u.velocitatem eſſe quæ remanet ipſi. B. cum applicata erit reſiſtentia.a.e.dicto corpori.B.quæ diminutam facit totam.a.u.per.a.e.ſitq;.i.c. ea,quę remanet ipſi.o.c.corporis.D.et.r.x.ea,quæ remanet.n. x.corporis.V. et. s. g. ea,quæ eſt ex.t.g.corporis.M.Vnde communi omnium cõſenſu aſſequemur.e.u. maiorem futuram.r.x.et.i.c.ipſa.s.g.Scindatur deinde.a.m.ad æqualitatem.n.x.et. o.z. ipſius.t.g.vnde.a.m.ad.o.z. et.m.u.ad.z.c.æquales habebimus,ut quoque.e. m.ad.r. x.et.i.z.ad.s.g.quamobrem.e.m.maior erit ipſa.z.i.maior igitur erit proportio. z.c. ad.z.i.quàm.m.u.ad.m.e.(quia.z.c.ad.z.i.ita ſe habet vt.m.u.ad.i.z.ex.7. lib. quinti, ſed.m.u.ad.i.z.maior eſt quam ad.m.e.ex.8.dicti lib.vnde ex.12.eiuſdem.z.c.ad ad.z.i.maior erit, quàm.m.u.ad.m.e. Ergo ex.28. maior proportio erit. c.i. ad. z.i.

quam

quam.u.ad.m.e.& ex.27.maior erit proportio.c.i.ad.u.e.quam.z.i.ad.e.m.ideſt.s.g ad.r.x.quod Ariſtoteli in mentem non venerat. Alijs quoque modis idem probari poteſt, vt ſi diceret aliquis,maiorem proportionem eſſe.e.m.ad.m.u.quam.i.z.ad z.c.(quia.e.m.ad.m.u.eadem eſt ratio vt ad.z.c.ex.7.quinti, ſed proportio.e.m.ad. z.c.maior eſt quam.i.z.ad.z.c.ex.8.eiuſdem,ergo ea,quæ eſt.e.m.ad.m.u.ex.12.maior erit,quam.i.z.ad.z.c.)vnde componendo, ea quæ eſt.e.u.ad.m.u.maior erit illa, quæ eſt.i.c.ad.z.c.& permutãdo,quam ea,quæ eſt.e.u.ad.i.c.ea,quæ eſt.m.u.ad.z.c. & ex.33.quinti,ea,quæ eſt.e.m.ad.i.z.maior erit ea,quæ eſt.e.u.ad.i.c.



Quid ſequatur ex ſupradictis.

CAP. XIIII.

EX præcedenti capite manifeſtè deprehenditur, in vniuerſum Ariſtotelis opinionem veram non eſſe in prima parte vltimi capitis.lib.7.phyſicorum; quia in eo loco ſupponens ipſe corpus.B.precedentis capitis eſſe dimidiam partem ipſius D.quantum ad aream corpoream ſpectat(ſunt tamen pondere ad inuicem æqualia) ait.B.futurum duplo velocius ipſo.D.Ego verò præcedenti capite accepi. e. u. pro velocitate reſidua corporis.B.(ſubtracta ea tamen parte,quam ei reſiſtentia adimit, quæ erat.e.a.)et.i.c.pro ea,quæ eſt corporis.D.et.r.x.pro ea, quæ eſt corporis. V.et. s.g.pro ea,quæ eſt corporis.M. Dicat nunc Ariſtoteles,quę nam harum duarum proportionum dupla erit? quia ſi earum aliqua talis erit,alia nullo modo eſſe poterit, vt iam oſtendi,etiamſi duo corpora.V.et.M.eaſdem conditiones habeant, quas.B. et. D.Ratio autem,quæ Ariſtotelem induxerit ad illud credendum, nulla alia eſſe potuit,quàm quod putarit reſiſtentias proportionatas eſſe magnitudinibus corporeis,ideſt quemadmodum.B.erat corporaliter dimidia pars ipſius.D. ſic etiam haberet medietatem eius reſiſtentiæ,quam habuiſſet corpus.D. Quod etſi verum eſſet, non tamen ſequeretur neceſſariò in quibuſlibet corporibus futuram velocitatum proportionem eandem,quæ reſiſtentiarum eſt,vt ſuperiore capite oſtendimus.

Numrectè ſenſerit Philoſophus reſiſtentias proportionales eſſe cum corporibus mobilibus.

CAP. XV.

QVòd Ariſtoteles crediderit reſiſtentias proportionatas eſſe corporibus,errauit. Si ſuperficies ijſdem proportionatæ eſſent, dubium non eſt, quin reſiſtentiæ quoque ipſæ,ijſdem proportionatæ exiſterent, ſupponendo eas ſimiles ſitu,dum eadem corpora mouerentur. Sed eadem proportio non eſt inter ſuperfi-

cies,& quæ inter corpora reperiũ: Aristoteles igitur in eo defecit. Quòd autẽ inter superficies non eadem sit proportio, quæ inter corpora extat, si primo ad sphęricas mentem verterimus, intelligemus proportionem eam,quæ inter duas sphæras reperitur triplam semper existere ei, quæ est inter ipsarum diametros ex vltima. 12. libr. Euclid. Est autem proportio, quæ est inter superficies sphęricas ęqualis ei, quæ est ipsorum circulorum maiorum ex. 16.lib.quinti,cum ex. 31. primi de sphæra & cylindro Archimedis, omnis sphærica superficies quadrupla, sit maiori circulo ipsius sphęræ, sed proportio, quæ est inter dictos circulos, est dupla ei,quæ est inter eorũdẽ diametros ex.2.lib.12.Euc.ergo ꝓportio,quæ est inter corpora,sesquialtera erit ei,quæ est superficierum,& non æqualis,ut Aristoteles putauit.Idem de corporibus similibus à superficiebus planis terminatis dico,ratiocinando mediante. 36.lib. 11. et.18.sexti,vnde cognoscemus proportionem corporum,proportioni laterum, triplam futuram,& superficierum proportionem,laterum proportioni duplam.Quare corporum proportio,ei,quæ superficierum est,sesquialtera erit,ita ut si velocitates extitissent ad inuicem proportionatæ,vt superficies,proportio velocitatis corporis. B.ei,quæ est corporis.C.fuisset subsesquialtera proportioni corporum,& non æqualis eidem.

Idipsum aliter demonstratur.

CAP. XVI.

ALio quoque modo probari potest non esse in vniuersum verum id,quod Aristoteles in prima parte capitis vltimi lib.7.physicorum ait, sic scribens.

Si.A.quidem sit id quod mouet.B.verò id quod mouetur,et.C.sit longitudo per quam, et.D.tempus in quo est motum, in tempore nimirum ęquali, potentia æqualis.A.dimidium ipsius.B.per duplum mouebit ipsius.C.per ipsum autem.C. in dimidio temporis.D.sic enim erit rationis similitudo.

Sit ergo corpus.o.septimi capitis pondere æquali corpori.u.eiusdem capitis, sed area corporea minusipso.u. pro medietate. Simile tamen figura. Imaginemur nũc tertium aliud corpus omogeneum ipsi.u.quod sit.i.magnitudine & figura simile ipsi o.vnde minor erit ipso.u.pro media parte,& hanc ob causam ipsum.u.erit duplo magis graue, quàm ipsum.i.& per consequens ipsum quoque.o.duplo grauius erit quã sit ipsum.i. ex. 7. libr. quinti Euclidis. Ipsum ergo corpus. o. duplo velocius erit, quàm ipsum.i.ex primo suppositio cap.2.huius lib. Vnde ex.9.quinti,velocitas ipsius i.æqualis esset ei,quæ est ipsius u. cum Aristoteles scribat.o. quoque futurum duplo velocius ipso.u.ꝙ cap.7.huius lib.falsum esse demonstraui.

De alio Aristo. lapsu.

CAP. XVII.

SCribit Aristoteles in ultimo cap.lib.7.physicorum in hunc modum.

Si duo quædam seorsum per tantum spatium tanto tempore duo seorsum pondera mouent,& composita per longitudinem æqualem, ęqualiuẽ in tempore,compositum ex ponderibus vtrisq; mouebunt,est enim in eis eadem ratio.

Quod

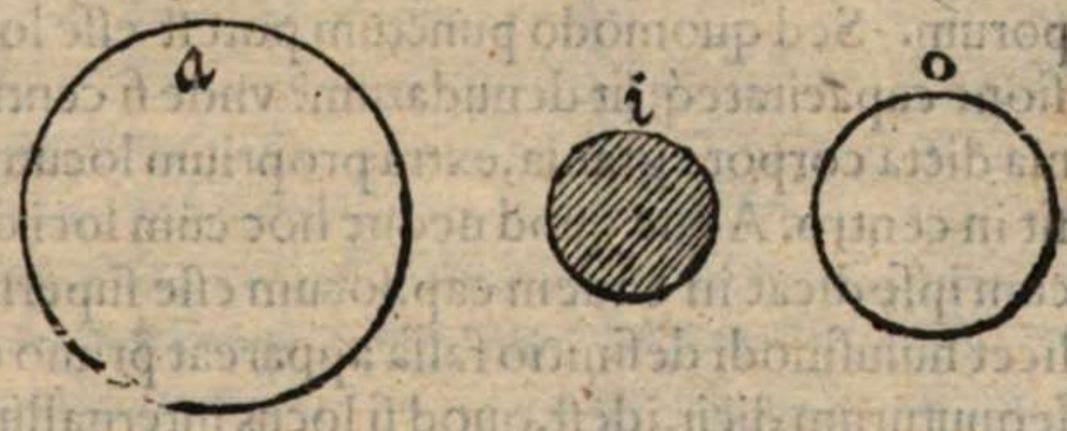
Quod in vniuersum nec etiam potest esse verum in pleno, quia cap. 14. iam probaui, non eandem proportionem esse inter superficies corporum, & ipsa corpora.

Quomodo dignoscatur proportio uelocitatis duorum similium corporum omogeniorum inæqualium.

CAP. XVIII.

ETiam si reperire in qua proportione motus naturaliter moueantur duo corpora, figura & materia similia, inęqualia tamen ad inuicem, non facile sit, ostendam tamen qua ratione id consequi possimus.

Proponantur nobis, exempli gratia, duo corpora. a. et. o. sphęrica, inęqualia inuicem, omogenea tamen materia, quorum. a. maius sit; si voluerimus inuenire in qua nam velocitatis proportione naturaliter mouerentur. Volo vt inquiratur corpus. i. sphęricum, alia tamen & diuersa materia constans, sed pondere ęquale corpori. o. & superficie tam proportionata superficiei corporis. a. quàm est ea, quæ est sui ponderis ad pondus ipsius. a. Hoc facto, indagetur, quænam erit proportio inter superficies corporum. i. et. o. quę semper dupla est, vel subdupla ei quæ est diametrorum; ut iam cap. 15. dixi, & hęc proportio superficierum sphęricarum ipsi⁹. o. et. i. subtrahatur ab æqualitate, quod igitur remanebit, erit proportio velocitatū inter duo corpora. o. et. i. idest inter. o. et. a. vt exempli gratia, si proportio superficiei. o. superficiei ipsius. i. sesquitertia esset, subtrahendo eam ab ęqualitate, remaneret ꝓportio subsesquitertia, vnde velocitas corporis maioris (quod in pręsenti loco supponitur esse. o.) ei, quę est corporis minoris, quale est corpus. i. subsesquitertia esset; aut dicamus quòd. i. esset velocius ipso o. in proportione sesquitertia ex secundo supposito secundi capitis huius libri. Sed. i. tam velox est quam ipsum. a. ex. 11. cap. ergo proportio velocitatis ipsius. a. sesquitertia erit ei. quæ est ipsius. o.

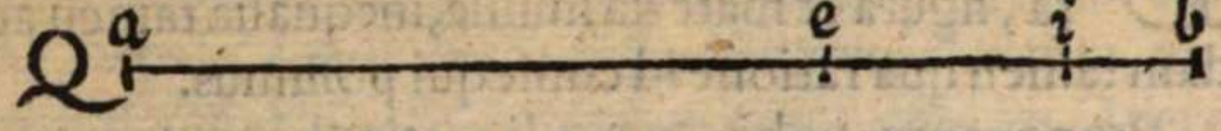


Quam sit inanis ab Aristotele suscepta demonstratio quod uacuum non detur.

CAP. XIX.

EX ijs, quæ superius demõstrauimus facilè cognosci potest irritam esse eam rationem, quam Aristoteles. 8. cap. lib. 4. physicorum ad destruendum vacuum, cõfinxit. Vt igitur idem facilius ostendamus, compræhendamus imaginatione infinita media corporea, quorum vnum altero rarius sit, in qua placuerit nobis ex proportionibus, incipiendo ab uno, imaginemur etiam corpus. Q. densius primo medio, cuius corporis, totalis grauitas sit. a. b. & positum in ipso medio, amittat partem. e. b. ipsius grauitatis, & in secundo medio amittat. i. b. & sic per gradus vnde nobis patebit

dicto corpori.Q.Nunquam remanſuram ſuam totalem grauitatem.a.b.in quolibet ex dictis medijs. Nunc ſi quærat à me Ariſtoteles proportionem velocitatis corporis.Q.per vacuum ad velocitatem dicti corporis per plenum,ego ei proponam proportionem ipſius.a.b.ad.a.e.exempli gratia, dicens,ꝙ quẽadmodum.a. b. maius eſt ipſo.a.e.ſic etiam corpus.Q.velocius erit in vacuo,quàm in pleno, dicti autem pleni denſitatem appellabimus.e.b.Ariſtoteles dicet nunc, ꝙ aliud quoddam medium in eadem proportione ſubtilius ipſo.e.b.deſumatur; quemadmodum.a.e. minus eſt ipſo.a.b.ſit ergo iſtud.i. b.in quo Ariſtoteles credit corpus Q.futurum tam velox ut in vacuo, in quo aberrat,ꝙa proportio velocitatis corporis.Q.in medio.i.b. ad velocitatem eiuſdem in medio e.b.ita ſe habebit,ut.i.a.ad e. a. ex ultimo ſuppoſito capit.2. huius libr.quæ minor eſſet ea, quæ eſt.a.b.ad.a.e.ex.8.lib.quinti Eucli.



Non ſatis dilucidè Ariſtotelem de loco ratiocinatum fuiſſe.

CAP. XX.

QVæ Ariſtoteles de loco ſcribit multas in ſe continent difficultates. Primum, cap.4.lib.4.phyſicorum ait, omne corpus eſſe in ſuo proprio loco,ſupponendo vnum centrum pro loco grauium, et unam circunferentiam pro loco leuium corporum. Sed quomodo punctum poteſt eſſe locus ipſius corporis, cum omni dimenſione capacitateq; ſit denudatum? vnde ſi centrũ locus eſſet corporum grauium,omnia dicta corpora grauia,extra proprium locum exiſterent, quia nullum ex iis eſt, ꝙ ſit in centro. Adde quod neque hoc cum loci definitione ab ipſo poſita conſentiret cum ipſe dicat in eodem cap.locum eſſe ſuperficiem quandam,& non interuallum, licet huiuſmodi definitio falſa appareat primo ex incõuenienti falſo,quod ipſe hinc ſequuturum dicit,ideſt,quod ſi locus interuallum eſſet,infinita loca exiſterent,quod reuera nec ob hanc cauſam inconueniens exiſtit, quia eodem planè modo quo aliquod corpus poteſt eſſe infinita corpora,(quod ipſe diceret in potentia) ſic etiam interuallum aliquod poſſet eſſe infinita interualla. Cum autem dicat ſuperficies corporis ambientis eſſe locum eius corporis,quod continetur, cogitur dicere lineam, quæ circundat ſuperficiem,ſuperficiei locum eſſe, & puncta ipſius lineæ, quod reuera abſurdum eſt. Locus corporis eſt interuallum illud eadem magnitudine & figura,qua corpus ipſum prẽditum eſt,quod ſi non eſſet, ſed eſſet ſuperficies, quemadmodum Ariſtoteles voluit,maximum inconueniens ſequeretur, ſcilicet æquales locos capere inęqualia corpora,aut corpora æqualia,locos inęquales occupare, quod ſcitu facillimum eſt,cum Theon ſuper Ptolomęi Almageſtum iam probarit ſphæricam ſuperficiem maius interuallum corporeum continere, quàm aliam quãuis ſuperficiem dictæ ſphęricæ æqualem,vnde poſſent facilè reperiri duo loci,quorum alter millies altero maior eſſet,capaces tamen corporum æqualium, aut reperiri duo corpora,quorum alterum millies maius eſſet altero, quę tamen corpora apta eſſent ad occupandos locos ęquales,quamuis Ariſtoteles dicat,locum, neque maiorem neque minorem eſſe debere locato. Sed interualla corporea ęqualia à quauis figura terminata,continebunt ſemper corpora ęqualia. Corporeum igitur interuallum eſt

reuera

reuera locus corpori adęquatus, cum corpus in interuallum ſuperficiale non intret, quamuis interuallum corporeum ingrediatur. Et hoc modo nullũ eſt corpus, quod in mundo aut extra mundum (dicat autem Ariſtoteles quicquid voluerit) locum ſuum non habeat.

Vtrum bene Ariſtoteles ſenſerit de infinito.

CAP. XXI.

TRactans Ariſtoteles in fine quinti cap. lib. 3. phyſicorum de infinito ait, impoſſibile cum ſit inuenire locum infinitum, & omne corpus in loco cum ſit, impoſſibile quoque eſſe in rerum natura aliquod infinitum corpus reperiri. Omittamus quòd cum Ariſtoteles debuerit beneficio loci deſtruere infinitum, ordine peruerſo de infinito prius, quàm de loco diſputationem inſtituat; ſed dicamus ipſum intelligere de infinito corporeo, & cum probauerimus corporis locum eſſe corporeum interuallum, non autem ſuperficiem, neque opus ſit in definitione interualli mentionem aliquam facere terminorum, vnde ipſum infinitum eſſe poteſt, neque aliqua ratione de hac re dubitari poteſt; hoc modo nullum inconueniens ſequeretur, quòd extra cęlum reperiri poſſit corpus aliquod infinitum, quamuis, id ipſe nulla euidenti ratione inductus perneget. Senſit quoque, abſque eo, q aliquam rationem proponat, aliquid extra cœlum reperiri quemadmodum apparet ex fine cap. 9. lib. primi de cœlo, cum etiam ait cap. 8. lib. 8. phyſicorum, infinitas partes alicuius continui eſſe ſolum in potentia, non item in actu, hoc non eſt illico concedendum, quia ſi omne totum continuum, & re ipſa exiſtens, in actu eſt, omnis quoque eius pars erit in actu, quia ſtultum eſſet credere, ea quæ actu ſunt, ex ijs, quæ potentia exiſtunt, componi. Neque etiam dicendum eſt continuationem earundem partium efficere, vt potentia ſint ipſæ partes, & omni actu priuatæ; Sit exempli gratia linea recta. a. u. continua quæ deinde diuidatur in puncto. e. per æqualia, dubium non eſt, quin ante diuiſioné, medietas. a. e. tam in actu (licet coniuncta cum alia. e. u.) reperiretur, quàm totum. a. u. licet à ſenſu diſtincta non eſſet. Idem affirmo de medietate. a. e. ideſt de quarta parte totius. a. u. & pariter de octaua, de milleſima, & de quauis, ita vt eſſentia actualis infiniti hoc modo tutò concedi poſſit, cũ ita ſit in natura. Sed peius etiam ſenſit Ariſtoteles eodem loco capitis quinti lib. 3. phyſicorum, negando infinitum poſſe connumerari inter quantitates, dicens vnam aliquam quantitatem intelligi vt cubitum, tricubitum, & cætera; vbi non conſiderat eadem etiam ratione intelligi poſſe aliquam quantitatem infinitorũ cubitorum, & in quantitatis definitione nullam eſſe neceſſitatem terminorum, vt exempli gratia in definitione numeri, non eſt neceſſitas alicuius determinati numeri, quia multitudo, non minus infinita, quàm finita, intelligi poteſt. Vbi poſteà cap. 8. libr. 4. phyſicorum ait nullam eſſe differentiam inter infinitum, & vacuum, reuera nihil abſurdius hoc dicere ſingereue poterat.

Exagitatur ab Aristotele adducta temporis definitio.

CAP. XXII.

CVM senserit Aristoteles tẽpus absque motu esse nõ posse, ea tamen ab inuicẽ separans, volẽs definire tẽpus ait, ipsũ esse motº mensurã numerũq;. Quæ quidem definitio, natura sua non est bona, quia tempus, neque numerus est, neque etiã est mẽsura motus p se, sed tm̃ p accidẽs, quia nihil est, qđ numeret aut mensuret aliud, quod non sit eiusdẽ speciei cũ illo quod mẽsuratur, aut numero circunscribit, vt exẽpli gratia, nulla vnquã superficies p se numerabit aut mẽsurabit lineã, aut corpus; nec linea superficiem aliquã, aut corpus: nec corpus lineã aliquã aut superficiem; Sed linea lineam mensurabit; superficies superficiem; & corpus corpus; etiãsi tam vna ex iis quantitatibus quàm altera sit continua. Cum verò motus non sit tempus, neque tempus sit motus, sed inter se maximè differant, sequetur ex iis, alterum nullo modo per se esse mensuram alterius, nisi per accidens. Et si alicui videtur, q ad significandam aliquam quantitatem motus, dicere huiusmodi operationem duarum horarum, aut duorum dierum, aut duorum annorum spatio completam esse, sit ponere tantum tempus: animaduertere debet hoc simpliciter non esse verum, quia horarum, dierum. & annorum interualla, imaginatione concipiũtur vt motus corporum cęlestium, sine quibus, neque anni, neque dies, neque horę existerent, etiã si omnis motus sit (vt ita dicam) locatus in tempore, ut corpus in loco, vnde motus motu, & tempus tempore, non autem aliud ab alio mensuratur. Tempus ex necessitate (phylosophicè tamen loquendo) res est æterna, motus non item, quia diuersis modis terminari potest & cessare, & interim dum cessabit quiescet corpus, quod primo mouebatur. nihilominus tamen, tempus continuabit cursum suum. Tempus igitur potius locus motus erit dicendum, quàm numerus aut mensura eius, & tale est, vt consumatum uideatur à continuò quodam fluxu vnius instantis, quemadmodum iam dixi in. 38. capite męę gnomonicæ, & cum dico ab vno instanti, vnum in specie, & non in numero intelligo, quod à sensibus nostris percipi non potest, neq; etiam notari, quia nouum semper instans nobis occurrit. & si aliquis aliquod exemplũ (largo modo) incompræhensibilitatis ipsius instantis desideraret, imaginetur rotam aliquam albam, in qua sit nigrum aliquod punctum sensibile, aut è contra rotam nigrã imaginetur, in qua sit punctum album, quæ rota velocissimè moueatur; huiusmodi punctum, nullo modo assignari poterit, magis ab una parte quàm ab altera; immo se se nobis offeret semper in forma lineæ circularis. possumus aliquo modo etiam sumere exemplum à sono, quia omnis chorda cuiuslibet instrumenti musici, dum sonus editur, tremit, unde huiusmodi sonus, appellari potest aggregatum aliquod ex innumerabilibus sonis. eodem modo se habet sonus, quem ędunt campanę, & omnia instrumenta tam naturalia, quàm artificialia, quæ quantò velocius tremũt, tantò acutiorẽ generant sonum, & quantò tardius, tantò grauiorem. Neque est quòd in admirationem ducamur, quòd sensui unum aliquod continuum appareat id, quod discretorum est multitudo (non putet tamen aliquis me negare continuitatem successiuam ipsius temporis) quod clare cognosci potest à niue, aut à chrystallo, aut à vitro, aut à saccaro in minutissimas partes redacto, quæ continuam aliquam albedinẽ nobis ad inspiciendum offerunt, quod nihil aliud est, quàm innumerabilis quædam multitudo minutorum reflexorum. Idẽ dico de sputo, & qualibet spuma, & quan-

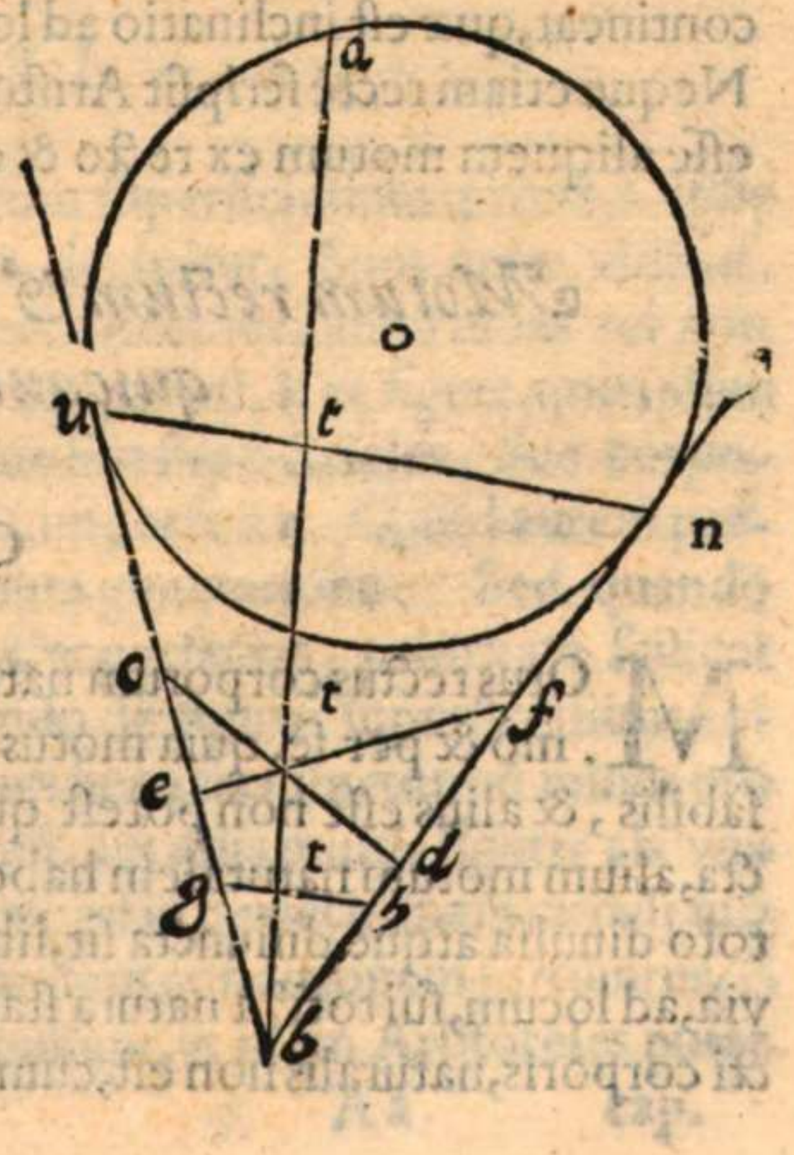
to

to minutiora ſunt corpuſcula à quibus vt à ſpeculis reflectitur lumen, tantò magis aggregatũ illud albũ apparet. Hæc autẽ exempla cũ ſint, nec non largo modo ſumpta, mirũ non erit ſi claudicare videbũt. Sed ut ad motũ, & tẽpus reuertamur (quæ ſunt cõtinua ſucceſſiua) Ariſtoteles in definiendo tempore, non reduxit in mentem, quod ſcribit decimo metaphyſicę et. 4. cap. ſecundo. libr. de cęlo, omnia videlicet, ab eo, quod minimum eſt in ſuo genere, menſurari, & ex ſeipſo in phyſicorum libris, tempus non eſt de genere motus; ergo eius ipſius rationum ui, tempus non erit menſura motus, ſed motus quidem poteſt menſurare motum, videlicet velocior minus velocem, & breuior longiorem; & numer⁹ menſurat numero, & tempus tempore in quantum longum eſt, aut breue, non in quantum velox, aut tardum; Nullum autem inconueniens ſequetur ſumendo tempus tam proportionale motui, quam locus corpori, quia motus decem milliarium, quæ aliquis vnius horæ ſpatio conficiat, erit proportionalis corpori denſo, & motus vnius milliaris eadem hora peracti, proportionalis erit corpori raro; & quemadmodum corpus denſum occupat minus interuallum loci, contra quam fiat in corpore raro: ſic etiam motus velox breuiori temporis ſpatio peragetur, quam tardus.

Motum rectum eſſe continuum, uel diſſentiente Ariſtotele.

CAP. XXIII.

ARiſtoteles. 8. capi. 8. phyſicorum ait impoſſibile eſſe aliquid per lineã rectam nunc vno modo, nunc altero, ideſt eundo, & redeundo per dictam lineam in extremis abſque quiete moueri. Id quod contrà poſſibile eſſe dico. Pro ſpeculatione cuius rei imaginemur circulum. u. a. n. motu continuo circa centrum. o. in quã libet partem, aut dextrã, aut ſiniſtrã ferri; & imaginemur pũctum. b. extra ipſum, ubi magis nobis videbitur, à quo ducantur duæ lineæ recte. b. u. et. b. n. contiguæ ipſi circulo in punctis. u. et. n. Imaginatione quoque inter has duas lineas, alteram quæ ſit. u. n. aut. c. d. aut. e. f, aut. g. h. conſtituamus in qualibet parte, ſumemus etiam punctum. a. circunferentiæ dicti circuli, à quo vſque ad. b. lineam. b. a. imaginemur fixã in. b. ſed quod remanat mobile, ſecundum quod mouebitur punctum. a. vnde aliquãdo hæc linea erit eadem cum. b. u. & aliquando cum. b. n. & aliquando ab. b. u. verſus. b. n. proficiſcetur, & aliquando ab. b. n. verſus. b. u. vt accidit lineæ directionis, & retrogradationis planetarum, vnde circulus. u. a. n. erit, vt epiciclus et. b. vt terræ centrum. Clarum nunc erit, quòd quando linea. b. a. eadem erit cum. b. u. aut cum b. n. non quieſcet, quia in inſtanti reuertetur, quia b. u. et. b. n. in puncto, dictũ circulum tangunt, & dicta. b. a. interſecabit ſemper aliquam ex dictis u. n. aut. c. d. aut. e. f. aut. g. h. quod interſectionis punctum ſit. t. Imaginemur nunc quod ſecũdũ punctum. t. aliquid per aliquam ex dictis lineis



mouea-

moueatur,clarum erit quod tale aliquid,nunquam quieſcet,etiam ſi ſit in quouis extremo. Ariſtotelis igitur opinio, tuta non eſt.

Idem uir grauiſſimus an bene ſenſerit de motibus corporum uiolentis & naturalibus.

CAP. XXIIII.

ARiſtoteles in fine.8.phyſicorum ſentit corpus per vim motum, & ſeparatum à primo mouente,moueri,aut motum eſſe per aliquod tempus ab aere, aut ab aqua,quæ ipſum ſequũtur.quod fieri non poteſt; quia imo aer, qui in locum deſertum à corpore ſubintrat ad fugandum vacuum,non ſolum hoc corpus non impellit, ſed potius id cohibet à motu,quia aer per vim à corpore ducitur retrò, & diuiſus à parte anteriori à dicto corpore,reſiſtit ſimiliter,& quantum dictus aer in dicta parte condenſatur,tantum in poſteriori rarefit,vnde per vim ſeſe rarefaciens non permittit,vt dictum corpus cum ea velocitate fugiat,cum qua aufugeret, quia omne agens in agendo patitur.Quamobrem cum aer à dicto corpore rapiatur, corpus quoque ipſum ab aere rapitur. Huiuſmodi autem rarefactio aeris,naturalis non eſt, ſed violenta;& hanc ob cauſam reſiſtit,& ad ſe trahit,ſed non ſufferente natura,vt inter vnũ & aliud ex dictis corporibus reperiatur vacuum;iccirco ſunt hæc ſemper contigua, & mobile corpus aerem deſerere cum nequeat,eius velocitas impeditur. Huiuſmodi igitur corporis ſeparatim à primo mouente velocitas oritur à quadam naturali impreſſione,ex impetuoſitate recepta à dicto mobili, quæ impreſſio & impetuoſitas, in motibus rectis naturalibus continuò creſcit, cum perpetuò in ſe cauſam mouẽté, ideſt propenſionem eundi ad locum ei à natura aſſignatum habeat. Ariſto. 8. cap. primi lib.de cœlo,dicere non deberet ꝙ quantò propius accedit corpus ad terminũ ad quem,tantò magis ſit velox;ſed potius, ꝙ quantò longius diſtat à termino à quò tantò velocius exiſtit.quia tantò maior fit ſemper impræſſio, quantò magis mouetur naturaliter corpus,& continuò nouum impetum recipit,cum in ſe motus cauſam contineat,quæ eſt inclinatio ad locum ſuum eundi, extra quem per vim conſiſtit. Neque etiam rectè ſcripſit Ariſto.9.cap.lib.8.phyſicorum et. 2. lib. primi de cœlo eſſe aliquem motum ex recto & circulari mixtum,ꝙ omninò impoſſibile eſt.

Motum rectum & naturalem non eſſe primo & per ſe quicquid Ariſtoteli uiſum ſit.

n

CAP. XXV.

MOtus rectus corporum naturalium ſurſum, aut deorſum, non eſt naturalis primò & per ſe, quia motus naturalis perpetuus eſt,aut vt melius dicam,inceſſabilis, & alius eſſe non poteſt quàm circularis, nullaq; pars cum ſuo toto coniuncta,alium motum naturalem habere poteſt, quàm eum,qui eſt totius. ſi autem à ſuo toto diuulſa atque diſiuncta ſit,libereq; vagetur,ſponte, & quàm breuiſſima poteſt via,ad locum,ſui toti⁹ à natura ſtatutum proficiſcitur. hic motus primò, & per ſe dicti corporis,naturalis non eſt,cum à cauſa naturæ ſuæ contraria ſit generatus, ideſt,

ab eo,

ab eo quod sit extra suum locum, vbi contra naturam suam reperitur. Vnde huiusmodi motus, partim & non omninò, naturalis est. Is autem proprius est & naturalis motus, qui dicti corporis essentiam conseruat. hoc autem non præstat hic rectus, cum destruat, ergò hic motus primò & per se naturalis non est.

Omne corpus esse in loco proprio graue, ut Aristoteli placuit, non est admittendum.

CAP. XXVI.

ARist.4.cap.lib.4.de cęlo sic scribit.

Suo enim in loco grauitatem habent omnia præter ignem, signum cuius est vtrem inflatum plus ponderis, quam vacuum habere, &c.

Quo in loco, manifestè indicat se causam nec grauitatis, nec leuitatis corporum naturalium nosce, quæ est densitas aut raritas corporis grauis, aut leuis, maior densitate, aut raritate medij permeabilis, in quo reperitur.

Exemplum ꝙ ipse de vtre inflato proponit, debuisset saltem ei oculos ad veritatem, quæ clarisimè fulget, inspiciendum aperire. Verisimum est, vtrem inflatum plus ponderis habere quàm vacuum, aut quando aer in eo non est per vim inclusus.

Ratio autem huius rei est, quia quando inflatus est, ea quantitas aeris, in eum per vim iniecti, minorem occupat locum, quàm si eidem liberè vagari permitteretur, vnde violenter, quodam modo, condensata est, & quia corpus densum in minus denso, semper descendit, & minus densum in magis denso ascendit. Hanc ob causam vter inflatus plenus corpore magis denso, quàm est medium quod eum circundat, descendit, non quia aer in aere, aut aqua in aqua sit grauis.

Haud admittendam opinionem Principis Peripateticorum de circulo, & sphæra.

CAP. XXVII.

CVm Aristoteles senserit circulum esse figurarum superficialium primã, & sphę rã esse primã corporearũ ꝓꝑ earũ periferias, decipitur. Sunt enim vltimæ, non primæ. Sunt quidem (in quò rectè sentit) perfectè, licet rationem huius rei non nouerit. Nam centrũ cuiuslibet rei, eiusdem rei principiũ est, & eę figurę, quæ ipsum æqualiter circundant, possunt appellari perfectę, siue sint superficiales, siue corporeæ, & ècontrà illæ, quæ contrario modo se habent, imperfectæ. Quòd autem perfectum est, licet natura sit primum, est tamen vltimum generatione. Sed quando Aristoteles duas dictas figuras pronuntiauit primas, vt perfectas, prioritate scilicet ea, quæ oritur à perfectione, verum dixit; sed quando de figuris superficialibus loquens, vult circulum esse primum, quia ab vna tãtum linea terminetur; nõ minus pro circulo, quam pro oxigonia seu elipsi, aut cucurbitali, aut aliis multis figuris ab vna tantum linea terminatis concludit. Neque etiam hæc ratio perfectionem circuli mõstrat, quia aliæ figuræ, à lineis curuis terminatę, eandem conditionem sortiuntur. Circulus sphęraq;, non ex vno solo angulo recto constant, vt idem Aristoteles putat

cap.4.lib.4.de cęlo,etiam ſi triangulus ex duobus angulis rectis conſurgat, ſed ſunt figurę infinitorum angulorum rectorum,& hanc ob cauſam à me dicuntur vltimæ & perfectę, quia infinito nihil addi poteſt. Numerus angulorum rectorum circuli, eſt minor duplo infinito per duo infinita angulorum contingentiæ, quæ duo infinita minora ſunt quouis angulo acuto rectilineo,& numerus angulorum rectorum ſolidorū ſphęræ,minor eſt quadruplo infinito per.4.infinita angulorum ſolidorum cōtingentiæ,quæ.4.infinita,minora ſunt quouis angulo ſolido acuto terminato à tribus planis. Triangulus inter figuras planas ſuperficiales eſt primus,& circulus vltimus; & pyramis quadrilatera, inter corpora eſt prima,& ſphęra vltima.

Occultam fuiſſe grauiſſimo Stagiritæ cauſam ſcintillationis ſtellarum.

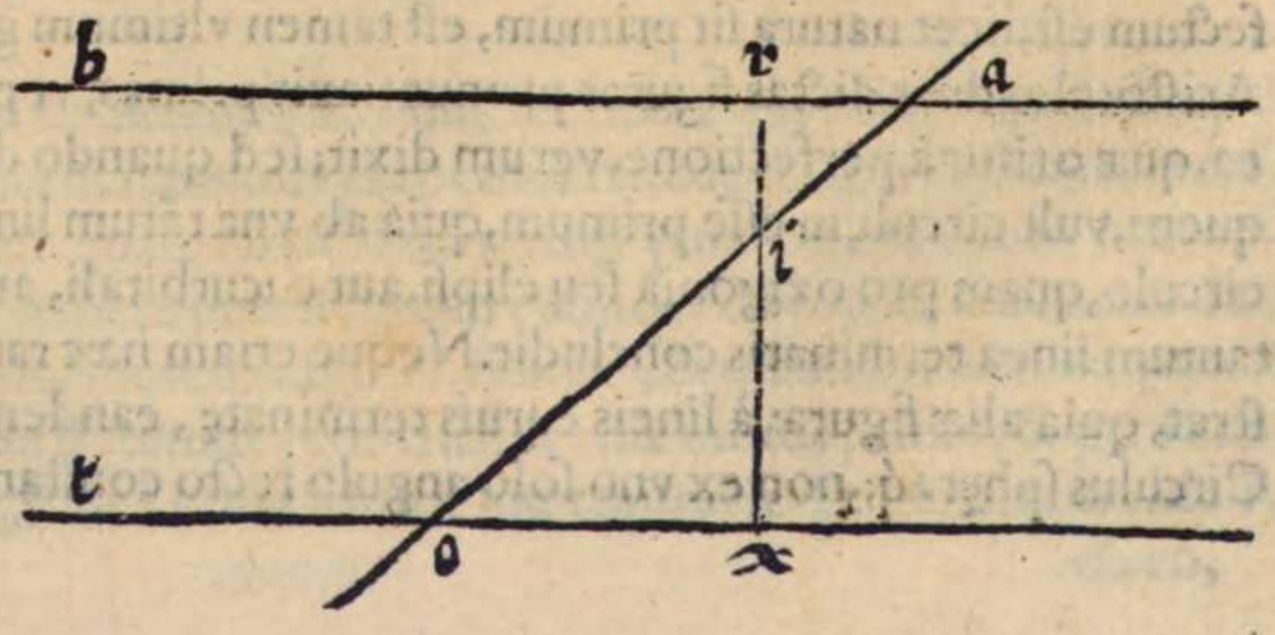
CAP. XXVIII.

VBi Ariſtoteles ait ſcintillationem ſtellarum fieri ratione aſpectus noſtri ob,maximam diſtantiam,maximum errorem committit, vt etiam facit, quum putat viſionem fieri extramittendo,contra id,quod alio loco, immo contra veritatem ipſam aſſeruit. Scintillatio ergo ſtellarum, neque aſpectus noſtri ratione, neque alicuius mutationis earundem ſtellarum,ſed ab inæqualitate motus corporum diaphanorum mediorum naſcitur,quēadmodum clarè cernitur,quòd ſi inter aliquod obiectum,& nos,aliquis fumus,qui aſcendat,interceſſerit,videbimus obiectum illud quaſi tremere. Hoc autem tantò magis fiet, quantò magis diſtabit obiectum ab ipſo fumo; vnde admirationi locus non erit,ſi ſtellas fixas magis ſcintillare,quam errantes cernamus. Lumen ſtellæ ad oculum noſtrum accedens,perpetuò per diuerſas diaphaneitates penetrat, medio continuorum motuum corporum mediorum, vnde continuò eorum lumen variatur,& hoc in lōginquis magis, quàm in propinquis ſtellis apparet, quemadmodum ab exemplo de fumo allato, & etiam ab aliquibus vitris ex ſuperficie non plana,ſed irregulari conſtantibus,quilibet cognoſcere poteſt.

Dari continuum infinitum motum ſuper rectam atque finitam lineam.

CAP. XXIX.

OMnes hactenus ſenſerunt impoſſibile eſſe dari per imaginationē motum continuum & perpetuū ſuper vnam lineam rectam finit:in quo tñ decipiuntur. Imaginemur iō duas lineas parallelas. a.b. et.t.x.quarū b.a.ſit īfinita à qualibet parte,& in ea imaginemur punctum.a.moueri continuò ad quam volucrimus partem,



&

& in linea.t.x.imaginemur punctum fixum,quod sit.c.imaginemur etiam inter.c.t. a.vnam lineam rectam.c.a.& inter duas parallelas dictas.r.x.fixam, & motus puncti sit ab.b.versus.a.ita ut.c.a.secet.r.x.in puncto. i. quod intersectionis punctum mouebitur ab.r.versus.x.continuò,in tempore infinito, neque vnquam idem erit cum puncto. x.

Non esse solis calorem à motu locali ipsius corporis solaris, ut Aristoteli placuit.

CAP. XXX.

IN nullo planè modo est admittendum quod Aristoteles credidit calorem solis à motu locali ipsiusmet corporis solaris,& non à lumine,prouenire, quemadmodum manifestè asserit primo metheororum cap.3.circa finem sic scribens.

Vt igitur tepor gignatur atque calor, solis latio duntaxat,satis est efficere,&c.sed cap.7.lib.2.de cœlo sic scribit,Caliditas autem ab ipsis, lumenq; ideo fit, quia aer ab illorum motione fricatur.

Vbi non solum ostendit se opinari,quòd motus corporum cœlestium sit causa caloris, sed etiam luminis, paulò autem post dicit,superiorum autem corporum vnumquodque fertur in sphæra, vt ipsa quidem non igniantur. Opinio profecto absurda. Nam cùm corpus solare fixum sit in spissitudine sui orbis deferentis, secundum communem opinionem, non mouetur per se, sed accidentaliter,cum scilicet fertur à dicto suo orbe, vnde fieri potest, vt in motu sui orbis, nullum ex orbibus suorum deferentium augis fricet,sed si fricaret,id faceret mediante vno solo puncto, vt cuilibet,aliquantulum in mathematicis versato patet. Quam ob causam,rationi cõsentaneum non esset credere,quòd tantùm caloris gigneretur. Quod tamen si possibile esset, quid ergo fricatio superficierum orbis sui,cum iis, quæ sunt deferentium augis efficeret? Quãdo tamen hoc fieret,vt scilicet à fricatione superficierum procederet calor,nil planè discriminis inter hyemen, & æstatem intercederet, nec inter calorem diei,& noctis,nec inter unam horam, aut alteram; sed secundum Aristotelis rationes, Venus, Mercuriusq;, magis calefacere quam sol deberẽt, cum ita sint veloces vt ipse Sol, & eodem magis propinqua terræ. Verum Aristotelis tẽporibus,nullũ aliũ planetã quàm solem putabãt philosophi supra Lunã esse. Atque etiam cõtigeret mense Decembri,quam Iunio,magis inualesceret calor, cum huiusmodi mense sol ad nos propius accedat, quam mense Iunii. per differentiam maiorem diametro regionis elementaris, (nam solaris eccentricitas maior est semidiametro elemẽtaris regionis) non considerans Aristoteles differentiam caloris, quæ nascitur ex eo, q; Sol aut altius supra orizontem excurrat, aut infra eundẽ feratur;neque eam,quę à longitudine,aut breuitate diei proficiscitur. Sed quia Aristoteles eodem cap.tertio Metheororum intelligit de motu rapto, idest diurno, siue dicamus vniuersali,hinc sequi deberet,q; Sol maiorem caloris uim mense Martij & Septembris, quàm aliis mensibus,profunderet.quia in iisdem temporibus, sol virtute huiusmodi motus velocior existat, quàm alio quolibet tempore anni, cum tunc per æquatorem circuũoluatur. Multa quoque alia incommoda sequerentur si Aristotelis rationes admitteremus. Sed clarè uidemus,mediante reflexione aut refractione radiorum solarium,q; vniente sese lumine, unitur quoque, & augetur calor, atque omnis res ad comburendum apta accenditur,& inflammatur. In lumine igi-

tur continetur calor,& non in motu ipsius solis,& ita in lumine sedem habet,ut si sol quiesceret,neque in orbe suo circumageretur, infeliciſſima esset ea regio, in cuius Zenith ipse reperiretur.

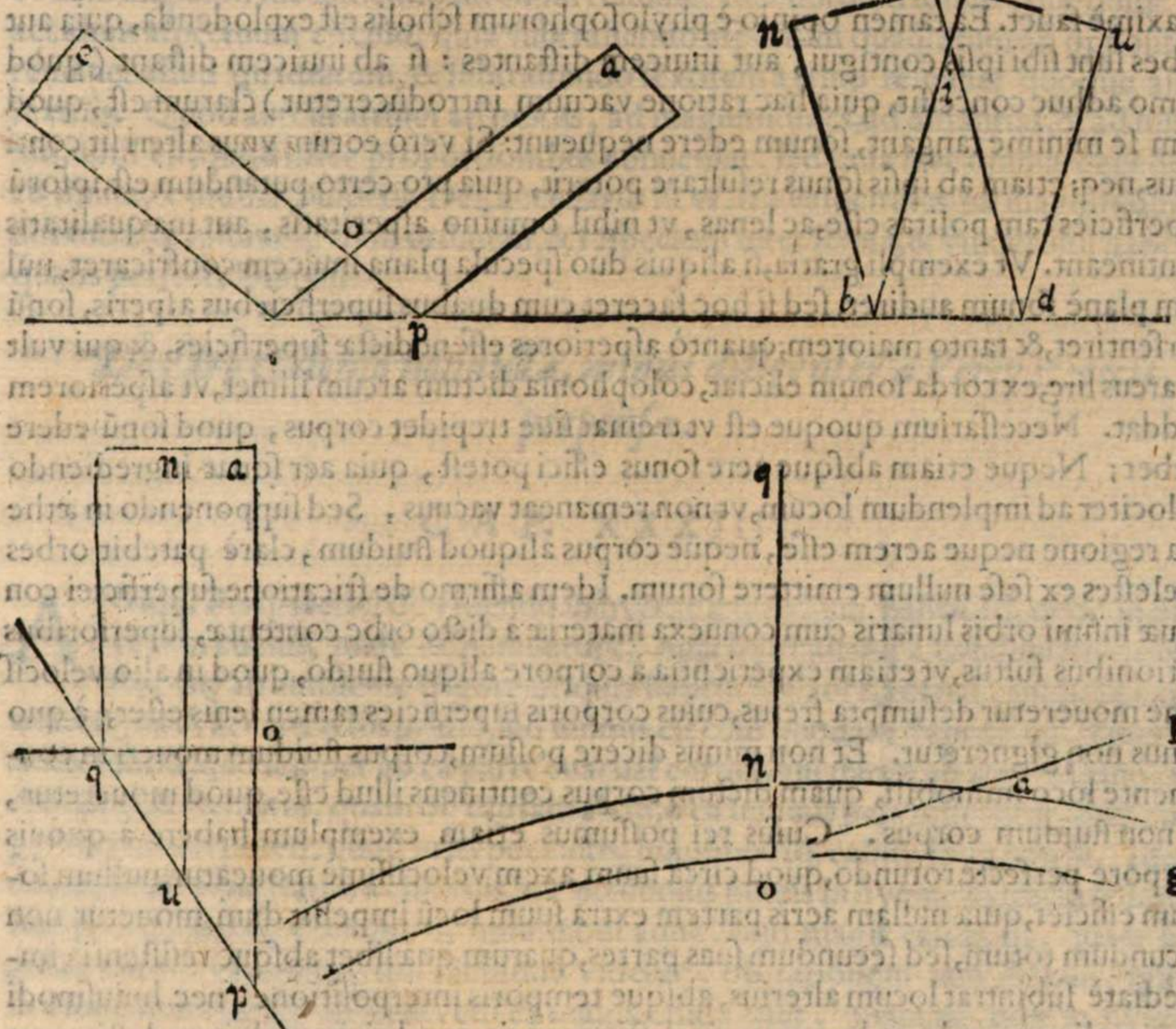
Vnde caloris solis prodeat incrementum æstate,et hyeme decrementum.

CAP. XXXI.

CVm capite superiore ostenderim calorem solis non aliunde, quàm à lumine prouenire, ostendam nunc ex ordine, ex quot,quibusq; causis oriatur magna differentia eius caloris æstatis ad hyemem, quarum nonnullæ ab antiquis obseruatæ fuerunt,aliæ autem à nemine, quod sciam. Sunt autem quinque ad minus eæ causæ,quarum vna est diuturna solis mora,tempore æstatis supra orizontem, quæ causa ab antiquis posita,& citata fuit. Aliam quoque huius rei causam iidem antiquî dicebant esse propinquitatem solis nostro Zenith, sed hæc causa immediata non est, quia ab ea tres causæ immediatæ nascuntur;quarum vna est maior unio radij reflexi cum radio incidenti; secunda maior quantitas luminis in superficie terræ; tertia,minor resistẽtia vaporum ipsi radio luminoso facta;quarta verò est impressio caloris facta in terra,quæ cum aliis causis coniuncta calorem adauget. quæ quidem causæ nemini adhuc,quod sciam, in mentẽ venerunt. Quòd autem attinet ad maiorem coniunctionem radii reflexi cum incidente,quisque, uel saltem mediocriter in cathoptricę cognitione versatus hoc verum esse cognoscet. Vt hoc tamen innotescat facilius. Imaginemur. q.p.et.b.d.esse duas particulas æquales superficiei ipsius terræ,super quas cadant duo radii luminosi solis.e.q.et.n.d.quorum.e.q.sit ad modum obliquus,et.n.d.quasi perpendicularis, vnde radii reflexi.p.a.et.b.u. ascendent cum angulis æqualibus eis, qui sunt suorum cadentium,cum omnis angulus reflexionis semper æqualis sit angulo suæ incidentię,vt cuilibet in cathoptrica,vel mediocriter versato patet.Mixtio autem primorum obliquorum erit.q.o.p.& ea, quæ est minus obliquorum.b.i.d.quorum duorum triangulorum nullus unquam erit,qui dubitare possit.q.o.p.non esse minorem.b.i.d.cum anguli.q.et.p.trianguli.q.o.p.acutiores sint angulis.b.et.d.trianguli.b.i.d.ex suppositio. Quòd uero attinet ad maiorem quantitatem luminis super terræ superficiem; Imaginemur radium.a.q.cuius respectu etiam imaginemur duos superficiei terræ situs, quorum vnus sit.q.o:cui dictus radius sit perpendicularis,& alter.q.p.cui radius.a.q.ex obliquo incidat. Imaginemur ergo triangulum.q.o.p.cuius angulus.o.rectus est ex suppositio,unde.q.o. minor erit.q.p.ex.18.primi Euclidis.hinc fit,vt super.q.o.cadat vniuersum lumen, quod super.q.p.diffunditur. Sit.q.u.æqualis.q.o.& sit imaginatione protracta.u.n. æquidistans.p.o.a.vnde.q.u.illuminata erit à radio.n.q.minore radio.a.q. ergo minus calida erit superficies.q.u.ipsius terræ,quàm.q.o. quia maius lumen in se maiorem calorem includit: quod manifestè apparet in radiorum vnione mediante reflexione, aut refractione. Sed quod attinet ad minorem resistentiam vaporum ad ipsum radium luminosum, etsi primo capite meæ Gnomonicæ leuiter id attigerim, nihilominus tamen,& idem ipsum hoc loco proponam. Denotetur,exempli gratia, superficies terræ ab.o.g.et ea,quæ est vaporum ab.n. a. supponatur etiam sol in situ.

q.qui

q. qui sit Zenith pũcti.o.& etiã in.p.ipsi orizóti propinquus, aut extra Zenith, cuius duos radios.q.o.et.p.o. Imaginemur, quorum duæ partes.a.o. et. n. o. erunt aliquo modo ab ipsis vaporibus offuscatæ, sed.o.n.breuior est.o.a.ex.7.lib.3. Eucli. minorem ergo resistentiam habebit à vaporibus sol in Zenith, quàm extra eundem commorans, & quantò longius erit idem ab ipso Zenith, tanto maiorem resistentiam à dictis vaporibus inferri ex eadem.7. lib.3.Eucli. dicemus.



Nullum corpus sensus expers à sono offendi, præterquam Aristoteles crediderit.

CAP. XXXII.

POsse sonum corpus aliquod, quod sensu sit destitutum, vt Aristoteles.9.cap.libr.2.de cęlo putauit, offendere, est falsum.

Corpus enim non nisi à corpore potest lædi, non ergo à sono, cum sonus corpus non sit. Sed aer, & ignis, cum è contra sint corpora, hoc facilè præstare possunt implendo aliquem locum velociter ad excludendum vacuum; vnde generatur sonus. Quod hucusque à nemine animaduersum fuisse comperio.

Pyta-

Pytagoreorum opinionem de ſonitu corporum cœleſtium non fuiſſe ab Ariſtotele ſublatam.

CAP. XXXIII.

SEnſerunt Pythagorici orbes cęleſtes dum circunuoluuntur,non autem corpora ſtellarum ſolum,ædere ſonum. Quibus dum Ariſtoteles contradicere cogitat, maximè fauet. Ea tamen opinio è phyloſophorum ſcholis eſt explodenda, quia aut orbes ſunt ſibi ipſis contigui, aut inuicem diſtantes : ſi ab inuicem diſtant (quod nemo adhuc conceſſit, quia hac ratione vacuum introduceretur) clarum eſt, quod cum ſe minime tangant, ſonum edere nequeunt: Si verò eorum vnus alteri ſit contiguus,neq; etiam ab ipſis ſonus reſultare poterit, quia pro certo putandum eſt,ipſorũ ſuperficies tam politas eſſe,ac lenas, vt nihil omnino aſperitatis, aut inæqualitatis contineant. Vt exempli gratia,ſi aliquis duo ſpecula plana inuicem confricaret, nullum planè ſonum audiret, ſed ſi hoc faceret cum duabus ſuperficiebus aſperis, ſonũ perſentiret,& tanto maiorem;quantò aſperiores eſſent dictæ ſuperficies, & qui vult vt arcus lirę,ex corda ſonum eliciat, colophonia dictum arcum illinet, vt aſperiorem reddat. Neceſſarium quoque eſt vt tremat ſiue trepidet corpus, quod ſonũ edere debet; Neque etiam abſque aere ſonus effici poteſt, quia aer ſonat ingrediendo velociter ad implendum locum,vt non remaneat vacuus. Sed ſupponendo in æthe rea regione neque aerem eſſe, neque corpus aliquod fluidum, clarè patebit orbes cœleſtes ex ſeſe nullum emittere ſonum. Idem affirmo de fricatione ſuperficiei concauæ infimi orbis lunaris cum conuexa materiæ à dicto orbe contentæ, ſuperioribus rationibus fultus,vt etiam experientia à corpore aliquo fluido, quod in alio velociſſimè moueretur deſumpta fretus,cuius corporis ſuperficies tamen lenis eſſet, à quo ſonus non gigneretur. Et non minus dicere poſſum,corpus fluidum moueri in continente loco immobili, quam dictum corpus continens illud eſſe,quod moueretur, & non fluidum corpus. Cuius rei poſſumus etiam exemplum habere à quouis corpore perfectè rotundo,quod circa ſuum axem velociſſimè moueatur,nullum ſonum efficiet,quia nullam aeris partem extra ſuum locũ impellit dum mouetur non ſecundum totum,ſed ſecundum ſuas partes,quarum quælibet abſque reſiſtentia immediatè ſubintrat locum alterius, abſque temporis interpoſitione. nec huiuſmodi locum aliquo modo eadem materia dicti corporis,quod circunuoluitur: deſtitutum dimittat. Sed ſi Pythagorici de alia quadam harmoniæ ſpecie ab ea, quæ eſt ſonorum,vt à diuerſis velocitatibus motuum,aut à diuerſis magnitudinibus aut diſtantiis, aut ſtellarum influxibus intellexiſſent,rectè ſenſiſſent ex parte,non autem omnino, quia ea harmoniam efficere nequeunt,quæ ad inuicẽ ſecundum interualla harmonica proportionata non ſunt,vt ſunt dupla,ſeſquialtera,ſeſquitertia,ſeſquiquarta,ſeſquiquinta,ſupertripartientia quintas,ſuperbipartiẽtia tertias,& quę ab ijs dependẽt ideſt coniuncta ſunt cum duplis; de conſonantijs loquendo. de diſſonantiis idem dico, quæ harmonicis inſeruiunt modulationibus, vt ſeſquioctauũ,ſeſquinonũ,ſeſquiquintũdecimũ, ſeſquiuigeſimũquartũ,ſeſquioctuogeſimũ, & ſuperbipartiens vigeſimasquintas. Verũ quidem eſt nonnulla harmonica interualla in aſpectibus cõperta fuiſſe,vt Ptolomeus oſtendit,& alii quoque aſſerunt. ineſt tamen huic rei nonnihil difficultatis. vt exempli gratia, ſi ſubtrahamus diateſſaron extra diapaſon,remanet diapente, & ſi à diapente ſubtrahamus ſemiditonum, remanet ditonum (quæ duæ conſo-

conſonantiæ,eum habent reſpectum ad inuicem , quem habent diateſſaron, & diapente , quia quemadmodum ſemiditonum , & ditonum ſimul coniuncta,componunt diapente, ſic diateſſaron,& diapente ſimul vnita componunt diapaſon; & quéadmodum terminus,qui diuidit diapaſon in diateſſarō,& diapente,eſt mediator harmonicus inter extrema diapaſon diuiſi,ſic etiam terminus,qui diuidit diapéte in ſemiditonum,& ditonum,mediator eſt harmonicus inter extrema ipſius diapente diuiſi) ſubtrahendo deinde à diapaſon ſemiditonum remanet exachordum maius, & ab eodem diapaſon ſubtrahendo ditonum remanet exachordum minus , quę quidē nō accidunt aſpectuum circulo, quia ſubtrahendo aſpectum quadratum ab oppoſito , remanet aliud quadratum, & ſubtrahendo ſextilem à trino remanet quoque alius ſextilis. Quòd autem attinet ad motus , ad magnitudines,ad diſtantias,& ad influxus,nihil eſt,quod hiſce proportionibus conueniat , ſed quia hæc omnia depēdent ab īfinita,& diuina ꝓuidētia Dei,neceſſariò fit vt iſtæ velocitates,eæ magnitudines, diſtantiæ,& influxus,talem ordinem,& reſpectum inter ſeipſa,& vniuerſum habeāt, qualis perfectiſſimus ſit.

De raro et denſo nonnulla, minus diligenter à Peripateticis perpenſa.

CAP. XXXIIII.

ANtiqui Peripatetici de videndo in hyeme animalium halitu. Id, quod in æſtate non euenit, malè diſputauerunt, quia hoc naſcitur à condenſatione halitus, quę ab ambiente frigore fit. quia halitus is ab ore,aut naſo animalis exiēs non eſt purus aer attractus primò,ſed mixtus eſt cum quodam vapore excrementitio,& ſubtili,quo ſemper ab ea parte euacuaī corpus,qui ſtatim ab aere frigido circundatur,& denſatur, quam ob cauſam ab ipſo ea luminis pars reflectitur, quæ eum penetrare non poteſt, quod in hypocauſtis, huiuſmodiq; calidis locis non fit. Idem exemplo ab aqua ſtatim à ciſternis,aut profundis puteis in hyeme extracta comprobari poteſt,quia tunc temporis, huiuſmodi aqua , cum magis calida ſit, quàm frigida , emittit vaporem , qui facillimè videtur , ob rationem iam dictam, quod in æſtate non cernitur in aqua , etſi ea magis calida eſſet , quam ea , quæ in hyeme hauritur.

Ratio autem,quam ab antiperiſtaſi deſumptam citarunt iidem ad inquirendum, cur æqua ſubterranea magis calida,aut minus frigida,hyberno tempore , quàm ea, quæ eſt ſupra terram ſit,vana eſt,quia hoc non aliunde fit,quàm ab eo,ꝙ terræ porri à frigoris ſiccitate ſint clauſi,vnde vapores & exalationes non tam facilè exire poſſunt. quamobrem calefiunt ſubterraneæ partes. Fimum,fœnum,frumentum hac in re ſunt nobis exemplo,in quibus ſępiſſimè viſum eſt ignem accendi.

Priore illa quoque ratione de antiperiſtaſi dicta,volunt philoſophi maiorem caliditatem hyęme,quàm ęſtate in animalium ſtomacho contineri, non animaduertentes ſiccitatem, frigiditatis partes ſuperficiales corporis,reſtringētem,ſanguinem verſus originem ſuam impellere, qui in eo loco copioſior cum ſit,eas partes tunc temporis calefacit magis.

Neque etiam ijdem nouerunt cauſam,vnde fiat,ut in æſtate impleto vaſe vitreo, aut argenteo , aut ex materia non poroſa conſtante,aqua frigida,vas ſudet, quod tempo-

tempore hyemis,non nisi in calidis locis euenit,quem sudorem , dicebant ipsi , esse eandem aquam,quæ per porros vasis exiret, quod falsissimum est,quia si per porros aqua frigida exiret multò magis exiret calida , cum subtilior sit,& ad penetrandum aptior. Sed hoc non aliunde oritur,quàm à condensatione aeris vas circundantis , causata à frigiditate vasis refrigerati ab aqua , quemadmodum tempore hyberno clarè videmus mane superficies interiores vitri fenestrarum sudare,quia extrinsecũ frigus refrigerando vitrum,intrinsecum aerem sibi contiguum congelat .

Neque silentio inuoluendum est,nec Aristotelem,neque alium ex suis fautoribus animaduertisse densum,& rarum esse causam ventorum.Rarũ autem & densum, mediante calore & frigore fit , & si à partibus , in omogeneis, licet argumẽtari, de toto deducat consequentiam qui velit,obseruans in calidis æstatis diebus,dum aliqua nubecula ad Solem cooperiendum incedit,ibi statim agitationem aeris sentiri;ea verò nubecula prætergressa cum fuerit,& in ea parte , aer ad pristinam raritatem caussatam à calore Solis redierit, quiescit;huiusmodi autem aeris agitatio,à nulla certè exhalatione proficiscitur,sed à motu solum locali, quem dum condensatur, facit. Omne densum natura sua frigidum est; omne rarum calidum, & è conuerso. Et frigida aura,quæ à flabellis causatur,non solum à nouo aere qui nos tangit, sed etiam à denso, quod in agitatione eiusdem aeris fit,nascitur.

Cum autem de raritate & densitate disputationem susceperim , non sine ratione mihi videt illorũ opinionẽ explodẽdã esse,qui Lunę maculas nó aliud esse dixerunt, quàm aliquas partes rariores aliis eiusdem Lunæ partibus,non obseruantes rarum,& densum,proportionabilia lumini,quod ab huiusmodi corporibus reflectitur, non esse. quia corpus aliquod rarum aliquando aptum erit ad reflectendum maius lumen , quàm corpus minus rarum ut manifestè apparet à nubibus reflecti lumen : quod ab aere non fit. Non defuerunt qui contrarium dixerunt,idest,eas Lunę partes, densiores esse;neque unquam aliquis fuit qui de diaphano,aut opaco mentionem fecerit,quia melius est credere,eas partes diaphanas,siue perspicuas magis esse,quàm alias,quę per aliquod spatium, solis radio ingressum permittant, & alię partes cũ sint opacæ ipsum à superficie reflectant. diuersa tamen ratione à speculo , cum in plenilunio tota ferè Lunę pars illuminata cernatur,quamuis dictum lumen extensiuè & intensiuè sit minus eo, quod ipsa in nouilunio recipit. Indignum autem mihi videtur ijs respondere,qui dixerunt huiusmodi maculas,terræ vmbras existere,cum crassissimæ ignorantiæ tenebris sint circunfusi,vt etiã fuit Cornelius Agrippa,qui primo de occulta philosophia dicens se nosse modum quendã naturalem à Pythagora inuentum,quo in Luna id totum,quod ipse super speculum scripsisset,videretur . ostendit manifestè se ignorare luminum vmbrarumq́; naturam.quia nulla vnquam vmbra generari potest à corpore,quod aut opacum non sit , aut officio opaci non fungatur , vt nunc dicemus de diaphaneitate aquæ. Neque corpus opacum illuminatum adũbrare potest,nisi opacum illud in linea recta situm obtineat, quæ inter lucidum & illuminatum extenditur. Neque etiam respondebimus ijs,qui sentiunt quotiescunque nulla esset terra,sed totus hic globus esset aqua,toties non futuram eclipsim lunarem,ratione diaphaneitatis aquæ. Quod falsissimũ est,quia omne corpus sphęricum quantumuis diaphanum sit,dummodo sit densius aere , luminosos radios refrangit,& eos ad inuicem intersecare facit,qui deinde vltra intersectionis punctũ disgregantur, ita vt amittant illuminationis actum. Adde ꝙ etsi huiusmodi corpus aqueum,sphęricum non esset,sed cubicum,illud super aliquã ex eius superficiebus ad angulos rectos radius solaris percuteret,non eum tamen penetraret, quia dictus radius perpetuò debilitatur,& eò magis,quo maiorem profunditatem in diaphano

eius

eius corporis,quod sit densius aere acquirit, nec totus radius vnquam dictum corpus ingreditur,cum ab eius superficie magna pars reflectatur. Resistit ergo huiusmodi corpus lumini,& quantò magis spissum aut profundum existit, tantò validius resistit. Habemus huius rei testes, piscatores vnionum, in ijs mundi partibus,quæ paucis ab hinc annis Hispanorum opera nobis innotuerunt, qui affirmant ad maris vsq; fundum lumen Solis non peruenire.

Immediata ratio, cur nebulę in ijs locis in quibus cõspiciuntur permaneant,& usic altiores,nunc verò depręssiores cernantur,non ea est,quam Aristoteles cap.3.lib.1. metheororum proponit, sed inde oritur, quòd sint eædem densiores ea parte aeris, quæ ipsis supereminet,& rariores ea,quæ ijsdem subiacet.Quòd autem alicuius corporis densitas maior ea, quæ est medij, in quo reperitur,causa sit, vt ipsum corpus descendat,& maior raritas eiusdem corporis,ea,quæ est quoque medij,efficiat, vt dictum corpus ascendat,iam Archimedes in lib.de insidentibus aquæ docuit.

Rectissimę instituit natura, vt corpora densiora versus loca angustiora, & minora (intelligendo ea loca orbicularis figuræ)quæ ad centrum propius accedunt, & rariora ad ampliora loca,& maius spatium occupantia,sese reciperent. tum quia eadem quantitas materiæ condensatæ,eget minori loco quam rarefacta, cũ etiam, quia cũ corpus densum non ita ad velocitatem motus localis, vt rarum, idoneum sit, ad eas partes accedat,quæ motibus tardioribus magis sunt aptæ,corpora autẽ rara ad eas, quæ velocioribus motibus sunt aptiores sesè transferant. præterquam ꝙ reuera appareat pro maiori parte, corpus magis densum,minus diaphanum; aut magis opacũ futurum,quàm rarum, licet sæpissimè videamus contrarium, vt superius innuimus. est tamen naturale proportionatumq; magis opacum denso, & diaphanum raro, quàm è contra. Quamobrem summa ratione inducta natura voluit, vt corpora magis opaca,aut minus diaphana,magis vicina centro colligantur,vt spatium, quòd remanet,absque vllo impedimento à radijs solaribus penetrari possit. Tres autem eæ causæ,quas hoc loco posui,propriæ sunt,immediatæ,& per se,ex quibus fit,vt corpora densiora descendant,& rariora ascendant in mediis minus densis, aut minus raris dictorum corporum, quæ à nemine, ꝙ sciam,hucusque propositæ fuerunt.

Qui autem asserunt cucurbitæ, quam apponunt chirurgi,effectum ex eo nasci, ꝙ calidi sit attrahere, valdè aberrant à vero quia hoc,non nisi à raro,& à denso immediatè,à calido & frigido causatis efficitur, quia aer in cucurbita rarefactus à calore & per consequens dilatatus,statim vt à dicto calore deseritur,iterum condensatur & tantò citius, quantò aer ambiens frigidior existet, & quia eadem materia cum condensata fuerit minorem semper occupat locum, restringens igitur sese in cucurbita aer dum condensatur,necessariò fit,ne ulla, scilicet pars vacua remaneat, ꝙ cum alius aer ingredi cucurbitam nequeat aliud corpus ingrediatur. Idem cum amphora in qua nullum aliud, quam aëreum sit corpus experiri possumus, si eã ad ignem primò calefactam,deinde cũ ore in amplo aliquo cyatho,aut alio vase. vino, aut aqua pleno vbi videbimus huiusmodi liquorem statim sursum ferri,quia dum calefit amphora,rarefit quoque aer qui in ea continetur, & quia rarescit dilatatur, & quia dilatatur,eget maiore loco; & ideo magna pars eius foras exit; Cum verò ea aeris portio, quæ intus remanserit,iterum condensatur ob defectum caloris, restringitur, minoriq; indiget loco;Quod cum ita se habeat,necessarium est,ne aliquis locus vacuus remaneat,vt aliud quoddam corpus ingrediatur, cum ad ingrediẽdum aeri non patuerit aditus. quod si corpus admodum non erit fluxile,aut humidum, ita vt ingredi amphoram possit ita amphorę hærebit,vt non cito diuelli possit,& eo modo sępe

cũ admiratione videm⁹ fragile vas vitreũ magnũ, & graue lapideũ corpus eleuare. Sed vt ad denſum & ad rarum redeamus, mihi videtur frigidum eſſe conſequentem qualitatem denſi,& calidum rari, quia quæuis res dum calefit, rarefit, & quælibet materia dum refrigeratur, ſimul condenſatur. Qua ratione fit, vt terra frigidior ſit aqua, & ignis calidior ſit aere.

Nec propriè locutus eſt Ariſtoteles.9.&.10.capite primi lib.& ſecundo ſecundi metheororum cum dixerit caloré Solis eum eſſe,qui ſurſum humores,vaporesq; eue hat,quia Sol nil aliud facit,quam calefacere,cuius caloris ratione,ea materia rarefit, & ob rarefactionem leuior facta aſcendit,non quia ſurſum à Sole feratur.

Quę ſubſequuntur,cum raro ac denſo ſimbolum habere videntur.cum raro, ſcilicet calidum,humidum,leue,ſublime,diaphanum,lumen,clarum,lux,albũ,dies, motus, velox, ſimplex, diſgregatum, molle, lene, acutum,ſubtile,coctum,ſpaciosũ, dulce,voluptas,audacia,lætitia,liberalitas,veritas,induſtria,amor, miſericordia,humanitas,ſanitas,vita,& iis ſimilia. Cum denſo verò frigidum,ſiccum,graue, imum, opacum,vmbra,obſcurum, tenebræ,nigrum,nox,quies, tardum,mixtum,congregatum,durum, aſperum,ob tuſum,craſſum,crudum,anguſtum,amarum,dolor, timor, melãcholia,auaritia,mendacium,inertia,odium,crudelitas,feritas,infirmitas,mors, & ijs ſimilia.

Verum eſt quod ea ratio,qua Ariſtoteles ait aerem humidum eſſe, parui eſt momenti,quia ſimiliter de igne inferri poſſet,qui facilius à termino alieno, quã aer,aut aqua terminari poteſt.

Motum rectum curuo poſſe comparari etiam diſſentiente Ariſtotele.

CAP. XXXV.

SEd vt ad Ariſtotelẽ redeamus,rectè dicere non poteſt motum rectum ad curuũ comparabilem non eſſe.4.cap.lib.7.phyſicorum,vbi errat quoque dicens reperiri non poſſe lineam aliquam rectam alicuius circuli circunferentiæ æqualem. quia Archimedes iam probauit in lib.de quadratura circuli, triangulum illum orthogonium,cuius vnum ex lateribus circundantibus angulum rectum æquale eſſet ſemipiametro alicuius circuli,& aliud circunferentiæ,æqualem futurum dicto circulo. Illud igitur triangulum orthogonium,quod æquale erit alicui circulo, & habebit aliquod ex ſuis lateribus circundantibus angulum rectum æquale ſemidiametro dicti circuli, aliud quoque latus ipſum angulum rectum circundans,ex neceſſitate,circũferentiæ dicti circuli habebit æquale. Poteſt igitur dari vna quædam recta linea ęqualis circulari contra Ariſtotelis opinionem,qui non benè reuocauit in mentem, quod ſcripſit de relatiuis,cum dixit quadraturam circuli poſſe quidem dari,etſi tũc tpis de ea nõ haberẽ ſcientia. Si igiẽ dicta quadratura dari põt,poteſt etiã dari vna recta linea ęqualis circunferentiæ eiuſdẽ circuli,ob rationes iã dictas. Sed ſi Ariſt. dixiſſet,circularem corporum cęleſtium motum, comparabilem non eſſe recto corporum elementarium, verum dixiſſet, non quia eorum alter circularis, alter verò ſit rectus, ſed quia cœleſtis regularis ſit, neque modò tardus, modò velox, ſed vnam ſemper & eandem velocitatem retinens,motꝰ aũt,qui eſt corporũ elemen

tarium

tarium è contrà ſe habeat,præter id,ꝙ nunquam fuit neque ſit futurus aliquis horũ rectorum,qui naturales dicuntur, qui tam velociter moueatur,ut motus cœli,quia ſi voluerimus conſiderare motum diurnum.24.horarum,ſecundum opinionem communem, reperiemus calculando,Lunam in quadraturis cum Sole,dum inuenitur in æquatore,ſingulis horarum minutis moueri per.500.milliaria Italica vel circa,& in coniunctionibus,& oppoſitionibus ipſius Solis.1000.vel circa,&Solem tempore æquinoctiorũ.18000.& Saturnũ circa æquatoris ſitũ.260000.& amplius de ſtellis aũt fixis circa æquatorem poſitis quiuis cogitet; quod reuera difficillimum quibuſdam videbitur,quod quidem non occurrit ſecũdum pulcherrimam Ariſtarchi ſamij opinionem, diuinitus à Nicolao Copernico expreſſam, contra quam nil planè valent rationes ab Ariſtotele; neque etiam à Ptolomeo propoſitę.Motu verò proprio,quolibet horę minuto,Sol mouet̃ per milliaria circa.48.Luna quãdo cõiuncta eſt,aut oppoſita reperitur Soli.36.milliaria,& in quadraturis.18. Saturnus.24. Iupiter.40; Mars.100: Venus.26:Mercur.5.Sed Saturnus motu rapido, vno horæ minuto mouet̃ circa.260000.milliaria, vt diximus Iupiter circa.170000.Mars.75000.Venus. 10000.Mercurius.2000.corpus autẽ elementare,& ſi moueret̃ motu recto hoc mõ, & velocius etiam corpore cęleſti,non obſeruans tamẽ uniformitatem,ut dictum cœleſte facit,cum eodem nullo modo comparari poſſet, quia rectus dictus naturalis, ſuam ſemper velocitatem adauget,ob continuam impreſſionem,quam recipit à cauſa perpetuò coniuncta çum ipſo corpore,quę eſt propenſio illa naturalis eundi breuiori quadam via ad locum ſuum, ita vt etiam ſi dictum corpus elementare à motu tardiore ad velociorem,ſuperare poſſet motũ alicuius corporis cęleſtis,ij duo motus interſecarent ſeſe in vno ſolo pũcto,quod diuidi diſtribuiq́; in partes nequiret,ideſt non niſi in vno ſolo temporis inſtanti redderentur æquales, vt ita dicam. Neq; ſolũ loquor de circulari cœleſti cum recto elementari, ſed de qualibet alia motuum ſpecie,ſiue ſint ambo recti,ſiue ambo curui,quando aliquis eorum irregularis erit.

Minus ſufficienter exploſam fuiſſe ab Ariſtotele opinionem credentium plures mundos exiſtere.

CAP. XXXVI.

MAior ratio, qua Ariſtoteles eorum opinionem, qui plures eſſe mundos dixerunt, refutare nititur, in eo conſiſtit,quod is credat partes terræ, quæ alijs mundis aſſignarentur,ad huius mundi centrum inclinationem habere, & ſic ignem illorum,propenſionem habiturum ad circunferentiam huius.

Quæ certè ratio tam debilis eſt, vt per ſe cadat, non conſiderans ipſe, quòd ſi eſſent dicti mundi,eorum quilibet ſuum proprium centrum,ſuamq́; propriam circunferentiam haberet,terrasq́; & ignes haberent inclinationem ad centra circunferentiasq́; ſuorum mundorum,abſque eo, ꝙ vna terra, alterius centrum appeteret; vt exempli gratia,ſi doctiſſimi Ariſtarchi opinio eſt vera,rationi quoq; conſentaneum erit maximè, vt quod Lunæ contingit, cuilibet etiã ex aliis quinque planetis eueniat,ideſt,vt quemadmodum Luna ſuorum epicyclorum ope circũ terram voluitur, quaſi per circunferentiam alterius cuiuſdam epicycli, in quo terra ſit inſtar centri naturalis (ideſt ſit in medio) delati ab orbe annuo circa Solem;Sic etiam Saturnus, Iupiter, Mars, Venus, atque Mercurius, circum aliquod corpus in medio ſui epici-

cli maioris, ſitum habens, voluantur; quod quidem corpus, & aliquem quoque habeat motum circa ſuum axem, ſit opacum, ijs conditionibus, quæ terræ ſunt ſimiles, præditum exiſtat, & in dicto epyciclo ſint res ſimiles iſtis lunaribus.

An rectè loquutus ſit Phyloſophus de extenſione luminis per uacuum.

CAP. XXXVII.

ARriſtoteles ſecundo lib. de anima ſentit q̃ per vacuum non extenderetur lumẽ, quod procederet à corpore lucido. Quod veriſimile nõ eſt; qa quẽadmodum quantò rarius eſt aliquod corpus, tanto aptius eſt vt diaphanum exiſtat; & quãtò rarius eſt dictum corpus, tantò minorem quantitatem materiæ contineat; ſic quãtò magis diaphanum eſt, cum ex perexigua materia conſtet, tantò magis liber tranſitus luminis patet; Vnde quantò minor quantitas materiæ erit in dicto ſpatio, tantò nitidius pertranſibit lumen. Sequitur ergo, quòd vbi nulla eſſet materia, totum lumen libere tranſiret. Color cęruleus quem videmus in profunditate aquæ, & aeris, color eſt aquæ & aeris, qui denotat reſiſtentiam factam ab aere & ab aqua ipſi lumini; Quod quidem lumen ubi corpus aliquod non eſſet, minime reflecteretur, ſed abſque vllo impedimento rectà tranſiret.

An rectè phyloſophia penus Ariſtoteles ſenſerit de loco impellendo à pyramide.

CAP. XXXVIII.

ARiſtoteles. 8. cap. lib. 3. de cœlo, diſputans contra antiquos de elementorum figuris, ait pyramidem implere poſſe locum corporeum. quod verum non eſt. Cubus quidem id facit ab. 8. enim cubis perfectè impletur locus, ſed non item. 12. pyramides, ut Ariſtoteles ſenſit (ideſt ſex ſuper aliquam exagonam figuram ſuperficialem & ſex ſub eadem) id præſtant, cum potius maius vacuum remaneat ad quamlibet partium ſupra, & infra, quam plenum. Rectius Ariſtoteles egiſſet, ſi probaſſet ratione immobilitatis conuenire pyramidem terræ, quam cubum. quamuis, de horum corporum altero, ſit ſtultum hoc credere. decepti tamen fuerunt antiqui, credentes cubum ad motum minus idoneum eſſe, quam reliqua quatuor corpora regularia (loquor autem habita volubilitatis ratione) quia pyramidale eſt illud, quod ita ſe habet, vt multis rationibus probari poteſt, quarum vna hæc nobis ſufficiet. Scimus iam ex communi conceptu corpus ſphęricum eſſe magis volubile, inſtabileq;, quàm alia ſint. Illud ergo corpus, cuius figura ad ſphæricam magis accedet, ad uoluendum, & ad mouendum facilius erit quouis alio, quod æqualis ſit quantitatis, & ſibi omogeneum materia, vt exempli gratia corpus. 20. baſium ad voluendum, & ad mouendum promptius erit eo, quod ex. 12. conſtat, & id, quod eſt. 12. eo, quod eſt. 8. & id, quod eſt. 8. eo, quod eſt. 6. & id, quod eſt. 6. vt cubus eſt, eo, quod eſt. 4. cuiuſmodi eſt pyramidale. Huc accedit, quòd pyramidale corpus aliam conditionem habet, quàm cubicum, cum in quauis facie inalte-

ra-

rabile sit, cubicum autem econtrà sit alterabile vndequaque, suaq; quadrata in rhũbos mutare possit, iisdem existentibus lateribus.

Examinatur quam ualida sit ratio Aristotelis de inalterabilitate Cœli.

CAP. XXXIX.

ARristoteles textu. 22. primi lib. de Cœlo ita inquit.

Accidit autem, & hoc per sensum sufficienter, quo ad humanam dixisse fidem, & omni pręterito tempore secundum traditam inuicem memoriam, nihil videtur transmutatum neque secundum totum vltimum cęlum, neque secundum partem ipsius propriam vllam.

Hoc autem in loco Aristo. non considerauit, q; similiter de terra dici posset, quando ipsa ita eminus prospiceretur, imo absque dubio putandum est, q; si terra luce Solis prædita esset, & aliquis ipsam ab octauo orbe vellet videre, nullo pacto cerneret, cum sidera illa quæ primæ magnitudinis vocantur, & quæ plusquam centies maiora ipsa terra putantur non nisi vt puncta videantur.

IN

IN QVINTVM EVCLIDIS LIBRVM.



Vamuis omnia libri quinti Euclid. ueriſsima ſint. Animaduertimus tamen permultos ſumma cũ difficultate eorũ demonſtrationes percipere. Præcipuè ubi quinta, aut ſeptima deffinitiones eiuſdem libri neceſſariæ ſunt. Illæ enim adeo obſcuræ uidentur, ut longè facilius admiſsuri ſint hæc noſtra poſtulata tanquam clariora. Atque etiam tanquam intellectui commodiora, quam ſit illud quintum idemq; ultimum poſtulatum eiuſdem in primo libro poſitum, de linea duas alias ſecante. Quandoquidem ijs noſtris poſtulatis admiſsis, ſequentia Theoremata per facillima reddentur.

Horum autem primum eſt.

QVOD tota compoſita ex æquali numero partium æqualium, ſunt inuicem æqualia.

Vt ſi quis diceret omnes proportiones quæ cõpoſitæ ſunt ex æquali numero aliarum proportionum inuicem æqualium, ſunt etiam inuicem æquales, quod Euclides conatur demonſtrare in. 22. et. 23. quinti libri.

SECVNDVM.

QVOD ſi à totis æqualibus detractæ fuerint æquales partes, quæ remanent erunt partes inuicem æquales.

Et è conuerſo ſi æqualibus æqualia addas compoſita erunt inuicem æqualia.

Quod in ipſis proportionibus hoc loco ſemper intelligendum eſt.

TERTIVM.

Quę eſt Euclidis ſeptima propoſitio.

QVOD ſi fuerint plures termini æquales inuicem, ratio ſeu proportio vnius ipſorum ad alium tertium terminum maiorem, minoremúe, ſed eiuſdem generis, erit eadem quæ cuiuſuis alterius termini ad eundem tertium. Et è conuerſo, quæ fuerit proportio tertij termini ad vnum prædictorum æqualium, eadem erit, ſpecie, cum alio eorundem terminorum.

QVAR-

QVARTVM.

Euclidis uerò nona propositio.

QVOTIESCVNQVE proportio vnius plurium terminorum collatorum cum aliquo tertio eiusdem generis, eadem fuerit cum ea quæ est cuiusuis alterius dictorum terminorum cum eodem tertio, aut proportio dicti tertij, cum aliquo dictorum, eadem fuerit cum ea quæ ipsius est ad aliquem alium eorundem terminorũ, tunc eiusmodi termini, æquales erunt inter se.

QVINTVM.

Euclidis uerò octaua propositio.

QVOTIES plures erunt termini, quorum vnus fuerit maior altero, si comparentur alicui tertio eiusdem generis, proportio maioris ad tertium illum, maior erit ea, quæ est minoris ad prædictum tertium, & proportio illius tertij ad maiorem, minor erit ea quæ eiusdem tertij ad minorem terminum comparati.

SEXTVM.

Euclidis uerò decima propositio.

QVOTIES proportio vnius, ex pluribus terminis comparatis ad aliquem tertium, maior fuerit proportione alicuius alterius dictorum cum eodem tertio, primus ille terminus, altero maior erit. Et quoties proportio tertij termini ad vnum quã ad alterum terminum maior fuerit, eiusmodi terminus altero minor erit.

SEPTIMVM.

Euclidis uerò undecima propositio.

PROPORTIONES, quarum vnaquęque cum aliqua tertia æqualis est, ipsæ quoque inter se sunt æquales. Vt illud, Quæ vni & eidem sunt æqualia, sibi inuicem sunt æqualia.

OCTAVVM.

Euclidis uerò duodecima propositio.

QVOTIESCVNQVE proportio vnius ex pluribus antecedentibus cum suo ex pluribus consequentibus, æqualis fuerit ei cuiusuis alterius dictorum antecedentiũ, cum suo plurium cõsequentium, proportio totius aggregati antecedentium cum toto aggregato consequentium, dictæ primę proportioni ęqualis erit, nempe illius antecedentis ad suum consequens.

NONVM.

Euclidis uero tertiadecima propoſitio.

QVOTIESCVNQVE aliqua proportio plurium proportionum inuicem æqualium, tertia aliqua proportione, maior aut minor fuerit, quælibet prædictarum æqualium inter ſe, tertia illa proportione maior aut minor pariter erit.

DECIMVM.

QVOTIESCVNQVE fuerint ex vna parte plures termini (ſiue coniuncti ſiue diſiuncti ſint) æquales ſinguli vni tertio termino; ex altera verò parte totidem fuerint alteri tertio termino æquales, proportio aggregati priorum terminorum ad ſuũ tertium, æqualis erit proportioni aggregati reliquorum terminorum ad ſuum tertium, & è conuerſo, ita ſe habebit primus tertius terminus ad ſuos multos terminos, ſicut ſe habet ſecundus tertius terminus ad ſuos ſimul ſumptos.

VNDECIMVM.

Aggregatum ex partibus proportionalitatis continuæ, quod inter maximum, & minimum terminum omnium terminorum proportionalium comprænditur, ſem per multiplex eſt ad ſingulas partiales proportiones, ex quibus ipſum componitur.

DVODECIMVM.

Quæuis proportio quocunque modo diuiſa fuerit, ex iis partibus componitur, in quas diuiditur.

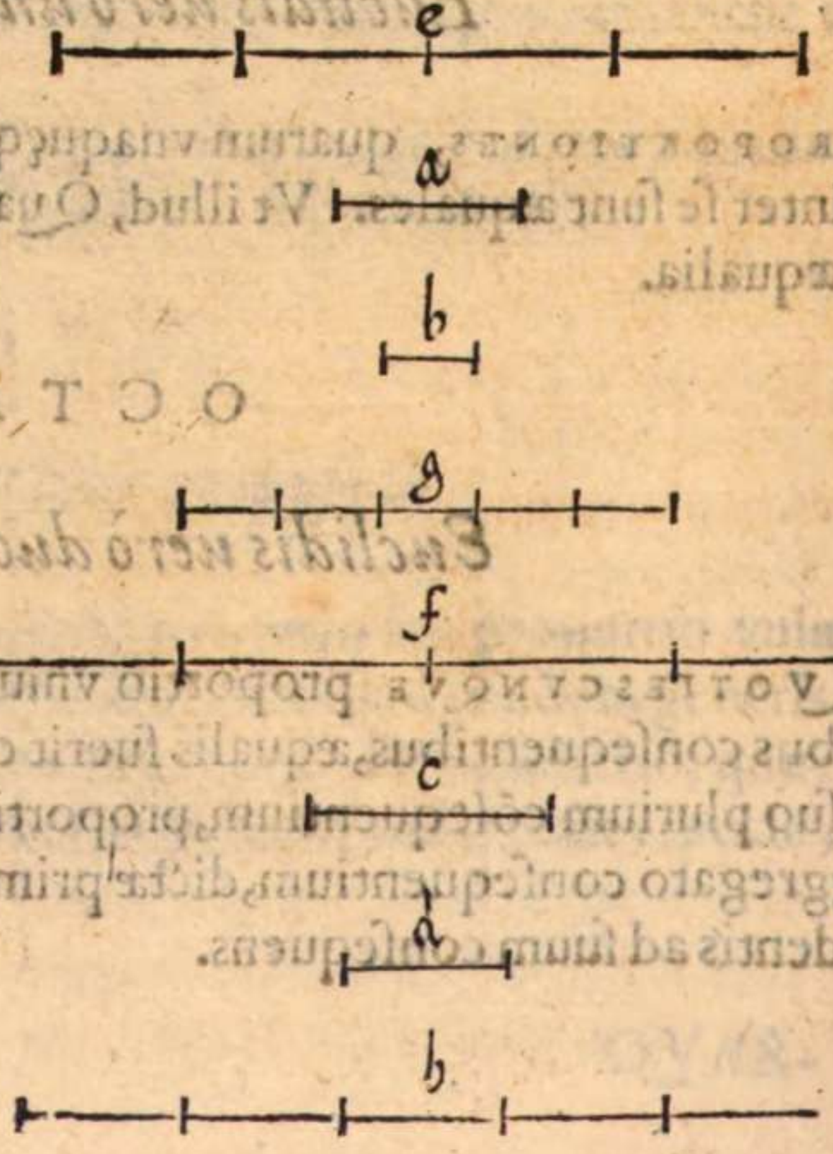
Cum enim hæ præpoſitiones ſint ita conſpicuæ ipſi intellectui, ut abſq; dubio inter obiect a ipſius intellectus connumerari poſſint, nullus ſanæ mentis eas negabit.

THEOR. I. II. ET III.

PRimum, ſecundum, & tertium theorema quinti Euclidis ab ipſo ſatis exactè demonſtratur, ſtudioſus itaque autorem conſulat.

THEOREM. IIII.

QVartum vero Theorema Euclidis ego ſic demonſtrarẽ. ſit, verbi gratia, proportio. a. ad. b. quæ eſt. c. ad. d. ſumptis multiplicibus. e. et. f. ad. a. et. c. æqualiter, item multiplicibus. g. et. h. ad. b. et. d. dico proportionem. e. ad. g. eſſe eandem quæ eſt. f. ad. h. Habemus enim ex. 10 poſtulato præmiſſo, eandem futuram proportionem. e. ad. a. quæ eſt. f. ad. c. & ita. b. ad. g. quæ eſt. d. ad. h. ex præſuppoſito verò cũ ſic ſe habeat. a. ad b. ſicut. c. ad. d. erit ex primo poſtulato eadẽ proportio. e. ad. g. quæ eſt. f. ad. h. Nam proportio. e. ad. g. componitur ex eis quæ ſunt. e. ad. a: et. a. ad. b.



b.et.b.ad.g.& similiter proportio.f.ad.h.cõponitur ex eis quæ sunt.f.ad.c.et.c.ad.d. et.d.ad.h.

THEOR. V. ET VI.

CIRCA 5.et.6.theorema nihil notandum occurrit.

THEOR. VII. VIII. IX. X. XI. XII. XIII.

THeoremata à. 6.in.13. cum sint de obiectis intelligibilibus, sine vllo medio, ab intellectu cognitis, inter axiomata à me relata fuerunt. 7. inquam quinti Euclid.fecimus tertium Postulatum,.8.quintum,.9.quartum,.10.sextum,.11.septimum,.12.octauum,.13.nonum.

THEOREM. XIIII.

QVartumdecimum Theorema ex Euclide demonstrabitur, mutatis tantum theorematibus ab interprete notatis, ita vt loco.7.8.noni, & decimi citetur tertium.5.4.et.6.postulatum à me propositum.

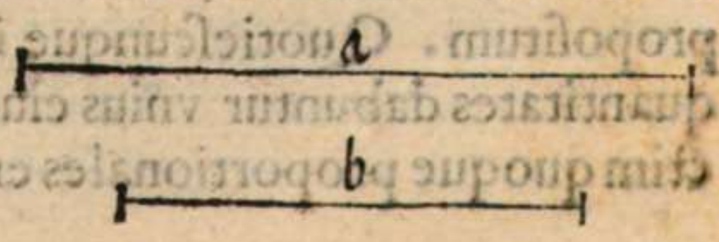
THEOR. XV.

QVintumdecimum Theorema sic demonstrabo; Sit,exempli gratia,a.terminus antecedens.et.b.consequens, quibus duo multiplices sumantur. c. et. d. Dico eandem proportionem habiturum. c. ad. d. quam.a.ad.b. habet. In primis enim manifestè patet quamlibet partem ipsius. c. habituram eandem proportionem cum qualibet parte.d.quam habet. a.ad. b.quare ex. 7.et.8.postulato propositum eluceſcet.



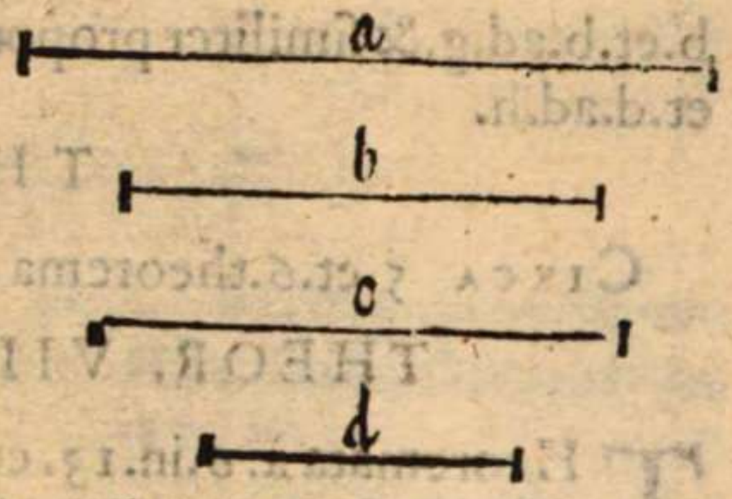
THEOREM. XVI.

SExtumdecimum theorema sic demonstrabitur. Sit,exempli causa,eadem proportio.a.ad.b.quæ est.c.ad.d. Dico ꝙ ita se habebit.a.ad.c.sicut.b.ad.d.Cogitemus itaque alterum istorum terminorum.c.aut.b.medium inter.a. et.d. quare primum intelligamus.b.inter.a.et.d proportio ipsius.a.ad.d.componetur ex ea quę est.a. ad.b.& ea quæ est.b.ad.d.ex.12. postulato. Et ex eodem, illa ipsa proportio. a.ad.d.pariter componetur ex ea quæ est.a.ad.c.& ea quæ est.c.ad.d.sumpto. c.pro medio termino. Ex quo sequitur,aggregatum duarum proportionum,videlicet.a. ad.b.et.b.ad.d.æquale esse aggregato,a.ad.c.et.c.ad.d.ex quibus aggregatis æqualibus si duas proportiones æquales subtraxerimus,eam videlicet quæ est.a.ad.b,& illam quæ est.c.ad.d.supererunt duæ proportiones inter se æquales.erit enim proportio.a.ad.c.æqualis proportioni.b.ad.d.ex prima parte secundi postulati diuisim.



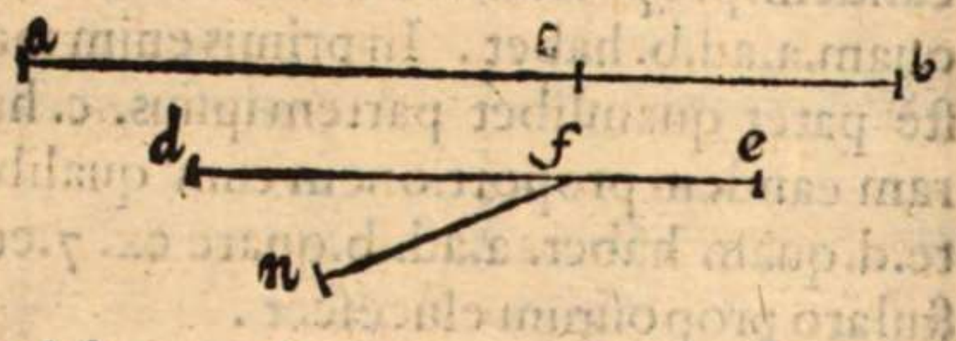
Alia etiam ratione idipsum demõstrari potest, sumpto. b. pro medio termino inter.a.et. c: et. c. pro termino medio inter. b. et. d. quare proportio.a.ad.c.componetur ex.a.ad.b. et.b. ad. c. illa verò quæ est.b.ad.d.ex.b.ad.c.et.c. ad. d. ex. 12.

postulato. Sed cum proportio.a.ad.b.ęqualis sit proportioni.c.ad.d.communis autem.b.c:proportio. itaque.a.ad.c.æqualis erit.b.ad.d. ex secunda parte.2.postulati compositè,& sic habebimus propositum,ita quòd quotiescunque dabũtur.4. quãtitates ex una parte proportionales, illæ ipsæ ex altera proportionales erunt.



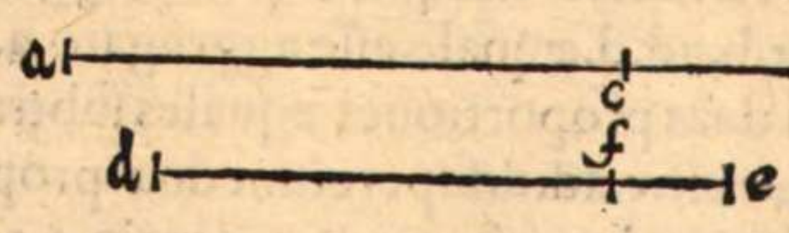
THEOR. XVII.

DEcimiseptimi theorematis hæc est demonstratio. Ita se habeat.a.c. b.sicut se habet.d.f.e.ad.f.e.Probo ita se habere.a.c. ad.c.b.sicut se habet. d. f.ad.f.e. Cogitemus itaque alterum terminum scilicet.n.f.qui sic se habeat.ad.f.e. sicut se habet.a.c.ad.c.b.Quare ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.ad. n. f.sicut se habet.c.b.ad.f.e.& ex.8.postulato ita se habebit.a.c.b.ad.n.f.e.sicut se habet.c.b.ad.f.e. Sed cum ex præsuppositio ita se habeat.a.c.b.ad.c. b. sicut se habet. d.f.e.ad.f.e.ideo ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.b.ad.d.f.e.sicut se habet.c.b.ad.f.e.demonstratum autem est ita se habere.c.b.ad.f.e.sicut se habet.a.c.b. ad.n.f.e.Quare ex.7.postulato proportio.a.c.b.ad.d.f.e,æqualis erit proportioni.a. c.b.ad.n.f.e.& ex.4.postulato.d.f.e.æqualis erit.n.f.e. Itaque ex 3. postulato primi Euclidis.f.d.æqualis erit.n. f. Quamob rem proportio.a.c. ad. d. f. ęqualis erit proportioni.a.c.ad.n.f.ex secunda parte tertij axiomatis præmissi. Igitur ita se habebit.a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.ex 7.postulato. & sic ex præcedenti theoremate ita se habebit.a.c.ad.c. b. sicut.d.f.ad.f.e. quod erat propositum: Quotiescunque igitur dabuntur.4.quantitates coniunctim proportionales, diuisim quoque proportionales erunt.



THEOREM. XVIII.

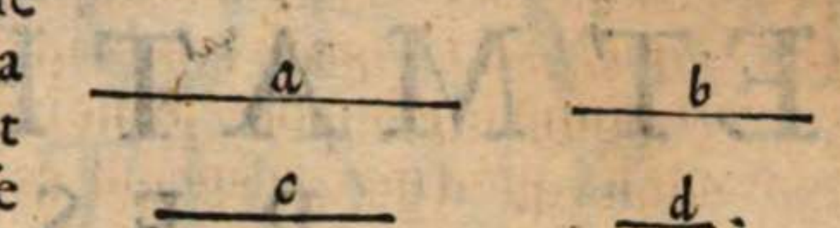
THeorema.18.hac ratione demonstrari potest. Detur proportio.a.c.ad.c.b. similis ei quæ est.d.f.ad.f.e.probo ita se habere.a.c.b.ad.c.b.sicut se habet. d.f. e.ad.f.e. In primis notum est ex.16.theoremate ita se habiturum,a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f. e. Quare ex.8.postulato ita se habebit.a.c.b.ad.d.f.e.sicut.c.b.ad.f.e. Itaque ex.16.theoremate ita se habebit. a.c.b.ad.c.b.sicut.d.f.e.ad.f.e.Quod erat propositum. Quotiescunque igitur. 4. quantitates dabuntur vnius eiusdemq; generis disiunctim proportionales, coniunctim quoque proportionales erunt.



THEOREM. XIX.

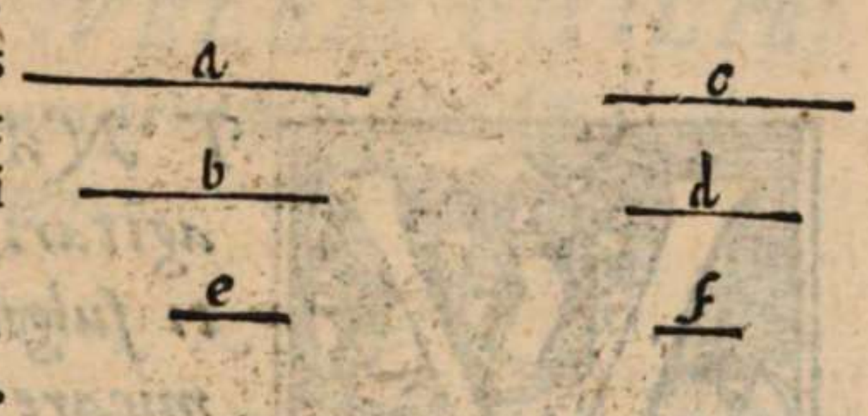
THeorema.19. satis quidem apud Euclidem demonstratur: eius tamen tertia pars commodius hac ratione demonstrari poterit (nempe) quod cum sit proportio

portio.a.ad.b.quæ eſt.c.ad.d.probabo ita ſe habituram proportionem. b.ad.a.ſicut ſe habet.d.ad.c.hoc argumento: ſi.a.ad. b. ita ſe habet ſicut.c.ad.d.ex.16. theoremate ita ſe habebit.a.ad.c,ſicut.b.ad.d. Quare ſic ſe habebit b.ad.d.ſicut.a.ad.c.Itaque ex eodem. 16. ita ſe habebit.b.ad.a.ſicut.d.ad.c.



THEOREM. XX.

QVamuis.20.theorema apud Eucli.perfectè demonſtratum fuerit, poteſt nihilominus & hac via demonſtrari. Sic ſe habeat proportio.a. ad. b. ſicut ſe habet.c.ad.d.& proportio.b.ad.e.ſicut. d. ad. f. Dico q; ſi. a. maius fuerit. e. pariter.c.maius erit.f.& ſi.a.minus fuerit.e:c.quoq; minus erit f.ſin verò çquale,ét æquale erit. Nam ex primo poſtulato certi ſumus ita ſe habere proportioné.a.ad.e.ſicut ſe habet proportio.c.ad p. Quare ex.12.theor ꝓpoſitũ manifeſtũ erit.



THEOREM. XXI.

VIgeſimumprimum theorema,ſatis apud Eucli. probatum , nihilominus præſcripto nunc modo demonſtrari poterit.

THEOREM. XXII. XXIII.

DVO hæc theoremata in primum poſtulatum collegimus.
Sequentia verò cum exactè apud Eucli.demonſtrentur non eſt cur nos in ijs immoremur.

DE

PHYSICA, ET MATHEMATICA RESPONSA.

IO. BAPTISTAE BENEDICTI PATRITII

Veneti, Philosophi Mathematici.

Ad Lectorem.



T Nil magis virtutis est proprium, quàm agitari, & incessabili motu prodesse. Ac veluti fulgidum sydus ante oculos spectantiũ micare. Ita mihi mathematicis ijsq; maximè philosophicis speculationibus dedito, sapissimè, ut in principium summorum aulis, & amplissimis ciuitatibus degenti, ubi multa semper Nobilium mira curiositate, sciendi desiderio, & conferendi cupiditate referta, uersantur ingenia, contigit, modo ab his, modo ab illis, aut uerbis tentari, aut literis prouocari ad disserendum, de his, in quorum studijs uersamur. Quarum concertationum & responsionum, quoniam non omnino indigna existimaui, quæ memoriæ comendarentur, partem aliquam apud me conseruaui. Vbi uerò per ocium licuit, collegi, relegi, ac tandem de manu mittere decreui. Tum ut scientia ipsa quo magis diffundetur, crescat; & quicquid ualeo, sine inuidia in communem utilitatem conferam. Tum ut uirorum præstantissimorum, qui me suis interrogationibus excitauerunt, quantum in me erit, gratitudinis ergo, nomina reddam immortalia, & eorum exemplo alios, ocio sordidiore abiecto, quod solet curialium præcipuè excelsa ingenia corrumpere, ad sciscitandum conferendum, & disserendum, de rebus serijs, & quæ usui aliquando esse possint, & quandoq; euulgari mereantur, alliciam. Tu interim nostris laboribus fruere, & nostram diligentiam boni, & æqui consule, & Vale.

DE

DE TEMPORVM EMENDATIONE

IO. BAPTISTAE BENEDICTI

Patritij Veneti, Philosophi Mathematici.

AD SERENISS. EMANVELEM PHILIB. Allobrogum & subalpinarum gentium Ducem Inuictißimum.

EPISTOLA.



IRVM, Quàm lectione epistolæ seu (vt vocant) Breuis. S. D. N. Gregorij XIII. Pont. Max. quod ad me nuper tua Celsitudo misit ex Nicea, vt meam de ea re sententiam proferrem, delectatus sim; ex quo, non tantum recta illius mens ac verè sancta cogitatio, sed etiam aperta maximaq;, si ad exitum perducat, imo summè necessaria vniuerso orbi vtilitas percipi potest; qua de re memini cum Celsitudine tua aliquando sermonem habuisse. Vidi præterea cum ipso breui transmissum compendium Domini Aloisij Lilij: cuius mihi sententia perplacet, de correctione eius diei, qui 134. quoque anno præter, necessitatem, gignitur. qui sanè dies perpetuæ retrogradationis ingressus Solis in Zodiaci signa, causa fuit. quod ita perspicuè patebit. Cum Numa Pompilius anni cursum correxit emendauitq;, ea sanè mente id videtur præstitisse, vt principium Ianuarij primi mensis anni, præcisè in ipso hyemalis soltitij puncto collocaretur. quod hac tempestate, dictam ob causam adeò retrocessit, vt circa vndecimam diem Decembris esse reperiatur. quod si centesimo trigesimo quarto quoque anno detractus dies vnus fuisset, nihil erroris prorsus accidisset. Atq; dies hic (vt alias Celsit. tuæ significaui) inde generatur, quod quarto quoque anno addentes nos ad quarti anni dies. 365. diem horarum. 24. ob errorem annuum horarum quinque minutorum. 49. secundorum ferè. 16. (anni æqualis siue medij) fallimur quarto quoque anno in minutis. 42. secũdis propè. 56. amplius quàm par sit minutis scilicet. 10. secundis ferè. 44. singulis annis; qui numerus. 134. multiplicatus, diem penè horarum. 24. constituit; penè inquam, quia minutum vnũ deesset tm̃modo, & secunda. 44. si decẽ illa minuta, &. 44. secunda annua, exquisita essent atque perfecta; quæ tamen differentia nullius adeo esset momenti, aut certè perexigui, vt vix exactis. 111086. annis, diem vnum afferret. Itaq; planè necessaria eiusmodi esset emendatio, aptaq; eius ratio à D. Lilio ostenditur, prout etiam Petrus Pitatus Veronensis tradidit, in eo, quem de vera anni quantitate tractatu conscripsit, nempe vt tribus primis centesimis annis, centesimus quisque annus communis sit, quartus subsequens centesimus intercalaris: quod sanè fieri necesse est. Nam

cùm

cùm tribus centeſimis cõmunibus,tres quartas diei partes plus æquo detraxerimus, non enim centeſimo quoque anno, ſed centeſimo trigeſimo quarto, dictus dies detrahi debet, poſtquam tres integros dies, qui quadringentis detrahendi erant, trecentorum annorum ſpacio detraxerimus; ſitque 134. penè tertia pars. 400. quarto annorum centenario,tres quartæ diei partes recuperabuntur; atque ita in fine quadringentorum annorum omnia exactè ſuo loco reſtituta erunt. Idcirco dictus iam quadringenteſimus annus intercalaris & non communis conſtituendus erit, non alia de cauſa,quam vt biſſexti ordinem ſequamur.

Is verò modus,qui à D.Lilio traditus eſt,de ratione inueniendi ſingulis menſibus Nouilunij diem, interdum fallere nos poſſet vno die; prout Ianuario proximè lapſo accidit;quo ex præſcripto modo nouilunij,dies nonus illius menſis eſſe debuiſſet,qui fuit tamen dies ſeptimus, ſexta decima hora cum dimidia poſt meridiem. Neque etiam tutum eſt, via integrorum dierum, nulla habita horarum aut minutorum ratione,nec minus ea, quæ à Pitato tradita eſt, mediorum ſeu æqualium motuũ progredi: At cenſerem potius veros motus ſequendos eſſe ex calculis exactarum tabularum, quales Prutenicas eſſe iudico; Et cum ſolius Paſchæ cauſa laboremus hac in re,pleniluniorum verorum, in multos annos tabulas formarem, quæ æquinoctia vernalia ſequuntur,cum aſſignatione diei Paſchatis præcisè, prout fecit Pitatus; non via tamen æqualium pleniluniorum ſed verorum. Porrò quod ad Paſchatis celebrationem attinet,rationi conſentaneum eſt, concilij Niceni decretum ea de re ſeruari,prima ſcilicet dominica die poſt primum plenilunium, quod æquinoctium vernale ſequitur; hoc tamen animaduerſo,ſi dictum plenilunium primum poſt æquinoctium contingens, diẽ dominicum ſortiretur; nulla ratione tali die Paſcha celebrandum eſſe; verum ſubſequenti,ne cum Hębreis conſentiat Eccleſia Chriſti: quæ fuit cauſa, vt in decreto concilij Niceni ſtatutum ſit, à quartadecima, in vigeſimam primam celebrari debere: Quod mihi Petrus Pitatus non animaduertiſſe videtur, cum ex eiº ſentẽtia in ſuis tabulis die Paſchate declarata,huiuſce anni Paſca celebrandũ fuerit.23. Martij, ipſomet de plenilunij non tantum æqualis,ſed veri.

Dies autem Paſchatum elapſorum, quos hactenus examinaui, reperi omnes concordare cum ea regula, quam nonnulli de die carnis priuij tradiderunt. nempe primum diem martis poſt nouilunium Februarij, carnis priuij diem eſſe; non autem cũ sãctione Patrum concilij Niceni, qua ſtatuerunt à vigeſima prima Martii dirigendum eſſe Paſchatis diem, vt potè qui ſibi perſuaſerunt, circa eum diem æquinoctiũ perpetuò eſſe debere; prout tunc temporis erat. Non itaq; error accidit, quod Paſcha ex huiuſmodi ſuppoſitione concilij, poſt vigeſimam primam lunę celebretur, cum ſeruata regula concilij non fuerit. Prout manifeſtũ eſt de Paſchate anni.1566. celebrato.14.Aprilis(quę fuit.24.lunę)quod.7. dicti menſis celebrãdum erat. Tum anno.1569.10.Aprilis ſolenne fuit Paſca,quod tertia eiuſdem eſſe debuerat.Anno deinde 1572.6.Aprilis,dies fuit Paſchatis, quæ.30. Martij futura erat,anno vero 1575.in tertiam Aprilis Paſcha incidit, caſurum in.27. Martii.

Cum igirur(vt ex diplomate ad Celſit.tuam miſſo patet)S.D.N. mens ſit atq; voluntas, ut quiſque liberè in medium proferat quid hac de re ſentiat: quædam mihi non omnino præmittenda occurrunt, quæ tantis cœptis non nihil adiumenti fortaſſe adferre queant.

Atque illud in primis non tantum ut corrigatur Calendarium ob Paſcha cæteraque feſta mobilia ab illo manantia, vt decreto concilij Niceni ſancitum eſt, ſcilicet vt ipſum Paſcha celebretur prima dominica poſt primum plenilunium, quod æqui-

noctium

noctium vernale proximè ſequitur; verum etiam quò anni principium emendetur, ſcilicet vt ad ſuum verum principium reuocetur annus. nempè ad diem hyemalis ſolſtitij,quæ prima Ianuarij dies eſſe debet.

Deinde,tot dierum menſes conſtituantur, quot hac noſtra tempeſtate,ſol in ipſis Zodiaci ſignis verſatur. Poſtremò, quædam feſta immobilia in alios dies transferã tur,celebrenturq́; aptis temporibus:quod à.S.D.N.mente diſſentire minimè videtur. cum non magis de feſtis mobilibus quam immobilibus agat, imo etiam planè æquum ſit,vt habeatur vtrorunque ratio, quò ſtatutis temporibus celebrentur.

Vt autem ad primam Ianuarij dié verum principium anni reuocetur; cenſerem ex eo anno,quem corrigere voluerimus,non modò dies.10.eſſe detrahendos, verũ etiam vnum & uiginti,illo ipſo anno; idq́; duplici via; aut partiendo menſes, atque ex illis demendo eos dies, qui minus ad rem hanc facere videbuntur, actum remaneat annus trecentorum quadraginta quatuor dierum ita vt decem menſes ſint dierum duorum ſpatio ſolito breuiores,alter menſis vno deficiat:aut conſtituto Decẽbri dicti anni dierum decem, dies autem ille,qui decimum proximé ſequitur, ſit & primus Ianuarij, & dies ſolſtitij. ob quam cauſam exiſtimarem conſultiſſimum eiuſmodi annum eſſe mileſimum quingenteſimum ſeptuageſimum nonum. Quò quam primum.S.D.N.Pontifex max. ſuis temporibus huius correctionis manifeſtos effectus experiri & perpendere, atque diſpoſitionem anni non ſolum principio, ſed cę teris partibus ſuis in vniuerſum tam concinnè apteq́; reſpondere, & aſtrorum motibus,& Eccleſiæ ſacroſanctæ ſanctionibus,ſe authore lætari poſſit.

Omnino itaq; iudico detrahendos eſſe vnum & viginti dies elapſi erroris:non decem tantum, quo hyemmalis conuerſio ad initium Ianuarij reuocetur; idque ne à communi opinione de ipſo anni principio veritas diſcrepet, quæ principium Ianuarij, anni principium arbitratur.etenim cum credant omnes annũ à Ianuario inchoari, veritas autem ipſa ſic ſe habeat, vt nobis ſeptentrionalibus tunc inchoet annus, cum ad nos Sol accedere incipit, aut dies augetur; non conuenit principia eiuſmodi ſeparata & diſcrepantia eſſe. Et hanc fuiſſe Numæ Pompilio mentem credibile eſt, qui ad annum Romuli decem menſium, Ianuarium & Februarium addidit, vt principium Ianuarij principium eſſet anni: cuius rei argumentum eſſe poteſt, quod C.Iulij Cæſaris temporibus (qui multis annis poſt Numam fuit)atq; vti Pont.Max. corrigendorum feſtorum curam ſuſcepit hyemale ſolſtitium per aliquot dies retroceſſerat;nec mirum tamen eſſet,ſi Numæ temporibus,exactè prima Ianuarij die non fuiſſet hyemale ſolſtitium, adhuc pubeſcente in Italia Aſtronomia.

Huiuſmodi autem correctio dierum.21.poſt.2300.annos à Numa, quæ ſit perpetuo ſeruitura,media emendatione ea, quæ de tribus centeſimis annis communibus,& quarto intercalari,ſuperius propoſita fuit, non repudianda ei videatur, qui ſciet, qua ratione Numæ Pompilij annus corrigeretur, octauo quoque anno, intercalando annum vltimum medijs diebus.90.quo prima dies Ianuarij ad verum principium anni,hoc eſt hyemale ſolſtitium, reduceretur.

Alio item argumento cuique patere poteſt,priſcos Romanos ſtatuiſſe annum ab hyemali ſolſtitio initium ſumere, vt inquit Ouidius primo Faſtorum.

Bruma noui prima eſt, veteriſq́; nouiſſima Solis.
Principium capiunt Phębus,& annus idem.

eo quod diem naturalem à medio noctis inchoarent,ab eo puncto ſcilicet,quo Sol ad noſtrum hemiſpherium accedere incipit.

Tribuebant igitur veteres diei, atque anno principium ab eo puncto, quo Sol

ad

ad nos accedit:cum punctum Zodiaci, quod tropicum hyemalem Capricorni nobis producit,respondeat puncto meridiani sub terra, in quo Sol semel in die reperitur: Quòd apertè norunt hi, qui sub polo boreali constituti sunt. Atq; facilè discerne re possumus, diem scilicet & annum, quasi sibi ad inuicem medio suarum partium respondere; solstitium inquam hyemale, mediæ nocti, æstiuum meridiei, æquinoctium vernale ortui Solis,autumnale occasui. Quam tamen similitudinem, multò quam nos manifestius deprehendunt,hi qui(ut diximus)sub polo boreali versantur.

Quod si quis dubitet hac ratione correcto anno, quo nam pacto ad calculos cœlestes motus medijs tabulis astronomicis hactenus in lucem æditis redigi possint, id facilimum sanè erit,exempli gratia;aliquis planetę situm,aut alicuius stellę fixæ,quocunque die mensis anni correcti inuenire cupit,detrahat ex huiusmodi tępore dies. 21.ab Aera Christi, cum reliduo supputet stellam, cuius situm scire desiderat;sumpta quacunque tabula, supputatio erit exacta: Cuius ratio cuilibet manifesta erit, qui sciet annum vt potè. 1579.dierum.344.tantummodo constitutum fuisse. Nam in ijsdem locis cœli prima die Ianuarij correcti,erunt stellæ quibus esse solebant. 11 Decembris præcedentis anni ex supputatione tabularum: atque ita deinceps. Alia præterea via idem perfici posset inuentione omnium motuum cęlestium ipso principio anni. 1580.correcti: hoc statuto, vt hi motus radices essent Aeræ S.D.N.Gregorij XIII. quod si alio tępore quispiam motus cęlestes ad calculos redigere voluerit, supputabit ab Aera huiusmodi, quæ anno. 1580.principium habuerit: Quæ vt nobilius nomen sortiatur,idq; merito ex nomine Gregorij.XIII. Pont. Max.appellctur; exemplo antiquarum, quæ ex Principum nominibus sunt appellate: vt tanto Pontifici, cùm ex alijs multis,tum etiam ex hac non infima re, inter mortales immortale nomen comparetur. Ei verò summæ, quæ ex huiusmodi Aera Gregoriana ex tabulis colligetur, ipsiusmet Aeræ radices addantur, vt exactus calculus habeatur. Et hæc sit primæ sententiæ nostræ explicatio.

Altera erit numerum dierum mensium anni alia ratione quam nunc se habeat,ordinandum esse:nempe vt Ianuarius, Nouember atq; December dies. 29.singuli continеant, Februarius,Martius,& October. 30. Aprilis,Maius,Augustus,& September dies. 31. Iunius,ac Iulius. 32.atque id hac potissimum de causa, vt Sol unum quodq; signum calendis mensium ingredi possit. Nam detractis (ut dictum est) diebus. 21. & reuocato ingressu Solis in principium Capricorni ad principium Ianuarij, in quo signo hac nostra tempestate,Sol, dies propè. 29.& quartam vnam versatur: si Ianuarius. 29.dies continebit, exactis hisce diebus, ingredietur Aquarium circa principium Februarii; hæret autem hoc nostro sæculo in Aquario Sol dies propè. 29.cum dimidio;quare si Februarius erit. 30.dierum,elapsis ipsis diebus, Sol ingredietur pisces circa principium Martii:& sic de cæteris.

Quamobrem si generali correctione annus emendandus erit, pulcherrimè accidet,si menses anni cum duodecim partibus cœlestibus, itineris annui Solis,concordauerint;eisq; aptè responderint.Qua ex re,varię vtilitates promanabunt,pręsertim Nautis, Agricolis, Medicis, & alijs qui vera principia, & interualla temporum perspecta habebunt:terminos item & interualla incrementi & diminutionis dierum & noctium, & eorundem æqualitatis. Exempli causa, scient omnes principium Ianuarij,esse non modo anni principium,verum etiam hyemis,esse minimam anni diem, & eius noctem maximam; principium incrementi diei,& diminutionis noctis;atque etiam omnia illa,quæ ex huiusmodi conuersione Solis ad nos dependent. pariter scient omnes primam diem Iulij, non tantum æqualiter annum diuidere, sed prin

cipium

cipium quoque esse ęstatis,maximam diem, noctem minimam totius anni; principium diminutionis diei & incrementi noctis, vnà etiã ea, quę Solis conuersionem ad australes sequuntur.

Necnon intelliget vnusquisque primam diem Aprilis,primamq; Octobr. æquinoctiorum dies esse;primam autem diem Aprilis,initium veris; Octobris Autumni; Item Aprilis diem esse eum, quo dies noctis prolixitatem vincere incipit:Octobris, quo nox diei longitudinem superat,& alia huiusmodi,quæ ab æquinoctijs depẽdẽt.

Si vero quispiam obijciat,modum hunc nostrum & ordinem perpetuum esse non posse,ob motum augis Solis; quod punctum cum fuerit in principio Capricorni,tũc Sol hærebit in signo Sagittarij.32.diebus,totidem in Capricorno, in Geminis vero 29.totidem in Cancro;ex quo sequetur prioribus cõtrarius effectus;huic ego respon debo,tale quidpiã non euenturum, nisi exactis ab hoc anno annis. 24000. quod si mundus posthac totidem annis,quot fuit antehac,perdurauerit, punctus augis non amplius à situ præsenti, quàm.45.gradibus distabit. Verum demus modũ nostrum & regulam in annos ter, aut quater mille subseruire posse, nec amplius, certè hoc toto tempore nullius momenti penè erit,quæ accidere poterit mutatio,tametsi elapsis quatuor millibus annorum Februarius esse debebit.29.dierum. Aprilis & Nouember.30.Iunius & October.31.Augustus.32.in aliis verò mensibus nihil mutandum erit. Ecce quam sit nullius momenti mutatio.

Quæ si Iulij Cæsaris temporibus fuissent animaduersa nunquam omissa fuissent, sed scientiæ Astronomicæ nondum(vt ita dicam)confirmata ætas,cum alibi,tũ maximè in Italia,quo minus hæc aut scirentur aut statuerentur impediebat.

Tertia ratio est,vt non solũ festa mobilia,verum ẽt immobilia ad meliorem regulam(ut dictum est)reuocentur,si suis temporibus celebranda erunt. Quorum primũ est Natiuitas Domini, & quæ ab ea pendent;nempe Circuncisio,Epiphania,Purificatio, Annunciatio,& Natiuitas Io.Baptistæ.ita vt dies Natalis Domini celebretur prima die anni,cum Dei filius nasci voluerit circa verum principium anni, quod à solstitio hyemali initium ducit, & in ipso principio diei naturalis ex Romanorũ sententia,media scilicet nocte, tanquam qui summæ lætitiæ principium,post longos & graues filiorum Adæ mærores,esset allaturus. Nec forsan Ianuarij nomini, à veteribus Iano bifronti dicati hæc mutatio non conueniret,cum in ipso seruatore, duæ veluti frontes & formæ vnitæ sint,duæ scilicet naturæ diuina & humana. Hac ratione abusus tolletur,natus ex diuersis moribus Tabulariorum,quorum alij monumenta, seu quæ uocant Instrumenta, à die Natiuitatis Domini incohant, alij à Circunci sione, alij à Calendis Martij,nonnulli à Paschate; quæ varietas innumerabiles lites affert & abusus propè infinitos, ob dubiam & ancipitem scripturam. Indictionum præterea ordini, hic noster modus nihil officiet; celebrato Natali celebrabitur Circuncisio octaua Ianuarij.Epiphania.13.eiusdem. Purificatio.11.Februarij quæ erit 40:dies à Natiuitate seruatoris. Prima Aprilis Annunciatio Virginis solennis erit, ipso nempè die æquinoctij,natiuitas Diui Io: Baptistę celebrabitur Prima Iulij die quæ erit solstitij æstiui,cum illa diminutionem capit. vt rectè Diuus Augustinus illa verba Io:Baptistę interpretatus fuerit. Illum oportet crescere, me autem minui: in quibus sic tantus Doctor philosophatur,vt tempus etiam natiuitatis serui & domini præclare notet dicens, natus est seruus cum decrescunt dies,natus est Dominus cùm crescere incipiunt.

Insignes etiam Theologi admonuerunt habendam rationem esse nonnullorum festorum, vt Diui Antonij, diuorum Fabiani & Sebastiani, & aliorum sanctorum,

si forte in octauam Epiphaniæ inciderint: Verum hęc.S.D. N.curæ erunt, ut in aptissima tempora transferantur.

Admonuerunt præterea transferendos esse dies festos Beati Stephani, Ioannis, & Innocentium, vt quemadmodum factum est hactenus, diem natalis proximè sequantur,ob multorum Doctorum, non recentium modo, sed etiam antiquorum obseruantiam;qui suis omelijs & concionibus multa piè,de mysteriis successionis Festorum huiusmodi tradiderunt.

Cuperent etiam præclari Theologi diem Assumptionis Beatæ virginis incidere in primam Septembris, Natiuitatem autem in.25.vt quemadmodum toto illo mense in signo Virginis sol versabitur, ita Ecclesia Dei in cęlebrandi tantæ Virginis matris Dei laudibus occupetur.

Atque hęc sunt Serenisime Princeps,quę longa & attenta cogitatione à me examinata,atque perpensa fuerunt; quæ si tam diligenter & accuratè expendentur ab his,quorum interest,quam mihi apta & rationi consentanea , ac vera penitus, imo (quod me magis afficit)etiam tibi visa fuerunt; non dubito quin placitura sint; & votis summi Pont. aliqua ex parte satisfactura.eò magis quòd te iubente, & cogitata à me,& scripta fuerint. Vale Princeps Sereniſſime,& qua soles hylaritate cętera nostra , etiam has breues vigilias susscipe & foue. Dat. Augustæ Taurinorum Kal. Aprilis. MDLXXVIII.

T. Celsitudinis.

Deditissimus Mathematicus.

Io. Bap. Benedictus.

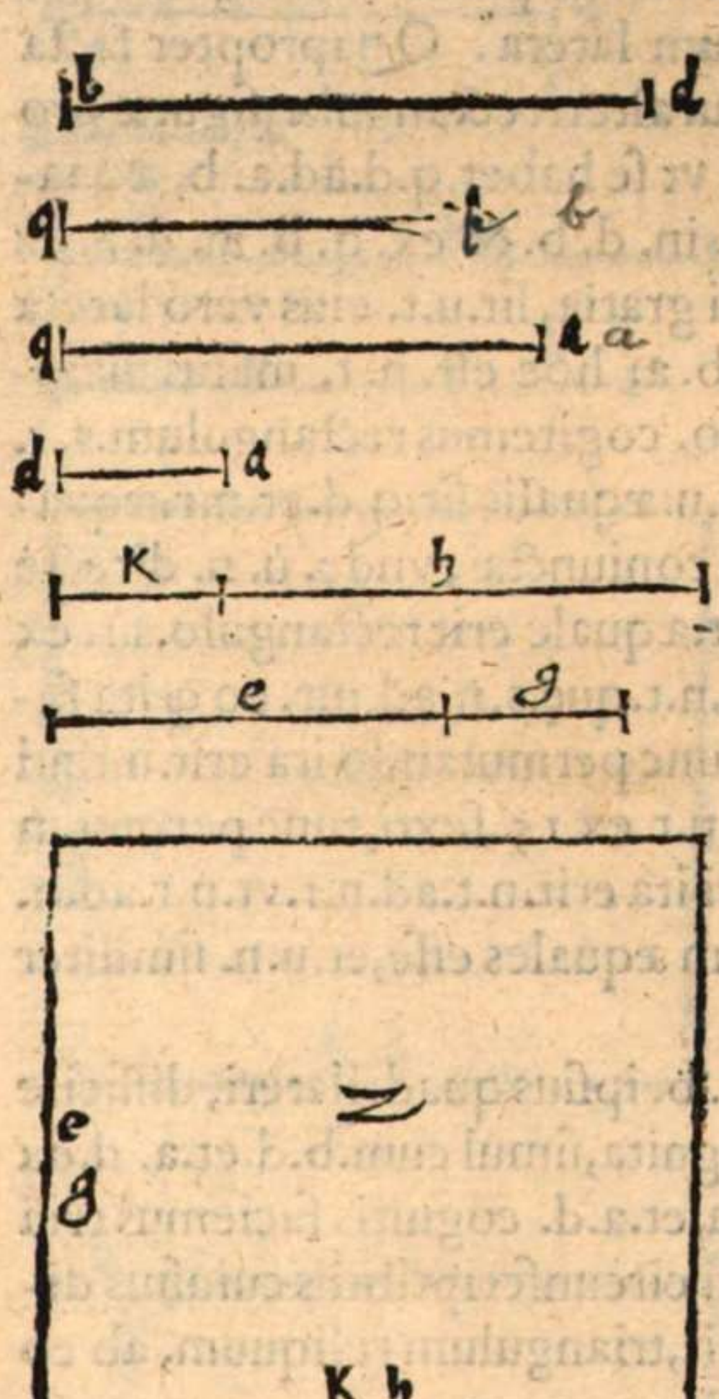
DE

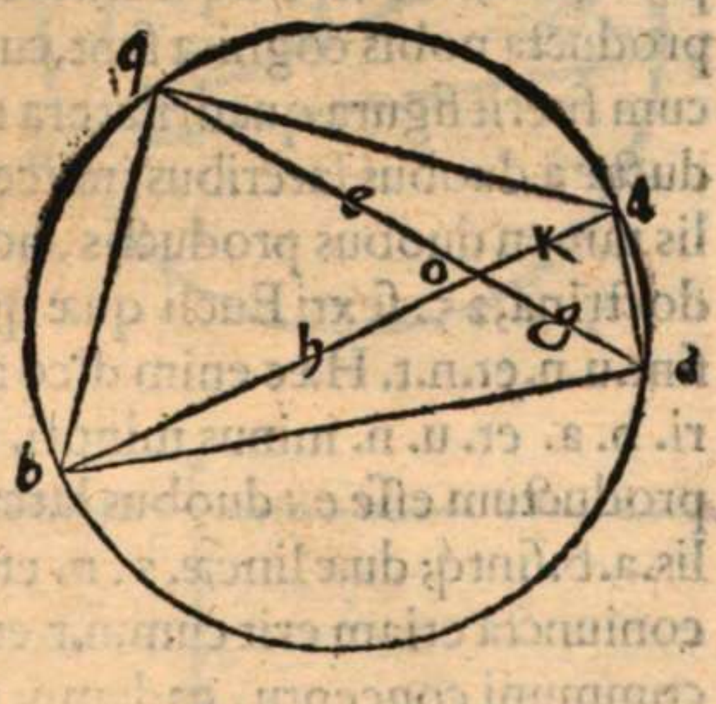
DE CIRCVLO AMBIENTE QVADRILATERVM.

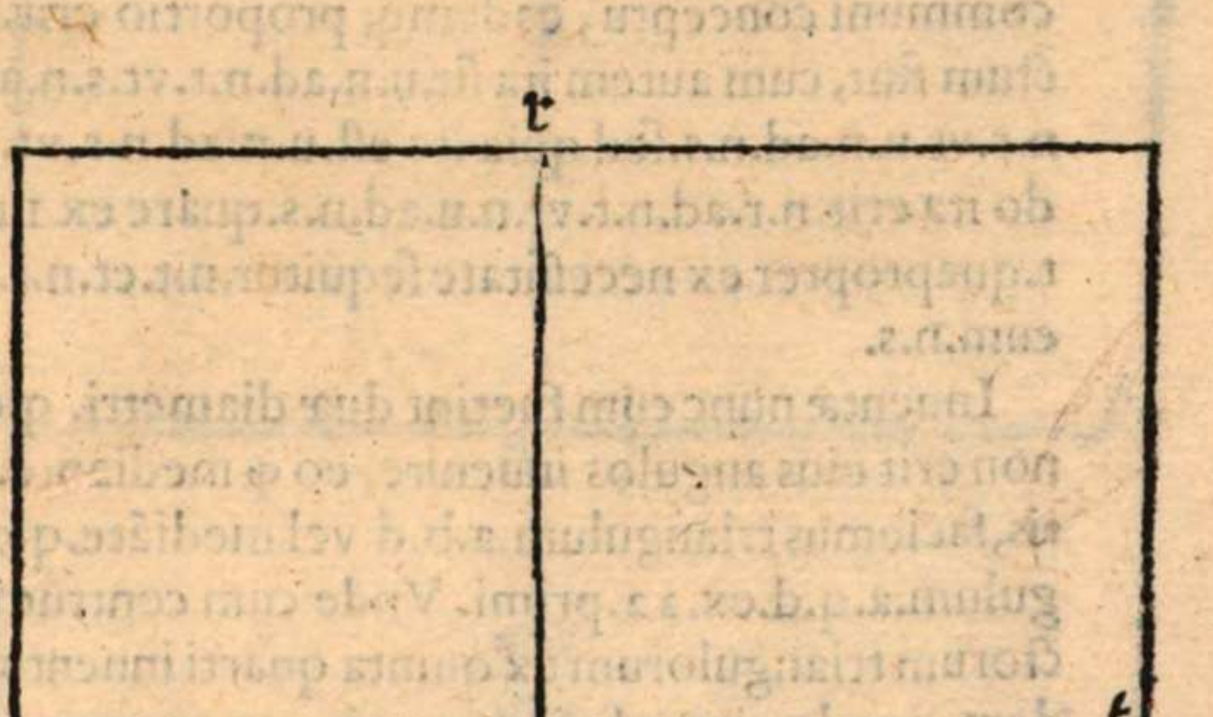
AD SERENISS. CAROLVM EMANVELEM Pedemontis Principem.

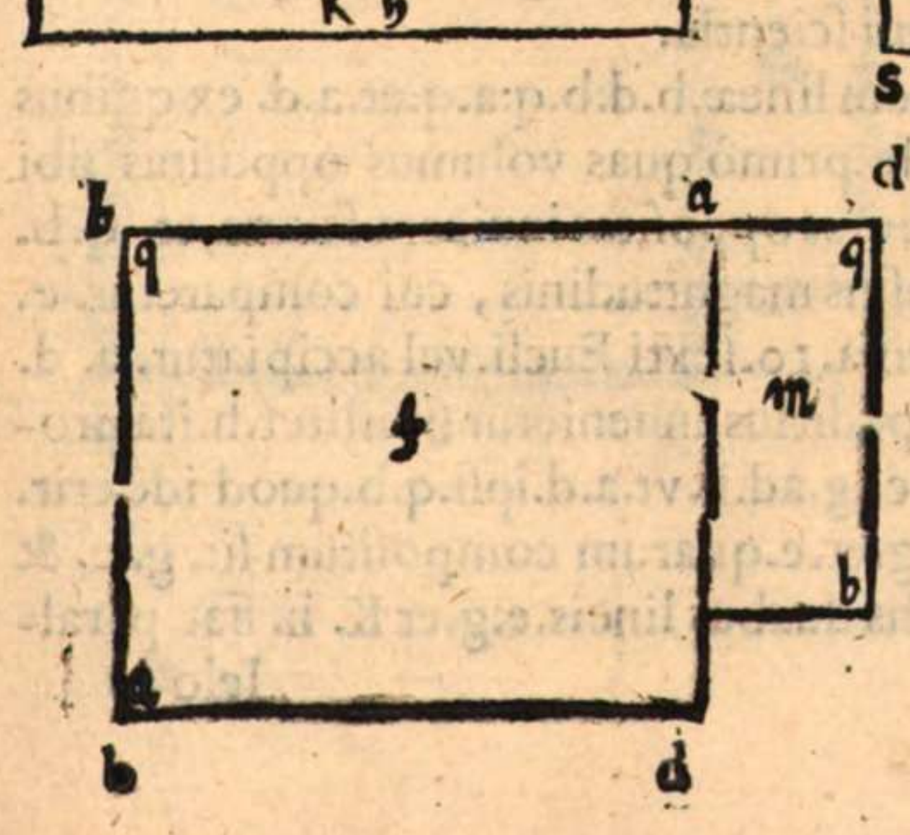
PRoblema quod à celsitudine tua nobis proponitur non solum possibile est, sed facile etiam ad soluendum, hoc est quod circulus talis inueniatur, qui possit circunscribere, seu capere quadrilaterum ex quatuor datis rectis lineis terminatum, vel sic, datis quatuor rectis lineis ex quibus quadrilaterum possit effici, tale efficiatur vt circa ipsum, circulus possit circunscribi.

Sint igitur. 4 lineæ propositæ. b.d: q.b: a.q: et. a.d. ex quib⁹ possibile sit quadrilaterûm constitui, tale vero constituatur, vt aliquis circulus possit ipsum circunscribere. imaginemur autem hoc factum esse, quod quidem quadrilaterum sit. a.d.q. b. cuius









diametri ſint.q.d.et.a.b.quæ ſe inuicem interſecent in puncto. o. vnde cum anguli contra ſe poſiti circa.o.æquales inuicem ſint ex.15.primi Eucli.& angulus.a.q.d.æqualis angulo.a.b.d.& angulus.q.b.a.æqualis angulo.q.d.a.et.b.q.d.angulo. b.a. d. ex.20.tertij tunc triangulus.a.o.q.ſimilis erit triangulo.d.o.b.et.q.o.b.ſimilis triangulo.a.o.d.ex definitione. Vnde eadem proportio erit ipſius.q.o.ad.b.o.quæ ipſius q.a.ad.b.d.& ipſius.b.o.ad.o.d.eadem quæ.q.b.ad.a.d.& ipſius.q.o.ad. o. a. eadem quæ.q.b.ad.a.d.proportio igitur.q.o.ad. o. d. cognita nobis erit, vt compoſita ex ea quæ eſt. q. o. ad. o. b. ex. o. b. ad. o. d. quæ nobis cognitę ſunt, mediante proportione ipſius. q. a. ad. b. d. & ipſius.q.b.ad.a.d.proportio ſimiliter ipſius.b.o. ad. o. a. nobis cognita erit, vt compoſita ex proportione ipſius. b. o. ad. o. q. & ipſius.o.q.ad.o.a.cognitis,mediante proportione ipſius.b.d.ad. q.a.& ipſius.q.b.ad a.d.cum autē proportio ipſius.q.o.ad.o.b.nobis cognita ſit, tunc nobis cognita erit proportio ipſius.q.d.ad.a.b.Nam ut.q.o.ad.o.b.eſt vt.a.o.ad.o. d. ex ſimilitudine, quare proportio compoſiti ex primo,& quarto terminorum ad compoſitum ex.2.& tertio,cognita erit.ſed quod fit ex.q.d.in.a.b.cognitum nobis eſt, vt æquale duobus productis,hoc eſt ex.q.a.in.d.b.& ex.q.b.in.d. a. ex ſecunda primi Almageſti.quæ producta nobis cognita ſunt,cum nobis data ſint eorum latera. Quapropter facta cum fuerit figura quadrilatera rectangula ſimilis alicui alteri rectangulæ figuræ productæ à duobus lateribus inuicem ita proportionatis, vt ſe haber.q.d.ad.a. b. æqualis tamen duobus productis, hoc eſt producto ex.q.a. in. d. b. & ex. q. b. in. d. a. ex doctrina,25. ſexti Eucli quæ quidem figura, exempli gratia, ſit.u.t. eius verò latera ſint.u.n.et.n.t. Hæc enim dico æqualia eſſe. q. d. et. b. a. hoc eſt. n. t. maius maiori. b. a. et. u. n. minus minori. q.d.Quod ita probabo. cogitemus rectangulum.s. r. productum eſſe ex duobus lateribus.q.d.et.a.b. ſed,s.n.æqualis ſit.q.d.et.n.r.æqualis.a.b.ſintq́; duæ lineæ. s. n. et. n. t. inuicem directè coniunctæ, vnde. u. n. directè coniuncta etiam erit cum.n.r.ex quo rectangulum.u.t.æquale erit rectangulo.s.r. ex communi conceptu, eademq́; proportio erit.u.n.ad.n.t.quę.s.n.ad.n.r. eo ꝙ ita factum fuit, cum autem ita ſit.u.n.ad.n.t.vt.s.n.ad.n.r.tunc permutando ita erit.n.t.ad n.r.vt.u.n.ad.n.s.ſed quia ita eſt.u.n.ad.n.r.vt.s.n.ad.n.t ex 15.ſexti,tunc permutando ita erit.n.r.ad.n.t.vt.n.u.ad.n.s.quare ex 11.quinti ita erit.n.t.ad.n.r.vt.n.r.ad.n.t.quapropter ex neceſſitate ſequitur.n.t.et.n.r.inuicem æquales eſſe,et.u.n. ſimiliter cum.n.s.

Inuentæ nunc cum fuerint duæ diametri. q.d. et. a. b. ipſius quadrilateri, difficile non erit eius angulos inuenire, eo ꝙ mediante.a.b.cognita,ſimul cum.b.d.et.a. d.datis,faciemus triangulum.a.b.d.vel mediāte.q.d.et.q.a.et.a.d. cognitis faciemus triāgulum.a.q.d.ex.22.primi. Vnde cum centrum circuli circunſcriptibilis cuiuſuis dictorum triangulorum ex quinta quarti inuentum fuerit,triangulum reliquum, ab eodem circulo circunſcriptum erit, ex communi ſcientia.

Sed vt ipſa operatio facilior fiat, Sint eędem lineæ.b.d:b.q:a.q.et.a.d. ex quibus poſſit quadrilaterū effici. Videatur deinde primò quas volumus oppoſitas ſibi inuicem eſſe, ponatur ergò ut.q.a.et.b.d.velimus oppoſitas inuicem facere,et. q. b. cum.a.d. ſimiliter, accipiemus nunc. K. cuiuſuis magnitudinis, cui comparetur. e. ita proportionata,vt.q.b.eſt ipſi.a.d.ex doctrina.10.ſexti Eucli.vel accipiatur. a. d. vice.K.et.q.b.vice.e. quod idem erit, & expeditius,inuenietur ſimiliter.h.ita proportionata ad.e.et.g.ad.k.vt.b.d.eſt ad.q.a.vel.g.ad.h.vt.a.d.ipſi.q.b.quod idē erit.

Hoc facto coniungantur inuicem directè.g.et.e.quarum compoſitum ſit. g. e. & ita duæ.K.et.h.ex quibus ſit.K.h. Nunc ex iſtis duabus lineis.e.g.et K. h. fiat paral-

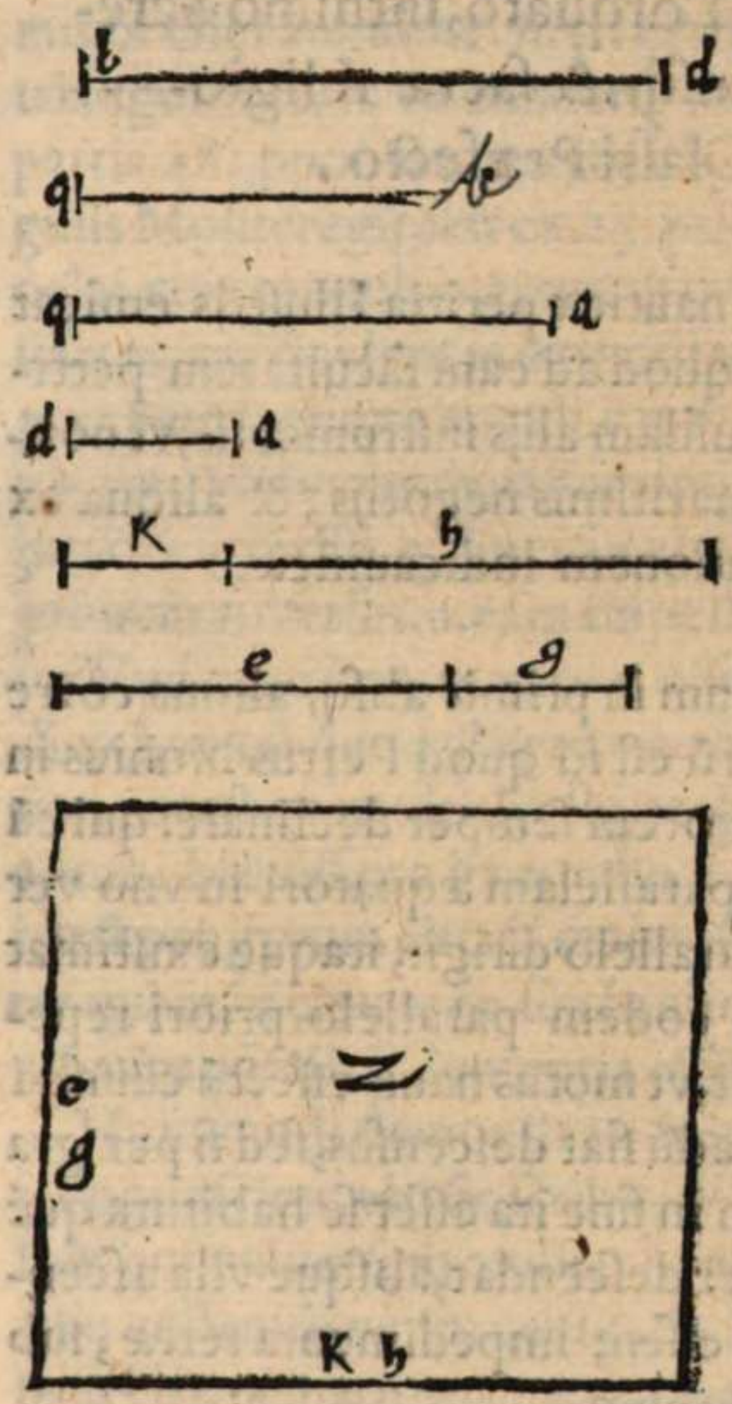
lelo-

lelogrammum.Z.deinde fiant alia duo parallelogramma rectangula quorum vnum fit ex.q.a.in.b.d.reliquum verò fit ex.q.b.in.a.d.quæ quidem sint.f.m.

Quo facto designetur rectangulum.u.t.ex.25.sexti, quod æquale sit duobus rectangulis.f.et.m.simile tamen.Z.cuius rectanguli vnum latus correspondet.e.g.reliquum verò.K.h.in proportione,sed in æqualitate,vnum correspondet.q.d. reliquũ vero.a.b.diametris ipsius quadrilateri.

Accipiatur nunc latus illud quod correspondet.K.h.hoc est ipsi. a. b. maius scilicet,& simul cum.b.d.et.a.d.formetur triãgulũ. a.b.d.ex.22.primi Eucli. circa quod circunscribatur circulus ex.5.quarti.& inuentum erit quod quęrebamus.

PER



PER EVNDEM PARALLELVM absque correctione semper nauigari non posse.

Vbi notantur Petri Nonij lapsus in correctione erroris nauis. Et alij Petri Medinæ errores.

ILLVSTRISSIMO ANDREAE PROVANAE

Leinici Domino, Fruzasci comiti, Aequiti Torquato, inthimo Serenissimi Sabaudiæ Ducis Consiliario, eiusq;, & sacræ religionis sanctorum Mauritij, & Lazari Classi Præfecto.

INTER Eximias tuas virtutes, rei nauticæ peritia Illustris emicat merito ad te scribendum duxi, quod ad eam facultatem pertinens excogitaui, simul cum quibusdam alijs instrumentis, vt nonnihil commodi attulisse videar maritimis negotijs, & aliqua ex parte animi mei erga te propensionem indicauisse.

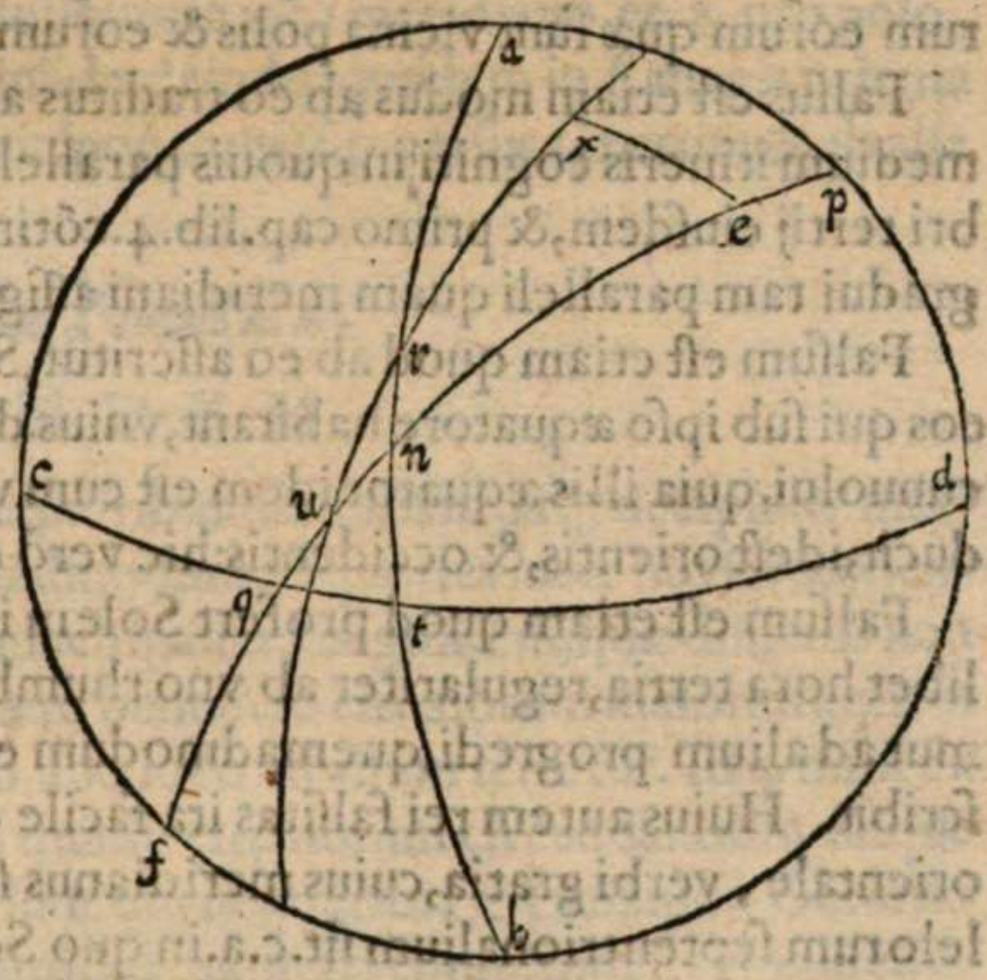
PEr vnum eũdemq; parallelum in primis absq; aliqua correctione semper nauigari posse, omninò nego. Nã, verũ est id quod Petrus Nonius in initio sui operis ostendit, idest nauim versus æquatorem semper declinare: qui cũ corrigit errorem, fallitur, cum ipse, eandem nauim, parallelam æquatori in vno verticali ipsi æquatori propinquiori, & non in primo parallelo dirigit, itaque existimat in fine itineris, vbi describit punctum. o. eam in eodem parallelo priori reperiri debere, quod verũ nõ est, quia ea correctio efficit, vt motus nauis effectũ cuiusdã descẽsus p scaligradum prẽstet, in quo à gradu in gradũ fiat descensus, sed si per gradus tm̃ ascenderet quãtũ descẽdit, dubiũ nõ est quin in fine ita esset se habitura quẽ admodum in medio & in principio, cum verò semper descendat, absque vlla ascensione, necessariò sic semper procedens, remota cum essent impedimenta terræ, sub æquatore reperiretur, sub quo perpetuò circuiret globum.

Idem sub quolibet meridiano præstare potest, idest vno eodemq; vento circunuerti: sed per alios circulos quam per hos duos (siue circulus magnus siue paruus) id nunquam perfectè efficere potest, de parallelis iam manifestum est, cum impetus naturalis corporum, quæ mota sunt sint semper in superficiebus circulorum maiorum, quorum circunferentię cum circunferentijs minorum, præter quam per vnum quoddam punctum quando adinuicem contiguæ sunt, aut per duo idest cum se se intersecant non communicant, ita quod ad efficiendum, vt triremis aliqua, aut nauis, per aliquem ex parallelis ad æquatorem moueatur, necessario sit futurum, vt ratione cõtiguitatis & non continuitatis eam moueri curemus. quia ratione continuitatis omninò fieri non põt, aut constet virtus mouens remis, aut velis. Sed per quemlibet aliũ circulum maiorem, qui non sit aut æquator aut aliquis ex meridianis, est penitus impossibile. idest vt vnius venti vi nauis impellatur. Quod vt clarè pateat, sit orizon. a.c.b.d. & æquator. c.q.t.d. & vnus meridianorum sit. a.r.n.t.b. in quo. n. sit Zenit sub quo primum nauis reperiatur et. r. sit polus septentrionalis. Ponamus etiam quod

azimut.

azimut.f.q.u.n.p.conſtituat angulum.a.n.p.ſeu.f.n.b.cum meridiano graduum. 45. vnde tot graduum erunt arcus.a.p.et.b.f.orizontis, quapropter punctum.f.commune ipſius orizontis cum azimut,erit medio in loco inter.b.et.c.& ideo quarta.n.f.ipſius azimut ſecabit quartam.c.t.ipſius æquatoris in puncto.q.& habebimus triangulum.q.t.n.cuius angulus.t.rectus erit,& angulus.n.cognitus ſimul cum latere.n. t. latitudinis loci,quibus rebus mediantibus deueniemus in cognitionem lateris.q.n.lateris.q.t.& anguli.q.ex.4.primi Copernici ſi voluerimus.

Ponamus nunc nauem à puncto.n.diſcedere ſeu iter facere verſus.u.punctum, & in ipſo.u.reperiri, iam in hoc ſitu habebimus angulum huius ſecundi meridiani.r.u.p.qui quidem in hoc caſu minor eſſet angulo.r. n. p. extrinſeco trianguli.r. u. n. ex conuerſo ſecundæ partis.48. ꝓpoſitionis tertij lib.de triãgulis Monteregij,ſeu ex.13.primi Menelai,cuius anguli.u.arcus orizontalis ſit.x.e. qui quidem minor erit arcu. a. p.vt patet ratione anguli.r.u.e. minoris,ergo alius ventus nauem impellet à puncto.u.verſus.q.diuerſus ab illo qui prius ab.n.verſus.u.eam impellebat.



Vnde clarè patet verum eſſe quod dico,hoc eſt quod aliquo modo fieri non poteſt,vt nauis ab aliquo loco ad alium, breuiſſimo interuallo ire poſſit ideſt per gyrum circuli maioris ſphæræ vno tantummodo vẽto eam impellente,præter quam in ęquatore,ſeu in aliquo quouis meridianorum, nos autem ire per gyrum alicuius paralleli dementia eſſet,niſi neceſſitas cogeret.

Huiuſmodi demonſtrationis ope, quantum decipiatur Petrus Medina cap.6.lib. 3.cognoſcitur,vbi ſic ſcribit; Vbicunque locorum reperiatur homo, aliquem circulum qui vniuerſum ambiat imaginatione ſibi confingens, per totum eum circulum vno eodemq́; vento nauigatio ſuſcipitur. Ex hac etiam demonſtratione, quàm falſa ſit charta maritima patet,cuius beneficio exiſtimant nautę ſe per breuiſſimum iter a loco ad locum vehi etiamſi dicti loci non ſint ambo in æquatore,aut in aliquo meridiano,ſed extra dictos circulos vnico tantum vento impellente & ſi in paruis æquoribus hic error parum depræhenditur,forte tamen in magno Oceano clarè pateret. In ſuperius igitur dicta demonſtratione iam oſtendi, quod ſi velimus vehi ab vno loco ad alium beneficio alicuius circuli maioris,præter duos iam dictos,hoc fieri non poteſt vno eodemq́; vẽto impellente. Vnde ſequitur,omnia ea interualla quæ vno eodemq́; vento tranſibimus futura longiora,præterquam in duobus dictis circulis æquinoctiali & meridiano.

Cum verò Petrus Medina cap.7.volens probare chartam maritimam bonam eſſe, planiſphęrium Ptolomei & Iordani citat, non animaduertit quam diuerſo modo à charta maritima huiuſmodi inſtrumentum ſit fabricatum,cum exceptis orizonte recto,& meridiano in dicto inſtrumento quilibet alius circulus ſit circulus, ſiue ſit almicantarat,ſiue azimut,ſiue æquator,ſiue tropicus,ſiue zodiacus, ſiue alius quiuis circulus,cum in charta maritima ne vna quidem ſit linea, quę non ſit recta, quolibet nomine vocetur.

Superius

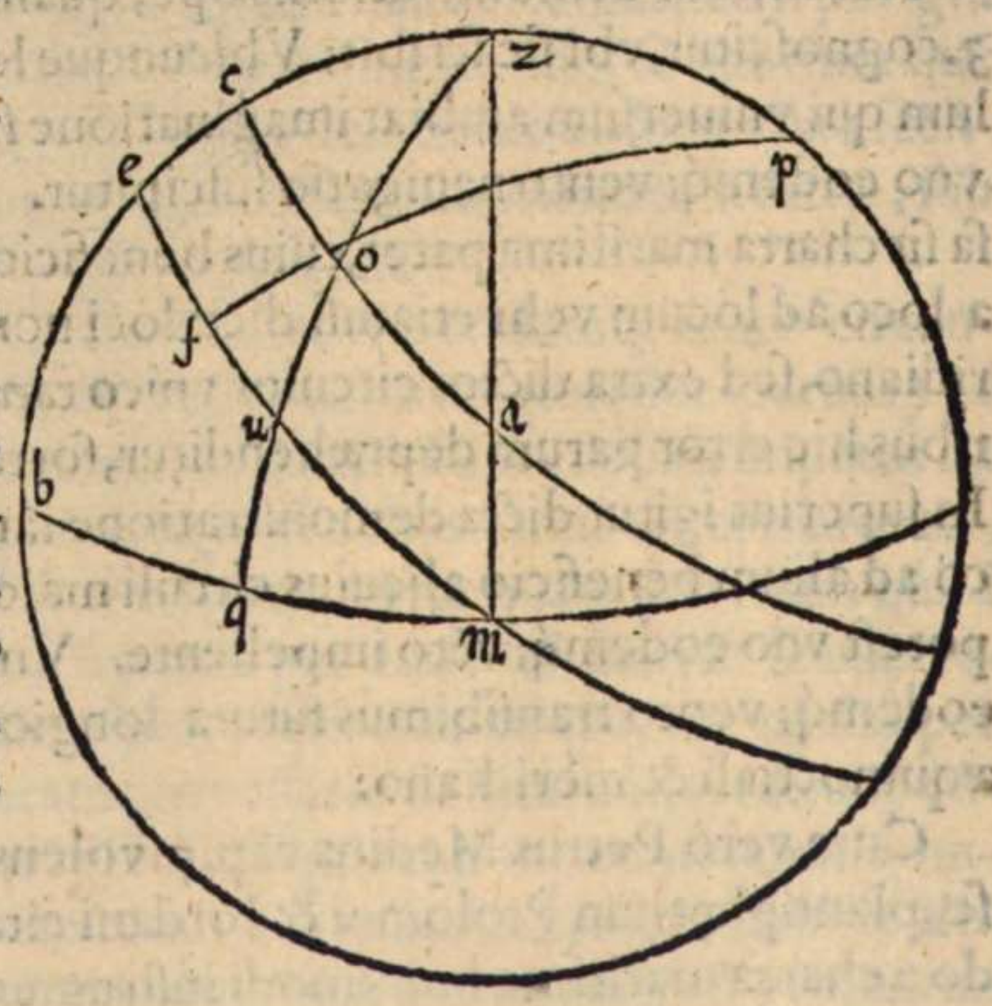
Superius positæ meæ demonstrationis ope, deuenimus in cognitionem magnitudinis arcus.n.q.cognoscimus etiam angulum.n.q.t.vnde nobis manifestũ esset quo vento oporteret iter facere.cum à puncto.q.nauis aliqua discessura esset, in eodem azimut proposito. Idem etiam dico de puncto.u.cum cogniti essent arcus.n.u.et.n.r.vt supponitur,simul cum angulo.r.n.u.vnde cognitus esset nobis angulus.n. u. r.ex 11.primi lib. Copernici, ex quo ventus nobis cognitus foret.

Modus autem quem idem Medina cap.9.lib.tertij ad cognoscendam distantiam vnius meridiani ab alio præscribit,in genere est falsus,etiam si is ab antiquis eum de sumat,qui,hic non viderunt quam magna inter meridianos differentia sit interuallorum eorum quæ sunt vicina polis & eorum quæ sunt circa æquatorem.

Falsus est etiam modus ab eo traditus ad cognoscendos gradus longitudinis per medium itineris cognitij in quouis parallelo extra æquatorem facti,& hoc cap. 14.libri tertij eiusdem,& primo cap.lib.4.cõtinetur,vbi.17. leucas cum dimidia cuilibet gradui tam paralleli quàm meridiani assignat.

Falsum est etiam quod ab eo asseritur,Solem,cum reperiretur in æquatore, circa eos qui sub ipso æquatore habitant,vnius diei noctisq; spatio per omnes uentos circunuolui.quia illis æquator idem est cum verticali, qui duos tantum rhumbos producit,idest orientis,& occidentis:hic verò error,in secundo cap.lib.6.habetur.

Falsum est etiam quod profert Solem ijs qui habitant sphæram obliquam, qualibet hora tertia,regulariter ab vno rhumbo ad alium ex præcipuis idest ab vno azimut ad alium progredi,quemadmodum eadem cap.2.lib.6.et.7. cap. septimi libr. scribit. Huius autem rei falsitas ita facile deprehendetur, ponamus hemisphęrium orientale, verbi gratia,cuius meridianus sit.p.z.b.æquator aũt.e.m.vnus verò parallelorum septentrionalium sit.c.a.in quo Solem existere ponamus,orizon autem sit. b.m.zenit vero.z.polus arcticus.p.sit postea azimut.z.q.à meridiano distans per gradus.45.qui quidem azimut in hoc hemisphęrio erit rhumbus illius venti,quem uulgo Itali Sirocum dicunt,et.z.m.sit azimut verticalis qui in hoc hemisphærio erit rõ bus venti orientalis, ita q; secundum Medinam à rhumbo.z.m.ad.z. q. Sol absoluet spatium tẽporis trium horarum, & aliud æquale temporis spatium absoluet à rhũ bo.z.q.ad.z.b.ex ipso Medina, vnde arcus.a. o. paralleli esset graduum. 45. & item arcus.o.c.



Ponamus nũc Solem reperiri in æquatore,vbi per ipsum Medinam arcus.u.m. similiter esset graduum.45.& sic.u.e:pro tracto ergo arcu. p. o. f. palam erit arcum. f. e. fore graduum. 45. sed cum arcus. e. u. sit graduum. 45. ex suppositio ipsius Medinæ, sequeretur arcum. e. f. æqualem esse arcui.e.u.pars igitur æqualis erit suo toto.

Id etiam quod Petrus Nonius pagina 124.et.125.lib.de arte nauigandi contra nautas de distantijs Solis à meridiano scribit,hanc opinionem Petri à Medina & eorum qui idem ei persuaserunt falsam esse demonstrat.

Fal-

Falſum eſt etiam id quod cap.3.lib.6. pronuntiat,ita dicens.

Quod cum verum eſſet à parte oriẽtali inſularum quæ azore dicuntur, pyxidem verſus eum ventum qui vulgò Græcus dicitur,& ab occidentali verſus eum qui Magiſter dicitur,vergere, huius rei nulla eſt ratio.

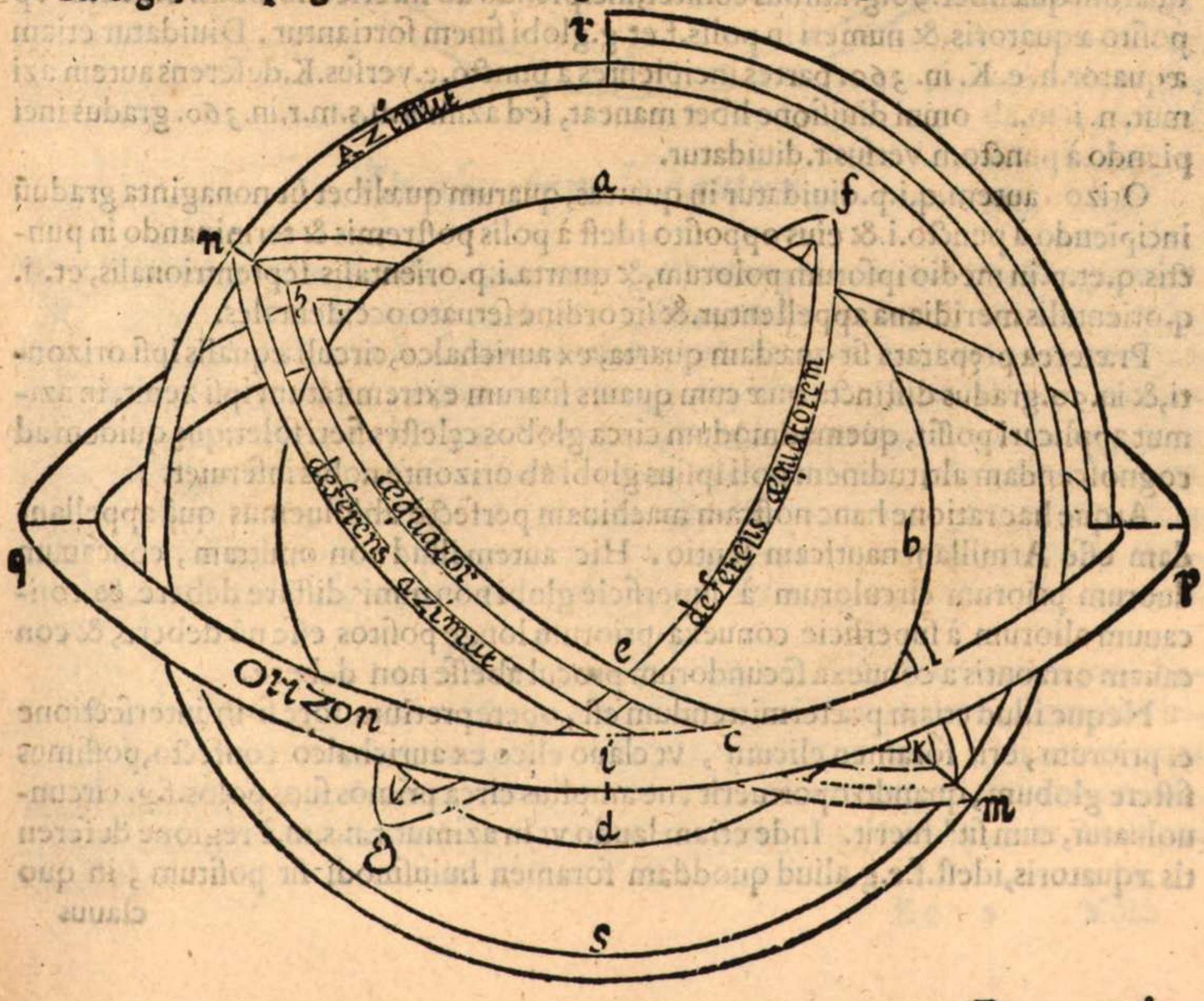
Ego enim huiuſmodi rationem reperiri poſſe contendo, quæ talis eſt, quia pars roſæ(ut vocant) à magnete tacta, ad aliquod punctum,aut ſitum globi terrę, in eodem meridiano inſularum,quæ Azore dicuntur,vltra ſitum poli arctici in terra dirigeretur,ita vt ſitus dicti poli in terra eſſet in dicto meridiano, inter locum qui ab indice roſæ aut pyxidis reſpiceretur, & dictas inſulas,id quod ſuperius ſcripto meridiano facile cognoſci poteſt,ſumendo pro inſulis ſitum.e.in meridiano et. z. pro polo, et.p.pro loco qui à pyxide ſit viſus, imaginãdo deinde pyxidem in.f. magis orientali quam eſt.e.clarum eſt lineam quæ reſpicit(ponamus)f.p.verſus Græcum & ab alia parte verſus Magiſtrum declinare.

De Armilla Nautica.

AD EVNDEM.

CVm ſæpe viderim quam in magnis æquoribus nos fallant,atq; decipiant maritimæ,ſeu nauigatoriæ chartę,quemadmodum aliquoties inter nos ſermonem habuimus: in id totus incubui vt aliquam machinam excogitarem,quæ difficilis non eſſet, efficeretq; vt nauis ſuper aquę globum, beneficio circulorum maiorum,quam optimè poſſet, ideſt breuiſſimo itinere ab uno loco ad alium ferretur. Id ꝙ mihi ex animi voto ſucceſſurum putaui,beneficio quinq; circulorum circundantium aliquẽ globum terreſtrẽ & maritimum,quales ij ſunt qui in inferiori Germania à Gerardo Mercatore ſtruuntur,qui vno pede cum dimidio diametri conſtet,ideſt ſeſquipede.

Sit ergo,exempli gratia,huiuſmodi globus.a.b.d.circa quem duo circuli, aut cir



Ee cula-

culares lineæ ex aurichalco applicentur inuicem coniuncti per medium ad angulos rectos,quorum prior.f.e.g.in se globi polos mediantibus extremitatibus axis mundi contineat, qui quidem poli à punctis suarum intersectionum per quartã ex æquo in punctis.f.et.g.ita distent, vt globus circa eosdem, in situ longitudinis mundi volui possit. Huiusmodi autem circulus,æquatoris deferens appelletur.

Secundus autem circulus sit.h.e.K. cum primo ad angulos rectos in puncto.e.& in suo opposito connexus,& is appellabitur æquator,& poli.f.g.primi poli dicentur.

Circa huiusmodi duos circulos, alios etiã duos existere vellẽ simul cõiũctos medio ad angulos rectos. In quibus quidẽ intersectionis punctis sint duo poli,qui hos duos circulos cum secundo priorum ideſt cum æquatore in duobus punctis inuicem oppositis connectant; quæ æquatoris puncta à punctis intersectionis eiusdem cum suo deferente, ratione vna quarta distent, quorum duorum circulorum primus sit. n.i. m.quem deferentem azimut appellabimus; secundus. r. n.s. m. azimut locorum nominabimus.eorundem intersectionis rectæ,puncta sint.n.et.m. à quibus duo poli ex aurichalco confecti similes primis.n.h.et.m.K.vsque ad puncta. h. et. K. æquatoris perueniant, qui spisitudinem æquatoris distantem à puncto.e.vna quarta penetrẽt, ita vt æquator circum circa.n.h. et. m. K. in situ latitudinis mundi verti queat. Et hos, secundos polos nominabimus.

Alius deinde circulus.q.i.p. duos posteriores circulos ambiat, cum deferente tamen azimut mediantibus duobus polis in puncto.i.& in suo opposito ex æquo distantibus à secundis polis vnius quartæ spatio iungatur. Ita vt dictum deferens azimut circa hos tertios polos volui possit, atque hunc circulum.q.i. p.orizontem vniuersalem vocabimus. Hic vero orizon super quatuor quartas circuli, aut super quatuor paruis columnis,ut fieri solet innixis suæ basi, ita ponatur, vt moueri non possit.

Primus autem circulus.f.e.g.deferens æquatoris in. 4. partes æquales diuidatur, quarum quælibet.90.gradibus constet,incipiendo ab intersectionibus. e. & eius opposito æquatoris,& numeri in polis.f.et.g.globi finem sortiantur. Diuidatur etiam æquator.h. e. K. in. 360. partes incipientes à puncto.e.versus.K.deferens autem azimut. n. i. m.ab omni diuisione liber maneat, sed azimut.n.s.m.r.in.360. gradus incipiendo à puncto.n.versus.r.diuidatur.

Orizon autem.q.i.p.diuidatur in quartas, quarum quælibet sit nonaginta graduũ incipiendo à puncto.i.& eius opposito ideſt à polis postremis & terminando in punctis.q.et.p.in medio ipsorum polorum,& quarta.i.p.orientalis septentrionalis, et. i. q.orientalis meridiana appellentur.& sic ordine seruato occidentales.

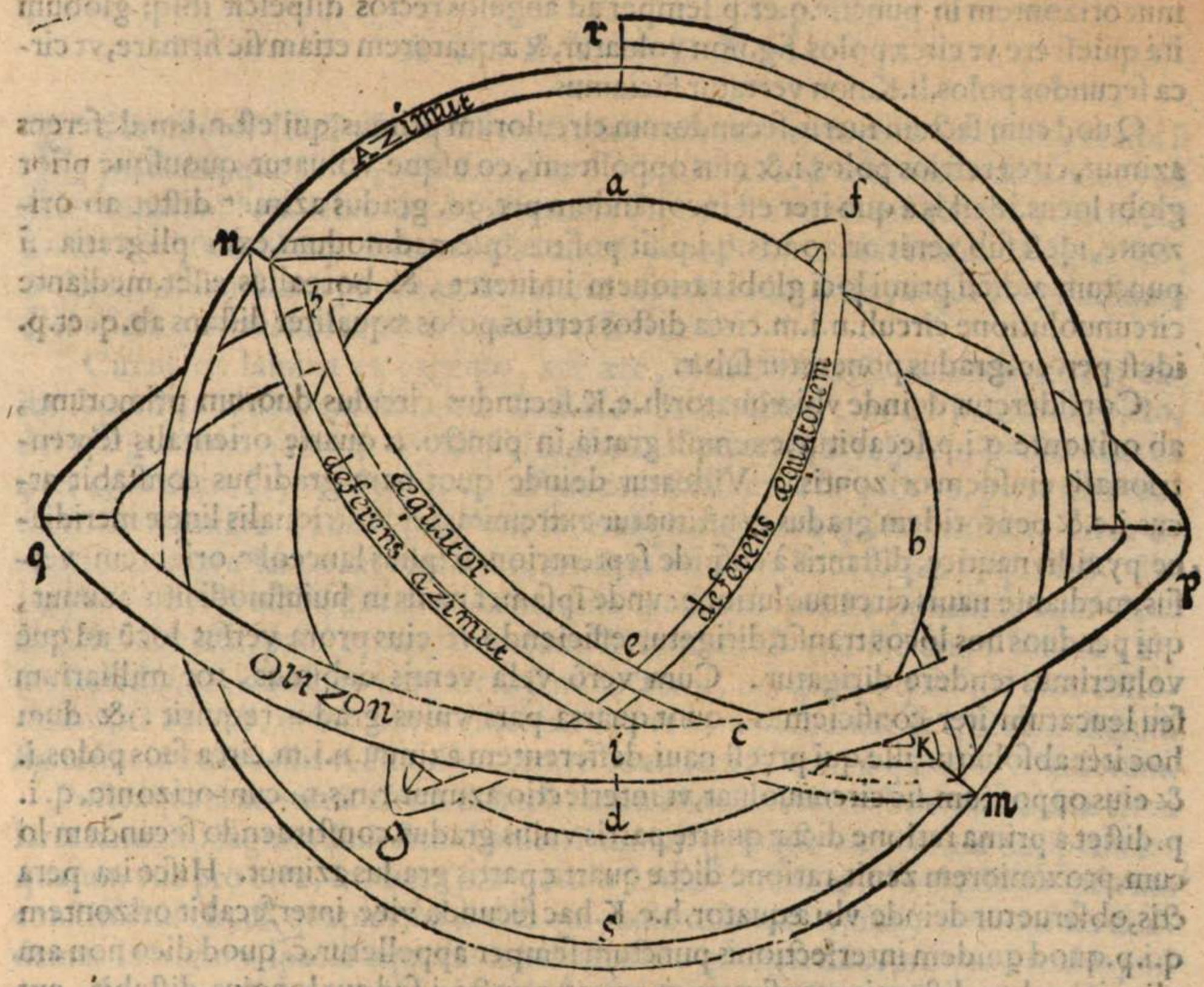
Præterea prẽparata sit quædam quarta, ex aurichalco,circuli æqualis ipsi orizonti,& in.90.gradus distincta quæ cum quauis suarum extremitatum ipsi zenit, in azimut applicari possit, quemadmodum circa globos cẽlestes fieri solet;quę quidem ad cognoscendam altitudinem poli ipsius globi ab orizonte nobis inseruiet.

Atque hac ratione hanc nostram machinam perfectè absoluemus quã appellandam esse Armillam nauticam sentio. Hic autem illud non omittam, concauum duorum priorum circulorum à superficie globi non nimis distare debere & concauum aliorum à superficie conuexa priorum longe positos esse nõ debere, & concauam orizontis à conuexa secundorum procul abesse non debere.

Neque illud etiam prætermittendum est, operepretium fore si in intersectione e. priorum, erit foramen elicum, vt clauo elico ex aurichalco confecto,possimus sistere globum, quando oportuerit, ne amplius circa primos suos polos.f.g. circunuoluatur, cum sit⁹ fuerit. Inde etiam laudo vt in azimut.r.n.s.m.è regione deferentis æquatoris,ideſt.f.e.g.aliud quoddam foramen huiusmodi sit positum, in quo

clauus

clauus elicus vsque ad circulum.f.e.g.perueniens, æquatorem sistere possit,ne circa secundos polos.h.et.K.amplius moueatur quum noluerimus eum mutare situm.



De usu Armillæ nauticæ.

VT autem nostra Armilla nautica vti possimus pyxidem nos prius oportebit habere, diuersam tamen ab ijs, quibus nautæ hactenus vsi fuere: nolo enim vt tã crassa minerua beneficio vẽtorum communium circa hanc rem nos geramus, sed ratione graduum orizontis in.360.partes distincti, atque ob hanc causam sentio,vt ima pars pyxidis penitus detecta videatur,& in.360.partes diuidatur,nilq; aliud quam quandam lanceolam supra eius acum esse volo, quæ dum mouebitur nauis, per gradus quamlibet orizontis partem ostendet; hos autem.360.gradus, ita se habere volo,vt quęlibet quarta.90.contineat,supputatioq; à linea meridiana incipiat,& in verticali desinat, vt huiusmodi diuisio cum ea, quæ est orizontis Armillæ eadem sit.

Pręsupponãtur nunc in globo duo loci extra æquatorem, & in diuersis meridianis quomodolibet adinuicem distantes,à quorum vno ad alium sit nauigandum itinere quo ad fieri poterit breuiori,idest per gyrum circuli maioris, dixi autem extra æquatorem,idest vt ambo,nec in æquatore,nec in uno eodemq; meridiano existãt, quia vt aliàs dixi in huiusmodi locis, vnico tantum vento comite, iter conficere possumus.

Volo primum vt mediante circũuolutione globi circa primos polos.f.g. & æquatoris circa ſecundos.h.K.hoc eſt per longitudinem, & latitudinem, hi duo loci in globo propoſiti ſub azimut.r.n.s.m.ſecundorum circulorum ſitũ ſortiantur,qui azimut orizontem in punctis.q.et.p.ſemper ad angulos rectos diſpeſcit ibiq; globum ita quieſcere vt circa polos.f.g.non voluatur,& æquatorem etiam ſic firmare,vt circa ſecundos polos.h.K.non vertatur faciamus.

Quod cùm factum fuerit,ſecundorum circulorum primus,qui eſt.n.i.m.deferens azimut, circa tertios polos.i.& eius oppoſitum, eo uſque voluatur quouſque prior globi locus,ideſt is à quo iter eſt incohandum per.90. gradus azimut diſtet ab orizonte, ideſt ſub zenit orizontis.q.i.p.ſit poſitus,quemadmodum,exempli gratia, ſi punctum.a.dicti primi loci globi rationem indueret, & borealius eſſet,mediante circunuolutione circuli.n.i.m.circa dictos tertios polos æqualiter diſtans ab.q. et.p. ideſt per.90.gradus poneretur ſub.r.

Conſideretur deinde vbi æquator.h.e.K.ſecundus circulus duorum primorum, ab orizonte.q.i.p.ſecabitur,exempli gratia,in puncto. c. quartę orientalis ſeptentrionalis eiuſdem orizontis. Videatur deinde quot nam gradibus conſtabit arcus.i.c.& per totidem gradus conſtituatur extremitas ſeptentrionalis lineæ meridianę pyxidis nauticę, diſtantis à cuſpide ſeptentrionali ipſius lanceolæ orientem verſus,mediante nauis circunuolutione. vnde ipſamet nauis in huiuſmodi ſitu azimut, qui per duos hos locos tranſit,dirigetur,efficiendo vt eius prora verſus locũ ad quẽ voluerimus tendere dirigatur. Cum verò vela ventis dabimus, tot milliarium ſeu leucarum iter conficiemus, quot quarta pars vnius gradus requirit. & dum hoc iter abſoluitur,ille qui pręeſt naui,defferentem azimut.n.i.m.circa ſuos polos.i. & eius oppoſitum,ſic circunuoluat,vt interſectio azimut.r.n.s.m.cum orizonte. q. i. p.diſtet à prima ratione dictæ quartę partis vnius gradus,conſtituendo ſecundum locum,proximiorem zenit,ratione dictæ quartæ partis gradus azimut. Hiſce ita peractis,obſeruetur deinde vbi æquator.h.e.K.hac ſecunda vice interſecabit orizontem q.i.p.quod quidem interfectionis punctum ſemper appelletur.c. quod dico non amplius in eadem diſtantia manſurum,ut prius à puncto.i.ſed aut longius diſtabit, aut propius accedet, vt in præſenti exemplo.quemadmodum ex ſe manifeſtum eſt, cũ poli globi,ideſt ęquatoris ſint extra azimut,vt pręſupponitur,quia loci ſunt in diuerſis meridianis.

Pro huiuſmodi autem diſtantiæ ratione denuo dirigatur nauis prout æquator.h. e.K.in orizonte.q.i.p.nobis oſtendet, atque hoc modo omnium iter quaſi breuiſſimum fiet. dico autem,quaſi,quia omnibus modis neceſſariò conficitur iter contortum & in formam ſerpigineæ lineæ. Applicantes deinde per vices extremitatem quartæ appoſitæ(de qua ſuperius mentionem fecimus)ipſi zenit.r.efficientes ut per ſitum poli globi pertranſeat, deueniemus in cognitionem altitudinis eiuſdem ab orizonte,& per conſequens quantum itineris per latitudinem eiuſdem globi peregerit. mediante deinde interſectione orizontis.q.i.p.cum æquatore, cognoſcemus quãtum itineris per longitudinem eiuſdem globi,in ipſo ęquatore fuerit peractum,

In-

Instrumentum ad ortum, & occasum Lunæ cognoscendum qualibet anni die.

AD EVNDEM.

ECce tibi vir Illustriss. modũ conficiẽdi instrumenti nuper à me inuẽti, vt tibi significaui, quo scire possis fermè in dies, qua hora (de astronomicis loquor) ad determinatum parallelum & absque multa supputatione, etiam absque Astrolabio Luna oriatur occidatq́; . In quo instrumento poteris etiam videre quo in signo Sol, & sæpius itidem Luna permeat, & huiusce aspectus cum Sole, atque longitudinem diei noctisq́; toto anni tempore exactè discernere.

Circularis lamina ex argento, aut ære, aliaúe materia paranda est, in cuius superficie ambarum facierum Zodiacus delineabitur, modo inferius depicto, deinde pro anno quinque circuli sibi inuicem cõcentrici, at respectu Zodiaci excentrici cẹlabuntur in ea, adeo vt vtriusque centri distantia sit pro. 32. parte semidiametri concauitatis Zodiaci è regione locis augis, temporis qui nostra ætate circa finem secundi gradus cancri inuenitur, eandem viam, in hoc, sequuti, quam Stoflerus in dorso Astrolabij docet . At nomina mensium media ponantur inter duos maiores circulos, postea inter secundum, & tertium ab vna facierum laminæ, arcus semidiurni, ab altera vero arcus seminocturni, per quinos quosque dies collocentur, ita exactè, vt hic subtus videbis. adeo vt numeri dierum & ipsorum dierum signa sint in interuallis vicinioribus centro communi dictorum quinque circulorum.

Posteaquam ab vna & altera facierũ laminæ hæc insculpta fuerint, aliæ duæ circulares laminæ, magnitudinis semidiametri minimi quinque circulorum accipiantur: quarum vna pro ortu, & altera pro occasu Lunæ deseruiet. In qualibet ipsarum constituẽtur circuli quatuor, eo modo qui paulo inferius cernitur, quos omnes diuidemus in triginta spacia æqualia: & in interuallo qđ inter duos primos circulos posi tum est, triginta dies annotabim⁹ qui ipsos Lunæ triginta dies prẹscribẽt, vt in figura.

Postmodum in lamina quæ ortus Lunæ indicabit, ac duorum maiorum circulorũ interuallo è regione numeri .1. videlicet primi diei, ponemus horas. 12. & minuta. 48. ex aduerso diei secundi ho. 13. et min. 36. ex opposito tertij ho. 14. min. 24. & sic successiuè augendo per min. 48. & indicem è diuerso diei. 30. statuẽdo, qũi coitus Lunæ cum Sole significabit: atque lineas aspectuum, vt inferius videre est facilè in ueniemus.

Altera in lamina quæ occasum Lunæ indicabit, postquam distincta fuerit, vt altera. 30. dies ac cẹteræ lineæ, eo modo quo in superiori collocabuntur, at numeri interualli maioris, aliter disponentur, vt potè ex aduerso diei primi solum. 48. minuta describi debent, è directo secundi diei ponenda erit hora vna cum minutis. 36. & è regione tertij inscribentur. 2. horæ, & min. 24. & sic ex ordine per. 48. minuta augendo.

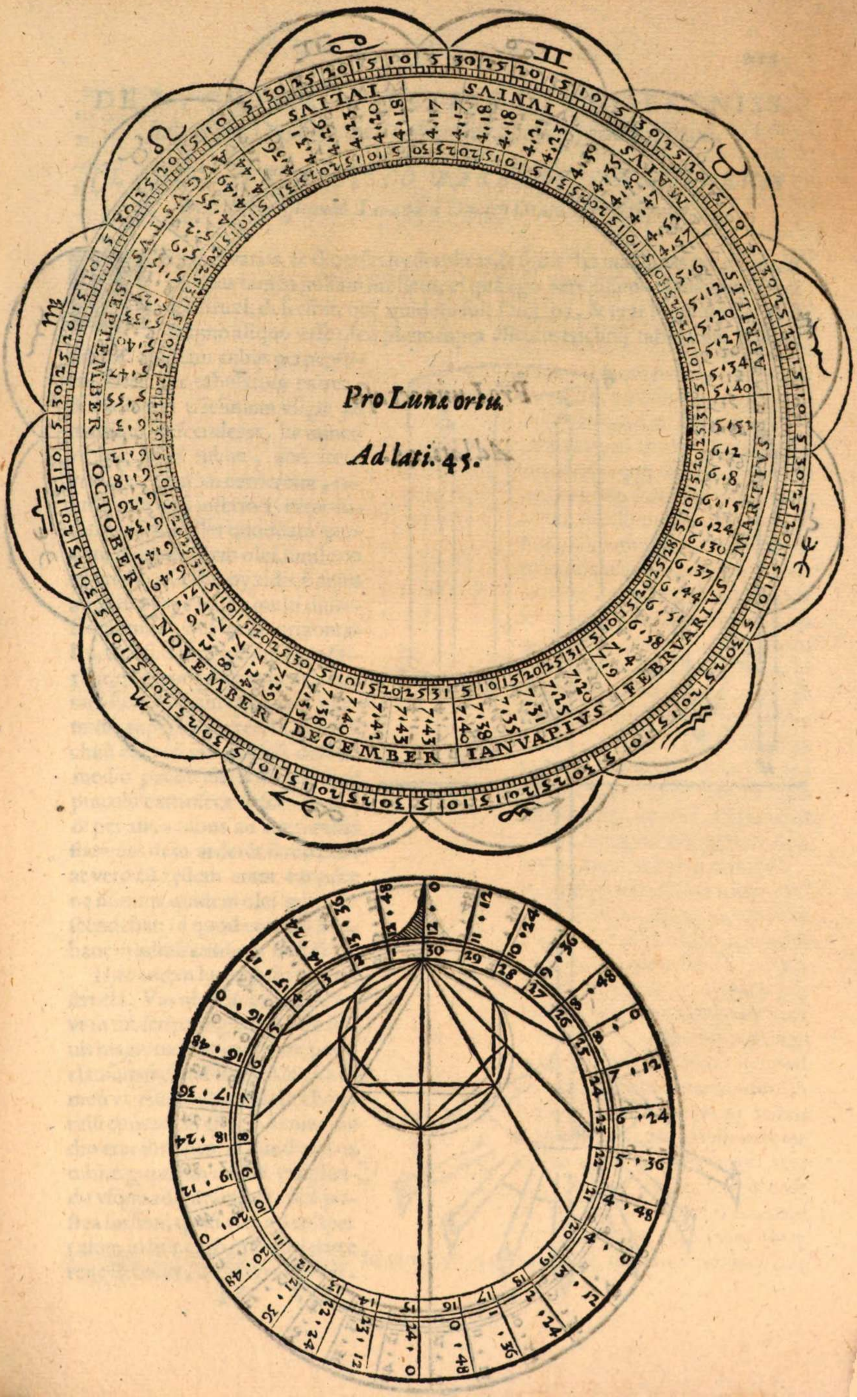
Nunc lamina ortus Lunę, cum anno arcuum seminocturnorum, & illa occasus cum anno arcuum semidiurnorum concẽtrari debet, & ita nostrum instrumentum perfectum erit & absolutum.

Quoties igitur voluerimus medio instrumento dignoscere fermè in tali orizonte qua hora Luna oriatur, ita necesse erit volubilem rotam ortus flectere, ut index veniat è regione diei mensis in quo talis operatio fit & tali rota firma manente perspicere,

cere ex aduerſo diei Lunæ, numerum horarum & minutorum in maiori interuallo ipſius rotæ notatorum, qui cum arcu ſeminocturno anni, quo cum in ipſa rectitudine centri conueniet colligetur, & ſumma quæ ex tali ſupputatione proueniet apertas faciet horas aſtronomicas, quibus ferè etſi non exactè in die propoſito Luna orietur. Idipſum fiet pro occaſu Lunæ.

DIEM ætatis Lunæ iam totus orbis ſcit inuenire, media ſupputatione numeri Epactę currentis cum numero menſium, ſumpto principio à Martio, adiunctis diebus menſis currentis, & detracto numero. 30. à ſumma prędicta, ſi ab ipſa dictus numerns. 30. ſuperatur.

Sed ne aliquis putet ſufficere tantummodo additionem quatuor quintarum horę qualibet die. à nouilunio inchoando, ſciendum eſt huiuſmodi receſſum Lunæ (quamuis non ita exactæ fiat) non computandũ eſſe ab orizonte aliquo, ſed à recto, ſeu à meridiano quod idem eſt, quemadmodum vnicuiq; mediocriter erudito patere poteſt. At propoſitum nobis non eſt ſcire qua hora Luna in meridiano reperiatur, ſed in noſtro obliquo orizonte, in parte orientali ſeu occidentali, propterea igitur addendus eſt, ei ſummæ temporis, qua Luna diſtat à meridiano, arcus ſemidiurnus, vel ſeminocturnus illius loci Zodiaci, in quo Luna reperitur illa die in propoſito parallelo, vt ſciatur proximę, qua hora (ex aſtronomicis) Luna erit in orizonte oriętali, vel occidentali dicti paralleli. ſupra dicta enim additio quatuor quintarum horæ tantummodo, ſufficiens erit temporibus æquinoctij, ſed aliis anni temporibus falli ratione iam dicta.

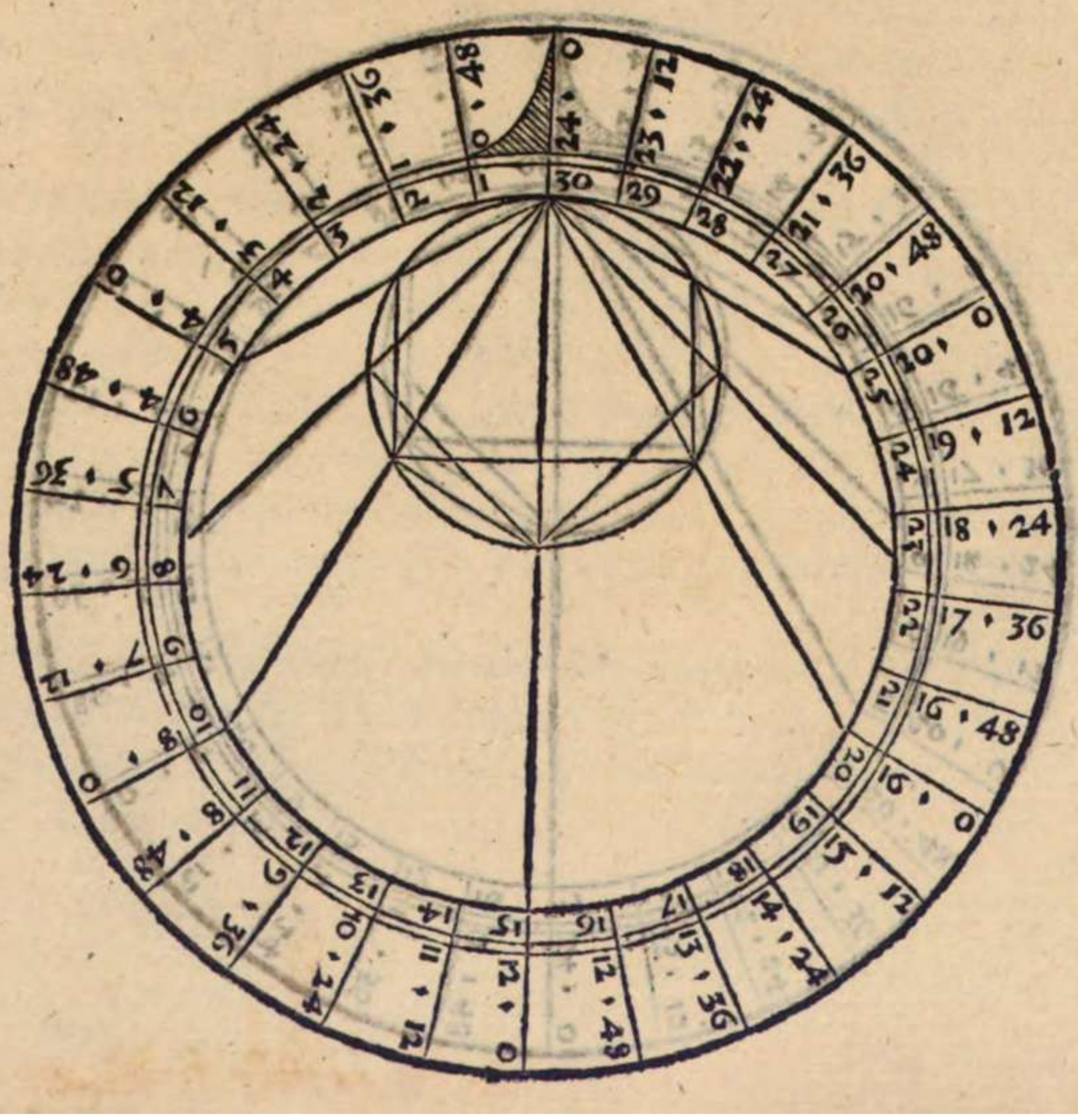


Pro Lunæ ortu.

Ad lati. 45.

Pro Luna occasu.

Ad lati. 45.

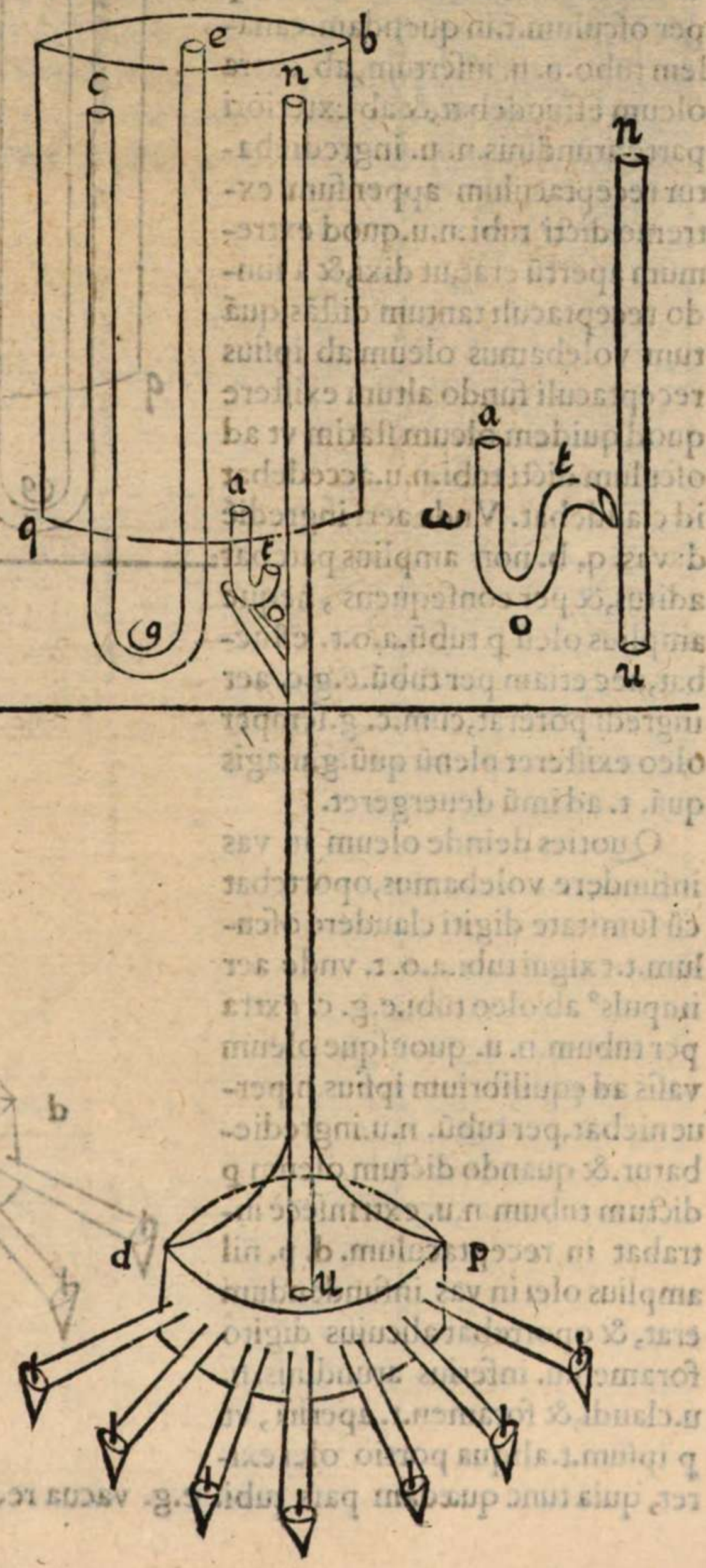


DE LVCERNA SPIRITALI QVAM SERENISS. Sabaudiæ Duce. D. meo collendiſs. anno. 1570. conſtruxi.

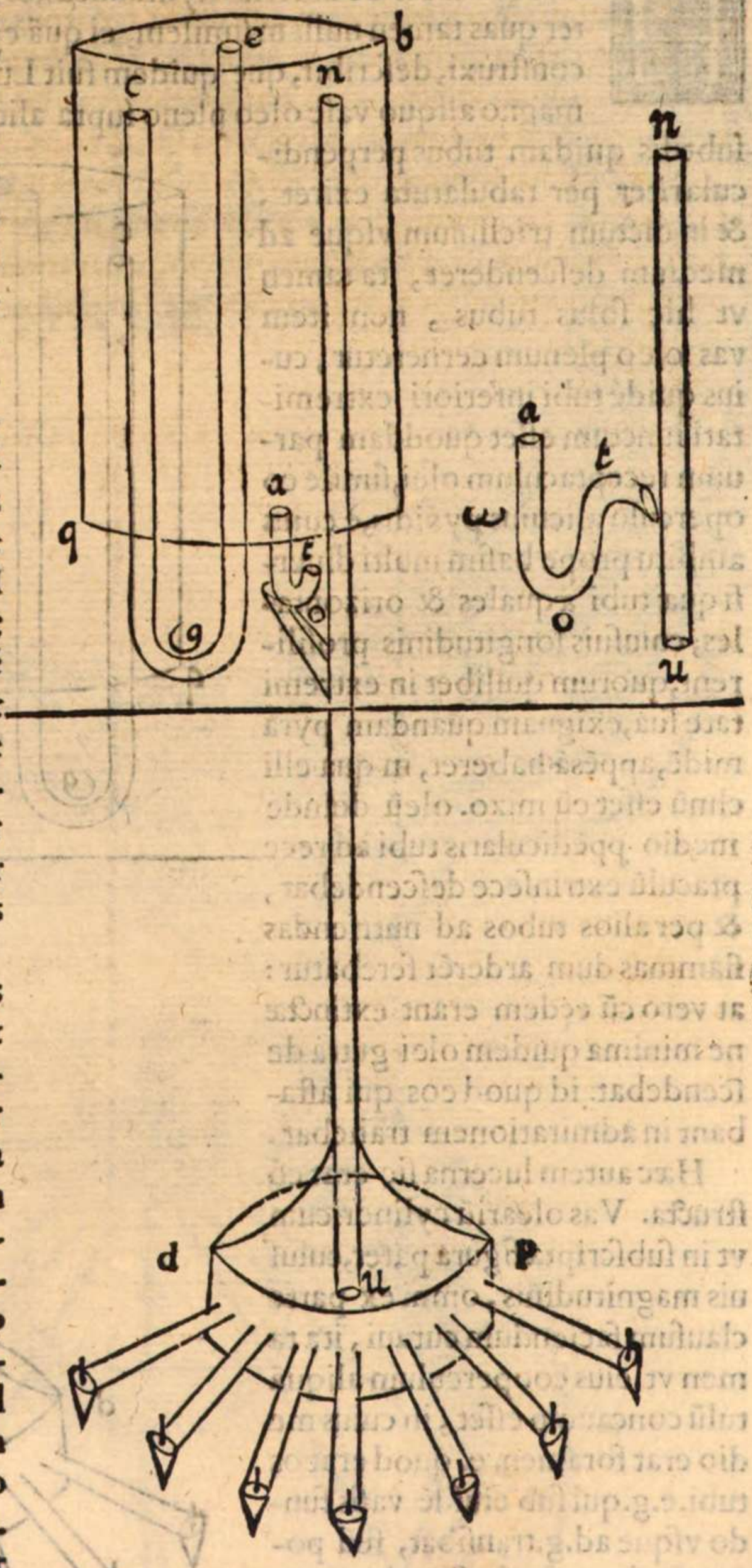
CLARISS. FRANCISCO BARBARO VENETORVM apud Sereniſſimum Sabaudiæ Ducem Oratori Illuſtriſſimo.

HERON varias ac diuerſas hydraulicas,& ſpiritales machinas propoſuit, inter quas tamen nullam ſimilem, ei quã ego Sereniſſimo Sabaudiæ Duci conſtruxi, deſcribit, quę quidem fuit Lucerna, & erat huiuſmodi, vt à magno aliquo vaſe oleo pleno ſupra alicuius triclinij tabulatum poſito, ſubtilis quidam tubus perpendiculariter per tabulatum exiret, & in dictum triclinium vſque ad medium deſcenderet, ita tamen vt hic ſolus tubus, non item vas oleo plenum cerneretur, cuius quidẽ tubi inferiori extremitati iunctum eſſet quoddam paruum receptaculum olei, ſimile coopercrculo alicuius pyxidis, è cuius ambitu prope baſim multi diuerſi quæ tubi æquales & orizontales, cuiuſuis longitudinis proſilirent, quorum quilibet in extremitate ſua, exiguam quandam pyramidẽ, appẽſã haberet, in qua elli chnũ eſſet cũ mixo. oleũ deinde medio ꝓpẽdicularis tubi ad receptaculũ extrinſece deſcendebat, & per alios tubos ad nutriendas flammas dum arderẽt ferebatur: at vero cũ eędem erant extinctæ ne minima quidem olei gutta deſcendebat: id quod eos qui aſtabant in admirationem trahebat.

Hæc autem lucerna ſic erat cõſtructa. Vas oleariũ cylindricum vt in ſubſcripta figura patet, cuiuſuis magnitudinis, omni ex parte clauſum faciendum curaui, ita tamen vt eius coopereulum aliquã tulũ concauum eſſet, in cuius medio erat foramen. e. quod erat os tubi. e.g. qui ſub eiuſdẽ vaſis fundo vſque ad. g. tranſibat, ſed poſtea ſurſum, quaſi vſq; ad cooperculum in ſitu. c. ab inferiori parte reflectebatur, & ibi terminabatur.



Vnde oleum quod in vas infundebatur per foramen.e. dictum vas postea ingrediebatur per foramen.c.Habebat deinde tubum.n.u.rectum,qui à situ.n. propinquo cooperculo ad libellam extremi.c.incipiebat, & per fundum contignationemq; vsque ad centrum supradicti receptaculi(circa quod tuborũ ope appensę erant ellychniorum pyramides)transibat, atque huiuiusmodi tubi. n. u. extremitates tam superius quam inferius erant apertæ,& hic tubus aeris erat. Præterea aliud quoddam foramen in vasis fundo feceram, cui paruum tubũ.a.o.t. reflexum, ita tamen, vt. o. altius esset quam. g. aptauerã,atq; p hunc reflexum tubum.a.o.t.oleum vasis exibat, ꝙ per osculum.t.in quendam canalem tubo.n. u. insertum, ab extra oleum effundebat,& ab exteriori parte arundinis.n. u. ingrediebatur receptaculum appensum extremo dicti tubi.n.u.quod extremum apertũ erat,ut dixi,& à fundo receptaculi tantum distãs,quãtum volebamus oleum ab ipsius receptaculi fundo altum existere quod quidem oleum statim vt ad osculum dicti tubi.n.u.accedebat id claudebat. Vnde aeri ingredié di vas. q. b. non amplius patebat aditus,& per consequens, neque amplius oleũ ꝙ tubũ.a.o.t. effluebat,nec etiam per tubũ.e.g.c. aer ingredi poterat,cum.c. g.semper oleo existeret plenũ quũ.g.magis quã. t. ad imũ deuergeret.



Quoties deinde oleum in vas infundere volebamus,oportebat cũ sumitate digiti claudere osculum.t.exigui tubi.a.o. t. vnde aer impuls⁹ ab oleo tubi.e.g. c. extra per tubum.n. u. quousque oleum vasis ad ęquilibrium ipsius.n.perueniebat,per tubũ. n.u.ingrediebatur.& quando dictum oleum ꝑ dictum tubum.n.u. extrinsecè intrabat in receptaculum. d. p. nil amplius olei in vas infundendum erat, & oportebat alicuius digito foramen.u. inferius arundinis. n. u.claudi,& foramen.t. aperiri, vt ꝑ ipsum.t.aliqua portio olei exiret, quia tunc quædam pars tubi. e.g. vacua reddebatur, &cum per. t.nil amplius olei

olei egrediebatur, aperiebatur.u.& per ipſum.t.denuo tantum olei exire permittebamus, quantum in receptaculo ad claudendum foramen.u.idoneum exiſteret.Ratio verò,quę me mouit,ut punctum.g.inferius ipſius.t.conſtituam, eſt, quia cũ clauſum erit.u.per dictum.t.oleum non amplius egredietur,quia pondus olei in tubo. c. g.maius euadet oleo quod vſque ad.t.progrederetur,tubum autem.e.g.c. reflexum facio,ne cogamur claudere foramen.e.quia hoc difficile præſtaretur, tubum etiam a.o.t. ſurſum verſus reflexum conſtitui,vt aerem ab ingreſſu per foramen.t. arcerẽ, quia huiuſmodi aer nunquam deſcendit ſi corpus magis denſum non deſcendat.

Verum eſt, ꝙ melius erit, vt maiores difficultates euitemus, ſtatuere dictum tubũ a.o.t.ita curuum vt eſt.ω. qui cum ſuo extremo inferiori ipſi.n.u.ſit contiguus ita tamen ut dictum extremum inferius nõ ſit inferius quam.o.quia totum oleum exiret.

Volui etiam vt ſuperior extremitas.n.tubi.n.u.ſit in aere vaſis & non in oleo, ne per eam oleum exeat,quia cum extremitas.u.inferior ſit. g.totum oleum quod ſuperaret oſculum . n . per dictum tubum.n. u. ratione maioris ponderis egrederetur, quẽadmodum cuilibet, vel mediocriter in philoſophicis rebus verſato innoteſcet.

DEFENSIO EPHEMERIDVM.

AD ILLVST. D. BERNARDVM Trottum.



DIta erant ſcripta quædam, quorum titulus ANIMADVERSIONES IN EPHEMERIDAS. & breuis alia diſputatio de erroribus calculorum Aſtronomicorum.ac demũ Theſes quædam typis datæ.11.Auguſti.1581.quę omnia cum ad manus meas peruenisſent,non potui,non eis animum admouere, cũ ibi de his ſtudijs ageret, in quibus partem non exiguam annorum meorum conſumpſi.nec tamen ſcribere aliquid ſtatueram; tum quod exiſtimarem viros Aſtronomiæ peritos facile,quanti facienda eſſent ea quæ edita erant iudicaturos,alijs verò haud gratam futuram harum rerum tractationem. Tum quod ſi ingenue meam ſententiam profer re voluiſſem, non poteram,ſine maxima authoris moleſtia ferè omnia reprobare. Quandoquidem ſolet vnuſquiſque indignationem concipere ex his, quæ ſuæ opinioni repugnant, id omne maleuolentiæ potius quam veritatis ſtudio tribuens. Qui nimo cum nec deeſſent qui dicerent in meipſum directa ea tela fuiſſe,nullam fidem eis adhibendam duxi, nec enim qui in ephemeridas inuehitur, me arguere poteſt, qui nullas ephemeridas ſcripſi,nec tabulas compoſui. Nec ſi author quidpiam ex his quæ à nobis edita fuiſſent impugnare voluiſſet,ægrè ferre debuiſſem,modo à veritate nuſquam deuiaſſet. Liberum enim eſt cuique ſcribere quodlibet. nec Ariſtotelem afficit iniuria, quicunque illi fidem ſuam non accommodat,& ſi valdè iniquus ſit, quiſquis maiorum opiniones veras,& ab omnibus merito comprobatas nõ admittit.Hinc mihi ſatis oĩbus feciſſe videbar, cum his qui de ſcriptis illis me interrogauerãt reſpondiſſem,ea non ſatis firmis eſſe innixa fundamẽtis, & quod ad talia tractanda opus fuiſſet exercitatiore iudicio. Verumtamen cum tu vnus maxime omnium deſideres tibi clarius,quæ nam de his mea ſit ſententia explicari, non tam tuis precibus deuictus quam mea ipſius cupiditate de te benemerendi impulſus, non ſuſtineo diutius animum tuum hęſitantem relinquere. Atque vt tibi adeo honeſta cupienti morẽ geram paucis hiſce ſcriptis incultis quidem, vt ab homine omni prorſus facundia deſtituto exaratis,ſed ex quibus nihilominus facile, atque perſpicue,vt ſpero,conceptum animi noſtri percipere poſſis, ſi tamen eam præſtantis ingenij tui aciem adhibueris, qua ſoles intima quæque ſcientiarum penetrare, noſtræ opinionis ſummam perſtrinxi,quę ad te mittere decreui.& quamuis ipſa res de qua agitur, quæ exactiorem deſiderat expoſitionem,prolixiorem me eſſe cogerit quam voluiſſem. multa tamen me obmiſiſſe intelliges, non admodum neceſſaria his quibus Aſtrologiæ noti ſunt termini, vt tuarum occupationum rationem me etiam habere intelligeres, atque vt ſummam oblectationem cõcipiam animo ſi me tibi aliqua ex parte ſatisfeciſſe intellexero ita humanitati tuæ gratiam habebo, quę mihi occaſionẽ pbuit,imò verò me impulit,ad ea proferẽda:quæ grata eſſe poſſint tui ſimilibus, ideſt pclaro & cãdido ingenio prædĩtis,atq; ad euellẽdã ex eorũ animis falſam opinionem

nionem, si quam fortasse ex illorũ scriptorum lectione cõceperunt circa ea, de quibus nunc sum acturus.

Quemadmodũ igitur ab hoc authore ter scriptum fuit de cõtradictionibus, siue erroribus Ephemeridum,& earum calculos sequentium,& de ratione qua cognosci potest situs & locus alicuius superioris planetæ, diuersus ab eo, qui ab ipsis Ephemeridibus assignatus est, ita disputationem hanc meam diuidam in tres partes, quo scilicet minus confusè,& magis distinctè à me scribatur, pſupponendo, vt animaduertere potes, huius scriptoris intentionem, aliam non fuisse, quã ostẽdere, quod scriptores Ephemeridum diuersimode eiusdem temporis locum planetæ assignauere, & quod eum faciant modo nimium velociter currere, modo nimium in vno signo morari, vt (exempli gratia) Martem interdum faciunt morari sex, aut septem mensibus in vno signo. Idq; postea in causa esse ait, vt Astrologi iudiciarij fallãtur, & simul careant certis fundamentis rationum quibus futura iudicent, & prædicant. Primum ergo videndum est, quam rectè hic vsus sit arte,& scientia, vt aliorum opiniones, & scripta redarguere posset. Deinde videbimus quomodo verum sit, & possibile id quod ab Astrologis hactenus creditum, atque traditum est,& qua ratione possint fieri veri calculi à peritis regularum scientiæ.

In primo igitur tractatu inscripto Animadnersiones, præsupponit Author professores huius scientiæ nescire inuenire vera loca planetarum, quia vtuntur Ephemeridibus, in quibus eorum loca non rectè sunt notata. Quod secundum ipsum oritur, ex errore calculatorum, seu computistarum, potius quam ex varietate tabularum, à quibus Ephemerides sumptæ sunt, hoc tamen verum non est, Ephemeridas, scilicet, ita inter se differre, ratione errorum computistarum tantummodo, sed potius ratione ipsarum tabularum,& si interdum contingere possit error aliquorum minutorum, nec non graduum, non propterea Ephemerides ita spernendæ sunt. In multis enim calculis, tales errores excusabiles sunt, cum ab innumerabilibus propè accidentibus oriri possint, præsertim in calculis prutenicis.

Videatur deinde vbi is profert quinquagesimum enuntiatum centiloquij Ptolemęi, satis mendose. Ptolemęus enim ibi sic ait.

Non obliuiscaris esse centum viginti coniunctiones, quæ sunt in stellis erraticis,
» in illis enim est maior scientia eorum quæ fiunt in hunc mũdum suscipiendi incre-
» mentum, & decrementum.
» Nam, neque eo in loco, neque alibi, Ptolemęus quidquam eius dicere voluit quod ab hoc profertur.

Pergatur postea in pag. 2.& videbitur hunc existimare absurdum quod Saturni, & Iouis coniunctio vera anni. 1563. potuerit esse in Leone signo igneæ triplicitatis cum eorum coniunctio vera anni. 1544. fuerit in Scorpione, signo triplicitatis aqueæ,& cum coitus eorum anni. 1583. futurus sit in Piscibus, signo pariter triplicitatis aqueæ. Ita enim ait.

Nam postquam duæ stellæ coiuerint, non prius sub alio alterius triplicitatis signo
» inter se sunt conuenturæ, quam per omnia signa quæ eiusdem ternarij cum primo ex
» titerint prius coniungãtur. Ita sentit Ptolemęus, cæteriq; non aspernendi nominis
» Astronomi.
» Et tamẽ Ptolemęus nunquam quidquã huius rei attigit, & quamuis Albumasar & Alchibitius de eo loquãtur, is tamen eos non intellexit, cum illi ibi nõ agant de

pe-

periodis apparentibus,aut veris, ſed de mediocribus aut æqualibus, & quidem rectè dicunt, quia lineæ eorum mediorum motuum non coeunt in aliquo ſigno alterius triplicitatis, prius quam pertranſiuerint omnia ſigna illius,in qua incęperunt. Itaq; nullum inconueniens ſequitur,ſi in veris cõiunctionibus non reperitur hæc regula.Fieri enim poteſt,vt lineæ mediorum motuum coniungantur in vno ſigno,corpora verò eorum planetarum coeant in alio, cum rarò eueniat, vt linea medij motus,eadem ſit cum linea veri.

Nunc quidem tamẽ non affirmauerim, nec negauerim eorum coniunctionem anni.1563.fuiſſe potius in Cancro, quam in Leone. Sed tantum dicam vanũ eſſe credere id eueniſſe propter ſimilem naturam, aut qualitatem ſignorum. Hunc enim reſpectum non habent illi planetæ in veris ſuis coniunctionibus. Exempli autem cauſa ponamus, quod rectè ſupputatæ fuerint coniunctiones annorum. 1484.1504. & 1524.quod attinet ad differentiam duodecatemorij, ſcilicet prima in. 24. gradu Scorpij, ſecunda in.20.Cancri, tertia in.10.Piſcium. Cum ſecunda anticipauerit trigonum perfectum cum prima,gradibus.4.& tertia anticipauerit trigonum perfectum cũ ſecunda gradibus.10.ſi forte prima vt facta fuit in. 24. gradu Scorpij facta fuiſſet in.2.gradu eiuſdem,planũ eſt ꝙ ſecũda facta fuiſſet in.28. gradu geminorum & tertia in.18. Aquarij,quæ ſigna ſunt diuerſæ triplicitatis ab illa Cancri. Inſuper ſi coniunctio anni.1544.quæ fuit in.28.gradu Scorpij fuerit recta correſpondẽs prę cedenti,anni.1524.per gra.18. ſine dubio ſi coniunctio anni. 1524. facta fuiſſet in 18.gradu Aquarij, illa anni.1544.fuiſſet in.6. Scorpij ſigni alterius triplicitatis quã ſint Gemini.Præterea, vt anno.1544.cõiunctio facta eſt in.28.gra.Scorpij,& 1563 in.29. Cancri, ponendo eas eſſe rectas,quod attinet ad ſuperandum trigonum vno gradu,ſi anno.1544.facta fuiſſet in.30.Scorpij,anno.1563. proculdubio facta fuiſſet in primo gradu Leonis.Et ſuppoſitis ijs interuallis, quæ ſuperſunt,aut deſunt perfectis trigonis, ſi coniunctio anni.1524.fuiſſet in. 20. gradu Piſcium, anno. 1544. fuiſſet in.8.Sagittarij. Quæ quidem omnia aduerſantur opinioni huius ſcriptoris.

Quod autem opinatur coniunctionem anni.1583.fore in Ariete, ſic dicens pagina ſecunda.

» Non erit abre ſi & eandem Saturni, & Iouis coniunctionem in primo igneæ tri-
» plicitatis ſigno, quod eſt Aries futuram afferamus anno.1583. ſi ab accidentibus no
» bis licet,vt ab omnibus paſſim conceditur, planetarum loca diſcernere.

In eo fallitur,nã neq; Saturnus,neq; Iupiter,errãt à vero per.9: nec.8.gra.ac neꝙ 4.quidẽ in ꝙbuſuis Ephemeridibus aut tabulis. Itaq; videbit eiuſmodi cõiunctionẽ contra ſententiã ſuã fieri in Piſcibus,nõ aũt in Ariete.(vt poſtea reſipſa nos docuit ſub mẽſe Aprili.poſt ꝙdẽ ſcriptã hãc epiſtolã, vulgariꝙ; ſermone trãſmiſsã,ſed antequã in latinũ trãſlata,& huic volumini inſerta cũ alijs Typographo cõmitteretur.)

Vbi poſtea meminit magnæ periodi annorum.960. non tantum ei cogitandum erat hãc fuiſſe opinionem antiquorũ,vt videri põt apud Albumaſarẽ & Alchibiciũ, ſed etiam perpendendum an eſſet vera, priuſquã ei adhæreret. Hic enim fuit vnus ex erroribus illius ætatis, quæ nondum penetrauerat intima huius ſcientiæ. Sunt tamen illi antiqui excuſatione aliqua digni. Ponebant enim vigeſimo quoque anno præcisè fieri mẽdiam coniunctionẽm Saturni cũ Ioue,& in quolibet ſigno eiuſdem triplicitatis cõiungi quater.Itaque in qualibet triplicitate dicebant eos coire duodecies.

Quod

Quod ſecundum primum ſuppoſitum finiebatur ſpacio annorum.240. qui numerus fit.ex.20.duodecies multiplicatis. Et quia triplicitates ſunt.4. ideo credebant in ſpacio annorum.960.qui numerus fit ex.240.quatet multiplicato,perfici.48.cõiunctiones,priuſquam redirent ad ſe coniungendos in eodem loco, ubi prius iuncti fuiſſent. Primum autem ſuppoſitum, quod vigeſimo quoque anno iũgerentur, colligebant ſic ratiocinantes. Si Saturnus annis.30.peragit ſuum curſum per omnia ſigna Zodiaci, Iupiter autem peragit eum annis.12. Saturnus ambulauerit.4.ſigna,et.4.quintas partes ſigni,ſiue gra.24. dum Iupiter peragit integrum ambitum ideſt annis.12.Itaque deſunt ei anni.8.ad perueniendum ad.20.quibus.8.annis Saturnus pambulat ſigna tria & quintã parte uniusſigni.i.gradus.6.qui iuncti dictis ſignis.4.& gra. 24.faciunt ſigna.8.quæ Iupiter item percurrit in annis. 8.atque ita in annis.20.Iupiter percurrit.20.ſigna antequã perueniat ad Saturnũ,cum Saturnus eodem tempore perfecerit curſum ſignorum.8. Eandem concluſionem etiam fortaſſe collegerant ex dictis ſuppoſitis, dicentes, ſi Saturnus annis.30.ambulat.12.ſigna proculdubio annis.20.ambulat.8.ſigna,quo tempore Iupiter perambulat.20.ad rationem.12.ſignorum in annis.12.

Verum hoc ſuppoſitum non eſt bonum,quoniam,ſi ita eſſet, coniunctiones horũ duorum planetarum nunquam exirent ex vna triplicitate, & non modo.960.quoq; anno,ſed etiam ſexageſimo rurſus coniungerentur in eodem puncto.nec coniunctiones eorum(ſemper autem intelligo de medijs) unquam egrederentur ex illis tribus ſignis Zodiaci.

Sed periodus æqualis Saturni,eſt dierum circiter.10740.atque ita minor an.30. atque etiam.29.cum dimidio.periodus autem æqualis Iouis, eſt circiter.4328. vt ego eam comperio,quidquid alij dicãt, vtq; planius alias oſtendam. Itaq; hæc periodus Iouis,etiam minor eſt ann.12.prætermittendo in ſupputatione tã Saturni quã Iouis quaſdam minutias horarum & earum partium, quæ hac in re pro nihilo haberi poſſunt. Atque his duabus periodis eccentricorum duorum planetarum poſſumus cognoſcere interuallum quod erit inter vtramque mediam coniunctionem,hoc modo agendo,& ratiocinando.

Si Saturnus diebus.10740.circuit gradus.360.diebus. 4328. qui ſunt periodus Iouis,conficiet gradus.145.& min.4.ideſt min. 8704. & eadem regula inueniemus q; Saturnus. 30.quibuſq; diebus,conficiet min.60.& ſecunda. 20. Iupiter autem ſingulis.30.diebus,conficiet min.149.& ſecunda.43.vnde ſubtrahendo minuta Saturni à minutis Iouis,ſupererunt min.89.cum ſecun. 23. Itaq; Iupiter.30.quibuſq; diebus velocitate curſus,ſuperabit Saturnum minutis.89.cum ſecundis.23.Atq; dicendo,ſi minuta.89.cum ſecundis.23 dant nobis dies.30.ſupradicta,minuta. 8704. dabunt nobis dies.2921.quibus iunctis cum diebus.4328.periodiIouis,efficientur dies 7249.ideſt anni Aegiptij.19.cum diebus.314.& hæc erit æqua periodus temporis inter vtranque coniunctionem horum duorum Altiorum planetarum. Vt autem planius oſtendatur hanc operationem rectam eſſe (nam demonſtrationem ſpeculatiuã huius operationis in.113.Theoremate noſtræ Arithmeticę cuiq; videre licet) fieri poteſt his alijs calculis.

Si Saturnus diebus.10740.tranſit per gra.360.in ſpacio dierum. 2921. tranſibit per gradus.97.min.54.quibus iunctis cum gra.145.min.4. ſupra notatis, efficientur gra.242. min.58.Deinde,ſi Iupiter ſpatio dierum.4328.tranſit per gra. 360. igitur ſpatio.2921.per eandem regulam inueniemus eum tranſire gradus.242.mi.58. qui numerus par eſt illi Saturni. Cum ergo Iupiter confecerit vnum ambitum poſt con

iun-

iunctionem cum Saturno, vt rursus assequatur Saturnum, transeundum ei erit ꝑ gra. 242. min. 58. iter confectum à Saturno toto tempore annorum. 19. & dierum. 314. ad rationem graduum. 360. diebus. 10740. (possumus etiã dicere gra. 243. quia præ termisimus quasdam exiguas particulas periodorum perfectorum cuiusque planetę in superioribus supputationibus.) Illos verò gradus. 243. Iupiter conficiet diebus. 2921. ad rationem graduum. 360. diebus. 4328. Atq; ita vt diximus, ab vna coniunctione ad aliam intererunt anni. 19. Aegiptij cum diebus. 314. vel circa.

Nunc autem vt videatur an tabulæ Alfonsi conueniant cum hoc nro calculo, cõsiderabimus, ꝙ Era (vt vocant) dicti temporis annorum. 19. cum diebus. 314. est duarum tertiarum sexagenarum, secundæ nullius, & 53. primarũ siue dierum. Et per hãc Eram colligendo motum mediocrem, tum Saturni, tum Iouis, omissis radicibus, & incipiendo ab Ariete, comperiemus ꝙ vtriusq; planetæ lineæ eiusmodi motus transibunt per min. 56. tertij gradus Sagittarij, idest coniunctæ erunt.

In fine postea secundæ periodi, cuius era erit. 4. tertiarum, secundæ. 1. et. 47. primarum sexagenarum, locus mediocris vtriusq; erit in min. 56. gra. sexti Leonis. In fine verò tertiæ periodi, cuius era erit. 6. tertiarum. 2. secundarum, et. 41. primæ, locus eorum mediocris inuenietur in. 56. minuto gradus. 9. Arietis. Atq; ita deinceps in fine cuiusq; periodi, locus eorũ mediocris coniunctim semper distabit à loco mediocri præcedentis coniunctionis gradibus. 117. idest in trigono antecedenti, minus gra. 3. Vnde apparet has coniunctiones procedere in contrariam partem respectu ordinis signorũ Zodiaci, sed respectu ordinis graduum signorũ, semper progrediunt ordine per ternos gradus nunquam retrogradientes. Hinc sequitur, vt non duodecies in omni triplicitate coniungantur hi duo planetę, vt antiqui putauerunt, sed decies tantum. & ad summum ter in singulo signo, spatio annorum. 198. & dierum. 220. aut circiter, non autem. 240. nec. 242. Atque decem vices comprehendunt gra. 27. & vltima vice inueniuntur in signo sequenti alterius triplicitatis. Exempli gratia, ponamus ꝙ prima vice cõiungant in gra. 2. Arietis, secunda coniunctio erit in. 5. Sagittarij, tertia. in. 8. Leonis. quarta in. 11. Arietis, quinta in. 14. Sagit. 6. in. 17. Leonis. septima in. 20. Arietis, octaua in. 23. Sagittarij, nona in. 26. Leonis, decima in. 29. Arietis, et vndecima erit in gra. 2. Capricorni signi sequẽtis triplicitatis. Decem igitur interualla singula annorum. 19. & dierum. 314. faciunt annos. 198. & dies 220. Immo per tabulas Alfonsi, eiusmodi periodus non modo non reperitur annorũ. 242 nec. 240. vt antiqui credidere, sed tribus diebus minor annis. 198. & diebus. 220. idest per dictas tabulas inuenitur esse annorum. 198. & dierum. 217. tantum, qui numerus multiplicatus per. 4. triplicitates, efficiet periodum maiorem, quæ erit annorum 794. & dierum. 138. quo tempore dicti planetæ redeunt ad eundem locum vbi primum se coniunxere.

Vt exempli gratia, locus mediocris Saturni & Iouis in fine annorum. 198. dierum 217. reperitur in gradu. 30. Sagittarij. Si quæsiuerimus hunc locum per aggregatũ annorum. 794. & dierum. 138. cum annis. 198. & diebus. 217. quorum summa est. 992. & dies. 355. inuenietur locus mediocris ipsorum planetarũ in dicto vltimo gradu Sagittarij. Sed si quęsiuerimus eorum locum mediocrem per aggregatum annorum. 198. & dierum. 217. cum annis. 960. quod erit summa annorum. 1158. & dierũ 217. reperiemus Iouem in gradu. 18. Sagittarij & Saturnum in. 16. Leonis distantibus inter se duabus eorum linęis motuum mediocrium gra. circiter. 122. Atq; Iupiter præcedet, & oportebit ꝙ coniunctio eorum mediocris fuerit multis annis ante omittendo (vt dixi) radices, quia satis est inuenire interuallum inter lineas eorum mediorum motuum.

Debe-

Debebat igitur author animaduersionum non quasi cæcus eæcos sequi, sed prius laborare, vt certior fieret, an interuallum annorum. 960. Verum esset.

Sed peius est, ♀ idem author paulo inferius citat coniunctiones horum duorum planetarum anni. 1493. et. 1512. quas nescio vnde sumpserit.

Nam, etsi inter hos annos est interuallum annorum. 19. tamen tantum abest, vt coiuerint dictis annis, vt Saturnus anno. 1493. ante finem Augusti fuerit in. 28. gradu Aquarij, Iupiter verò in. 28. Leonis ex diametro oppositi. Et anno. 1512. per totum mensem Iunium & Augustum, Saturnus fuerit in Libra, Iupiter verò in Ariete, itaque inter se similiter oppositi, & si perfecta oppositio non fuit postea nisi ad finé Iunij ann. 1513. & locus Monteregij ab eo citatus, vbi ait eum ponere coniunctionem anni. 1484. in gra. 23. min. 4. Scorpij, est mendosus. Nam ipse Monteregius ponit dictam coniunctionem in mi. 42. gra. 24. non autem in min. 4. ipsius gradus. Sed hic error nullius est momenti, fortasse qui impræssorum incuria irrepsit.

Pergatur postea obsecro ad paginam. 3. ipsarum Animaduersionum, vbi hic conatur ostendere calculatores non obseruasse verum modum, sic dicens.

Anno. 1484. Nouembris. 25. Saturno locum constituit Monteregius in grad. 23.
» min. 4. Scorpij. Anno postmodum subsequenti qui est. 1485. eundem in min. 7. Sa-
» gitarij collocat. 21. Februarij die. Interq; tempora duo intersunt menses dies. 26.
» At cum ex motus sui natura Saturnus hoc temporis spacio gradus. 4. non debeat trā-
» scendere, sit tamen inter vtrunq; tempus differentia graduum. 7. minutorum. 3. quæ
» ratione sui motus requirunt menses. 6. vt eos perficiat, constat plusquam tribus men
» sibus fallere nos Saturnum.
» Hic videre licet quam veram viam hic secutus sit ad aperiendos errores Epheme ridum, & miseri Monteregij, qui Saturnum claudum facit tantum itineris conficere tribus mēsibus, quātū vix confeciſſet mēsib. sex. Sed fortasse ratiocinat hoc modo.

Si motus naturalis Saturni facit vt circumeat totum cęlum annis. 30. igitur mensibus. 30. conficiet duodecimam partem circuitus, cum menses. 30. sint duodecima pars annorum. 30. & quia duodecima pars circuitus cęli intelligitur constare ex. 30. gradibus, igitur quilibet mensis postulabit gradum vnum. Ideo illi. 6. aut. 7. gradus postulant tempus, amplius mensium sex.

Atque eiusmodi mira ratiocinatio potest in. 2. exemplo eius, inscripto.
» De eodem ex eodem

Vbi miratur, ♀ Monteregius faciat Saturnum ambulare gra. 9. min. 10. in mensibus. 7. & diebus. 6. Ad quod iter Saturno seni opus esset saltem mensibus. 9. eius iudicio.

Sed si hoc miratur, quid dicturus fuisset, si animaduertisset, quod idem calculator Monteregius facit Saturnum ambulare immo volare gra. 9. min. 48. non in 7. sed in 2. mensibus cum dimidio, videlicet à. 10. die Iunij vsque ad. 26. Augusti eiusdē anni. 1504.

Quid si etiam animaduertisset ♀ à. 10. die Iunij supradicti vsque ad. 16. Ianuarij anni sequentis, faciunt Saturnum, sursum, deorsum cursitare amplius gra. 17. mi. 54. Immo si animaduertisset, quod anno. 1524. Stofierinus ab initio anni, vsque ad medium Maium, idest mensib. 4. cum dimidio, facit Saturnum ambulare gra. 15. Profectò ob has velocitates, eius iudicio, tam absurdas, obstupuisset.

Vbi autem in tergo eiusdem paginę ait, quod gradibus. 13. min. 42. respondent menses. 19. errauit in calculo, nam ex eiusmodi tempore secundum eius regulam ef-

ficerentnr ſinguli ambitus Saturni ad rationem annorum amplius. 40.

Videamus nunc vbi agit de Ioue,& reperiemus ꝙ in primo exemplo circa annū. 1484. repręhendit Monteregium, quia facit Iouem ambulare gradus. 14. cum min. 6. in menſibus. 2. diebus. 4. ad quod iter, vt ipſe ait, opus eſſet ſaltem méſibus. 11. atq; ita ſecundum ipſum, Ioui opus eſſet anno vno pro ſingulo medio ſigno. Vbi bonus hic vir pariter cæcutit.

Idem in ſecundo exemplo ſumpto à Stoflerino ait, ꝙ Ioui ad curſum vnius gradus,& min. 5. opus eſt diebus. 30. non autem menſibus. 7. & diebus. 28. vbi oſtendit, ſe paruum diſcrimen facere inter Iouem, & Saturnum.

Miratur poſtea ꝙ Stoflerinus faciat laborare generoſum Iouem ferè menſibus ſex in vno gradu. Sed multo magis, vt puto, miratus eſſet, ſi vidiſſet, quod idem Stoflerus in eodem anno facit, quod Iupiter die. 4. Ianuarij ſit in eodem puncto, in quo poſtea reperitur die vltima Auguſti. At fortaſſe dici poſſet, quod Iupiter propter prudentiam,& bonitatem ſuam factus eſt Rex omnium Deorum, vt ait Homerus, & ideo expulit è ſede Saturnum,& aſcendit in altiori cœlo. Vnde euenit vt factus fuerit lentior in curſu, Saturnus autem velocior. Aut iam tot annos eſſe natum Iouem, vt iure credi poſſit eum iam factum eſſe ſenem, & pariter tardiorem in ſe mouẽdo. aut tũc temporis illum detentum fuiſſe in ſibi dilecta Arcadia cũ Caliſto. Aut fortaſſe erat in alta ſpecula intentus audiendo ingenti certamini Timoclis & Damidis, vnde pendebat exitium aut gloria familiæ ſuæ, nam alioquin Stoflerus non depræhendiſſet eum tam otioſum & morantem. Sed iam relinquamus Saturnum & Iouem,& ad Martem veniamus.

Ferox & inquietus Mars, qui ſemper bella & ignes ſpirare ſolet, etiam, & ipſe ab Aſtrologis factus eſt piger, & languidus, vt velint eum nonnunquam commorari in vno ſigno ſex aut ſeptem menſibus; quod nullo pacto placet authori Animaduerſionum, cum pag. 4. ita ſcribat.

„ Quod citra notam, ab omnibus creditur poſſe obſeruari, quamuis à nobis non ac
„ cipiatur.

Itaque ei videtur impoſſibile. Quia Mars peragit ſuum circuitum minus. 2. annis. Sed audacior fuiſſe videtur, qui voluerit arguere tot egregios viros antiquos, & recentiores, qui vti diligentes rerum cœleſtium obſeruatores, ipſis oculis certi facti ſunt tam de his effectibus Martis, quam aliorum, vnde coacti ſunt fingere tantam magnitudinem eius epicycli, cum ipſe nunquam obſeruauerit motum, nec huius nec alterius planetæ, ſed tantum viderit eius moram in Ephemeride ſcriptam. Si enim ſaltem diceret, ſe aliquo tempore obſeruaſſe iter Martis,& comperuiſſe aliorum opinionem falſam, attuliſſet aliquem colorem ſententiæ ſuæ. Sed ſi obſeruaſſet, non ſcripſiſſet poſtea contra, vt puto. Res enim ita ſe habet, quod Mars in omni circuitu ſui epicycli tranſiens per inferiorem partem ipſius epicycli, ſemper commoratur multis menſibus in vno duodecatemorio Zodiaci, ſcilicet. 6. et. 7. menſibus, atque etiam amplius, quod quidem ego ſæpe obſeruaui, præſertim anno. 1565. et. 1566. hoc ordine. Primum inſpiciens Ephemeridas ſtadij, reperi ꝙ Mars ſecundum eum egrediebatur retrogradationem circa diem. 12. Ianuarij anni 1566. in. 16. grad. Geminorum. Et ſimiliter quod anno. 1565. die vltima Auguſti Mars futurus erat in eodem ſupradicto loco, priuſquam retrogradi inciperet. Poſtea inueni, quod poſt retrogradationem die. 11. Aprilis. 1566. Idem Mars futurus erat in gra. 16. Cancri, itaq; in his. 30. gradibus à. 16. Geminorum ad. 16. Cancri conſumebatur ſpatium menſium. 7. & dierum. 11.

Quo

Quo ſupputato, ſumpſi inſtrumenta, & ad experimentum me paraui, & vltima nocte menſis Auguſti anni. 1565. reperi Martem eſſe in dicto gradu geminorum vt ſcribebat Stadius. Deinde ſingulis ebdomadibus obſeruans retrogradationem; vidi circa finem Octobris quod retrogradi incipiebat, & ea retrogradatio perſeuerauit vſque ad medium menſem Ianuarium, aut circiter, anni. 1566. obſeruaui poſtea etiam ſitum eiuſdem planetæ die. 11. Aprilis ſequentis eumq; inueni in gradu. 16. Cancri, vti eum poſuerat Stadius. Atque ita experimentum meum conuenit cum calculo Stadij, comperiq; eum non erraſſe: Et ſic quiſque binis quibusq; annis poterit certior fieri de veritate. Si autem delectationis cauſa id experiri volueris, expectato primam retrogradationem Martis, cuius initium ſecundum Stadium futurum eſt circa diem. 20. Nouembris anni. 1582. & finis circa diem. 10. Februar. 1583. circa grad. 9. Cancri, & animaduerte quando Mars erit circa dictum gra. 9. Cancri prius quam retrogradi incipiat, quod erit circa diem. 19. Septem. 1582. Deinde aſpice quum erit in grad. 9. Leonis, quod erit circa diem. 7. Mai. 1583. & videbis q; ipſe Mars in his gra. 30. morabit̃ p menſes. 7. & dies. 18. atq; vt eius rei periculum facias, obſerua noctem præcedentem diei. 19. Septem. 1582. locum lõgitudinis eius ſtellæ, & idem poſtea obſerua nocte præcedente diei. 7. Mai, aut nocte ſequenti. 1583. & inter duos hoſce terminos obſerua aliqua alia nocte ſtatum eius. Manifeſtoq; videbis Martem conſumere totum dictum tempus in hoc duodecatemorio. Et quicunque aliquid intelligit in hac facultate quamuis non viderit Ptolomęi Almageſtum, minori labore poſſet per calculos ſcientificos colligere veritatem, ſuppoſitis tamen terminis ſcriptis in theoricis planetarum. Qui enim vidit Almageſtum vel reuolutiones orbium cœleſtium Nicolai Copernici, non poteſt de hoc vllo pacto dubitare. Sed qui nondum tantopere progreſſus eſt, ſaltẽ capiat huiꝰ rei notitiam vniuerſalem, hoc modo. Supponat primum eccentricitatem deferentis epicycli Martis, eſſe. 6. partium taliũ, quales ſunt ſexageſimæ ſemidiametri ipſius deferentis, & ſemidiametrum epicycli eſſe, partium ſupradictarũ. 39. cum dimidia, & quod argumenta vera, in temporibus primarum ſtationum (cum epicyclus eſt in auge, aut in eius oppoſito, aut in lũgitudinib. mediocribus) iã ab antiquis rectè ſupputata ſint, ſicuti ſunt. Et præſupponat motum diurnum centri epicycli. min. 31. cum dimidio, quamuis reuera ſit min. 31. & ſecundorum. 27. aut circiter, nunc quidẽ præter mittens, quod vnus habeat reſpectum ad augem mediam epicycli, & alter ad centrum æquantis. Atque his præſuppoſitis fingat (exempli gratia) quod centrum epicycli ſit in quauis longitudinum mediarum, & Mars in prima maxima æquatione argumenti, ſcilicet in prima linea, quæ attingens epicyclum, à centro mundi pergat ad circunferentiam Zodiaci, quæ erit illa linea cõtingentiæ à qua proficiſcẽs Mars pergetad lineam primæ ſtationis, vt poſtea retrogradiatur, veluti ſi in infrapoſita figura maiori, cẽtrũ mũdi eſſet. o. & vnus arcus eccẽtrici eſſet. a. b. c. d. & vna ex lineis mediocribus longitudinum eſſet. o. c. f. & centrum epicycli. c. qui notabitur per a. f. e. g. & lineæ contingentes epicyclum in punctis. i. et. t. ſint notatæ. o. i. et. o. t. & linea primæ ſtationis. o. n. b. & linea ſecundæ. o. u. d. ſi igitur Mars eſſet in puncto. i. angulus. i. o. e. maximæ æquationis argumenti eſſet gra. 40. minut. 55. quãuis talis maxima æquatio argumenti in longitudinibus mediocribus Alfonſi ponatur eſſe gra. 41. minut. 10. quod euenit quia calculatores ipſarum tabularum interuallum. o. c. quod in eo ſitu epicycli interponitur inter centrum mundi, & centrum dicti epicycli, acceperunt partium ſexaginta præcisè, nihili facientes minuta illa. 18. aut circiter, quę verè ſunt præter dictas partes. 60. quandoquidem euenit vt dictum interuallum in

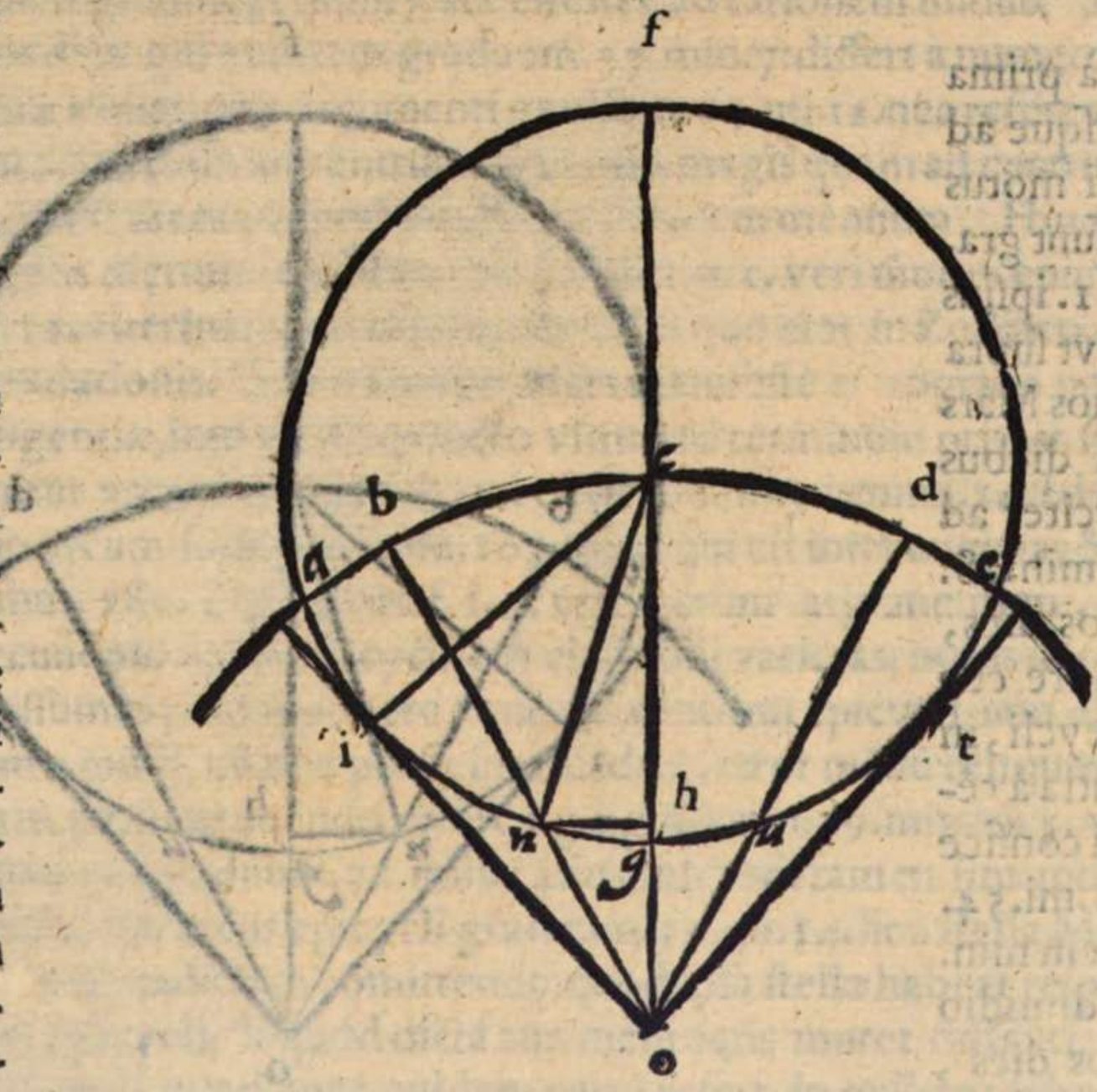
tali ſitu epicycli ſit baſis vnius trianguli orthogonij,cuius vnum ex illis duobus laterib̃us eſt ſemidiameter eccentrici partium.60.pręcisè,aliud eſt interuallum eccentricitatis parțium.6.eiuſmodi. Angulus ergo.i.o.c.vt dixi, erit partium. 40. minu. 55. qui angulus continuò variatur ſecundum ſitum epicycli. & cum centrum eius eſt in auge eccentrici. eſt minimus quã eſſe poſſit. eſtq; tantum grad.36. min. 46.& in oppoſito ipſius augis eſt grad.47. min.1. maximus quam alibi vnquam ſit, & ſic continuò variatur,ſecundum ſitum,quem habet epicyclus in eccentrico. Qui quidem angulus inuenitur per doctrinam.27. et.28.libri primi Monteregij de triangulis. Nam triangulus.c.i.o.eſt ſemper rectangulus in puncto.i.& latus.c.i. reſpectu ſemidiametri eſt datum. Quod.c.i.erit veluti partium.39.cum dimidia, et dictum interuallum.o.c.veluti partium.60.min.18.& quia datur nobis etiam eccentricitas veluti partium.60.talium, & cum.c.o.ſit linea veri motus epicycli, & latus ſimiliter vnius trianguli, cuius duo latera ſunt ſupradicta,ſcilicet ſemidiameter eccentrici, & eccentricitas, inter ſe compræhendentes angulum datum. Nam ſemper præſuppo nitur datus locus centri ipſius epicycli, cum ipſe eſt extra augem aut oppoſitum eius quia in auge linea.o.c.conſtat ex ſemidiametro eccentrici & interualli eccentricitatis. & in eius oppoſito, ipſa linea.o.c.eſt minor dicto ſemidiametro eccentrici per interuallum dictæ eccentricitatis. Vnde etiam poſſumus extra augem, vel oppoſitum eius cognoſcere.o. c. tanquam latus dicti trianguli duorum laterum cũ angulo cognitorum. Idq; per.49.propoſitionem libri primi eiuſdẽ Monteregij cum ſcilicet dictus angulus nõ fuerit rectus. Nam ſi fuerit rectus videbitur per.27.et.28.ſupra citatas.

Cum igitur habeamus angulum.c.o.i.gra.40.mi.55.angulus.o.c.i.tanquam reliquus ex recto,erit grad.49.mi.5.cui reſpondet arcus.i.g.epicycli confectus à Marte in diebus circiter.105.ad rationem min.28.aut circiter in ſingulos dies, prætermiſſis nunc quidem minutijs cum exigui momenti ſit error.15.aut.20.dierum ad verificationem longæ morę Martis in vno duodecatemorio, atque per hoc tempus centrum epicycli conficit gradus.55.min.7.aut circiter,ad rationem minutorum.31. cũ dimidio in ſingulos dies. qui numerus graduum.55.min.7:differt à numero graduũ. 40.min.55.maximæ æquationis argumenti gradibus.14.mi.12.nec refert quod gra. 55.min.7.habeant reſpectum ad centrum æquantis, magis quam ad centrum mũdi; quia differentia non eſt tanta, vt poſſit inducere errorem menſium. Hinc ſequitur quod in fine dictorum dierum.105.Mars erit in linea.o.c. veri motus epicycli, ſed gradibus.14.min.12.vlterius quam in primo loco,in quo erat in Zodiaco, & erit in medio ſuæ retrogradationis. Sed quoniam Mars manifeſtè retrogradi non incipit in puncto.i.contingentiæ,imo ab illo puncto vſque ad terminum primæ ſtationis lineæ.o.n. interponitur arcus.i.n.epicycli,qui eſt graduum.32.minu.14.Idq; cognoſcitur ſubtrahendo arcum.f.i.n.graduum.163.mi.9.qui eſt inter augem, & primam ſtationem,à gradibus.180. (qui arcus. f. i. n. erit verum argumentum, quod ſimiliter variatur ſecundum ſitum epicycli,etſi eiuſmodi varietas, nobis nõ eſt magni momenti,vnde poſſumus præſupponere, quod.c.centrum epicycli non alteret interuallũ.c.o.à centro mũdi, cũ non poſsit intercedere,error mẽſiũ reliquum verò.g. n.graduum.16.min.51.ſubtrahendo ex arcu.g.i.graduum.49.minuti.5. vnde reliquus nobis erit arcus.n.i.graduum.32.min.14.in eiuſmodi tamen ſitu mediocrium longitudinum. Nunc hic arcus epicycli graduum.32.mi.14.fit à ſtella Martis diebus.69.ad rationem ſupradictam, omittendo quod ipſa ſtella habeat reſpectum ad augem mediocrem epicycli, & quod dicta aux mediocris mutet diſtantiam à vera propter [illegible] epicycli,quod nunc quidem parui refert, in quibus diebus.69.centrum

trum epicycli conficit gra.36.min.13.ad rationem supradictam. Restat nunc nobis inuenire angulum.b.o.c.in centro mũdi,inter duas lineas,b.o.et.c.o.quarũ prior est primæ stationis,altera est veri motus epicycli, quod facilè intelligemus per dictam.49.lib.1.Monteregij,cum duo latera.n.c.et.c.o.& angulus.n.c.o.sint nobis nota. Hoc autem fiet fingendo lineam.n.h.perpendiculerem ad.o.c.quæ tanquam sinus anguli.n.c.h.erit partium.28986.talium qualium.n.c.esset partium.100000.& c.h.tanquam sinus anguli.c.n.h.restantis ex vno recto,erit partium.95706.dicendo postea si.n.c.tanquam sinus totalis partium.100000.dat nobis.n.h.partium.28986 quid dabit nobis diameter.n.c.tanquam partium.39.mi.30.inueniemus.n.h.venire nobis ex partibus 11.mi.27.& idem faciendo de.c.h.inueniemus quod veniet nobis partium.37.mi.48.quibus subtractis ex tota.c.o.quę est partiũ.60.mi.18.reliqua erit nobis.h.o.partium.22.min.30.capiendo postea radicem quadratã summæ quadrati.n.h.cum quadrato.h.o.veniet nobis.n.o.partium.25.min.12. talium qualis n.h.est partium.11.min.27.si igitur ad.o.n.tanquam partium.25.min.12.respondet. n.h. partium.11.minuti.27. linea. n. h. ad. o. n.tanquam partium 100000.respondebit part.45436.tanquam sinus anguli.n.o.h.qui angulus erit gra.27.minut. 1.subtracto postea hoc angulo ab angulo. c. o. i. graduum. 40. minut.55. remanebit angulus.n.o.i.graduum. 13. minut. 54. inter lineam contingentiæ, & lineam primæ stationis in eiusmodi situ. Et ideo Mars accesserit ad lineam.o. c. veri motus epicycli. Sed quia linea.o.i.contingentiæ,propter motum centri epicycli,in dictis diebus.69. contecerit gradus.36. minut.13.(præsuppolita semper eadem distantia.o c.quamuis nonnulla sit differentia,quam nunc prætermittemus) & Mars in dicto tempore retrogressus fuerit per dictum angulum gra.13.mi.54.quibus deductis,ex.36.& min.13.restabunt gra.22.min.19.itaque in diebus.69. Mars promotus fuerit à primo situ gra.22.min.19.aut circiter,prius quam retrogradatio eius incipiat esse apparens.

Nunc à prima stationevsque ad lineã veri motus epicycli sunt gra. 16.min. 51. ipsius epicycli, vt supra vidim⁹ quos Mars transit in diebus 36.aut circiter ad rationem min.28. in singulos dies, quo tempore centrum epicycli, in tali distantia à cẽtro mundi conficeret gra.18.mi.54. ad rationem min. 31. cum dimidio in singulos dies, quib⁹ deductis ex gra.27.min.1.anguli

guli.c.o.n.remanebunt gra.8. min. 7. pro numero dimidiæ retrogradationis quum Mars erit in linea.o.c.veri motus epicycli. Quibus gradibus.8. min. 7. ſubtractis à grad. 22. minu. 19. per quos Mars progreſſus erat, ſupererunt grad.14.minut.12. quibus ipſe in media retrogradatione exiſtens in linea.o.c.veri motus epicycli promotus erit à principio primi ſitus. Quod cum eo concordat quod ſupra diximus circa hos gradus.14.min.12.vltra primum ſitum in ſpatio dierum.105.vt ſupra, ad tãtum enim aſcendunt.69.et.36.nunc fingendo ♀ Mars pergat in ſuo motu compoſito qui conſtat ex his duobus circulis, vi eccentrici, & epicycli (quanquam vt dixi omittimus illam ſummam ſubtilitatem ſeu ſcrupuloſitatem cõtinuæ inæqualitatis diſtantiæ centri epicycli à centro mundi, & præterimus etiam irregularitatẽ eius circa centrum mundi, propter regularitatem eius circa centrum æquantis, atque etiam miſſum facimus motum epicycli recti à ſua media auge) fingendo inquam, quod Mars dicto motu ſuo pergat, vſque ad punctum ſecundæ ſtationis, præteribunt alii dies .36. vt prius, quibus iunctis cum. 105. fiet ſumma dierum. 141. & Mars retrogreſſus erit per alios grad.8. minut. 7. quibus ſubtractis à gradibus.14.m in.12.per quos progreſſus erat ſupererunt.gra.6.min.5. quibus ipſe Mars in fine ſuæ retrogradationis promotus erit à primo loco vnde moueri cœpit. Inter hanc igitur ſecundam ſtationem lineæ.o.u.d.& lineam.o.t.ſecundæ contingentiæ, Mars diebus.69.vt prius, confecerit gradus.32.min.14.ſui epicycli,& eodem tempore linea contingens.o.t.ambulauerit gra.36.min.13.vt prius,à quo itinere ſubtracto angulo ſecundo.d.o.t.graduum. 13.min.54.ſupererunt gra.22.min.19 vti prius,quos Mars ambulauerit directè & apparenter, quibus additis ad gra.6.minut. 5, quibus Mars progreſſus erat à principio motus, fient gra.28.min.circiter.24. quibus proceſſerit à priori loco in diebus.177.ideſt in.141.et.36.qui ſunt ferè menſes.6.Itaque Mars partim ſurſum partim, deorſum ambulans detentus erit mẽſibus 6. in grad.28.Zodiaci, atq; ſi finxerimus quod epicyclus moueat verſus oppoſitum augis,lõgior erit mora planetæ in eiuſmodi duodecatemorio,propter augumentum æquationis argumenti. Itaque probata à nobis eſt poſſibilitas huius moræ Martis. Quod quidem mihi ſufficere videtur nõ modo tibi, ſed etiam cuiuis, qui harum ſcientiarum principia teneat. Neque enim nũc docere volo eos qui



in

in ijs ſunt conſumati, nec curam mihi ſuſcipere erudiendi imperitos. Satis igitur ſit oſtendiſſe, quod qui ſcripſit Martem commorari poſſe tam multos menſes in vno ſigno, non impoſſibilem rem tradidit. Immo per obſeruationes huius veritatis millies factas, Aſtrologi fecere ſupradictas ſuppoſitiones neceſſarias ad reducẽdum in ſuas cauſas, & ad regulam, eiuſmodi veriſſimos effectus.

Non oportebat autem ſcriptorem harum animaduerſionum tantopere eiuſmodi mora commoueri, ſed cogitare ♃ fortaſſe calculi facti fuerunt eo tempore quo miſer Mars à Vulcano rete vinctus erat. Vnde cum non ita celeriter ſe expedire poſſet iter eius ſegnius peractum fuit. Aut ♃ quũ vulneratus fuit in bello Troiano, vis eius & agilitas per aliquantulum temporis imminuta fuit. Atque ſi hic etiam intellexiſſet eum aliquãdo fuiſſe in poteſtate Othi, & Ephialtis vinctũ & carceri incluſum mẽſes tredecim, dum ab Eribea ſolutus fuit, vt tu, antiquos ſequens, eleganter ſcribis in illis tuis pulcherimis dialogis. non exiſtimaſſet, credo, tam abſurdum quod alius eũ detinuiſſet ſex aut ſeptem menſibus, ſed operam dediſſet vt a te intelligeret quid ſibi vellet tam longa captiuitas.

Sed vt ad rem redeamus. Idem pag. 4. ait, quod verus motus Martis diſtat à medio circiter dies. 8. ſupponens medium motum eſſe dierum. 683. ♃ etiam falſum eſt. Sed vtcunque ſit, fallitur. Solet enim periodus veri motus Martis eſſe dierum circiter. 708. modo paulo plus, modo paulo minus, & interdum poteſt etiam eſſe multo breuior, ſicuti erit à die 3. Decembris anni. 1593. vſq; ad initium Iunij. 1595. Tunc enim erit tantum dierum. 545. & non quidem ſine ratione, nam dicto initio Decembris Mars paulo ante cæperit eſſe directus, cum centrum epicycli erit circa medium Tauri, & eius ſtella in principio Arietis & initio Iunij. 1595. Mars parum diſtabit ab initio retrogradationis, regreſſus tamen ad initium ipſius Arietis, & centrum epicycli erit circa medium Aquarij, in cuius ſigni medio, hac ætate reperitur oppoſitum augis, & in quo ſitu, æquationes argumẽti ſunt, quam maximę eſſe poſſint, quum centrum epicycli circuiuerit ſolum circiter tres quartas totius ambitus, & Mars circuiuerit per partem ſuperiorem epicycli circiter gradus. 252. Hoc autem dico, vt oſtendam poſſibilitatem huius eius extraordinariæ velocitatis. Nam quicunq; voluerit poterit certior fieri, per calculum partium motus Martis.

Vbi autem poſtea idem author miratur interualla, quæ ponũtur inter coniunctiones Iouis, & Martis in eodem ſigno, eaq́; vocat errores maximos, oſtendit ſe non recte conſideraſſe motus eorum. Et præcipuè primum miratur ♃ inter annum. 1528. et. 1553. Iupiter & Mars nunquam coeant in Leone, cum hæ duæ coniunctiones inter ſe diſtent ann. 25. afferens pro ratione, quod hæc duo ſydera, altero quoque anno coniunguntur, ſic dicens.

» Qui ſciet has duas ſtellas ſecundo quoque anno inter ſe coniungendas, mirabitur
» quomodo non poterunt numeratores, huiuſmodi animaduertere errores.

Et præter hanc rationẽ fortaſſe ẽt conſiderauit, ♃ in dicto temporis interuallo Iupiter ſẽper fuit in Leone, vt ann. 1540. et. 1541. Mars aũt in eo ſæpe fuit. Vnde impoſſibile ei videtur eos non conueniſſe in dicto ſigno. Idemq́; dici poteſt de alijs coniunctionibus eorundem planetarum, atque has differentias temporum inter dictas coniunctiones ipſe tribuit erroribus calculorum Ephemeridum, non autem tabularum, vt ſupra dixit. ſed neſcio quare vellet dictos planetas coire in Leone, ſi quum Iupiter in eo erat anno. 1540. et. 1541. & in eo deambulabat, Mars interea erat mõ in Libra, modo in Scorpione, Sagittario, Capricorno, & alijs ſignis vſq; ad Cancrum, in quo cum repertus fuit anno. 1541. cogitans congredi cum Ioue in Leo

ne,

ne,comperit eum inde aufugiſſe. Idq; fortaſſe, Iupiter data opera fecit, vt huiuſmodi Aſtrologos in admirationem induceret.

Idem dico de alijs coniunctionibus horum duorum.

Quod poſtea ait,eos ſecundo quoque anno coniungi, animaduertendum eſt,qa (vt iã dixi) duæ ſunt ſpecies coniunctionum, quarum vna eſt linearum eorum mediorum motuum,altera corporum eorum,ſaltem in longitudine, cum ambo inueniuntur in eodem circulo,qui tranſit per polos eccliptícæ,nam eos inueniri in eadẽ linea recta trãſeũte per centrum mundi,rariſimum eſt. Atque coniunctio ſupra dictarum linearum vocatur media,& inter Iouem & Martem fieri ſolet ſpatio dierũ. 816.cum dimidio, aut circiter. Altera dicit̃ vera,ſiue apparens, & irregulatiſſima, quæ quidem non ſeruat tempus determinatum. Quare quamuis altero quoq; anno coniungantur,& Iupiter duodenis annis tranſeat per totum Zodiacum,non ideo neceſſe eſt,vt in ſpatio.24.annorum coniungantur in ſingulis ſignis, nunquam in eo deficientes,vt ipſe credit loquens de veris coniunctionibus apparentibus, eo quod ſint irregulatiſſimæ, vt dixi.

Atque ſi quis velit inuenire periodum coniunctionum mediocrium horum duorum planetarum,ita faciendum erit. Sumat periodum motus mediocris Iouis,quę eſt dierum.4328.& Martis,quæ eſt dierum.687.in quo tempore Martis, Iupiter ambulat gra.57.min.8.& diebus.30.conficit.grad.2.minut. 29. & ſecun. 23. ad rationem gra.360.in diebus.4328.Mars verò ad rationem graduũ.360.in diebus. 687. ſingulis.30.diebus conficit.gra.15.mi.43.ſecũ.14.vnde differentia inter eos eſt graduum.13.mi.15.ſecũ.51.per quam diuidendo productum graduum. 57.min. 8. in dies.30.obueniẽt dies. 129. & duæ tertiæ.quibus addendo periodum Martis fient. 816.cum dimidio, aut circiter. Atque hęc eſt periodus infallibilis mediarum coniunctionum Iouis cum Marte.

Nunc venientes ad tabulas Animaduerſionum, videbimus hæc mirabilia eius,in quo conſiſtant & vbi ſint tam multi inſignes errores.

Primum igitur neminem latet quod calculus Saturni,à Leouitio editus, difert à calculo Stadij circiter gra.2.aut.3. cum Leouitius faciat eum progredi per tãtum in teruallum, modo plus, modo minus, & ſimiliter Iouem. ſed longe minori differentia,& ſępe gra.1.minus,atque in alijs planetis differunt,modo plus,modo minus. Huic igitur mirũ videtur,quod vnus ex his calculatoribus detineat Saturnum pluribus menſibus in vno ſigno,& alter in alio, non animaduertens dictam differentiã eſſe eius rei cauſam. Miratur item,quod vnus ex is faciat Saturnum morari paucis menſibus in vno ſigno,alter vero eum ibi detineat integris annis. Vt exempli gratia, verſus finem ſuæ tabulæ Saturni,dicit quod Leouitius eum carceri includit in geminis annis.2.menſe vno,& diebus.9.Stadius vero clementior eum liberat intra menſes.3.& dies.14. Sed hic non cogitat,quod Stadius facit eum ingredi in geminos anno.1559.die.10. Iunii, & ambulare directum vſque ad diem.6.Septembris, eiuſdem anni gra.6.min.34.eumq; poſtea retrogradum inde exire die. 22.Decem. eiuſdem anni,cum ingreditur in Taurum, vbi partim retrogradus, & partim directus manet vſque ad diem.20.Februa.1560.rediens poſtea in geminos, in quibus manet vſque ad diem Iunii.1561.& inde ingreditur in Cancrum, ambulatq; directus.gra.4.min.59.vſque ad diem.4.Octob. Vnde retrogradiens rurſum intrat in Geminos die.28.Decemb.eiuſdem anni,atque ibi partim retrogradus partim directus manet vſque ad diem.12.Apr.1562.itaque in pluribus vicibus facit eum morari in Geminis dies circiter.816.ideſt circiter menſes.27.ſumpſit autem hic ſcriptor breuiſſimam

uissimam moram causa comparationis cum calculo Leouitij, vt faceret differentiam apparere maiorem. Tamen in quouis dictorum temporum nunquam inuenietur Leouitius differre à Stadio plus gradibus tribus integris. Idem fecit in multis alijs locis dictorum virorum eos conferens tum in Saturno tum in Ioue, & Marte, putãs magnum esse errorem, ꝙ planeta non perambulet totum signum, in quod est ingressus vel directus vel totum retrogradus. Atque hæc opinio similis est superiori de coniunctionibus veris Saturni, & Iouis, vbi dicit quod nunquam coniunguntur in vno signo alterius triplicitatis, nisi perfecerit coniunctionem in omnibus signis primæ triplicitatis. Verum vt supersedeam vlterius disputare, mihi videtur, quod hactenus dixi, posse tibi satisfacere, quod attinet ad sciendam sententiam meam super dictis Animaduersionibus latinè scriptis. Hoc tamen non prætermittam, ꝙ hic non animaduertit, nẽpe ꝙ differẽtiæ locorum planetarũ quæ sũt inter ephemeridas Leouitij & Stadij, euenere, quia vnus supputat cũ radicibus, & fundamẽtis Alfonsi alter verò Reinoldi ex Copernico recentius obseruatis, ita idem euenire poterit futuris temporibus, si supputati fuerint dicti motus, & loci cum recentioribus obseruationibus cum impossibile sit tam subtiliter, tanque perfectè supputare loca & motꝰ eorum, vt lungo interuallo temporis non comperiantur in eis aliquæ differentię, cuius rei remedium est semper sequi recentiores obseruationes & tabulas.

Atque vt tibi satisfaciam etiam circa alia scripta vulgari lingua edita mensibus. 4. post latina, etsi intelligere potes, qualia possint esse alia eius scripta, ex ijs quæ supra dicta sunt, atque etiam ex eo, quod dicit se misisse multa exemplaria suarum Animaduersionum in varias terras, illis qui profitentur has scientias, aut earum studiosi sunt, nec quenquã inuenisse qui ad tã laudabilem prouinciam motus sit, nec vidisse, ꝙ aliquis responderit eius rationibus; laudabilem prouinciam, autem puto, ꝙ intelligat correctionem ephemeridum, verens, ne culpa calculatorum, qui eas sumpsere e tabulis, tam differentes sint, vt quibusdã locis cap. 1. Videtur, & præcipuè vbi sic ait.

„ Perche essendo impossibile alli studiosi di dette scientiæ di non seruirsi delle
„ ephemeridi, maggiormente a quelli che non sanno seruirsi delle tauole, e cono-
„ scendo d'incorrere in errori senza hauerui altro rimedio, sarebbono forzati di ab
„ bandonare i studij loro.

Quanquam circa finem dicti capitis redeat in meliorem viam & aduersetur sibijpsi vbi sic ait.

„ Che poi essi possessori della scienza, &c.

Etiam aperiam tibi, quæ mea sit de ijs sententia.

Hic igitur in scriptis Italicis, vt morderet aliquem ex ijs, qui eius superiora scripta non laudauerant, occasionem capit aperiendi aliquos illius errores, per editionem collationis quorundam calculorum a se collectorum illius, atque etiam aliorum, cuius calculi sunt in secunda, & septima figura. Sed prius quam veniamus ad defensionem harum duarum figurarum vide obsecro quam alienum ei videatur, quod alij dixerint differentiam ephemeridum non esse magni momenti, non afferens respectum vllum, qui enim dixerunt eiusmodi differentiam non esse magni momenti id dixerunt habito respectu ad signum in quo est planeta, vt (exempli gratia) quamuis in ponendo loco Saturni Leouitius interdum differat à Stadio gradibus. 3. quum vterque eum ponat in eodem signo, tunc id nullius momenti est, & sic in coniunctionibus aut alijs aspectibus duo, aut. 3. gradus non faciunt alterationem sensibilem, cum virtus coniunctionum, & aspectuum insit, & duret per multos gradus ante aut post ipsum punctum. Nec quicquam tamẽ est qui dubitet, quin præstaret scire subtiliter ipsum punctum. Nec vnquam fuit aliquis qui negauerit re

ferre vt anni directionum correſpondeant gradibus æquatoris. Et præterea in ephe meridibus videntur certè motus & aſpectus luminarium, quamuis inſit differẽtia mi nutorum. Nam non differunt gradibus, præter ſitum parum diſtantem à vero omnium planetarum, quorum cognitio in cœlo, quamuis circa eorum locum error eſſet gra. 1 o. tamen in hoc prodeſſet, & tempus aſpectus eorum, etſi non diei præcisè, quia influentia eiuſmodi aſpectuum, præterquam Lunæ durat multis diebus, & non vno tantum. præterquam quod ipſæ ephemerides oſtendũt nobis tempus ecclipſiũ, in quo certè non differunt nec diebus nec multis horis, & itidem multa alia.

Non ſunt igitur contemnendæ ephemerides, nec habendæ pro re nullius pretij, vt hic ait.

Quod attinet ad illa alia, quæ hic vocat errores ephemeridum, tam de apparenti coniunctione Saturni cum Ioue in ſignis alterius triplicitatis prius quam peręgerit præcedentem, quam de faciendo currere Saturnũ, & de retinendo Ioue, de detinẽ do Marte. 6. aut. 7. menſibus in vno ſigno, de Marte, & Ioue non coeuntibus ſingulis. 24. annis in quolibet ſigno, & eius generis alia, minime verum eſt quod ſint errores, quamuis huic præbuerint occaſionem toties errandi.

Comparatio poſtea inter eius calculos ſumptos partim ex tabulis Iunctini, & partim ex ephemeridibus Stadij tanquam calculis Copernici, & calculos figurarum ſuper eis poſitarum ſupputatarum à diuerſis per ephemeridas Alfonſinas, etiam propoſita ab eo eſt ad oſtendendum magnam & monſtruoſam differentiam, vt ait cap. 2. vbi miratur, quod cum ex communi ſententia calculi Copernici meliores ſint, calculatores dictarum figurarum potius eos ſumpſerint à tabulis Alfonſi, quam Copernici. Quæ admiratio quam aliena ſit, conſiderandum permittam cuiuis intelligenti harum facultatum, cum ſæpe accidere poſſit. vt cum aliquis velit ſcire ſolum vniuerſalia alicuius geneſis, ſiue natiuitatis, cum non inueniantur ephemerides Copernici, ſed tantum Alfonſi, calculator vtatur tantum ephemeridibus, quas inuenit, tũ cauſa vitandi tædij calculi tabularum, qui magni laboris eſt, præcipuè in tabulis Prutenicis Reinoldi. tum quia ſuperflua ei eſt ſumma ſubtilitas, cum non curet laborare circa directiones vt factũ eſt pro ſecũda figura ab hoc propoſita, quæ erat anni. 1551 quo non inueniebãtur ephemerides Copernicæ, quæ non editæ ſunt ante annum 1554. præter quam quod ille nobilis vir pro quo ſupputata fuit dicta ſecunda natiuitas dubitabat de anno, vt hic ſimiliter ſcit. quare potuiſſet perdi tempus, & labor, ſi ſupputata fuiſſet per tabulas Reinoldi, nam Iunctini tabulæ nondum editæ fuerant. Calculus poſtea ſeptimæ figuræ, qui erat reuolutio dictæ ſecundæ natiuitatis, duab⁹ de cauſis non factus eſt per tabulas prutenicas, primum, quia eius anni. 1580. non inueniebantur amplius ephemerides Copernicæ. Ephemerides enim Stadij incipiẽtes ab ann. 1554. deſinũt ann. 1576. & cõtinuatæ poſtea quæ perueniunt vſque ad annum. 1600. non peruenere ad manus calculatoris ante hunc annum. 1581. Altera ratio eſt, quia in reuolutionibus, quoniam in eis non fiunt directiones, non ponuntur à doctis, ne minuta quidem. quare non ſolum non curant eas ſupputare per tabulas, ſed nec exquiſitè quidem per ephemeridas. Calculi poſtea ab hoc ſumpti ex tabulis Iunctini, & poſiti ſub dicta ſecunda figura, adeò rectè facti ſunt, vt cum ſecundum ipſas tabulas oporteat Saturnum eſſe circa. 32. minutum gradus. 23. Aquarij, ipſe eum ſcribat in gra. 11. mi. 3. dicti ſigni. Iupiter ſimiliter qui ſecundum dictas tabulas inuenitur circa finem gradus. 5. Cancri, ab eo ponitur in min. 28. gra. 19. eiuſdem. ex quibus planetis Saturnus in figura poſitus eſt in min. 27. grad. 23. Arietis, Iupiter autem in min. 3. gra. 6. Cancri, Vnde ſecundum verum, inter calculum Alfonſi, &

ſi & Iunctini in Saturno non erat differentia plus quam minu. 5. & in Ioue min. 4. ſed ſecundum calculum huius in Saturno fuiſſet differentia gra. 11. minu. 54. & in Ioue grad. 13. min. 35. Atque hæ ſunt quidem differentiæ magnæ, & monſtruoſæ vt ipſe eas vocat, vt etiam eſt illa Veneris, & Mercurij inter tertiam figuram, & eius calculum ſumptum, non quidem à tabulis laborioſis, ſed à ſimplicibus cphemeridibus Stadij, quæ differentia nõ eſt quidem paucorum graduum, cum ſit tertiæ partis cœli in quolibet dictorum planetarum. Huiuſmodiq; monſtra certè non ſunt orta à tabulis ſiue ephemeridibus diuerſis, ſed ſunt partus huius authoris.

Pergens poſtea aſſiduè bonus hic vir hominibus dare ſpecimen doctrinæ ſuæ aperiendo (vt conatur) aliorum errores, proponit duas differentias inter primam figuram, & ſuum calculum ſuppoſitum Saturni, & Iouis. Primum de Saturno ait, ꝙ cum differentia ſit gra. 1. min. 30. oſtendit in directione, ꝙ accidens ſit euenturum anno vno, & menſibus ſex ante, aut poſt, quaſi eiuſmodi differentia eſſet partium æquatoris, ſicuti eſt partium Zodiaci. Idem dico de differentia Iouis. Quod quidem, manifeſtum eſt inditium ſcientiæ ſuæ, & quantum ea intelligat de quibus loquitur.

Quod poſtea attinet ad differentiam inter Copernicum & Alfonſum, circa Solẽ, nullus eſt harum ſcientiarum peritus, qui id neſciat, & ſimiliter de differentia ſitus cœli in reuolutionibus annuis.

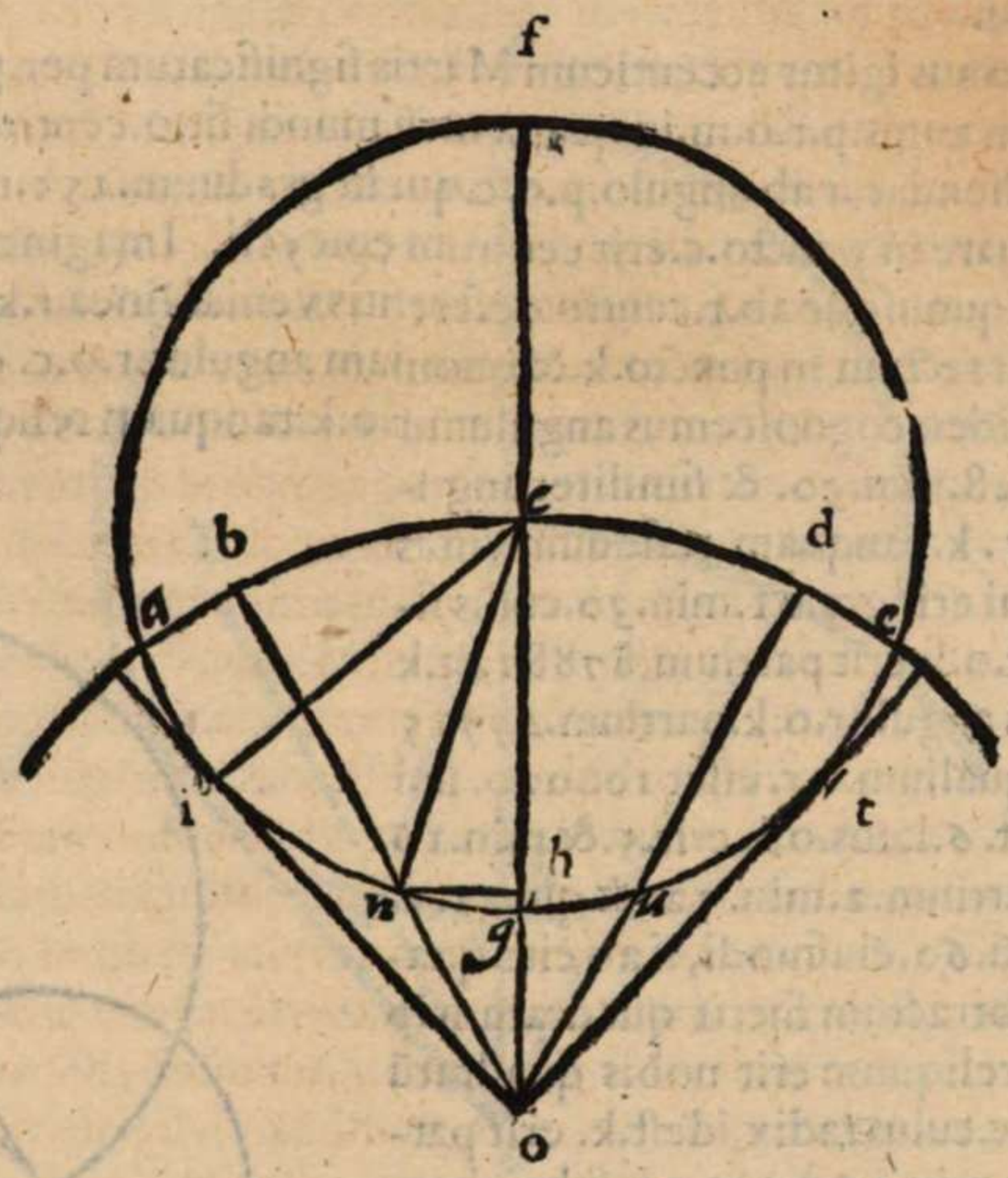
Quod vero ait ſeptimam figuram malè ſupputatã fuiſſe, ſi non eſt maximus certè non eſt minimus monſtruoſorum eius errorum. Vbi itidem videri poteſt, quam alienus hic ſit ab hac ſcientia. Nam ſi ſaltem curaſſet ſibi ab aliquo ſupputandum locum Solis per tabulas Alfonſi in inſtanti minutorum. 36. pomeridianorum, certior factus eſſet quod in illo puncto Sol inueniebatur in minu 54. grad. 11. Geminorum, ideſt præterierat gra. 10. cum min. 54. vel ſi curaſſet ſibi inueniendum tempus, per dictas tabulas cum grad. 10. min. 54. Geminorum vt faciendum eſt, ſequendo tamẽ Alfonſum, & non per calculum Solis poſitum in ephemeridibus, vt parum periti facere ſolent, vidiſſet ꝙ inuenta eſſent min. 36. pomeridiana. Leuis tamen occaſio huic fuit ſuſpicandi eiuſmodi tempus eſſe falſum, quod viderit in illa figura Solẽ poſitum eſſe cum gra. 11. & non cum gra. 10. min. 54. non animaduertens ita notatum fuiſſe Solem, vt omnes alios planetas, ſcilicet ſine minutis, quum, vt dixi, in reuolutionibus non adhibeatur tanta ſcruploſitas.

Quod deinde alt, in illa figura Solem poſitum eſſe in decima domo, & non in. 9. id relinquam iudicio eorum qui ſciunt numerare domos, ſaltem poſuiſſet authoritate ſua Solem in dicta decima diuersè ab exemplo ei dato ab amico, vt oſtenderet ſe dicere verum, vt in ſecunda figura diſcrepat ab ipſo exemplo in collocando Leone, Virgine, & Libra, & Scorpio, quos malè locauit, & ſi alii bene ſe habent.

Atque quod hactenus à me dictum eſt, ſatis ſit ad intelligẽdum quale ſit reliquũ dictæ eius diſputationis. Si enim velim pergere notare omnia eius errorum loca, eſſet mihi inanis labor, & tibi nimia moleſtia. Et quamuis non defuerint præſtantiſſimi viri, qui viſis eius ſcriptis familiariter eum monuere, & tu ipſe, vt audiui, cum inſtrumẽto theoricę in manib⁹ ei oſtẽderis quo mõ Mars poſſit morari amplius ſex mẽſibus in vno ſigno. & præterea cum iam ab initio Taurinum aduenit, mecum communicauerit illa ſua prima ſcripta, egoq; eum monuerim, quod in varijs reb⁹ falleba tur, diſſuaſerimq; ne ea imprimenda curaret, quia nullum honorem inde referret, eum hortans, vt potius alijs rebus operam daret, atque ei dixerim quod ad animaduerſiones differentiarum ephemeridum attinet, quod id iam oẽs animaduerterant. Mihi reſpondit ſe decreuiſſe illa edere, vt poſtea fecit, & tot admonitionibus non

acquieſcens, die. 11. Auguſti edidit chartam illam impreſſam inuitans ad diſputationem quotquot adhęrerent contrariæ ſententiæ, volens ſuſtinere Martẽ non poſſe commorari in vno ſigno amplius duobus menſibus, ſupponens partem principiorum ab omnibus admiſſorum,& in fine paginæ exponens modum, quo vtitur ad probationem ſuæ intentionis. Puto autem quod ſecum ratiocinabatur de Marte, vt fecit de Saturno in ſcripto latino, hoc modo. Si Mars in duobus annis ambulat per omnia. 12. ſigna, neceſſe eſt igitur, vt in menſibus duobus ambulet per vnum ſigum, cum menſes. 2. ſint duodecima pars annorum duorum. Sed ibi ſtatim in ipſo initio committit errorem graduum ferè. 7. dicens, quod medius motus Martis inueniebatur ſignorum. 4. & gra. 17. cum eo tempore dictus medius motus non eſſet reuera plus quam ſign. 4. grad. 10. mi. 36. verum hoc ad ea, quæ ſequuntur exigui eſt momenti. Is poſtea particulatim colligit medium motum Martis ad diem. 29. Mai anni. 1514. quem ait eſſe ſignorum. 9. gra. 27. min. 53. & tamen reuera erat tantũ ſignorum. 9. gra. 21. mi. 29. ſed miſſum faciamus etiam hunc errorem tanquã à primo pendentem. Cum deinde ibidem ponit centrum epicycli, ſimiliter errat, nam centrum epicycli nunquam poni debet vbi eſt linea medij motus, niſi ſit in auge, aut in oppoſito augis eccentrici, quia debebat collocare ipſum centrum tãto poſt lineã medij motus, quanta erat æquatio centri, quia medium centrum Martis tunc erat minus ſignis ſex, & aux eccentrici eius erat in ſexto minuto grad. 16. Leonis. Tamen hoc etiam leue eſt. Præſupponamus igitur quod centrum epicycli eſſet in grad. 28 Capricorni, vt ipſe credidit, ideſt gradibus. 7. vlterius quam erat reuera. Ait poſtea ſe comperiſſe Martem ambulaſſe ſigna. 4. & grad. 22. eius epicycli, ſed non explicat an intelligat de argumento medio, an de vero, quod vocatur æquatum, nam ſi intelligatur de medio, hoc eſſe non poteſt, cum mediũ eſſet ſignorum. 4. gra. 24. mi. 35. ſed ſi intelligatur de vero, vt iure credendum eſt (alioquin etiam erraſſet) certè falſum eſt. Nã, verum, erat ſignorum. 4. grad. 29. minu. 39. Itaque Mars non diſtabat à linea veri motus epicycli amplius gradibus. 30. & minu. 21. ipſius epicycli, & æquatio argumenti ſecundo correcta erat gra. 44. minu. 2. à quo ſubtracta æquatione centri, quæ erat gr. 5. minu. 4. (cum centrum epicycli deberet tanto ſpacio eſſe poſt lineam medij motus quantum ſupra dixi) ſupererant gra. 38. minu. 58. addendi gradibus, & minu. medij motus, qui cum reuera eſſent grad. 21. & minu. 29. Capricorni, perueniebant ad minu. 27. grad. 1. Piſcium. Sed præſuppoſito ſecundũ ipſum, quod medius motus eſſet grad. 28. Capricorni, & quod Mars eſſet non ſolũ vbi hic ait, ſed etiam in prima linea contingentiæ epicycli, ideſt in prima linea maximæ æquationis argumenti, & præſuppoſito etiam quod dicta æquario eſſet æqualis illi, quam haberet ad medium Aquarij ſcilicet grad. 47. quum centrum epicycli eſt in oppoſito augis, manifeſtum eſt, quod eiuſmodi linea contingentiæ non tranſiret vltra grad. 15. Piſcium, & tamen hic ait, quod linea veri motus Martis vadit ad grad. 16. Arietis. vnde oporteret, quod æquatio argumenti eſſet plus quam grad. 78. Quod ſi verum eſſet, &. o. c. etiam eſſet partium. 54. ſecundum diſtantiam proximiorem centro mundi, ſemidiameter epicycli eſſet eiuſmodi partium. 52. minut. 49. & quum Mars eſſet in. g. ideſt in oppoſito veræ augis epicycli, dum centrum epicycli eſſet in eiuſmodi diſtantia à terra, diſtantia. o. g. ideſt à terra ad Martem non eſſet plus, quam vna ſola pars ex dictis, cum minut. 11. cum partes. 52. minu. 49. ad. 54. ſint vt ſinus anguli gra. 78. qui eſt partium. 97814. ad ſinum totalem partium 100000. Nam iam ſupra dixi, quod triangulus. o. c. i. eſt rectangulus. Hinc ſequeretur

retur, quod in interuallo.o.g. vni' partis, & min. 11. respectu.o.c. partium.54. Colloca retur semidiameter terrę cum spissitudine aeris, ignis, cęlorum Lunæ, Mercurij, Veneris, & Solis, prę terquam quod vt inter Solem, & terram sunt circa 605. diametri ipsius terræ, inter terram, & Martem cum esset in auge sui epicycli, & epicyclus in auge eccentrici, inuenirentur circa. 60000. diametri eiusdem terræ, & tamen ea distantia siue interuallum non potest continere. 5000. diametri terræ. Et quod plus est, hic tam vastum facit hunc suum epicyclum, vt ambiente Marte per inferiorem eius partem, necesse ei esset manere in vno duodecatemorio multo plus quam. 7. aut. 8. mens. vnde hic multo magis miraretur quam prius. Hinc cernere licet quam rectè facti sint hi eius calculi.



Vt autem etiam hinc aliqua vtilitas capiatur (prætermissis inconuenientibus vna cum falsis suppositis huius) Videamus ordine scientifico vbi poterat esse verus locus Martis, aut vero proximus, die. 29. Mai anni. 1514. quem hic exempli causa sumit. Idq; tam ad defensionem tabularum Alfonsi, quam ephemeridum ex eis collectarum. quæ quidem exactæ sunt, vt quisque peritus facile videre poterit, non autem calculatæ à tam stupidis hominibus, vt à vero aberrent etiam gradibus. 46. vt hic ait se deprehendisse.

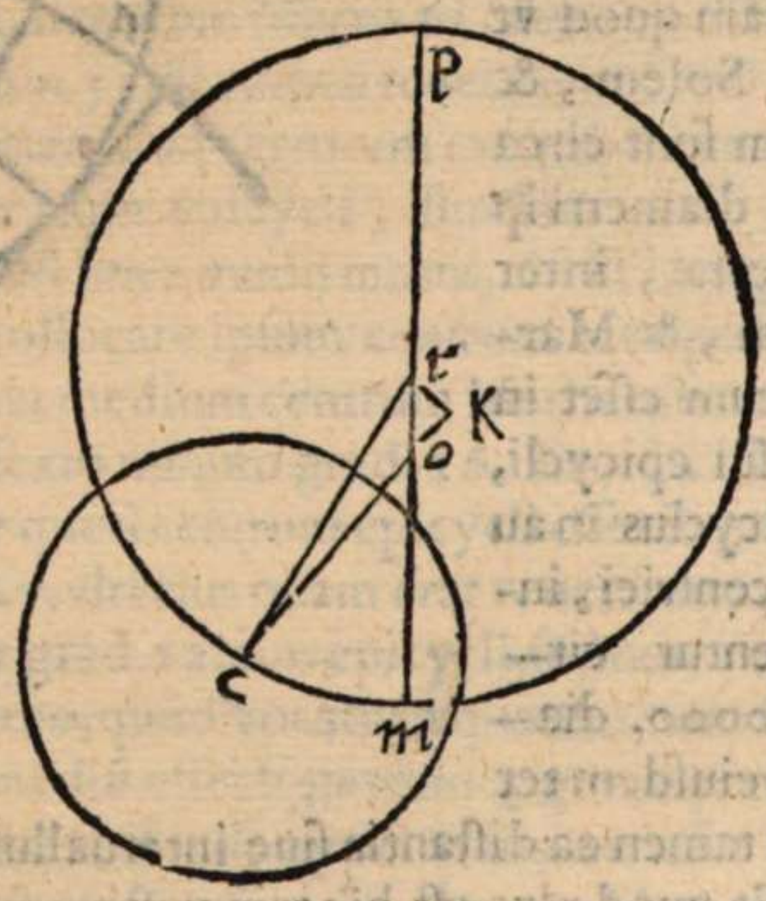
Primum igitur supponemus eosdem illos terminos, quos ipse nec debet, nec potest negare, præter ea quæ supra supposita sunt, nempe quod semidiameter epicycli sit partium. 39. minu. 30. & eccentricitas partium. 6. talium qualium est semidiameter deferentis diuisus in. 60. & quod dicto tempore aux eccentrici Martis esset circa minutum. 5. grad. 16. Leonis, scilicet graduum. 135. min. 5. & quod linea motus mediocris esset circa minu. 30. gradus. 22. Capricorni, & quod verum centrũ Martis esset grad. 151 minut. 20. & quod argumentum verum esset grad. 149. minu. 39. atq; ita ostendam, neque tabulas, neque ephemerides errare, ne quidem vno gradu, ac ne quidem multis minutis, non modò tam monstruosa differentia, vt ipse ait.

Quare primum nobis scientificè inueniendum est, quanta esset distantia. o. c.

præ-

præciſe ideſt interuallum inter centrum mundi,& centrum epicycli Martis in huiuſmodi ſitu.

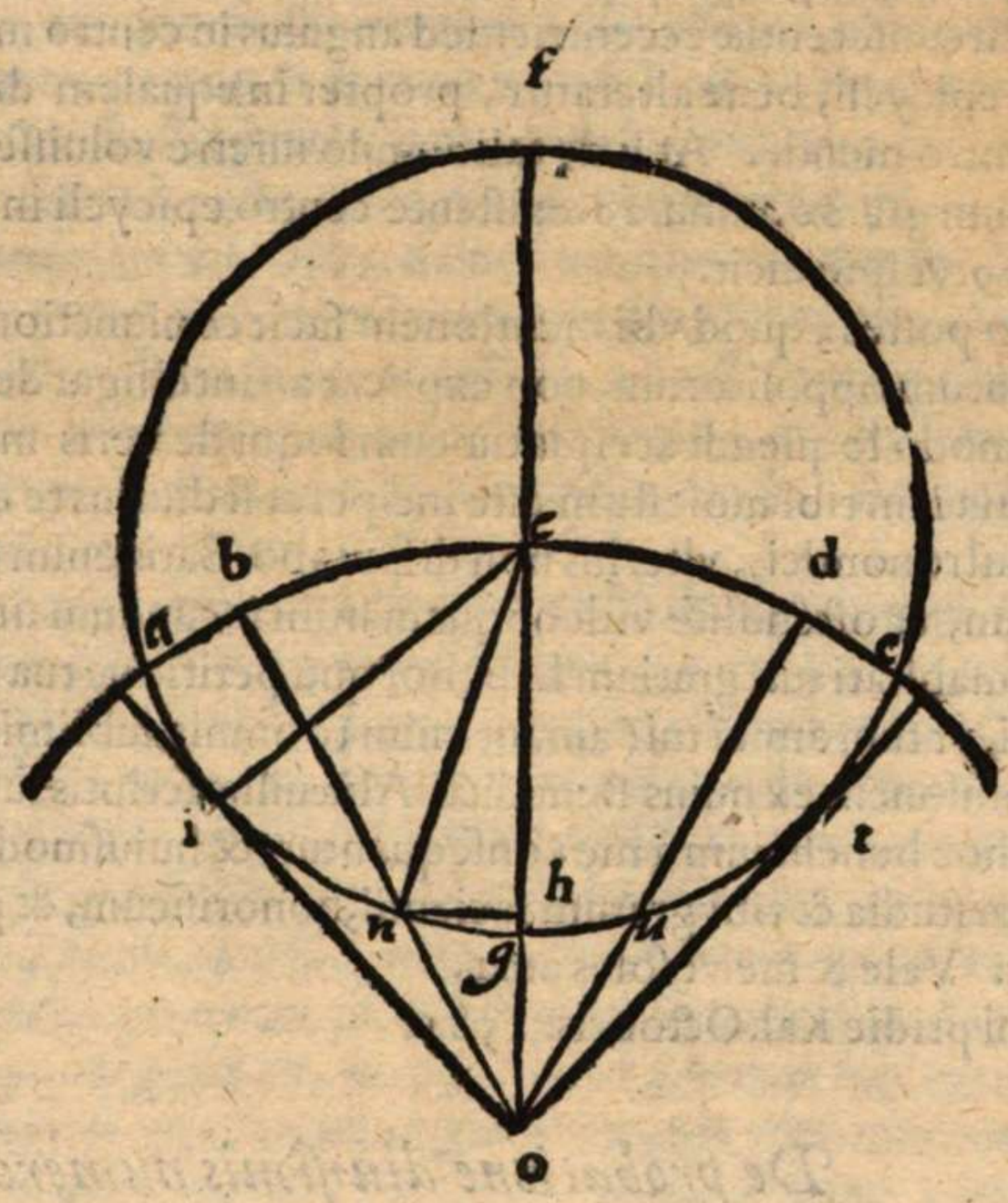
Fingemus igitur eccenticum Martis ſignificatum per.p.c. m. cuius centrum ſit. r. & lineam augis.p.r.o.m.in qua centrũ mundi ſit.o.centrum autem verum epicycli, comprehendatur ab angulo.p.o.c.qui ſit graduum. 151.min.30.ſecundum ſuppoſitum. Quare in puncto.c.erit centrum epicycli. Imaginemur ergo.c.o.productam à parte.o.quouſque ab.r.centro deferentis veniat linea.r.k.perpendiculariter,faciens angulum rectum in puncto.k.& quoniam angulus.r.o.c. datur nobis graduum. 151. min.30.ideo cognoſcemus angulum.r.o.k.tanquam reliquum ex duobus rectis, qui erit gra.28.min.30. & ſimiliter angulum. o. r . k. tanquam reſiduum vnius recti, qui erit gra.61.min.30.cuius ſinus ideſt.o.k.erit partium.87881.et.k r.vt ſinus anguli.r.o.k.partium.47715 talium qualium.o.r. eſſet 100000. ſed vt.o.r.eſt. 6.latus.o.k.erit.5.& min.16 et.r.k.partium.2.min. 52. & quia. r. c. eſt partiũ.60.eiuſmodi, ſi ab eius quadrato ſubtractum fuerit quadratum ipſius.r.k.reliquum erit nobis quadratũ ipſius.k.c.cuius radix,ideſt.k. erit partium.59.min.56.à qua.c.k.ſubtrahendo poſtea.k.o.partium.5.minu.16.remanebit.o.c.partium.54.min.40. pro diſtantia quæſita.



Fingamus poſtea epicyclum. f. n.g. in quo argumentum verum graduum . 149.minu.39. ſit arcus.f.n.vbi Mars inueniatur in.n.per quem punctum tranſeat linea.o.n.veri motus Martis. Deinde inueniamus angulum.c.o.n. æquationis argumẽti,modo iam dicto,ideſt ducendo ſinum.n. h.arcus.n. g. qui arcus tanquam reliquus argumenti veri, iam præſuppoſiti, ex dimidio circulo,erit graduum.30.minu.21.& n.h.eius ſinus partium.50528.ſinus ſimiliter anguli.n.c.h.et.c. h. tanquam ſinus anguli.c.n.h.reſtantis ex uno recto grad.59. minu.39.erit partium.86295.taliũ qualium.c,n.ſinus totus eſſet partium.100000.ſed vt partium.39.& min. 30. ſinus. c. h. erit partium.34.min.5.et.n.h.partium.19.mi.57.reliquum poſtea.h.o.ex. o.c. partium.20.min.35.quia iam ſupra inuenimus.o.c.eſſe partium eiuſmodi.54.minu.40. vnde.o.n.vt radix quadrata ſummæ duorum.n.h.et.h.o.erit partium.28. minu.41. talium qualium.n.h.inuenta fuit partium.19.min.57.quæ.n.h. erit poſtea partium, 69552.talium qualium .n.o.partium.100000.& ſumpta dicta.n.h.vt ſinus dictarum partium,dabit nobis angulum.n.o.h.quæſitum gra.44.min.4.qui per tabulas Alfonſi inuentus eſt gra.44.min.2.par huic, vt dici poteſt. Qui angulus gra.44. minu.4. collectus cum angulo veri centri iam ſuppoſito graduum.151.minu. 20. & cum angulo augis eccentrici Martis, ſimiliter ſuppoſitæ grad.135.min.5.dabit nobis ſummam veræ diſtantiæ Martis à principio Arietis grad.330. min . 29. quod aliud non ſignificat , niſi quod Mars inuenietur in minu.29.primi gradus Piſcium. Et Stoflerus in ſuis ephemeridibus ponit eum in.22. minuto dicti primi gradus, cuius differen-

rentia à tabulis eſt minut. 5. tantũ, & à meo calculo min. 7. videlicet minima.

Nunc autem nolui ſumere ipſum angulum æquationis à tabulis propter duas rationes, primũ quia ne hic quidem repræhenſor in hoc voluit credere dictis tabulis. Sed id voluit videre proprijs oculis ĩ ſua theorica Martis. Vbi ĩuenit quod linea.o.n. tranſit per gra. 16. Arietis. Secunda ratio eſt, vt videatur quod dictæ tabulæ rectè ſupputatæ ſunt, ſuper dictis ſuppoſitis.



Sed vt videat quantus ſit medius motus Martis die. 29. Mai colligit fruſtatim, & eleganter colligere poterat, vna opera in columellis ipſius medij motus eiuſmodi ſtellæ per eram eiuſdem temporis, quæ erat. 2. primarum ſexagenarum. 33. ſecundarum. 32. tertiarum, et. 52. quartarum.

Primum deinde ſuppoſitum quod ſcribit, ſcilicet, quod diameter epicycli ſumptus in longitudine media ſit ſignorum. 2. & grad. 19. vti ſuperfluum eſt, ita etiam falſum, nam eiuſmodi diameter in dicto loco, non occupat ad centrum mundi plus quã gra. 66. min. 28. ideſt ſigna. 2. gra. 6. min. 28. quia proportio. o. c. ad ſemidiametrum epicycli in eiuſmodi loco eſt ut partium. 60. minu. 18. ad partes. 39. min. 30. quę duę lineæ intellectę, vt latera vnius trianguli rectanguli, habebunt pro baſi aliam lineam partium ſimilium. 72. mi. 5. Quæ intellecta vt ſinus totus dabit ſemidiametrum epicycli partium. 54798. tanquam ſinum ſubiectum angulo gra. 33. min. 14. pro medietate illius, quod quæritur.

Nec prætermittenda mihi videtur ratio, qua credere poſſumus, hunc cogitaſſe, quod diameter epicycli compleat ſpatium duorum ſignorum cum gradibus. 19. quæ quidem ratio alia eſſe non poteſt, niſi quod cum iſte inuenerit, in cometarijs Theoricarum, ſemidiametr um huiuſmodi epicycli eſſe partium. 39. min. 30. talium qualium ſunt. 60. illæ quæ ſunt ſemidiametri huius eccentrici, dictas igitur partes. 39 mi. 30. hic putauit eſſe gradus Zodiaci, & propterea dixit diametrũ huiuſmodi epicycli eſſe ſignorũ duorũ, & gra. 19. qui numerus. 79. duplus eſt numero. 39. cũ dimidio hoc autem dixit accidere in longitudinibus medijs, quia ſi hic intellexiſſet de proportione horum duorum diametrorum, quæ eſt ut. 120. ad. 79. non ſpecificaſſet locum

cum epicycli,cum ipſa proportio nullo modo alteratur exiſtente epicyclo vbi voluc ris ipſius circunferentiæ eccentrici,ſed angulus in centro mundi, cui ſubiacet dictus diameter epicycli, bene alteratur, propter inæqualem diſtantiam centri epicycli ab ipſo centro mundi. At ſi de tali angulo inferre voluiſſet, iám probaui ipſum cõtinere ſolum gra.66.minu.28.exiſtente centro epicycli in longitudinibus medijs & non gra.79.vt ipſe dicit.

Omitto poſtea, quod vbi mentionem facit coniunctionum Solis, cum Marte augium & earum oppoſitorum, non explicat an intelligat de veris an de medijs. Nam ſi ex eius modo loquendi accipiatur eum loqui de veris multum erraret.

Sed quia iam tibi moleſtum eſſe inciperet ſi diutius te detinerem in his contentionibus aſtronomicis, vlterius non diſputabo. Satis enim hactenus explicaui ſentẽtiam meam, vt oſtendiſſe videor quam mihi incundum ſit tibi morẽ gerere. In quo etiam hnmanitati tuæ gratiam habebo, quũ petitione tua occaſionem mihi dederis efficiendi, vt tum amici tui (amant enim te omnia ſublimia ingenia) tum alij, ſi quã falſam opinionem ex huius Benedicti Altæuillæ ſcriptis ſumpſiſſent, eã relinquant, & per te hoc beneficium à me conſequantur, & huiuſmodi occaſionem, & iuuandi hominum ſtudia & tibi gratum faciendi,honorificum, & per gratum mihi fuiſſe intelligant. Vale & me vt ſoles ama.

Taurini pridie Kal.Octobris. 1581.

De probatione diuiſionis numerorum.

AD EVNDEM.

INter alia quæ à me ſcire cupis, vir doctiſſime, hoc vnum eſt, vt ex literis tuis accepi, vnde ſit vt priſci noſtri probatione numeri nouenarij potius quam ſeptenarij vſi fuerint, & quaratione non idem proueniat ex probatione numerorum octonarij,ſenarij, vel quinarij, aut cuiuslibet alterius: Vnde pariter oriatur quod in partitionis probatione neceſſum ſit probationum euentus multiplicare cum probatione diuiſoris, ac eam quæ eſt producti poſtea cum probatione fractionis in ſummam colligere,&c. Ad hæc in primis reſpondeo, cum aliquoties accidere poſſit tales probationes nos fallere poſſe, idq; ſi in tali ſumma ſimilis numerus, ut puta ſeptem,aut nouem,plus vel minus æquo iuſtouè poſitus fuerit,attamen per raro eueni re poteſt, vt quis per nouenarium potius quam per ſeptenarium decipiatur. Exempli gratia,ponamus ſummam eſſe.100. quam numerus nouenarius vndecies ſolum ingreditur,at ſeptenarius quatuordecies,vnde quis ſępi⁹ ex ſeptenario, hac ratione, quam ex nouenario numero ſe poſſe errare facile depræhendet, etſi ex probatione nouenarij magis quam ſeptenarij,vt practici ſcribunt,duabus de cauſis errare poſſimus. Alia tamen ratio mihi ſuppetit,ob quam credibile eſt ipſos potius nouenario adiutos fuiſſe, quam ſeptenario,quæ eſt ob ſui cum velocitatem tum facilitatẽ, neq; enim in ſeptenario eſt adeo facilis.Nã quamuis, tam vna quam altera aliud non ſit, quam numerorum ordines diuidere (ſi de ſummis primo loquamur) aut è ſumma ſuperfluum ordinum colligere, & videre an idemmet ſuperfluum ex eadem ſumma emanet; attamen cum modus, qui in hoc adhiberi poteſt in nouenario quã in ſeptenario velocior ſit, & ob id probationem nouenarij ſeligunt potius quam ſeptenarij.

Verum

Verum nolo te in ea,quæ falsa est, opinione consistere,non idem, & cum octonario,senario , vel quinario , aut quouis alio numero posse efficere, cum eademmet ratio,quæ in septenario , aut nouenario,ēt in cæteris perhibeatur . Ponamus exemplū hos tres ordinum numeros velle supputare, quorum primus sit. 679. secundus. 846. & tertius.935.& illorum summā.2460. nunc ,maiorem numerum primi ordinis ab octonario mensi,proijciendo,remanebit.7. deinde maiorem numerum demendo à secundo ordine,residuum erit. 6.ac si idem in tertio ordine fecerimus,erit nobis reliquum.7. Demum tria hæc residua in vnum collecta.20.efficient,à quibus si numerum maiorem ab octonario mensum dempseris,supererunt.4. & totidem à summa. 2460.remanebunt,reiecto maiori numero ab octonario menso. Atque idem medio quouis alio numero, euenire potest.

Cuius ratio tam per se clara atque euidens est, quod si summam trium reliquorū, quæ est.20. à summa.2460. subduxeris,remanebunt.2440.pro summa trium numerorum dictorum trium ordinum ab octonario mensorum,cui numero addito.16.pro maiori numero summę reliquorū,qui ab octonario mensus sit,supererunt.4.At si per senariū experimētū feceris, remanebit.0.& sic de reliquis per ordinem procedēdo.

Verum posses sciscitari, quare velocius, excessus ordinum , potius per nouenariū, quam per cæteros numeros, prout docēt practici, inueniri queat, videlicet aggregando prius duas figuras numerorum primæ summæ, deinde alias duas. Exemplum sit primus ordo.679.colligendo.6. et. 7.faciunt.13.& cum hæc summa sit duarum figurarum , supputantur & ipsæ, è quibus prodeunt.4.& consimilis erit probatio numeri.67.facta per. 9. quod idem est, ac si quis diuidat.67.per . 9. ex quo reliqui erunt semper.4.

At quo ratio huiusce rei perspicuè dignosci possit,in primis sciendum est, cuique ex se cognitum,atque exploratum esse, denarium numerum vnitate nouenarium superare, & ex hoc sequitur, sex denarios continere in se sex nouenarios, & sex vnitates.

At sex vnitates,vna cum.7.faciunt.13.& quia in.13.est denarius,igitur in illo erit vnitas supra.9.Quæ vnitas addita ternario,præbet nobis superfluum, per quod. 67. superat.54.iunctum cum.9.scilicet summam.63.

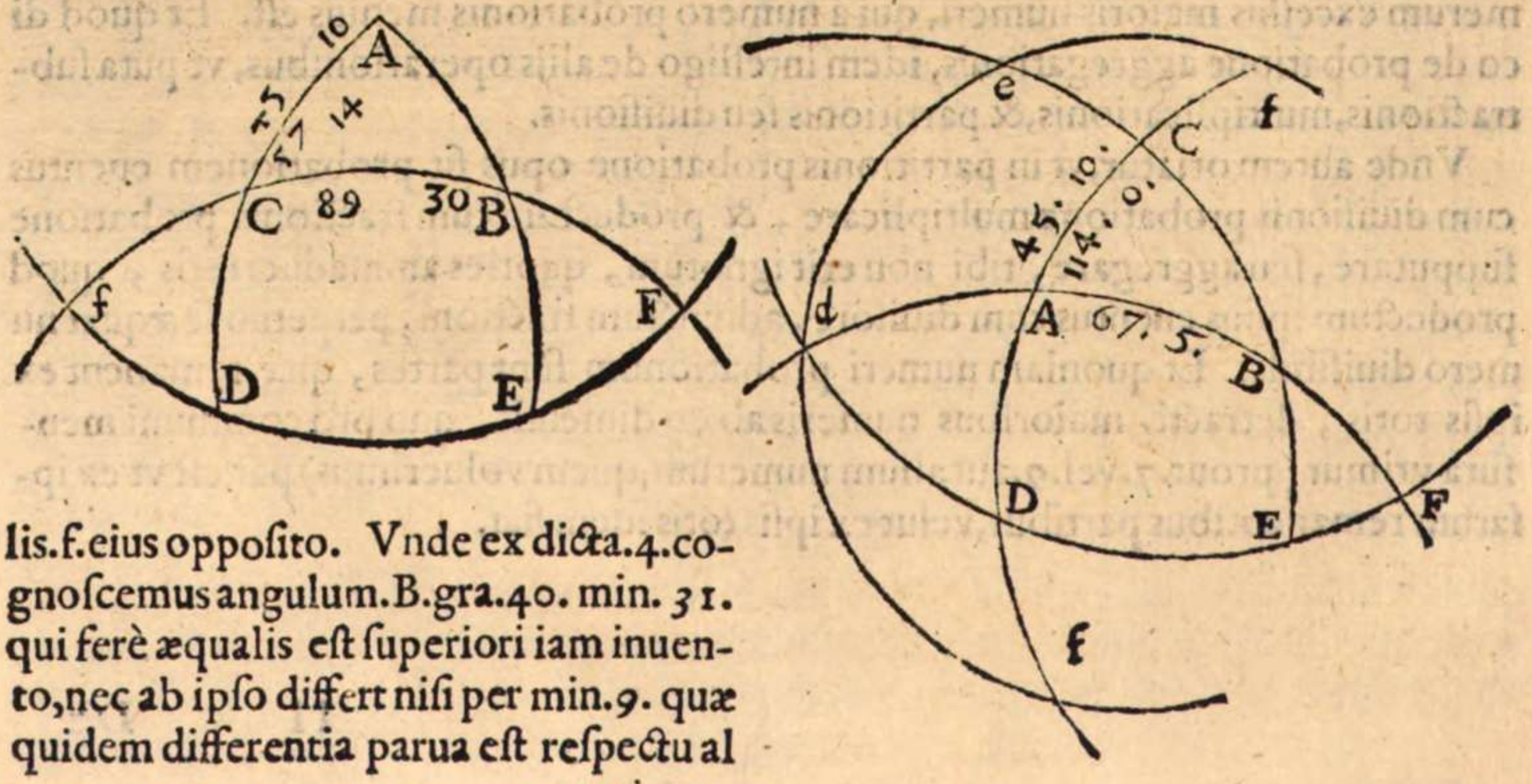
Idem dici non potest de octonario,septenario, vel senario, & de reliquis, quoniam numerus denariorum,in cæteris minoribus nouenario non præbet illico numerum excessus maioris numeri, qui à numero probationis mensus est. Et quod dico de probatione aggregationis, idem intelligo de alijs operationibus, vt puta subtractionis,multiplicationis,& partitionis seu diuisionis.

Vnde autem oriatur,vt in partitionis probatione opus sit probationem euentus cum diuisionis probatione multiplicare , & productum cum fractionis probatione supputare , seu aggregare , tibi non erit ignotum , quoties animaduerteris , quod productum ipsius euentus cum diuisore , adiunctum fractioni , perpetuo se æquat numero diuisibili. Et quoniam numeri probationum sunt partes, quæ remanent ex ipsis totis , detractis maioribus numeris ab eo dimensis, quo pro communi mensura vtimur (prout.7.vel.9.aut alium numerum,quem voluerimus) par est vt ex ipsarum remanentibus partibus,velut ex ipsis totis idem fiat.

De falacia operationis triangulorum ſphericorum.

AD EVNDEM.

QVod diebus præteris tibi ſignificaui, idem nunc confirmo, ſcilicet ſphæricorum triangulorum operationem ſæpe nos fallere, vt exempli gratia, ſi propoſitus nobis fuiſſet triangulus. A.B.C. cuius angulus. A. nobis datus eſſet graduum. 114. mi. 0. & eius latus. A.B, graduum. 67. min. 5. & latus. A.C. graduum. 45. mi. 10. ſi reliquos angulos cum tertio latere etiam cognoſcere voluerimus, ex methodo. 11 primi Copernici propoſitum obtinebimus. vnde latus. B.C. eſſet graduum. 89. min. 30. angulus vero. C. graduum. 57. min. 14. angulus autem. B. grad. 48. min. 38. Quare vltimus hic angulus. B. falſus eſſet, eo quod operatio paruorum triangulorum in cauſa eſt, quotieſcunque eorum latera tam breuia ſint, ut non eccedant vnum gradum, quare ipſorum angulorum veram quantitatem non tribuunt. propterea igitur cum voluerimus veram quãtitatem ipſius anguli. B. oportet poſt quam inuenerimus angulum. C. mediante arcu. D.E. ſupponere alium polum in. B. deinde producere. B A. vſque ad. d. et. B.C. vſque ad. e. imaginando. B.d. et. B.e. duas quartas eſſe magnorum circulorum, extendendo poſtea. d.e. vſque ad interſectionem cum. A.C. & eũdem ordinem proſequendo, tunc. e.d. nobis oſtendet angulum. B. eſſe gra. 40. mi. 22 quæ erit eius vera quantitas. Cuius quidem rei experientiam poſſumus etiam facere, hoc modo, eſto, exempli gratia, quod nobis datus ſit angulus. C. graduum. 57. min. 14. cum latere. A.C. gra. 45. min. 10. & latus. B.C. gra. 89. min. 30. Tunc ſi ordinem. 11. dicti lib. ſequemur, obtinebimus intentum, hoc modo ſcilicet ſupponendo in. A. polum, & non in. B. ducendo etiam. A.B. et. A.C. ſed. A.B. vſq; ad gra. 90. ducendo poſtea. D.E. ita quod ab omni parte concurrat cum latere. B.C. producto, vnde tam. f.C.B.F. quam. f.D.E.F. erunt ſemicirculi magnorum circulorum. quare. C.D. nobis cognitus erit gra. 44. min. 50. & ſic etiam angulus. D.C.f. gra. 57. min. 14. ex 4. dicti lib. poſtea habebimus. F.l. gra. 60. min. 54. & angulum. f. gra. 53. mi. 24. aggregatum poſtea. f.C. cum. C.B. habebimus. f.B. gra. 150. min. 24. qui ſi à ſemicirculo dẽptus fuerit, nobis remanebit. B.F. gra. 29. mi. 36. cum angulo. F. cognito cũ ſit æqualis. f. eius oppoſito. Vnde ex dicta. 4. cognoſcemus angulum. B. gra. 40. min. 31. qui ferè æqualis eſt ſuperiori iam inuento, nec ab ipſo differt niſi per min. 9. quæ quidem differentia parua eſt reſpectu alterius



terius differentiæ quam ſupra inuenerimus.

Superius enim dixi non eſſe ponendum polum in.B.eo quod. B.C.ſit gra.89. mi. 30.vnde nobis prodijſſet triangulus.f.C.D.trium valde paruorum laterum, quorum latus.C.D.eſſet gra. 0.mi.30.& latus.f.l.gra.0.mi.55.& latus.F.D.gra.●.mi.47.vnde angulus.f.gra.32.min.40.falſus eſſet, qui quidē poſtea nobis daret. D.E.gra.45 minu.16.falſum ſimiliter.

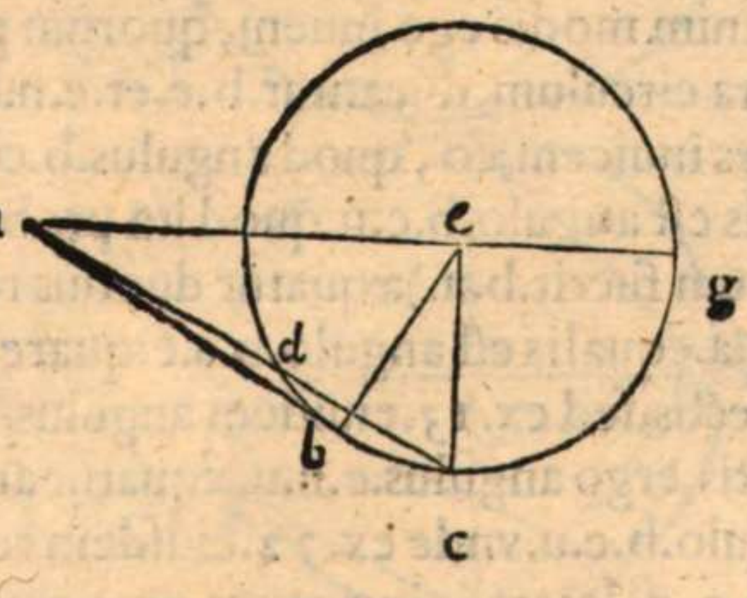
De paßione circuli hactenus incognita.

AD EVNDEM.

DVbitandum quidem nō eſt quin paſſiones circuli innumerabiles penè ſint, quę quidem omnes ferè caſu inueniuntur, vt mihi nunc accidit, quam tibi mitto, hæc autem eſt, quòd quadratum lineæ. a. g. in figura hic ſubſcripta ſemper æquale eſt ei producto, quod fit ex.a.e.in diametro circuli.g.c.b.ſimul ſumpto cum quadrato inſcriptibili in dicto circulo,& ſimul cum quadrato lineæ.a. b. contingētis ipſum circulum, ſupponendo.a.g.per centrum ipſius circuli tranſire.

Pro cuius demonſtratione à centro.e.duco ſemidiametrum.e. c. perpendicularé ipſi.g.a.& à puncto.c.ad.a.duco.c.a. quæ ſecabit circunferentiam ipſius circuli in pūcto.d.eo, quod angulus.c.acutus eſt. Nunc ex.35.tertij, productum.c.a.in.a.d. æquale eſt quadrato.a.b.productum autem.a.c.in.d.c.æquale eſt quadrato inſcriptibili in circulo.g.c.b.ex.130.primi Vitellionis, ī qua propoſitione ipſe Vitellio ſupplet pro eo, quod in quinta propoſitione libri de lineis ſpirabilibus Archimedis deſideratur, ſed quadratum.a.c.æquale eſt ijs duobus productis.per.2. ſecundi Eucli. ergo quadratum.a.c.æquale erit quadrato inſcriptibili in circulo.d.c.g.& quadrato. a. b. ſed quadratum lineæ.a.c.æquale eſt duobus quadratis, hoc eſt lineæ.a.e. & lineæ.e.c. ex pitagorica, quare ex communi conceptu duo quadrata lineæ.a.e.& lineę.e.c.hoc eſt lineæ. e. g. quod idem eſt, æqualia erunt duobus iam dictis, hoc eſt inſcriptibili, & ei, quod fit ex.a.b.ſed quadratum lineæ.a.g.æquale eſt quadrato lineæ.a.e.& quadrato quod fit ex.e.g.& duplo illius quod fit ex.a.e.in.e.g. hoc eſt producto. a. e. in diametrum. Quare quadratum lineæ.a.g.æquale eſt quadrato circunſcriptibili, & quadrato lineæ.a.b.& producto lineæ.a.e.in diametrum circuli.d.c.g.

Breuiori etiam methodo demonſtrare poſſumus quadrata lineæ . a. e. et. e. g. æqualia eſſe quadrato circunſcriptibili,& quadrato lineæ. a.b.ducendo lineam.e.b.quæ æqualis eſt lineæ. e.g.tali methodo, hoc eſt, conſiderando, quod quadratum inſcriptibile ſemper duplum eſt quadrato ſemidiametri, vel medietati circumſcriptibili, quod quidem nihil aliud eſt, niſi æquale eſſe ijs duobus quadratis, hoc eſt lineæ.e.b.& lineæ.e. g. ſed quadratum lineæ.a.e.æquale eſt iis duobus quadratis, hoc eſt lineæ.a.b.& lineæ. b. e. vnde quadratum lineæ. a. e. cum quadrato lineæ.e.g.æquale eſt quadrato circunſcriptibili, ſimul collecto cum quadrato lineæ. a.b.



Demonstrationes quarundam propositionum de quibus agit Cardanus capite primo. libro. 16. de subtilitate.

AD EVNDEM.

EA quæ Cardanus in primo cap. lib. 16. de subtilitate ita scribit, quod si diametros producatur extra quantumlibet, alia verò diametro in centro secetur ad rectos, ex huius fine &c. quæ quidem secundum illum est vndecima proprietas circuli, quoniam te id non intelligere scribis, idemq; dicis etiam de duodecima, & similiter de tribus illis passionibus, quas ipsæ communes facit circulo, defectioni, seu ellipsi, & hyperboli, tibi breuiter respondebo.

Circa vndecimam proprietatem circuli verum dicit. Imaginemur circulum.p. d.q.à duabus diametris, inuicem ad angulos rectos coniunctis, diuisum.p.d.et.d.g.diuidatur enim quarta.q.d.per quot partes æquales volueris, mediantibus punctis.b.a. o.ducanturq; ab ijsdem punctis tot perpendiculares diametro.d.g.quæ sint.b.m.a.n. et.o.s.quæ quidem erunt parallelæ diametro.q.p.coniungatur deinde extremitas.d. diametri.d.g.cum primo puncto.b.& protrahatur.d.b.vsque ad concursum cum diametro.p.q.protracto in puncto,h. Nunc dico.q.h.quæ adiacet diametro.q.p.æqualem esse omnibus dictis perpendicularibus, quapropter coniungantur puncta. m.a: n.o.et.s.q.& producantur vsque ad adiacentem diametro.q.p. in punctis.c.et. e. vnde habebimus angulos. b.a.o.q. inuicem æquales ex.26.tertij, cum verò.o.s. a. n. et b.m.parallelæ sint ipsi.p.h.tunc anguli.b.h.c:a.c.e:et.o.e.q.æquales erunt angulis.d. b.m:m.a.n.et.n.o.s.ex.29.primi: quare anguli.h.c.e.q.erunt inuicem æquales, vnde ex.28.eiusdem.b.h:m.c:n.e.et.s.q.erunt inuicē parallelę,& ex.34.e.q. æqualis erit. o.s.et.e.c. æqualis.n.a.et.m.b.æqualis.c.h. verum est igitur propositum.

Duodecima vero ꝓprietas est, ut si fuerit circulus.a.b. e.q. cuius duo diametri ad rectos coniuncti sint.a.e.et.q.b.& diameter.a.e.protractus indeterminatè ad partem e. tunc si ab extremo.b.diametri.q.b.ducta fuerit.b.n.u.extra circulum, seu.b.u. n. intra circulum, vt in subiecta figura patet, ita vt secta sit à circunferentia circuli in pũcto.n. vel à diametro in puncto.u. semper id quod fit ex.u.b.in.b.n. æquale erit quadrato inscriptibili in dicto circulo, hoc autem diuersimodè cognosci potest, tribus enim modis ego inueni, quorum primus ita se habet. Nam si punctus. u. fuerit extra circulum, ducantur.b.e.et.e.n.& habebimus duos triangulos.b.n.e.et.b. e.u. similes inuicem, eo, quod angulus.b. communis ambobus existit, & angulus.b.n.e. æqualis est angulo.b.c.u. quod ita probatur, nam angulus.b.n.e. cum angulo.b.a.e.(ducta cum fuerit.b.a.) æquatur duobus rectis ex.21.tertij, sed ex quinta primi angulus. b. e.a. çqualis est angulo.b.a.e: quare angulus.b.n.e. cum angulo.b.e.a. çquatur duobus rectis, sed ex. 13. eiusdem angulus.b.n.e. cum angulo etiam.e.n.u. æquatur duobus rectis, ergo angulus.e.n.u. æquatur angulo.b.e.a. quare angulus.b.n.e. æquatur etiã angulo.b.e.u. vnde ex. 32. eiusdem reliquus angulus.b.u.c. æqualis erit reliquo angulo b.e. n. latera igitur erunt proportionalia ex. 4. sexti, vnde ita se habebit.u.b.ad.b. e. vt.b.e.ad.b.n. ex. 16. sexti igitur verũ erit propositum.

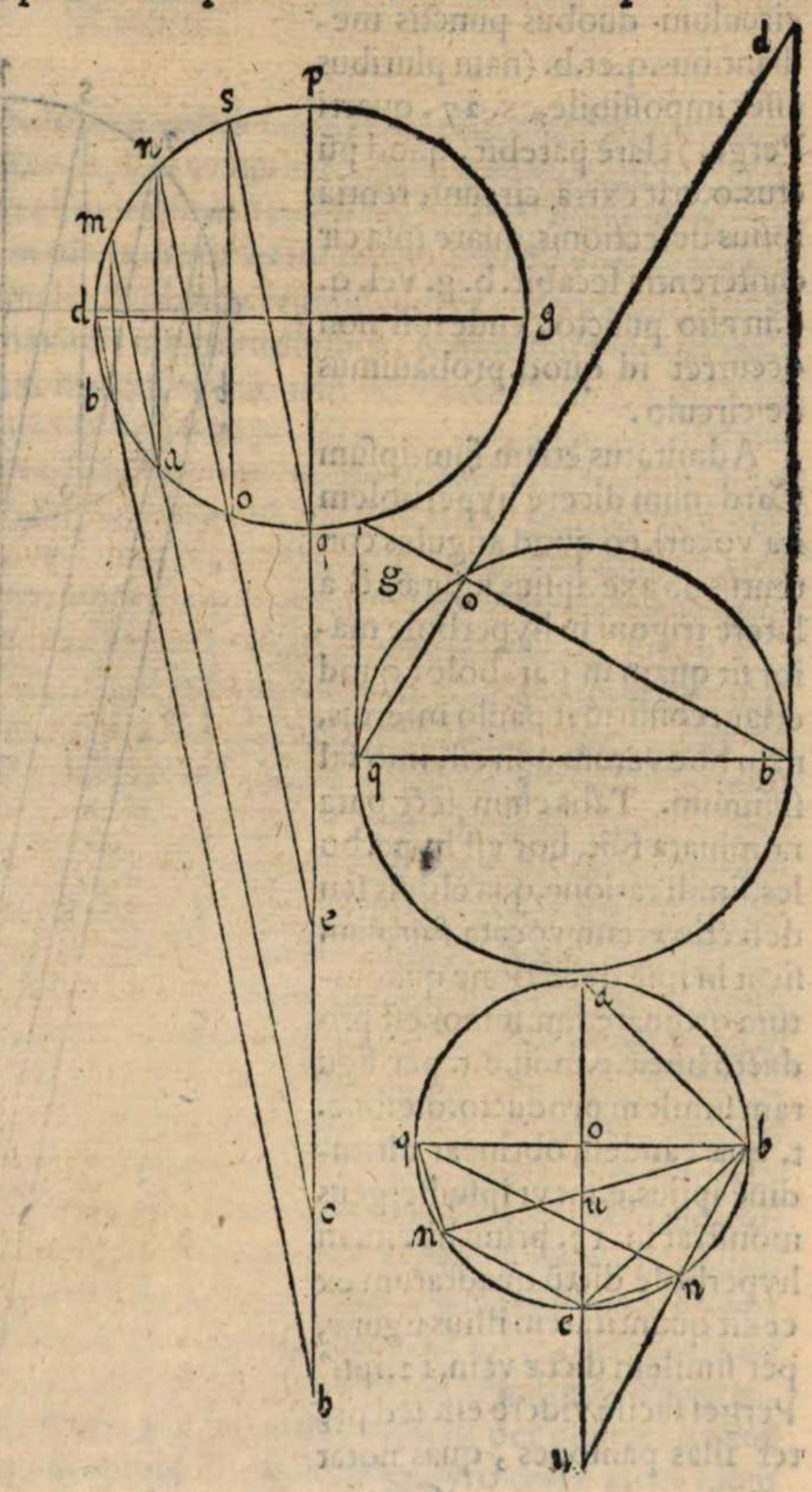
Sed si punctus.u. intra circulum fuerit, triangulus.b.e.n. similis erit triangulo.b.u. e. nam angulus.b. ambobus communis erit. Angulus vero.b.n.e. çqualis est angulo. b.e.u. ex. 26. tertij, quare ex. 32. primi reliquus angulus. b. e. n. æqualis erit reliquo

angulo

angulo. b.u.e. vnde ex.4. ſexti eadem proportio erit ipſius.b.n. ad.b.e.quæ. b. e. ad b.u.quare ex.16.eiuſdem patebit propoſitum.

Secundus autem modus ita ſe habet,ducta.q.n.habebimus duo triangula orthogonia ſimilia inuicem . b.q.n.et.b.u.o.eo quod angulus.b.communis ambobus exiſtit , quare ex.4.ſexti ita ſe habebit.u.b.ad.b.o.vt.q.b.ad.b.n.vnde ex. 15. eiuſdem quod fit ex.u.b.in.b.n.æquale erit ei,quod fit ex.q.b.in.b.o.Sed ex. 16. eiuſdem , ꝙ fit ex.q.b.in.b.o.ęquatur quadrato.b.e.quia.b.e.media proportionalis eſt inter diametrum & ſemidiametrum eiuſdem circuli.ex.4.eiuſdem,quare quod fit ex.u. b. in b.n.æquale erit quadrato ipſius.b.e.

Tertius modus adiungitur,& eſt quod cum quadratum.u.b.exiſtente.u.extra circulum æquale ſit ei , quod fit ex.u.b.in.b.n.ſimul ſumpto cum eo,ꝙ fit ex.u.b.in.u.n. ex ſecunda ſecundi,& idem quadratum.u.b.æquale duobus quadratis.u.o.et.o.b.ex penultima primi, ideo duo dicta producta æqualia erunt dictis duobus quadratis.o. u.ſcilicet et.o.b.ſed quadratum o u.æquatur ei,quod fit ex. a. u. in.e.u.& ei quod fit.ex.o.e.in ſe ipſam ex.6.ſecundi , quare duo iã dicta producta æqualia erunt duobus dictis quadratis,o.b. ſcilicet.et.o. e. & ei quod fit ex. a. u.in.u.e.ſed quod fit ex b.u.in.u n.æquale eſt ei quod fit ex. a. u. in.u.e.ex. 35. 3. relinquit ergo vt id qđ fit ex.u.b.in.b.n. æquale ſit duob² quadratis.o.b. et. o. e.quare & quadrato ipſius. b. e. ex Pitagorica.



Si autem pũctũ.u.fuiſſet intra circulum idem eueniret. Nam quadrato.b.e.æquãtur duo quadrata.o.b.et. o. e. ſed vice quadrati.o.e.dicemus quadratũ. o. u.cum eo quod fit ex.a.u.in.u.e. ex.5.ſecundi,id eſt quadratum. o.u.cũ eo quod fit ex. b.u. in. u. n.ex.34.tertij,vnde quadratum b.e.æquale erit quadrato. o. b. & quadrato.o.u. ideſt quadrato b.u.ex Pitagorica ſimul cũ producto.b.u.in.u.n.ideſt producto n.b.in.b.u. quod æquale eſt quadrato.b.u.cum producto.b. u.in u.n.ex.3.ſecundi.

Circa tres paſſiones communes poſtea circulo hyperboli, & defectioni notandum eſt primã patere ex.36: primi Pergei , ſecun-

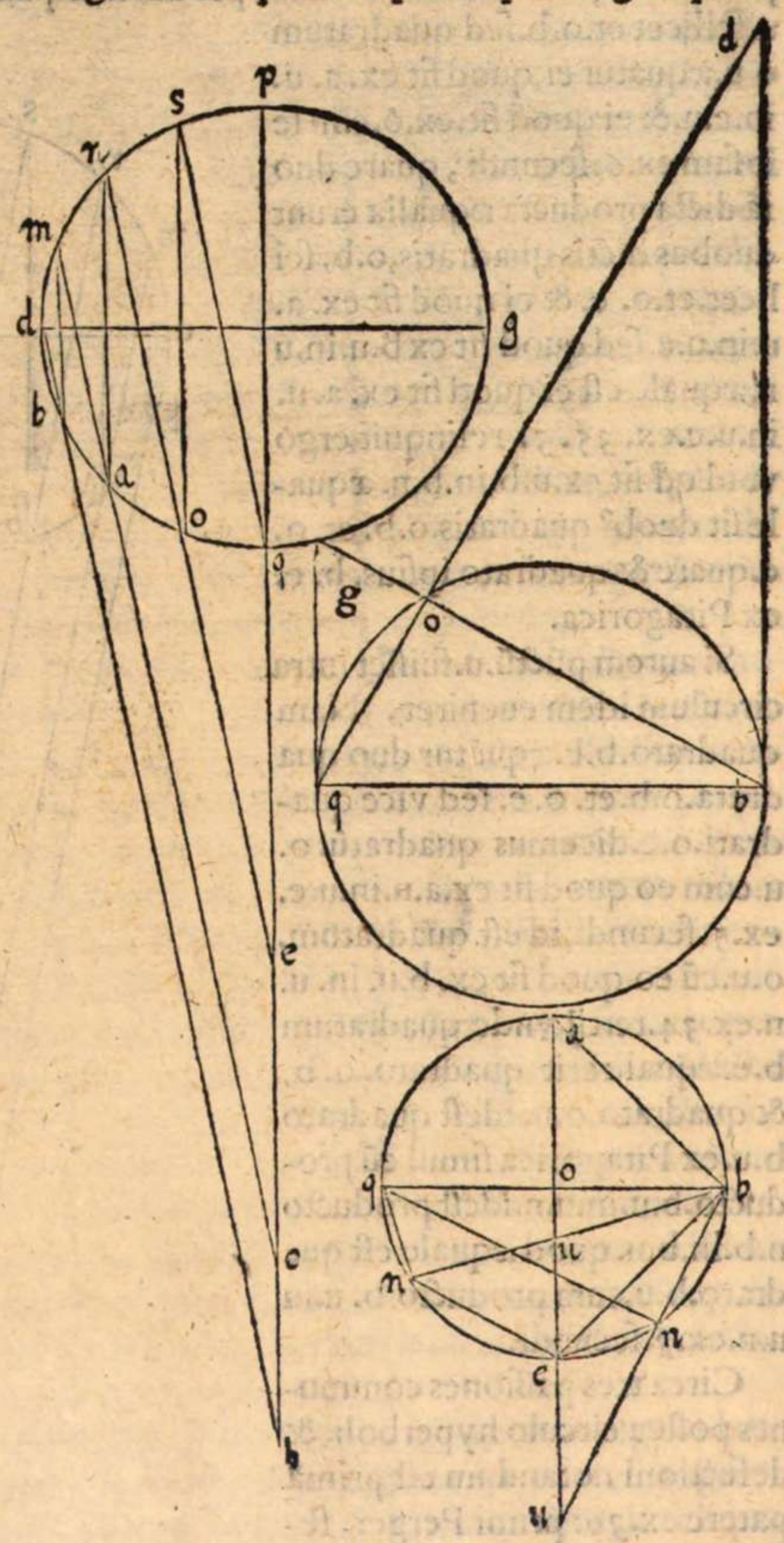
cundam verò ex.37.et.38.eiuſdem,propterea quod in.37.probat mediante maiori diametro ipſius hyperbolis & defectionis.In.38.autem mediante minori diametro ordinatè ad maiorem.

Tertia autem paſſio,non niſi circulo conuenit; pace ipſius Cardani dictum ſit.

Quapropter ſit circulus.q.o.b.cuius diameter ſit.q.b.contingentes vero ab extremitate diametri ſint.d.b.et.q.g.per punctum autem.o.quoduis,ipſius circũferentiæ, tranſeant.b.o.g.et.q.o.d.tunc dico productum.q.o.in.q.d.vel.b.o.in.b.g.ęquale eſſe quadrato.q.b.quod ita probo.

Nam angulus.q.b.d.ſeu.b.q.g.rectus eſt ex. 17.tertij Eucli.et.b.o. q. ſimiliter rectus ex.30.ipſius lib.angulus verò.b.q.d.ſeu.q.b.g.communis eſt. quare.b.q. mediæ proportionalis erit inter dictas lineas.q.d.et. q.o.& inter.b.g.et.b.o.Vnde ſequetur propoſitum ex.16.6.Eucli.

Sed ſi circa diametrum.q.b.mente fingamus aliquam elipſim, quæ tangat ipſum circulum duobus punctis mediantibus.q.et.b. (nam pluribus eſſet impoſſibile,ex. 27. quarti Pergei) clarè patebit, quod pũctus.o.erit extra circunferentiã ipſius defectionis,quare ipſa circunferentia ſecabit. b. g. vel. q. d.in alio puncto, vnde ipſi non occurret id quod probauimus de circulo.



Admiratus etiam ſum, ipſum Cardanum dicere hyperbolem ita vocari,eo quod angulus contentus ab axe ipſius figuræ, & à latere trigoni in hyperbole maior ſit quam in parabole, quod eriam confirmat paulo inferius, nam hoc verum non eſt, imo falſiſſimum. Talis enim ſectio ita nominata fuit, hoc eſt hyperboles,ſimili ratione,qua elipſis ſeu defectio etiam vocata fuit,nam ſicut in ipſa defectione quadratum ordinatę.l.m.minor eſt producto lineæ.e.m.in.e.t. per figuram ſimilem producto.d.e.in.e.t. quæ eandem obtineat altitudinẽ ipſius.e.m. vt ipſe Pergeus monſtrat in. 13. primi lib. ita in hyperbole dictũ quadratum excedit quantitatem illius figuræ, per ſimilem dictæ vt in.12.ipſi' Pergei facilè videre eſt. ſed prę ter illas paſſiones, quas notat

Car-

Cardanus in supradicto capite, multæ aliæ sunt, cum corollarium primæ tertij Eucli. sit passio propria ipsius circuli, & idem dico de propositione. 3. 4. 7. 8. 9. 11. 12. 13. 14. 15. 17. 18. 19. 20. 30. 31. ipsius tertij lib. nec non de. 8. 9. et. 10. tertij decimi, & de prima. 3. 4. 5. 6. et. 7. quartidecimi eiusdem. Idem infero de ea quod scripsi Mario Nizzolio, Francisco Vimercato, Francisco Contareno, Angelo Agrimensori, & de alijs nonnullis à me excogitatis.

DE FINE CORPORVM COELESTIVM, & eorum motu.

Illustri viro, Philiberto Pingonio Sabaudo Cusiacensium Baroni.

CVm antea meo nomine Sebastianus noster omnia ferè tibi retulisset, inter alia, quæ relinquebantur tibi dicēda, hoc vnum erat, quod si absque lumine superiori, in quem finem facta fuerint corpora cœlestia scire desideras, & humanam rationem sequi volueris, putandum tibi non erit ea solum effecta esse, vt tam vile corpus, vt est terra aquis irrigata, animalia, & plantas regant, cum ea corpora sint diuina, in numero incomprehensibilia, maximis magnitudinibus, & motibus velocissimis, prædita, id etiam minus putabunt hij, qui opinionem Aristarchi Samij, & Nicolai Copernici sequuntur, quorum ratione fieri non potest, vt credant, eius, quod ex vniuerso reliquum est, alium finem non habere, quam regimen huius centri epicycli Lunaris, vt illorum more loquar. Quā enim turpe esset si centra aliorum epicyclorum planetarum tali regimine priuarentur, id quod nullo modo cum ratione consentit, si tam vera est ea opinio, quemadmodum rationabilioré eam existimāt. Neq; quid quam valet opinio Aristotelis, qui corpora cœlestia, ab ortu, & interitu libera esse sentit. dicens superioribus sęculis, à nostris antiquis nullam vnquam animaduersam fuisse alterationem in cœlo, cum non videat si quis esset in cœlo, neq; etiam obseruare posset alterationes quæ in terra, & circa terram fiunt, quæ in partibus, & non in toto spectantur: vnde etiam fieri potest, vt in cœlo sint particulares alterationes, quæ à nobis tamen, qui ab illis longè distamus, non comprehendantur, terra, mareq; (quamuis minimum respectu ipsius terræ) ratione totius ita se semper habuerūt quēadmodum sese habere corpora cœlestia videmus, sed alteratio, ratione tantum aliquarum minimarum partium quasi insensibilium, si cum toto comparentur fit. Quis enim scit, vt iam tibi dixi, quin, quemadmodum Luna circa terram voluitur, ipsaq; terra sit veluti centrum epicycli maioris eiusdem, vt Aristarchus Samius, & Nicolaus Copernicus censuerunt; sic etiam Saturnus, Iupiter, Mars, Venus, atq; Mercurius circa alia huiusmodi corpora, huic terræ similia, in orbem agantur, quasi speculā, lumen Solis suo centro ex reflexione, deferentia (suppositā dico vera illorum opinione) Nollē tamen tibi è mente excidere, vt aliàs te monui, & si communis opinio vera est, necessario fatendū sit corpus solare, dū in æquatore reperitur motu diurno quolibet horę minuto, magis quā decē & septē mille milliaria pagere, idest paulo minus quam. 18000. milliaria, Saturnum verò cum similiter est in æquatore, eodem tēporis spatio, quasi tercentamille milliaria Italica conficere, & sic per gradus alia corpora velociora alijs moueri; quæ quidem omnia, cū simplici gyro terræ circa suum

axem

axem(vt dicunt) tolluntur, quod ſufficit ad recipiendum lumen, & influentias illorum corporum. Et ita, veluti princeps corporum vniuerſi, intra vnum annum circa eam vertitur. Ita etiam ſufficeret, vt ipſa terra circa dictum diuinum corpus ſolare, interſecando axem diurnum cum axe annuali(cum ab eo lumen, calorem, & influentiam ſuſcipere debeat) circunuolueret. Rationes autem à Ptolomeo in contrarium adductæ apud ipſos, nullę ſunt, quia quęlibet pars (vt inquiunt) retinet naturam totius, præterquam ꝙ aer, & aqua, quæ ipſam terram circundãt, planè eundem naturalem impetum motus obtineant, qui tanto lentior eſt, quanto longius diſtat aer ab ipſa terra, ſecundum etiam talem opinionem, nulla neceſſitas foret, vt locus fixarum terminaretur aliquibus ſuperficiebus, conuexa ſcilicet, & deuexa.

De Luce, Lumine, & Colore, De obiectu oculi, De lumine Lunæ, & Rubedine nubium.

AD EVNDEM.

QVod proximè quærebas, an ſit lux aliqua, quæ à corpore lucido non prouenìat, mihi facilè ad conſiderandum videtur, hic enim oportet, vt nos ad id quod perpetuò videmus referamus, exiſtimo autem te velle dicere lumen, non lucem, quia propriè lux, qualitas ea viſibilis appellatur, quæ eſt in corpore lucido, à quo quidem corpore lumen effunditur; lumen verò, ea qualitas eſſe dicitur, quæ extra ipſum corpus reperitur, à luce, quæ in dicto corpore manet emanans. vnde patet, nullam lucem abſque corpore ſubiecto eſſe poſſe, id quod cum fieri quîret, idẽ de quolibet alio accidente dici poſſet, id eſt quod ex ſe, & abſque aliquo ſubiecto ſubſiſteret.

Lumen deinde à luce proficiſci patet, ꝙ penetrat diaphanum, neque aliquo modo ſuum actum oſtendit, niſi, aut per incidentiam, aut ratione opaci, ex reflexione, cuius ſuperficiei colorem induit. Atque hæc eſt cauſa, vt inter crepuſculum matutinum, aut veſpertinum, nox etiam ſi ſit ſerena, adeo obſcura nobis appareat, quamuis totum vniuerſum diaphanum, extra conum vmbræ, quæ ex terra prouenit ſit vndiq; radijs luminoſis Solis colluſtratum; qui quidem radij, non niſi à ſuamet reflexione à Luna, & ab alijs ſtellis (vt corporibus opacis, quæ reſiſtunt lumini, ne vlterius penetrare poſſit, vnde retrò redit) comprehenduntur.

Ais etiam propria viſus obiecta plura eſſe, nominans pro vno, colorem, & lucem pro alio. Ego autem reſpondeo, obiectum oculi eſſe vnicum tantum, ideſt lumen. Quod ad lucem ſpectat, iam tibi dixi, eam eſſe quandam qualitatem in corpore lucido, & non extra ipſum poſitam, à quo quidem corpore, cum non exeat, oculi obiectum eſſe nequit, ſed lumen quidem ab ipſa luce productum. Color etiam, qui eſt in corpore colorato, obiectum oculi eſſe non poteſt, cum dictum corpus non deſerat, ſed lumen quidem ab eodem corpore reflexum, & huiuſmodi corporis colore tinctum: vnde tam lumen incidens, quam reflexum colore eſt ſemper imbutum.

Illud quidem coloratum eſt qualitate lucis corporis lucidi, aut medij, per quod tranſit, ſed hoc colore corporis, à quo reflectitur.

Neque etiam te ignorare volo, lumina reflexa colorata, non reflecti à puris propriiſq; ſuperficiebus corporum coloratorum, eo qđ pauca corpora tam opaca reperiuntur, ut immediatè lumen à ſuperficie propriè reflectãt, ſed lumen penetrat aliquan-

quantulum dicta corpora, & ita illorum colore afficitur, vbi verò non penetrat,non coloratur colore corporis illius.

Sed vt ad propoſitum redeamus, dico lumen tantum eſſe viſus obiectum,quod ſi colore eſt imbutum,aut tale eſt ratione colo ris lucis,quæ eum mittit,aut ratione me dij per quem tranſit, aut ratione corporis, vnde reflectitur, etſi ſuperficies corporis vnde lumen reflectitur eſſet omnino priuata colore, ſub aſpectum non caderet, vt etiam cum huiuſmodi ſuperficies læuigata,& polita eſt ſecundum continuitatẽ ſuarum partium, videlicet, vt ſpeculi radio tamen non profundante, & ideo perfectiſſimorum quorundam ſpeculorum ſuperficies non cernuntur, ſed lumen tantum reflexum, colore alicuius alterius ſuperficiei, aut à luce, corporis lucidi, aut à medio per quem tranſit, conſpicitur. Ego verò non aſſero colorem non eſſe quid diuerſum à lumine, ſed imagineris lumen eſſe veluti animam, aut ſubſtantiam & colorem corporis formam accidentalem, cum nullum lumen à ſenſu viſus percipi poſſit, quod aliquo modo colore non ſit imbutum: & eundem reſpectum quem ſonus ad auditum,lumen ad oculum habet,quia vt ſonus ſecundum eam velocitatem,quæ à motione aeris,aut aquæ, ex colliſione aliorũ corporum producitur ad euitandum vacuum,acutus,vel grauis ſentitur, ita lumen originem ducens à corpore lucido per medium diaphanum aeris,aut aquæ,aut alterius huiuſmodi corporis ad oculum tranſit colorem lucis,aut medij per quod tranſit,aut vnde reflectitur induit.

Quod verò Luna nullum ex ſe habeat lumen, ſufficiens inditium eſt nos ipſam tantò magis obſcuram videre, quantò magis in cono vmbræ terræ immergitur, & ſi eo tempore ipſam videmus rubeo colore affectam,hoc enim accidit, quia radij ſolares vndequaque refranguntur à vaporibus ipſam terram circundantibus, quæ quidem refractio fit verſus axem coni vmbræ terræ, & propterea vmbra dicti coni non eſt æqualiter obſcura,ſeu tenebroſa,circa vero axẽ ipſius coni,magis quam circa eius circũferentiã, obſcura vĩ, & quia corpus lunare tale eſt,vt facillimè recipiat qualecũque lumen, quod etiam manifeſtè videtur dum ipſa Luna reperitur ſecundum longitudinem inter Solem, & Venerem, quod pars Lunæ lumine Solis deſtituta,à lumine Veneris aliquantulum illuſtratur, quod ego ſæpè vidi,& multis oſtendi. Propterea dum ipſa Luna in cono vmbræ terræ reperitur adhuc videtur. Rubedo etiam illa nubium poſt Solis occaſum, vel ante ortum,aliunde non prouenit, niſi à qualitate vaporũ, per quos ſolares radij tranſeunt, à quibus vaporibus, tali colore ipſi radij afficiuntur,eomet modo quo radius,cuiuſuis corporis lucidit, trãſiens per vitrum,ſeu aliud diaphanum coloratum.

DE ICTV BOMBARDAE SECVNDVM diuerſas eleuationes. Et de quibuſdam erroribus Nicolai Tartaleæ, circa idem.

Illuſtri D. Ioſepho Cambiano ex Ruffiæ Dominis, æquiti ſtrenuo, & tormentis bellicis Sereniſſimi Ducis Sabaudiæ Præfecto.

EXcogitaui quędam dum ocio frui licuit per abſentiam Ducis Sereniſſimi, quæ ad te ſcribere placuit, vt ſi probaueris in lucem quandoque proferre non dubitem, ſi deſpexeris, ocius ſupprimam, ſunt autem huiuſmodi. Vnde fiat vt tormentum bellicum vehementi? feriat ictu ſuperius delato quam orizontali, vt Tartalea ſcribit, quæſito ſecundo libr. primi quæſitorum, à nemine adhuc (quod ſciam) traditum eſt.

Rationes verò Tartaleæ nullius ſunt momenti, quia ſi validæ eſſent, ſequeretur vt inclinata bombarda, adeo vt angulus ſub orizonte factus æqualis eſſet ei, qui ſupra orizontem eſt, ictum bombardę in vtroque huiuſmodi ſitu eundem eſſe futurũ. & ſi aliqua differentia oriretur ratione grauitatis pilæ ab ipſa bombarda emiſſæ, hoc fieret, vt ſcilicet velocior eſſet in motu inclinato quam in eleuato cum pondus, motui adeo non opponatur. Id quod non ita ſe habet, vera enim cauſa vnde fiat, vt bombarda eleuata vehementius feriat, quàm ea quæ eſt minus alta, eadem eſt ferè, in genere, cum ea, qua aliquod corpus materia magis denſa, ſed ſimile & ęquale alteri corpori materiæ minus denſæ velocius mouetur ab vna eademque, aut æquali vi compulſum. Eſt eadem etiam in ſpecie ei, qua maiorem effectum producit puluis, qui in locis ſubterraneis ponitur quum vaſis optimè colligatis ferro includitur. Eſt etiam ſimilis ei, qua longius impellitur pila, qua ludimus, ab aliquo inſtrumento ligneo, quando percutitur contra, quam cum ſecundum ſuum motum proijcitur. Id quod inde fit, quia virtus mouens maiori vi, & intenſiori huiuſmodi corpus percutit, quia corpus quod moueri debet, quanto magis reſiſtit virtuti mouenti (certum tamen terminum præſcribendo) in exiguo eo temporis ſpatio, tanto maiorem virtutem colligit, quæ ipſum deinde tanto cum impetu mouet, & tanto magis impellens concomitatur, vt maiorem effectum efficiat, quam ſi ad mouendum ſeſe facilè reddidiſſet. Atque hoc ſupradictis ictibus eleuatis accidit, quia grauitas pilæ, ea eſt quæ reſiſtens virtuti mouenti, dat ei commoditatem colligendi dictam virtutem, multo magis quam eſſet ea, quæ ad depreſſiorem eleuationem eam ĩmpelleret. Et quia huiuſmodi multiplicatio virtutis, nullam proportionem cum pondere pilæ gerit, volo inferre quod dum colligitur tanta virtus, colligitur multo plus eo, quod ad impellendam dictam pilam ſufficeret, ratione magnæ velocitatis augumenti, quia quanto plus temporis ei conceditur ad commutandam puluerem in ignem, tanto maior quantitas ignis progignitur, vnde fit, vt tanto maiori loco indigeat, quamobrem tanto magis impellit, ſed vt dixi, tanta cum velocitate adaugeẽ, vt huiuſmodi virtus longè ſuperet reſiſtẽtiã põderis pilæ, & ſic eſt cauſa, ut effectus, quod experiẽtia innot eſcit producaẽ. Sed ea ratio, qua ſeſe idẽ author in tertio quæſito ad aliquod impoſſibile, circa iter ipſius pilæ Legatum Hiſpanum redu-

reducere putat,nullo fundamento nititur,quia non eſt ſemper dicendum, quod quã to velocior ſit quædam pila, tanto rectius moueatur, quia ei dici poſſet,vſque ad cer tum quendam terminum velocitatis, per tantum ſpatij eam aptam eſſe, vt recta per fectè moueatur, ſed ſi velocius iret, non tamen futurum, vt per idem ſpatium rectius moueretur, ſed quod per longius ſpatium recta motum perageret, & ſic nihil haberet quod replicaret, præter quam quod ipſe ſupponit id quod in 18. quæſito negat, in quo ait pilam uicinam orificio,non adeo uelocem eſſe,quam cum aliquantulum ab eodem eſt remota,ratione reſiſtentiæ ſui cyllindri aerei. Sed quod pila, recta eat quanto altior,aut depreſſior bõbarda erit,iõ fit, quia linea inclinationis naturalis cum linea inclinationis uiolentæ angulum rectum non facit,unde quanto longius diſtat à recto huiuſmodi angulº,ſiue ſit acutus ſiue obtuſus, tanto minorem uim habet, eodem planè ferè modo quem tertio capite mei tractatus de rebus mechanicis deſcripſi. Quia in ictibus eleuatis, iter inclinationis violentæ ipſius pilæ verſus terminum ad quem, incipiendo à loco ipſius pilæ cum itinere inclinationis naturalis,angulum obtuſum, & in ictibus inclinatis acutum conſtituit. Neque etiam hic prætermittam notatu dignum errorem, quem Tartalea eodem loco committit, cũ putet indifferenter aliquod corpus impellere, aut percutere maiori cũ impetu cum eſt in itinere recto. Quia ſequeretur quod aliquod corpus graue perpendiculariter ſurſum verſus proiectum, in qualibet parte ſui itineris, ſemper fortius percuteret, quam in qualibet parte itineris alterius cuiuſuis eleuationis obliquæ, quod quã ſit falſum, tibi conſiderandum relinquo.

Eſt etiam falſa ea ratio, quam in quarto quæſito idem adducit, quia aer in motu non tantum durat, quantum ipſe putat, imò huiuſmodi violenta agitatio,citò ceſſat & citius etiam,quam ſi extra aliquam bombardam cum tanta violentia impulliſſet ſaccum plumis plenum.

Ratio etiam quam in. 18. quæſito de eo, quod pila pertranſeat illud corpus cyllindricum aereum adducit, eſt planè vana, quia ſtatim aer, qui prius in bõbarda erat incluſus, extra ipſam erũpit,cedit,à pilaq; diuiditur, vt ſi nunquam eam figuram induiſſet,neque aer ambiens ei reſiſtit. Sed quod velocior ſit in certa quadam diſtantia, quam in principio erat,ſi hoc verũ eſſet,ab alia cauſa dependeret,quæ partim ſimilis eſſet ei,quæ efficit,vt corpora in motibus naturalibus,cum longius diſtant à termino vnde naturaliter ſeſe mouerunt, ſint velociora, quia per aliquod ſpatium huiuſmodi corpus moueretur quemadmodum motu naturali cietur.

Ratio autem eius quare pila,aut globus bombardæ ſibilet ab eodem in ſeptimo quæſito nil valet,quia hoc fit cum pila aliquam paruam concauitatem habet.

In. 27. autem quæſito ait, quod retrotrahendo ſignum,ictus altius tenderet,quod poteſt etiam eſſe falſum, cum hoc non ſit neceſſarium, quia pila dum deſcendit,fortaſſe tangeret ſcopum.

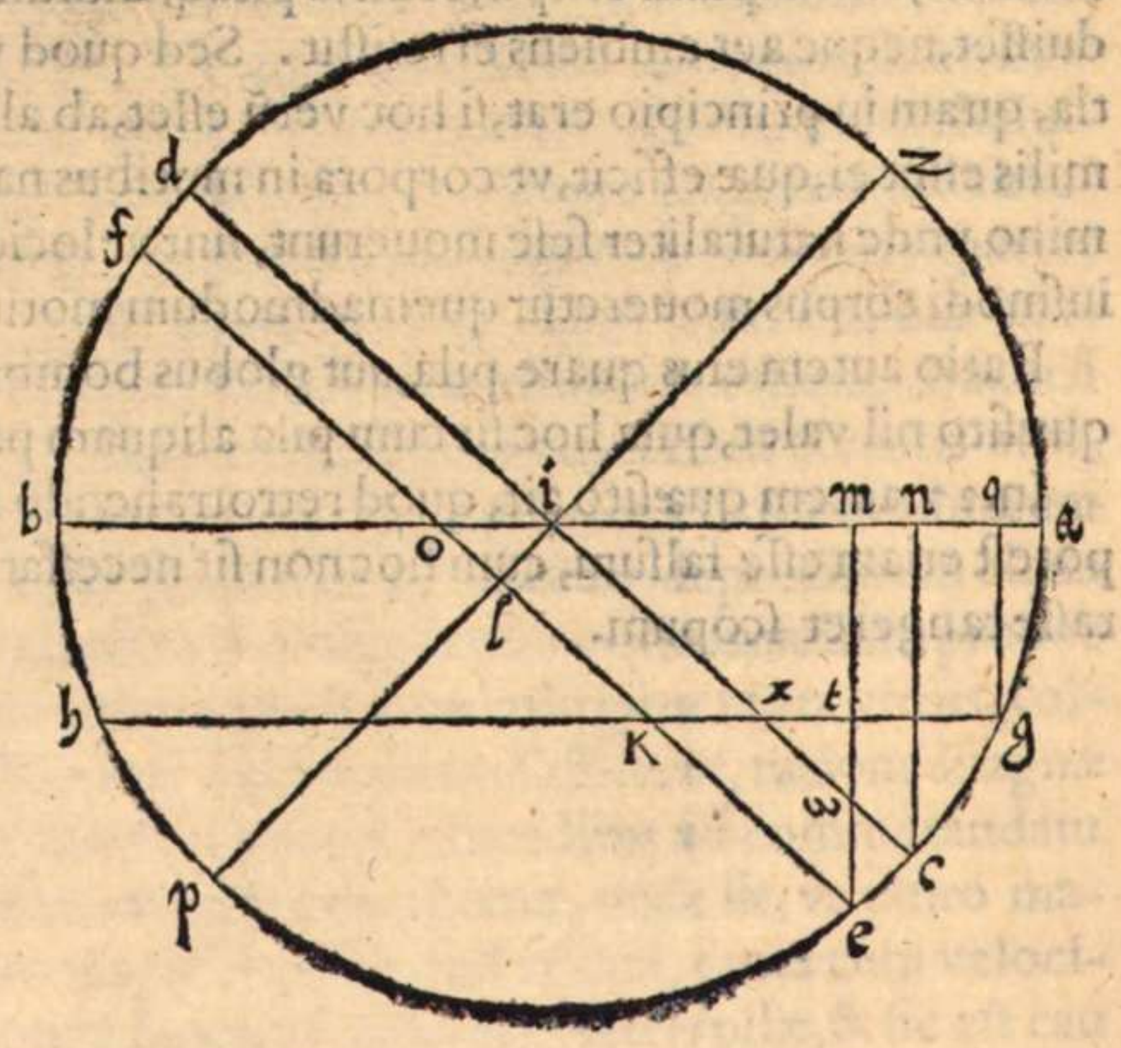
De erroribus Ioannis Stadij.

AD EVNDEM.

FIguram quam ponit Ioannes Stadius pag. 147. in lib. ſuarum tabularum Prutenicarum, à Nicolao Copernico ſumpſit pag. 64. à tergo in libr. reuolutionum cœleſtium, ſed ipſe Stadius eam non intellexit, omitto, quod mutauerit characteres ipſius figurę, vt illa ſua videatur, quod nihil refert, alterat etiam demonſtrationẽ, ſed ipſum putare. i. K. perpendicularem à centro circuli ſemper dependere, eſt intollerabilis error; nec vnquam verificatur hoc, niſi quando punctum. K. interſectionis diametrorum parallelorum, forte reperitur in axe mundi. Reliqua verò ſuæ demonſtrationis, ſi non intelligis, minimè miror, eo quod ipſemet Stadius ſeipſum confundit. Veram autem demonſtrationem huiuſmodi figuræ in dicto libr. Copernici clarè videbis. Quod verò diuersè cogitaui nunc accipito.

Cum nobis cognita ſit maxima eccliptícæ declinatio, vt puta. a. c. ſi latitudo etiã ſtellæ nobis data fuerit, vt puta. c. e. cognitus nobis erit totalis arcus. a. e. & eius ſinus. e. m. & quia notus etiam nobis eſt ſinus arcus. a. c. hoc eſt. c. n. & corda. e. f. medio eius arcus. e. p. f. minoris media circunferentia, per duplum latitudinis datæ, vnde. e. l. eius dimidium nobis cognitum erit, vel vt ſinus arcus. e. p. cognitus etiam nobis eſt ſinus. q. g. declinationis. a. g. datæ, cui æqualis eſt. m. t. ex. 34. primi Euclid. vnde. e. t. nobis cognita remanet, cum verò duo trianguli. i. c. n. et. t. e. K. æquiãguli ſint, propter duas parallelas. c. m. et. n. c. ex. 28. primi, & propter duas. a. b. et. g. h. & propter duas. c. d. et. e. f. eo quod ex communi ſcientia anguli. c. et. e. ſunt æquales, cum ex. 29. dicti lib. vnuſquiſq; æqualis ſit angulo. m. ω. i. ita etiam infero de angulis. e. K. t. et. c. i. n. quorũ vnuſquiſque æqualis eſt angulo. ω. x. t. & ſic de alijs dico, eo quod vnuſquiſque eorũ æqualis eſt angulo. m. vnde cum cognitum nobis ſit latus. n. c. et. c. i. et. t. e. notũ etiam nobis erit. e. K. ex. 19. ſeptimi, eo q̃ ex. 4. ſexti ſunt inuicem proportionalia, detrahendo poſtea. e. K. ab. e. l. cognito, vel èconтra, hoc ab illo, nobis innoteſcet. K. l. ſinus longitudinis ſtellæ.

Valde etiam miror id, quod dictus Stadius pag. 9. illius libr. ſcribit, hoc eſt, Solem maiorem eſſe Luna, ſolum. 1644. vicibus, propterea q̃ cum affirmet Solem maiorem eſſe terra (vt etiam in Almageſto videre eſt) 166. vicibus cum tribus quartis, terram vero maiorem Luna. 39. vicibus cum quarta parte, tunc Solem oporteret maiorem eſſe Luna. 6545. vicibus, & non. 1644.



De

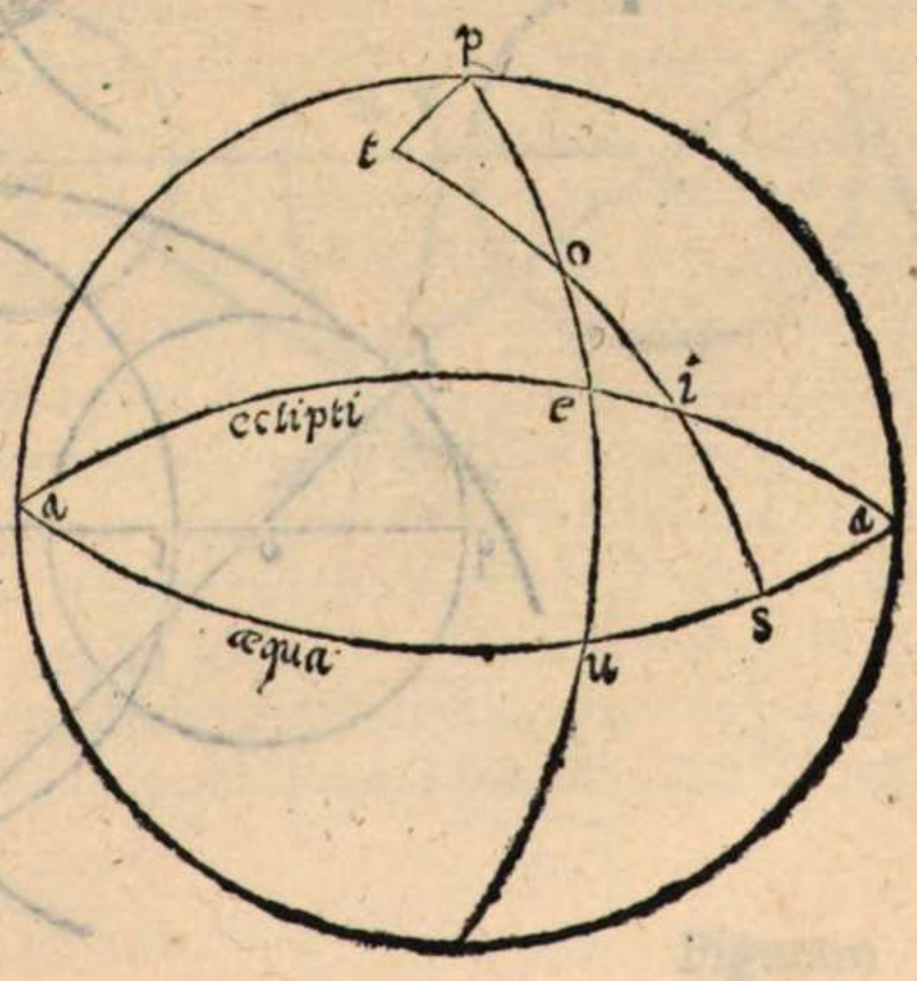
De cognitione latitudinum ſtellarum.

AD EVNDEM.

AD cognoſcendam latitudinem ſtellæ, eiuſq; declinationem, Monteregius in 10. propoſitione. 8. li. Almageſti methodū ſatis docuit, ſed ſi alia aliqua metho do hoc idem cognoſcere voluerimus, oportebit nos prius altitudinem poli cognoſcere, deinde altitudinem meridianam ipſius ſtellæ, nec non horam, quādo ipſa ſtel la in meridiano ſupra terram reperitur, qua hora mediante, illicò cognoſcemus pun ctum eccliticæ à meridiano interſecto, eo tempore, quo ſtella cœlum mediat ſupra terram. Et quia ex cognita altitudine poli, illico cognoſcitur altitudo æquatoris, cuius altitudinis differentia ab altitudine ſtellæ eſt declinatio ipſius ſtellæ, habebimus ideo eius declinationem cognitam; qua mediante ad cognoſcendū etiam latitudinem ita faciemus.

Sit exempli gratia. p. o. u. meridianus. u. a. verò æquator. e. a. autem eccliptica, & o. centrum aſtri. u. o. verò eius declinatio ab æquatore, et. e. a. arcus ęcclipticæ inter æquatorem, & meridianum, hoc eſt minor quarta, et. a. u. aſcenſio recta ipſius arcus, et. u. e. ſit declinatio puncti. e. ęccliptice ab æquatore, reſiduū vero declinationis ſtellę ſit. o. e. quæ oīa nobis cognita erunt, ſitq;. t. polus ęcclipticus, à quo per. o. vſque ad ęccliptícam tranſeat quarta. t. i. in qua quęrendus erit arcus. o. i. hoc modo.

Primum arcus. o. u: e. u: e. o: a. e: et. a. u. nobis cogniti ſunt, cum angulo. a. declinatio nis ęclipticę, & cum angulo. u. recto, vnde ex. 4. primi Copernici, cognoſcemus angu lum. a. e. u. collateralem, & eius. o. e. i. quare in triangulo. o. e. i. cognoſcemus angulū e. et deinde. i. vt rectū, & latus. o. e. ergò ex eadē. 4. cognoſcemus arcū. o. i. quæſitum, & ſimiliter arcum. e. i. qui coniunctus vel dēptus ab. a. e. tribuet nobis longitudinem ſtellę, ſed quia huiuſmodi operatio in paruis triangulis valde fallit. Ideo tibi ſuadeo alia methodo, hoc facere, hoc eſt inuenire angulum. o. trianguli. t. p. o. cuius duo latera. t. p. et. p. o. cognita nobis ſunt, cum angulo. p. Nam. o. p. eſt complementum declinationis ſtellæ, et. p. t. eſt arcus coluri ſolſtitiorum inter duos polos, & angulus. p. reſiduum ex recto. t. p. a. duorum colurum dempto angulo. a, p. u. cognito aſcenſionis recte, vnde angulus. u. o. s. vt contrapoſitus cognitus remanet. angulus verò. u. rectus eſt, & arcus. o. u. cognitus, quare cognitus nobis erit arcus. u. s. & angulus. u. s. o. vnde arcus. a. s. nobis cognitus remanebit cū angulo. a. s. i. reſiduo ex duobus rectis. Et quia etiam angulus. s. a. i. cognitus eſt, cum ſit an gulus maximę declinationis Zodiaci ab æquatore. Ideo in triangulo. a. s. i. cuius duo anguli. a. et. s. cum latere. a. s. dantur, fa cilè inueniemus arcum. s. i. cū arcu. a. i. ſed a. i. erit longitudinis ſtellæ dempto poſtea. s. i. ex. s. o. iam inuento habebimus arcum. i. o. latitudinis ipſius ſtellæ.



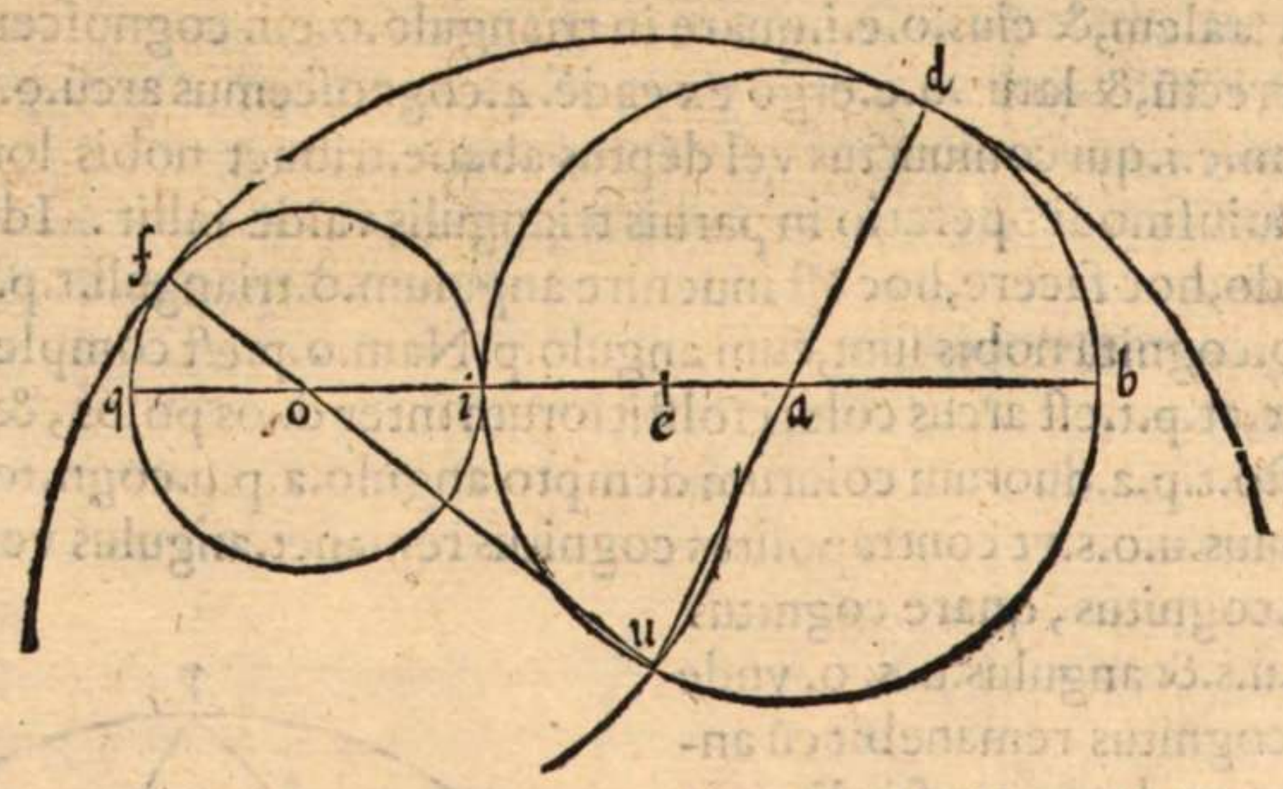
Hæc autem tibi ſcribo non vt ipſis vtaris, ſed potius vt tibi morem gerā, cum breuiſſima methodus ſit illa, quā Monteregius ſcripſit ī. 10. ꝓpoſitione. 8. li. in Almageſt.

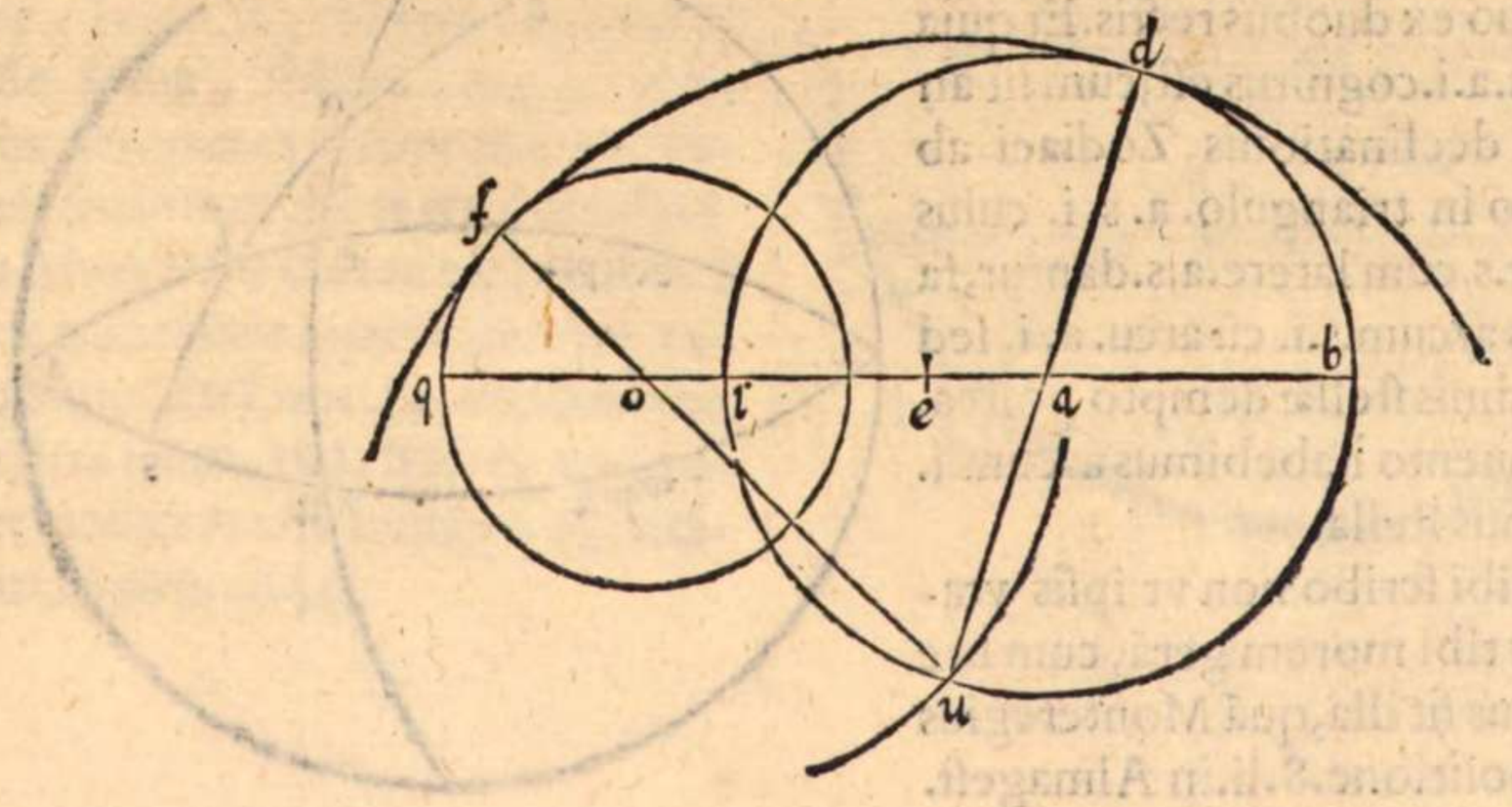
Qualiter circulus designari possit alios duos circulos propositos includens.

CLARISS. PETRO PIZZAMANO.

SVperioribus diebus per tuas literas à me quæsiuisti, vt modum tibi scribere vellem, quo circulus designari possit circunscribens alios duos propositos circulos. Qua in re vt tibi satisfaciam quod maximè cupio ita rem accipe.

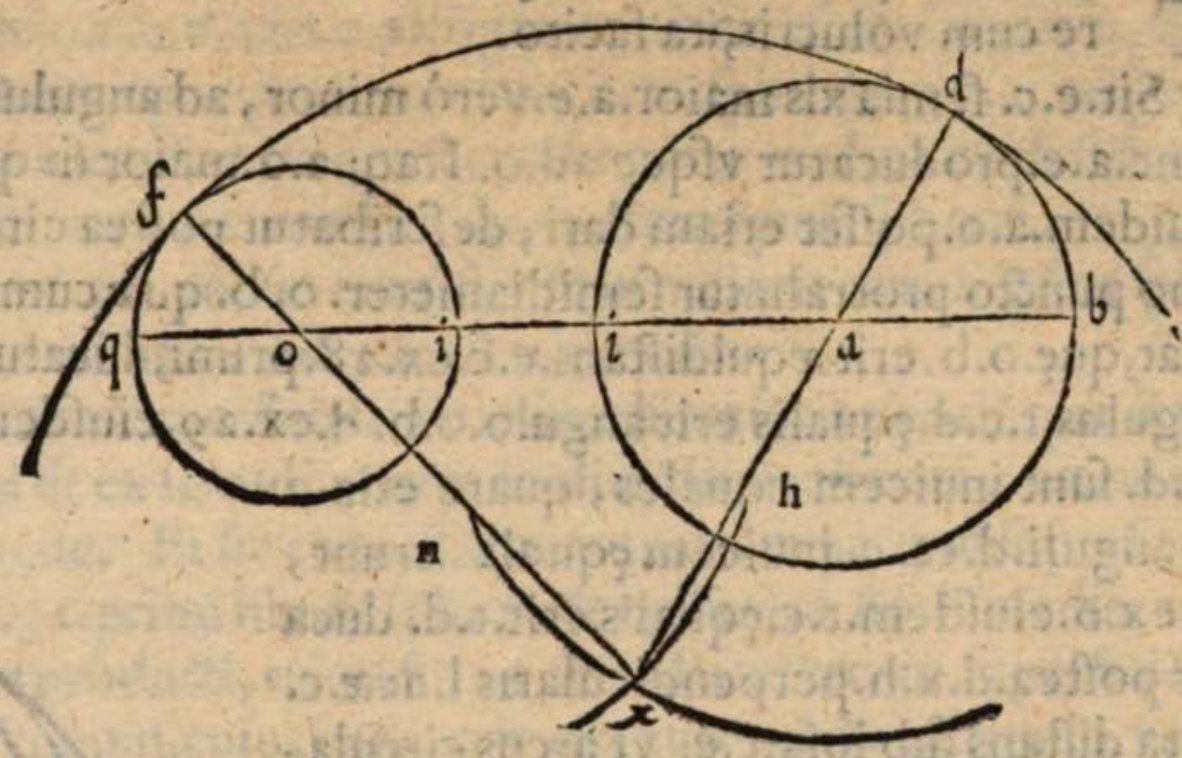
Propositi circuli sint, aut inter se contigui, aut intersecantes vel separati. Esto primũ contiguos esse, qui sint. d.b. et. f.q. quorũ. d.b. maior sit et. f.q. minor, eorũ vero centra sint. a et. o. punctũ autem cõtingentię sit. i. Nũc ꝓtrahat̃. b.a.o.q. per cẽtra eorum ab vna circunferentia ad aliam, quę quidem linea transibit per punctum. i. ex 11, tertij Eucli. deinde à diametro maiori abscindatur. i. e. ad æqualitatem minoris semidiametri, quo facto sumatur distantia inter. e. et. b. circino mediante factoq; centro. o. scindatur, alio circini pede, circunferentia maioris circuli in puncto. u. à quo si mente concipiemus duas lineas. u.a. d. et. u.o. f. transeuntes per eorum centra. a. et. o. vsque ad circunferentias in punctis. d. et. f. ipsę erũt inuicem ęquales, eo quod. e.i. sũpta fuit æqualis. o.f. et. o.u. æqualis. e.b. quare. u. f. æqualis erit. b.i. sed. u.d. etiã æqualis. b.i. ergo. u.d. æqualis erit u.f. & circulus, cuius u.d. vel. u.f. erit semidiameter, contiguus erit ipsis propositis circulis ex conuerso. 11. iam dictæ. Idem dico pro circulis se inuicem secantibus.





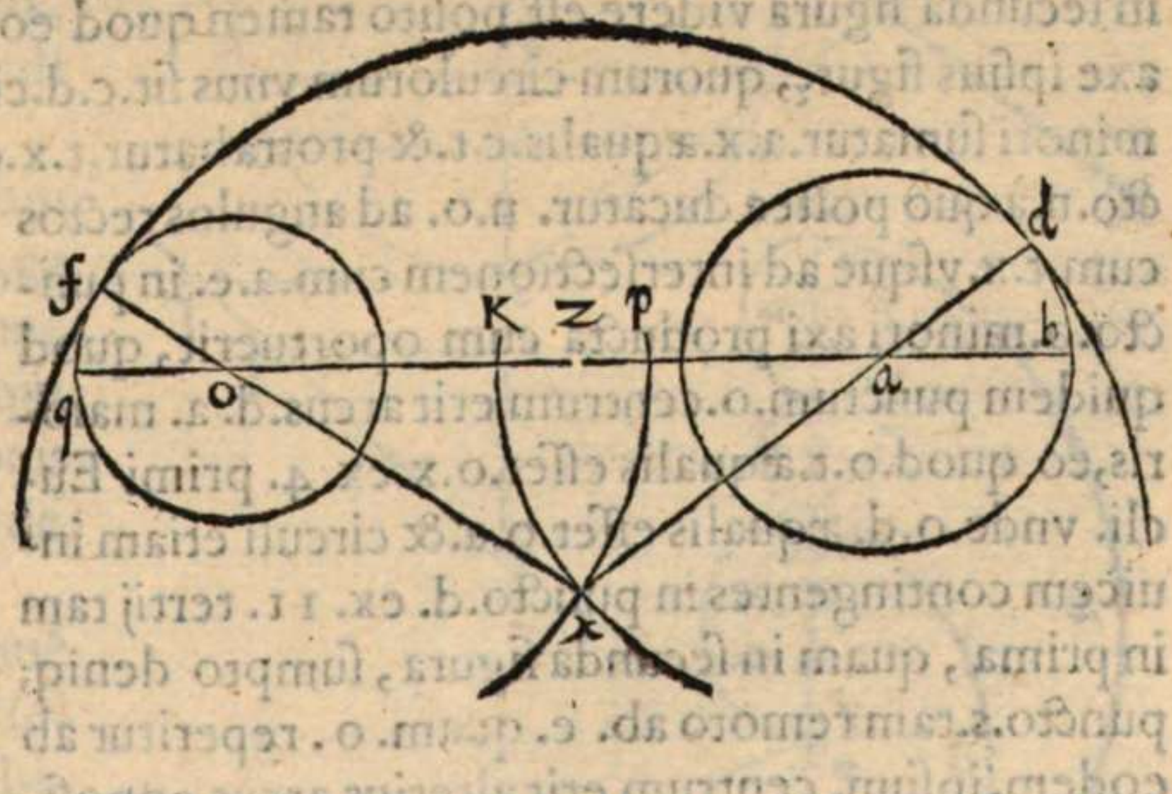
Sed

Sed ſi circuli propoſiti ſeiuncti fuerint, ſumatur. b. i. diameter maioris, qui fiat ſemidiameter vnius circuli circa centrum. o. & hic circulus vocetur. h. x. coniungatur deinde ſemidiameter. o. i. minoris circuli cum ſemidiametro. a. i. circuli maioris, & ex huiuſmodi compoſita linea, fiat vnus ſemidiameter. a. x. circuli. x. n. concentrici cum maiori, & à puncto. x. interſectionis horum circulorum (poſito quod ſe inuicem interſecent) ducantur per eorum centra. x. a. et. x. o. vſque ad ipſorum circunferentias in punctis. d. et. f. duę lineæ, vnde habebimus. x. d. æqualem. x. f. eo quod tam in x. d. quam in. x. f. reperiuntur diametri, & ſemidiametri amborum circulorum, facto deinque centro. x. vnius circuli, cuius ſemidiameter æqualis ſit vni earum. x. d. vel. x. f. ſolutum erit problema, dicta ratione.



Si verò diſtantia duorum propoſitorum circulorum tanta fuerit, quod ſecundi circuli nequeant ſe inuicem tangere, vel ſecare, tunc alia via incedendum erit, quę talis eſt & generalis. Diuidatur tota. q. b. per æqualia in puncto. z. circa quod ſignętur duo puncta ab ipſo ęquidiſtantia. K. et. p. diſtantia vero. a. K. facta ſit ſemidiameter eſſe vnius circuli. K. x. circa centrum. a. diſtantia autem. o. p. ſemidiameter alterius circuli. p. x. circa centrum. o. qui quidem circuli ſe inuicem ſecent in puncto. x. à quo cum ductę fuerint. x. a. d. et. x. o. f. per centra dictorum circulorum, ipſe erunt inuicē ęquales, eo qđ cum. b. K. æqualis ſit. q. p. igitur. x. d. et. q. p. erunt inuicem ęquales, ſed. f. x. æqualis eſt q. p. quare. x. f. æqualis erit. x. d. tunc ſi. x. centrum fuerit vnius circuli, cuius ſemidiamer ſit vna dictarum, problema ſolutum erit.

Talis etiam ſolutio commoda erit ad inueniendum dictum circulum cuiuſuis magnitudinis, dato tamen q eius diameter, maior ſit. b. z. cum in noſtra poteſtate ſit accipere puncta. K. et. p. proxima vel remota ab ipſo. z. ad libitum. Vnde abſque vlla diuiſione ipſius. q. b. per medium, ſatis erit ſignare puncta. K. et. p. duabus diſtantijs mediantibus. b. K. et. q. p. inuicem æqualibus, & etiam propoſitis.



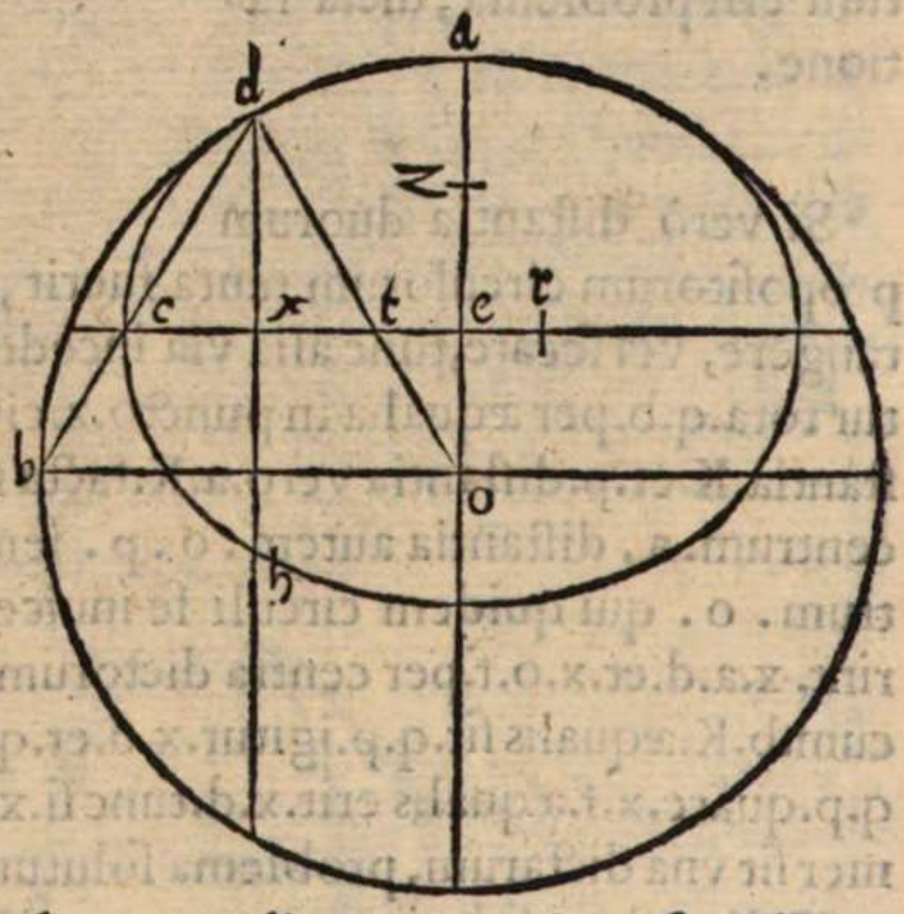
Figuram

Figuram ſuperficialem ellipſi ſimilem, ex datis axibus circino mediante delineari poſſe.

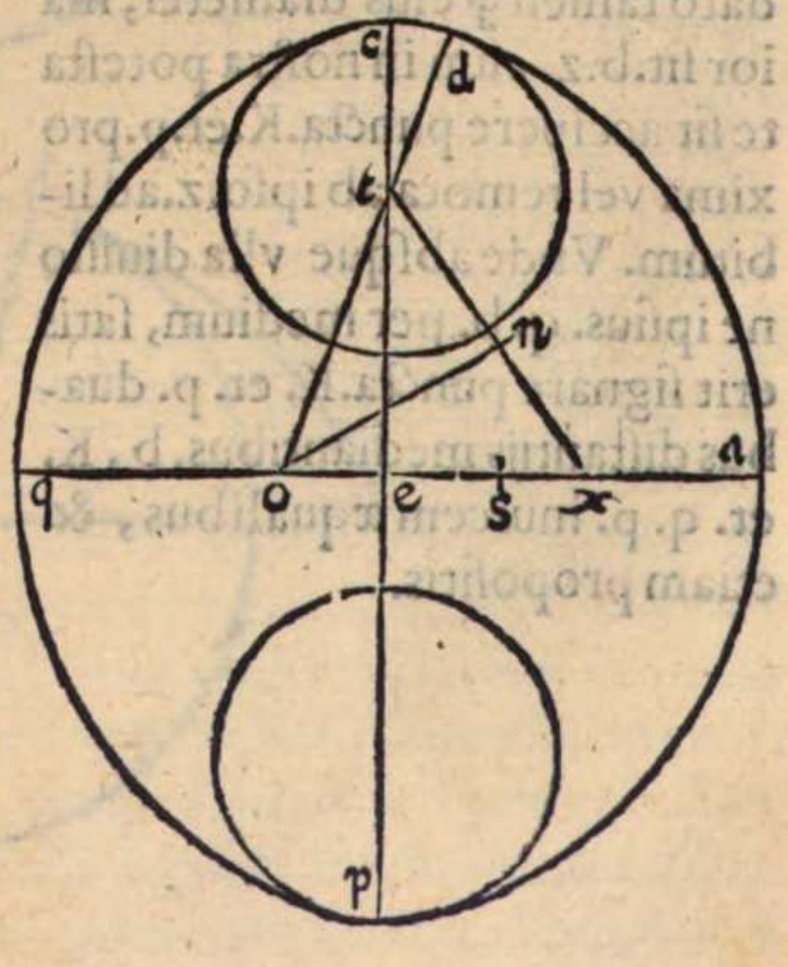
AD EVNDEM.

FIguram ſuperficialem ellipſi ſimilem,ex datis axibus,circino mediante delinea re cum volueris,ita facito.

Sit.e.c. ſemiaxis maior.a.e.verò minor, ad angulum rectum inuicem coniuncti, tunc.a.e.producatur vſque ad.o. Itaq;.a.o.maior ſit quam diſtantia inter.o.et.c.quę quidem.a.o.poſſet etiam dari, deſcribatur poſtea circulus.a.d.b.circa centrum.o. à quo puncto protrahatur ſemidiameter. o. b. quæ cum.a. o. angulum rectum conſtituat,quę.o.b.erit æquidiſtans.e.c.ex.28.primi,ducatur poſtea.b.c. d.et.o.t. d. vnde angulus.t.c.d.ęqualis erit angulo.o.b. d.ex.29.eiuſdem.ex quinta autem anguli. b. et.d. ſunt inuicem æquales, quare etiam & anguli.d.et. c. inuicem ęquales erunt, & ex.6.eiuſdem.t.c.ęqualis erit.t.d. ducatur poſtea.d.x.h.perpendicularis lineæ.c.e.ita diſtans ſub ipſa.c.e. vt arcus circularis circa.t. delineatus ex ſemidiametro. t. d. aptus ſit eam ſecare,,ſumpto poſtea. r. tam diſtante ab.e. vt. t. reperitur ab ipſo e.et.z.ab.e.vt.o.ab eodem, ducendo poſtea duos alios arcus magnitudinis priorũ circa centra.r. et. z. habebimus propoſitum.



Sed cum quis voluerit prius arcus minorum circulorum delineare circa maiorem axem,fiant cuiuſuis magnitudinis,vt in ſecunda figura videre eſt,poſito tamen quod eorum diameter, minor ſit minore axe ipſius figurę, quorum circulorum vnus ſit.c.d.circa.t.eius centrum,deinde in axe minori ſumatur.a.x.æqualis.c.t.& protrahatur.t.x.quę per ęqualia diuidatur in puncto.n.à quo poſtea ducatur. n.o. ad angulos rectos cum.t.x.vſque ad interſectionem cum.a.e. in puncto.o.minori axi producta cum oportuerit, quod quidem punctum.o.centrum erit arcus.d. a. maioris,eo quod.o.t.æqualis eſſet.o.x.ex. 4. primi Eucli. vnde.o.d. æqualis eſſet.o.a.& circuli etiam inuicem contingentes in puncto.d. ex. 11. tertij tam in prima, quam in ſecunda figura, ſumpto deniq; puncto.s.tam remoto ab. e. quam. o. reperitur ab eodem,ipſum, centrum erit alterius arcus oppoſiti,poſſemus etiam abſq; diuiſione ipſius,t.x.conſtituere angulum.x.t.o.æqualẽ angulo.t.x.o.vnde ex 6.primi haberemus.o.t.æqualem.o.x.



De

De inuentione axis propoſitæ portionis datæ ſphæræ.

AD EVNDEM.

VT axem propoſitæ alicuius datæ ſphæræ inuenire poſſis ita tibi operandum eſt vt gratia exempli. Propoſita nobis eſt ſphæra.c.i.e.t.diametri cognitæ. propoſita etiam eſt nobis eius portio.n.e.u.axis.e.a.cognitæ minoris ſemidiametro, data etiam nobis eſt proportio alterius portionis minoris hemiſphærio. i. e. t. ad portionem.n.e.u.quæritur nunc quantus ſit axis.e.x.ſecundæ portionis hoc eſt deſideramus cognoſcere proportionem.e.x.ad.e.a.vel ad diametrum ipſius ſpheræ.

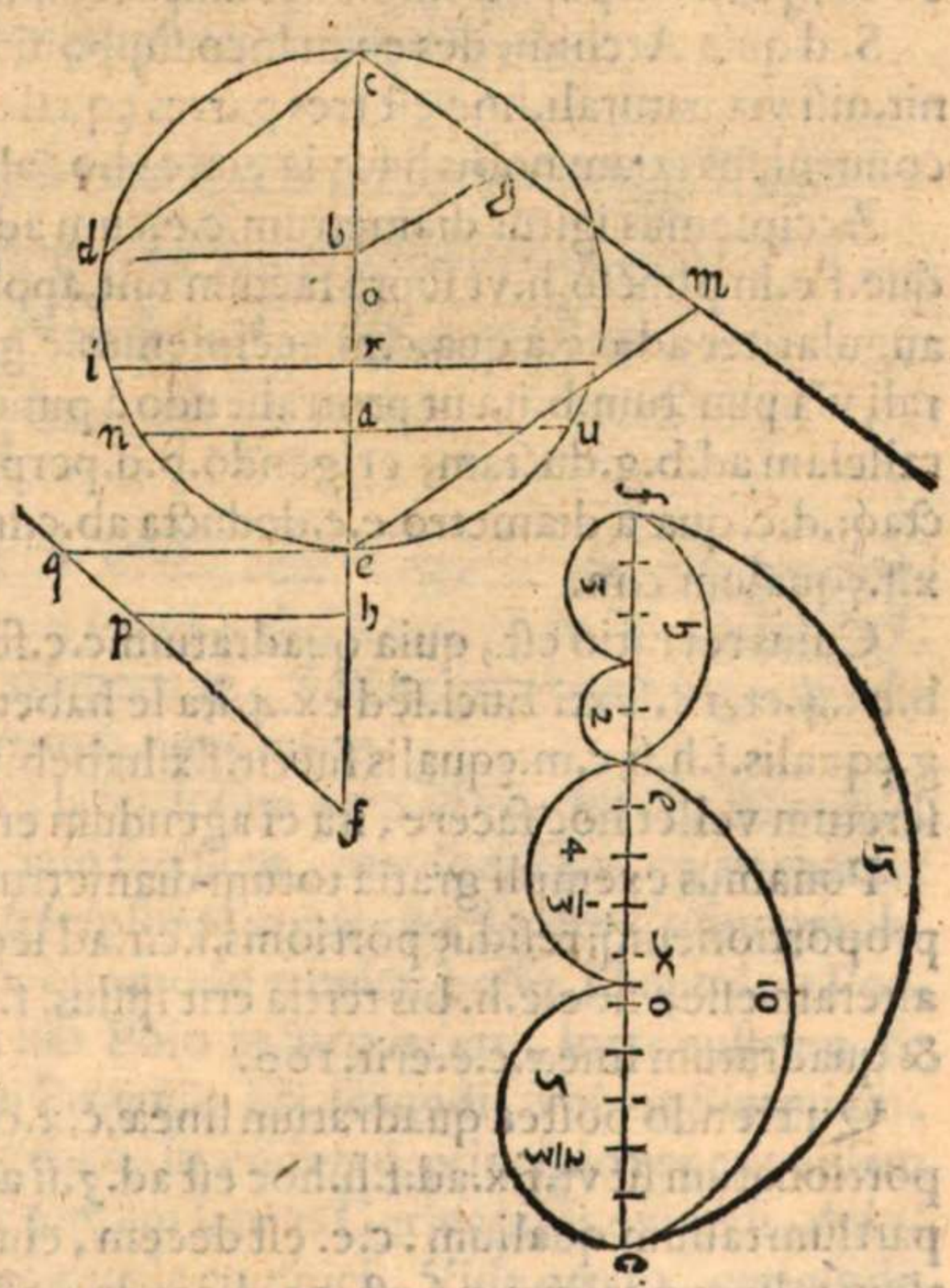
Cuius gratia reperiatur primò proportio circũferentiæ maioris circuli ipſius ſphęræ ad eius diametrum,quæ ferè eſt vt.22.ad.7.ex Archimede.

Quo facto,inueniatur quantitas ſuperficialis huiuſmodi maioris circuli,quæ ſemper æqualis eſt producto quod fit ex ſemidiametro in dimidium circunferentiæ ipſius circuli,ex eodem Archimede. Et ſic cognoſcemus quartam partem ſuperficiei ſphæricæ ſphærę propoſite ex.31.primi lib.de ſphæra,& cyllindro Archimedis.

Deinde ſumatur tertia pars producti, quod fit ex ſemidiametro in ſuperficiem maioris circuli, & habebimus conum,cuius baſis erit circulus maior, altitudo verò ſemidiameter propoſitæ ſphæræ ex.9. duodecimi Eucli.

Quadruplum poſtea huiuſmodi coni,erit quantitas ſoliditatis,ſeu corporeitas totius ſphærę ex.32.dicti lib. Archimedis.

Imaginemur poſtea ĩ ſphærica portione.n.e.u.lineã.e.u.à sũmitate ad extremitatẽ baſis,cuius.e.u.quantitatem cognoſcemus, hoc modo ſcilicet,ſumendo radicẽ quadratam producti.c.e.in.e.a. eo quod quadratum.e.u.æquale eſt quadrato a.u. & quadrato. a. e. ex penultima primi Eucli. hoc eſt producto quod fit ex.c.a.in.a.e.ex.34. tertij eiuſdẽ, & quadrato. a. e. hoc eſt producto, quod fit ex.c.e.in.e.a. ex. 3. ſecundi eiuſdem.



Inuenta poſtea.e.u.ponamus eam vnius circuli ſemidiametrum eſſe,cuius ſuperficialis quantitas etiam inueniatur, vt ſupra dictum eſt, quæ quidẽ æqualis erit ſuperficiei portionis n.e.u.ex.40.primi li. Archimedis de ſphæra, & cyllindro.

Hæc autem quantitas vltimo inuẽta multiplicetur cum tertia parte ſemidiametri datæ ſphæræ,& habebimus ſoliditatem vnius coni æqualis aggregato ſoliditatis portionis. n. e. u.ſimul ſumptę,cũ ſoliditate vnius coni,cuius axis ſit.a.o.reſiduũ ſemidiametri noſtræ ſphæræ dempta.a.e.baſis

ſis verò eadem quæ eſt portionis,cuius diameter eſt.n.u.ex.9.12.Eucli. & ex.42.id-eſt vltima primi Archimedis de ſphæra, & cyllindro.

Nunc autem ex hoc aggregato iam vltimo dicto detrahatur conus,cuius.o. a. eſt axis.et.n.u.diameter baſis, qui quidem conus nobis cognitus eſt,cum.a. n. ſemidiameter eius baſis,nobis cognita ſit ex.34.3.Eucli.& ſic quantitas eius baſis,& ita tertia pars.a.o.eius axis, quę multiplicata cum dicta baſi,cuius.n.u.eſt diameter, producit dictum conum, qui quidem conus, vt diximus,demptus cum fuerit ex dicto aggregato,relinquet nobis ſoliditatem portionis.n.e. u. vnde cognoſcemus proportionem iſtius portionis ad totam ſphæram propoſitam.

Sed cum nobis propoſita ſit proportio portionis.n.e.u.ad portionem.i.e.t.cognoſcemus etiam ſoliditatem huius ſecundę portionis.i.e.t.& ſimiliter proportionē huius ad totam ſphęram,& ad reſiduū etiā ipſius ſphęrę hoc eſt portioni.i.c.t.

Protrahatur nunc diameter.c.e.à parte.e. vſq; quo.e.f.æqualis ſit.e.o.ſemidiametro ſphęrę, quæ quidem.f.e.diuidatur in puncto.h.ita vt proportio.f.h.ad.h.e.æqualis ſit proportioni portionis.i.c.t.ad portionem.i.e.t.quod quidem hoc modo efficietur.applicabimus lineam.f.q.(indeterminatam)cum.f.e.ad quemuis angulum in pūcto.f.in qua accipiemus duas lineas.f.p.et p.q.inuicem ita relatas,vt ſe habent in proportione duæ iam dictæ portiones,hoc eſt, vt.i.c.t.portio ad portionem.i.e.t. ducendo poſtea.q.e.et.p.h,parallelam ad ipſam.q.e.diuiſam habebimus.f.e.in eadem proportione vt dictum eſt ex.2.ſexti,&.11 quinti Euclidis, vnde.c.e:e.f.et.f.h.nobis cognitę erunt.

Oportebit nos nunc cognoſcere quantitatem.c.x.hoc modo,videlicet, quęramus quadratum,cuius.c.x.eius ſit radix,cui quadratum lineę.c.e.cognitum,ita ſit proportionatum,vt eſt linea.x.f.ad lineam.f.h.quę nobis cognita eſt,quod rectè factum erit ex eo,quod ſcripſit Archimedes in.4.ſecundi de ſphęra, & cyllindro.

Sed quia Archimedes eo in loco ſupponit id, quod nec ipſe, nec alius adhuc inuenit,niſi via naturali,hoc eſt tres partes ęquales ex proportione data effici,non erit inconueniens etiam nobis hac via, circa hoc aliquid dicere.

Accipiemus igitur diametrum.c.e.cum addita.e.f.eius ſemidiametro, diuidemusque.f.e.in puncto.h.vt ſupra factum fuit,applicabimus poſtea.c.m.indeterminatam angulariter ad.c.e.à qua.c.m.accipiemus.c.g.æqualem. f. h. quęremus deinde naturali via punctum.b.ita ut protrahendo à puncto.e.(altero extremo diametri)e.m.parallelam ad.b.g.ductam, erigendo.b.d.perpendicularem ad.c.e.in puncto.b.protractaq;.d.c. quæ à diametro.e.c.deducta ab.c.incohando vſque ad. x. relinquat nobis. x.f.ęqualem.c.m.

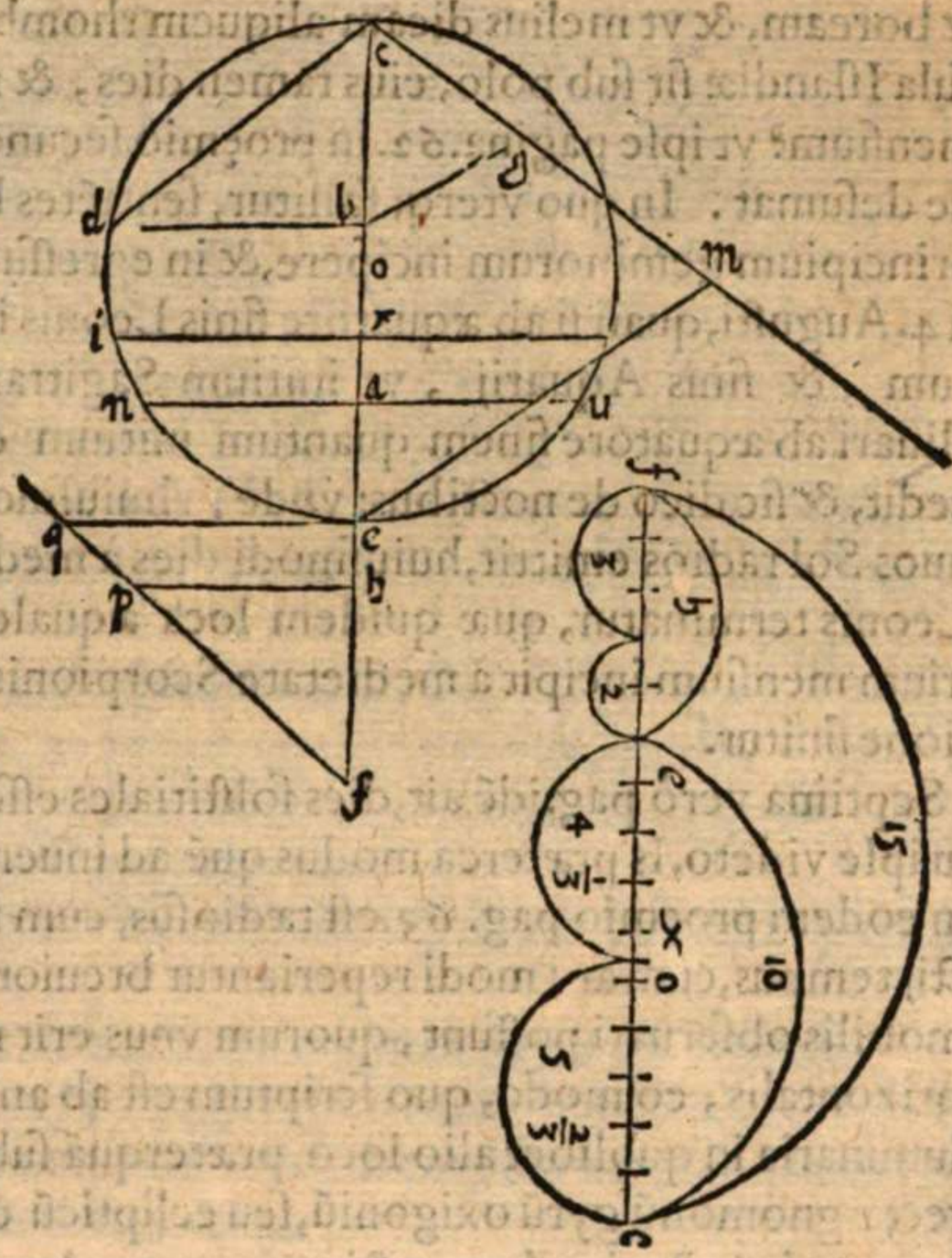
Cuius rei ratio eſt, quia quadratum.c.e.ſe habet ad quadratum.c.d.vt.c. e. ad. c. b.ex.4.et.18.ſexti Eucl.ſed ex.4.ita ſe habet.m.c.ad.c.g.vt.e.c.ad. b.c. & cum ſit.c. g.ęqualis.f.h.ſi.c.m.ęqualis fuerit.f.x.habebimus propoſitum. Quod ſi quis per diſcretum vellet hoc facere, ita ei agendum erit.

Ponamus exempli gratia totum diametrum.c.e.propoſitæ ſphæræ eſſe ut decem, proportionemq; reſiduę portionis.i.c.t.ad ſecundam.i.e.t.hoc eſt.f.h.ad.h.e.ſeſquialteram eſſe,vnde.e.h. bis tertia erit ipſius. f. h. totaq; linea.c.f.erit.15.et.f.h. erit.3. & quadratum lineæ.c.e.erit.100.

Quærendo poſtea quadratum lineæ.c.x.cui quadratum.c.e.hoc eſt.100. ita proportionatum ſit vt.f.x.ad.f.h.hoc eſt ad.3.ſi autem cogitauerimus. c. x. eſſe nouem partium talium qualium . c.e. eſt decem, eius quadratum erit.81.et.x.f.erit. 6. partium talium qualium.c.f.eſt. 15.dicendo poſtea ſi.100.dat.81.(ex regula de tribus)

x.f.

x.f.hoc eſt.6.dabit. 4. integra cum. 86. centeſimis,ſed nos vellemus nobis prouenire tria,eo q̃ ita eſt. f. h. qua propter deſcendere nos oportebit à nouem ad.8.& ab.8.ad. 7. & à. 7.ad.6.tunc inueniemus.c.x.oportere eſſe circiter quinque cum duabus tertijs, operãdo poſtea ex regula de tribus,ſi dixerimus quando.100.nobis dat.32. cum nona parte integri, tunc nouem cum tertia parte integri dabit.2.cũ.296.de. 300. hoc eſt. 2. cum circa.49. quinquageſimis, quæ quidem quantitas, cum propinquiſſima ſit lineæ.f.h.trium integrorum dicemus.c.x. eſſe quinque integrorum cum duabus tertijs partibus vnius integri,et.e.x.reſiduum, hoc eſt axem quæſitum portionis.i.e.t.eſſe circa.4 integra cum tertia parte vnius integri.



DE ERRORIBVS THOMAE PORCACHII & Benedicti Bordonij in eorum inſularijs.

Excellentiſſimo D.Io.Baptiſtæ Famello Ciui Decurioniq; Taurinenſi Philoſopho, Medico, & in Accademia eius Ciuitatis Medicinæ Practicæ Ordinario,Primarioq; profeſſori celeberrimo.

DIj perdant tuas adeo moleſtas, & aſſiduas curas, quæ te nimis à ſuauioribus ſtudijs diſtrahunt, & à nobis longius abducunt. Nam, ut tibi quietẽ, ita mihi ingentem adimunt voluptatem. Sed ne in aliquo erga te deficere videar, quæ tibi olim promiſi,nunc mitto.

Negari quidem non poteſt,quin fuerit laborioſum opus Porcachij, & Benedicti Bordonij,hoc eſt inſularium,qui rectè etiam feciſſent, cum loqui eos oportebat de terminis ſphæræ ratione ſitus locorum,ſi ſeipſos alicuius excellentis Coſmographi conſilio ſubmiſiſſent. Conſidera quæſo, quomodo admitti poſſit, id quod ait Porcachius initio ſui operis, ideſt Iſlandiam ſub Polo arctico iacere, inter auſtrum, & boream:omittamus etiam quod idem in Proęmio lib. ſecundi, vbi ait Biarmiam, (& non Iſlandiam) eſſe ſub dicto polo arctico: in eodemq; principio repetit ipſam Iſlandiam inter auſtrum, & boream per centum leucas Germanicas extendi, deinde verſus occidentem,ea duo ſtupenda miracula conſpici. Vide quæſo, quomodo incolę ſub aliquo expolis,habere poſſint occidentem,orientem,magiſtrum,auſtrũ,

& boream, & vt melius dicam aliquem rhombum. Sed quomodo fieri poteſt, vt inſula Iſlandiæ ſit ſub polo, eius tamen dies, & nox maior non ſit longior ſpatio triũ menſium? vt ipſe pagina. 62. in proęmio ſecundi lib. affirmat, quamuis hoc à Bordone deſumat. In quo vterq; fallitur, ſentiẽtes huiuſmodi diem ab ingreſſu Solis, in principium geminorum incipere, & in egreſſu à Leone terminari, ideſt à. 12. Maij ad 14. Auguſti, quaſi ſi ab æquatore finis Leonis ita declinaret, vt principium geminorum, & finis Aquarij, vt initium Sagittarij, nam ratio poſtulat, tantum declinari ab æquatore finem quantum initium diei, vbi maximus dies. 24. horas excedit, & ſic dico de noctibus: vnde in huiuſmodi regione, vbi per tres menſes continuos Sol radios emittit, huiuſmodi dies à medietate Tauri incipit, & in medietate Leonis terminatur, quæ quidem loca æqualem declinationem habent, & ſic nox trium menſium incipit à medietate Scorpionis, & in medietate Aquarij, eadem ratione finitur.

Septima verò pag. idẽ ait, dies ſolſtitiales eſſe circa. 24. Iunij. Qđ, an tũc eſſet verũ, tu ipſe videto. Is præterea modus quẽ ad inueniẽdũ orientẽ, & occidẽtem præſcribit in eodem proęmio pag. 63. eſt tædioſus, cum ſemper expectare nos cogat æquinoctij tempus, cum alij modi reperiantur breuiores, qui in qualibet reuolutione primi mobilis obſeruari poſſunt, quorum vnus erit mediante inuentione lineæ meridiane orizontalis, eo modo, quo ſcriptum eſt ab antiquis mediante Sole, aut Luna, quæ luminaria in quolibet alio loco, præterquã ſub polo efficiunt, vt extremitas vmbræ rectæ gnomonũ gyrũ oxigoniũ, ſeu eclipticũ ducat, ideſt in ijs locis, quorũ zenit eſt inter polum, & circulum arcticum, quemadmodum facit, vt alijs, exiſtentibus ipſis luminaribus extra æquatorem, & circulos arcticos gyrum hyperbolicum reddant. Sed id quod eidem Porcachio impoſſibile eſſe apud cos, qui habitant ſub polo videtur, ideſt vt multis rationibus, vt ipſe dicit, fieri non poſſit, ut fiat immediata quędam, & ſubita mutatio à continuo die ad continuam noctem abſque eo quod ijs, ſaltem ſemel conceſſa ſint dies, & nox terminata duodecim horarum, eſt magis admirandum impoſſibile, quod imaginari poſſimus, nam neceſſarium eſſet, ut orizon habitatorum ſub polo ſecaret æquatorem contra id, quod ſuperius admiſerat, ideſt orizõtẽ Biarmiæ, eſſe eũdẽ cũ circulo æquinoctiali. Vide etiam quid is ab antiquis colligat, loquens de iis, quæ in inſula Taprobana ad finem pag. 186. admirabilia ſunt, ſcribens eiuſdem inſulę habitatoribus, Lunam ſuper terram non apparere ab octauo uſque ad decimumſextum diem: pręter quam, quod etiam ſcribit, in eadem inſula, tramuntanam non uideri, quod falſum eſt, quia hæc à polo arctico circiter quatuor gradibus diſtat noſtris temporibus. unde ab ijs qui ſunt ſub æquatorę, cum ea ſupra orizontem eſt, conſpici poteſt, cum ijſdem ſingulis diebus oriatur, & occidat. Idem etiam pro re admirabili ſcribit, uideri Canopum, qui à polo antarctico plus quam quadraginta gradibus diſtat.

De erroribus Lucilli Philalthæi.

AD EVNDEM.

QVod Lucillus Philalthęus tam eximius Mathematicus ſit, ut ipſum' Antonius Berga facit, ego quidem non uideo. In ſuis enim commentariis de Cœlo, dicit primum, Pyramidem, quę inter corpora regularia primum locum tenet,

ſex

ſex baſibus conſtare, pag.15.583.632.et. 647. Omitto errorem ab eodem commiſſum in fine pag. 39. ubi oleum grauius eſſe quam aquam fatetur, cum id ad res mathematicas non ſpectet: Omitto etiam quod idem neget aſtrologiam pag. 74. 79.& quod etiam dicat pag.89. Deum eſſe ad orientem, non conſiderans aliquibus populis noſtrum orientem eſſe occidentem.

Quod idem ait pag.241. Aſtrologiam eſſe antiquiorem Aſtronomia eſt falſiſſimum, quia iudiciaria ſemper præſupponit cognitionem ſitus ſtellarum, quæ ab Aſtronomia petitur. Mouebit tibi riſum quod ait pag.307.his verbis.

„ Verum propriè media dicitur illa, quæ rectam ſphæram omninò habet, quæ eun
„ dem polum orizontis & mundi obtinet, quæ orizontem habet diuidentem ſphærã
„ æquè ſecundum angulos rectè.

Paulo inferius continuans ſermonem de ſphæra recta, ait.

„ Et niſi tumor terræ, & gibum eſſet, ijs perpetuus eſſet dies ſine nocte.

Linea verò.56.ait habitatores ſphęrę rectè habere. 4. ſolſtitia, ſeſe ipſum huius rei planè ignarum prodens.310.autem pag.ſic ſcribit.

„ Quoniam repercutiuntur radij, & per idem centrum tranſeunt, ob id ſtupam ap
„ poſitam centro radius accendit.

Quem quidem errorem ab Euclide deſumit, et.15.linea pag.636. repetit.

Si vis ridere,legito.16.primas lineas.357.pag. Quod idem deinde dicat circa finem 396.pag. lucem eſſe ſubſtantiam corporis lucidi & corpoream, ſubijciam tuo iudicio,vt etiam quod ait.397.pag. his verbis vtens.

„ Idcirco animalia illa, quæ nocte vagantur perpolita, dum volant, aerem i terunt
„ nocturnum, & fulgent.

Et pag.398.

„ Multitudo radiorum non admodum facit ad excitandum calorem ſi ſolum inci-
„ dat ſine repercuſſu, nec recta incidere iuuerit.

Quod falſum eſt cum radius incidens longè magis quam reflexus calefaciat. In fine autem.405.ſic ſcribit.

„ Sol in ortu & in occaſu longius apparet, iccircò reuolui creditur. Hinc etiam in
„ abſide ſtare putatur, & in oppoſito abſidis, vnde ſolſtitia vocant, ſed nobis in Can-
„ cro; antipodibus verò in Capricorno tum Sol abeſſe longius apparet vtriſque.

An hoc quid peius dici poteſt? Circa vero.40.lineam pag.459.ſic ſcribit.

„ Si enim alij planetæ,& ſtellæ fixę reciperent à Sole lumen,dum accederent ad So
„ lem,vel recederent,aut contra, Sol ad eas appropinquaret, & abſcederet, eaſdem
„ lucis viciſſitudinis ſubiret, quas Luna.
„ Hoc autem nondum deprehenſum eſt, quin etiam Mercurius,Venus,ſuo interpo
„ ſitu,Solem occultarent nobis,vt Luna.
„ Paulo inferius ſic ait. Rurſus æquè Saturnus, Iupiter, Mars, ſubire deliquium,
„ more Lunæ,aut ſaltem obiectu terræ inter Solem & ipſos, quia tum ob interpoſitam
„ terram non poſſent haurire lumen à Sole.

Hæc verò omnia, talia ſunt, qualia ab ijs qui incipiunt intelligere ſphæram non proferrentur. Omittamus, quod ait deinde.

„ Accedit quod ſi aſtra lumen à Sole acciperent eiuſdem caloris eſſent. Itaque om
„ nia ſiccarent, & nulla eſſent frigidæ conſtitutionis contra Aſtrologos.

Quia hac ratione,Luna,quæ negari non poteſt, quin ab ipſo Sole lumẽ accipiat, eiuſdem caloris eſſet cum eodem Sole. Sunt ea etiam ridenda, quæ idem ait pag. 460.lineis.18.19.23.26.27.29.quaſi ea lux infinita (vt ita dicam)magni Solis, non

in

in alium finem fit effecta quam ad illuminandam ſuperficiem huius excrementi ipſius vniuerſi ad vtilitatem hominum, imò, vt rectius dicam, animaliũ. vide etiam pag. 632. et. 633. vbi Ariſtotelem de implendo loco non intellexit, cum citet ſphæram, loco pyramidis, & inter. 46. et. 47. lineas dicat quadratũ eſſe quid multiplex, cum ſit vnicum tantum in ſpecie, quia ſpecies eſt quadrilateri, & quadranguli, ſed vbi in. 6. linea pag. 633. ait.

Item hexagonus.

Magnum errorem committit, vt etiam cum. 12. linea. 636. pag. ſcribens.

Pyramis, ſiue planum, ſiue ſolidum, habet acutiſſimum, & in. 2. libr. de anima pag. 215. dicat de die poſſe videri ſtellas in ſpeculo poſito in vaſe aqua pleno, quod reuera eſt valde abſurdum. Alios eiuſdem errores tibi non patefacio, quia iam nihil amplius otij mihi eſt, ſed eos tu ipſe perſpicere, & cognoſcere facilè poteris, & multò plures quidem, quam putas.

Cur maius lumen extenuet minus.

PIRRO DE ARZONIS.

EX tuis literis intellexi id, quod etiam ſine ijs exploratum mihi erat. Sed concedo tantum eſſe dicere vbi eſt maius lumen, minus non diſcerni, quantum inter diu ſtellas non videri: immo eſt etiam magis vniuerſale, quia idem multis aliis luminibus, præter ea quæ ſunt ſtellarum, ea ratione contingit, quia ingrediente per pupillam, tam lumine maiori, quam minori, reflexum ipſius maioris in oculo, in ſitu minoris, efficit, vt ipſum minus confundatur, & diſtingui nequeat, quemadmodum aperte cognoſci poteſt in aliquo cubiculo, cuius parietes dealbati ſint, in quo, vnicum tantum ſit exiguum foramen, per quod aliqua lumina reflexa ab obiectis extrinſecis intra ipſum cubiculum ingredi poſſint, vnde imagines obiectorũ in parietibus conſpiciuntur, ſed ſi per idem foramen ingrederetur etiam primarius radius Solis, reflexus huiuſmodi radij efficeret, vt dictæ imagines, magis aut minus euaneſcerent, prout dictus reflexus radij ſolaris, maiori, minoriue vi polleret.

Ad hoc tamen propoſitum, nolo tibi ſilentio inuolui mirabilem quendam effectum ciuſmodi rei. Hoc eſt vt fiat foramen illud rotundum, magnitudinis tamen vnius ſpecilli, quod foramen obturetur mediante vno illorum ſpecillorum, quæ pro ſenibus (non breuis viſionis) conficiuntur, hoc eſt quorum ambæ ſuperficies conuexæ ſunt, non autem concauæ. Deinde opponatur folium album papiri, adeo diſtans à foramine, vt extrinſeca obiecta in eo appareant. Quæ quidem obiecta ſi à Sole illuſtrata fuerint, tam clara, & diſtincta videbuntur, vt nihil pulchrius delectabiliusq; videri poterit, inuerſa tamen. Sed ſi ea directa videre voluerimus. hoc optimè faciemus, mediante reflexione alicuius ſpeculi plani.

Cur hyems valde frigida ſequatur æſtatem in qua calor viguerit.

NOBILISSIMO, NECNON INGENIOSISSIMO Gabrieli Buſchæ, Mediolanenſi.

QVod dixi hyemem valde frigidam ſequi æſtatẽ, in qua calor viguerit, inde naſcitur, quia calor terrę, aquæ, & aeris, non eſt naturalis horum corporum, vt eſt frigus, cum calor à Sole procedat, qui ea calefacit ſuo lumine, vnde quod æſtate Sol præter modum calefaciat terrã, ideo cõtingit, quod minora impediměta contraria ſortiatur, & cum eandem poſtea deſerit, ad aliam partem æquatoris tranſmigrãs terra ad ſuam qualitatem reddit, maiori cum impetu, eo modo, quo res in motibus localibus naturalibus, qui etiam terminos ſibi pręfixos, & conſtitutos excedunt, hinc etiam hyeme fit glacies, ex calefacta prius aqua, quæ durior poſtea eſt atque frigidior alia. Aeſtas etiàm quæ ſequitur hyemem valde frigidam, non erit admodum calida, quia Sol inueniens contrarium naturale valde potens, non tam facile illud pellere poteſt, vnde etiam ſi in Geminis, Cancro, & Leone, moram trahat, non ſufficit tamen ut magnum calorem imprimere poſſit. Vnde ſequitur duas æſtates quarum una ſequatur aliam, in eodem loco, uehementi calore prædictas eſſe non poſſe, quemadmodum nec duas hyemes exceſſiuo frigore, remotis tamen accidentibus uentorum, pluuiarum, & niuium.

QVOD MALE SENSERIT NICOLAVS TARTALEA CIRCA ATTRACTIONEM MACHINÆ TORMENTALIS.

AD EVNDEM.

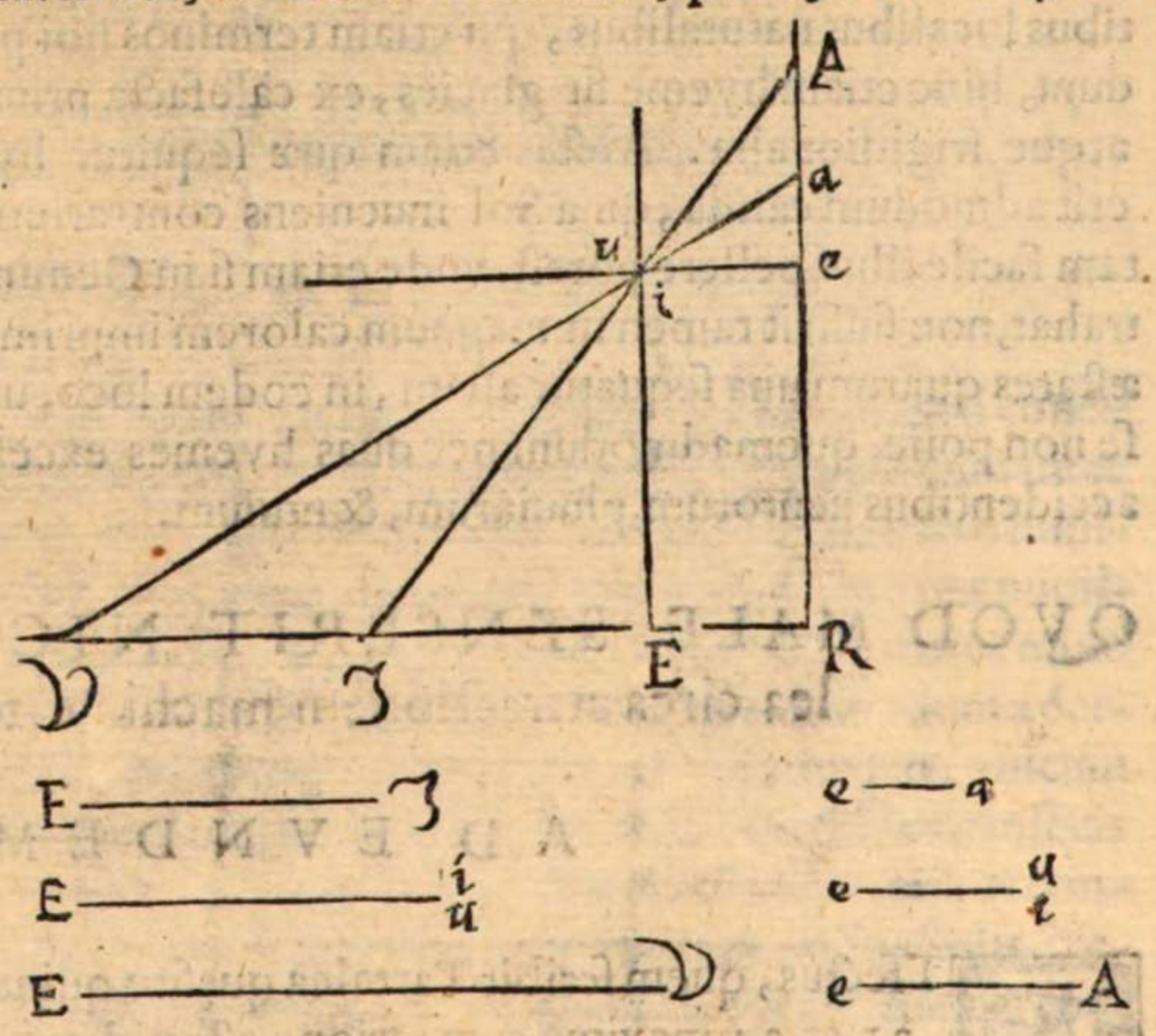
EFfectus, quem ſcribit Tartalea quęſito quinto primi lib. necnon quæſito 21. et. 24. maxima cum ratione eſſe uidetur, non tamen ea quam ipſe in quinto profert, quia uerum non eſt, vt quanto aliquid fit calidius, tãto uehementius attrahat, eo quod ſi etiam huiuſmodi res, in eodem calore, in quo ſemel reperitur, firma maneret; neque attraheret, neque aliquid impelleret. Nam dum aliquod corpus calefit, dilatatur, & per conſequens circumcirca undiq; trudit, & partes uaſis debiliores cedunt. dum uerò dictum corpus refrigeratur, reſtringitur, & dum in unum cogitur, ſi reperiatur in uaſe, quod aer, aqua, aut aliud aliquod corpus ingredi nequeat, dictum uas à quo circundatur frangit, ne aliqua pars loci uacua remaneat, ſed ſi aliquod corpus ingredi poteſt, illud ipſum ad ſe attrahit, quemadmodum uidere licet in cucurbitulis. Vnde ſequitur eam propoſitionem, qua dicitur, calidi eſt attrahere, ueram non eſſe, quia ſi hoc fieret, quanto aliquid calidus efficeretur, tanto magis attraheret, & èconтra, cum tamen planè contrarium appareat, cum quanto magis aliquid calefit, tanto uehementius impellat, & quanto magis frigefit, tanto plus attrahat. Quapropter uerius dicemus, frigidi eſſe attrahere, calidi uerò expellere, quamuis per accidens. Ex quo ſequitur, ut quanto calidior facta fuerit materia aliqua, aliquo loco determinata, redeundo poſtea ad ſuam priorem frigiditatem, tanto minori loco indigeat, ſimiliter etiam è conuerſo accidit, ut quanto frigidior repitur talis materia, tanto maiori loco, poſtea

ſtea egeat ipſa ualde calefacta. Quod Tartalea in quinto quęſito non animaduerterat.

Solutiones aliqua, circa altimetriam.

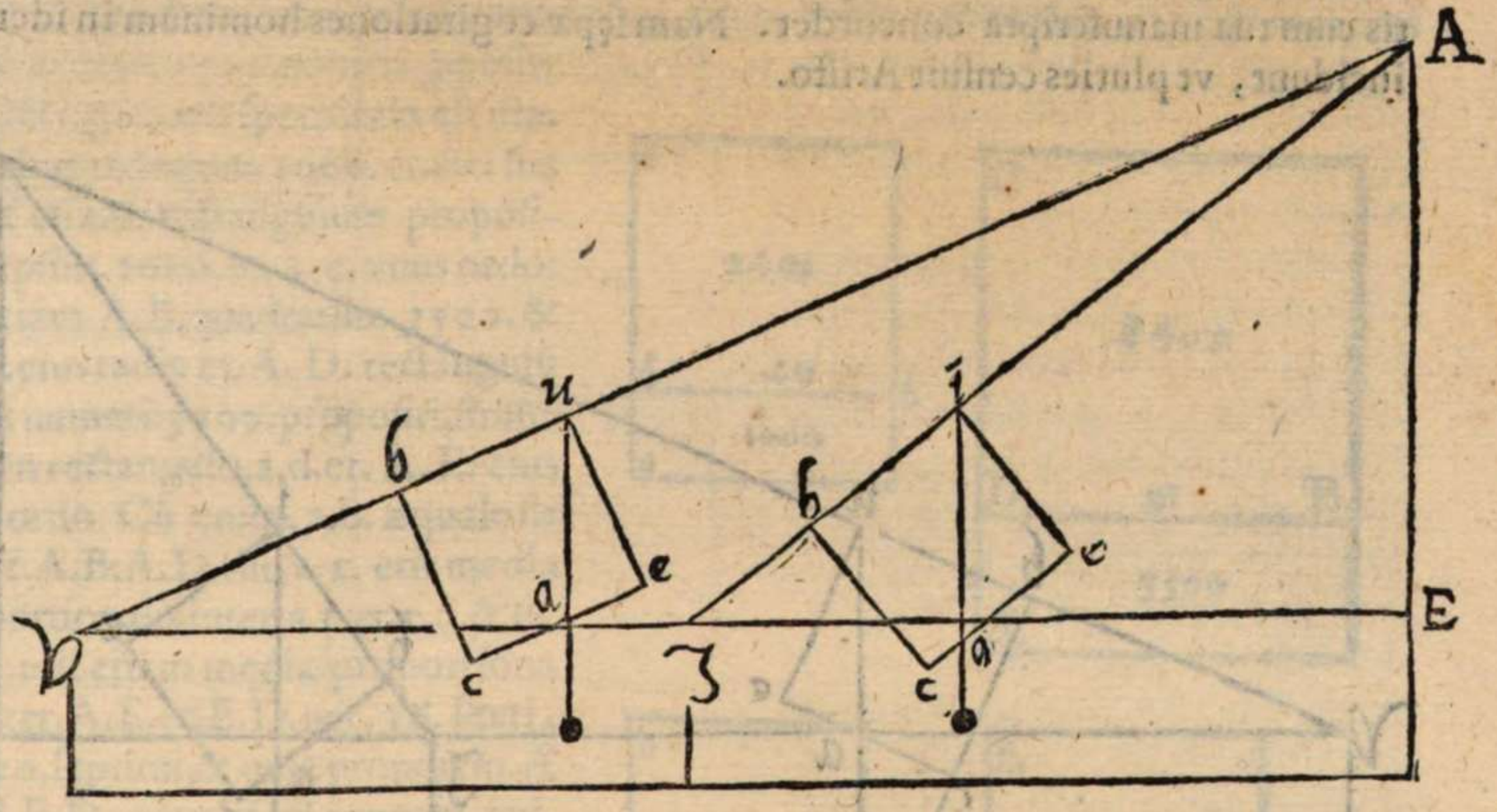
AD EVNDEM.

TVas literas accepi, tuasq; dubitationes conſideraui, quas quidem non inutiles inueni, quo uerò ad primam, dico te oportere illud Theorema ſpeculari ordine huiuſmodi methodi, uidelicet quod quotieſcunq; habuerimus angulũ aliquẽ cuiuſuis amplitudinis, puta. A.R. V. cuius duo latera. R. A. et. R. V. indeterminata intelligantur, ſi ab aliquo puncto inter ipſas poſito, puta. u. quod etiam uocetur. i. ducte fuerint. 4. lineę ipſis dictis lateribus, hac ſcilicet cõditione, qđ duę ex dictis. 4. ſint parallelę ipſis laterib⁹, puta u.e. et. u. E. reliquę uero duę ſeccent ipſa latera, ut V. u. a. et. I. u. A. Dico nunc proportionem. e. A. ad. e. a. eandem eſſe, quę. E. V. ad. E. I. Nam ſcimus proportionem E. i. ad. E. i. eandem eſſe quę e. i. ad. e. A. ex ſimilitudine triangulorũ, ſimiliter ꝓportionẽ. E. u. ad. E. V. eãdẽ quę e. a. ad. e. u. quare aggregata ex iſtis erunt inuicem ęqualia, uel ſi mauis ex ęqua proportionalitate, quod idem eſt, ita ſe habebit. E. I. ad. E. V. ut. e. a. ad. e. A.

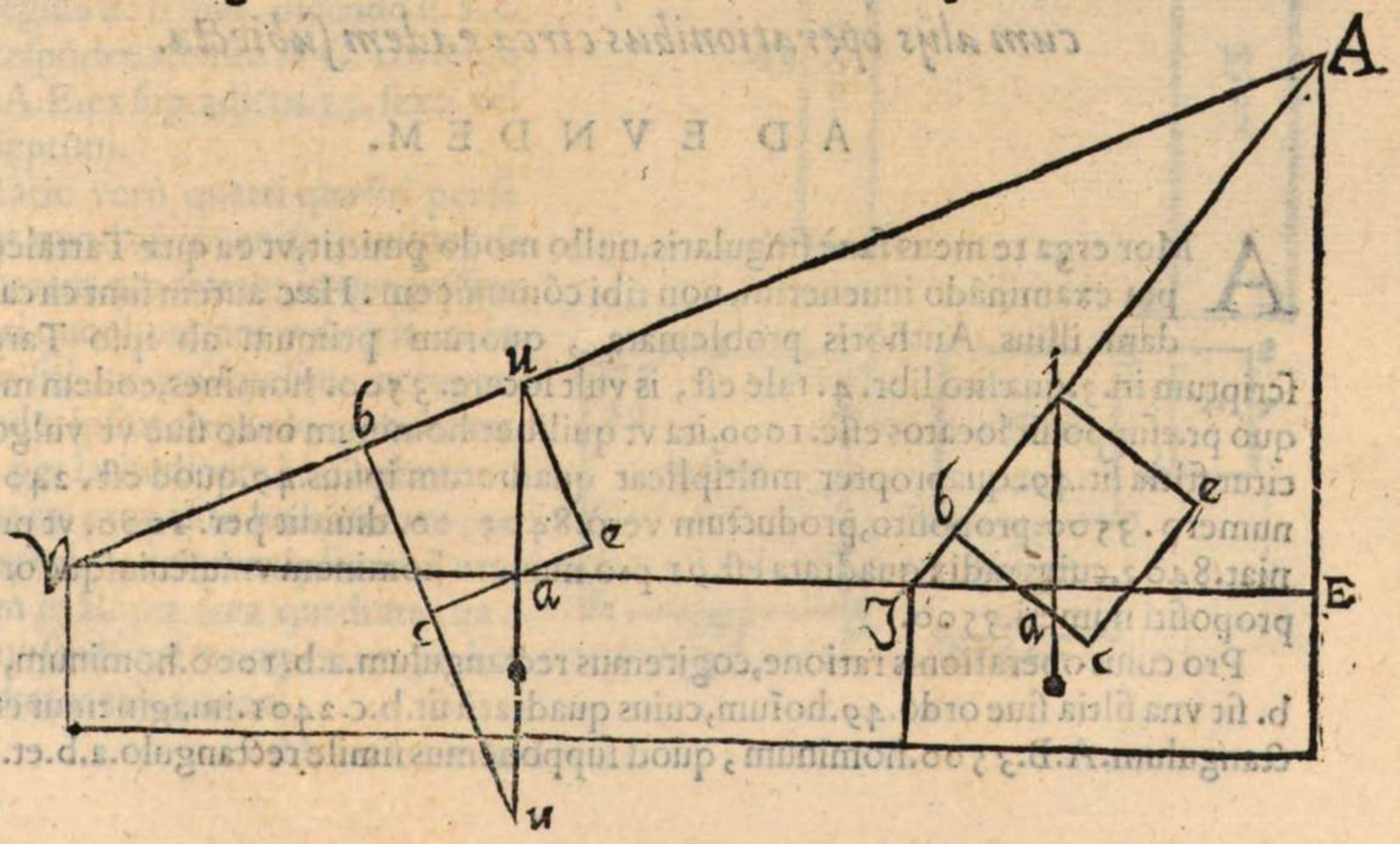


Suppoſito nunc plano orizontali. V. E. Altitudineq; inacceſſibili. A. E. Duę uerò ſtationes oculorum ſint. V. et. I. lineę autem uiſuales ſint. V. A. et. I. A. Et quadratum geometricum ſit. b. e. Supponatur nunc pro prima dubitatione, quod in ambabus ſtationibus filum perpendiculare ſeccet latus. e. c. non autem. b. c. (nam quando in ambabus ſtationibus filum ſecat latus. b. c. nullum tibi dubium oritur, imo manifeſtè patent partes lateris. b. c. terminatas à. b. & à filo proportionales eſſe. V. E. & I. E. ſumpto. E. pro. b. et. I. V. pro punctis ſecatis à filo, ex euidẽti ſimilitudine triangulorum quadrati cum triangulis. A. E. V. et. A. E. I.) Sed cum in preſenti caſu reperiatur triangulum. u. e. a. minus, in ſtatione remotiori, ſimile triangulo maiori. V. E. A. & triangulum maius. i. e. a. proximioris ſtationis, ſimile triangulo minori. I. E. A. (quod in alio iam dicto, caſu non accidit, ut unum triangulorum, minus ſcilicet, ſimile ſit uno triangulorum, maiori ſcilicet & è conuerſo) Non omnino abſque ratione dubitas quo pacto fieri poſſit ut. a. e. remotioris ſtationis ad. a. e. propinquioris ita ſe habeat quemadmodum. I. E. ad. E. V. Quapropter ſi precedentem figuram diligen-

genter inſpexeris, omnis tua dubitatio euaneſcet. in qua figura apertè vi debis correſpondentiam talium triangulorum inter ſe, nec magis, nec minus quam in infraſcripta hic figura cernere licet, quamuis in hac, triangula quadrati, ſeparata ſint ab imaginarijs. A.E.V. et. A.E.I. in ſupradicta vero coniuncta, & inuicem communican tia in puncto. u.i. quod quidem nihil refert. Dempta igitur. a.e. minori ex. a. e. maiori, reliquum ita ſe habebit ad. a. e. minorem, vt, V. I. ad. I. E. quod nunc tibi clarè patebit. Vnde ex te poteris ordinem operationis proſequi, vt in cognitionem peruenias ipſius. I. E. ipſius. A.E. & ipſius. I. A. vel. V. A.

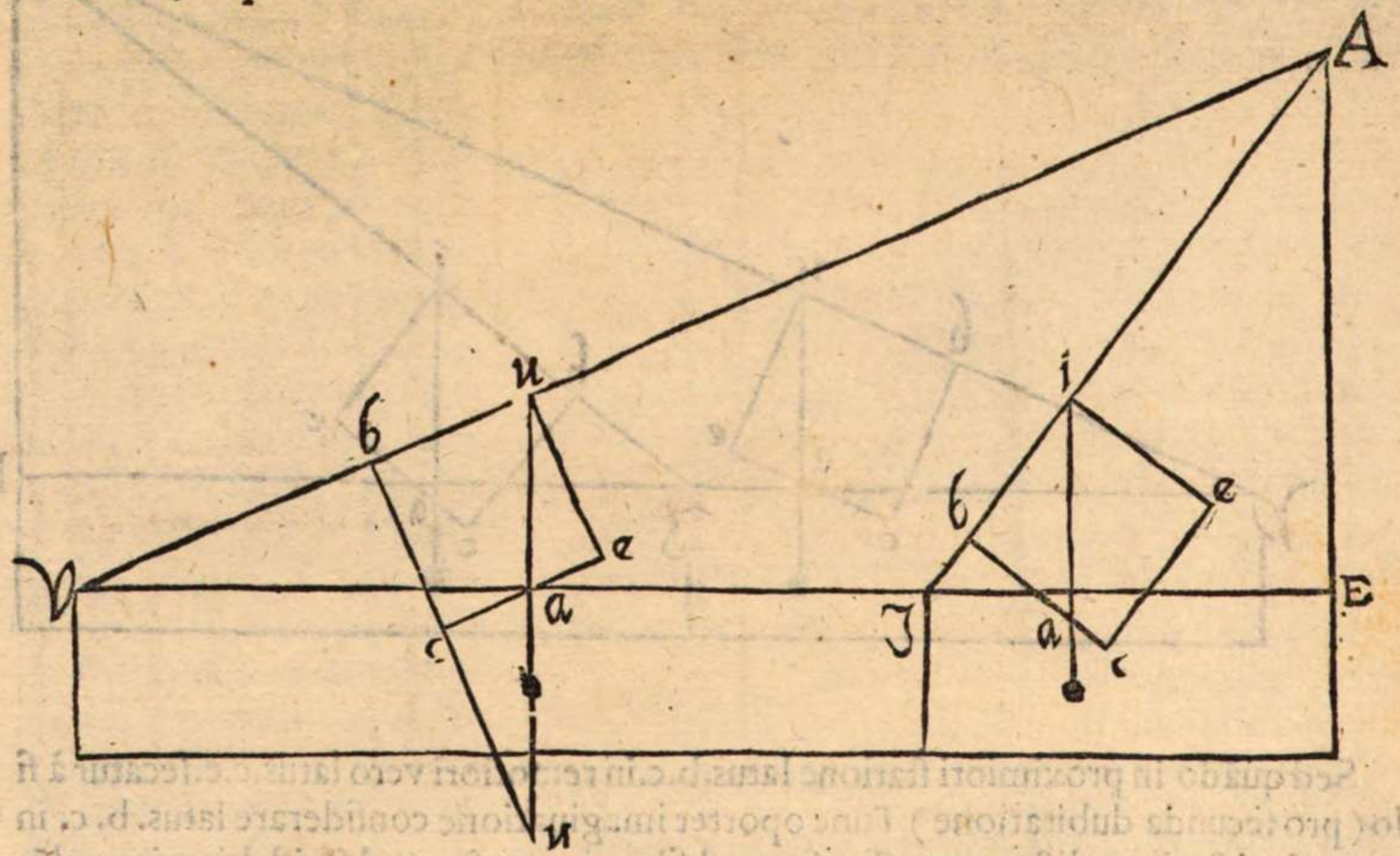


Sed quãdo in proximiori ſtatione latus. b.c. in remotiori vero latus. c.e. ſecatur à filo (pro ſecunda dubitatione) Tunc oportet imaginatione conſiderare latus. b. c. in remotiori ſtatione diſtentum eſſe vſque ad filum in puncto. n. vbi videbis triangulũ. u.b.n. ſimile triangulo. A.E.V. ita vt. i.b.a. ſimile ſuo. A.E.I. reperitur, vbi tam in vno



quam in altero.i.b.et u.b.correſpondebit ipſi.A.E.et.b.n.ipſi.E.V. et. b.a. ipſi. E. I. quapropter iubeo, vt quæras quantum ſit latus.b.n.ex regula de tribus, dicens ſi.a.e. tribuit mihi.e.u.quid mihi dabit.u.b?eo quod.a.e.u.ſimile eſt.u.b.n. reperto autem latere.b.n.ex quo dempto.b.a.breuioris diſtantię,reſiduum reſpondebit ipſi.I. V.vt ſcis, vnde proſequendo operationem tibi cognitam, obtinebis intentum, hoc eſt co gnoſces reliqua interualla. Nihil enim miror demonſtrationem Tartaleæ circa hu iuſmodi operationem te minime ſatisfeciſſe.

Quod autem quarta propoſitio illius ſcriptoris, de quo nuper mecũ locutus es,vt mihi dixiſti,tua ſit, hoc enimego,nec affirmare, nec negare audeo, quamuis in mul tis cum tua manuſcripta concordet. Nam ſępæ cogitationes hominum in idem co-incidunt, vt pluries cenſuit Ariſto.



Demonſtrationes quorundam problematum Nicolai Tartaleæ cum alijs operationibus circa eadem ſubiecta.

AD EVNDEM.

AMor erga te meus ſanè ſingularis,nullo modo ꝓmittit,vt ea quæ Tartaleę ſcri pta examinãdo inuenerim, non tibi cõmunicem. Hæc autem ſunt circa quæ dam illius Authoris problemata, quorum primum ab ipſo Tartalea ſcriptum in.3.quæſito libr. 4. tale eſt, is vult locare. 3500. homines,eodem modo, quo præſupponit locatos eſſe. 1000.ita vt quilibet hominum ordo ſiue vt vulgo di-citur filtia ſit.49. quapropter multiplicat quadratum ipſius.49.quod eſt. 2401. cũ numero. 3500.propoſito,productum verò.8403500. diuidit per. 1000. vt proue-niat.8403.cuius radix quadrata eſt.91.pro numero hominum vniuſcuiuſque ordinis propoſiti numeri.3500.

Pro cuius operationis ratione,cogitemus rectangulum.a.b. 1000.hominum, et.d. b. ſit vna filtia ſiue ordo.49.hoĩum,cuius quadratũ ſit.b.c.2401.imaginemur etiã re ctangulum.A.B.3500.hominum, quod ſupponemus ſimile rectangulo.a.b.et.B.C.

ſit

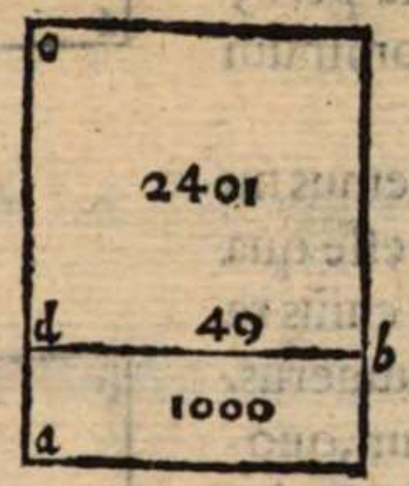
sit quadratum ipsius. D.B. Nunc supponendo. A.B. simile. a.b. clarum erit ex diffinitione similium figurarum, quod eadem proportio erit. A.D. ad. D.B. quę. a. d. ad. d. b. hoc est. A.D. ad. D.C. vt. a. d. ad. d. c. hoc est. A.B. ad. B.c. vt. a. b. ad. b. c. ex prima sexti, vel. 18. seu. 19. septimi, tunc cum dixerimus si. a. b. ita respondet ad. b. c. ergo. A. B. correspondet etiam ita ad. B. C. quare ex regula de tribus rectè fit multiplicando. A.B. per, b.c. productum verò diuidendo per. a.b. ex. 15. sexti vel. 20. septimi, cuius prouentus radix quadrata erit quod quærebatur.

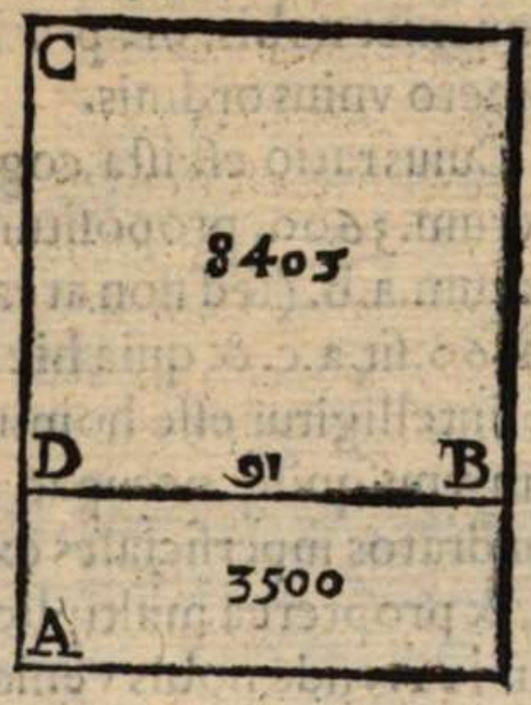
Sed aliter idem posse fieri speculatus sum, hoc est multiplicando numerum. 49. ordinis. 1000. hominum cũ radice quadrata numeri. 3500. propositi, productum verò diuidere per radicem quadratam ipsius. 1000. vnde prouentus. 91. erit numerus vnius ordinis. 3500. numeri ꝓpositi.

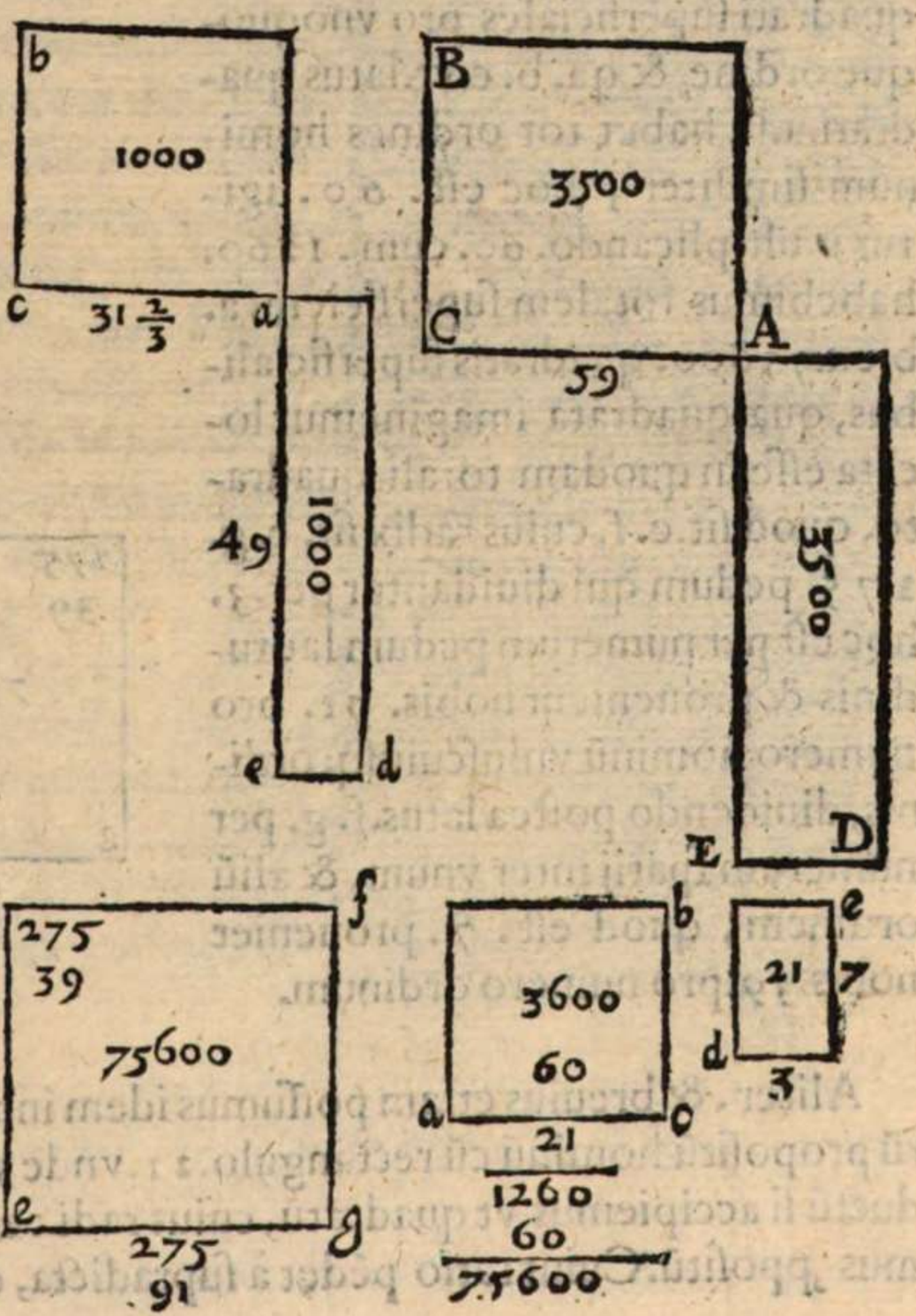
Cuius ꝓpationis speculatio est ista. Sit. a.b. quadratum. 1000. et. a.c. sua radix et. a.d. rectangulum propositum ipsius. 1000. et. a. e. vnus ordo. Sit etiam. A.B. quadratum. 3500. & A.C. eius radix et. A. D. rectangulũ ipsius numeri. 3500. propositi, simile tamen rectangulo. a.d. et. A. E. eius vnus ordo Cũ enim. a.b. æquale sit a.d. et. A.B: A.D. tũc. a. c. erit media proportionalis inter. a. e. et. e.d. & sic A.C. erit etiam media proportionalis inter. A.E. et. E.D. per. 16. sexti, seu. 20. septimi, & quia proporrio. A E. ad. E.D. æqualis est proportioni. a.e. ad. c.d. cum. A.D. supponatur simile. a.d. ergo proportio. A.E. ad. A C. ęqualis erit proportioni. a.c. ad. a. c. quę medietates sunt totorũ æqualium, rectè igitur fiet si procedamus ex regula de tribus, dicendo si. a. c. correspõdet. a.e. tùc. A.C. correspõ det. A.E. ex supradictis. 15. sexti. vel 20. septimi.

Ratio verò quarti quæsiti per se patet, quod est inuenire pauimentũ seu aream quadratam, in qua possint locari quot homines volueris, ita inter se siti, ut vnusquisque occupet. 7. pedes ipsius areę in longitudinem et. 3. per latitudinem à lateribus.

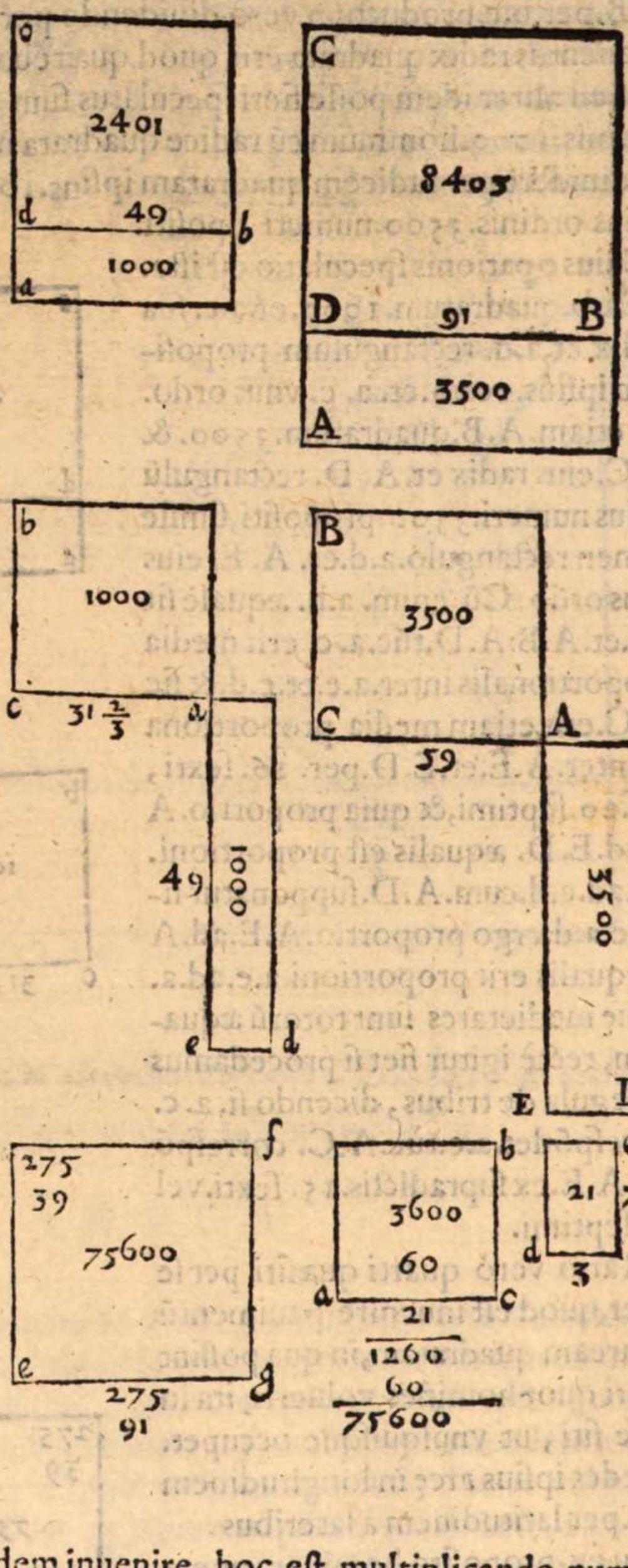
Seu ex proposito hominum numero inuenire numerum ipsorum locabilem in aliqua area quadrata, ita, vt vnusquisque occupet. 21. pedes quadratos ipsius areæ.







Sed aliter idem fieri posse inueni, hoc est multiplicãdo radicem quadratam propositi numeri hominum per. 21. & productum item multiplicando per eandem radicem, & huiusmodi producti radicem diuiden do per. 3. vnde prouentus esset numerus hominum vnius ordinis. Exẽpli gratia proponuntur. 3600. homines, multiplicabimus huiusmodi numeri radicem quadratam hoc est. 60. per. 21. hoc est per productum quod fit ex. 7. cũ 3. & resultabit nobis. 1260. quod si multiplicabitur, per. 60. hoc est per eandem radicem, resultabit nobis. 75600. cuius producti radix quadrata est ferè. 275. qua diuisa per. 3 proueniet nobis. 91. pro hominum numero vnius ordinis.



Cuius ratio est ista, cogitemus numerum. 3600. propositum esse quadratum. a. b. (sed non areæ) cuius radix. 60. sit. a. c. & quia hic numerus. 60. intelligitur esse hominum, quorum vnusquisq; occupat. 21. pedes quadratos superficiales ex supposito, & propterea multiplicatur, 60. cum. 21. vnde nobis veniat. 1260. quadrati superficiales pro vnoquoque ordine, & qa. b. c. vt. latus quadrati. a. b. habet tot ordines hominum similiter, hoc est. 60. igitur multipliçando. 60. cum. 1260. habebimus totalem superficiem. a. b. ex. 75600. quadratis superficialibus, quæ quadrata imaginemur locata esse in quodam totali quadrato, quod sit. e. f. cuius radix sit. e. g. 275. pedum qui diuidantur per. 3. hoc est per numerum pedum latitudinis & prouenient nobis. 91. pro numero hominũ vniuscuiusq; ordinis, diuidendo postea latus. f. g. per numerum spatij inter vnum, & aliũ ordinem, quod est. 7. proueniet nobis. 39. pro numero ordinum.

Aliter, & breuius etiam possumus idem inuenire, hoc est multiplicando numerũ propositũ hominũ cũ rectangulo. 21. vnde veniet nobis ꝓ ductũ. 75600 quod productũ si accipiemus vt quadratũ, cuius radix erit. 275. quæ diuidatur ꝑ. 3. habebimus ꝓpositũ. Cuius ratio pẽdet à supradicta, eo qđ loco multiplicãdi. a. c. (hoc est. 60.) per

60.)per.21.deinde productũ etiam multiplicare per.b.c. (hoc eſt. 60.) breuius erit multiplicare totum numerum.3600.per.21.cętera verò facere, vt diximus.

Sed vnaquæq; iſtarum operationum, aliquid imperfectionis patitur, eo quod cũ aliquis cuperet quadratum perfectum ſuperficiale habere,abſq; aliquo defectu, vel exceſſu,aliquid aliud adhuc facere oporteret, hoc eſt, inuentum cum fuerit quadratum.e.f.cum ſuis radicibus.e.g.et.g.f.pedum.275.vnaquaque, vt in dicto exemplo factum eſt, oportebit numerũ quærere minorem ipſo.275. ſed proximiorem menſurabilem ab.3.& ab.7.quod facilè fiet ſi diuiſerimus.275.per. 21. detrahendo fracta diuiſionis ab ipſo.275.quæ quidem fracta in hoc exemplo ſunt.2. vnde remanebit.273.pro numero laterum quadrati ſuperficialis, in quo poſſent locari.3549.homines,eo ordine quo ſupra dictum eſt, quorum ſcilicet vnuſquiſque obtineat. 21. pedes ſuperficiales.

DE INTERVALLIS MVSICIS.

Cypriano Rorè Muſico celeberrimo.

OPINIO Hectoris Euſonij Cypriane mi dilectiſſime,vera non eſt,quod aliquis rectè poſſit intelligere rationes conſonantiarum muſicæ, abſque cognitione illarum mediante ipſo ſenſu, imo nemo pót calere theoriã muſices, niſi aliquo mó verſatus ſit in praxi. Qũo enim cognoſci poterũt quid nam ſint diapaſon, diapente, diateſſeron,ditonus, ſemiditonus, hexacordum maius, aut minus, & conſonantiæ ex ijs cum diapaſon compoſitæ, abſque earum praxi? vnde ſequetur neq; etiam cognoſci poſſe interualla diſſonantia. Et purus practicus non intelliget quid ſit octaua, quinta,quarta, tertia maior, tertia minor, ſexta maior, ſexta minor, decima maior, decima minor, vndecima, duodecima, decimatertia maior, aut minor, aut decimaquinta, & aliæ, ita vt ad comparandam perfectionem muſicæ neceſſarium ſit, & thęoriam & praxim addiſcere. Cum pręterea Ludouicus Folianus apertè monſtrarit (etiam ſi id a diatonico ſintono Ptolomei deſumpſerit) reperiri duos tonos, maiorem,& minorem, ideſt ſeſquioctauum, & ſeſquinonum, & tria ſemitonia, maius, minus, & minimum, ideſt ſeſquiquintumdecimum, qui eſt maius, ſeſquiuigeſimumquartum ideſt minimum, & mediocre, vt. 27. ad. 25. quæ proportio ſuperbipartiens vigeſimaſquintas appellatur, & cum cognouerit ſemiditonum conſonantem eſſe ſeſquiquintum, ditonum ſeſquiquartum, & hexachordum minus, vt.8.ad.5. quæ proportio dicitur ſupertripartiens quintas,& hexachordum maius, vt.5.ad.3.hęc autem vocatur ſuperbipartienstertias; omnium ſimplicium conſonantiarum cognitioni, extremam impoſuit manum. Et quia tibi etiam oſtendere promiſi in modulationibus

hæc

hæc omnia interualla ſeruari, ideo ad te mitto ſeptem hic ſubſcripta exemplá, in quorum primo, & ſecundo, inter dieſim, et.b. in ſuperiori, agnoſces interuallum minimi ſemitonij, & ſi ibi ſit dieſis, tanquam terminus ad quem, et. b. tanquam terminus à quo: quod autem inter dieſim et.b. ſit ſemitonium minimum, facilè agnoſces ſi ſubtraxeris decimã minorẽ à maiori, quã facit ſuperius cũ inferiori, ideſt cũ baſſu.

Qua quidem modulatione tu etiam vſus es in cantilena illa, quæ Galica lingua incipit. Hellas comment. Eadem, ego quoque in meis cantilenis latino ſermone compoſitis, quæ Moreta vocantur aliquando vſus ſum.

Sed in tertio exemplo inuenies ſemitonium maius, neceſſariò genitum in ſuperiori, ſi ſextam maiorem cum baſſu efficere volueris, quia tenor, à ditono cum ſuperiori ad diapentem, & ad vniſonum cum baſſu procedit, vbi quieſcit, progrediendo poſtea baſſus ad ſemiditonum cum tenore, tunc ſi à proportione huius ſeptimæ, quæ eſt vt. 9. ad. 5. hoc eſt ſuperquadripartiensquintas demptum fuerit hexachordum maius, ſeu ſexta maior, quæ eſt vt. 5. ad. 3. remanebit proportio. 27. ad. 25. quæ maior eſt quam. 32. ad. 30.

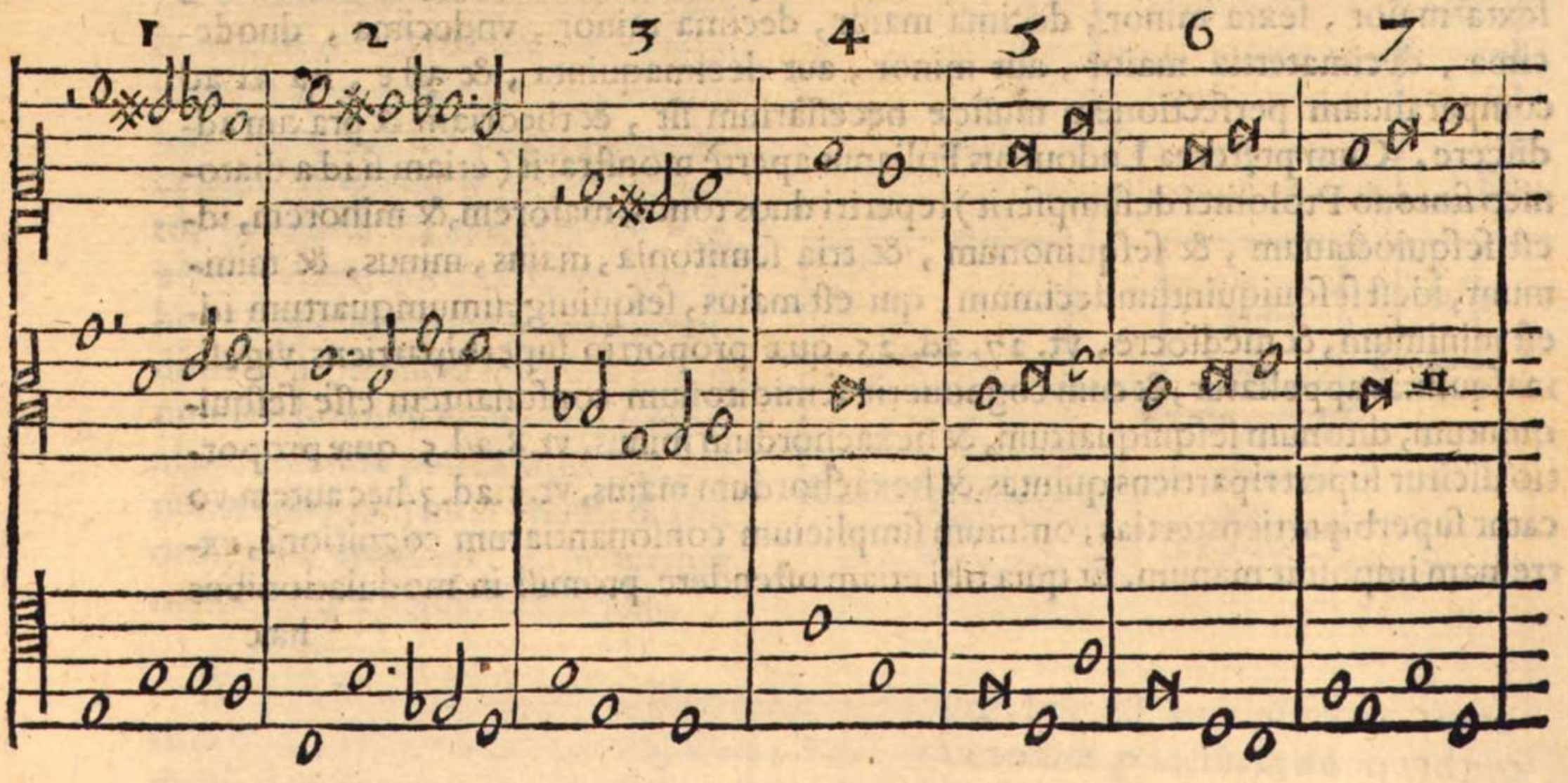
In quarto exẽplo habebis ſemitonium minus in ſuperiori, quod quidem remanet ex ſubtractione ditoni cõſonãtis ab diateſſaron cõprẽhenſa à ſuperiori cum tenore.

In quinto exemplo videbis tonum minorem, & tonum maiorem ſucceſſiuè vnum poſt alium in tenore, detrahendo primo ſemiditonũ à diateſſaron, quod ſuperius facit cum tenore, vel detrahendo diapente ab hexachordo maiori, quod facit tenor cum baſſu, vnde remanet tonus minor ſeſquinonus, detrahendo poſtea diateſſaron à diapente, quod ſuperius facit cum tenore, remanebit tonus maior ſeſquioctauus.

In ſexto exemplo deinde videbis tenorem aſcendere per duos tonos minores ſucceſſiuè vnum poſt alium in tenore, ſi dẽpſeris ſemiditonũ à diateſſaron cũ ſuperiori.

In. 7. exẽplo demum videbis ſuperiorẽ aſcendere per duos tonos maiores ſucceſſiuè vnũ poſt aliũ, ſi dempſeris diateſſaron à diapente, quod facit tenor cũ ſuperiori.

De

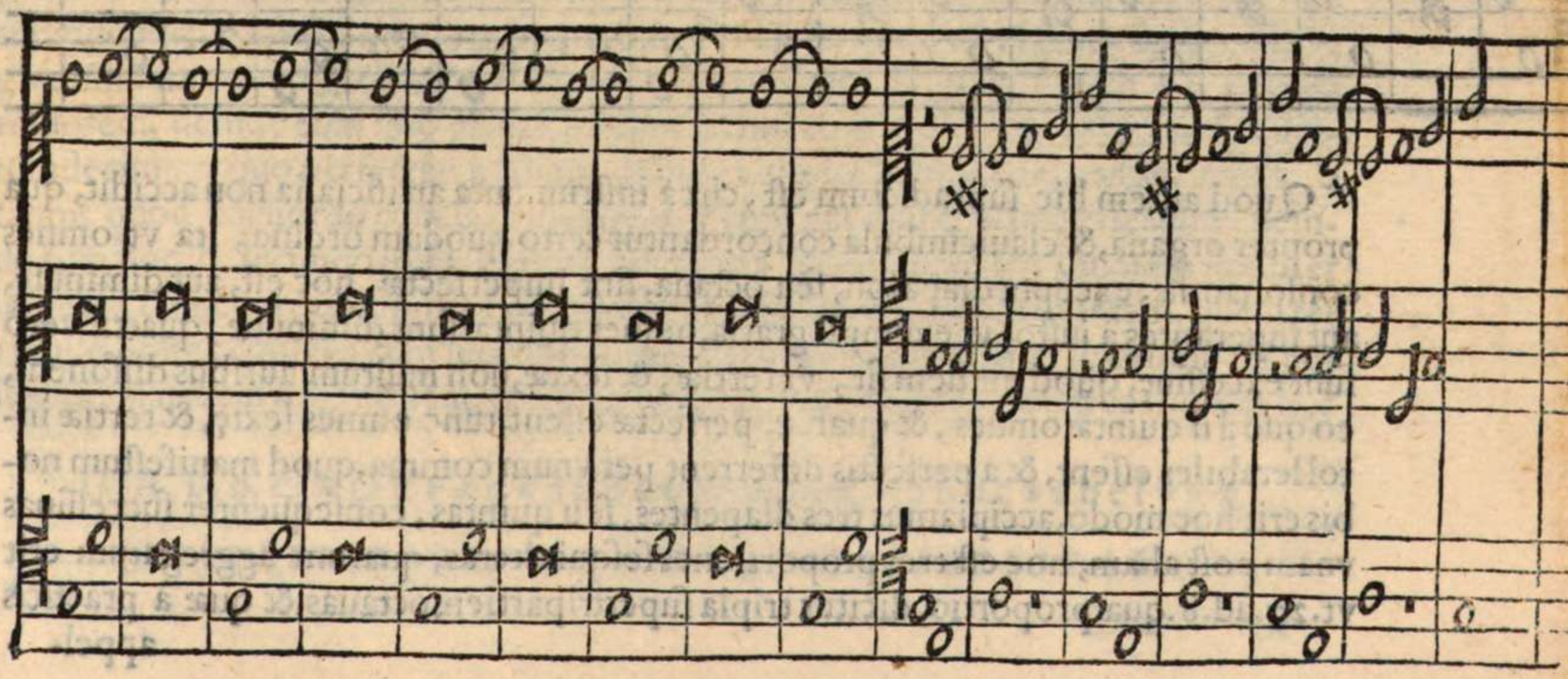


De eodem ſubiecto.

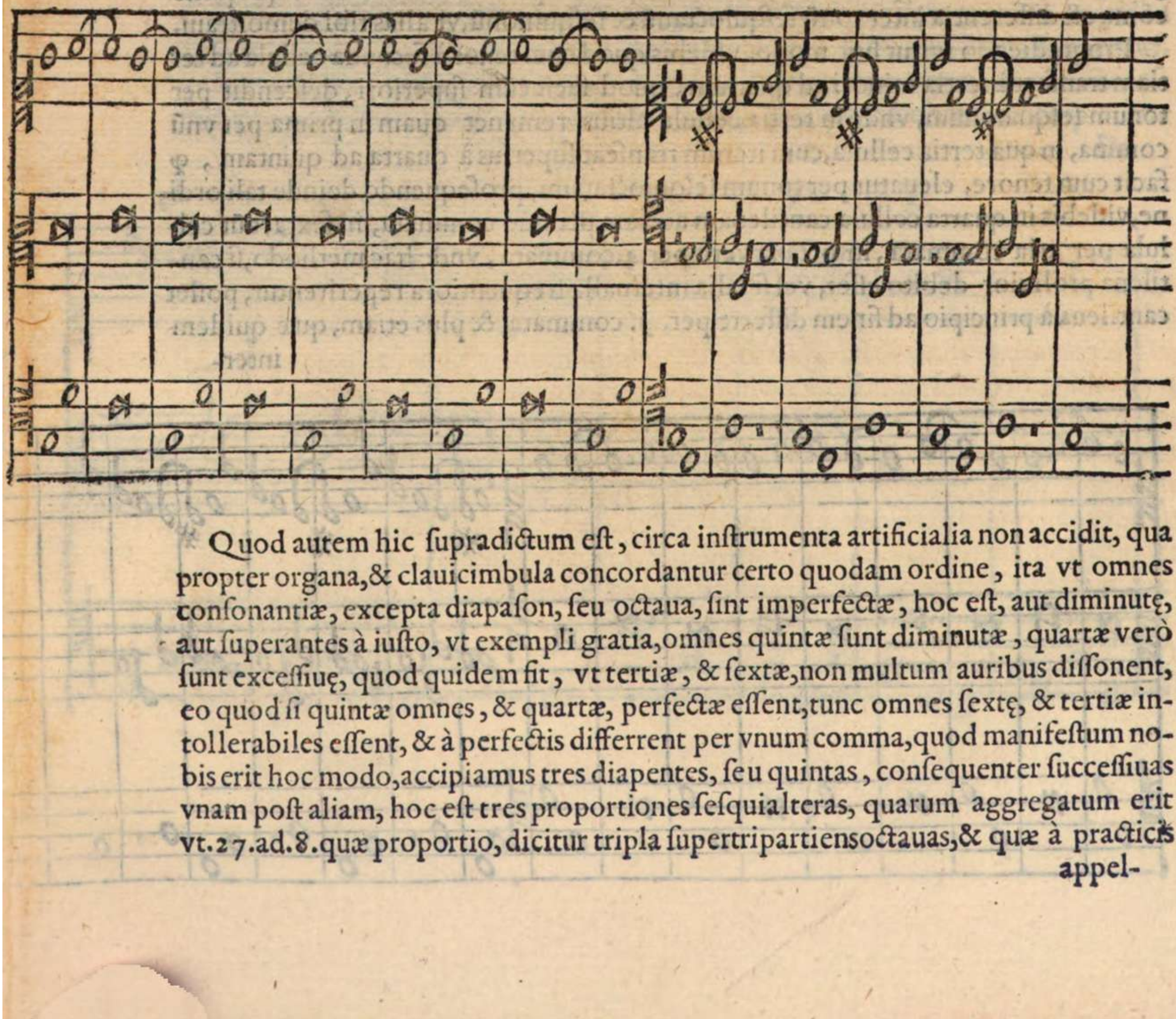
AD EVNDEM.

QVod aliàs tibi dixi, verum eſt, quod neceſſarium nullo modo ſit, vt modulando, deſinat cantilena in eodem tono (quod Græci phthongum appellant) à quo incępit. immo neceſſariò ſemper ferè, altius, aut depræſſius terminatur, per differentiam alicuius interualli æqualis, vel multiplicis ipſi comma ti ſeſquioctuageſimæ, quod quidem comma, quamuis cantabile non ſit, inſenſibiliter tamen generatur, & toties ab aliqua parte ipſius cantilenæ poſſet dictũ comma generari, verſus acutum, vel graue, quod in fine ipſius cantilenę, vocis phtongus reperiatur diſtans à primo per interuallum alicuius toni ſeſquinoni, ſeu ſeſquioctaui plus, minúsue, vt in ſubſcripto exemplo clarè videre potes in prima figura, vbi ſuperius à.g. primę cellulæ ad.g. ſecundæ, intereſt vnum cõma, eo quod progrediens ſuperius in prima cellula ipſius cantilenæ à quarta ad quintam cum tenore, aſcendit per tonum ſeſquioctauum, à prima cellula deinde ad ſecundam, tenor aſcendit ſimiliter per tonum ſeſquioctauum cum tranſeat à quinta ad quartam, quod facit cum ſuperiori, in ſecunda cellula poſtea, cum ſuperius deſcendat à maiori ſexta ad quintam, quod facit cum baſſu, ſeu à quarta ad tertiam minorem, quod facit cum tenore, tunc deſcendit per tonum ſeſquinonum, ita quod non reuertitur ad eundẽ phthõgum, vbi prius erat in prima cellula, ſed reperitur per vnũ cõma altius, qđ quidẽ cõma eſt differentia inter tonũ ſeſquioctauũ & ſeſquinonũ, vt alias tibi demõſtraui.

Progrediendo igitur hoc modo, videbis quod cum tenor à ſecunda cellula ad tertiam tranſeat à tertia minori ad quartam, quod facit cum ſuperiori, deſcendit per tonum ſeſquinonum, vnde in tertia cellula altius remanet quam in prima per vnũ comma, in qua tertia cellula, cum iterum tranſeat ſuperius à quarta ad quintam, q̃ facit cum tenore, eleuatur per tonum ſeſquioctauum, proſequendo deinde tali ordine, videbis in quarta cellula cantilenam auctam per duo commata, in ſexta, aũt cellula per tria commata, in octaua verò per.4. commata, vnde hac methodo, ſi cantilena prolixior debito eſſet, vel ſi talia interualla frequentiora reperirentur, poſſet cantilena à principio ad finem differre per. 9. commata, & plus etiam, quæ quidem inter-



interualla ſuperant tonum ſeſquinonum, & ſi eſſent. 10. commata ſuperarent tonum ſeſquioctauum, eo quod aggregatum ex. 9. commatibus continetur ſub iſtis duobus terminis hoc eſt. 1500946352969991 21. et. 1342177280000000000. quæ quidem proportio maior eſt proportione ſeſquinona, ſumma verò. 10. commatum continetur ſub. 1215766545905692880 1. et. 1073741824000000000000. quæ proportio maior eſt tono ſeſquioctauo, quod autem dico de aſcenſu cantilenæ, idem aſſero de eiuſdem deſcenſu, & hoc non tantum per interuallum illius commatis, quod eſt differentia toni maioris à minori, ſed etiam per illud quod eſt differentia ſemitonij maioris à minori, vt in ſecundo exemplo hic ſubſcripto videre eſt in deſcenſu cantilenæ per comma & comma, vt differentia inter ſemitonia maiora & minora, vbi in prima cellula diſcedens baſſus à quinta cum ſuperiori, & ab vniſono cum tenore deſcendens ad tertiam minorem cum ipſo tenore, facit cum ſuperiori ſeptimã maiorem, quæ eſt vt. 9. ad. 5. ſuperquadripartiensquintas ſcilicet, à qua diſcedens poſtea ſuperius, vt faciat cum baſſu ſextam maiorem, deſcendit per ſemitonium maius, à qua ſexta maiori deſcendens baſſus, & aſcendens per quartam, efficit cum dicto ſuperiori tertiã maiorem, à qua diſcedens ſuperius, vt efficiat quartam cum ipſo baſſu (qui quidem baſſus tranſit in tenorem) aſcendit per ſemitonium minus, differens à ſemitonio maiori per vnum comma, vnde cantilena remanet depreſſa per vnum comma. cum deinde idem faciat inter tertiam, & quartam cellulam, per aliud comma deſcendit, & ſic toties facere poſſet, vt poſtremo valde deprimatur cantilena à primo phthongo.



Quod autem hic ſupradictum eſt, circa inſtrumenta artificialia non accidit, qua propter organa, & clauicimbula concordantur certo quodam ordine, ita vt omnes conſonantiæ, excepta diapaſon, ſeu octaua, ſint imperfectæ, hoc eſt, aut diminutę, aut ſuperantes à iuſto, vt exempli gratia, omnes quintæ ſunt diminutæ, quartæ verò ſunt exceſſiuę, quod quidem fit, vt tertiæ, & ſextæ, non multum auribus diſſonent, eo quod ſi quintæ omnes, & quartæ, perfectæ eſſent, tunc omnes ſextę, & tertiæ intollerabiles eſſent, & à perfectis differrent per vnum comma, quod manifeſtum nobis erit hoc modo, accipiamus tres diapentes, ſeu quintas, conſequenter ſucceſſiuas vnam poſt aliam, hoc eſt tres proportiones ſeſquialteras, quarum aggregatum erit vt. 27. ad. 8. quæ proportio, dicitur tripla ſupertripartiensoctauas, & quæ à practicis

appel-

appellaretur tertiadecima maior, vt exempli gratia, esset gamaut cum secundo ela mi, tunc talis tertiadecima valde odiosa esset sensui auditus, à qua, si dempta fuerit diapason, seu octaua, remaneret quoddam hexachordum maius, seu sexta maior, auribus valde inimica, sub proportione. 13. ad. 8. sed hæc proportio differret à proportione superbipartientetertias pfecti hexachordi maioris, hoc est sextæ maioris consonantis, per proportionem sesquioctuagesimam, hoc est per vnum comma, quod quidem est etiam differentia aggregati trium sesquialterarum, à tertiadecima maiori consonanti, hoc est excessus proportionis triplę supertripartiētisoctauas, supra triplam sesquitertiam, quæ est summa ipsius duplę cum superbipartientetertias.

A tali summa igitur trium sesquialterarum efficitur tertiadecima maior dissonās excedens consonantem per vnum comma (cuius proportio est. 81. ad. 80.) quæ consonans continetur in proportione. 10. ad. 3. vt supra dixi

Hæc igitur est vera ratio, propter quam debemus comma distribuere in organis & clauicymbalis, cū ab aggregato trium quintarum producatur talis excessus supra perfectam, seu consonantem tertiamdecimam maiorem, quod quidem aggregatū, cum demptum fuerit à quintadecima, relinquet nobis tertiam minorem dissonantem, & mancam, per eundem excessum à consonanti. quæ quidem tertia minor dissonans subtracta à diapente seu quinta perfecta, relinquet nobis tertiam maiorem dissonantem, quæ consonantem excedit per eundem excessum commatis, & hæc demum tertia maior dissonans, dempta ex diapason, seu octaua, relinquet nobis hexachordum minus, hoc est sextam minorem dissonantem, & mutilam à consonanti per eundem excessum commatis. Vide ergo, quod cum exaggregato trium quintarum, generetur tale interuallum, necessarium sit illud diuidere per tres partes æquales, deinde ipsas distribuere, vt rectè docet Doctissimus Zarlinus, in libris de institutionibus musicæ. Quamuis nec ipse, nec alius (quod sciam,) vllam fecerit mentionem de huiusmodi commatis generatione, vt supra dixi, quod est differentia iam dicta, diuisibilis per tres partes æquales distributiuas, quæ à tribus quintis perfectis generatur, siue componitur, hoc est à tribus excessibus trium quintarum perfectarum supra tres quintas vtiles in ipsis dictis instrumentis.

Sed quia sensus auditus non potest exactè cognoscere debitam quantitatem excessus, vel defectus, intendendo vel remittendo chordas instrumentorum, ideo hāc viam sequutus sum.

Sit exempli gratia, hic subscriptus ordo lignorum tangentium seu pinarum incipiens ab. G. desinens ad. g. ita quod inter ipsos terminos sit ea consonantia quæ vocatur vigesimasecunda, quæro primum. b. inter. D. E. quod est nigrum ipsius Elami grauissimum, quod grosso modo facio consonans cum. G. grauissimum per sextam minorem, deinde cum ipso primo. b. ipsius Elami concordo suum octauum & quintumdecimum, quo perfectius possum, deinde accipio. b. molle secundum ipsius. b fabmi quod cōchordo cum. b. primo ipsius Elami per quintam imperfectam, deinde cum hoc. b. secundo ipsius bfabmi cōchordo secundum. f. per quintam similiter imperfectam, cum quo. f. postea cōchordo tertium. c. per similem quintam, quem tertium. c. postea confero cum secundo. b. ipsius elami, ita quod inter se consonent per sextam maiorem tolerabilem, & si sic inuenio, tunc nihil muto has tres chordas hoc

G. A. B. b. C * D E F * g * a b b c * d b e. f * g. * a b b c * d b e f * g *

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4.

eſt. b.ſecuudum ipſius bfabmi, f.ſecundum, et. c.tertium, ſed ſi dictum tertium. c. valde diſſonans eſſet cum. b. ſecundo ipſius elami, tunc ipſum. c.intendo, aut remitto,quo vſque aliquo modo ſit conſonans per ſextam maiorem aliquantulum exceſſiuam cum.b.ſecundo ipſius elami, cum quo poſtea.c.conſonare aliquantulum facio.f.ſecundum per quintam defectiuam, & cum hoc demum. b. ſecundum ipſius. bfabmi, quo facto concordo ſecundum.c.cum tertio per octauam, cum quo ſecundo.c.poſtea concordo tertium.g.per talem quintam, quod ipſum tertium.g.cum ſecundo.b.ipſius bfabmi conſonet tolerabiliter per ſextam maiorem aliquãtulum exceſſiuam,deinde cum iſto tertio.g.concordo tertium.d.per talem quintam, ita quod ipſum.3.d.concordet tolerabiliter cum.2.f.per ſextam maiorem exceſſiuam, poſtea cum hoc.3.d.concordo.2.d.per octauam perfectè, cum quo.2.d.poſtea concordo.3.a.per quintã,vt in alijs factum eſt,ita ut cũ.2.c.cõſonet talis ſexta maior, vt ſupra dictum eſt,cum quo.3.a.poſtea concordo.3.e.per quintam, vt dictum eſt, ita quod cum.3.g.faciat ſextam maiorem vt ſupra, poſtea cum hoc.e.concordo.2.e. per octauam,cum quo concordo.b.quadrum tertium per quintam,vt dictum eſt, ita quod cũ 2.d.faciat ſextam maiorem ſimilem alijs ſuperius dictis,cum quo.b.quadrato tertio concordo tertium nigrum ipſius.f.per quintam,ita quod cum.3.a.faciat ſextam maiorem,vt ſupra, deinde cum hoc concordo.2.f.nigrum per octauam, cum quo, per quintam concordo.3.c.nigrum ita quod cum.2.e.faciat ſextam dictam, demum cũ hoc concordo.4.g.nigrum per quintam, ita quod faciat cum.3. b. quadrato ſextam dictam,& ſic ad vltimam quintam peruenio, ſupra quod.g. nigrum nulla quinta amplius reperitur,poſtea cum iſtis chordis concordo per octauas omnes alias ab acutis ad graues.

G. A. B. b. C * D E F * g * a b b c * d b e. f * g. * a b b c * d b e f * g *

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4.

Valde etiam admiratione dignum eſt, quod perfectiores quæque conſonantiæ,ita in harmonica diuiſione ſibi inuicem conueniant, vt diapaſon cum diapente, cum diapaſondiapente,cum ditono, cum hexachordo maiori cum bisdiapaſon, cũ decimaſeptima maiori. Nam in ipſa diapaſon,harmonicè locantur diapente in parte grauiori,& diateſſaron in acutiori. In diapente verò harmonicè locantur ditonus in parte grauiori, & ſemiditonus in acutiori. In ditono harmonicè locantur tonus maior in parte grauiori, & tonus minor in acutiori. In hexachordo maiori, harmonicè locantur diateſſaron in parte grauiori, & ditonus in acutiori. In diapaſondiapente,harmonicè locantur diapaſon in parte grauiori, & diapente in acutiori. In bisdiapaſon, harmonicè locantur decima maior in parte grauiori & hexachordum minus in acutiori. In decimaſeptima maiori harmonicè locantur diapaſondiapente in parte grauiori, & hexachordum maius in parte acutiori. Ita quod tonus ſeſquioctauus in ditono,proportionalis eſt ipſi ditono in diapente. Tonus verò ſeſquinonus in ipſo ditono, proportionalis eſt triemitonio, vel ſeſquitonio ſeu ſemiditono (quod idem eſt) in diapente. Ditonus autem in diapente, proportionalis eſt ipſi diapente in diapaſon. Seſquitonus verò in diapente,proportionalis eſt diateſſaron in diapaſon. Et ſic de ſingulis. Ita quod tonus ſeſquioctauus in ditono, ditonus in diapente,diateſſaron in hexachordo maiori, diapente in diapaſon, diapaſon in diapaſondiapente, decima maior in bisdiapaſon, diapaſondiapente in decima-

ſeptima

ſeptima maiori, omnia ſibi inuicem ſunt proportionalia, idem etiam dico de reliquis partibus, cum relatæ fuerint ad ſua tota.

Nec alienum mihi videtur à propoſito inſtituto, ſpeculari modum generationis ipſarum ſimplicium conſonantiarũ; qui quidem modus fit ex quadam æquatione percuſſionum, ſeu æquali concurſu vndarum aeris, vel conterminatione earum.

Nam, nulli dubium eſt, quin vniſonus ſit prima principalis audituq́; amiciſſima, nec non magis propria conſonantia; & ſi intelligatur, vt punctus in linea, vel vnitas in numero, quam immediate ſequitur diapaſon, ei ſimillima, poſt hanc verò diapente, cæteraq́;. Videamus igitur ordinem concurſus percuſſionum terminorum, ſeu vndarum aeris, vnde ſonus generatur.

Concipiatur igitur mente monochordus, hoc eſt chorda diſtenta, quæ cum diuiſa fuerit in duas æquales partes à ponticulo, tunc vnaquæq; pars eundem ſonum proferet, & ambæ formabunt vniſonum, quia eodem tempore, tot percuſſiones in aere faciet vna partium illius chordæ, quot & altera: ita vt vndæ aeris ſimul eant, & æqualiter concurrant, abſque ulla interſectione, vel fractione illarum inuicem.

Sed cum ponticulus ita diuiſerit chordam, vt relicta ſit eius tertia pars ab vno latere, ab alio vero, duę tertię, tunc maior pars, dupla erit minori, & ſonabũt ipſam diapaſon conſonantiam, percuſſiones vero terminorum ipſius, tali proportione ſe inuicem habebunt, ut in qualibet ſecunda percuſſione minoris portionis ipſius chordæ, maior percutiet, ſeu concurret cum minori, eodem temporis inſtanti, cum nemo ſit qui neſciat, quod quo longior eſt chorda, etiam tardius moueatur, quare cum longior dupla ſit breuiori, & eiuſdem intenſionis tam vna quam altera, tunc eo tempore, quo longior vnum interuallum tremoris perfecerit, breuior duo interualla conficiet.

Cum autem ponticulus ita diuiſerit chordam, ut ab uno latere relinquantur duæ quintæ partes, ab alio verò tres quintæ, ex quibus partibus generatur conſonantia diapente; tunc clarè patet, quod eadem proportione tardius erit vnum interuallum tremoris maioris portionis, vno interuallo tremoris minoris portionis, quam maior portio habet ad minorem; hoc eſt tempus maioris interualli ad tempus minoris erit ſeſquialterũ; quare non cõuenient ſimul, niſi perfectis tribus interuallis minoris portionis, & duobus maioris; ita quod eadem proportio erit numeri interuallorum minoris portionis ad interualla maioris, quæ longitudinis maioris portionis ad longitudinem minoris; vnde productum numeri portionis minoris ipſius chordæ in numerum interuallorum motus ipſius portionis, æquale erit producto numeri portionis maioris in numerum interuallorum ipſius maioris portionis; quæ quidem producta ita ſe habebunt, vt in diapaſon, ſit binarius numerus; in diapente verò ſenarius; in diateſſaron duodenarius, in hexachordo maiori quindenarius; in ditono vicenarius, in ſemiditono tricenarius, demum in hexachordo minori quadragenarius: qui quidem numeri non abſque mirabili analogia conueniunt inuicem.

Voluptas autem, quam auditui afferunt conſonantiæ fit, quia leniuntur ſenſus, quemadmodum cõtra, dolor qui à diſſonantijs oritur, ab aſperitate naſcitur, id quod facilè videre poteris cum conchordantur organorum fiſtulæ.

DE IVSTITIA COMMVTATIVA.

Franciſco Ferrario Anciſæ Iuriſconſulto ſenatoriq; apud ſubalpinos grauiſſimo.

SAEPIVS inter nos dum oportunitas vicinarum ædium, & amoris mutui vis, ad familiaria trahunt colloquia ego de meis mathematicis, tu de tuis legibus, in quibus tractandis magnum tibi nomen comparaſti loquuti ſumus. Cum vero nonnunquam de mirabili iuſtitiæ commutatiuæ inſtitu to non ingratus incidiſſet ſermo, dixi modum, quo formam ſuam à proportionalitate arithmetica diſiuncta, & non a coniuncta deſumat, à nemine literis proditum eſſe, libet autem nunc per otium latius explicare. dixi enim à diſiuncta, & non coniuncta proportionalitate, quia in coniuncta, ſeu continua nullo pacto fieri poteſt talis commutatio, cum ſemper quatuor terminos ad minus tranſeat, vt nunc videbimus.

Exempli gratia, Petrus ex ſuis bonis tribuat Ioanni aliquid valoris quinquagin ta aureorum.

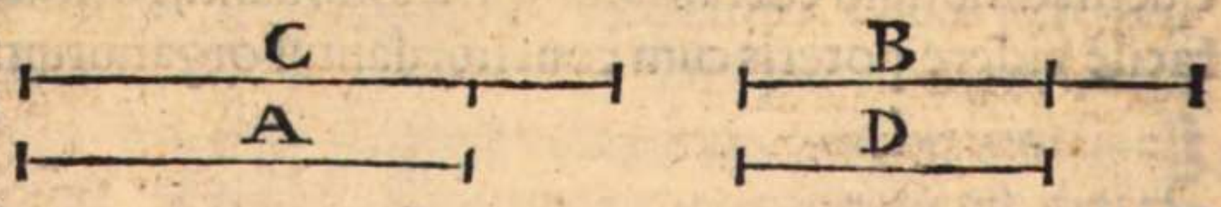
Vnde priuſquam Ioannes aliquid ex ſuis bonis retribuat Petro, bona ipſius Petri diminuta erunt per quinquaginta aureos, bona verò ipſius Ioannis, aucta totidem aureis.

Ecce nunc quo pacto conſtituti ſunt. 4. termini in proportionalitate aritmetica, per quos fit talis permutatio, ſed nondum æquata, niſi fiat æqualis retributio à Ioanne ad Petrum, vt videbimus.

Cogitentur itaque. 4. termini aritmeticè proportionales. C. A. B. D. Ita quod. A. mediante ſignificentur bona Ioannis. B. vero Petri, prius quam Petrus aliquid ex bonis ſuis tribuat Ioanni. Tunc Petrus ſecat partem vnam ex. B. eamq; dat ipſi Ioanni, vnde ipſi Petro remanet. D. Ioanni autem. C. quatuor igitur termini conſtituti ſunt. B. D. C. A. quorum. B. primus. A. quartus. C. uero tertius. D. aût ſecundus, ſed B. et. A. ſunt in ſua naturali mediocritate abſque defectu vel exceſſu ſui ipſius. Non ita tamen ſe habet. C. et. D. quia. D. deficit. C. autem excedit à ſua priori quantitate. Nihilominus iſti. 4. termini conſtituti ſunt in ipſa aritmetica proportionalitate, nam eadem quantitate qua. D. diminuta eſt à. B. eadem. C. aucta eſt ſupra. A.

Sed quia. B. et. A. tantummodo iuſti ſunt termini. C. uerò et. D. iniuſti, vt ad ſuam priorem æqualitatem reuertantur, oportebit ex. C. ſecare aliquam partem æqualis valoris ei, qua. C. ſuperat. A. vel qua. D. minor eſt. B. & ipſam partem addere ipſi. D. vt bona Petri reuertantur ad priorem ſuam quantitatem ipſius. B. & bona Ioannis remaneant æqualia. A. vt prius.

Quare neceſſarium non eſt, vt talis proportionalitas ſit coniuncta (vt inquit Euſtratius ſeu Michael Epheſius, ſuper quinto capite libr. quinti Ethicorum) tribus terminis contenta, imò oportet ut ipſa diſiuncta ſit, ut diximus, vbi non eſt neceſſe quod. A. æqualis ſit. B. aliquo modo.



DE

DE MOTV MOLAE, ET TROCHI, DE AMPVLlis aquæ, de claritate aeris, & Lunæ noctu fulgentis, de æternitate temporis, & infinito ſpacio extra Cœlum, Cœliq; figura.

Illuſt. Ioanni Paulo Capræ Nouarienſi Sabaudiæ Ducis hoſpicij Magiſtro, viro ingenij præſtantia, & morum candore, non minus quam familiæ nobilitate conſpicuo.

SI vera eſſet animorum illa tranſmigratio quam ſibi Italicæ ſapientiæ Pater Pythagoras effinxerat, tuam, meamq; exiſtimarem animam canis, quandoque venatici fuiſſe.

Quæris à me literis tuis, an motus circularis alicuius molæ molendinarie, ſi ſuper aliquod punctum, quaſi mathematicũ, quieſceret, poſſet eſſe perpetuus, cum aliquando eſſet mota, ſupponendo etiam eandem eſſe perfectè rotundam, & lęuigatam. Reſpondeo huiuſmodi motum nullo modo futurum perpetuum, nec etiam multum duraturum, quia præterquam quod ab aere qui ei circumcirca aliquã reſiſtentiam facit ſtringitur, eſt etiam reſiſtentia partium illius corporis moti, quæ cum motæ ſunt, natura, impetum habent efficiendi iter directum, vnde cum ſimul iunctæ ſint, & earum vna continuata cum alia. dum circulariter mouentur patiuntur violentiam, & in huiuſmodi motu per vim vnitæ manent, quia quanto magis mouentur, tanto magis in ijs creſcit naturalis inclinatio recta eundi, vnde tanto magis contra ſuammet naturam voluuntur, ita vt ſecundum naturam quieſcant, quia cum eis proprium ſit, quando ſunt motæ, eundi recta, quanto violentius voluuntur, tanto magis vna reſiſtit alteri, & quaſi retrò reuocat eam, quam antea reperitur habere.

Ab eiuſmodi inclinatione rectitudinis motus partium alicuius corporis rotundi fit, vt per aliquod temporis ſpacium, trochus cum magna violentia ſeipſum circunagens, omninò rectus quieſcat ſuper illam cuſpidem ferri quam habet, non inclinans ſe verſus mundi centrum, magis ad vnam partẽ, quam ad aliam, cum quælibet ſuarum partium in huiuſmodi motu non inclinet omnino verſus mũdi centrum, ſed multo magis per tranſuerſum ad angulos rectos cum linea directionis, aut verticali, aut orizontis axe, ita vt neceſſariò huiuſmodi corpus rectum ſtare debeat. Et quod dico ipſas partes non omninò inclinare verſus mundi centrum, id ea ratione dico, quia non abſolutè ſunt unquam priuatæ huiuſmodi inclinatione, quę efficit vt ipſum corpus eo puncto nitatur. Verum tamen eſt, quod quanto magis eſt velox, tanto minus premit ipſum punctum, imò ipſum corpus tãto magis leue remanet. Id qđ apertè patet ſumẽdo exẽplũ pilę alicuius arcus, aut alicui⁹ alterius inſtrumẽti, ſeu machinæ miſſilis, quæ pila quanto eſt velocior, in motu violento, tanto maiorem propenſionem habet rectius eundi, vnde verſus mundi centrum tanto minus inclinat, & hanc ob cauſam leuior redditur. Sed ſi clarius, hanc veritatem videre cupis, cogita illud corpus, Trochum ſcilicet, dum velociſſime circunducitur ſecari, ſeu diuidi in multas partes, vnde uidebis illas omnes, non illico uerſus mundi centrum

deſcen-

deſcendere, ſed recta orizontaliter, vt ita dicam, moueri. Id quod à nemine adhuc (quod ſciam) in trocho eſt obſeruatum. Ab huiuſmodi motu trochi, aut huius generis corporis, clarè perſpicitur, quàm errent peripatetici circa motum uiolentum alicuius corporis, qui exiſtimant aerem qui ſubintrat ad occupandum locum à corpore relictum, ipſum corpus impellere, cum ab hoc, magis effectus contrarius naſcatur.

Quod deinde ampullæ iungantur in aqua, non fit ratione ſimpathiæ, de qua loquitur Fracaſtorus, nam per accidens iunguntur, quia cum alia ad aliam accedit, quę libet earum tentat aſcendere ab ea parte, à qua inuicem hærent, quemadmodum efficiunt iuxta labrum vaſis, ea enim ſuperficies aquæ vicina circunferentiæ vaſis ali quantulum aſcendit in vaſe, qui non eſt omnino plenus.

Ad id deinde quod de claritate noctium ſcribis, miror cur non videas, quod quã to magis obſcura nox apparet, non dico ratione nubium, ſed diſtantiæ Solis ſub orizonte ab eodem orizonte, tanto magis claram, & luminoſam ſeſe nobis oſtendit Luna in quintadecima, quia cum Sol eſt in Sagittario, & Capricorno, Luna eſt in Geminis, & in Cancro, vnde in media nocte, eius radius per valde exiguam quã titatem vaporum tranſit, quia tunc ipſa eſt valde propinqua axi orizontis, & præterea in huiuſmodi tempore anni & noctis, aer eſt magis purgatus, quàm in qualibet alia temporis parte, quia hieme Sol non poteſt excitare multos vapores, & ij, qui at tolluntur, nocte à frigore ſtatim congellati ratione grauitatis decidũt, unde remanet aer multo clarior, qua ratione apparent ſtellæ minutæ, & Cœlum ijſdem magis ornatum, quàm in quolibet alio anni tempore.

Dicere deinde, quemadmodum hic mundus eſt ætatis ſeptem, aut octomillium annorum, ita nunc potuiſſet eſſe (ſi Deus voluiſſet) ætatis quinquagintamillium; ergo erat tempus; ita ſe habet, ac ſi diceremus, quemadmodum hic mundus eſt tantæ magnitudinis, ita etiam quinquagies maior eſſe potuiſſet, ergo eſt ſpatium, aut interuallum corporeum, quod eum capere potuiſſet.

Illud, nihil, Ariſtotelis extra Cęlum, nullo modo nobis inſeruit pro eiuſdem Cœli ſphęrica rotunditate, cum cuiuſque alterius ex infinitis figuris Cęlum ipſum eſſe poſſit, ſecundum ſuam ſuperficiem conuexam. Nam Cœlum ea ratione ſphęricum non eſt, quod magis ſit capax, quia ei innumerahiles alias figuras adeo magnas poterat concedere cauſa diuina: ſed ſphæricum eſt effectum, ne partem aliquam haberet ſui termini ſuperfluam, quia nullum corpus à breuiori termino quam à ſphærico terminari poteſt.

De reuolutione rotæ putealis & alijs problematibus.

AD EVNDEM.

FVnis cui appenſa eſt ſitula, longè facilius axi inuoluitur, ſi ipſi axi affixa ſit rota. atque item commodius eò fiet, quo amplior rota erit, & axis exilior.

Commodiſſimè autem, ſi ipſa rotæ extrema circunferentia, ex materia minori, & denſiori, ac proinde grauiori conſtabit. Cuius rei ratio multiplex eſt. Nempe quia omne corpus graue, aut ſui natura, aut vi motum, in ſe recipit impreſſionem

nem & impetum motus, ita vt ſeparatum à virtute mouente per aliquod temporis ſpatium ex ſe ipſo moueatur. nam ſi ſecundum naturam motu cieatur, ſuam velocitatem ſemper augebit, cum in eo, impetus & impreſſio ſemper augeantur, quia coniunctam habet perpetuò virtutem mouentem. Vnde manu mouendo rotam, ab eaq; eam remouendo rota ſtatim non quieſcet, ſed per aliquod temporis ſpatium circunuertetur.

Secunda cauſa eſt, quia quoduis graue corpus, aut per naturam, aut per uim motum, rectitudinem itineris naturaliter appetat, quod clarè cognoſcere poſſumus, proijciendo lapides funda, & circunducentes brachium, nam funes tanto maius pondus acquirunt, & manum tanto magis onerant, quanto velocius voluitur funda, & incitatur motus, quod ab appetitu naturali inſito ei corpori per lineã rectam progrediendi procedit. Vnde fit, vt pondus circũferentiæ ipſius rotæ, tãto facilius circũuoluatur, & ex ſeipſo tanto longiori tempore moueatur, quanto longius diſtat à centro, cum eius iter tanto minus ſit curuum. Hanc igitur ob cauſam, rota, quanto maior erit, eiuſq; pondus tanto magis vicinum circunferentiæ, tanto magis durabit impetus motus aſſumptus.

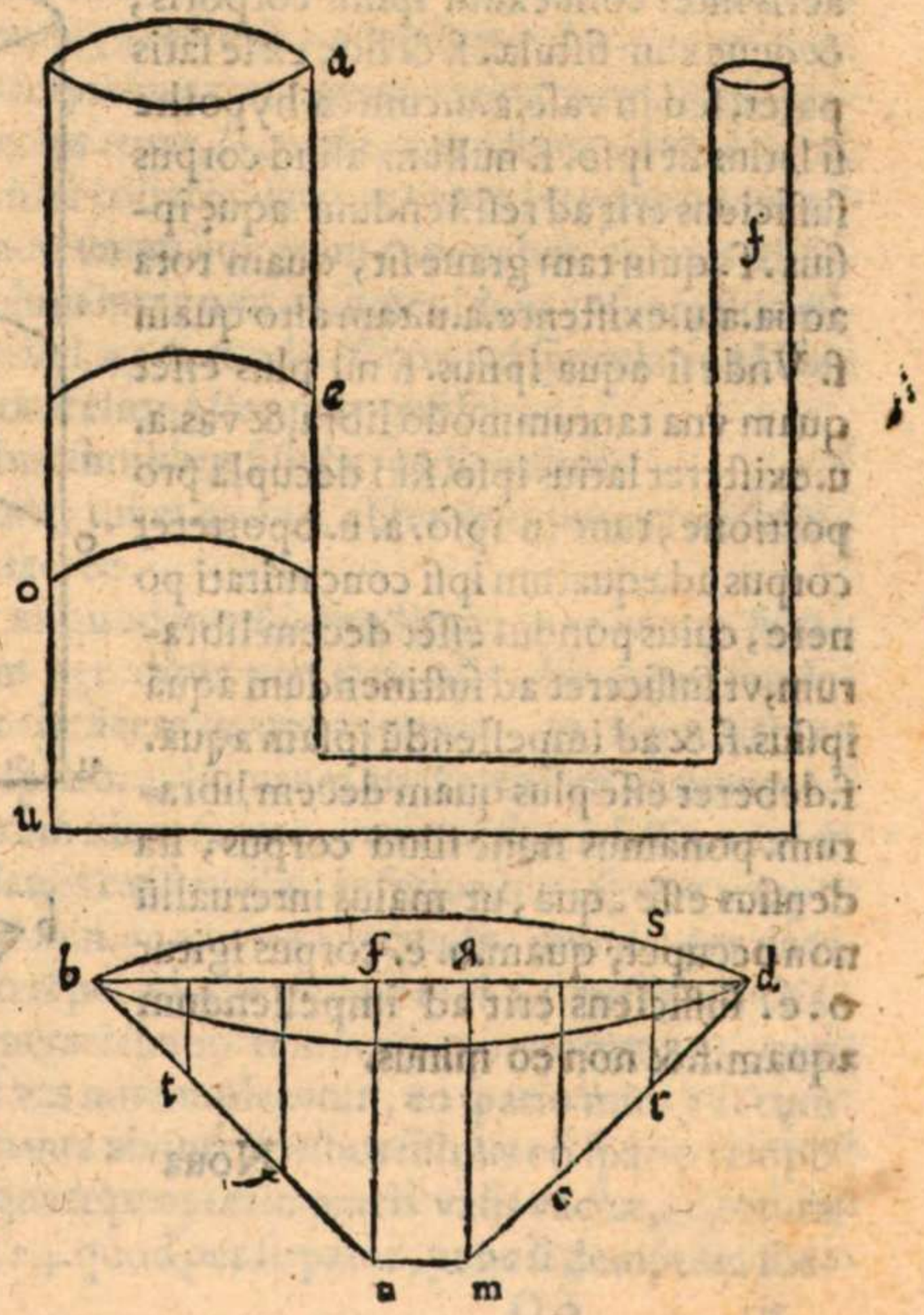
Tertia cauſa eſt, quod funis dum circunuoluitur, vicinius axi mathematico reuolutionis, quam corpus graue circunferentiæ rotæ, ratione vectis, cum rota eſt in motu, eius impetus non obtinet reſiſtentiam æqualem à contrario pondere aquæ in ſitu la poſitæ.

De machina, qua aquam impellit & ſubleuat.

AD EVNDEM.

VNde ſit vt in fonte mandauerim, vas ſeu mortarium in quod ingreditur inſtrumentum, quod aquam impellit, diametrum ſuæ concauitatis, habere non oportere maiorem diametro fiſtulę, per quam debet aſcendere aqua, ratio eſt, quia ſi maius eſſet, neceſſarium eſſet aliquod inſtrumentum quo aqua impelleretur multo grauius toto corpore aqueo, quod aptũ eſſet implere aliquam fiſtulam adeo altam, vt eſt fons, quæ tamen eſset adeo lata vt eſt mortarium.

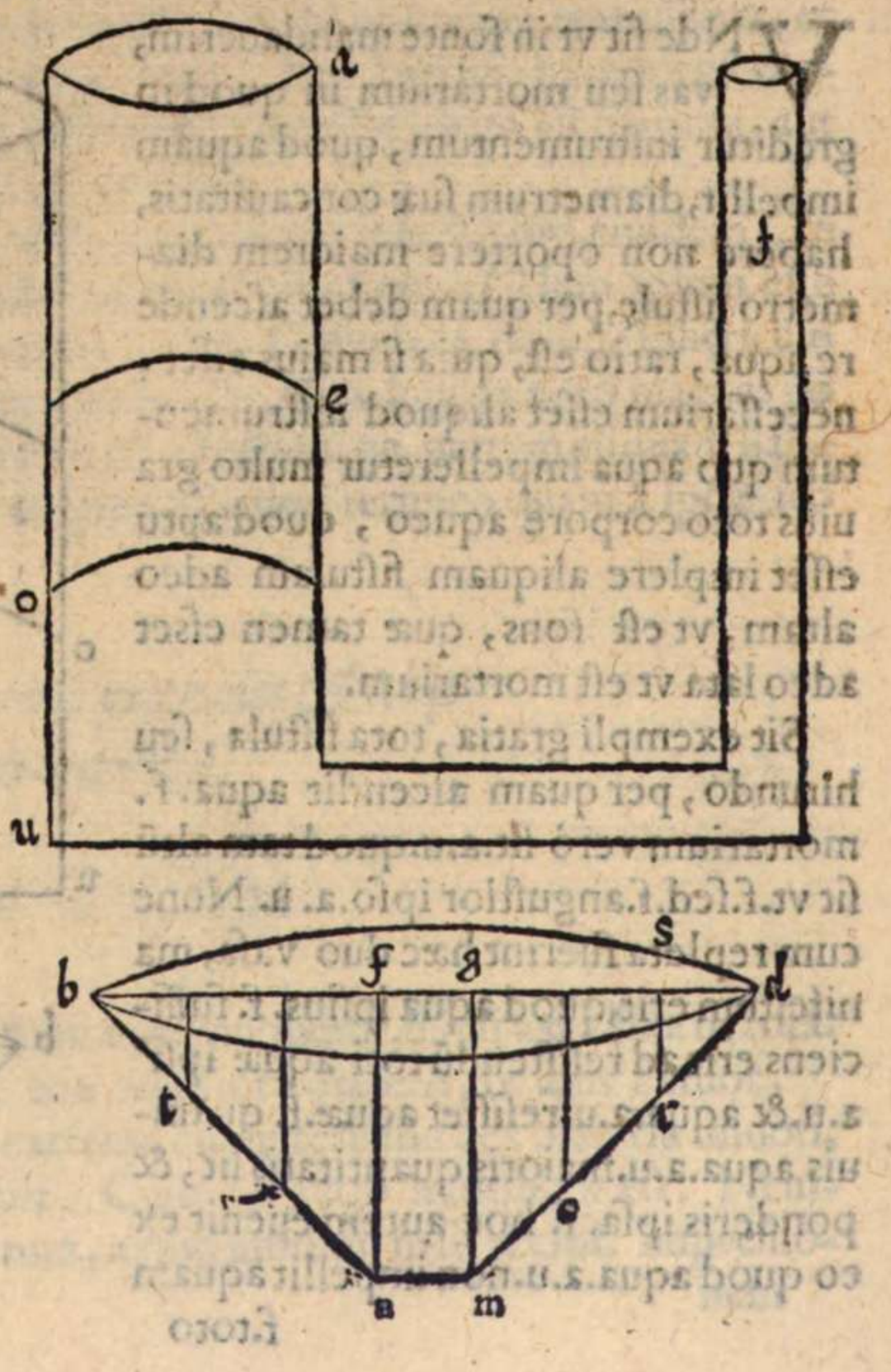
Sit exempli gratia, tota fiſtula, ſeu hirundo, per quam aſcendit aqua. f. mortarium verò ſit. a. u. quod tam altũ ſit vt. f. ſed. f. anguſtior ipſo. a. u. Nunc cum repleta fuerint hæc duo vaſa, manifeſtum erit, quod aqua ipſius. f. ſufficiens erit ad reſiſtendũ toti aquæ ipſi' a. u. & aqua. a. u. reſiſtet aquæ. f. quamuis aqua. a. u. maioris quantitatis ſit, & ponderis ipſa. f. hoc autem euenit ex eo quod aqua. a. u. non impellit aquam f. toto



f.toto ſuo pondere, propterea quod pondus diuiditur proportionaliter ſupra baſim vaſis.

Sit exempli gra vas aliquod.b.d.n.m. conicæ figuræ, ſeu trũcus coni có caui aquæ plenus, cuius orificij diameter ſit.bd.& multiplex diametro. m.n.infimæ baſis. cogitemus etiam.b.d.diuiſum in tot partes, quarum vnaquæq; æqualis ſit.m. n. imaginemurq; tot lineas perpendiculares deſcendere verſus mundi centrum ad puncta.r. c.m.et.t.x.m.vt in ſubſcripta hic figura videre eſt, per quas cogitemus tot ſuperficies curuas conicasq;,inter quas, mente concipienda eſt aqua,que pondere ſuo quieſcet ſupra maiorem ſuperficiem illa, quæ æquidiſtans eſſet mundi centro, ſeu quam ſupra baſim.m.n.vt exempli gratia conſideretur aqua inter.g.m.et.s.r. cuius pondus diſtribuitur ſecundum latitudinem.m.r.quæ maior eſt.g.s. cogitemus igitur.m.c. æqualem eſſe.g.s.manifeſtum erit, quod.m.c.non ſuſtinebit totum pondus aquæ,quæ inter.g.m.et.s.r.reperitur, eo quod omnis pars aquæ ad perpendiculum inclinat verſus mundi centrum, quapropter fundus ſeu baſis.m.n. non ſuſtinet aliud pondus quã aquæ.f.m.ſed ſi quis hoc in dubium reuocaret dicens, quod aqua circunſcribens ſitum corporis aquei.f.m.impellit lateraliter dictum corpus aqueum, reſpondendum eſt, quod ex æquo huius corporis.f. m. aqua impellit etiam aquam circunſtantem, eo, quod ſunt corpora homogenea, cum in corporibus omogeneis æquales partes habeant æquales vires.

Sed redeundo ad vaſa.a.u.et.f. dico quod ſicut aqua.f.ſufficit ad reſiſtendũ aquę a. u.ita quodlibet aliud pondus æquale.f.cuiuſuis materiæ, in fiſtula.f.poſitum,ſufficiens erit, dummodo illud corpus ita ſit adæquatum concauitati fiſtulæ. f. quod non permittat tranſitum aliquem aquæ vel aeris inter conuexum ipſius corporis, & deuexum fiſtulæ. f. & hoc ex ſe ſatis patet, ſed in vaſe.a.u.cum ex hypotheſi latius ſit ipſo. f. nullum aliud corpus ſufficiens erit ad reſiſtendum aquę ipſius. f. quin tam graue ſit, quam tota aqua.a.u.exiſtente.a.u.tam alto quam f. Vnde ſi aqua ipſius. f. nil plus eſſet quam vna tantummodo libra,& vas.a.u.exiſteret latius ipſo.f.in decupla proportione, tunc in ipſo. a. u. oporteret corpus adæquatum ipſi concauitati ponere, cuius pondus eſſet decem librarum,vt ſufficeret ad ſuſtinendum aquã ipſius.f. & ad impellendũ ipſam aquã. f.deberet eſſe plus quam decem librarum. ponamus nunc illud corpus, ita denſius eſſe aqua, ut maius interuallũ non occupet, quam.o. e. corpus igitur o.e. ſufficiens erit ad impellendum aquam.f.& non eo minus.



Noua

NOVA SOLVTIO PROBLEMATIS DE VASE pleno liquoris.

Nicolao Caluxio Sereniſſimi Ducis Sabaudiæ à ſecretis.

QVOD à me poſtulas eſt problema ab alijs iam ſcriptum, ſed illud tibi alio medio ſoluam.

Proponitur vas plenũ liquore aliquo, puta aqua, ꝙ tres habeat fiſtulas ad baſim, quarum vnaquæque poſſit euacuare ipſum vas, inæquales tamen, ita quod prima tam lata ſit, vt ſpatio vnius horæ poſſit ipſum euacuare totum; ſecunda vero ſpatio duarum horarum, tertia autem ſpatio trium horarum. Tunc quæritur quanto tempore omnes tres fiſtulæ ſimul apertæ euacuabunt ipſum vas. Ad hoc volo vt quæratur primo quanta pars aquæ vnaquęque fiſtula euacuabit in aliquo dato tempore, quod facilè eſt, vt puta, prima fiſtula, ſpatio dimidiæ horæ euacuabit dimidium vas, eo quod ſpatio integræ horæ poteſt totum euacuare, ſecunda fiſtula, eodem temporis ſpatio, euacuabit quartam partem ipſius vaſis, tertia verò fiſtula, eodemmet ſpatio temporis dimidiæ horæ, euacuabit ſextam partem ipſius vaſis, quæ omnia fracta ſimul collecta faciunt vndecim duodecimas partes totius vaſis, vnde manifeſtum erit, quod omnes fiſtulæ pariter apertæ, ſpatio dimidię horæ euacuabunt vndecim duodecimas partes totius aquæ, ſed nos cupimus ſcire, quanto tempore, totum vas euacuabitur, apertis omnibus fiſtulis, quapropter dicemus ita; Si vndecim duodecimæ partes conſumunt minuta.30. temporis, quantum conſument omnes partes aquæ? quæ ſunt.12.quare ex regula de tribus prouenient nobis minuta.32. cum.8. vndecimis vnius minuti, hoc eſt cum.43. ſecundis horæ ferè, vel ſi accipiemus tres quartas vnius horæ, tunc prima fiſtula emittet tres quartas partes totius aquæ, ſecunda, tres octauas eiuſdẽ aquę, tertia verò, quarta pars, tunc omnia, hæc collecta, faciunt vnum integrum cum tribus octauis. Si dixerimus igitur quando vnum integrum cum tribus octauis abſumit.45.minuta temporis, ergo illud ſolum integrum abſumet idem vt ſupra hoc eſt min.32.cum.8.vndecimis vnius minuti vel.43.ſecundis. Cuius rei ſpeculatio tã coniũcta eſt operationi, quòd vna cognita, reliqua ſtatim cognoſcitur.

Idem eueniet de implendo vaſe tribus ſimilibus fiſtulis mediantibus.

Secundum quæſitum ab alijs traditum, tuum etiam, aliter quoque poteſt ſolui, propterea non prętermittam tibi ſatisfacere.

Problema itaque tale eſt, vt ſit vas aliquod in qđ infunditur aqua per tres fiſtulas, ſed dum infunditur aqua, eadem egreditur per duas alias fiſtulas in fundo vaſis poſitas, ſed tres ſuperiores ſint inuicem proportionatæ, vt ſupradictum eſt, primaque inferiorum talis ſit, vt ſpatio.4. horarum poſſit totum vas euacuare, ſecunda autem poſſit ſpatio.6.horarum idem facere, vnde ex ſupradictis, vas implebitur à tribus fiſtulis ſuperioribus, clauſis exiſtentibus inferioribus, ſpatio temporis minutorũ.32.cũ.8.vndecimis hoc eſt min.32.cum.43.ſecundis, deinde per duas fiſtulas inferiores poſſet euacuari ſpatio tẽporis horarum.2.et mi.24.ex ſupradictis.

Supponamus igitur omnes fiſtulas operari ſpatio temporis minutorum.32. cum ſecundis.43.tunc manifeſtum eſt quod vas non implebitur, eo ſpatio min.32. cum ſecundis.43.ſed tanta aqua deficiet, quanta ab inferioribus fiſtulis eo ſpatio temporis min.32.ſecun.43.poteſt euacuari, quare proportio partis vaſis vacuæ, ad totum vas, erit vt min.33.ferè ad horas.2.min.24.quod per ſe patet, tunc ſi demptum fuerit

rit tempus.33.minutorum ex horis.2.min.24. reliquum erit hora.1. min. 51. vnde proportio aquæ, quæ in vaſe reperitur,ad eam, quæ totum vas implet, erit vt. 111. ad.144. Quare nunc poſſumus rectè dicere ex regula de tribus ſi.111.indigent minuta.33.temporis,ergo.144.indigent min.43.horæ, in quo tempore implebitur totum vas omnibus fiſtulis operantibus.

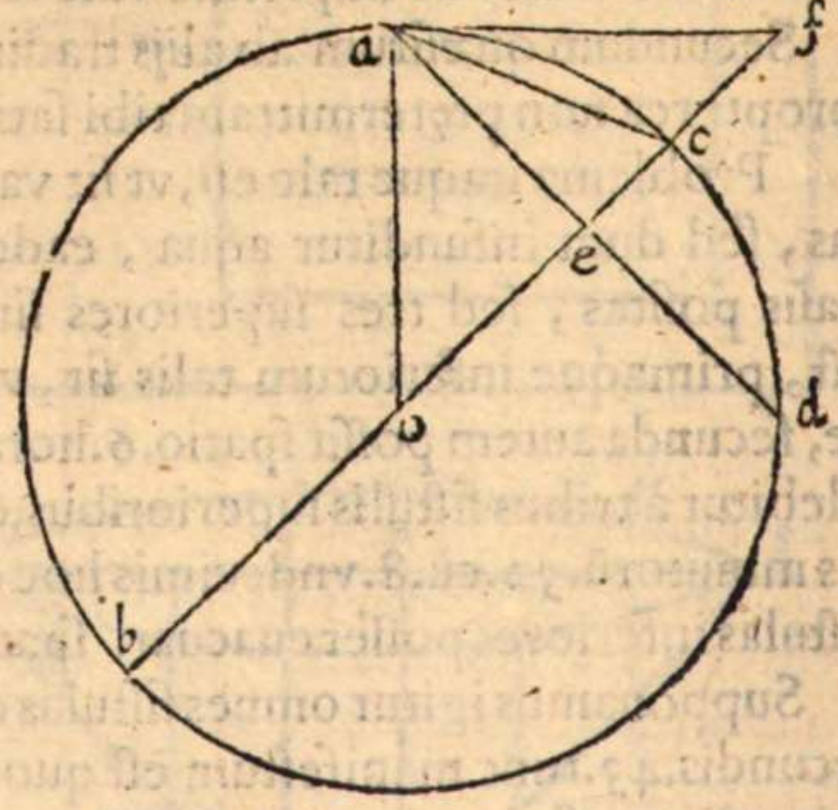
Aliæ circuli nouæ paßiones.

AD EVNDEM.

VT ad aſcendendum ignis,& ad deſcendendū quicquid graue natum eſt, ita ad ſpeculandum humanus intellectus. nec quieſcit, dum poteſt, eſt enim verſatile, agitandoq; ſeſe cauſis rerum immiſcere, & abditum aliquid rimari, conatur,& eſt in nobis, quaſi Diogenes quidam in Dolio.

Tibi igitur mitto quod vltimò inueni, alias ſcilicet nouas circuli paſſiones, quæ ita ſe habēt. Sit circulus.a.b.c.in quo ſit.a.d.latus quadrati inſcriptibilis in ipſo circulo,et.b.c.ſit diameter ad rectos cum.a.d.in puncto.e. quod medium erit inter a.et.d.ex.3.tertij Eucli.ſit ſimiliter.a.f.contingens ipſum circulum in puncto.a. quæ protracta ſit vſque ad punctum.f. interſectionis cum diametro protracto, quod ita eueniet cum anguli.a.e.f.et.f.a.e.minores ſint duobus rectis, eo quod angulus.f.a.e. acutus ſit, cum.a.d.tranſeat inter centrum et.f.

Dico nunc quod productum diametri.b.c.in parte.c.e.ipſius,æqualis erit producto ipſius.c.f.in.a.d. Protrahatur imaginatione.b.a.et.a.c.vnde ex.26.tertij Euclid. habebimus angulum.d.a.c.æqualem angulo.a.b.c.ſed ex. 31. eiuſdem angulus. f. a. c.æqualis eſt angulo.b.quare æqualis erit angulo.d.a.c.& ita habebimus per.3.ſexti eandem proportionem.f.c.ad.c.e.quæ.f.a.ad.a.e.ſed.a.f. eſt æqualis ſemidiametro circuli propoſiti, propterea quod ſi producta fuerit à puncto.a.ad centrum.o.ſemi diameter.a.o.hæc cum.o.e.faciet dimidium anguli recti, cum ex ſuppoſito.a. d. latus ſit quadrati inſcriptibilis in ipſo circulo.& cum.a.f.rectum ex.17.tertij, vnde angulus.f.erit ſimiliter medietas recti ex.32.primi, quare ex.6. eiuſdem. a. f. æqualis erit.a.o. Ergo cum proportio.f.c.ad.c.e.ſit.vt.f.a.ad. a.e.erit ſimiliter vt.b.c.ad.a.d. hoc eſt ut dupli ad duplum, vnde ex.15. ſexti manifeſtum erit propoſitum, ex quo alia paſſio oritur, hoc eſt, quod productum.f.c.in.a. d.æquale ſit quadrato ipſius.a.c.ratio eſt,quia quadratum.a.c.æquale eſt producto.b. c. in.c. e.eo quod.a.c.media proportionalis eſt inter. b.c.et.c.e.ex ſimilitudine triangulorum.a.b.c. et.e.a.c.nam anguli.b.a.c.et.a. e . c. recti ſunt et.c.cōmunis,vnde.b.erit æqualis.e.a.c.ex.32 primi, ſequitur etiam, quod.a.c.ſit media proportionalis inter.a.d.et. f. c. & hæc etiam erit alia circuli paſſio, & quia.a.c.eſt latus octagoni igitur tale latus mediū proportionale erit inter latus quadrati.et.f.c. eiuſdē circuli , quę quidem.f.c.eſt una portio diametri quadrati circunſcriptibilis ipſum circulum inter circulum & angulum ipſius quadrati.



Quod

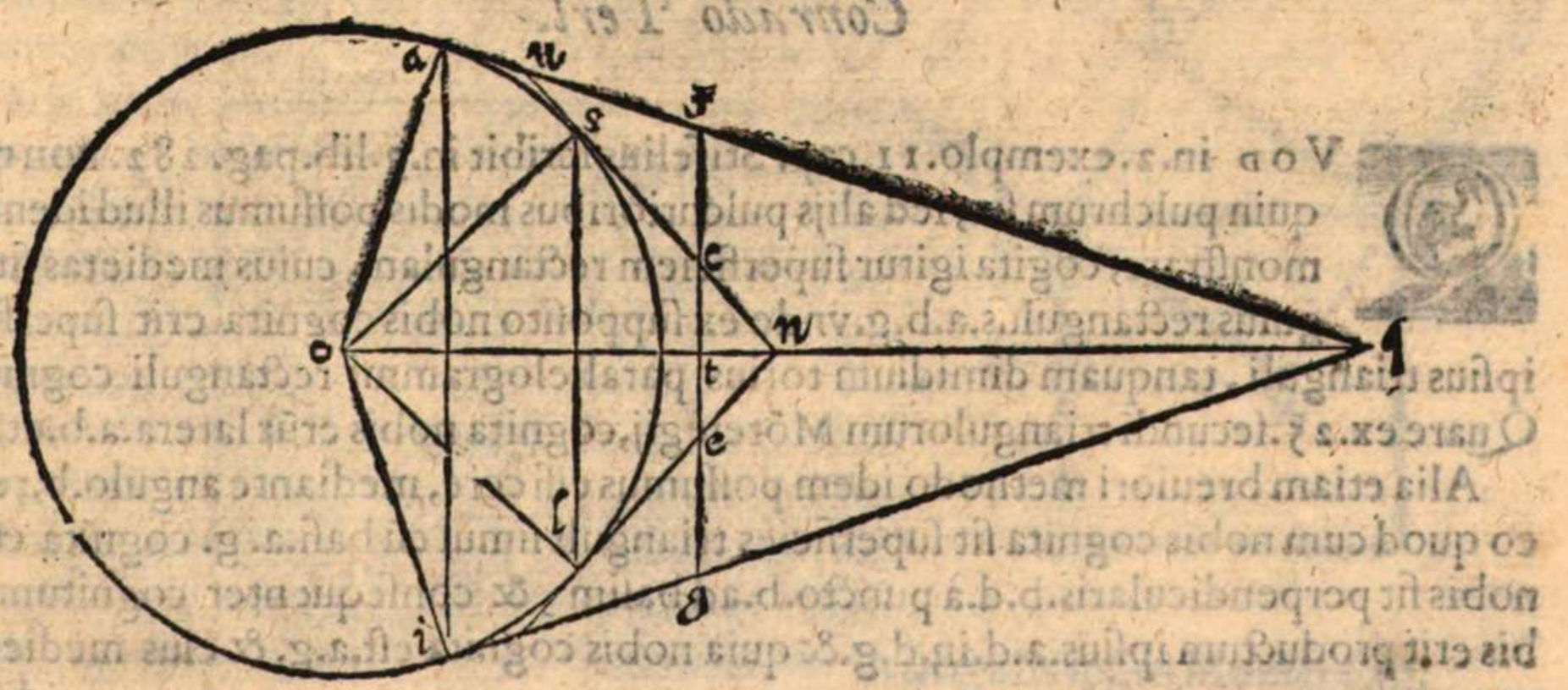
Quod incendium, ex reflexione radiorum ſolarium, non fiat in centro ſpeculi ſphærici, & aliquid contra Cardanum, & de motu radiorum ſolarium.

AD EVNDEM.

ITerum tibi dico, quod radij illi ſolares, qui à diuerſis punctis ipſius ſolaris corporis veniunt, tranſeuntes per centrum ſpeculi ſphærici concaui, quamuis à ſuperficie ſpeculi ad centrum ipſum reflectantur, vt alias tibi dixi, nihilominus nullo modo poſſunt aliquod obiectum incendere duabus ex cauſis, quarum vna eſt, quia cum Sol valde remotus ſit à nobis, valde etiam acutus generatur angulus coni radiorum in centro ſpeculi, vnde à parua ſuperficie ipſius ſpeculi reflectuntur, quare pauciſſimi radij ſunt qui reflectantur in ipſo centro, & propterea non ſufficiunt ad combuſtionem alicuius obiecti. Alia verò cauſa eſt, quod quamuis multi, & ſufficientes radij fuiſſent ad cõburendũ velociter quoduis obiectum. impoſſibile tamen omnino eſset, vt aliquod obiectum comburerent, propterea quod cum radij incidentes debeant per centrum tranſire, obiectum combuſtibile, vt opacum, obſtaret ipſis radijs, ne vlterius tranſirent, vnde nulla fieret reflexio, ſed etiam ſi dicti radij in centro reflexi, ſufficerent ad combuſtionem, incidentes hoc magis efficerent. & ita abſque vllo ſpeculo, omnia & ín quolibet loco comburerentur, quod manifeſtè falſum eſt. Deſine igitur mihi citare Lucillum Philalteum, qui in philoſophia mathematica fuit omnium imperitiſſimus. Verum ſpeculum vſtorium illud eſt quod ab Alhazem Deinde à Vitellione deſcribitur.

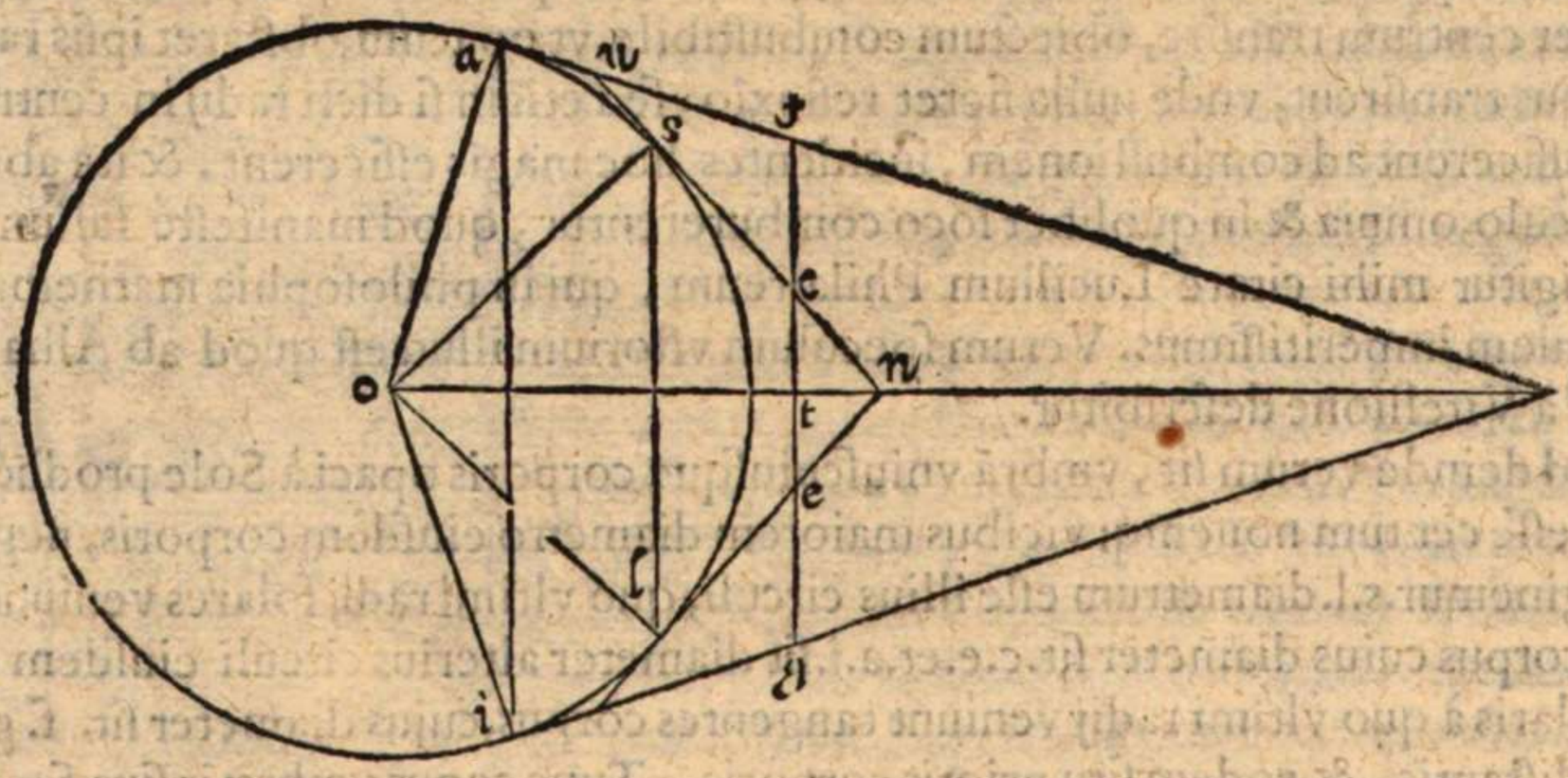
Quod deinde verum ſit, vmbrã vniuſcuiuſque corporis opaci à Sole productam ſemper eſſe centum nouemq; vicibus maiorem diametro eiuſdem corporis, nego.

Imaginemur.s.l.diametrum eſſe illius circuli, quo vltimi radij ſolares veniunt tangentes corpus cuius diameter ſit.c.e.et.a.i.ſit diameter alterius circuli eiuſdem corporis ſolaris à quo vltimi radij veniunt tangentes corpus, cuius diameter ſit. f.g. in eadem diſtantia, & eodem ſitu prioris corporis. Tunc conus vmbræ ipſius.f.g.ſit.f.g.q. & ipſius.c.e.ſit.c.n.e.centrum autem ſolare ſit.o.conorum verò axes ſint. t.n.q. tunc ex ſuppoſito.q.f.a:n.c:s: n.e.l: et.q.g.i.erunt omnes contigui corpori ſolari, vnde ex.17. tertij Eucli.anguli.o.a.q.et.o.s.n.erunt recti. protracta deinde cum fuerit a.s.habebimus angulos.u.a.s.et.u.s.a.minores duobus rectis. Quare. n. s. concurret



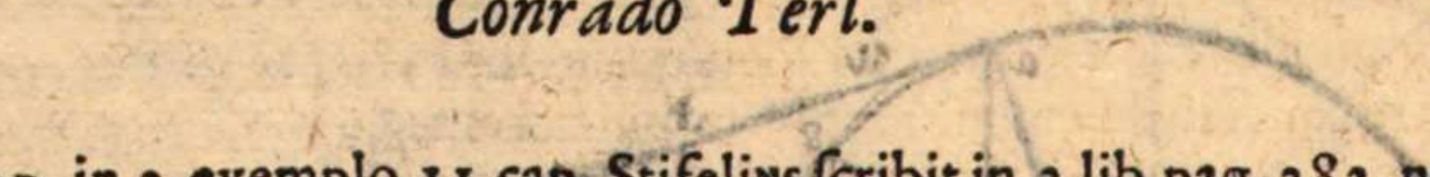
cum.a.q.in puncto.u. Nunc verò si vmbra.t.q.tanto maior est.f.g. quanto. 109. est vno et.t.n.etiam tãto maior.c.e.ergò eadem proportio erit.q.t.ad.t.f.quę.n.t. ad. t. c.sed cum angulus.t.communis sit ambobus triangulis.q.t.f.et.n. t. c. sequitur ex. 6. sexti dictos triangulos æquiangulos esse. Vnde si anguli.t.n.c.et.t.q.f.æquales inuicem sunt,ergo.q.f.æquidistans erit.n.c.quod est impossibile, quia nunc demonstrauimus ipsas concurrere in puncto.u. Quare non est eadem proportio.q.t.ad.t.f.quæ n.t.ad.t.c.decipitur ergo Cardanus in.4.lib.de subtilitate.

Circa illud deinde quod à me quæris,hoc est, quæ sit causa, quod nos videmus radium solarem tardissimè moueri, cum alias tibi dixerim ipsum qualibet hora circa terram quindecim gradus perficere,respondeo, quod radius ille quem videmus, exempli gratia, in aliquo cubiculo,nunquam est idem numero, sed quia ipsi radij nullo modo differunt inter se,nisi in numero,proptera putamus eundem semper esse, cum semper alius,atque alius sit,quorum vnusquisque (de illis loquor, qui ad hunc terræ globum perueniunt) circa terram reuoluitur spatio.24.horarum,& cum quilibet circulus diuidatur in.360.gradus, quorum vigesimaquarta pars est. 15. verum est igitur, quod tibi iam dixeram.



OPERATIONES DIVERSAE AB ALIIS Michaelis Stifelij.

Conrado Terl.



QVOD in.2.exemplo.11.cap. Stifelius scribit in.3.lib.pag. 282. non nego quin pulchrum sit, sed alijs pulchrioribus modis possumus illud idem demonstrare; cogita igitur superficiem rectangulam, cuius medietas sit triãgulus rectangulus.a.b.g.vnde ex suppositio nobis cognita erit superficies ipsius trianguli, tanquam dimidium totius parallelogrammi rectanguli cogniti. Quare ex.25.secundi triangulorum Mõteregij,cognita nobis erũt latera.a.b.et.b.g.

Alia etiam breuiori methodo idem possumus effi cere, mediante angulo.b.recto, eo quod cum nobis cognita sit superficies trianguli simul cũ basi.a. g. cognita etiam nobis fit perpendicularis.b.d.à puncto.b.ad basim, & consequenter cognitum nobis erit productum ipsius.a.d.in.d.g.& quia nobis cognita est.a.g. & eius medietas,

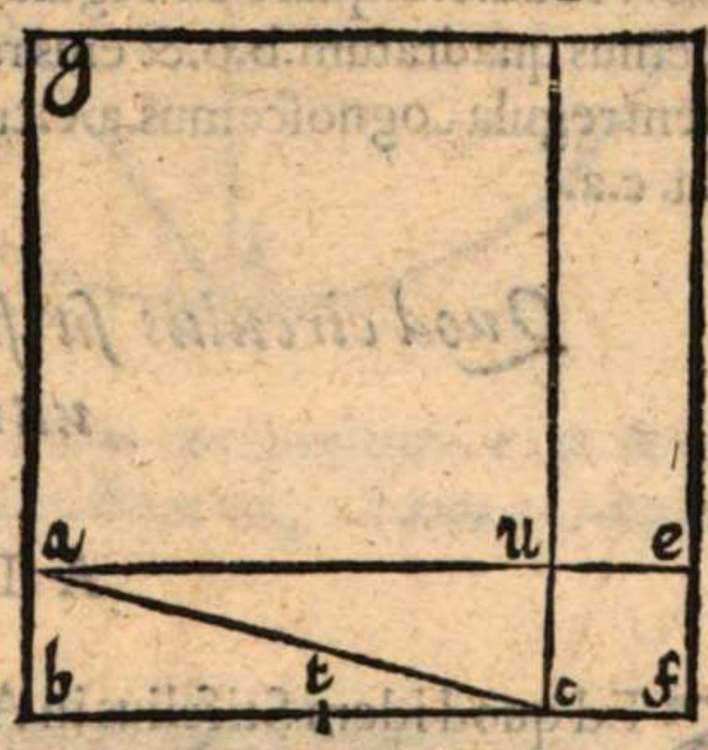
ideo

ideo vnaquæque eius pars.a.d.et.d.g. ſimiliter nobis cognita erit ex quinta ſecundi Eucl. vnde ex penultima primi habebimus propoſitum.

Poſſumus item circulum mente concipere cuius.a.g. ſit diameter, & ab eius centro. e. protracta cum fuerit.e.b.quæ nobis cognita erit, vt medietas ipſius.a.g. de cuius potentia,dempta cũ fuerit potentia ipſi' b.o.remanebit nobis potentia ipſius. d. e. & ita eius longitudo, quæ addita medietati.e.g. & detracta à dimidio.e. d. erunt nobis cognitæ.a.d.et. d. g. vnde.b.g.et.b.d.remanebunt nobis cognitæ ex dicta penultima primi Eucli.huiuſmodi figuram videbis in dicto.25.problemate.2.li.Montisregij.

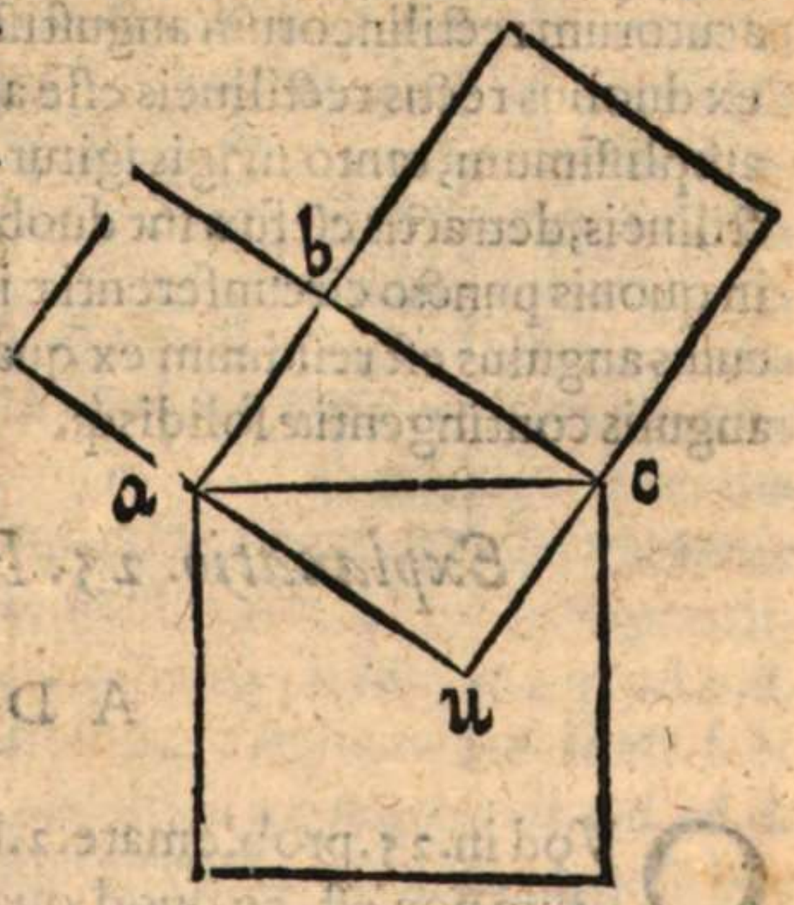
Aliter etiam poſſumus hoc idem efficere.

Sit rectangulus hic ſubſcriptus.a.b.c.u. ſuperficiei cognitę ſimul cum diametro.a. c.extendatur imaginatione.b.c.vſque ad,f. ita quod.c.f.æqualis ſit.c. u. intelliganturq́; quadrata.g.f:g.u.et.u.f.vnde sũma quadratorũ.g.u:u. f. cognita nobis erit ex penultima primi. nam.a.c.data nobis fuit, quare ſummã.g.u:u.b: et. u. f. cognoſcemus, cui sũmæ addito ſuplemento.d.e. æquali. u. b. dabit nobis cognitũ quadratum.g.f.totale,qua re cognoſcetur eius radix.b. f.,cognita igitur. b. f. cum producto.b.u.illico ex.5. ſecundi cognoſcetur.b.c. et. c. f.forte cognita.b.f. diuiſa p æqualia in puncto.t.& per inæqualia in pũcto. c.Nam quadratũ ipſius.t.f.cognitum, ęquatur rectãgulo.b.u. cũ quadrato ipſius.t.c.dẽpto igitur rectangulo,b. u.ex quadrato ipſius. t. f. relinquetur quadratum ipſi'.t.c.cognitum & eius radix.t.c.qua addita ipſi medietati.b.t.& dẽpta ex medietate.f.t.relinquetur propoſitum.



Similiter de tertio exemplo eiuſdem Stifelij infero.

Sit rectangulus.a.b.c.u.cuius diametri.a.c.quantitas,ſimul cum proportione laterum.b.c.et.b.a.nobis data ſit.cum autem ſcire voluerimus eius ſuperficiem. b. u.clarum eſt,quod cum nobis data ſit proportio.b.c.ad.b.a.illico cognoſcemus etiã proportionem quadrati ipſius. b.c.ad quadratum ipſius.b.a.cum dupla ſit ei quæ.b.c.ad.b. a. ita etiam & aggregati dictorum quadratorum ad quadratum ipſius. b. a. hoc eſt nota erit nobis proportio quadrati ipſius.a. c. diagonalis ad quadratum ipſius. a. b. idem dico de quadrato. b. c. ideſt quod proportio quadrati ipſius. a. c. ad quadratum.b.c. cognita nobis erit, ſed. a. c. data nobis fuit, quare cognoſcemus etiam omnia dicta quadrata eorumq́; radices.a.b.et.b.c. quare & ſuperficiem rectanguli quæſitam.



Quartum exemplum etiam faciliori via poteſt ſolui, propterea, quod cum nobis cognita ſit baſis trianguli cum ſumma reliquorum laterum, & cũ angulo oppoſito baſi ipſius reliqua cognita nobis emergunt ex.15.problemate ſecundi lib.de Triangulis ipſius Monteregii.

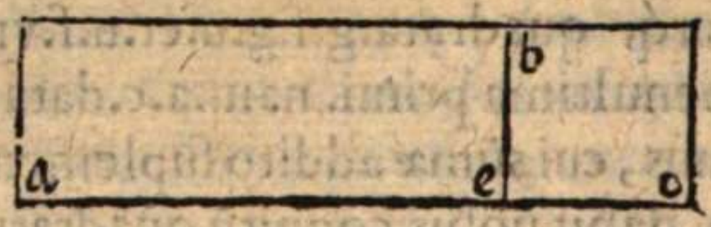
Vel

Vel si tibi placet, accipe hanc aliam methodum à me excogitatum.

Duplicetur triangulũ.a.b.c.orthogoniũ, & fiat rectangulũ.b.u. vt in mea figura secundi exempli hic vides.producaturq;.b.c.quousque.c.f.æqualis sit.c.u.vnde. b.f. cognita nobis erit ex hypothesi, quare cognoscemus etiam quadratum. g. f. à quo demptũ cum fuerit aggregatũ quadratorum.g.u.et.u.f.nobis cognitũ (nam quadrata.g.u.et.u.f.æqualia sunt quadrato ipsius.a.c.diagonalis datę) remanebit aggregatum supplemẽtorũ cognitum, quare eius medietas cognoscetur idest. b. u. vndæ ex. 5. secundi Eucli. vt superius diximus cognoscetur etiam.b.c.et.c.f.distinctæ.

Idem assero de exẽplo Gemmæ Frisij à Stifelio citato in Appendice regulæ falsi.

Sit gratia exempli rectangulum hic subscriptum.a.b.datæ superficiei data etiam nobis sit proportio.a.e.ad.e.b.laterum producentium, cogitemusq;. a. e. producta vsque ad.o.ita vt.e.o.æqualis sit ipsi.e.b. imaginemus etiã perfectum esse quadratum.b.o. vnde ex prima sexti seu.18.vel.19. septimi vel. 15. quinti eadem proportio erit ipsius.a.b.ad.b.o.vt.a.e. ad e.o.vel ad.e.b.quare ex regula de tribus, cognoscemus quadratum.b.o.& eius radicẽ.e.o.& ex eadem regula cognoscemus.a.e.cum cognita nobis sit.e.o.simul cum proportione.e.o. ad. e.a.



Quod circulus sit figura infinitorum angulorum hoc est ultima poligoniarum.

AD EVNDEM.

SEd quod idem Stifelius in Appendice secundi libri dicat circulum esse figuram poligoniam, non est ita mirandum, nam & alij multi doctissimi viri hanc veritatem cognouerunt, de Leone Baptista Alberto nihil dicam, cum ipse fateatur hoc accepisse à philosophis, vt etiam refert Arist.de sphæra tertio de cœlo. considera quæso in circulo, quod cum angulus contingentiæ sit angulus, quamuis omniũ acutorum rectilineorum angustissimus, vnde ex communi ratione sequitur reliquum ex duobus rectis rectilineis esse angulum, & si omnium obtusorum rectilineorum sit amplissimum, tanto magis igitur erit angulus, id quod remanet ex duobus rectis rectilineis, detractis cũ fuerint duobus angulis contingentiæ, qui quidem angulus erit in quouis puncto circunferentiæ ipsius circuli, idem intelligendum est de sphæra, cuius angulus est residuum ex quatuor rectis solidis, detractis cum fuerint quatuor angulis contingentiæ solidisq;.

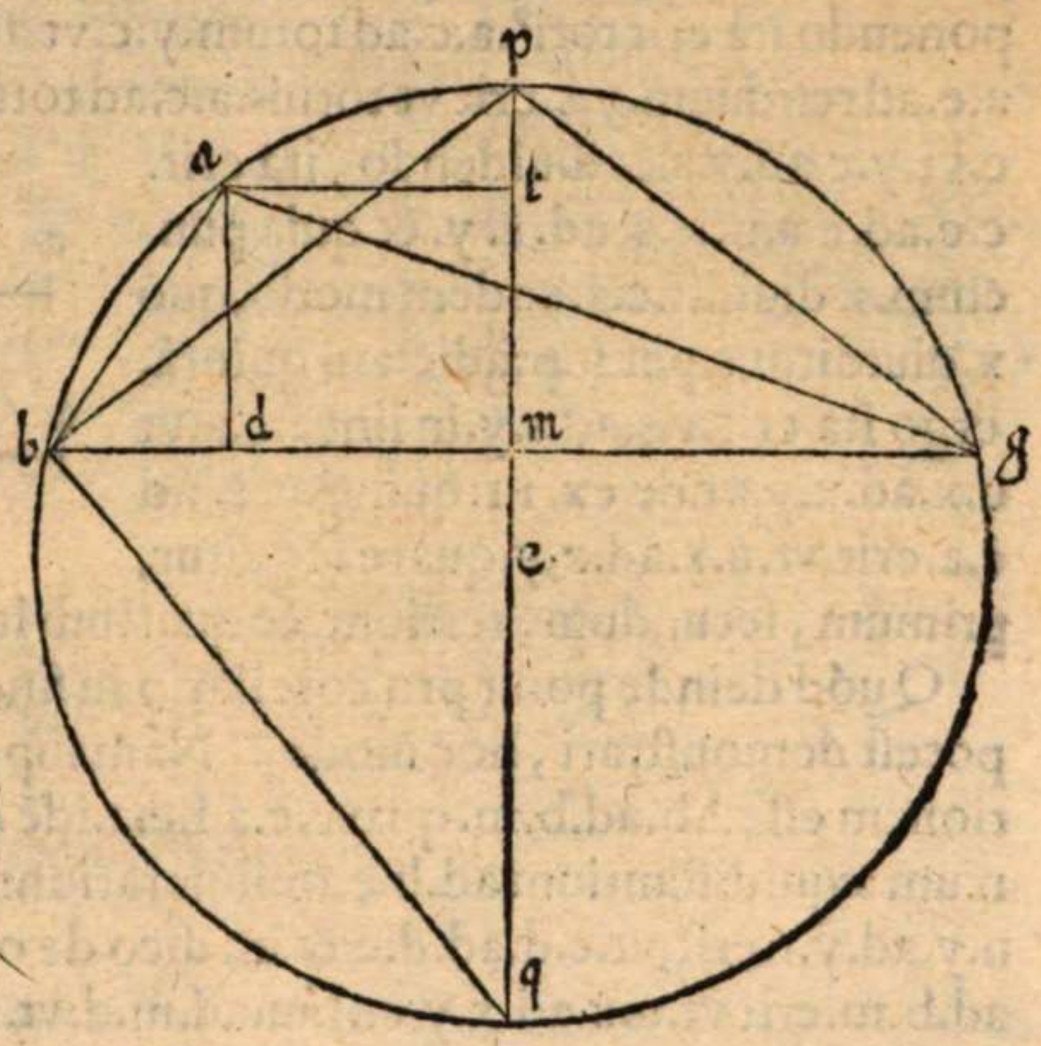
Explanatio. 25. Problematis lib. 2. Monteregij.

AD EVNDEM.

QVod in.25.problemate.2.lib.de triangulis Monteregium non intelligas, mirum non est, eo quod quandoque bonus dormitat Homerus. Puto enim illud problema ab ipso Monteregio non fuisse visitatum. Sed ne me aliquo modo culpes, accipe hanc aliã methodũ à me aliter etiã excogitatã in eadem ipsius figura.

Propo-

Propoſitũ ſit nobis triangulum.a.b.g.cuius baſis data ſit cum area, ſeu perpendiculari.a.d.cum angulo etiam.a.ad cognoſcendum autem.a.b.et.b.g.cogitemus circulum.a. b. q. g. circunſcribere ipſum triangulum cuius diameter.p. q. ad rectos ſecet baſim. b. g. in puncto. m. cogitemus etiam. b. p. et. p. g. vnde ex. 20. tertij Euclid.angulus. b. p. g. æqualis erit angulo.a.& angulus.m.p.b.erit eius dimidium,quod ex te ipſo cognoſces,& angul⁹.p. b. m. ſimiliter cognoſcetur, quare ex.29. primi eiuſdem Montere gij cognoſcemus.p.m.et.p.b. (nam.b. m.datum fuit, vt dimidium totius baſis.b.g.) ducta poſtea.b.q.ex eadẽ.29. cognoſcemus.p.q.cum.p.b.iam cognita fuerit, à qua.p.q. (diametro) dẽpta p.m.remanebit.q.m.cognita, cũ qua iuncta cum fuerit.m.t.æquali.a. d. perpendiculari,dabitur.q.t. et. t. p. inter quas. a. t. media proportionalis locatur, quare cognoſcemus.a.t.quæ ſinus eſt arcus.a.p. vnde cognitus erit arcus a.p.ſed arcus.p.g.cognitus eſt mediante angulo.p.b.g.cognito, qui quidem arcus.p.g.ſi coniunctus fuerit cum arcu.p.a.cognoſcemus compoſitum. a. g. & eius chorda ſimiliter (hoc eſt ſecundũ latus) qua cognita, illico cognoſcemus chordam a.b.hoc eſt tertium latus trianguli propoſiti.



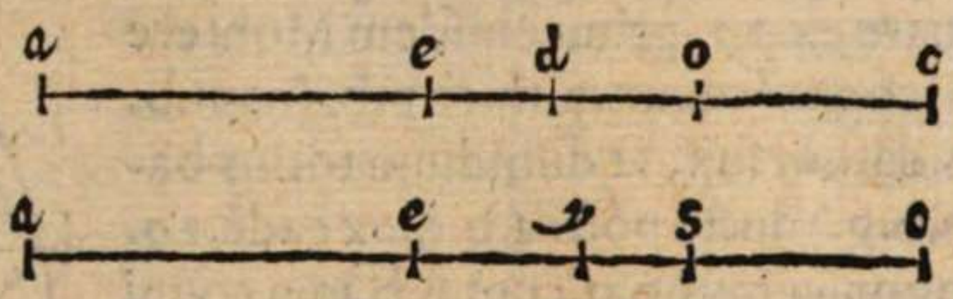
Quædam notanda in Federicum Comandinum.

AD EVNDEM.

PVtabas enim me ioco dixiſſe Federicum Comandinum non omnino irreprehenſibilem eſſe, vide igitur, quod ſcribit in quinto lemmate in decimam propoſitionem libr. 2. de inſidentibus aquæ Archimedis, volens demonſtrare eandem eſſe proportionem.l.b.ad.b.m.quæ.c.e.ad.e.a.vbi eſt aliquo modo prolixum, mediante linea.c.p.cum ſuis partibus, citans etiam antecedens lemma extra propoſitum, eo quod nec in antecedente lemmate, nec in alio, ipſe vnquam probauerit proportionem.c.d.ad.d.q.eſſe,vt.l.b.ad.b.m.ſed ne putes me falli, tibi demonſtrabo non eſſe neceſſarium ducere lineam.c.m.p. vel. q. p.eo quod cũ per quintam lib. de quadratura parabolę Archimedis, ita ſit.c.d.ad.d.e.vt.l.b.ad.b. m. exiſtente a.c.dupla ipſi.d.c.et.e.c.dupla ipſi.g.c. et.l.d.dupla ipſi.l.b: erit, primo componendo.c.e.ad.e.d.vt.l.d.ad.d.m.& per æqualitatem proportionum, ita erit.e.g. ad.e.d. vt.b.d.ad.d.m.& per.19.quinti Eucli.ita erit.e.g.ideſt.g.c.ad.g.d.vt.b.d. ideſt. l. b. ad.b.m.ſed.c.g.ad.g.d.eſt vt.c.e.ad.e.a.ratio eſt, quia componendo ita eſt.c.d.ad.d. g.vt.c.a.ad.a.e.& hoc eſt,quia permutando, ita eſt.a.c.ad.d.c.vt.a.e.ad. d. g. & hoc verum eſt ex.19.quinti eo quod totius.a.c.ad totum.d.c.eſt vt abſciſſi.c.c. ad abſciſſum.g.c.vt ſupradixi.

Sed

Sed etiam alio vniuerſaliori modo potes probare, quod ita ſit.u.x.ad.x.y.vt.c.e. ad.e.a.cogitando in linea.c.a .punctum quoddam quod vocabimus ſimiliter . y . in tali ſitu locatum , quod diuidat.c.a.eadem proportione qua.y.diuidit.u.s.vnde cum e.s.diuiſa eodem modo etiam ſit à puncto.s.ex ſupradicta quinta lib. de quadratura parabolæ, erit igitur proportio.a.y. ad.y.c.vt.e.s.ad.s.c.per.11.quinti Eucli.& componendo ita erit toti⁹.a.c.ad totum.y.c.vt abſciſi.s.c.ad abſciſsum.s.c.quare reſidui a.e.ad reſiduum.y.s.erit vt totius.a.c.ad totum.y.c.& permutando, ita erit.a.c.ad.a.e.vt.y.c.ad.y.s.& diuidendo , ita erit.



c.e.ad.e.a.ut.c.s. ad. s. y. & quia punctum.s. diuidit.c.a.eodem modo,quo x.diuidit.u.s.per ſupradictam quintã, ergo ita erit.c.s.ad.s.y.in linea.c.a.vt u.x.ad.x.y.vnde ex.11.quinti.c. e. ad e.a.erit,vt.u.x.ad.x,y.quare ſequitur, primum , ſecundum , tertium, & quartum lemma ſuperflua eſſe.

Quod deinde ponit pro corellario in fine.6.lemmatis, aliter quam per.6.lemma poteſt demonſtrari , hoc modo . Nam ſuperius demonſtrauimus eandem proportionem eſſe.l.b.ad.b.m. quæ.c.e.ad.e.a.idẽ dico de proportione.u.x.ad.x.y.& omnium æquidiſtantium ad.h.e.quibus rationibus mediantibus eodem modo ſcies, q᷑ u.y.ad.y.r.erit,vt.c.d.ad.d.c.& ita dico de omnibus æquidiſtãtibus.ad.h.e.vnde.l.b. ad.b.m.erit vt.u.x.ad.x.y et.l.m.ad.m.d.vt.u.y.ad.y.r.per.11.quinti , ſed cum ſit. l. b.ad.b.m.vt.u.x.ad.x.y.componendo erit. l. m. ad.b.m.vt.u.x. ad.x.y.& euerſim.b. m.ad.m.b.erit,vt.x.y.ad.y.u.& per æquam proportionalitatem erit.b.m.ad.m.d.vt x.y.ad.y.r.quod eſt propoſitum.

Non video etiam, quare ipſe ducat lineam.s.r.cum in ipſo contextu nihil faciat de dicta.s.r.

Comentum poſtea contextus.P. pulchrius eſſet,ſi diceret,quod cum ita ſit totius, l.a.ad totum.a.d.ſic ſe habebit abſciſſum.a.i.ad abſciſſum.a.z.eo quod ita eſt,vt ſcis, hoc eſt in proportione dupla, ergo reſidui.i.l.ad reſiduum.d.z.erit vt totius. a . l. ad totum.a.d.hoc eſt in proportione dupla.

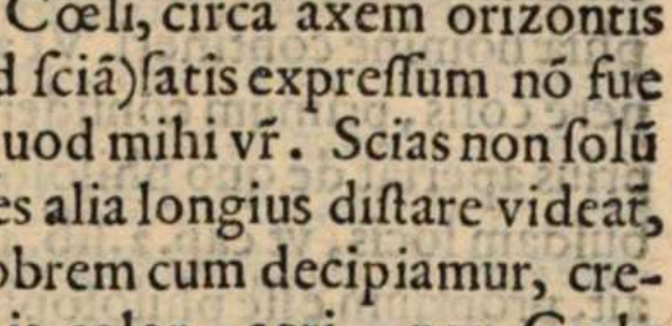
De Viſu.

AD EVNDEM.

RAtio vnde fiat, vt videamus diſtinctè omnes colores,cum in qualibet aeris parte, quo lumina reflexa poſſunt peruenire mixta ſint, & non diſtincta,oritur à paruitate ipſius pupillæ oculorum , & à magna expanſione virtutis viſiuæ in ſuperficie concaua orbis continentis humores diaphanos oculorum per ramuſculos nerui optici remotè ab ipſa pupilla. & quamuis radii luminoſi frangantur ab vnoquoque humore diuerſimodè, hoc nihilominus maximè iuuat ad diſtinctionem radiorum, ſed & ſi directè procederent, idem ferè eueniret, non tamen ſuis locis,cogita exempli gratia lineam.a.u.e. vt communis ſectio cuiuſdam plani ſecantis ſphæram oculi, per centrum ipſius, & pupillæ , et. o. punctum ſit proximum centro ipſius pupillæ, ſed interius aliquantulum,extra autẽ oculũ,ſint varij colores,vt.c.n.t.in dicto plano.

Iam nulli dubium eſt quod lumina quæ producuntur ab.c.n.t.ad.o. in ipſo.o.mixta,

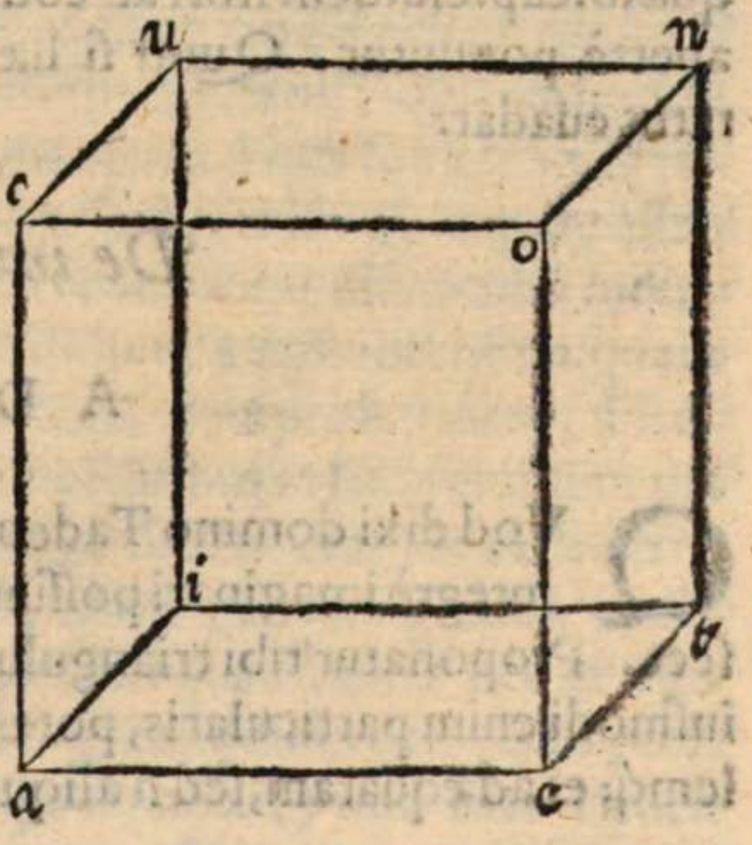
xta, & non distincta, procedendo igitur vlterius ipsi radij citra.o.tunc disgregãtur, & separantur abinuicem, & cũ perueniunt ad lineam. a.u.e. sentiuntur distincti alij ab alijs. Cuius quidem rei, exemplum manifestum accipere possumus à quouis cubiculo ex omni parte clauso, quod transitum nullũ permittat radijs luminosis, ni si per aliquod paruum foramen, in quo foramine, & extra ipsum cubiculum, omnes radij mixti erunt, sed in obiecto pariete ipsius cubiculi videb untur distincti, vnde sequitur, quòd quo remotius erit obiectum.c.n.t.ab.o.tanto acutior erit angulus.c.o.t.& suus contrapositus similiter, & per consequens linea. e.u.a.breuior erit, & punctũ. o. propinquius etiam erit ipsi lineæ.a.u.e. quæ omnia efficiunt, vt nobis obiectum.c.t.paruũ, & minus distinctum, seu magis confusum appareat.



DE APPARENTI DISTANTIA PARTIVM hæmisphærij.

Anselmo Fucaro.

GRatæ mihi tuæ literæ fuerũt, quibus ostẽdis non paruũ desideriũ sciẽdi vnde fiat, quod cum dies illucescit, & est serena pars Cœli, circa axem orizontis demissior appareat, quam aliæ partes, cũ ab alijs (quod sciã) satis expressum nõ fuerit, sed quia de eo à me aliquid scire desideras dicam quod mihi vr̃. Scias non solũ multitudinẽ obiectorũ oppositorũ efficere, vt aliqua res alia longius distare videat̃, vt alij putarũt, sed etiam diuersitates colorum, quamobrem cum decipiamur, credentes Cœlum esse prædituin colore cęruleo, cum is color, aeri, non Cœlo conueniat, & videntes huiusmodi colorem circa axem orizõtis magis densum, quã versus ipsum orizontem, ratione exiguæ reflexionis, à pauca quantitate vaporum inter nostrum situm, & reflexionis locum, iudicamus Cœlum proximiorem esse circa dictum axem, quam sint aliæ partes; præterquam, quod is color, qui videtur terminare, aut impedire radium visualem (aduertas tamen me hac in re platonicum non esse) eo semper propinquior esse videtur, qui ei locum dat, & hanc ob causam videntes nos dẽsitatẽ cęrulei circa axem orizontis, & cernentes amplitudinem gyri aliarum partium, adducimur, vt putemus eã partẽ viciniorem esse. Neq; illud etiã omittã hoc etiã fieri ratione imaginationis, vnde etiã multis contrariũ euenire potest, idest vt eis magis profundum videatur Cœlũ, circa axem orizontis, quam vicinum gyro eiusdẽ orizõtis, iudicantibus eã partẽ lõginquiorẽ esse, quæ sese magis obscurã oculo demõstrat, & eã propinquiorẽ quę sese clariorẽ ostendit, vt ei ẽt contingere potest, qui subscriptã figurã cubicã non quidẽ ductã secundũ ordinẽ opticè, sed ita, vt omnia latera oppositа inuicẽ sint parallela, prospiciet, idest a.i.ad.e.t.et.c.u.ad.o.n.et.a.i.ad.c.u.et.e.t.ad o.n. vnde sequitur, vt aliquando quadratum. a.o. videbitur citra, et.i.n.vltra dictũ cubum aliquando verò èconuerso.



DE PHILOSOPHIA MATHEMATICA.

Dominico Piſano.

SI omnia vno colore conſtarent, & corporum vmbræ à luminibus non diſtinguerentur, neque diuerſitas ſitus, lumina, quæ veniunt ad oculum non alteraret; perinde eſſet, ac ſi eſſemus cœci. Miror quod cum in Ariſtotele ſis verſatus, in tuis tamen ſcriptis philoſophum à Mathematico ſepares, quaſi mathematicus non ſit adeò philoſophus, vt eſt naturalis, & metaphyſicus, cum multo magis quam ij philoſophus ſit appellandus, ſi ad veritatem ſuarum concluſionum reſpiciamus. Verum quidē eſt, te in huiuſmodi errore ſolū non verſari; ſed grauius eſt, quod cum vos videatis etiam res morales ſub philoſophię appellationē cadere, non animaduertatis diuinas ſcientias mathematicas etiam philoſophiæ nomine ornandas eſſe. Quod ſi eiuſdem nomen penitius conſiderare velimus, inueniemus apertè, mathematico magis illud ipſum quàm cuilibet alio conuenire, cum nullus ex alijs tam certo ſciat id quod affirmat quam mathematicus, neque aliquis ſit, qui in cognitionis, & ſcientiæ cupiditatem magis ducatur, vt apertè patet, cum nec etiam ipſi ſenſui det locum, neque aliquid præſupponat, quod non ſit ita verum & intellectui notum, vt nulla quæuis porentia, illud eſſe falſum oſtendere queat. Sed quia Græci, qui ad placitum nomina rebus impoſuerunt, voluerunt etiam, non ſolum mathematica, ſed etiam naturalia, metaphyſica, & moralia, ſub communi philoſophiæ nomine contineri. Vt aūt tibi ſatisfaciam authoritate Ariſtotelis, quem tantopere colis, primum conſidera, nunquam eum de philoſopho mētionem facere quin prius aperiat de quo philoſopho loquatur, atque hoc ſemper præſtat, exceptis quibuſdam locis, vt cap. 2. lib. 4. Metaphyſicorū, vbi de philoſopho in genere loquēs, ait, proprium eſſe philoſophi. vt res omnes ſpeculetur atque hoc in principio quinti textus aſſerit, cum in quarto iam oſtenderit mathematicum eſſe philoſophum: omitto quod in. 2. textu ſecundi phyſicorum idem affirmet, æquum eſſe appellare philoſophiam ſcientiam veritatis, & finem ſpeculatiuæ exiſtere veritatem. An non idem in primo cap. *6*. metaphiſicæ philoſophiam ſpeculatiuam, mathematicis phyſicis & ſupernaturalibus rebus contineri? An non idem paulo inferius ſcribit phyſicam primam futuram, ſi aliæ ſubſtantiæ quam naturales non reperirentur? conſidera deinde quid dicat in fine tertij cap. lib. 11. quo loco nil clarius eſſe poteſt, lege etiam quæ. *6*. cap. eiuſdem libri ab eodem adducuntur, & quæ in. 8. cap. 12. libri textu. 44. apertè ponuntur. Quod ſi hæc tibi non ſufficiunt, vereor ne tuus morbus deſperatus euadat.

De imaginatione ſpecierum.

AD EVNDEM.

QVod dixi domino Tadeo eſt, quod aliquas particularium ſpecies, perfectè & integrè imaginari poſſumus, alias non item, id tibi melius exemplo innoteſcet. Proponatur tibi triangulus æquilaterus daræ magnitudinis, datiq; coloris, huiuſmodi enim particularis, potes imaginatione tibi fingere integram ſpeciem, totalemq; ei adæquatam, ſed ſi aliquam ſpeciem aliquando vniuerſaliorem imaginatio

ne

ne concipere velles, quemadmodum vnius trianguli ęquilateri, tali magnitudine, ſed non præfinito colore conſtantis, hoc minime præſtare poſſes. quia nullam rem viſibilem priuatam colore imaginari poſſumus. nec etiam potes imaginari ſpeciē alicuius trianguli æquilateri, indeterminatæ magnitudinis, & indefiniti coloris, quæ cuilibet particulari cuiuſuis magnitudinis, & coloris poſtea applicari queat. Species deinde alicuius trianguli ęquicruri, aut vnius trianguli laterum inęqualium, aut triāguli in genere, aut tandem figuræ, conſiderato tu ipſe, an poſſit ſub imaginationem cadere. Poſſumus quidem huiuſmodi ſpeciem (ratione mediante) intelligere, vnde quamlibet ſpeciem rei particularis viſibilis, compoſitæ, ex figura, magnitudine, & colore, perfectè imaginari poſſimus, & huiuſmodi conceptus erit ſpecialiſſima ſpecies, quia in infinito ſuorum indiuiduorum, nunquam fiet, vt aliquod eorum, alio modo ab alijs differre poſſit; admonens te, nil reperiri, quod differat, aut in ſe partem aliquam habeat, quod aliquid aliud non obtineat, quin dicta differentia ſit ſpecifica, eius tamen ſolum partis quæ differt ab alia duorum indiuiduorum, vnius, eiuſdemq; ſpeciei. quia ſi eſt in magnitudine nulla planè magnitudo reperitur, quę ſua ſpecie non ſit dotata, quod ſi non eſſet, inter res omnes nulla æqualitas eluceret: & ſi in figura, & colore, idem affirmo, aliter nulla res ſimilis eſſet alteri, neque aliqua ſimilitudo reperiretur. Idem de quolibet alio obiecto ſenſibili dico. Ratio autem eorum omnium quæ dixi eſt, quia imaginatiua nihil aliud intellectui oſtendere poteſt, quam id quod recipit à ſenſu, & cum ſenſus, alio modo moueri non poſſit quam ſupradicto, hanc ob cauſam verum eſt, ęquid ſcripſi. Vnde triangulum ęquilaterum datę magnitudinis, erit genus triangulorum ęquilaterū eiuſdē datæ magnitudinis, ſed diuerſorū colorū, erit etiā ſpecies trianguli æquilateri indeterminatæ magnitudinis, & hic deinde erit ſpecies trianguli, & hic poſtea ſpecies figuræ. Idem de alijs omnibus rebus per gradus dico, quę ſicut à ſenſu, ita etiam ab imaginatione longè recedunt, adeo vt has ſpecies ſpecialiſſimas tantum, ideſt eas ſolùm, quas hic ſuperius deſcripſi, integrè capere poſſit: at verò genera, quanto vniuerſaliora ſunt, ab eadem imaginatione, tanto longius diſtant.

De maculis Lunæ, & eius lumine.

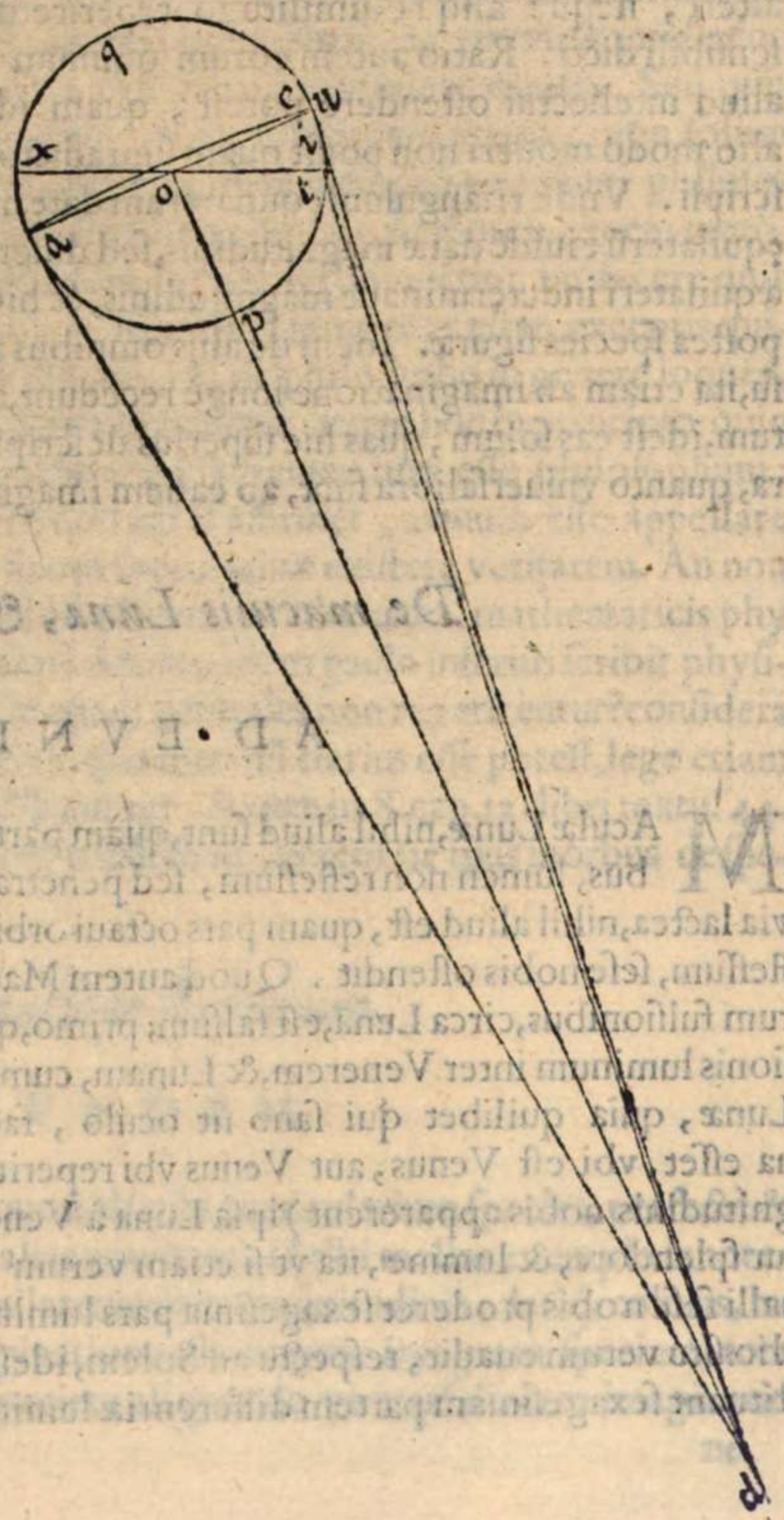
AD EVNDEM.

MAculæ Lunæ, nihil aliud ſunt, quàm partes ipſius Lunę magis perſpicuæ, à quibus, lumen non refleſſum, ſed penetrans, nobis occultatur; quemadmodū via lactea, nihil aliud eſt, quam pars octaui orbis magis opaca, à qua lumen Solis refleſſum, ſeſe nobis oſtendit. Quod autem Maurolicus ſcribit folio. 64. cap. de aſtrorum fulſionibus, circa Lunā, eſt falſum; primo, quia non conſiderat differentiā intenſionis luminum inter Venerem, & Lunam, cum lumē illius ſit magis intenſum, quam Lunæ, quia quilibet qui ſano ſit oculo, facile poteſt compræhendere, ſi Luna eſſet, vbi eſt Venus, aut Venus vbi reperitur Luna (quibus in locis eiuſdem magnitudinis nobis apparerent) ipſa Luna à Venere longè ſuperaretur, & excederetur ſplendore, & lumine, ita vt ſi etiam verum eſſet, quod per tres gradus interualli ſeſe nobis proderet ſexageſima pars luminis (quod in quadraturis nec in vllo alio ſitu verum euadit, reſpectu ad Solem, ideſt vt tres gradus differentiæ ſitus, conſtituant ſexageſimam partem differentiæ luminis reſpectu noſtri) non ideo tamen

dictum lumen conſpiceretur, quia non ſufficit extenſio luminis, cum eiuſdem intenſio ſit etiam neceſſaria. Sed id quoque tibi dico, quod etiam ſi dicta ſexageſima pars totius luminis lunaris, eadem intenſione ſplendoris, & luminis Veneris, in tali diſtantia trium graduum à Sole prædita eſſet, non eam tamẽ videremus, ratione obliquitatis curuę, & ſphæricę ſuperficiei Lunæ, reſpectu noſtri, in huiuſmodi ſitu: id q̃ tibi ita demonſtratum volo.

Pars ſuperficialis lunaris globi, quæ nos reſpicit ſit.a.p.u. quam accipere poſſumus pro medietate ipſius ſuperficiei totalis, eo quod reſpectu noſtri viſus, inſenſibiliter, ab ipſa medietate differat, pars autem à Sole viſa ſit.u.q.a. cogitemus etiam circulum.a.p.u.q. vnum eſſe ex maioribus ipſius globi, cuius ſuperficies trãſeat per oculum videntis, vnde pars eius.a.p.u. diuidet vmbram per æqualia, reliqua verò pars. a.q.u. diuidet per æqualia lumen ipſius Lunæ à Sole receptum, ita quod pars illuminata, erit medietas.u.q.a. exceſſus verò, cum noſtro viſui incompræhenſibilis ſit, pro nihilo reputetur, cuius cauſa eſt, maxima illa diſtantia, quæ inter Solem, & Lunam reperitur, quamuis Sol maior ſit Luna multis millibus vicium, eo quod tunc inter Solem, & Lunam reperiantur plus quam. 570. diametri terræ.

Supponamus nunc Lunam remotam eſſe à loco ipſius cõiunctionis cum Sole per 3. gradus. vnde quẽadmodum prius lumen erat in gyro. a. q. u. nunc reperiatur in gyro. x. q. t. ita quod. t. u. erit ſexageſima pars ipſius. a. p. u. qđ à vero ſenſibiliter non diſcedit.



Imaginentur nunc duæ rectæ lineæ ductæ ab oculo. d. ad puncta. t. et. u. verum tamen eſt quod linea. d. u. ſecabit arcũ. t. u. ſed ita propinqua pũcto. u. quod erit ei ferè contingens, vnde abſque ſenſibili errore poſſumus arcum. t. u. intelligere inter duas lineas. d. t. et. d. u. quapropter tale lumen compræhendetur, ferè, ſub angulo. t. d. u. quem quidem angulum oportet nos videre, cuius magnitudinis exiſtat, reſpectu totalis anguli a. d. u. protracta cum fuerit. d. a.

Producatur primo. d. t. vſque ad diametrum in puncto. i. deinde per puncta. a. et. u. ducatur arcus. a. e. u. circa. d. cẽtrum, ad quem ducatur linea. d. t. i. in puncto. e. ſed quia, cum diameter. a. u. tam breuis ſit reſpectu diſtantiæ à terra, tempore interlunij, vnde minor cẽteſima parte ipſius diſtantiæ exiſtit, ſequit̃ nos poſſe abſq; ſenſibili errore cogitare, à puncto. d. ad quoduis punctum ipſius diametri omnes lineas ad angulos rectos cum ipſo diametro, & inſenſibilis inæqualitatis

litatis à linea.d.o. Accipiemus igitur.t.i.pro ſinu arcus. t.u. qui eſt graduum. 3. hoc eſt ſexageſima pars ſemicirculi graduum. 180. quapropter.t.i.erit partium. 5233. talium qualium.o.u.eſt. 100000. cuius. t.i.quadratum demptum cum fuerit à quadrato ſemidiametri.o.t.relinquet nobis quadratum ipſius.o.i.quæ quidem.o.i.vt radix quadrata,erit partium. 99862. talium qualium ſemidiameter eſt. 100000. vnde.i.u. reſiduum diametri, remanebit partium. 138. Vel ſic, cum cognitus ſit nobis arcus. t.u.illicò cognoſcemus ſinum arcus.p.t.complementũ vnius quartæ,qui ſinus æqualis erit ferè arcui.o.i.partium. 99862. vnde.i.u.erit, vt dictum eſt, partium. 138. quę quidem.i.u.æqualis eſt ferè ſinui arcus.u.e.& ita etiam.u.e. quare ſi diuiſa fuerit tota.a.u.partiũ. 200000. per. 138. proueniet nobis. 1449.& ſic angulus.t.d. u. erit vna partium. 1449.anguli.a.d.u. Conſideremus igitur quomodo fieri poteſt, vt oculo compræhendatur hæc tam parua particula luminis lunaris.

SOLVTIONES ALIQVAE.

Paulo Aemilio Raiestaim.

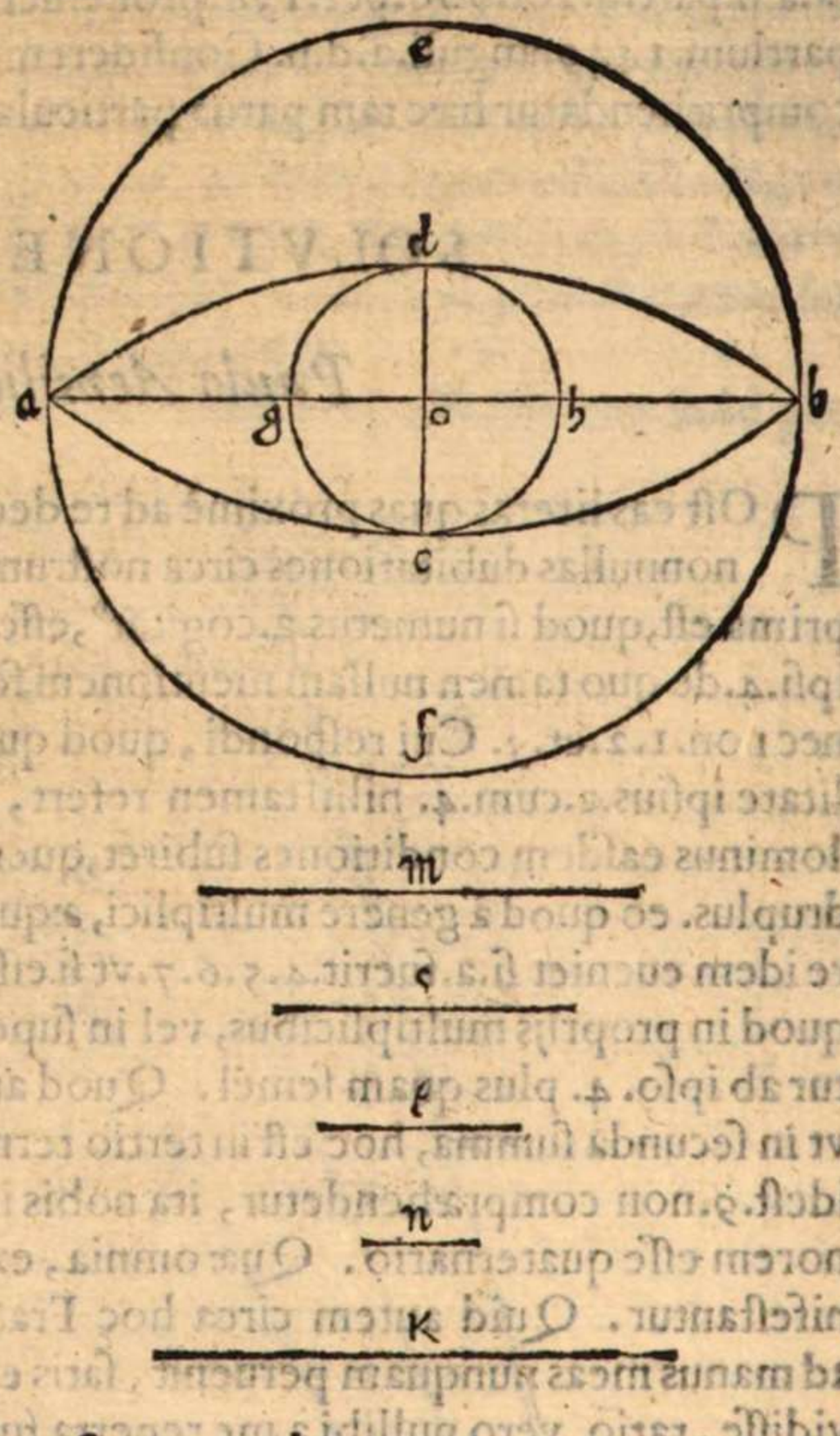
POſt eas literas quas proximè ad te dedi, Franciſcus Monardus mihi retulit tuas nonnullas dubitationes circa noſtrum Theorema Arithmeticum. 116. quarum prima eſt,quod ſi numerus.a.cogitat°,eſſet æqualis.4.tunc ipſe non eſſet multiplex ipſi.4.de quo tamen nullam mentionem feci. Idem etiam inquis,ſi.a.fuiſſet.5.6.7. nec non.1.2.et.3. Cui reſpondi, quod quãuis nullam fecerim mentionem de æqualitate ipſius.a.cum.4. nihil tamen refert, propterea quod quando ita fuiſſet, nihilominus eaſdem conditiones ſubiret,quemadmodũ ſi fuiſſet duplus,triplus,aut quadruplus. eo quod à genere multiplici, æqualitas, formam diuerſam non induat. Quare idem eueniet ſi.a.fuerit.4.5.6.7.vt ſi eſſet.8.9.10.et.11.& ſic de cæteris, excepto quod in proprijs multiplicibus, vel in ſuperantibus ipſis multiplicibus.a. menſurare tur ab ipſo. 4. plus quam ſemel. Quod autem dicis.de. 1. 2. et. 3. nihil eſt, quia, vt in ſecunda ſumma, hoc eſt in tertio termino maximo, reliquus tertius terminus, ideſt.9.non compræhendetur, ita nobis indicabit primum numerum ſumptum minorem eſſe quaternario. Quæ omnia, ex ipſa noſtra thęoria ibidem expreſſa manifeſtantur. Quid autem circa hoc Frater Lucas dicat, neſcio, quia ipſius opus ad manus meas nunquam peruenit, ſatis enim mihi fuit, in Tartalea hanc praxim vidiſſe, ratiõ vero nullibi à me reperta fuit. Tartalea enim multos citat authores, quorum ſcripta ego nunquam vidi, vt Leonardi Piſani, Proſdocimi, Petri Borghi, Fratris Lucæ,Ioannis Sfortunati, cæterorumq; ſimilium.

ELI-

ELIPSIM PROPOSITAM QVALITER quadrare valeamus.

Illustri Viro Francisco Mendoza.

QVOD antea tuo nomine fecerat Marcus Antonius amicus noster sufficiebat. Sed quia, quæ nunc à me petis, talia sunt, vt sine tripartita æqualiter aliqua data proportione non possit aliquis exactè intentum perficere, nihilominus, suppositâ dicta diuisione, reliqua facilia erũt. Primũ enim est. Propositam Ellipsim quadrare.



Sit igitũ Ellipsis proposita.a.b.d.c. cuius axes sint.a.b et.d.c.dati, seu repti ex 47.secũdi Pergei, sintq; duo circuli.a.e. b.f.et.g.d.h.c.circa easdem diametros, tũc proportio.a.b.ad. d.c.dimidiũ erit proportionis circulorum ex.2.12. Euclid. sed proportio.a.b.ad.d.c.æqualis est proportioni maioris circuli ad Ellipsim.ex.5. Archimedis in lib.de conoidalibus, quapropter proportio Ellipsis ad minorem circulum altera medietas erit totius proportionis circulorum, hoc est maioris ad minorem, quare Ellipsis media proportionalis erit inter eos circulos. Nunc verò cum ex Archimede repertę fuerint duæ figuræ rectilineæ æquales duobus circulis iam dictis, & inter has, reperta fuerit alia media proportionalis propositum obtinebimus.

Sphæroidem propositam cubare.

AD EVNDEM.

PRoposita sphæroides erit, aut prolata, aut oblonga, sit prius prolata, sitq;.a.b. diameter circuli, qui eam per æqualia secat, circa quam.a. b. vt circa axem intelligatur sphæroides oblonga, cuius spissitudo sit.d.c.axis prolatæ, cogitemus nũc duas sphæras.a.e.b.f.et.g.d.h.c.circa dictos axes. Vnde quatuor corpora habebimus, hoc est duas sphæras, & duas sphæroides, quas probabo continuas proportionales inuicem esse.

Considerabimus igitur duos conos rectos, quorum.a.b. diameter sit eorum basium, altitudo autem maioris, æqualis sit semidiametro maiori, hoc est medietati.a.b.al-

titudo

titudo verò minoris, æqualis sit semidiametro minori, hoc est medietati.d. c. vnde habebimus proportionem coni maioris ad conum minorem, eãdem quæ est diametri maioris ad diametrum minorem,quod ex.2.parte.11. duodecimi Eucli.nec non ex.9.eiusdem manifestum est, sed conus minor, est quarta pars sphæroidis prolatæ ex.29. Archimedis in lib.de conoidalibus, & conus maior, est etiam quarta pars sphæræ,ex.32.primi lib.de sphæra, & cyllindro, quare ex communi scientia, eadẽ proportio erit sphæræ maioris ad sphæroidem prolatam, quæ.a.b.ad. d. c. sed proportio.a.b.ad.d.c.est tertia pars proportionis maioris sphæræ ad minorẽ.Considere mus nũc alios duos conos rectos,vnius & eiusdẽ basis,cui⁹ diameter sit.d.c. sed altitudo maioris,æqualis sit semidiametro sphęrę maioris, altitudo verò minoris,sit æqualis semidiametro minoris sphæræ, vnde ex dictis rationibus habebimus proportionẽ maioris coni ad minorẽ,vt quæ est.o.b.ad.o.d.hoc est vt.a.b.ad.d.c.& ex dictis ꝓpositionibus ita se habebit sphæroides oblonga ad sphęram minorem vt.a.b. ad. d. c. hoc est tertia pars proportionis sphæræ maioris ad minorem. Quare proportio sphæroidis prolatæ ad oblongam, erit reliqua tertia pars proportionis maioris sphęræ ad minorem. Quapropter hæc quatuor corpora continua proportionalia inuicem erunt.

Nunc verò quærenda est inter.a.b.& suas duas tertias partes vna media proportionalis, quæ sit. K.& ex Archimede,inuentum sit quadratum ęquale circulo, cuius sit.K. diameter. Vnde proportio circuli (cuius.a.b.est diameter) ad circulum cuius.K.est diameter, sesquialtera erit ex.a.12.Eucli.

Ducatur deinde quadratum lineæ. K. in lineam. a. b. & proueniet nobis corpus quoddam,quod æquale erit sphærę maiori, ex corellario.32. primi de sphęra & cyllindro, cuius corporis,latus cubus sit.m.

Idem facere oportebit mediante.d.c.minoris sphærę, cuius corporis cubica radix sit.n.

Nunc verò inter.m.et.n.inueniantur duę medię proportionales.s. t.& ex. s. producatur cubus, qui ęqualis erit sphęroidi prolatæ propositi, cubus vero. t. æqualis erit sphęroidi oblongę, cuius axis esset.a.b.

Si autem sphęroides oblonga nobis proposita fuisset, eodem methodo soluere-tur problema.

Quadratum circulis mediantibus designare.

AD EVNDEM.

MOdus autem conficiendi quadratum ex circulis supra datam lineam, vt Dominum Gasparem docui,facillimus est.

Sit enim linea.b.a.46.propositionis primi Euclidis,positoq; pede immobli circini in puncto.a.secundum quantitatem lineæ.a.b.propositę fiat circulus, similiter circa punctum.b.alius circulus eiusdem magnitudinis, erecta deinde sola.a.c. perpendi culari ipsi.a.b.ex puncto.a.ipsa secabitur à circunferentia circuli. cuius centrum est. a.in puncto.c.vnde. a.c.æqualis erit.a.b. posito demum pede immobili ipsius circini in puncto.c.secundum longitudinem ipsius.c.a. fiat alius circulus, qui æqualis erit reliquis duobus circulis cum eorum semidiametri æquales sint, & hic vltimo factus secabit circulum, cuius centrũ est.b.in pũcto.d.à quo cum ductæ fuerint.d.c.et.d.b.

rectè

rectè habebimus quod volumus. nam omnia latera sunt inuicem æqualia ex conditionibus circuli, angulus autem.a.rectus effectus fuit, tunc si imaginatione cogitata fuerit diameter.b.c.ex.8.primi, concludemus angulum.d.esse rectum deinde ex.5 et.32.eiusdem concludemus etiam reliquos angulos rectos esse.

Circa verò id quod mihi scripsisti de igne perpetuo putans nugas esse, quod Romæ inuentæ fuerint lucernę ardentes in sepulchris antiquorum. Ego quidem minimè puto eas nugas esse, propterea quod tales lucernas non vnus tantum aut duo viderint, sed multi homines fide dignissimi. Prętera cum ais id nulla ratione posse fieri. Respondeo quod maxima ratione possibile esse puto, quam quidem rationem ita esse oportet, quod primum lucerna sit perfectè circuncluſa, vt materia in ea constituta nullo modo exire possit, deinde quod materia inflamabilis talis sit, vt excrementum fuliginosum ex flamma transmissum, tangendo superficiem deuexam ipsius lucernæ, aptum sit in pristinũ humorẽ congelari, siue transformari, vnde materia prima per tres formas perpetuò transibit, hoc est per humorem, siue oleum tale, vt diximus, per ignem, seu flammam, & per vaporem, seu exhalationem fuliginosam aptam condensari, atque in priorem humorem illicò reuerti.

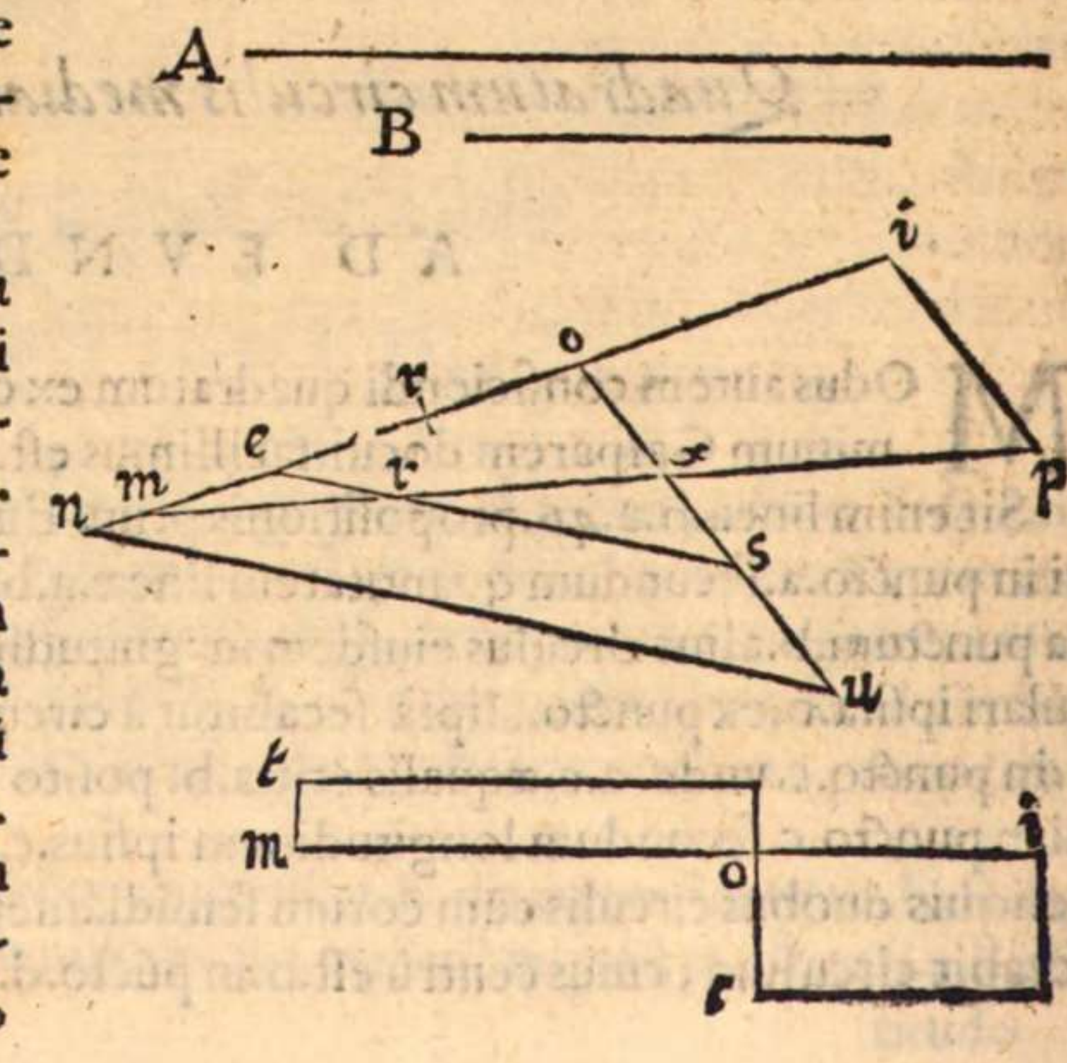
DE DIVISIONE TRIANGVLI SECVNDVM propositam proportionem.

Michaeli Angelo Muciasco.

QVOD mihi proponis, tale est, vt scilicet tibi modum scribam diuidendi triangulum propositum secundum datam proportionem à linea transeunte per punctum notatum extra triangulum.

Triangulũ igit à te mihi propositum sit.n.o.u. considero primũ quod si quis ipsum diuiserit in duas partes mediante.e.s. parallela ad. n. u. ea proportione, quam mihi proponis. deinde inuenerit in dicta. e. s. punctum. r. per quod transiens alia linea à puncto. p. proposito, ita quod efficiat duo triangula.m.r.e.et.r.s. x. inuicem æqualia, problema solutum erit. eo quod triangulum.m. o. x. æquale esset triangulo.e. o. s. & quadrilaterum residuum.m.n.u.x.etiam æquale esset quadrilatero.e.n.u. s.

Sed dum punctum.r.uenarer, alia via mihi in mentem venit, cognoui igitur quod quum propositum expeditum fuisset, hoc est, ꝙ si à puncto p. protracta esset linea.p. m. quę triangulum.n.o.u.in duas partes inuicem ita proportionatas diuisisset, vt se habet.A. et.B. ita se haberet productũ n.o.in.o.u.ad productum.m. o. in.o. x. vt trianguli.n. o. u. ad triangulum m. o. x. quod quidem non est difficile speculari, ex methodo. 24. sexti, eo quod



eo quod tam proportio producti.n.o.in.o.u.ad productum.m.o. in. o. x. quam proportio trianguli.n. o.u.ad triangulum.m.o.x.componitur ex proportione.u.o.ad.o. x. & ex proportion e.n.o.ad.m.o.vnde proportio dictorum productorum nobis cognita erit, eo quod cum nobis cognita sit proportio. A.ad.B.vt data, cognita etiam nobis erit coniuncta, hoc est. A.B.ad.B.& propterea ea quæ trianguli.n.o.u. ad triãgulum.m.o.x.& similiter productorum. Quæsiui postea modum inueniendi duas dictas lineas. m . o . et. o. x . & cognoui quod si producta fuerit.p.i.æquidistans lineæ.o.x.producendoq;.o.n.quousque cum.p.i.se intersecarent in puncto.i. inuenien do postea lincam quandam,quæ ducta cum.p.i.efficeret rectangulum æquale rectan gulo cognito quod ex.m.o.in.o.x.potest fieri , quod cognitum dico, eo quod nobis cognita est proportio data, & rectangulum etiam.n.o.in.o.u. deinde secando ab.o. n.partem æqualem lineæ iam inuentæ, quæ sit.o.t. Inueniendo postea,ex.28.sexti lineam.o.m.cuius productum in.m.t.æquale sit producto.t.o.in.o.i. vnde ex.15.eiusdem proportio.o.i.ad.m.o.eadem esset,quæ.m. t. ad. o.t.& componendo,ita se haberet.m.i.ad.m.o.vt.m.o.ad. o. t. sed ex. 4. sexti,ita esset-p.i.ad.o.x.vt.m.i.ad.m.o. quare ex.11.quinti,ita esset.p.i.ad.o.x.vt.m.o.ad.o.t.vnde ex.15. sexti productum. o.x.in.m.o.æquale esset producto.p,i.in. o.t.& sic haberemus intentum.

Sed si punctum.m.caderet in punctum.n.idem esset , si verò punctum.m.transiret n.oporteret nos facere hoc in latere.n.u.ipsum quærendo in linea.n.u. ducendo primum lineam.p.i.æquidistanté.u.x.& producendo.u.n.ad partem.u.prosequendo, q̃ superius iam dictum est.

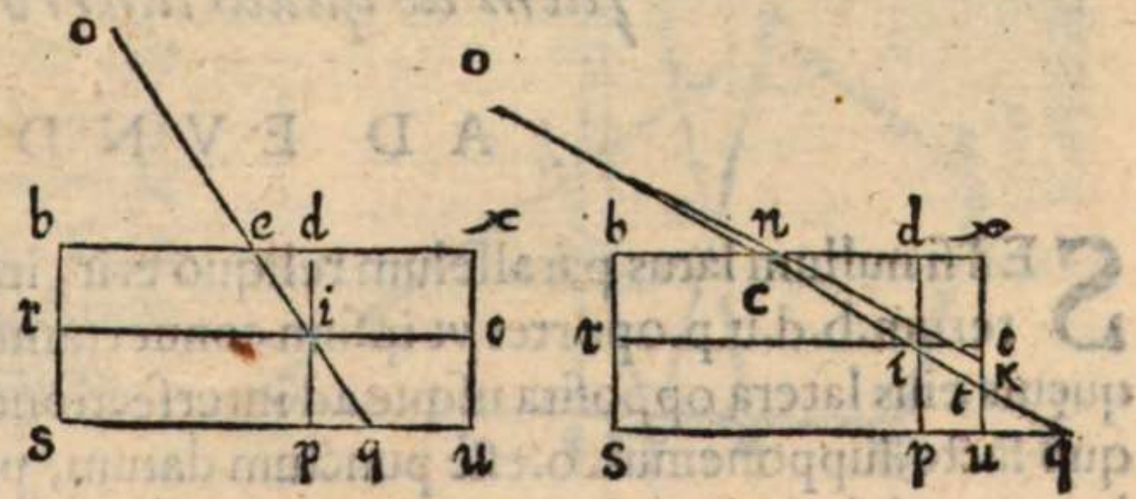
Idem facere de parallelogrammo.

AD EVNDEM.

DAtum parallelogrammum in duas partes diuidere,secundum aliquam datam proportionem à linea transeunte per punctum propositum.

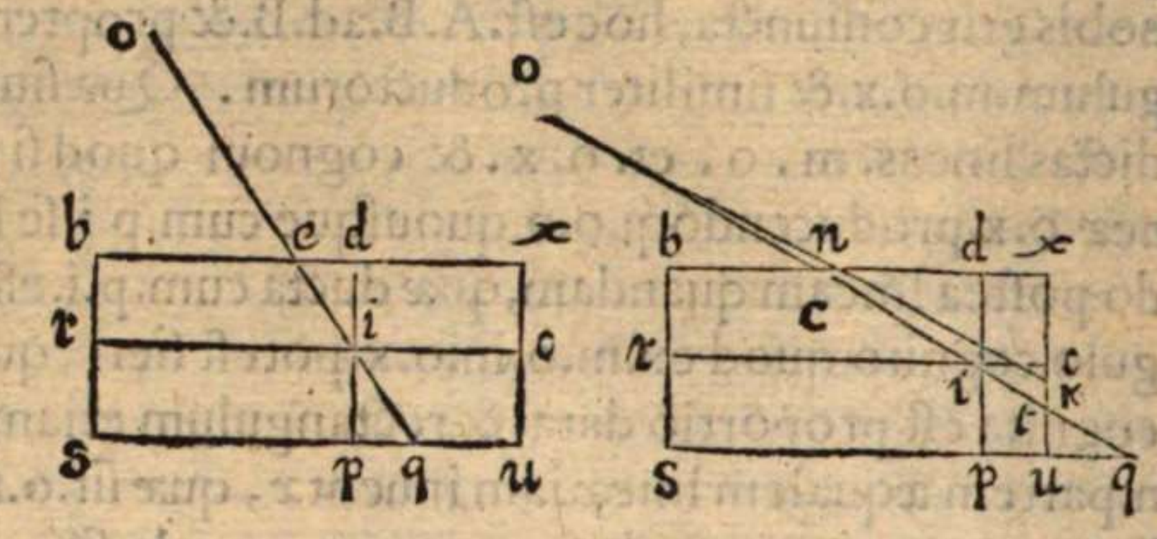
Sit exempli gratia, datum parallelogrammum.b.u.datum verò punctum.o.extra figuram , proportio autem ea sit , quæ.A.ad.B.vt supra.Nunc diuidatur primò rectangulum datum per æqualia,mediante linea.r.c.parallela ambobus lateribus.b.x. et.s.u.quæ quidem linea diuidatur in puncto.i. ita quod eadem proportio sit.r.i. ad. i.c.vt.A. ad.B.protrahatur deinde à puncto.o.linea.o.i.q.quæ secabit ambo duo latera.b.x.vel.s.u. intra terminos eorum , vel tantum.b.x.reliquum verò extra terminos. s. u.

Nunc autem si intra dictos terminos transibit, vt in prima figura videre potes , problema solutum erit,eo quod si à puncto.i. protracta fuerit. p. d.parallela ad. u x. habebimus ex prima sexti eandem proportionem.s .d.ad.p.x. ut.r. i.ad.i.c. hoc est vt. A. ad. B. sed triãgulus i.e.d.æqualis est triangulo.i.q.p. vt tibi facilè patebit , vnde quadrilaterum.e.q u. x. æquale erit quadrilatero. d. u . ex communi



ſcientia. Quare ex.9.quinti,ita erit.s.d.ad dictum.d.u. vt ad quadrilaterum.e.q.u. x.hoc eſt vt.A.ad.B.ex.11.eiuſdem.

Sed ſi punctum.q.fuerit extra ut in.2.figura videre eſt. tunc manifeſtum erit, ꝙ triangulus. e. x. t.maior erit parallelogrammo. d.u.per triangulum.q.t.u.cum triangulus.q.i.p. æqualis triangulo.d.i.e. excedat quadrilaterum.i.t.u.p. per triangulum dictū. q. t. u. quapropter cum diuiſus fuerit triangulus. e. x.t.mediante linea.o. n. K. ita ꝙ quadrilaterū.e.n.K.t. ſit æquale triangulo.q.t.u. ex doctrina præcedenti, habebimus propoſitum.



Idem de fruſto trianguli.

AD EVNDEM.

SEd ſi quadrilaterum dictum eſſet fruſtum alicuius triāguli ut in figura. A. hic ſubſcripta videre eſt, ſuppoſita, b.d. parallela ad.u.p. ita faciendum eſſet, ducendo ſcilicet parallelam.u.x.ad.b.p.quæ producatur vſque ad concurſum cum. b. d. in puncto.x.ſitq; proportio data inter.t.a.et.a.e.quas duas lineas cogitemus inuicem directè coniunctas, tunc diuidatur tota. t.e. in puncto.i. ita vt.t.i.ad.i.e.ſit vt quadrilateri.p.d.ad trigonum.u.d.x. deinde diuidatur t.i.in puncto.r.tali modo vt.t.r.ad.r.i.ſe habeat vt.t.a.ad.a.e. quo facto ex doctrina prę cedenti diuidatur totum parallelogrammum.p. x. mediante linea. o. q. ſecundum quod ſe habet.t.r. ad.r. e. Atque ita ſolutum erit problema, vt ex te ipſo ratiotinari facile potes.



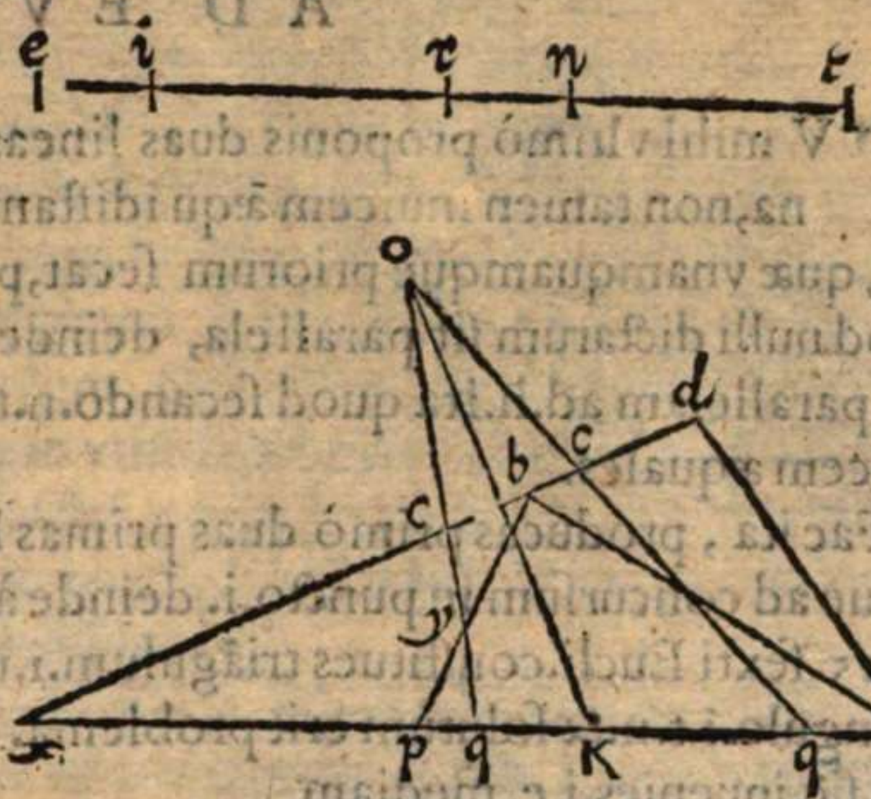
Idem de quadrilatero in genere.

AD EVNDEM.

SEd ſi nullum latus parallelum reliquo erit, ita faciendum erit. ſi ſit tale quadrilaterum.b.d.u.p.oportet vt ipſum conuertamus in triangulum, producendo duo quęuis eius latera oppoſita uſque ad interſectionem ut pote.u.p.et.d.b.in puncto.x. quo facto, ſupponemus. o.eſſe punctum datum, proportio verò data ſit.t.r.ad.r.,i.ad iungatur deinde.i.e.ad.t.i.ad quam.e.i.ipſa.t.i.ſe habeat vt quadrilaterum. b.d.u.p.

ſe

se habet ad triangulum.b.p.x.ducatur postea.o.q. quæ diuidat totale triangulum.d.u.x.in duas partes inuicem ita proportionatas, ut se habent.t.r.et. r. e. quæ quidem partes sint.c.d.u.q.et.c.q.x.ut in primo problemate tibi monstraui, & habebis propositum, dato quod punctum.c.sit inter b. et d.



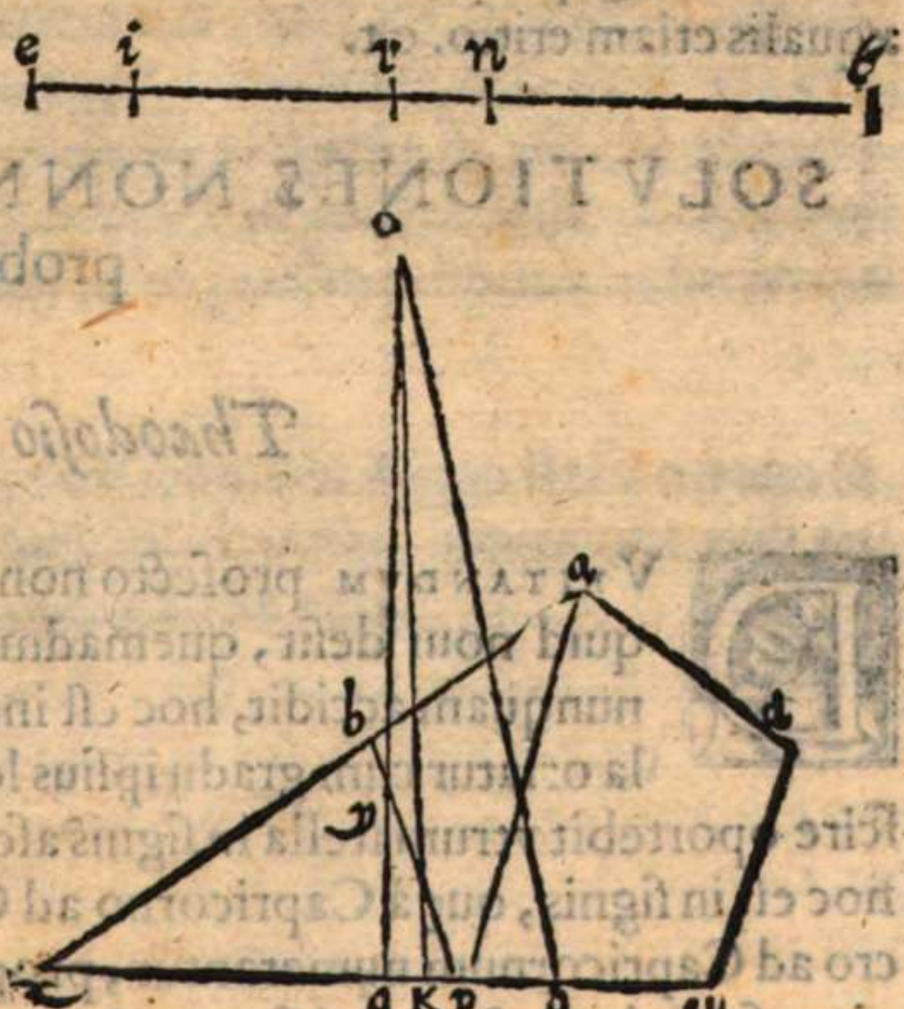
Sed si forte linea.o.q.secabit.b.x.hoc est si punctum.c.esset inter.b.et.x. manifestum est, quod.c.q.secaret.b.p.in puncto.y.vnde in tali casu, alio modo operandum esset, hoc est ducendo.b.u. quæ diuideret quadrilaterum in duo triangula, & ut se haberet triangulum.b.d.u. ad triangulum.b.p.u.vellem vt ita secaretur t.i.in puncto.n.vt ita se haberet.t.n.ad.n.i.ut dictum est de istis duobus triangulis, deinde prout se habet.n.r.ad.r.i.ita secares triangulum.b.p.u. mediante linea. o. K.ex doctrina primi problematis, & ita haberes propositum.

Idem de Pentagono, Exagono, & de reliquis.

AD EVNDEM.

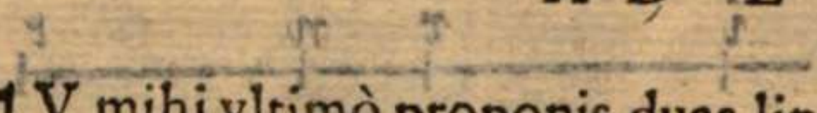
PEntagonum, seu hexagonum, vel alias quasuis multilateras figuras propositas ita diuidere, vt dictum est de trilateris, & quadrilateris.

Sit exempli gratia pentagonus.a.d.u.p.b.quem secare volumus mediãte linea. o. q. in duas partes inuicem se habentes, vt se habent.t.r.et. r.i.oportet igitur ut ipsum pentagonum reducas ad quadrilaterum.x.a.d.u. quod diuidatur secundum præcedentem doctrinam, vt se habet.t.r. ad. r. e. vnde si punctum.q.incidit inter.p.et.u.tunc habebis propositum, si verò incidet inter. p.et.x. clarum erit quod linea.o. q. secabit latus.p.b. trianguli.b.x.p.in puncto.y.quapropter duces lineam.a.p. vt claudat triangulum.a.b.p.diuidaturq;.t.i.in puncto.n.ita vt.t.n.ad.n.i.se habeat,vt quadrilaterum.a.d.u.p.ad triãgulum.a.b.p. deinde hũc triangulum.a.b.p.diuidas mediante linea. o. K. vt.n.r.ad.r.i.ex doctrina primi problematis & habebis propositum. Idem dico de hexagono,reducendo ipsum ad pentagonum, & item de eptagono,ipsum reducendo ad exagonum, & idem infero de infinito ipsarum superficialium figurarum rectilinearum.



De duobus triangulis æqualibus inter lineas inuicem inclinatas.

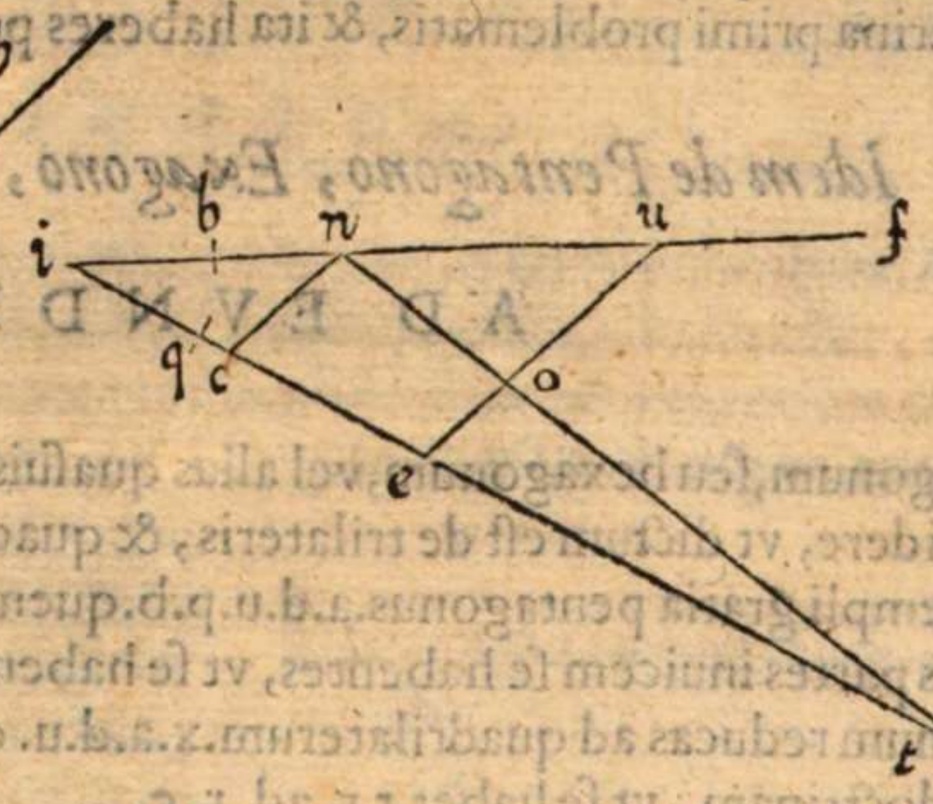
AD EVNDEM.



TV mihi vltimò proponis duas lineas rectas.b.f.et.q.s.in eadem ſuperficie plana,non tamen inuicem æqu idiſtantes,proponis etiam.n.t.in eadem ſuperficie, quæ vnamquamque priorum ſecat,proponis etiam lineam. h. tali conditione, quod nulli dictarum ſit parallela, deinde ſcire cupis qua arte aliquis poſſet ducere. e.u.parallelam ad.h.ita quod ſecando.n.t.conſtituat duos triangulos.n.o.u.et.t.o.e. inuicem æquales.

Fac ita, producas primò duas primas lineas à parte, in qua inuicem inclinantur, vſque ad concurſum in puncto.i. deinde à puncto.n.duces.n.c.parallelã ad.h.poſtea ex.25.ſexti Eucli.conſtitues triãgulum.i.u.e.ſimile triangulo. i. c. n. æquale tamen triangulo.i.t.n.& ſolutum erit problema.

Vel ſic,inuenies.i.e. mediam proportionalem inter.i.c.& i.t. duces poſtea.e.u.parallelam lineę.h.vel.c.n.quod idẽ erit ex.30.primi Eucli.& ſolutum erit problema.



Nam ex. 17. ſexti eadem proportio erit trianguli. i. c. n.ad triangulum.i.e.u.ut.i.c. ad.i. t. Quare ut triangulii. i. c.n.ad triangulũ.i.t.n.ex prima ſexti, et.11.quinti. Vnde ex.9.eiuſdem.i. e. u. æqualis erit.i.t.n. Quapropter.o.n.u. æqualis etiam erit.o. e.t.

SOLVTIONES NONNVLLAE QVORVNDAM problematum.

Theodoſio à Raifeſtaim.

DVBITANDVM profecto non eſt, quin quotidie hominibus ſtudioſis aliquid noui deſit, quemadmodum, quod tibi nunc occurrit, mihi nonnunquam accidit, hoc eſt inuenire orizontem, cui aliqua propoſita ſtella oriatur cum gradu ipſius longitudinis. pro cui⁹ rei operatione te prius ſcire oportebit vtrum ſtella in ſignis aſcendentibus, vel deſcendentibus reperiatur, hoc eſt in ſignis, quę à Capricorno ad Cancrum procedunt, vel in illis, quę à Cancro ad Capricornum numerantur, propterea quod ſi in ſignis aſcendentibus inuenitur,ſciendum eſt, quod ſupra talem orizontem polus mundi auſtralis attollitur, ſed ſi in ſignis deſcendentibus reperitur, tunc polus borealis eleuatur ſupra dictum

orizontem

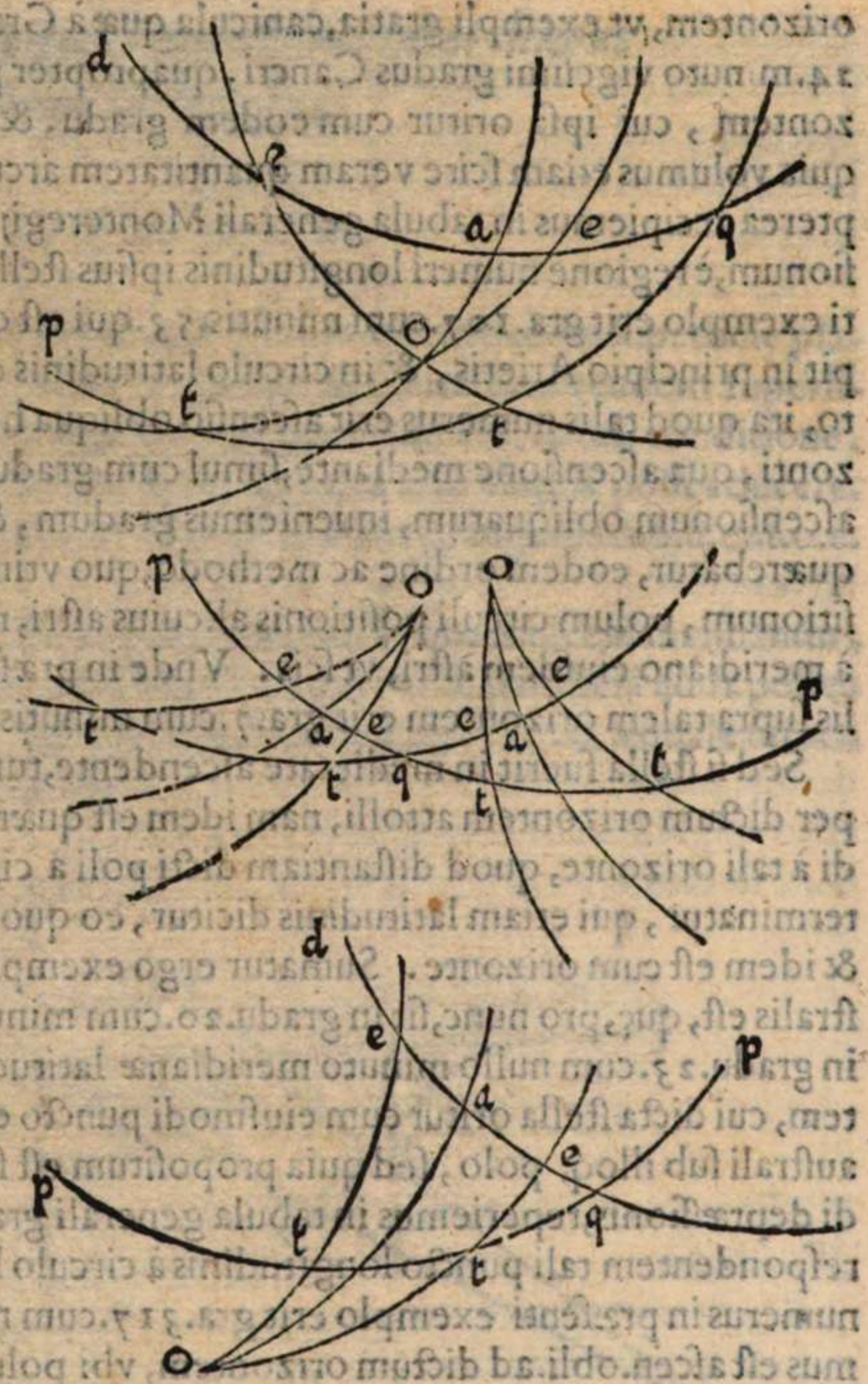
orizontem, vt exempli gratia, canicula quæ à Græcis Prochyõ vocatur, reperitur in 24. minuto vigesimi gradus Cancri, quapropter polus borealis eleuatur supra orizontem, cui ipsa oritur cum eodem gradu, & minuto ecliptice illius signi. sed quia volumus etiam scire veram quantitatem arcus eleuationis huiusmodi poli, propterea accipiemus in tabula generali Monteregij numerum qui vocatur radix ascensionum, è regione numeri longitudinis ipsius stellæ, qui quidem numerus in præsenti exemplo erit gra. 107. cum minutis. 53. qui est cuiusdã arcus æquatoris, qui incipit in principio Arietis, & in circulo latitudinis desinit, hoc est ab orizonte quæsito, ita quod talis numerus erit ascensio obliqua huiusmodi puncti ecliptice illi orizonti, qua ascensione mediante, simul cum gradu, & minuto longitudinis in tabulis ascensionum obliquarum, inueniemus gradum, & minutum altitudinis pollaris, qd quærebatur, eodem ordine ac methodo, quo vtimur ad inueniendum in tabulis positionum, polum circuli positionis alicuius astri, mediante declinatione, & distantia à meridiano ciusdem astri, vt scis. Vnde in præsenti exemplo eleuatio poli borealis supra talem orizontem erit gra. 7. cum minutis. 45.

Sed si stella fuerit in medietate ascendente, tunc certi erimus polum australem super dictum orizontem attolli, nam idem est quærere altitudinem vnius polorũ mundi à tali orizonte, quod distantiam dicti poli à circulo secundum quem longitudo terminatur, qui etiam latitudinis dicitur, eo quod tunc temporis talis circulus vnus & idem est cum orizonte. Sumatur ergo exempli gratia stella, quæ in ore piscis australis est, quę, pro nunc, sit in gradu. 20. cum minutis. 14. Aquarij longitudinis, & in gradu. 23. cum nullo minuto meridianæ latitudinis. Tunc certi erimus orizontem, cui dicta stella oritur cum eiusmodi puncto ecliptice, depressum esse à parte australi sub illoq; polo, sed quia propositum est scire etiam quantitatem huiusmodi depræssionis, reperiemus in tabula generali gradum, & minutum æquatoris, correspondentem tali puncto longitudinis à circulo latitudinis terminato, qui quidem numerus in præsenti exemplo erit gra. 317. cum minutis. 46. & hic numerus, vt diximus est ascen. obli. ad dictum orizontem, vbi polus australis attollitur, & descensio obliqua, vbi polus borealis eleuatur. Quapropter si à. 317. gradibus cum minutis 46. demptus fuerit dimidius circulus gra. 180. remanebunt gra. 137. cum minutis. 46 & punctus oppositus gradibus. 20. cum. 14. minutis Aquarij est in eodem numero Leonis, & mediantibus istis gradibus. 137. min. 46. ascensionis, cum grad. 20. min. 14. Leonis inueniemus eleuationem poli borealis ab orizonte in tabulis ascensionum obliquarum Monteregij, hoc est gra. 17. min. 53. & eadem altitudo erit poli australis supra orizontem à quo Fomahant cum dicto puncto ecliptice oritur, in qua longitudine dicta stella reperitur.

Sed si propositus nobis fuerit punctus ecliptice, cum quo aliqua stella oritura sit, & oporteat inuenire vbi, hoc est orizontem huiusmodi ortus, eleuatione poli artici, seu antarctici supra talem orizontem, ita operandum esset.

Sit

Sit exempli gratia ſtella.o. ecliptica verò.d. q. æquator autem. p.q.punctus verò eclipticæ, cum quo ſtella oritura ſit.e.orizon demũ.o. e. vbi ſtella oriri poſſit cũ puncto.e. Nam cum ſtella proponitur, datur etiam eius longitudo,nec non latitudo, quare arcus.a.q.& arcus.a.o. nobis cognitus erit, cum ſupponatur arcus.a.o.eſſe circuli latitudinis, et. a. o. latitudo ipſius ſtellæ, & angulus a.rectus erit, & quia punctum.e. datur,ergo arcus.a.o. & arcus. a. e.ſimul cũ angulo.a.recto cogniti ſunt, vnde ex.11.primi lib. copernici,angulus.a.e.o. cognoſcetur,& angulus.q.e.o. ſimiliter, vt reſiduum ex duobus rectis quo.e mediante cum angulo.q.declinationis ab æquatore, mediante q; latere.q.e.cognito,cognitus quoque nobis erit angnlus. e. t. q. ex 12.eiuſdem.qui quidem angulus erit altitudinis æquatoris ab orizonte quæſito, qui demptus à 90.gradibus, dabit altitudinem poli ab orizonte quæſito.



Inuenire poſtea gradum eclipticę,cum quo ſtella data oriatur ad orizontem poſitum, nullius eſt difficultatis.

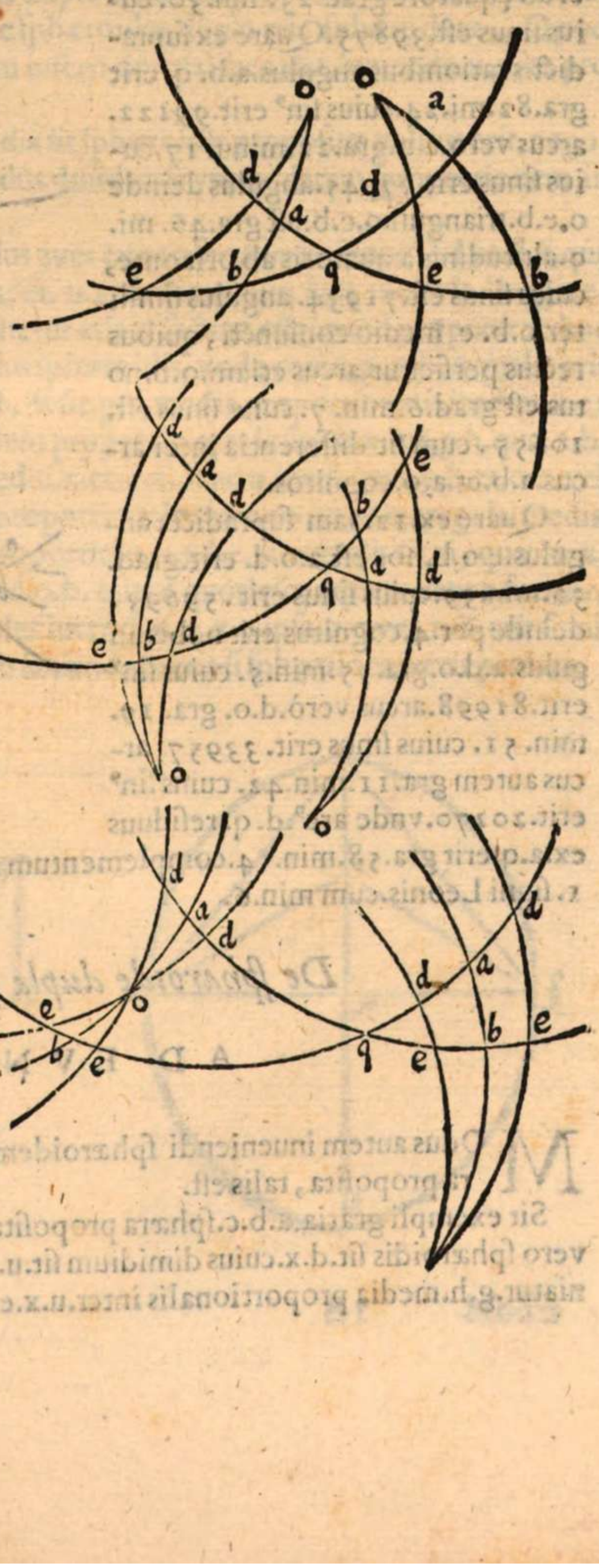
Ponamus exempli gratia,aliquem ſcire velle gradum eclipticæ, cum quo canicula oritur ad orizontem, cui polus boreus eleuatur per gradus.44.quæ canicula ſupponatur habere gradus.19.cum min.24.Cancri longitudinis,& gra.16.min.10.latitudinis meridianæ, quærere primum oportet eius declinationem ex doctrina.2.problematis tabularum directionum Monteregij, quæ erit graduum.6.cum minutis.5. ſeptentrionalis, deinde inuenire eius aſcenſionem rectam ex doctrina.4.problematis eiuſdem Monteregij, quæ erit gra.108.mi.42.deinde mediãte declinatione iam inuenta in tabulis differentiarum aſcenſionalium ſub polo.44.accipiemus differentiam aſcenſionum, qua differt recta ab obliqua, quæ in præſenti exemplo erit gra. 5.min.55.quæ dempta ab aſcenſione recta ſtellæ, vt præſens exemplum exigit,relinquet nobis aſcenſionem obliquam ſtellæ propoſitæ ad polum.gra.44. quæ erit gra. 102.minu.47.qua mediante,in tabulis aſcenſionum obliquarum poli. 44. habebimus gradum & minutum ecliptice cum quo ſtella oritur. quod in caſu noſtro erit gra.1.min.8.Leonis, ſed ſi tecum non fuerint tabulæ dictæ, potes eleganter omnia hæc perficere via triangulorum ſphæricorum.

Via triangulorum idem facere.

Sit exẽpli gratia.q b.æquator, ecliptica verò.q.a.propoſitus aũt orizon ſit.o.c.d. & ſtella data ſit.o.in orientali parte orizontis, circulus verò.a.o.ille ſit, qui tranſiẽs per polos eclipticæ & per centrum ſtellæ terminat longitudinem ipſius ſtellæ, & in ipſo ſit eius latitudo. Nunc propoſitum ſit inuenire arcum.d.q. eo quod illicò ſcie mus punctum.d qua propter oportet nos prius cognoſcere arcum.d.a.qui demptus, vel additus arcui.a.q. prius cognito ex ſuppoſito (nam data nobis eſt longitudo, & latitudo ſtellæ) dabit nobis.d.q.

Cum igitur voluerimus arcum.d.a.cognoſcere, ita faciemus. nam. q. a. cognitus nobis eſt ex ſuppoſito vt dictum eſt.angulus quoque.a.q. b.qui declinationis eclipti cæ ab æquatore eſt, angulus deinde.a. (trianguli.a.b.q.) rectus eſt, ergo ex.4.primi copernici cognitus nobis erit arcus. a.b.nec non angulus.a.b.q.vnde angulus.o.b. e. reſiduus ex duobus rectis in duobus primis hic ſubſcriptis figuris nobis itidem cognitus erit, etiam & arcus.b.o.reſiduus ſiue compoſitus ex arcu.a. o. cognito ex ſuppoſito cũ ſit arcus latitudinis ab ecliptica. Tunc in triangulo.o. b.e.cognoſcimus latus.o. b. & angulum. o. b.e.nec non angulum. b. e. o. qui eſt altitudinis æquatoris ab orizonte, quare ex. 12.dicti lib.cognitus nobis erit angulus. b. o. e. Conſideremus deinde triangulum.a.o.d.cuius angulus.a.rectus eſt, & angulus.a.o. d. cũ latere.a.o.etiam cognitus, vnde ex ſupradicta.4.nobis cognitus erit arcus.a.d. & conſequenter cognoſcemus arcum. d. q. eius reſiduum, ſeu compoſitum, quem quærebamus.

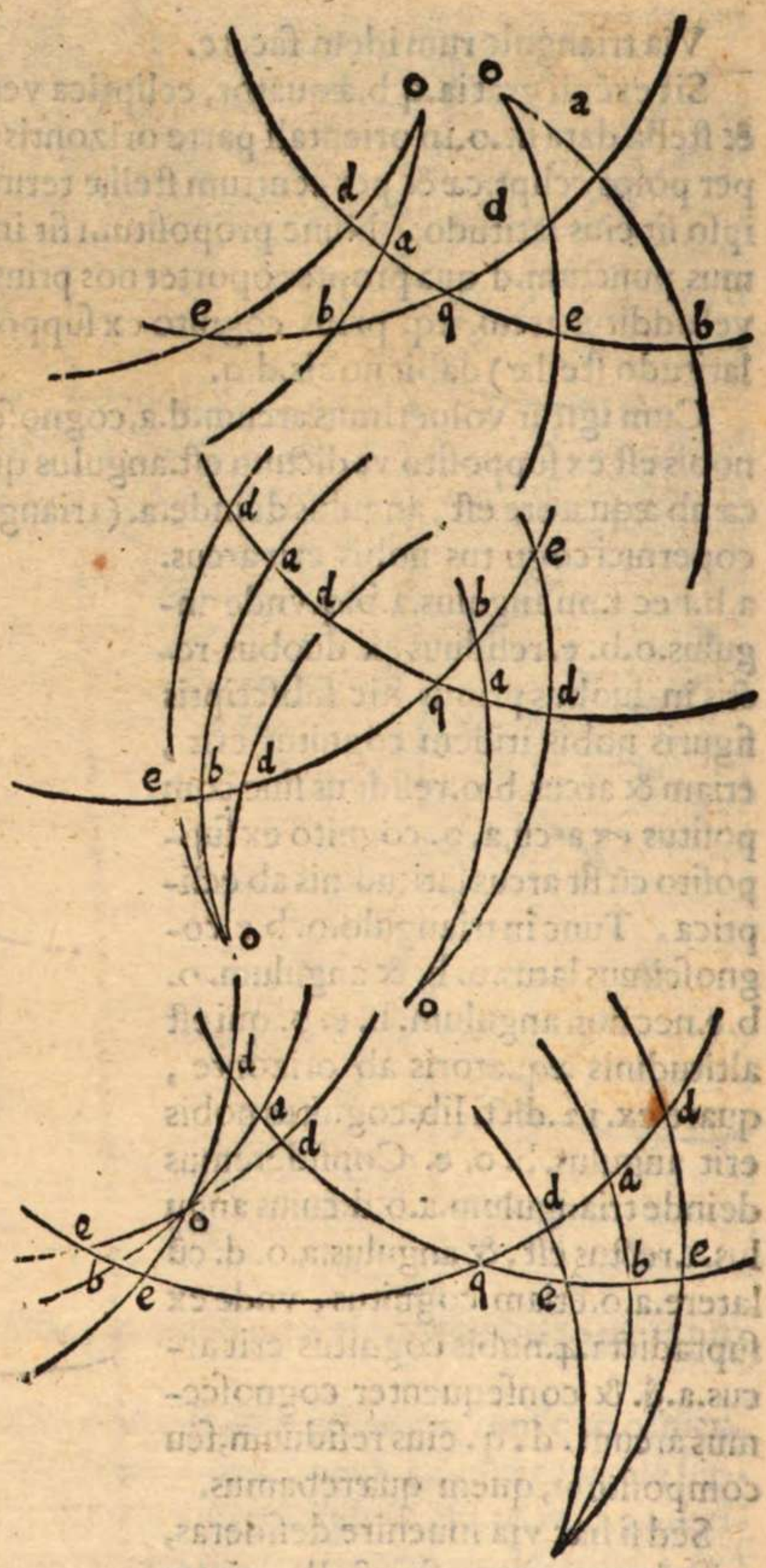
Sed ſi hac via inuenire deſideras, cui orizonti propoſita ſtella oriatur cum eodem eclipticę puncto. a. longitudinis, hoc aliud nihil eſſet, quam cognoſcere amplitudinem anguli.a. b.q.eo quod talis orizon, idem circulus eſſet.a.b.o.vnde cum quis ſciret vnum illorum angulorum quem æquator efficit cum orizonte, reliqua illicò ei innoteſcent, ſed dictus angulus. b. iam diximus quomodo cognoſcatur.



Pona-

Ponamus nos ſcire velle pũctum eclipticę, cum quo Procyon oritur polo.44.o.dato, quod ſtella in gra. 19.cum min. 24. Cancri, reperiatur diſtans ab ecliptica per gra. 16.min. 10.meridiem verſus.vnde arc⁹. a.q. erit gra.70.min.36. eiusq; ſinus partium.94321.talium qualium totalis eſt.100000.arcus verò.a.o.gra. 16. minut. 10. ſinus erit 27845. angulus autem.a.q.e.declinationis zodiaci ab ęquatore grad.23.min.30. cuius ſinus eſt.39875.Quare ex ſupradictis rationibus angulus.a.b. q. erit gra.82.mi.24.cuius ſin⁹ erit.99122. arcus vero.a.b.gra.22.minu. 17.cuius ſinus erit.37945.angulus deinde o.e.b.trianguli.o.e.b.eſt gra.46. mi. o.altitudinis æquatoris ab orizonte, cuius ſinus eſt.71934. angulus ſimiliter.o.b. e. medio coniuncti, quibus rectus perficitur,arcus etiam.o.b.notus eſt grad.6.min. 7. cuius ſinus eſt. 10655. cum ſit differentia inter arcus.a.b.et.a.o.cognitos.

Quare ex.12. iam ſupradicta angulus.e.o.b.hoc eſt.a.o.d. erit.grad. 36.min.39.cuius ſinus erit. 59693. deinde per.4.cognitus erit nobis angulus.a.d.o.gra.55.min.5. cuius ſin⁹ erit.81998.arcus verò.d.o. gra. 19. min. 51. cuius ſinus erit. 33957 arcus autem gra.11.min.42. cuius ſin⁹ erit.20270.vnde arc⁹.d. q. reſiduus ex.a.q.erit gra.58.min.54.complementum aũt quartæ erit gra.31.mi.6.hoc eſt gra. 1. ſigni Leonis.cum min.6.



De ſphæroide duplæ ſphæræ propoſitæ. AD EVNDEM.

MOdus autem inueniendi ſphæroidem ex dato axe, quod duplum ſit ſphæra propoſita, talis eſt.

Sit exempli gratia.a.b.c.ſphæra propoſita. cuius ſemidiameter ſit. o. c. ſemiaxis vero ſphæroidis ſit.d.x.cuius dimidium ſit.u.x.tunc ex doctrina.9.ſexti Euclid. inueniatur.g.h.media proportionalis inter.u.x.et.c.o.deinde ſicut ſe habet.u.x.ad. g. h.

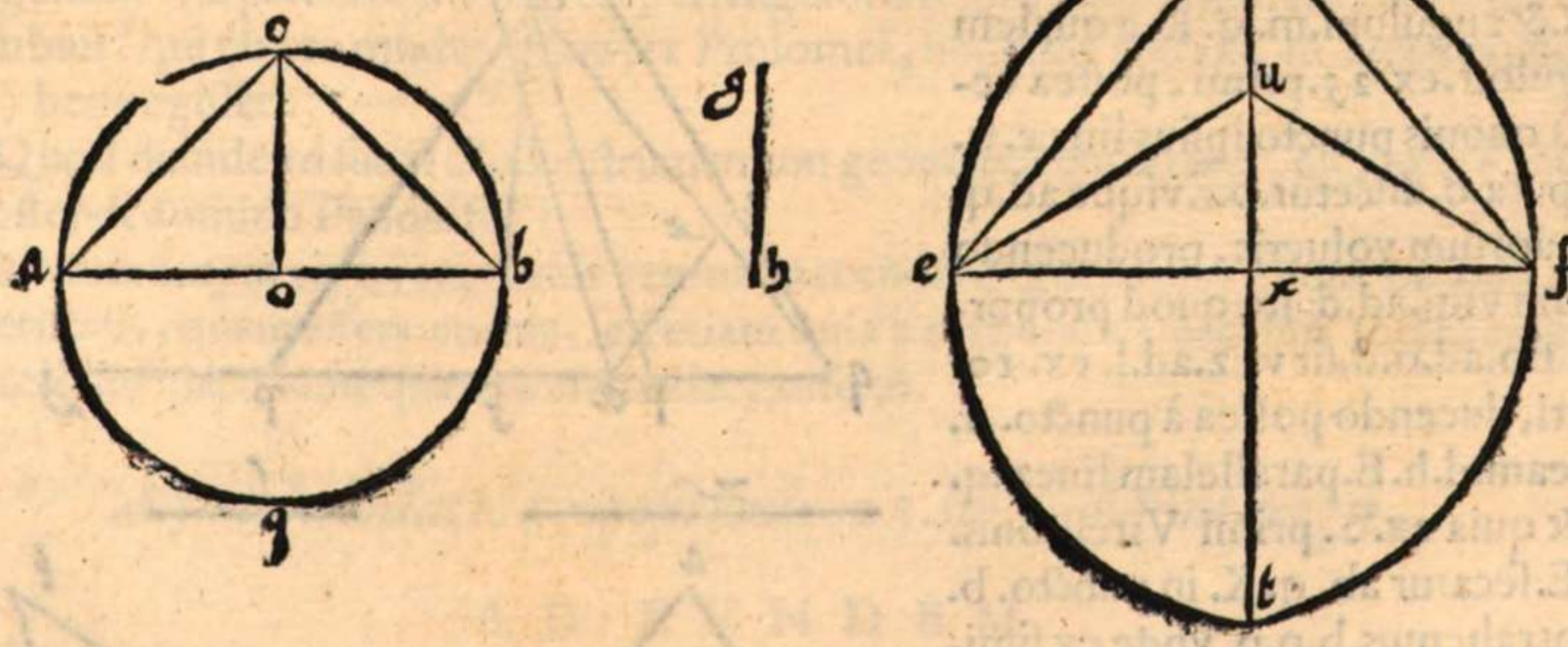
facie-

faciemus, quod diameter.a. b. dictæ ſphæræ ita ſe habeat ad.e.f.ex.10. ſexti, quæ e.f.erit reliqua axis quæſita. Vnde conſtituta cum fuerit ellipſis.d.f.t.e.ex dictis axibus, deinde circumuertendo ellipſim circa maiorem axem, conſtituemus ſphæroidem oblongam, ſi autem circumuertemus ipſam circa minorem axim conſtituemus ſphæroidem prolatam.

Quod autem talis operatio rationalis ſit, nulli dubium erit, quotieſcunque cognoſcet conum rectum.e.u.f.æqualem eſſe cono recto.a.c.b ex.2.parte.12.duodecimi Euclid.& quod cum conus.e.d. f. duplus ſit cono. e. u. f. ex lemmate collecto ab 11.duodecimi, conus.e.d.f.duplus exiſtit etiam cono.a.c.b.ex.7.quinti. Cum deinde ex. 32. primi lib. de ſphæra, & cyllindro ſphæra.a.c.b.q.quadrupla ſit cono.a. c.b.ipſa conſequenter dupla erit cono.e.d.f.ſed ex.29.primi de conoidalibus, dimidium ſphæroidis.e.d.f.t.hoc eſt. e. d. f. dupla eſt cono.e.d. f. Quare talis medietas æqualis eſt ſphæræ propoſitæ, totaque ſphæroides dupla erit ſphęrę datæ. Quod autem dico de proportione dupla,idem infero de qualibet alia,ſumendo.u.x.ita proportionatam ad.d.x. vt proponitur.

Sphęram autem inuenire quæ dimidia ſit ſphæroidis propoſitæ nullius erit negotij,quotieſcunque inuentus fuerit modus diuidendi vnam datam proportionem in tres æquales partes.

Sit propoſita ſphæroides.e.f.d.t.cuius axes ex conſequentia dantur.e.f.et.d. t.quę quidem ſphæroides ſit primo oblonga, et. u.x. ſit dimidium axis maioris. imaginetur etiam conus.e.u.f.vt ſupra. Imaginetur etiam factum eſſe,quod proponitur,hoc eſt,vt ſphæra.a.b.c.q.ſit dimidium ipſius ſphæroidis, vnde conus.a. c. b, æqualis erit cono.e.u.x.vt ſupra demonſtratum eſt, & ſit.g.h.media proportionalis inter.u.x.et o.c. Iam viſum ſuperius fuit, quod eadem proportio erat ipſius.u.x. ad.g.h.quæ.a.b. ad. e.f.quare eadem quæ.o.b.ad.e.x.ſed.u.x.et.e.x.dantur.inter quas.g.h.et.o.b.vel o.c.(nam.o.c.æqualis eſt.o.b.) medię proportionales ſunt,eo quod cum.g. h. media proportionalis ſit inter.u.x.et.o.c.& proportio.o.b.ad.e. x. æqualis ſit ei, quæ. u. x. ad.g.h.hoc eſt ei quæ.g.h.ad.o.c.vel.ad.o.b. quare quotieſcunque inuentæ fuerint. g.h.et.o.c.vel.o.b.mediæ proportionales inter.d.x.et.x.e.ipſa.o.c.vel. o.b.erit ſemi diameter ſphæræ quæſitę.eodem modo faciendum erit ſi ſphęroides fuerit prolata.



Modus inueniendi duo triangula varijs conditionibus affecta.

AD EVNDEM.

QVod etiam quæris ita ſe habet, duo ſcilicet triangula inuenire, æqualia duabus ſuperficiebus rectilineis propoſitis, quę quidem triangula ſint eiuſdem altitudinis, & quod vnũquodque habeat angulum æqualem angulo propoſito, & q alius angulus vnius, cum alio alterius, æquetur duobus rectis.

Sint exempli gratia duæ propoſitæ ſuperficies.c.y.duo verò anguli dati ſint. r. s. cum voluerimus inuenire duo triangula (quæ ſint. a. i. u. et.n.t.x.) tali conditione prædita, quod angulus, a. æqualis ſit angulo.s.& angulus. t. angulo. r. & quod angulus.x.ſimul cum angulo. u. æquétur duobus rectis, & quod triãgulũ. a. i. u. æquale ſit ſuperficiei. c. reliquum verò ſuperficiei. y. Ex duabus ſuperficiebus.c. et. y. conſtituemus duo quadrata, per vltimam ſecundi Eucli. accipiemus, deinde duo latera tetragonica ipſorum quadratorum, & inueniemus tertiam lineam in continua proportionalitate cum illis lateribus ex. 10. ſexti, ſeruabimus poſtea extremas illarum, quæ ſint. z. et. l. quarum proportio, eadẽ erit, quæ inter duas propoſitas ſuperficies reperitur ex. 18. ſexti, accipiemus, deinde lineam aliquam cuiuſuis longitudinis, quæ ſit. q. g. ſupra quam conſtituemus in puncto q. angulum. m. q. g. ęqualem angulo. s. & angulum. m. q. K. æqualem angulo. r. ex. 23. primi, poſtea verò à quouis puncto ipſius lineæ. q. m. puta. o. ducetur. o. f. vſque ad. q. g. quorſum volueris, producendo ipſam vſq;. ad. d. ita quod proportio. f. o. ad. o. d. ſit vt. z. ad. l. ex. 10. ſexti, ducendo poſtea à puncto. d. lineam. d. h. E. parallelam lineæ. q. g. & quia ex. 2. primi Vitellionis. h. E. ſecatur ab. q. K. in puncto. b. protrahemus. b. o. p. vnde ex ſimilitudine triangulorum habebimus proportionem. p. o. ad. o. b. vt. f. o. ad. o. d.

ad.o.d.hoc eſt vt.z.ad.l. hoc eſt vt.c.ad.y.quare triangulũ. p.q. o.ita erit proportionatũ triangulo.o. q.b. vt.c.ad.y.conſtituo deinde ex. 25. ſexti duo triangula ſimilia duobus.p.q.o.et.o.q b.æqualiaq́;.c.et.y.quę ſint.a.i.u.et.n.t.x.ſecetur poſtea . q. g.in puncto.æ.ita, quod.q.æ.æqualis ſit.i.a.duco poſtea.æ.e.æquidiſtantem.ad.p.b. & ſic habebimus duo triangula. q. x. æ.et.q.x.e,vt quærebantur,quamuis duo triangula.a.i.u.et.t.n.x.eaſdem habeant conditiones.

DE IMPERFECTA SOLVTIONE PROBLEmatis Nicolai Tartaleæ ad Cardanum. De animadverſione in Ptolomeum. De incendio carbonum à vento.

Clariſſimo Dominico Moreſino.

SCIO propoſitam tibi quæſtionem te diu agitauiſſe, nec tamen ſolutionem aſſequi potuiſſe, aduerte igitur ipſam falſam, ideſt impoſſibilem eſſe, quemadmodum etiam decimumoctauum quæſitum propoſitum à Cardano Tartaleæ, ab ipſo Tartalea ſolutum minimè fuit. Quiquidem Tartalea vult circulum deſcribi circa triangulum per quintam libri quarti Euclidis, vt in fine ferè quintæ partis ſuarum menſurarum affirmat, neque videt in quinta quarti Euclidem vti vndecima primi, & in vndecima primi,quarta aut octaua eiuſdem, quas,ipſe Euclides oſtenſiuè non demonſtrauit. Quapropter oportebat Tartaleam demonſtraſſe omnes propoſitiones ad hoc neceſſarias oſtenſiuè vſq; ad primas indemonſtrabiles, quia ad demonſtrandam ſcientificè aliquã propoſitionem, aut à propoſitione in propoſitionem vſque ad prima principia vniuerſalia (vt aliquando ego feci) eſt retrogradandum, aut ab ipſis principijs incipiendum ſucceſſiuè eouſque progrediendo donec ad propoſitionem quam demonſtrare volumus perueniamus.

Quod ad Ptolomeum in geographia attinet, dico eum mihi non ſatisfacere,cum ſumit portionem arcus circuli maioris inter vnam ciuitatem , & aliam, ea ratione quam deſcribit. Quod ſi vſus fuiſſet modo Menelai, ab ipſomet deinde in ſuũ Almageſtum vſurpato,aut Monteregij triangulorum ſphęricorum,quem Copernicus adhibuit (qui tamen modus, tempore Ptolomei, nondum fortaſſe in lucem venerat) bene egiſſet.

Quod deinde ad ſuum illud inſtrumentum geometricum attinet, eſt imperfectũ, vt oſtendi domino Pandulfo.

Motum autem aeris, aut mauis ventum,accendere ignem,non ſolum ratione antiperiſtaſis, quam affers euenit, ſed etiam quia à carbonibus accenſis totam excrementitiam materiam, quæ eos circundat, auferat.

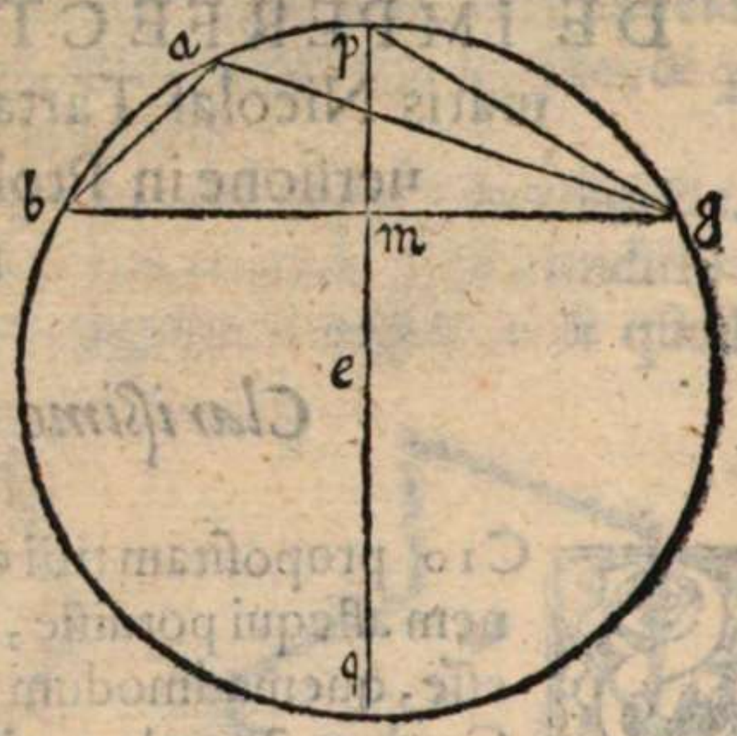
Alia dilucidatio propoſitionis. 25. lib. 2. Monteregij.

AD EVNDEM.

SCribis te non intelligere. 25. propoſitionem lib. 2. Monteregij. cum nec ſcias reperire diametrum circuli circunſcriptibilis circa propoſitum triangu-

lum, cuius data sit b asis tantummodo simul cum angulo, qui ipsi basi opponitur.

Imagineris igitur triangulum datum esse obtusiangulum. a. b. g. cuius basi. b. g. sit nobis data simul cum angulo. a. ei opposito, obtusoque; Considera etiam circulum. a. b. g. q. ipsum triangulum circunscribentem, cuius diameter. q. e. p. transeat per. m. punctum medium ipsius. b. g. tũc protractis imaginatione. e. g. et. g. p. certi erimus angulos. circa. m. rectos esse ex. 3 tertij Eucli. angulumq;. q. e. g. duplum esse anguli. q. p. g. ex. 19. eiusdem, vnde æqualem angulo. a. qui etiam duplus est anguli. q. p. g. quapropter proportio arcus. q. g. ad arcum g. p. tibi cognita erit, & proportio etiam chordę. p. g. ad sinum. m. g. arcus. g. p. & quia. m. g. vt dimidium ipsius. b. g. tibi data est, cognosces etiam. p. g. vt. m. g. & sic tertium latus. m. p. trianguli orthogonij. p. m. g. & qa ex. 34. tertij quod fit ex. p. m. in. m. q. est æquale ei quod fit ex. b. m. in. m. g. ideo cum diuisum fuerit productum. b. m in. m. g. per. p. m. proueniet. m. q. quapropter habebis totum. q. p.

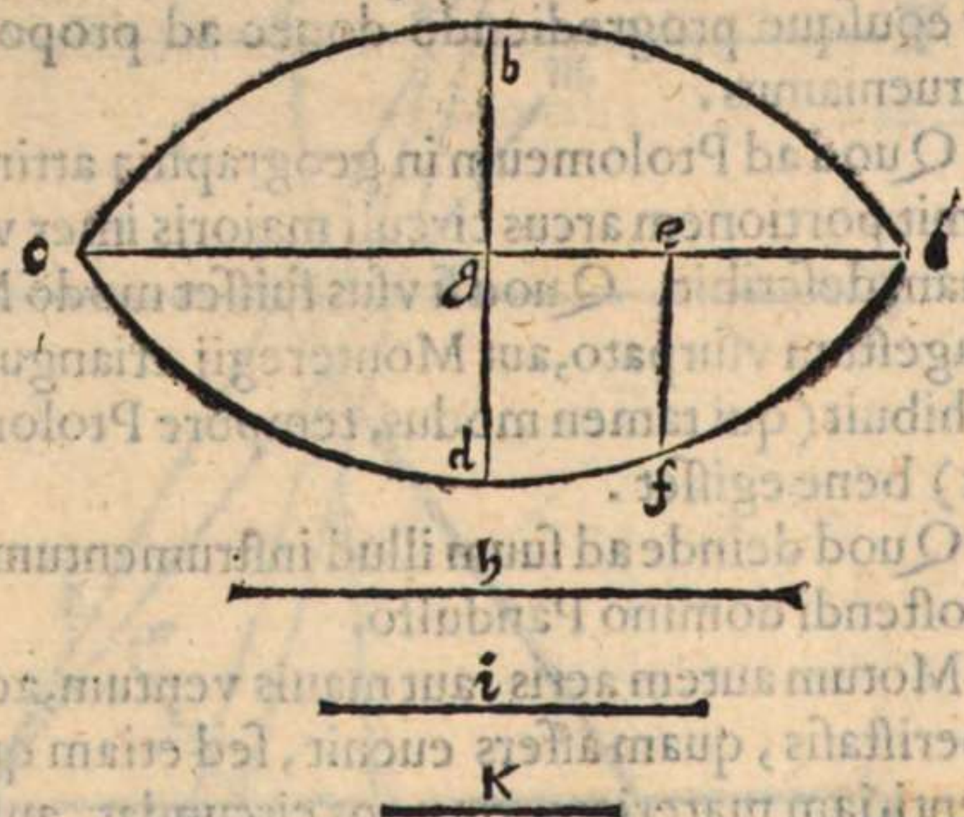


Idem efficies, si cũ angulus. a. acutus fuisset.

Modus inueniendi puncta elliptica via Pergei.

AD EVNDEM.

MOdus inueniendi puncta elliptica, via. 21. primi lib. Pergei ex datis axibus, vt vbi alias significati, talis est. Sit exempli gratia maior axis propositus. a. c. minor autem. b. d. cum ergo volueris inuenire punctum circunferentiæ correspondentem puncto. e. maioris axis, inueniemus primò latus tetragonicum producti. a. g. in. g. c. quod sit. h. latusq; tetragonicũ producti. a. e. in. e. c. quod sit. i. deinde inueniemus lineam. K. tertiam in continua proportionalitate cum. h. et. i. vnde. i. erit media proportionalis inter. h. et. K. & vt. h. proportionalis erit ad. K. inueniemus. e. f. cui. g. d. mediętas secundi axis ita se habeat, quæ postea iuncta axi maiori, ad angulos rectos in puncto. e. dabit situm puncti. f. quæsiti ex dicta. 21. primi lib. Pergei, sed talis modus prolixus est.

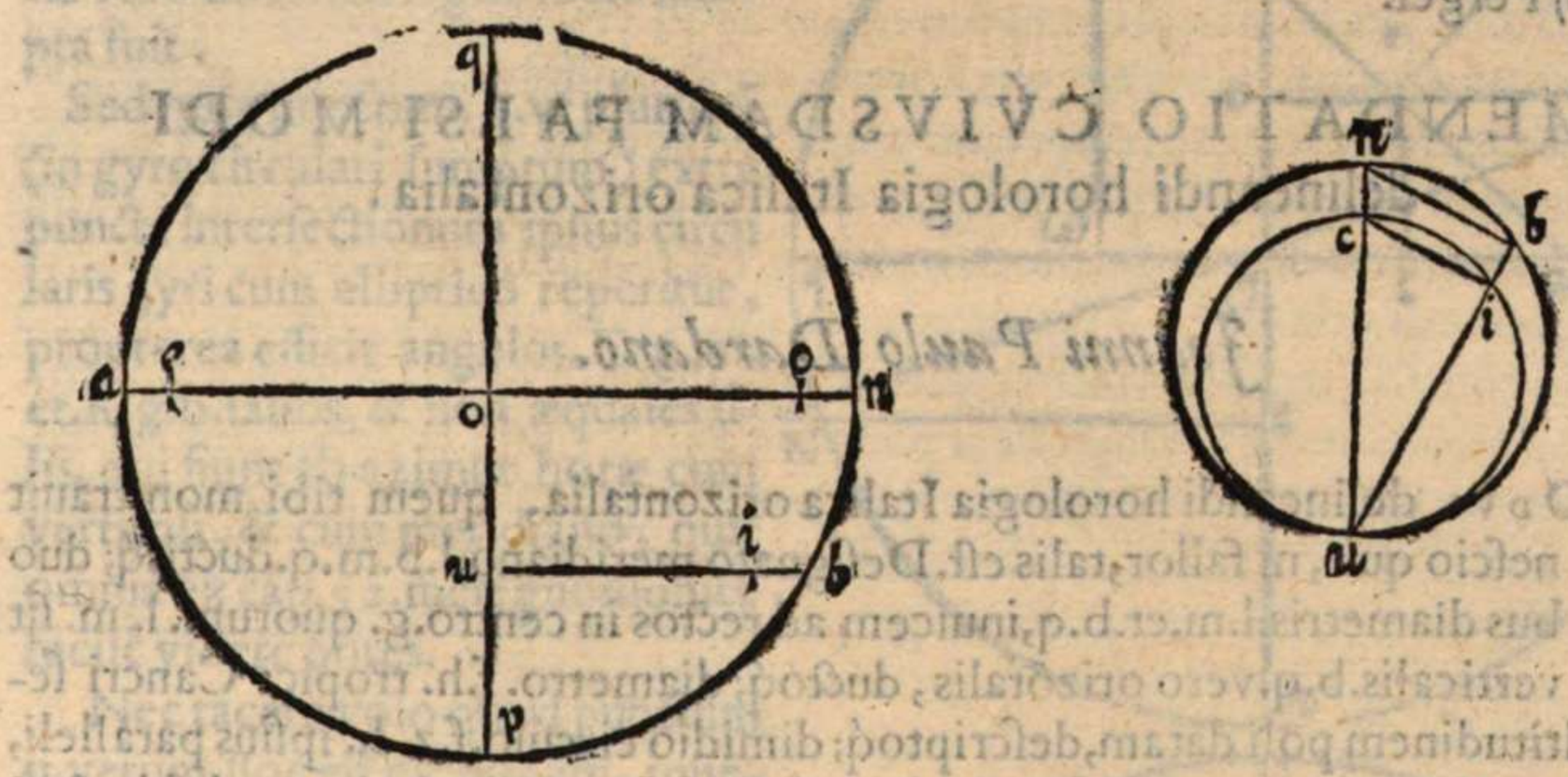


Accipe

Accipe igitur hunc alium.

Sit propositus maior axis. q. p. minor verò. e. c. ad angulos rectos se inuicem secantes in puncto.o. describatur circulus.q.n.p.a. cuius diameter sit axis maior, in quo accipiatur punctum, quod volueris, vt puta. u. à quo protrahatur.u.b. parallela ad.o.c.n.designetur postea separatim circulus.u.b.n.cuius diameter æqualis sit semidiametro prioris circuli, ita etiam fiat circulus.u.i.c.contingens circulum. u. b. n. in puncto.u.cuius diameter sit.u.c.æqualis dimidio axi minori. accipiatur deinde in circulo maximo longitudo.u.b.quæ collocetur in circulo mediocri à puncto.u. quæ secabitur à minimo circulo in puncto. i. cum itaque longitudo.u. i. mensurata fuerit in.u.b.maximi circuli à puncto.u.habebimus propositum.

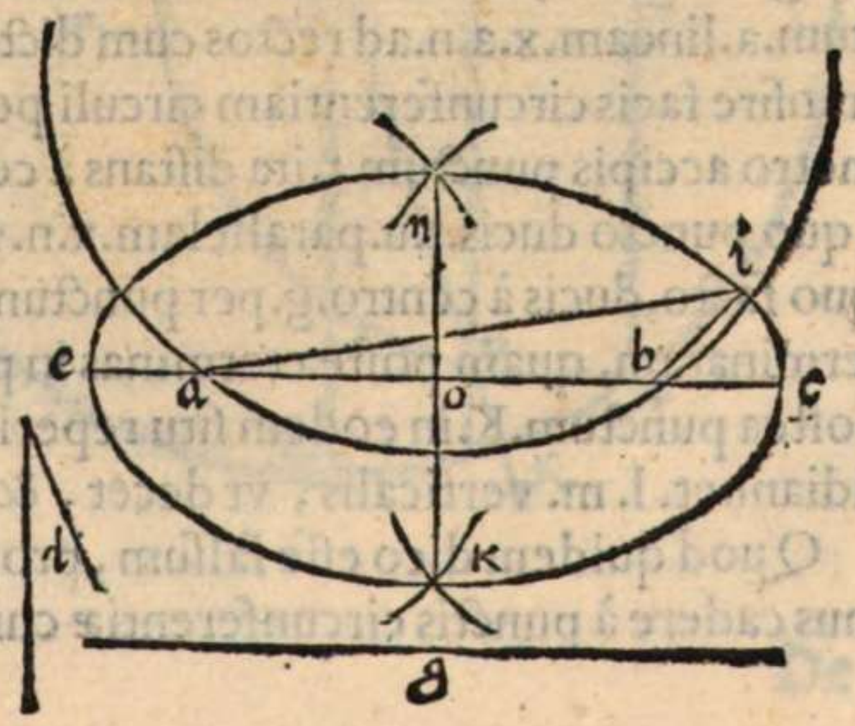
Cuius rei ratio est, quia.u.b.mediocris circuli diuiditur à gyro minimi in puncto i.eadem proportione, qua diuisa est.u.n.in puncto.c.quod manifestum est ex similitudine triangulorum.u.b.n.et.u.i.c.imaginatæ cum fuerint duæ.b.n.et. i. c. sed ita esse oportet parallelas maximi circuli, quotiescunque circunferentia ipsius ellipsis transitura sit per.c.vt in.51.cap.meæ gnomonicæ ostensum fuit.



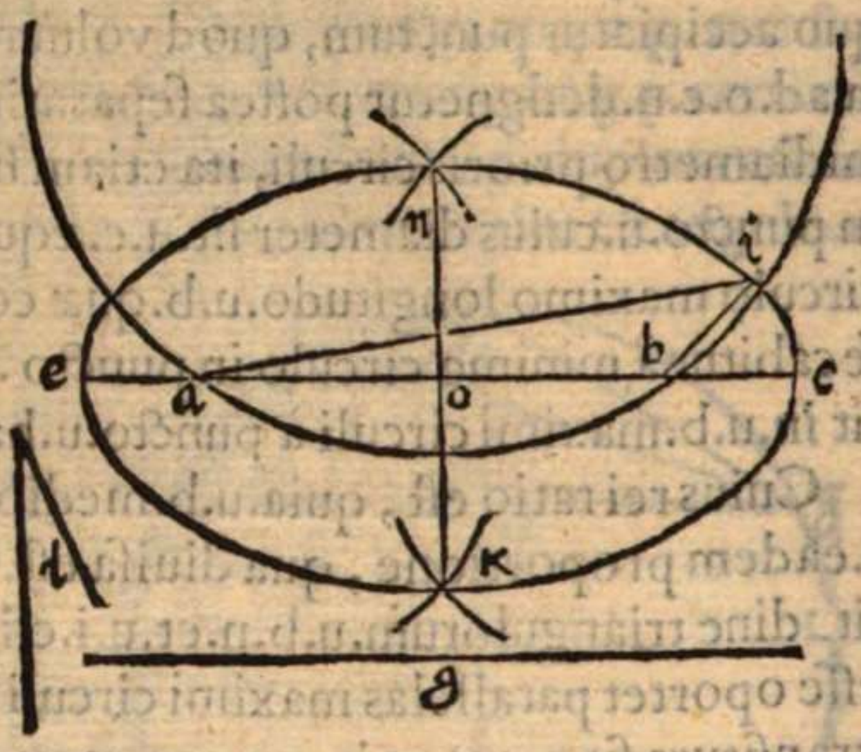
Modus designandi angulum, certo modo conditionatum.

AD EVNDEM.

NVllius reuera difficultatis mihi videtur esse, quotiescunque nobis proposita fuerint duo puncta.a.et.b. simul cum angulo.d.necnõ linea.g.ducere duas lineas à dictis punctis terminatas, quæ constituãt angulum æqualem dato, & ipsæ directè cõiunctæ constituant lineam æqualem datæ. Nam ducatur linea indefinita per puncta proposita, cuius lineæ, pars illa, quę intercepta fuerit inter dicta puncta, diuidatur per æqualia in puncto. o. etiam & linea data, quarum medietates accipio in linea indefinitè protracta à puncto. o. medio



dio, vt vna earum sit.o. c.reliqua verò sit. o. e. deinde aperiatur circinus quantum. o.c.positoq; vno pede in.b.designẽtur cum altero duo arcus.n.K.posito iterum vno pede in.a.designentur alij duo arcus intersecantes primos in punctis. n. K. Deinde à puncto.n.ad.K.ducetur linea.n.K.quæ per punctum.o.transibit,quam.n.K.mente cõcipio,vt axis minor vniꝰ ellipsis,cuius.e.c. sit axis maior, quibus axibus mediantibus designetur ellipsis.n.c.K.e. considero deinde.a.b.vt chordã vnius circuli, seu portionis circularis, quæ capax sit vnius anguli æqualis angulo.d. proposito,ex.32.tertij Euclid. cuius circunferentia, circunferentiam ipsius ellipsis secabit in duobꝰ punctis quorum vnũ sit.i.à quo protractæ cum fuerint duæ lineæ.a.i.et.i.b.habebis propositum,cum.a.i. iuncta cum.i.b.æquetur.e. c. ex.52.tertij Pergei.



EMENDATIO CVIVSDAM FALSI MODI delineandi horologia Italica orizontalia.

Joanni Paulo Dardano.

MODVS delineandi horologia Italica orizontalia, quem tibi monstrauit nescio quis, ni fallor,talis est. Designato meridiano.l.b.m.q.ductisq; duobus diametris.l.m.et.b.q,inuicem ad rectos in centro.g. quorum. l. m. sit verticalis.b.q.vero orizõtalis, ductoq; diametro. f.h. tropici Cancri secundum altitudinem poli datam,descriptoq; dimidio circulo.f.z. h. ipsius paralleli, inuentoq; puncto.z. horæ propositę, & ab eo ducta per pendiculari. z.r.ad.f. h. & à puncto.r.ducta.r.o.y. parallela ad diametrum.q. b.orizontalem,ducis postea.f.ω.et. r.t.vsque ad orizontalem.q.b. parallelas ad diametrum.l.m. verticalem. Determinato postea gnomone.g.s. in orizontis axe, ductaq; vmbrarum linea. s. K. parallela orizontali, ductaq;.y.g.K.ad terminandam.s.K.delineas deinde seperatim circulum q.x.b.n.magnitudinis prioris, qui quidem circulus significet orizontem ipsum, in quo ductis diametris.q.g.b.et.l.g.m.accipis in diametro.q.g.b.puncta.a.et.ω. ita à cẽtro.g.distantia, vt sunt in diametro orizontali prioris circuli, ducis postea per punctum.a.lineam.x.a.n.ad rectos cum dicto diametro, deinde per tria puncta.n.ω.x. transire facis circunferentiam circuli per quintã quarti Euclidis,postea in dicto diametro accipis punctum.t.ita distans à centro, & ex eadem parte, vt in priori circulo, à quo puncto ducis.t.u.parallelam.x.n.vsque ad circunferentiam.x.ω.n.in puncto. u. quo facto,ducis à centro.g.per punctum.u.ipsius circularis circunferentiæ.g.u. indeterminatam, quam postea terminas in puncto.K.ita quod.g.K.æqualis sit.s.K. Dicis postea punctum.K.in eodem situ reperiri, respectu duorum diametrorum. q. b.meridiani.et. l. m. verticalis, vt decet, & oportet punctum horæ propositę existere.

Quod quidem dico esse falsum, propterea quod perpendiculares quas cogitamus cadere à punctis circunferentiæ cuiusuis paralleli supra quemuis orizontem obliquum

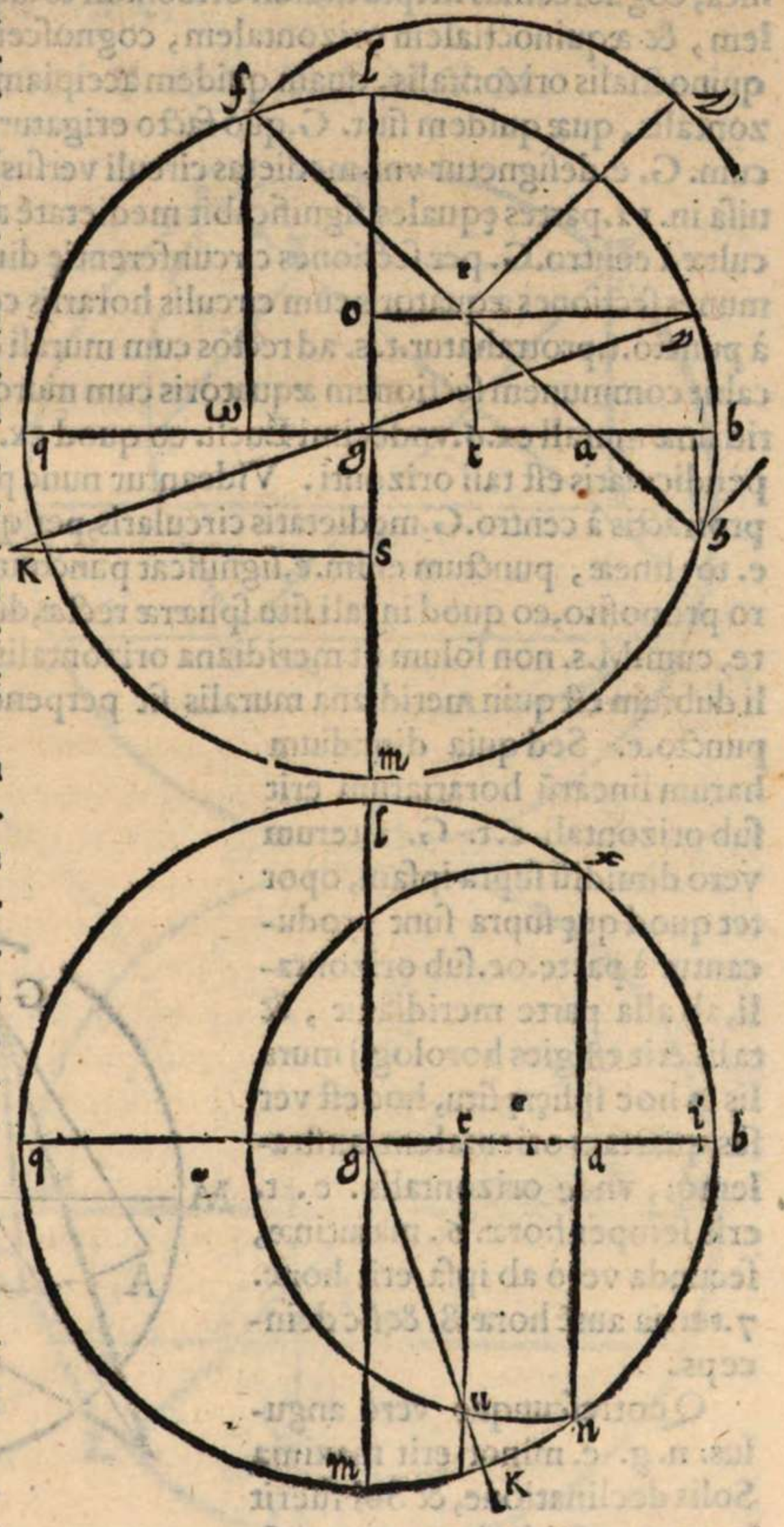
liquum ſecantem æquatorem, omnes cadunt in gyro elliptico, oxygonio, ſeu defectionali, & non circulari. Vnde per ſupradicta tria puncta.n.ω.x. oporteret tranſire talem circunferentiam, & non circularẽ, quæ circunferentia eſſet vnius ellipſis, cuius minor axis in diametro.b.q.eſſet.ab.ω.vſque ad. i.terminum ſini h.i.arcus.h.b. in analemate,maior verò axis eſſet magnitudinis.f.h.diametri paralleli, quæ trãſiſſet per punctum.c.medium inter.ω.et.i.quę quidem circunferentia tota eſſet intra circulum.q.n.b.x.cõtiguaq; gyro.q.n.b.x.in punctis.n. x.

Si ergò circunferentia.n.ω.x.eſſet elliptica tunc punctum.u.in orizonte illud eſſet vbi caderet ſinus altitudinis horę, et.t.u.æqualis eſſet.r.z. communi ſectioni paralleli cum almicantarat ex.34.primi Euclid.et.u.g.æqualis eſſet.o.y. communi ſectioni almicantarat cum meridiano, vel cum azimut illius horæ ex.4.primi,cum. g.t.æqualis ſit ipſi.o.r.et.t.u.ipſi.r.z.& angulus.t trianguli.g.t.u.rectus, quemadmodum.r. qui compræhenditur ab.z.r.et.r.o.vnde anguli. K. g. m. et.K.g.b.rectè ſe haberent, diſtantia verò inter.K.et. g.iã rectè ſumpta fuit.

Sed quia punctum. u.vt plurimũ (in gyro circulari ſumptum) extra puncta interſectionum ipſius circularis gyri cum elliptico reperitur, propterea efficit angulos. K. g. m. et.K.g.b.falſos, & non æquales illis, qui fiunt ab azimut horæ cum verticali, & cum meridiano, quæ omnia ex cap.52.meæ gnomonicę facilè videre potes.

Nec tacere volo quod punctum u.verum,hoc eſt ellipticum, inueniri poſſet ea via quam ſcripſi in eodem.52.cap.qua mediante docui demum inuenire punctum.ϖ. orizontis, quamuis in præſenti caſu.ϖ.λ. perpendicularis eſſet ſupra minorem axem ipſius ellipſis,quãuis ſupra maiorem axem,quod tamen minimè mutat ordinem, imò rationes eędem ſunt, tam in vna, quam in alia operatione, ſed vt illicò idipsũ habeas,fac vt.t.u. æqualis.ſit.r. z. & tunc punctum. K. erit quæſitũ,quod ego in.52. cap. meę gnomonicę, ijs verbis ſignificaui.

» Itaq; mediis binis triangulis ijs,
» medioq; azimut Solis pariter ho-
» rologia fabricari poterunt.



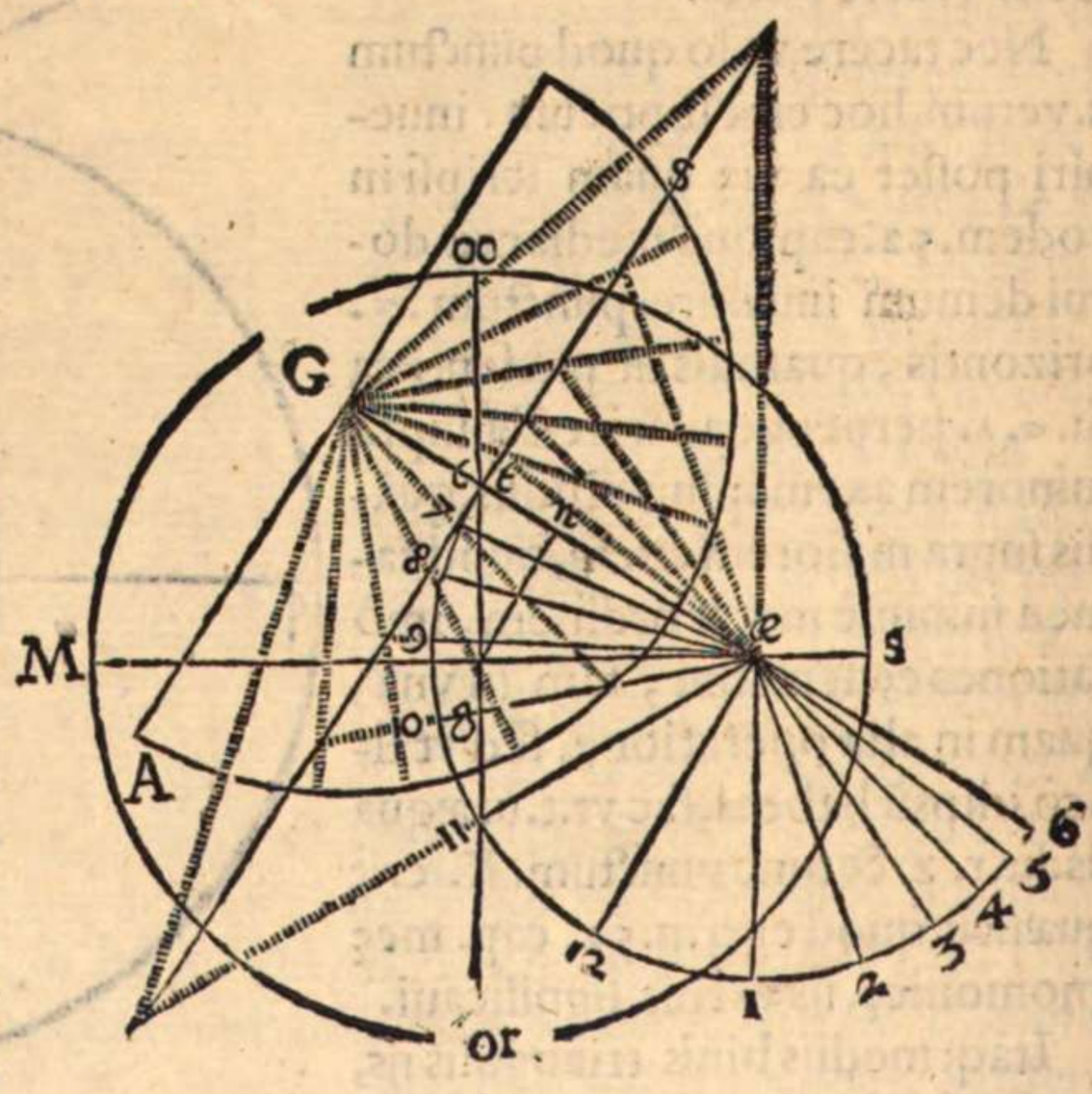
De

De Horologio perpendiculari ad orizontem rectum.

AD EVNDEM.

MOdus quem tibi ſcribere promiſi delineandi lineas horarias communes in pariete perpendiculariter ad orizontem rectum, declinantem à meridiano, ſumendus eſt ex.46.cap.meæ gnomonicæ, hoc ſcilicet ordine.

Sit exempli gratia, orizon hic ſubſcriptus. or . oc. M . S. diuiſus à meridiana. M. S.et verticali ſeu æquinoctiali. or. oc . Sitque . e. t.communis ſectio muri cum orizonte,et.g.n.ſit gnomon perpendicularis ipſi muro, vnde ex dictis in mea gnomonica, cognoſcemus in ipſa murali orizontali totam.e.t. inter meridianam orizontalem, & æquinoctialem orizontalem, cognoſcemus etiam partem. g . t. ipſius æquinoctialis orizontalis, quam quidem accipiamus in rectitudine ipſius muralis orizontalis, quæ quidem ſit.t. G.quo facto erigatur. G. A.ad rectos cum.G.t.e.& circum. G. e.deſignetur vna medietas circuli verſus. e . cuiuſuis magnitudinis, quæ diuiſa in. 12.partes ęquales,ſignificabit medietatē æquatoris,protrahanturq; lineæ occultæ à centro.G. per ſectiones circunferentię dimidij circuli, quæ ſignificabunt cō munes ſectiones æquatoris cum circulis horarijs communibus, quo facto oportet, vt à puncto.t.protrahatur.t. s. ad rectos cum murali orizontali,quæ quidem.t.s. ſignificabit communem ſectionem æquatoris cum muro propoſito, & erit ęquędiſtans meridianæ murali ex.6.vndecimi Eucli. eo quod ex.19.eiuſdem vnaquæq; illarum,perpendicularis eſt tali orizonti . Videantur nunc puncta communia iſti.t.s.& occultis protractis à centro.G.medietatis circularis,per quæ puncta protrahantur à puncto. e. tot lineæ , punctum enim.e.ſignificat punctum axis mundi , & meridianæ in muro propoſito,eo quod in tali ſitu ſphæræ rectæ,dictum punctum reperitur in orizonte, cum.M.s. non ſolum ſit meridiana orizontalis,ſed etiam axis mundi , deinde nulli dubium eſt quin meridiana muralis ſit perpendicularis orizontali murali . e . t . à puncto.e. Sed quia dimidium harum linearū horariarum erit ſub orizontali. e. t. G. alterum vero dimidiū ſupra ipſam, oportet quod quę ſupra ſunt producantur à parte.oe.ſub orizontali, ab alia parte meridianæ , & talis erit effigies horologij mura lis in hoc ſphęrę ſitu, hoc eſt verſus quartam orientalem auſtralemq; , vnde orizontalis . e . t. erit ſemper horæ. 6 . matutinæ, ſecunda verò ab ipſa erit horæ. 7.tertia autē horæ.8. & ſic deinceps.



Quotieſcunque verò angulus. n. g. e. minor erit maxima Solis declinatione, & Sol fuerit in parte auſtrali ab æquatore cū

maiori

maiori numero declinationis quam fuerit angulus.n.g.e.tunc talis paries illuminabitur ab ipso Sole à mane vsque ad vesperam.

Huius quidem rei speculatio, vnicuique manifesta erit, qui rationes.46.cap.nostræ gnomonicæ prius intellexerit,vbi manifestè apparet proportionem semidiametri horologij (si ita eam appellare licet) ad semidiametrum æquatoris horarij semper esse,vt.e.t.ad.t.g.hoc est proportio maioris inæqualitatis. nolo etiam prætermittere.quin te admoneam,vt nullo pacto confidas in longioribus vmbris,eo quod valde nos decipiant, cum semper iusto breuiores sint.

Declaratio quorundam verborum nostræ Gnomonicæ. Defensioq; nostra contra Christophorum Clauium.

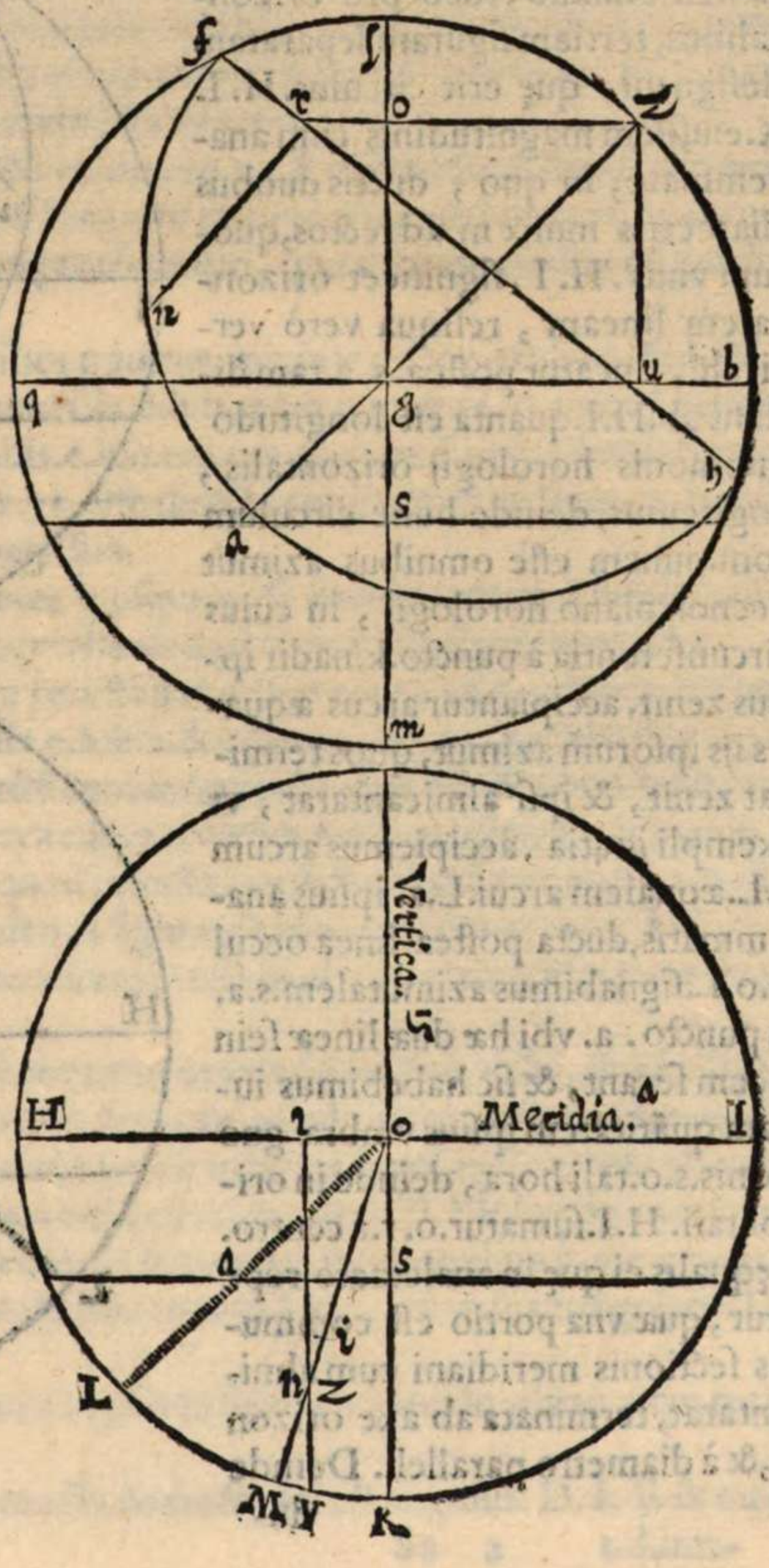
AD EVNDEM DARDANVM.

TVas demum accepi literas,quibus mihi significas te totum. 52.caput meæ gnomonicæ intellexisse, præter illa verba, quæ etiam superioribus diebus ad te scripsi, hoc est.

" Itaq; medijs binis triangulis ijs,
" medioq; azimut Solis, pariter horologia fabricari poterunt.

Quapropter ne aliquid tibi desit, scire debes, me nihil aliud, eo in loco inferre voluisse, quàm qđ punctum horæ propositæ in plano horologij orizontali reperiri potest, ope longitudinis vmbræ gnomonis, & eius declinationis à verticali linea,seu à meridiana orizontali, iam in ipso horologij plano ductis.

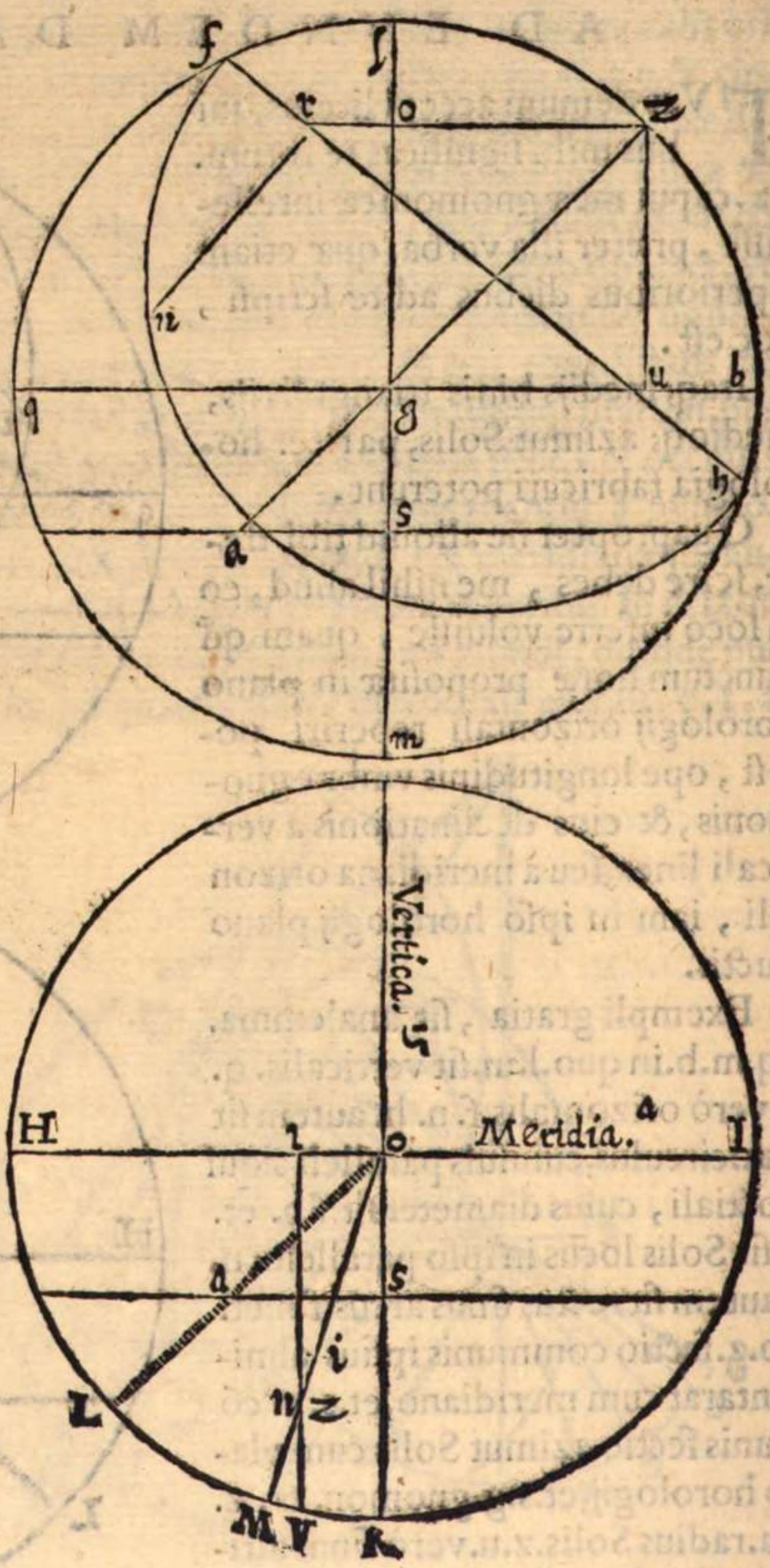
Exempli gratia, sit analemma. l.q.m.b.in quo.l.m.sit verticalis. q.b.verò orizontalis.f.n.h. autem sit semicirculus,cuiusuis paralleli æquinoctiali, cuius diameter sit.f.h. et. n.sit Solis locus in ipso parallelo: n.r.autem sit rectus sinus arcus.f.n:et. r.o.z.sectio communis ipsius almicantarat cum meridiano,et.s.a. cõmunis sectio azimut Solis cum plano horologij,et.s.g.gnomon, et. z.g.a.radius Solis.z.u.verò sinus altitudinis ipsius Solis, vbi videre potes duo triangula dicta esse. z. u.g.



et. g. s. a. quibus mediantibus cognoſcitur longitudo vmbræ gnomonis hoc eſt .s.a.

Cum autem dico, medioq; azimut Solis, nihil aliud ſignificare volo , niſi angulum , quem terminat linea azimutalis horologij , hoc eſt vmbra gnomonis cum linea meridiana, ſeu cum verticali in ipſo plano horologij. qui quidem anguli , æquales ſunt ijs, qui in triangulo conſtituto ex.n.r.ex.r.o.& ex.o.z.reperiuntur, cuius quidem trianguli, angulus puncti.r.rectus eſt, angulus verò terminatus ab.n.r.et.o.z.ille eſt quem conſtituit azimut cum verticali, vel ipſi æqualis, vt coalternus, reliquus verò in pũcto.o.ille eſt quẽ azimut facit cũ meridiano, vel ipſi æqualis vt coalternus.

Vnde quotieſcunque volueris in aliquo plano, orizonti parallelo , lineas horarias ducere, iudico optimum fore ſi ſeparatim deſignatæ fuerint hæ tres figuræ,hoc eſt analemma meridianum , vel azimutale, vt ita dicam, deinde parallelus inſeruiẽs pro tropicis , vt ego feci cap. 51. meæ gnomonicæ, quæ duæ figuræ , ſufficiẽtes erũt pro omnibus horologijs , tam orizontalibus quam muralibus , non tamen omninò , ideo pro orizontalibus, tertiam figuram ſeparatam deſignaui , quę erit circulus. H. I. K. eiuſdem magnitudinis cum analemmate , in quo , ductis duobus diametris inuicem ad rectos,quorum vnus . H. I . ſignificet orizontalem lineam , reliqua verò verticalẽ , ducatur poſtea. s. a. tam diſtans ab. H. I. quanta eſt longitudo gnomonis horologij orizontalis , cogitemus, deinde hunc circulum communem eſſe omnibus azimut necnon plano horologij , in cuius circunferentia à puncto. k. nadir ipſius zenit, accipiantur arcus æquales ijs ipſorum azimut, quos terminat zenit , & ipſi almicantarat , vt exempli gratia , accipiemus arcum k. L. æqualem arcui. L. z. ipſius analemmatis,ducta poſtea linea occulta. o. L. ſignabimus azimutalem. s. a. in puncto . a. vbi hæ duæ lineæ ſein uicem ſecant , & ſic habebimus iuſtam quãtitatem ipſius vmbræ gnomonis. s. o. tali hora , deinde in orizontali. H. I. ſumatur. o. r. à centro. o. æqualis ei quę in analemate repe ritur , quæ vna portio eſt communis ſectionis meridiani cum almicantarat, terminata ab axe orizon tis,& à diametro paralleli. Deinde du-



ducat.r.V.ad rectos cum.H.I.vsque ad circunferentiam,in qua accipiatur. r.n.æqualis ei quæ est in parallelo,ducatur postea.o.n.M.& habebimus triangulum.o.r n. similem æqualemq; triangulo iam supradicto. Vnde angulus.H.o.M.ei æqualis erit, quem azimut facit cum meridiano, & angulus.M.o.k.ei æqualis, quem azimut constituit cum verticali, ita quod si talis circulus.H.k.I.esset planum horologij orizontalis, suppositio.o.pro pede gnomonis, secando postea.o. M. in puncto.i. ita vt.o.i. æqualis esset.s.a.dato quod.o.M.ducta sit ad partem sibi conuenientem,respectu.o. k.ipsa pro verticali supposita, quod tibi relinquo, cum hoc facillimum sit, tunc punctum.i.esset quod quærebamus. Quod verò de vno puncto dico, idem de omnibus infero.

Vbi verò mihi significas Christophorum Clauium, me duobus in locis meæ gnomonicæ redarguere, iam vidi. Circa primum locum igitur, qui est in pagin. 161. ita inquit.

» Non enim desunt, qui vel omninò negent, inter quos est Ioannes Baptista Be-
» nedictus in sua gnomonica cap.70.et.71.vbi alia, & multo longiore ratione cona-
» tur arcus signorum describere,vel certe dubitent, hoc modo rectè posse describi ar-
» cus signorum,cum rationem non videant, qua hæc nostra descriptio quam quidem
» omnes scriptores sine vlla demonstratione tradunt nitatur.

Absque dubio raptim transcurrit illa capita.70.71.Reuerendus Clauius alioquin non scripsisset, quòd ego alia & multo longiore ratione conatus sim arcus signorum describere &c. præsertim cum eadem prorsus ratio, quæ ibi à me tradita est,illa sit, quam ipse suis scriptis inseruit.

Meus igitur modus in dictis capitibus traditus, minime discrepat ab eo, sed ab illorum modo, quorum opinio est interualla.e.h:h.u:u.n;n.m.et.m. d. meæ figuræ in pagi.75.positæ, æqualia esse interuallis.e.h:h.u:u.n:n.m.et.m.d.præcedentis figuræ, qui etiam supponunt .t.e.meæ figuræ.75.esse directè coniuncta cum linea. e. h. u.n. m.d.& propterea versus finem.73.pag.dixi.

» Aduertat autem quam diligentissime quisque ne se decipi patiatur à subscripta fi
» gura semicirculi. Q. æ. m. cum reliquis lineis ductis,ex antiquorum more,&c.

Eo quod non defuerunt aliqui, ex vetustioribus(quorum scripta ad meas manus peruenerunt) qui sumentes interualla e.h:h.u.&c.figuræ.pag.75.æqualia illis figuræ pag.74.putauerũt lineam.t.e.directè coniunctam esse cum.e.h.&c.quod quidem maximi erroris causa erat, & propterea cap.71.verum modum ostendi, seruando illam eandem suppositionem,hoc est quod interstitia.e.h:h.u:&c.figurę pag.75.æqualia sint interstitijs.e.h: h.u.&c.præcedentis figuræ, & ideò in dicto cap.71.dixi.

» Suppositio deinde.f.e.b.lineam meridianam esse in plano orizontali, cęterę lineę
» horarię erunt prędictę.

Stantibus igitur his suppositis, vt habeantur omnia scientificè,volui, vt intelligeretur pyramis quadrilatera,eo modo quo dixi,cap.71.vbi clarè patet eandem pyramidem esse, quam Pater Clauius (tacitè) posuit in figura horologij, vt ipse docuit propositione secunda,lib.secundi, cuius basis est triangulum.H.I.F.suæ figurę(exempli gratia pro quinta hora post meridiana) Alterum verò triangulum à me cogitatum, terminatum ab.t.e:e.d:et.ab.t.d.eleuata in mea figura, est in sua triãgulum. D. I. F.& propterea dixi.

» Nam.t.e.et.e.d.vtræq; in plano horologii non sunt, quamuis in plano æquatoris
» tres sint,&c.

Angulus verò.e.quem dico rectum esse, in sua figura est angulus. D. I. F. & mea

t.d.imaginata, eſt ſua.D.F. Tertium deinde triangulum, quod in mea figura terminatur ab.t.d.ab.f.d.& ab f.t.in ſua eſt triangulum. D.F.H. vnde mea. f. t. reſpondet ſuę.H.D & mea.f.d.ſuæ.H.F.& mea.t.d.ſuę.D.F. Quartum autem triangulum f.t.e.in mea figura, reſpondet ſuo.H.D.I.& meum punctum.t.ſuo.D, Nunc triangulum rectangulum, quod dico ſeparatim conſtituere,eſt illud tertium dictum correſpondens ſuo.D.F.H.vt ipſe facit in ſequẽti figura, quod ipſe vocat.D.C.H. & meŋ radius.t.x.in ſua figura, ille eſt qui terminatur ab.D.& ab initio Tauri, & Virginis.

Et quamuis ego non ſcripſerim talem figuram, vt ipſe fecit, nihilominus ipſam verbis deſcripſi comet modo, & propterea dixi.

» Quam diuiſionẽ, ſi in triangulo ſeorſum deſcripto inuenire voluerimus, res erit
» inuentu facillima, cum rectum angulum.f.t.d. (reſpondentem ſuo.H.D.C.)prędicti
» trianguli tertij ea ratione diuiſerimus,&c.

Quapropter Reuerendus Clauius non animaduertit meam rationem aliam non eſſe, nec puncto longiorem ſua, cum eademmet ipſa ſit.

Citaui etiam Munſterum cap.30.eo quod in ea impreſſione,quam tunc prę manibus habui, vidi in ea figura, quam ipſe vocat fundamentum horologiorum, literam c.poſitam eſſe loco.f.et.f.loco.c.quod cauſæ fuit, vt omnia mendoſa viderentur,recentiores autem impreſſiones correctæ ſunt.

Rurſus alio in loco mihi accidit vt reprehenderim Alexandrum Piccolomineum in libris de ſphęra, qui quidem dicebat eas figuras ſuperficiales, quæ paucioribus angulis circunſcriberentur, capaciores eſſe alijs,dummodo earum periphæriæ eſſent æquales.

Nunc autem correctę ſunt eo in loco impreſſiones, & qui non viderit primas, putabit me immeritò ipſum reprærhendere.

Idem etiam dico de eo capite ipſius Piccolominei, in ijſdem libris,vbi tractat de modo, quo vſi ſunt antiqui ad diuidendum zodiacum in. 12.ſigna, quod erat circa finem quarti libri.

Nunc verò,in recentioribus impreſſionibus, illud caput poſitum non eſt. Impreſſiones autem illæ, vbi talia dixit, duæ fuerunt, quarum prima erat anni.1540. ſecunda verò. 1552.Venetijs apud Andream Puteum.

Alius verò locus ipſius Reuerendi Clauij, contra meas reprehenſiones, eſt circa finem pag.298.& circa.299.vbi ita ſcribit.

» Ex his liquido conſtat,non rectè à Ioan.Baptiſta Benedicto in ſua gnomonica ca
» pit.49.reprehendi hanc rationem deſcribendi horologij declinantis,qua omnes fe-
» rè alij ſcriptores vtuntur, quoniam, vt ex demonſtratione à nobis allata conſtat,re-
» ctè per eam lineæ horarię in plano, quod à verticali declinat ducuntur. Modus au
» tem quem eo loco prędcribit differentem ab eo, quem nos tradidimus certus etiam
» eſt, ſed nulla ratione noſtro contrarius, quia nos conſtituimus. D.E.F. angulum de-
» clinationis plani à verticali circulo propriè dicto,ipſe autem loco huius anguli aſſu-
» mit angulum declinationis eiuſdem plani à Meridiano circulo, vnde mirum non eſt
» modum ipſius à noſtro diſcrepare. Quod ſi cõſtitueremus. D. E. F. angulum decli-
» nationis plani à Meridiano, ut ipſe (quemadmodum forſitan ab alijs putauit fieri)
» & in reliqua deſcriptione progrederemur, vt tradidimus, proculdubio horologiũ
» declinans perperam deſcriberetur, vt rectè docet.

Optimè ſcripſiſſet Reuerendus Clauius, ſi verum fuiſſet, quod antiqui ſumerent declinationem ſuperius dictã à verticali propriè dicto,& non à meridiano, Sed ego dico, authores à me citatos. capit. 49. meę gnomonicę ſumere dictam declinationem

nem plani à meridiano, & non à dicto verticali.

Consfidera primum in Munstero cap. 16. suæ horologiographiæ, vbi clarè docet accipere angulum compræhensum inter meridianum, & planum propositum, vbi etiam ponit quandam figuram ædificij cum pariete super quo designatum est quoddam horologium, & vbi se manifestè declarat, ita dicens.

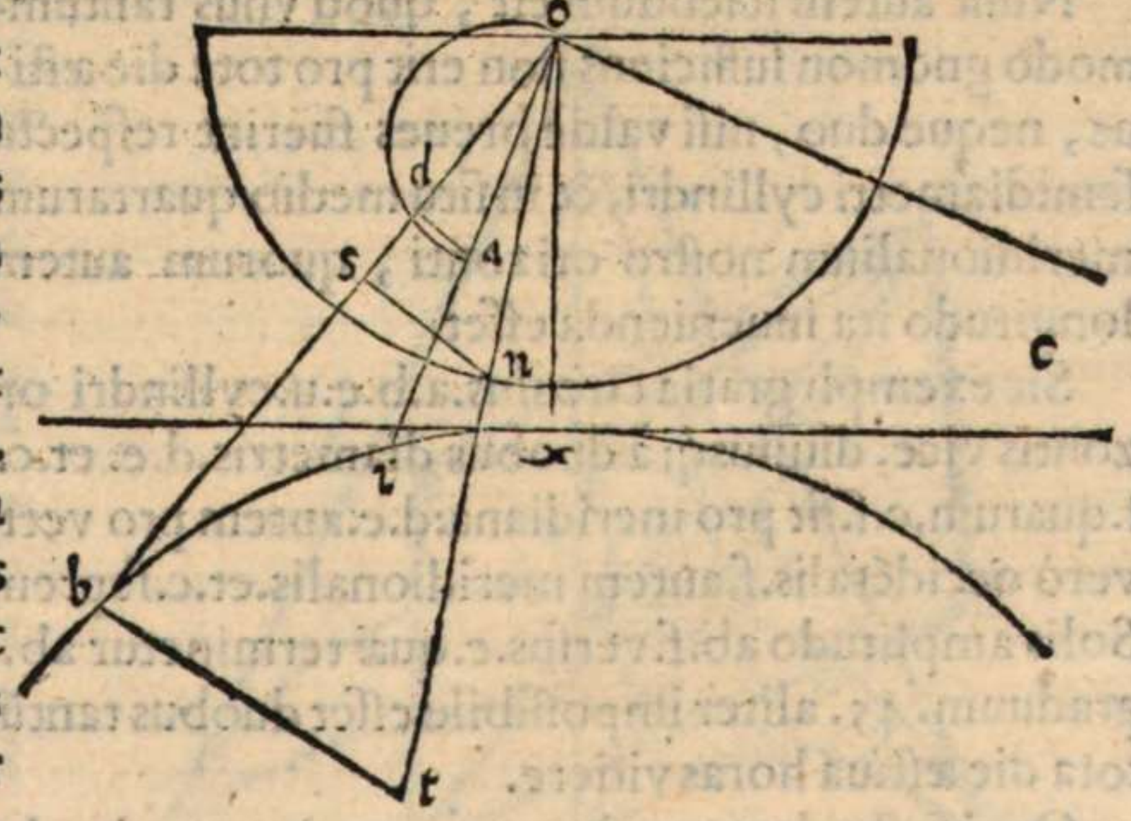
Nam ipsarum partium complementum. propositum indicabit angulum, quantus videlicet fuerit arcus eiusdem circuli. d. e. f. g. à puncto. g. vsque ad productam lineam meridianam interceptus, qui vnà cum ipso. f. g. quadrantem integrare videtur, vt in sequenti figura: quoniam arcus. f. g. est sexaginta partium, qualium. e. f. quadrãs nonaginta, vnde concluditur reliquam partem hoc est, datum inclinationis angulũ, fore partium triginta similium.

Orontius verò cap. 13. ijsdẽ vtitur verbis, cum figura simili ad reliqua autem ipsius R. Clauij, videnda nondum mihi otium fuit. quod si dabitur, tibi libenter dicam quid sentiam.

DE MODO DVCENDI LINEAS HORARIAS super cyllindro immobili.

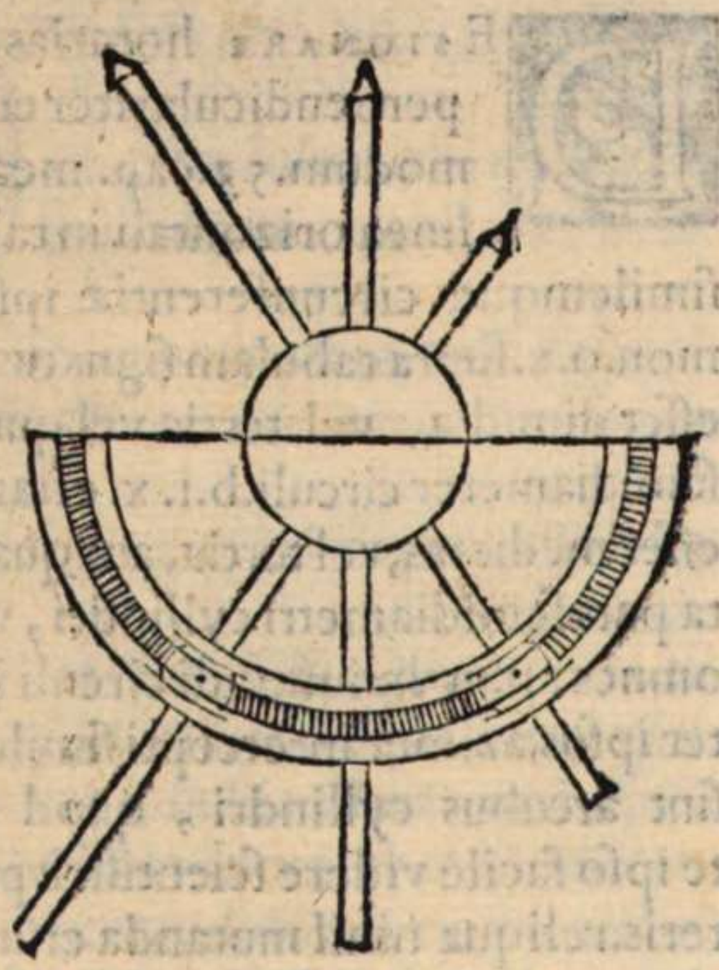
Hieronymo Ferrerio artium & Medicinæ Doctori peritissimo.

DESIGNARE horarias lineas super cyllindro immobili, ad orizontemque perpendiculariter erecto difficile tibi non erit, (quod à me postulasti) si modum. 53. cap. meæ gnomonicæ obseruaueris, accipiendo tamen pro linea orizontali in tabula non aliquam rectam lineam, sed circularem, similemque circunferentiæ ipsius cyllindri, dico autem similem, eo quod si gnomon. o. x. supra tabulam signatus, & perpendicularis ipsi orizontali circulari. b. i. x. esset dimidia, vel tertia vel quarta pars gnomonis cyllindro infixi, oporteret, vt semidiameter circuli. b. i. x. etiam esset medietas, vel tertia, aut quarta pars semidiametri cyllindri, vt omnes arcus huiusmodi circuli inter ipsos azimut intercepti similes sint arcubus cyllindri, quod à te ipso facilè videre scientificè poteris. reliqua nihil mutanda erunt ab eo, quod scripsi circa figuram. 53. cap. vt dixi. Vnde inuenta cum fuerit distantia orizontalis puncti. b. à pede gnomonis. x. nec non quantitas azimutalis muralis b. t. quæ semper ab orizontali perpendiculariter descendit, illicò punctum. t. horæ propositæ in cylindro inuenietur.



Nunc

Nunc verò cum duo puncta alicuius horarię lineæ inuenta fuerint, quæ à Solis ſitu in diuerſis parallelis efficiuntur, ſi voluerimus ipſam lineam horariã ducere, ſcien dum primò eſt ipſam lineam horariam eſſe communem ſectionem circuli horarij, illius horæ cum ſuperficie cyllindrica, & propterea ellipticam, vt oſtendit Serenus in. 19. primi lib. quod etiam ellicere poſſumus ab eo, quod Archimedes in. 10. poſitione libr. de conoidalibus, ſcribit. Quapropter oportet nos inſtrumentum prius componere, modo circini, ſed trium crurum, quæ omnia in eadem plana ſuperficie ſint, ea tamen arte factum, vt quodlibet illorum poſſimus prolongare, necnon contrahere, ut cum duo extrema firmata fuerint, media poſſit circunduci circa centrum, ſeu punctum commune illarum interſectionum ſimulq; poſſit produci, necnon abbreuiari vel augeri, & diminui, vt mediante ſua extremitate inferiori poſſimus delineare gyrum ellipticum horarium, dum cẽtrum ipſorum crurum adhæreat extremitati gnomonis, reliquæ vero extremitates ipſorum crurũ ſint ſupra puncta inuenta ipſius horæ. oportet etiam vt hoc inſtrumentum à tergo ipſorum crurum habeat in ſuperiori parte ſuperficiem quandam ſemicirculare, quę ſit vice vnius partis illius ſuperficiei, in qua ſupponuntur omnia crura inſtrumenti, & hoc quantum fieri poteſt, quod quidem fieri debet, ne crus medium, hoc eſt mobile, exeat à tali ſuperficie, ſeu declinet ab ea, quæ ſemper ſupponitur in ſitu circuli horarij talis horæ. oportet etiam, vt iuxta circunferentiam dimidij circuli ſint duo gyri eiuſdem materiæ inter ſe parum diſtantes, ita ut crura poſſint moueri, intra hos gyros, & dimidium circulum, & quod inter hos gyros locatæ ſint duæ cochleæ, ſeu duo helices, vt quando voluerimus, poſſimus firmare ipſa crura extrema, dum eorum extremitates fuerint ſupra puncta inuenta illius horæ, deinde in dorſo iſtius inſtrumenti, circa centrum coniunctionis, rectè factum erit ſi aliqua concauitas fuerit, in qua, extremitas gnomonis poſſit locari, dum ducere voluerimus aliquam horariam lineam.



Tale inſtrumentum excogitaui ad fugiendum tædium inueniendi dictam ellipticam ex punctis

Nunc autem ſciendum eſt, quod vnus tantummodo gnomon ſufficiens non erit pro tota die æſtiua, neque duo, niſi valde breues fuerint reſpectu ſemidiametri cyllindri, & in ſitu medio quartarum meridionalium noſtro orizonti, quorum autem longitudo ita inuenienda eſſet.

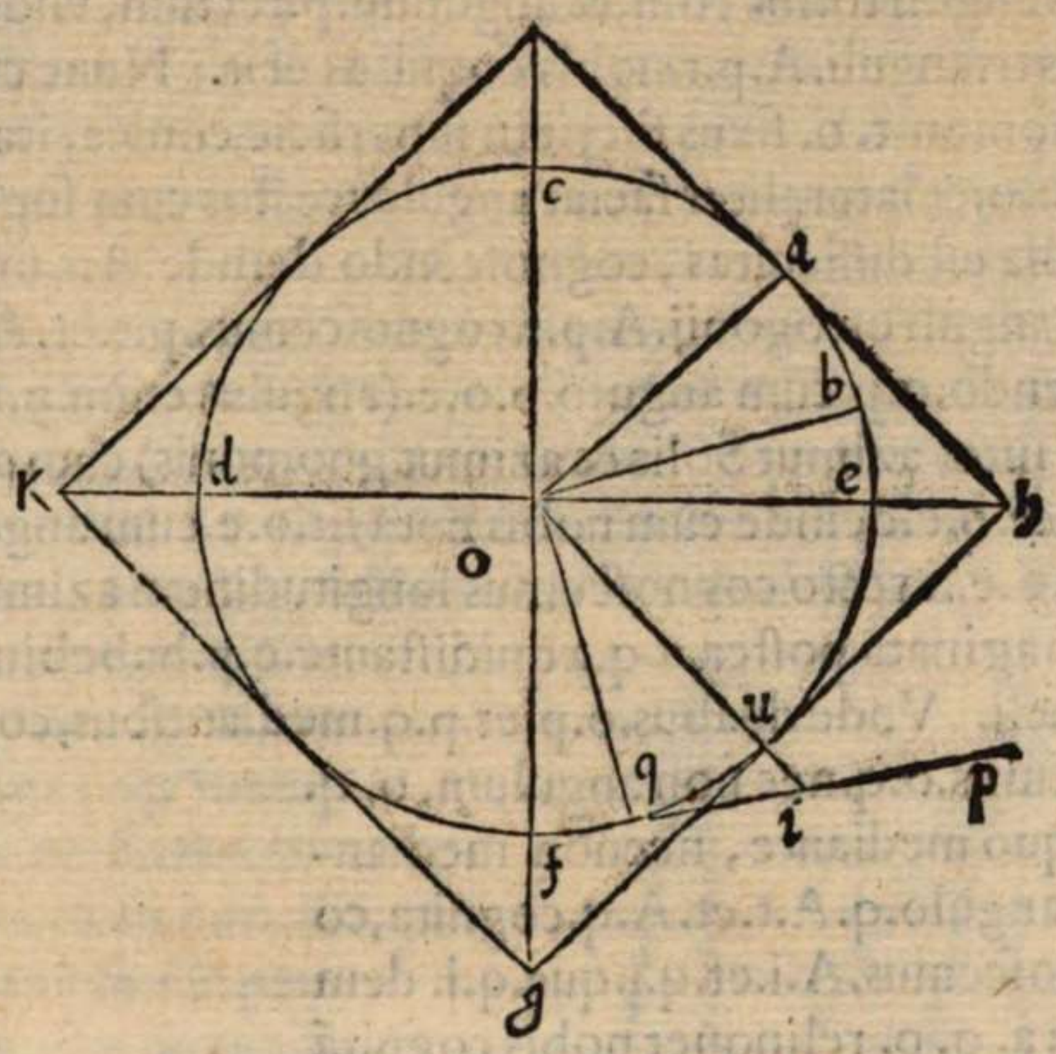
Sit exempli gratia circulus. a. b. e. u. cyllindri orizontis vice, diuiſusq; à duobus diametris. d. e. et. c. f. quarum. c. f. ſit pro meridiana: d. e. autem pro verticali, ſitq;. e. punctus orientalis: d. verò occidẽtalis. f. autem meridionalis. et. c. ſeptentrionalis, computeturq; maxima Solis amplitudo ab. f. verſus. e. quæ terminetur ab. q. ita quod arc°. f. q. minor ſit quã graduum. 45. aliter impoſſibile eſſet duobus tantũmodo gnomonibus mediantibus tota die æſtiua horas videre.

Quo facto ducatur ab. q: q. p. contingens circulum & à centro circuli. o. per punctum. u. medium quartæ ducatur. o. u. i. vſque ad contingentem. q. p. vnde. u. i. longitudo erit vniuſcuiuſque gnomonis, qui gnomones infixi erunt in medio dictarum quartarum.

Huiuſmodi

Huiuſmodi rei ratio per ſe nota erit quotieſcunque cogitauerimus verum arcum e.b.amplitudinis æſtiuæ, protractaq;.o.b.quę parallela erit.q.p. vnde cum Sol tempore æſtiuo orietur, tunc radios ſuos emittet via iſtarum æquidiſtantium linearum.

Sed ſi longiores gnomones cuperes, oportebit eos tres eſſe, quorum vnus erit orientalis in puncto.e. alter occidentalis in puncto.d. reliquus verò meridionalis in puncto.f.quorum vnuſquiſq; poteſt eſſe maior tertia parte ſemidiametri cyllindri, ſed ſi voluerimus ſcire quantũ ad plus poſſit eſſe longus vnuſquiſque illorum, ita faciendum erit.

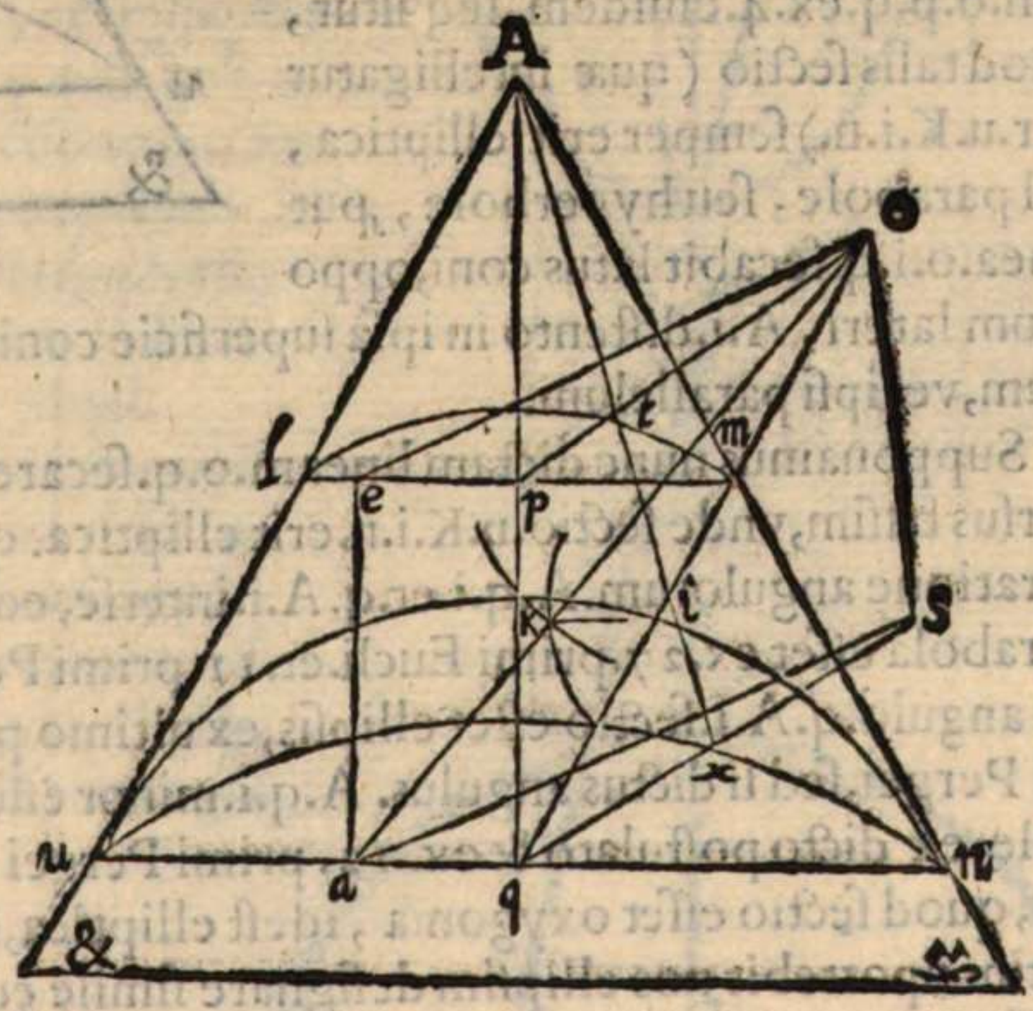


Faciemus quadratũ.o.a.h.u. ex ſemidiametro dicti circuli, à diametro poſtea.o.h.huiuſmodi quadrati ſubtrahatur ſemidiameter. o.e.circuli,reſiduum verò.e.h.ipſius diametri.o.h.quadrati,erit lõgitudo gnomonis, vbi ſimul appa ret huiuſmodi rei ratio, eo quod cum gnomon.e.h.orientalis deſinet operari, illico meridionalis. f.g.ſubintrabit, poſt hunc verò occidentalis.d.K.monſtrabit reliquum dici.

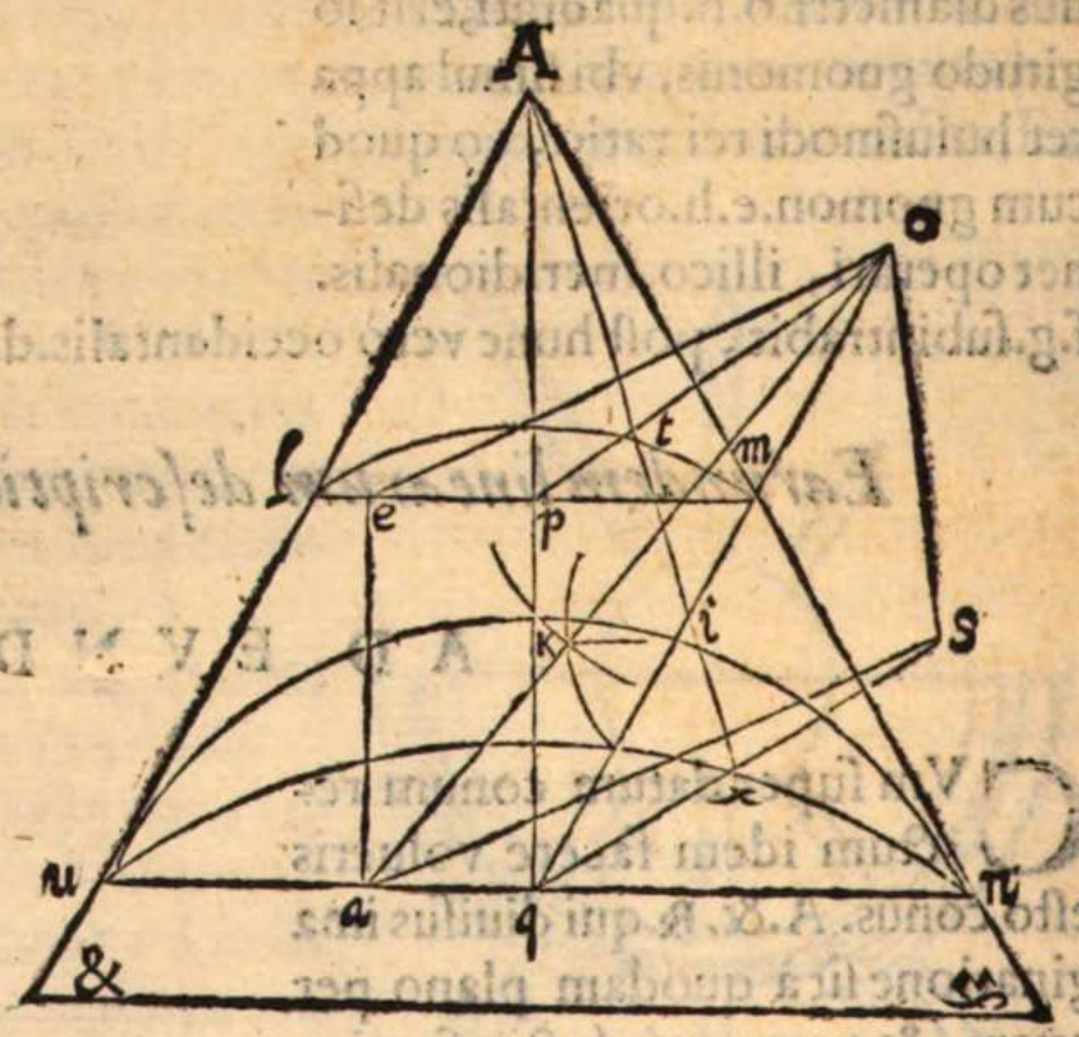
Earundem linearum deſcriptio ſuper conum rectum.

AD EVNDEM.

CVm ſuper datum conum rectum idem facere volueris eſto conus. A.&.B.qui diuiſus imaginatione ſit à quodam plano per axem, & communis ſectio ſit trian gulus. A.&.B. in quo plano cogite mus gnomonem infixum ad rectos vbi volueris,qui ſit.p.t.o. cogitem⁹ etiam.l.t.m.aliud eſſe planum (in quo ſit gnomon) quod conum ſe cet, quæ quidem ſectio, circularis erit, ex. 4. primi Pergei.imaginemur etiam ſuperficiem.p.s.eſſe azimut in quo gnomon reperirur, ſuperficiemq;.e. s. azimut propoſitæ horę, angulumq;.e.o.a. contrapoſitũ angulo altitudinis Solis ab orizonte;

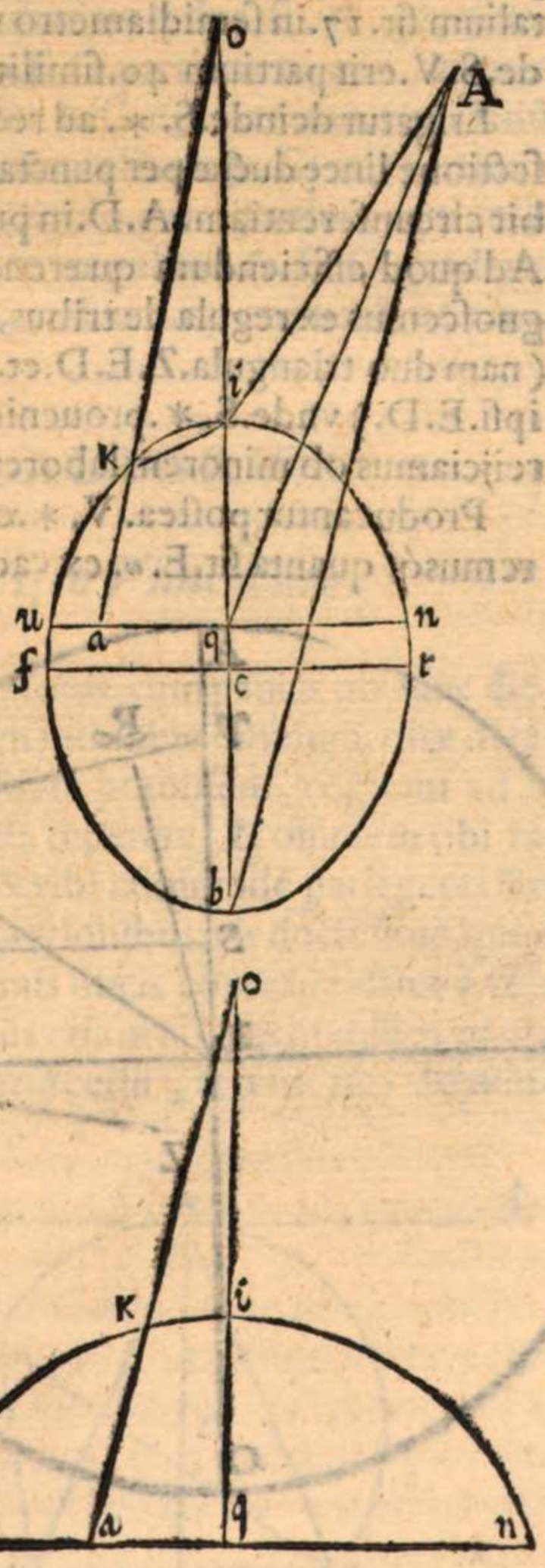


zonte; cogitemus etiam lineam. A.t.i.x. illud coni latus esse, qu od à summitate versus basim transit per medium latitudinis ipsius gnomonis, concipiamus etiam mente e.a. communem sectionem esse trianguli supradicti cum azimut horæ, necnon punctum. K. esse commune radio Solis. o.a. & superficiei conicæ, quod quidem est illud quod quæritur, hoc scilicet modo. Primum cognoscimus angulum. p. A.t. vt medietas anguli totius coni, & angulum. p. rectum, vnde. t. tam intrinsecus, quam extrinsecus trianguli. A. p. t. nobis cognitus erit. Nunc cum angulus. A.t. o. cognoscatur, si gnomon. t. o. fixus fuerit in superficie conica, ita qđ cum latere. A.t. efficiat angulũ A.t.o. & lateraliter faciat angulos rectos cum superficie conica, ad quod efficiendum nulla est difficultas, cognoscendo deinde. A.t. simul cum angulis. A. et. t. intrinsecis trianguli ortogonij. A.p.t. cognoscemus. p.t. et. A.p. vnde etiam totã. o. p. sed cognoscendo. o.p cum angulo. p.o.e. (angulus enim. p.o.e. cognoscitur ex hypothesi cum sit inter azimut Solis & azimut gnomonis) cum angulo. o.p.e. recto cognoscemus. p.e. et. o.e. deinde cùm nobis nota sit. o.e. cum angulo altitudinis Solis. e.o. a. & angulo. o.e.a. recto cognoscemus longitudinem azimutalis. e.a. necnon quantitatem. a.o. Imaginata postea, a.q. æquidistante. e.p. habebimus. p.q. æqualem. a.e. ex. 34. primi Eucli. Vnde duabus. o.p. et. p.q. mediantibus, cognitisq; cum angulo recto. p. cognoscemus. o.q. nec non angulum. o. q. p. quo mediante, necnon mediante angulo. q. A.t. et. A.q. cognita, cognoscemus. A.i. et. q.i. quę. q.i. dempta à. q. o. relinquet nobis cognitã i.o. Et quia. o.i.q. et. o. K. a. semper sunt in eadem superficie secante conum, quæ etiam secat superficiem trianguli. A.q.x. ad rectos ex. 18. vndecimi, cum linea. u. n. perpendicularis sit superficiei trianguli. A. q.i. ex. 8. dicti, quia parallela est. l.p. quę perpendicularis est superficiei triãguli. o.p.q. ex. 4. eiusdem, sequitur, quod talis sectio (quæ intelligatur per. u.K.i.n.) semper erit elliptica, vel parabole, seu hyperbole, put linea. o.i.q. secabit latus coni, oppositum lateri. A.i. distento in ipsa superficie conica, seu ad superiorem partem productum, vel ipsi parallelum.



Supponamus nunc dictam lineam. o.q. secare dictum oppositum latus lateri. A.i. versus basim, vnde sectio. u.K.i.n. erit elliptica. quod facile cognitu est mediãte comparatione angulorum. A.q.i. et. q. A.i. interse, eo quod si essent ęquales, dicta sectio barabola esset ex. 27. primi Eucli. et. 11. primi Pergei, sed si angulus. A.q.i. maior esset angulo. q. A.i. sectio esset ellipsis, ex ultimo postulato primi Euclid. & ex. 13. primi Pergei, sed si dictus angulus. A.q.i. minor esset angulo. A. tunc sectio esset hyperbole, ex dicto postulato & ex. 12. primi Pergei. Sit ergo primum vt dictũ est, hoc est, quod sectio esset oxygonia, ideſt elliptica, seu defectio (quod idem est,) separatim oportebit nos ellipsim designare similẽ ęqualẽq; ei, quæ est. u.K.i.n. qđ quidẽ difficile non erit, quotiescunque suos axes inuenerimus, maiorem scilicet, & minorem,

rem, quæ ita reperientur, efficiemus primo angulum coni, qui sit. i. A. b. quem diuidemus per æqualia mediante. A. q. constituendo. A. i. huius anguli æqualem. A. i. superficiei conicæ et. A. q. diuidentem, æqualem parti. A. q. axis coni, ducendo postea ab. i. per. q. lineam vnam quousque concurrat. A. b. in puncto. b. habebimus. i. b. pro maiori axi ipsi ellipsis, quod per se clarum est, cuius medietas sit. i. c. sed. i q. ipsius. i. b. æqualis est ipsi. q. i. ipsius coni, ex quarta primi Eucli. et. q. b. ipsius. i. b. æqualis alteri parti inuisibili. Reliquum est, vt reperiamus minorem axem, quem vocabimus. f. r. ducatur ergo primum. q. a. u. n. ad rectos cum. i. b. æqualisq; ei quæ est coni, & diuisa similiter in. a. quæ. u. n. ipsius coni nobis cognita est ex lateribus. A. u. et. A. n. & ex angulo coni, et. a. q. æqualis est. e. p. ex. 34. primi. Nunc certi erimus ex. 21. primi Pergei, quod eadem proportio erit quadrati. u. q. ad quadratum ipsius. f. c. quæ producti ipsius. i. q. in. q b. ad productum ipsius. i. c. in. c. b. & cum cognita nobis sint hæc tria producta hoc est. i. q. in. q. b. et. i. c. in. c. b. et. u. q. in seipsa, cognoscemus etiã quartum ipsius. f. c. & sic. f. c. eiusq; duplum. f. r. cogniti nobis itaque cum sint hi duo axes. i. b. et. f. r. formabimus ellipsim. Deinde producemus axim. b. i. à part e. i. quousque. i. o. æqualis sit ei quæ extra conum est, deinde ducemus. o. a. quæ circunferentiam ellipticam secabit in puncto. K. vnde habebimus quantitatem ipsius. o. K. et. K. i. rectam. inde mediante circino si acceperimus rectam distantiam ab. i. ad. K. in ellipsi, deinde firmando pedem circini in puncto. i. in superficie conica, & cum alio signando lineam vnam curuam ad partem. K. in superficie conica, sumendo postea interuallum. o. K. extra ellipsim, deinde firmando vnum pedem circini in extremitate gnomonis, cum alio postea signando aliam lineam curuam in superficie ipsius coni, quæ primam secet in puncto. K. hoc erit punctum quæsitum horę propositæ in superficie conica proposita.



Sed si talis sectio fuerit parabole, vel hyperbole, tunc mediante suo diametro. i. q. cum basi. u. q. n. cognita, designabimus ipsam sectionem. u. i. n ope mei instrumẽti in calce meę gnomonicæ descripti, deinde diuisa. u. q. in. a. ꝓductaq́; q. i. vsq; ad. o. ductaq́;. o. a. habebimus punctum. K. Reliqua facienda sunt, vt dictum est de ellipsi.

Inuenta modo cum fuerint duo puncta eiusdem horæ propositę, ducemus ab vno ad aliud, lineam horariam, mediante circino trium crurum, quem tibi scripsi nudius tertius. pro cylindro, quæ quidẽ linea crit portio gyri ellipsis, seu hyperbolę, vel parabolę, vt à te ipso cogitare potes.

QVAEDAM NOTATV DIGNA IN Ptolomeum.

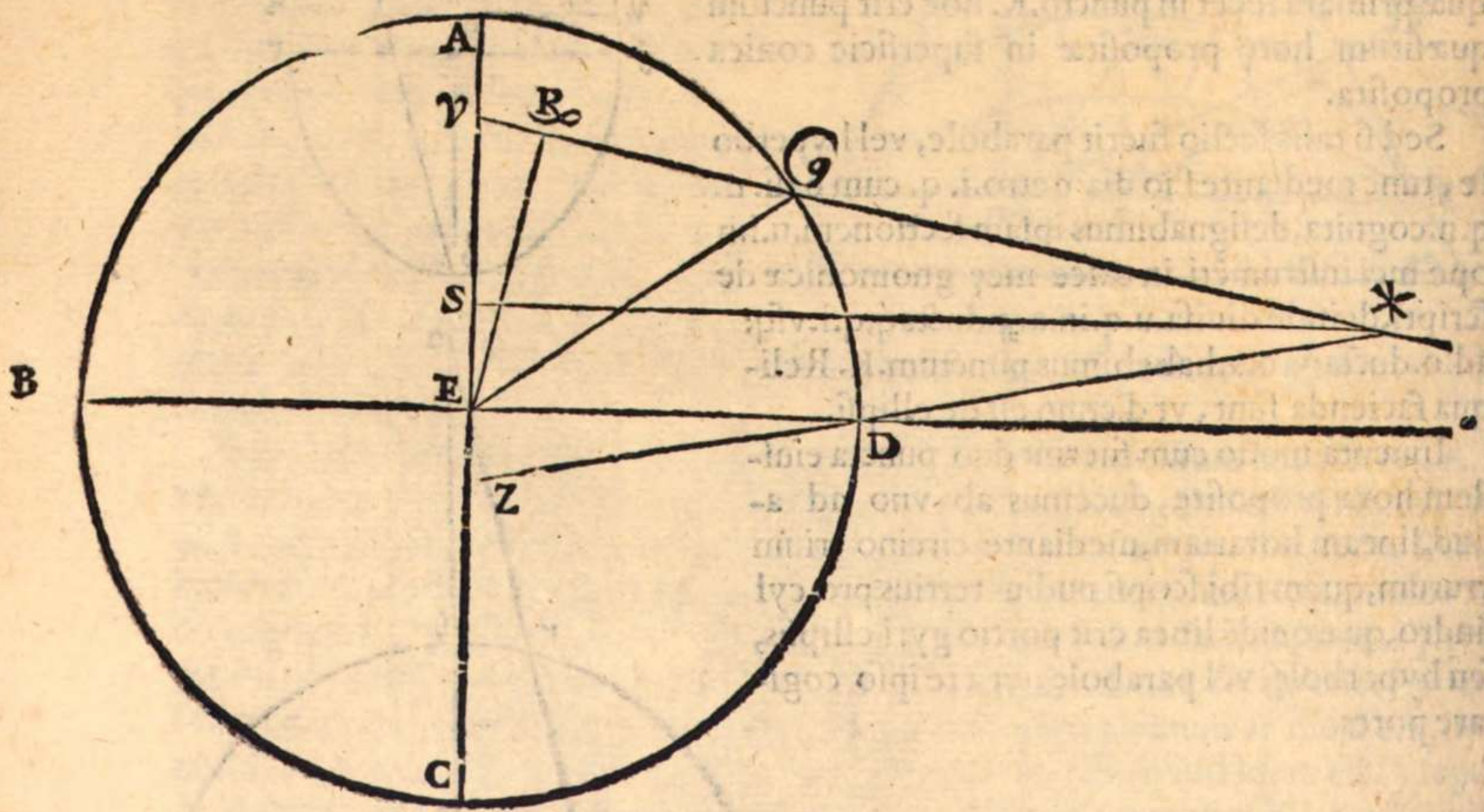
Bartolomeo Chriſtino Sereniſſimi Sabaudiæ Ducis apparitore.

EX tuis literis cognoui quo erga me animo eſſes, qualiq; voluntate, ſed ne tua pulcherrima ſtudia aliquo modo imperfecta relinquant̃, vel ego tibi deeſſe videar, dum Problemata geographica Magni Ptolomei conſideras, aduerte, quod ſi putares in figura. 6. cap. libr. 7. geographię eiuſdem (vt multi credunt) lineam. V. ∗. ſecare circunferentiam. A. D. in puncto. G. ita vt punctus. G. ſit tropici æſtiui, ideſt arcum. D. G. eſſe graduum. 24. cum illis incideres in maximum errorem. Quapropter conſidera quæ nunc tibi ſcribo.

Sit circulus. A. B. C. D. huius centrum. E. ſupponaturq; ſemidiameter. E. D. eſſe partium. 120. quarum. E. Z. in alio ſemidiametro. C. E. ei orthogonaliter coniuncto, talium ſit. 17. in ſemidiametro vero. E. A. accipiatur. E. S. talium. 24. et. E. V. 64. vnde. S. V. erit partium 40. ſimilium.

Erigatur deinde. S. ∗. ad rectos cum. E. A. in puncto. S. quæ terminetur ab interſectione lineę ductæ per puncta. Z. D. in puncto. ∗. ducatur demum. V. ∗. quæ ſecabit circunferentiam. A. D. in puncto. G. Quæratur nunc quantitas ipſius. G. D. Ad quod efficiendum quærenda primum eſt quantitas ipſius. S. ∗. quam illico cognoſcemus ex regula de tribus, cum dixerimus, ſi. 17. dat nobis. 120. quid dabit. 41. (nam duo triangula. Z. E. D. et. Z. S. ∗. ſunt inuicem ſimilia, cum. S. ∗. parallela ſit ipſi. E. D.) vnde. S. ∗. proueniet nobis ex ſimilibus partibus. 289. cum fracto, quod reijciamus ob minorem laborem.

Producantur poſtea. V. ∗. et. E. D. vſque ad eorum concurſum in puncto. ω. quæremusq; quanta ſit. E. ω. ex eadem regula, cum dixerimus, ſi. 40. dat nobis. 289. quid



dabit

dabit.64. (nam duo triangula.V.S. ∗.et.V.E.ω.sunt inuicem similia eadem ratione) vnde. E. ω.veniet nobis ex talibus partibus.462.

Coniungatur nunc quadratum ipsius.E.V.quod est. 4096. cum quadrato ipsius. E.ω. quod est.213444.& habebimus quadratum ipsius.V.ω.talium partiũ. 217540.

Dicemus postea si.217540.dat nobis.4096.quid dabit quadratum ipsius.V. ω.vt sinus totus quod est. 10000000000.vnde veniet pro quadrato ipsius. V. E. talium partium, superficialium scilicet.18827211.cuius radix erit.13721. & erit sinus anguli.V. ω.E.qui erit grad.7.min.53.vnde angulus. ω.V.E. erit grad. 82. min. 7. eius vero sinus erit partium.99054.

Nunc autem quia angulus.E V.ω. est acutus,imaginemur.E.℞. ductam esse ad rectos ipsi.V. ω. sitq; etiam ducta ipsa. E. G. Vnde habebimus angulum.℞. E. V. graduum.7.min.53.eius vero sinus.℞.V.partium.13721.(propter similitudinem triangulorum.E.℞.V.et.ω. E.V.)talium scilicet,qualium.E.V.fuerit. 100000. Sed qualium.E.V.est.64.talium erit.8. cum tribus quartis, cuius. ℞.V. quadratum erit partium.76.cum dimidio similium sed superficialium, quo quidem quadrato dempto ex quadrato ipsius.64.quod est.4096.remanebit quadratum ipsius. E. ℞. partium. 2871.quo etiam quadrato.E.℞.dempto ex quadrato.E.G.partium.14400.remanebit quadratum ipsius.℞.G.partium.11529.cuius radix.℞.G.erit partium.107. taliũ qualium.E.G.est.120.sed qualium.E. G. erit. 100000. talium. ℞. G. erit partium. 89166.quæ vt sinus anguli.℞.E.G.habebit pro ipso angulo,gra.63.min. 5. qui collecti cum gra. 7.min. 53. anguli. V.E. ℞. dabunt totum angulum. A. E. G. grad.70. min.58.cuius complementum ex grad.90.erit.G.D.graduum.19.min.2.& non.24. vt omnes ferè putant.

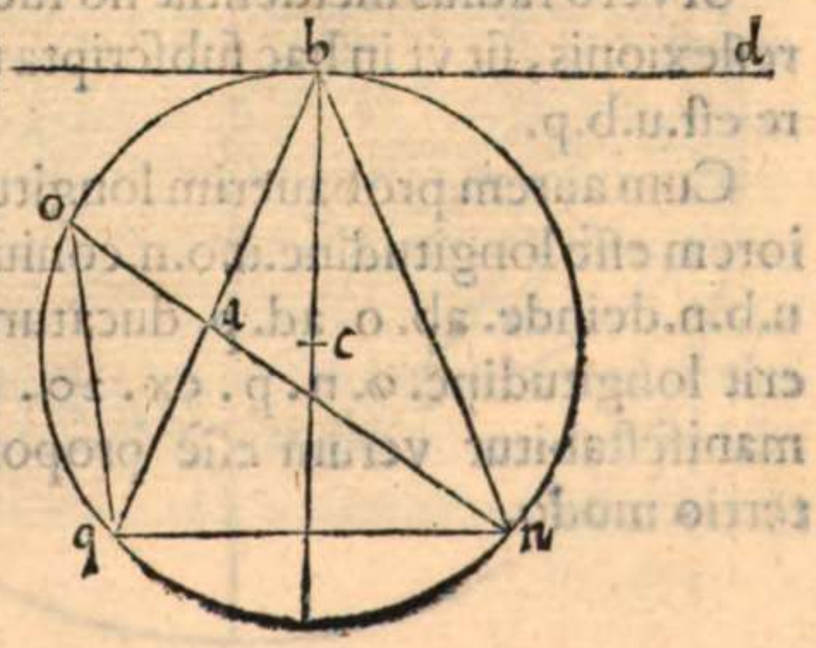
DE REFLEXIONIBVS RADIORVM.

Excellentißimo Philoſopho Franciſco Vimercato.

QVONIAM non videbatur quieſcere animus tuus,cum paucis ab hinc diebus tibi ſiſcitanti reſpondiſſem, nec tamen rationem omnium, quæ dixeram exactè explicare per temporis anguſtiam potuiſſem, cogitaui ad te per hanc occaſionem ſcribens,& iam dicta repetere, & omnium tibi rationem ſubiungere, & vt mihi plenius ſatisfaciam, & tibi commodè perlegenti facilius ſit veritatem intueri. Scripſiſti enim in tuis diſputationibus,vir doctiſſime,quod omnis res viſa per ſpeculũ quodcũque, ſub breuiſſimis lineis cõpræhendatur à viſu.

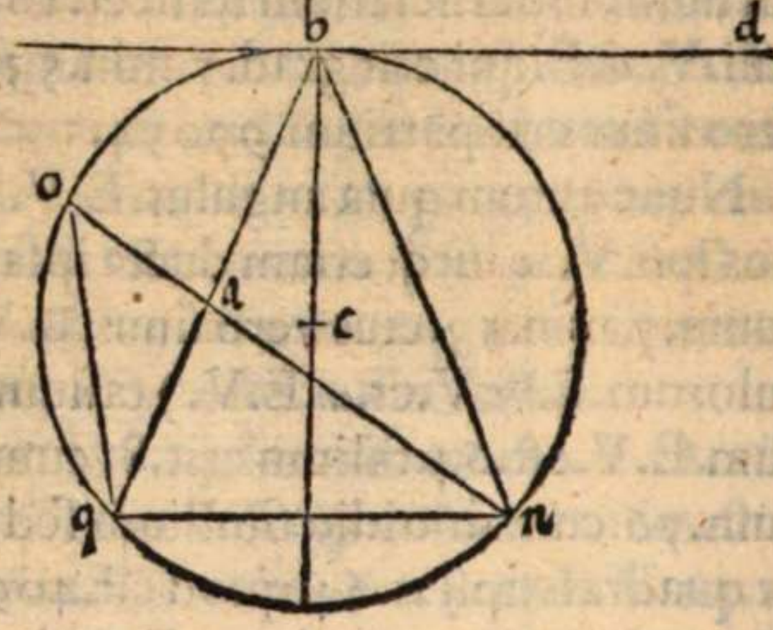
Propoſitio hæc non eſt vniuerſaliter vera(quamuis etiam ab alijs omnibus pro tali poſita ſit)cum in ſpeculis concauis non ſemper verificetur, vt nunc tibi demonſtrabo.

Eſto quod linea recta. b. d. tangat circulum b.o.q.n.qui ſit communis ſectionis ſuperficiei reflexionis, & ſphæricę alicuius ſpeculi ſphærici concaui, & punctum contingentiæ ſit. b. à quo exeant duæ lineæ.b.q.et.b.n.efficientes duos angulos inuicem æquales circa perpendicularem. b.c.res autem viſa primò ſit in ipſa circunferentia huiuſmodi circuli in puncto. n.oculus vero in puncto.q.ipſius circunferentię. Dico nunc duas

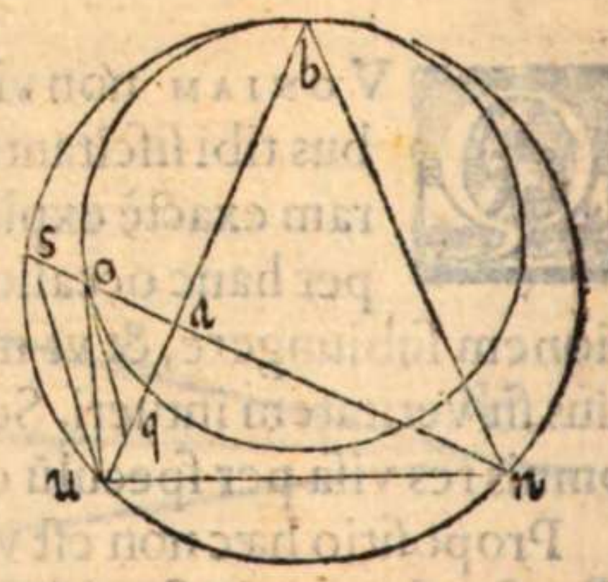


lineas.b.q.et.b.n. ſimul ſumptas longiores eſſe omnibus alijs lineis exeuntibus ab ip ſis punctis.q.n.quæ in aliquo puncto dictæ circunferentiæ ſimul concurrant.

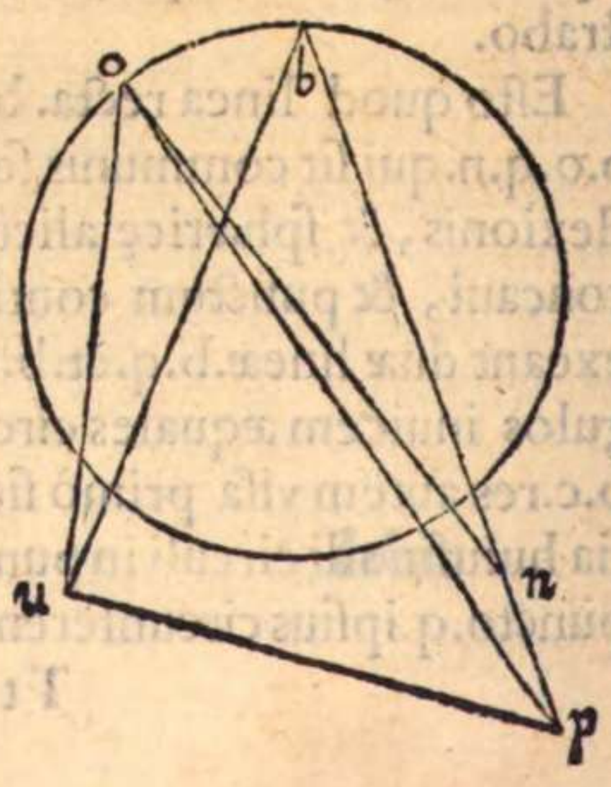
Sint igitur aliæ duæ.q.o.et.n.o.quas probare volo ſimul ſumptas, eſſe minores dua bus ſimul ſumptis.q.b.et.n.b. Nam ex.20.tertij Eucli.cognoſcimus angulos.q.b.n. et.q.o.n.inuicem æquales eſſe, & ſimiliter angulos.b.n.o.et.b.q.o.deinde ex.15.pri mi eiuſdem habemus angulos contra ſe poſitos, circa. a.eſſe etiam inuicem ęquales. Vnde ex.4. ſexti, habebimus proportionem. a. b. ad. a. o. eandem eſſe, quæ. a. n. ad. a. q. & ſic. b. n.ad.o. q. Quare ita erit. a.b.n.ad.a.o. q.vt.a.n. ad.a.q.ſed cum.a.n.maior ſit.q.a.ex. 18. primi, eo quod angulus.b.q.n.(qui æqualis eſt angulo. b.n.q.ex.5.eiuſdem) maior eſt angulo. a. n. q. qui pars eſt ipſius.b. n. q. ergo latera ſimul ſumpta.a.b.n.maiora erunt lateribus. a. o. q. ſed ex. 20.primi.a.b.n.etiã maior erit.a.n.vnde ex. 25. quinti.q.a.b.n.maior erit.n.a. o. q. quare ſequitur verum eſſe propoſitum.



Sed ſi oculus eſſet in.u.quemadmodum in ſubſcripta hic ſecũda figura videre eſt, res autem viſibilis in.n.ambo extra dictum circulum, eſto etiam primum.b.u.æqualis.b.n.probabo ſimiliter.u.b.n.maiores eſſe.u.o.n. Nam angulus.o. maior eſt angulo.b.eo quod ſi circulum.u.b.n.cogitemus circunſcribere triangulum.u.b. n. ducendo vſque ad ſuam circunferentiam.o.n.in puncto.s.deinde ducendo.u.s.habebimus ex.20.tertij angulum.u.s.n.æqualẽ angulo.u.b.n.ſed cũ angulus.u.o.n.exterior trian guli.u.o.s.exiſtat, ipſe maior erit angulo.s.ex.16.primi.duco poſtea.o.q.parallelam ad.u.s.quæ ſecabit.a.u.in puncto.q.& habebimus angulum.a. o. q. ęqualem angulo. n.s.u.ex.29. eiuſdem,hoc eſt angulo. n. b. u. ſed ex ſupradictis rationibus, lineæ.q.b. n. ſimul ſumptæ maiorem efficient longitudinem, quam.q.o. n. Nunc cum ipſi.q.b.addita fuerit.u.q.& vice.q.o.ſumpta fuerit aliqua linea minor ipſa.u.q.o.eo amplius.u.q. b. n. maior erit, quod quidem hoc modo faciendum . Accipiatur.o.u. vt comes.o. n. quæ minor eſt ambabus. o. q. et.q.u.ex.20. primi, ita enim habebimus propoſitũ. ſed breuiori modo hoc ipſum videbis ex prędcedenti, & ex.21.primi Euclid. Nam ex præcedenti.u.b.n.longior eſt ipſa.u.s.n.ex.21.autem primi.u.s.n.longior eſt ipſa.u.o.n.ergo verum eſt propoſitum.



Si verò radius incidentiæ nõ fuerit æqualis radio reflexionis, ſit vt in hac ſubſcripta tertia figura videre eſt.u.b.p.

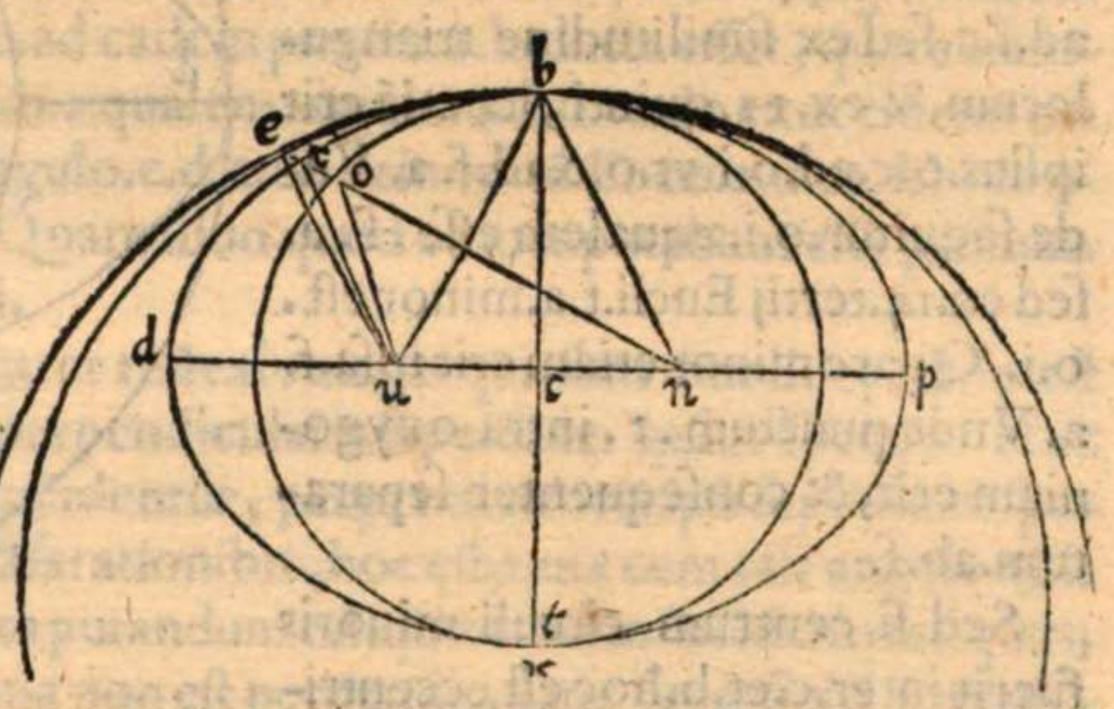


Cum autem probauerim longitudinem.u.b.n.maiorem eſſe longitudine.u.o.n.coniungatur.n. p. cum u.b.n.deinde. ab. o. ad. p. ducatur. o. p. quæ minor erit longitudine. o. n. p. ex. 20. primi, & illicò manifeſtabitur verum eſſe propoſitum, etiam hoc tertio modo.

Si

Si autē res visibilis oculusq; ambo fuerint intra circulum, tūc possibile esset quod lōgitudo.u.b.n.modo maior,modo minor,modo verò æqualis esset ipsa.u.o.n. nūc. Quod etiam affirmo de.u. b.p.similiter etiam eueniet si vnus terminorum.u.vel. n. fuerit intra circunferentiam, reliquus verò extra ipsam.

Considerem⁹ nunc hic infrascriptam.4.figuram vbi.d.b.p.sit circunferentia oxygonia seu elliptica (quod idem est) cuius maior axis sit.d.p.in quo,duo termini. u. n. sint centra eius generationis:b.x. verò sit minor axis. Imaginemur etiam circulum. b.o.x.cuius semidiameter sit.c.b.non maior medietate minoris axis, ne circunferentia huiusmodi circuli secet circunferentiam oxygoniam. Cogitemus etiam circulum. b.e. cuius semidiameter, minor non sit minori axe.b.x. ipsius oxygoniæ, ne se inuicem secent huiusmodi circunferentiæ,sint etiam ambo eorum centra in linea.b. x.minoris axis, & punctum.b.sit commune vnicuique earum periphæriarum, vnde minor circulus, totus intra,maior autem, totus extra ipsam figurā oxygoniam erit. Nunc ad partem.o.r.e.vbi non communicant inuicem ipsæ circunferentiæ ducantur.n.o.r.e:u.o:u.r:et.u.e.& per. b.et.r.cogitetur transire alium circulum, cuius centrum in axe.b.x. sit.t. omnesq; isti circuli imaginentur trium diuersorum sphæricorum speculorum, vnde pro generatione ipsi⁹ oxygonię,seu ex.52.tertij Pergei, habebis longitudinem. u.r.n.æqualem esse longitudini.u.b.n.& ei, quæ est.u.o.n. (vt minor ipsa.u.r.n.ex.21.primi Euclidis) minor ipsa.u.b. n. & longitudinem. u.e.n. (vt maior ipsa.u.r.n.ex eadem. 21.primi Eucli.) maior ipsa. u.b.n. Sed si quis vellet hoc demonstrare ope circuli, vni⁹ tātūmodo speculi, multiplicādo ipsas oxygonias quēadmodum de ipsis circulis fecimus, obtineret similiter propositum.

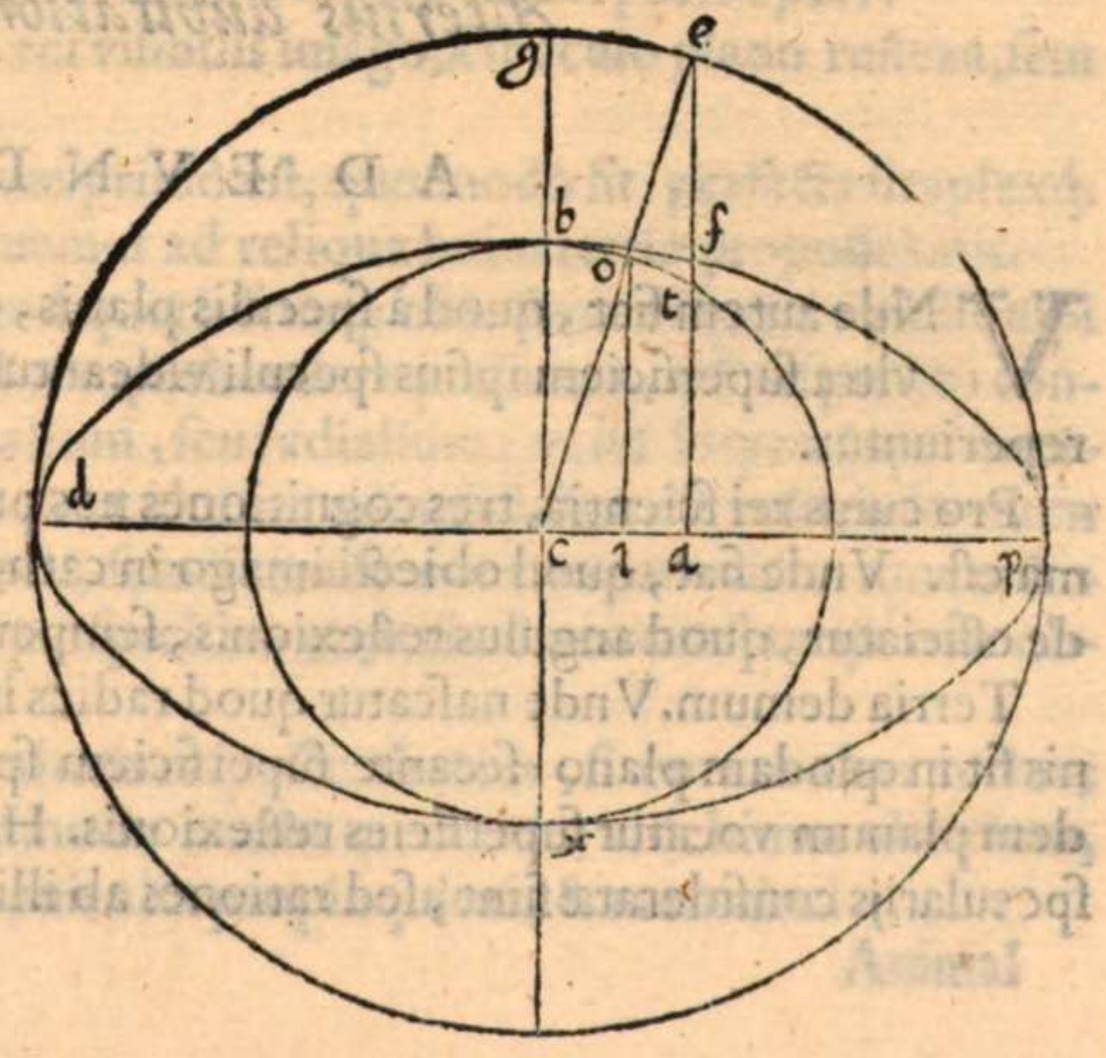


Solutio dubitationis.

AD EVNDEM.

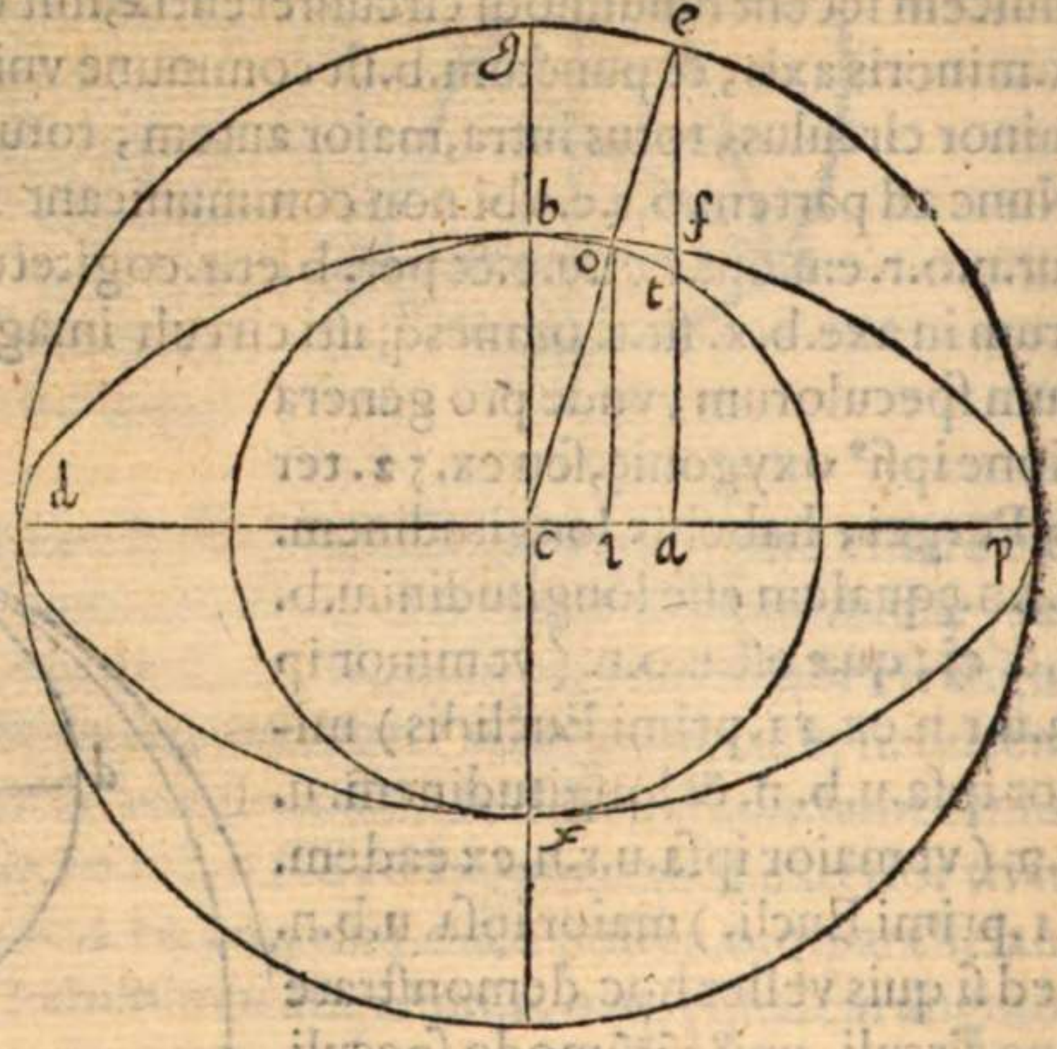
RAtionalis est dubitatio tua, vtrum (cū circulus minor hoc est.b.o.habeat suum centrum in minori axe inter centrum oxygoniæ, et.b: existente. b. extremo axis minoris,communeq; ambobus circunferentijs circuli scilicet & oxigonię) dictus circulus minor, plura puncta communia habeat cum ipsis circunferentijs.

Cui dubitationi respōdeo quod quotiescunque centrum alicuius circuli fuerit idem cum.c. centro oxygoniæ, vel inter.c.et.b. in interuallo scilicet minoris axis, existente.b. sua extremitate communi ambabus cir-



circunferentijs, ipſas circunferentias inuicem contiguas eſſe oportebit in puncto.b. tantummodo.

Eſto primum quod centrum.c.commune exiſtat, vt dictum eſt. ſit etiam centrum vnius circuli, cuius diameter ſit idē cū maiori axe. d. p.& in gyro oxygoniæ accipiatur punctum.f.proximum.b.quantum fieri poterit, tunc protrahatur.f.a.e.parallela ipſi. g. c. vſque ad gyrum maioris circuli in puncto.e.quæ cum. d. p. rectos efficiet angulos.ex.29.primi Eucli.ſecabitq; gyrum circuli.b.o.minoris in puncto.t.quod dico eſſe intra oxygoniam,ſeparatumq; ab.f. Quapropter duco.c. e. quæ ſecabit circunferentiam circuli minoris in pūcto.o.à quo puncto duco etiam.o.i.parallelam ad e.a. Deinde conſidero, quod ex rationibus ab Archimede adductis in quinta propoſitione libri de conoidalibus, & ſphæroidibus, eadem proportio erit ipſi⁹.g.c.ad.b. c. quę ipſius.e.a.ad.f.a. vnde permutando ita erit ipſius.g.c.ad.e.a.vel.b. c. ad f.a.hoc eſt ipſius.e.c.ad.e.a. vt. o.c. ad.f.a.ſed ex ſimilitudine triangulorum,& ex.11.quinti, ita etiā erit ipſius.o.c.ad.o.i.vt.o.c.ad.f. a. Vnde ſequitur.o.i.æqualem eſſe. f. a. ſed ex.14.tertij Eucli.t.a.minor eſt. o.i. Quare minor etiam erit ipſa.f. a. Vnde punctum. t. intra oxygoniam erit, & conſequenter ſeparatum.ab.f.



Sed ſi centrum circuli minoris fuerit inter.c.et.b.hoc eſt eccentricum ipſius oxygoniæ, ipſe tanget concentricum in puncto.b.tantummodò, vt in.3. Euclidis libro probatur. Vnde tanto magis diſtans erit punctum.t.à puncto.f. quod erit propoſitum.

Alterius dubitationis ſolutio.

AD EVNDEM.

VNde autem fiat, quod à ſpeculis planis, obiectorum imagines, ita diſtantes vltra ſuperficiem ipſius ſpeculi videantur, vt obiecta citra ipſam ſuperficiem reperiuntur.

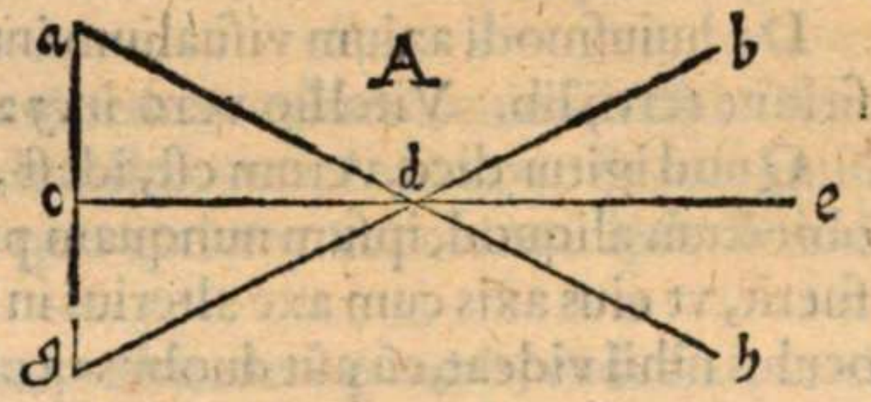
Pro cuius rei ſcientia, tres cognitiones nos primum habere oportet, quarum prima eſt. Vnde fiat, quod obiecti imago in catheto incidentiæ videatur. Secūda.vnde efficiatur, quod angulus reflexionis, ſemper æqualis ſit angulo incidentiæ.

Terria demum. Vnde naſcatur quod radius incidentiæ ſimul cum radio reflexionis ſit in quodam plano ſecante ſuperficiem ſpeculi ſemper ad rectos, quod quidem planum vocatur ſuperficies reflexionis. Huiuſmodi tres paſſiones,ab omnibus ſpecularijs conſideratæ ſunt, ſed rationes ab illis traditæ,mihi non ſatisfaciunt.

Nam

Nam circa æqualitatem angulorum reflexionis & incidentiæ, iam tibi probaui illud non vniuerſaliter euenire à breuitate aggregati radiorum incidentiæ reflexionisq;. Sed hoc naſcitur potius ab eo, quod cum radius incidentiæ non poſſit ſuperficiem corporis opaci penetrare, reflectit, vt citra ipſam cũ angulo æquali ei, quem faceret cum eadem ſuperficie vltra ipſam ſi tranſiuiſſet.

Exempli gratia ſit.a.obiectum.b.autẽ oculus in figura.A. et.c.e. ſuperficies ipſius ſpeculi.d.verò ſit punctum ipſius ſuperficiei, à quo ad oculum reflectitur imago ipſius.a. Nunc ſi radius.a.d.incidentiæ, recta incederet ſub.c.e.efficeret angulum.e. d. h. æqualem angulo.c. d. a. eius contrapoſito, ſed quia impeditur ipſæ radius ab opacitate ipſius ſpeculi.c.e.ne vlterius incedat, propterea reflectitur ab ipſa ſuperficie ſpeculi, conſtituens cum ipſa angulum.e. d. b. æqualem angulo.e.d.h.ſed quia angulus.c.d.a.eſt etiã



ęqualis ipſi angulo.e.d.h.propterea angulus.e.d.b.ęqualis exiſtit angulo . c. d. a; per accidens igitur ſequitur.a.d.et.d.b. ſimul ſumptas, breuiorem facere longiludinem omni alia, quæ ab ipſa ſuperficie.c.e.ad eadem puncta.a.b.ducta eſſet, quare naturæ intentio eſt efficere angulum.e.d.b.æqualem angulo.e.d.h.vnde ex accidenti poſtea ſequitur, ipſum æqualem eſſe angulo.c.d.a.& deinde qđ lineæ.a.d.et.d.b. conſtituant longitudinem breuiorem. Quare illud quod omnes putabant eſſe primum & per ſe, vltimum eſt,& ex accidenti.

Quare vero ſuperficies, quæ vocatur reflexionis, in qua ſunt duæ lineę, hoc eſt incidentię, reflexionisq;, ſemper ſit perpendicularis ſuperficiei ipſius ſpeculi: Hæc eſt ratio, quia cum quilibet radius incidentiæ, perpendicularis ipſi ſuperficiei ſpeculi, in ſeipſo reflectit, ex ijſdem dictis rationibus, hoc eſt, quia cum tali angulo vult reflecti, cum quali tranſiret, ita etiam putandum eſt, quod radius incidens obliquus, cum in ſeipſum non poſſit redire, quia non eſt perpendicularis ſuperficiei ſpeculi, reflectitur tamen per planum erectum ipſi ſuperficici ſpeculi, vt in eo, cui magis reſiſtit ſuperficies corporis opaci, quàm alicui alij plano ipſius infiniti inclinatorum planorum, ab vtraque parte ipſius plani perpendicularis, quod vnum etiam tantummodo eſt, & in quo, radius maiorem vim obtinet reflectendi, ſeu in eo, in quo radius ipſe cum maiori reſiſtentia repercutitur à ſuperficie corporis opaci.

Poſtremo ſciẽdũ vnde oriatur, q; rei viſibilis imago, à ſpeculo plano reflexa, ſemper in catheto incidentiæ videatur.

Pro cuius rei ratione cognoſcendum primò eſt, quo modo fit perfecta ſimplexq; viſio, & non reflexa, deinde proſequemur ad reliqua huius tertiæ propoſitionis.

Animaduertendum igitur eſt, quod quotieſcunq; obiectum aliquod viſibile aſpicimus, nos nunquam perfectè illud comprehendere poſſumus, niſi in puncto concurſus, ſeu interſectionis axium viſualium, ſeu radialium (vt ita loquar) quã interſectionẽ, nos efficimus ope reuolutionis oculorum adinuicẽ, hoc eſt voluendo vnum verſus alium, ita vt in ſitu ipſius obiecti, ſeinuicem ſecent axes iam dicti, tunc enim vtroque oculo mediante, exacte rem perſpicimus, cęteris. 8. circunſtantijs non obſtantibus.

Vnde ſtantibus oculis in tali ſitu, altero reſpectu alterius, ſi eorum alter tectus; ſeu velatus fuerit, tunc alio tantummodo oculo mediante, videbimus obiectum, in ea diſtantia, exactius, quam in quauis alia propinquiori, & remotiori.

Animal

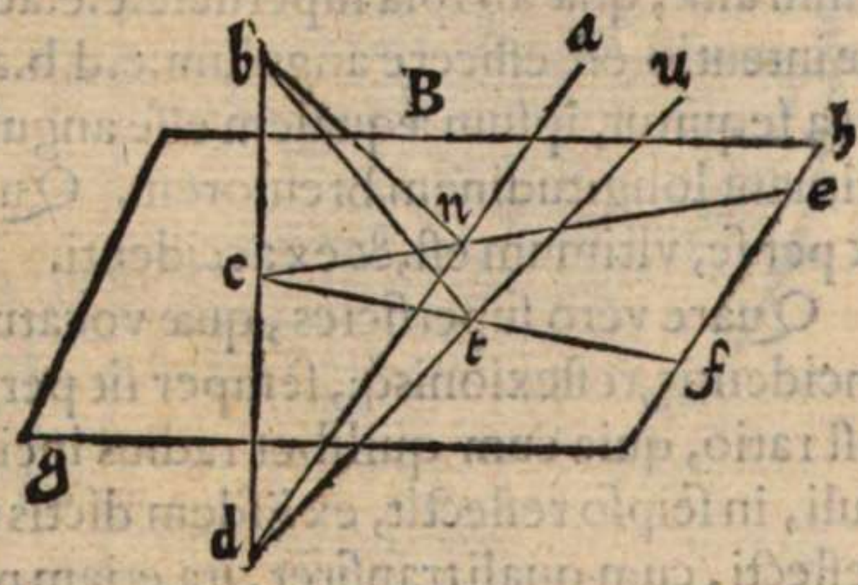
Animal igitur, ſecundum diſtantiam obiecti, oculum accommodat ad recipiendum quam exactiſſimè ſpeciem ipſius obiecti, & hoc voluendo ambos oculos, vnum verſus alium, ita quod interſectio axium ſit in ſitu ſeu loco dicti obiecti, nam tunc vi deant ambo vel aliquis eorum ſolus, in tali diſtantia exactè obiectum videbit.

Vnde ſequitur obiectum viſibile, compræhenſibile non eſſe ab vno tantummodo oculo in quolibet ſitu axis ipſius oculi, ſed in eo, vbi alius axis interſecatur à dicto. Quæ quidem interſectio poteſt fieri propinqua, vel remota à viſu, ad certos tamen terminos vſque.

De huiuſmodi axium viſualium interſectione ſcribit Alhazem in. 2. et. 15. propoſitione tertij lib. Vitellio verò in. 32. et. 45. eiuſdem.

Quod igitur dico, verum eſt, ideſt, quod ſi vno tantummodo oculo aſpiciemus obiectum aliquod, ipſum nunquam perfectè proſpicietur, niſi cum oculus ita ſitus fuerit, vt eius axis cum axe alterius in loco obiecti ſe inuicem ſecent, quamuis alter oculus nihil videat, cũ aũt duobus oculis in tali ſitu cõſtitutis obiectũ videmus, vnum tantummodo nobis cernere videbimur, & ſi extra talem punctum interſectionis ipſum obiectum poſitum fuerit, tunc duo talia obiecta nobis apparebunt, ſed huiuſmodi rei cauſam alias tibi manifeſtabo.

His igitur cognitis, ponamus aliquam ſpeculi ſuperficiem eſſe. g. h. in figura. B. obiectum autem viſibile. b. oculos vero. a. et. u. punctum autem. n. in ſuperficie ſpeculi, à quo imago ipſius. b. reflectit ad. a. & punctum. t. à quo reflectitur ad. u. et. c. e. ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis radiorum. b. n. a. et. c. f. ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis radiorum. b. t. u. quarum vnaquæq; ſuperficies reflexionis, erecta eſt ad ſuperficiem ſpeculi. g. h. vt ſupra diximus. Nunc ex. 19. vndecimi Eucl. ſequitur communem ſectionem harum duarum ſuperficierum. (b. c. d. ſcilicet) ad rectos etiam eſſe ſupra ſuperficiem ſpeculi. g. h. cum qua. b. c. quælibet linearum. a. n. vel. u. t. reflexarum (productę cum fuerint) ſe inuicem interſecabunt eo quod duo anguli. d. c. n. et. d. n. c. ſimul collecti minores ſunt duobus rectis, & ita. d. c. t. cum. d. t. c. cum anguli. a. n. e. et. u. t. f. reflexi, ipſis contrapoſiti, æquales ſint angulis. b. n. c. et. b. t. c. incidentiæ, quorum vnuſquiſq; ex. 32. primi, minor eſt recto.



Dico etiam quod in eodem puncto huiuſmodi catheti. b. c. d. in quo interſecabitur à linea. a. n. in eodem ſecabitur à linea. u. t. & quod punctum dicti concurſus, tantum depreſſum erit ſub ſuperficie ſpeculi. g. h. quantum. b. ſupra ipſam reperietur. Nam anguli. b. n. c. et. d. n. c. ſunt inuicem æquales, angulię;. b. c. n. et. d. c. n. recti. c. n. verò communis ambobus triangulis. b. c. n. et. d. c. n. vnde ex. 26. primi Eucli. latus. d. c. commune, vt trianguli. d. c. n. æquale erit lateri communi. b. c. vt trianguli. b. c. n. Idem etiam dico de latere. d. c. vt ipſius trianguli. d. c. t. quod æquatur lateri. b. c. vt trianguli. b. c. t. Vnde cum. b. c. vnum, & idem ſit: d. c. igitur etiam erit, & ipſum vnũ & idem, quod erit propoſitum.

Nunc aũtem cum hi duo radij ſe inuicem ſecent in puncto. d. ergo in ipſo puncto. d. videbimur nobis videre imaginẽ obiecti. b: cũ ope duorũ iſtorũ radiorũ. n. a. et. t. u. ita inuicem ſitorũ, videamur nobis imaginẽ proſpicere. Vnde ſi in tali caſu, vnus

ocu-

oculorum clauderetur, nihilominus cum reliquo obiectum vidiſſemus in eo de ipſo loco.d. & non in alio ex ſuperius dictis rationibus.

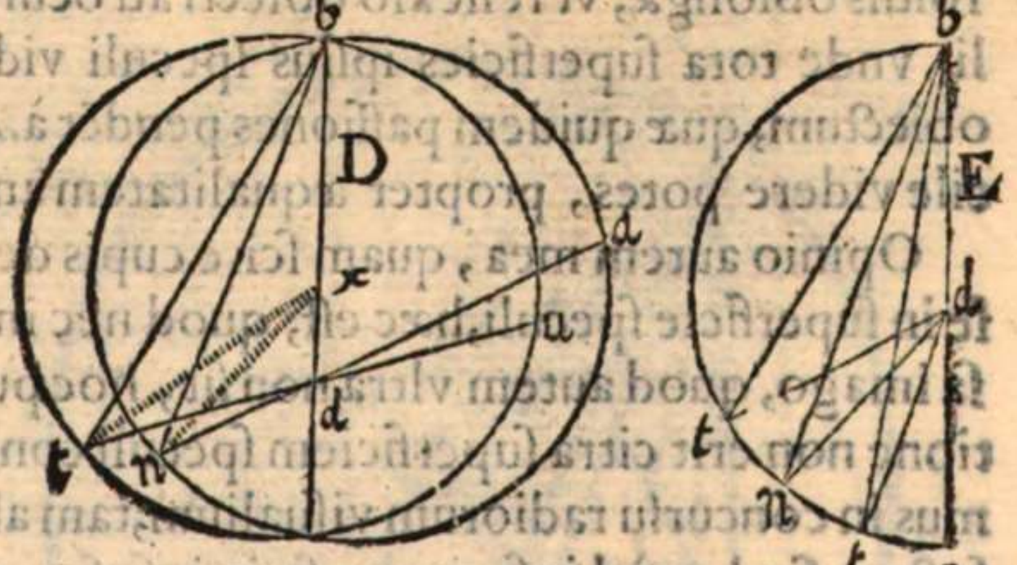
Et ſi ſtantibus ijs terminis volueremus pupillam oculi.u. verſus aliam. a. ad aſpiciendum punctum.n.in ſuperficie.g.h. ipſius ſpeculi, hoc eſt ſi fecerimus quod axes viſuales ſeinuicem ſecarent in ipſo puncto. n. tunc videremur nobis videre duas imagines ipſius obiecti. b. intra ſpeculum, eo quod obiectum, propter hoc non ceſſaret reflectere ad oculos ab ipſis punctis. n. et. t. quapropter recipiendo radium.t.u.in ſitu axis oculi.u.& radium.n.a.in ſitu axis oculi.a. hi axes ex neceſſitate (vt probauimus) ſeinuicem ſecant in puncto.d.vnde vnam tantummodo imaginem ipſius obiecti nobis apparebit.

Ex his igitur omnibus potes facilè videre omnem imaginem, cuiuſuis obiecti, reflexam à ſpeculo, reperiri in ipſo catheto incidentiæ, cum ipſe ſemper ſit communis ſectio duarum ſuperficierum reflexionis, in quo catheto concurrunt ipſæ axes viſuales.

Ex ijſdem etiam dictis rationibus facile compræhendere poteris, vnde fiat, vt videamus imaginem reflexam à ſpeculis ſphęricis concauis citra ipſorũ ſuperficiem,& non vltra. Quod nunquã euenit, niſi quando punctũ.d.interſectionis ipſorũ radiorũ viſualium (quod alio in loco non fit, niſi in catheto incidentiæ hoc eſt in communi ſectione duarum ſuperficierum reflexionis. Dato quod obiectum non ſit in vna eademque ſuperficie, in qua reperti fuerint axes viſuales, hoc eſt dato, ꝙ ambo axes viſuales non ſint in vna eademq; ſuperficie reflexionis) reperitur citra & non vltra ſuperficiem ipſius ſpeculi.

Ad cuius rei euidentiam non prætermittã dicere, quod cum debeant ſemper ſuperficies reflexionum perpendiculares eſſe, vel ad rectos ſecare ſuperficiem ipſius ſpeculi, ipſarum communes ſectiones cum ſuperficie ſpeculi ſphęrici, ſemper erunt circunferentiæ magnorum circulorum illius ſphæræ, cuius portio eſt ſpeculum propoſitum, vt etiam Vitellio affirmat in prima ſexti libri. Vnde vnuſquiſque cathetus incidentiæ tranſibit per centrum ſpeculi, cum ipſe ſit communis ſectio duarum ſuperficierum reflexionis, quare in ipſo catheto erit punctum interſectionis ipſorum axium viſualium ex neceſſitate, vt videbimus, ſi vnam tantummodo imaginẽ obiecti nobis videremur videre.

Exempli gratia, ſint duæ ſuperficies reflexionis ſpeculi ſphærici concaui.b.n.c.a. et.b.t.c.u.obiectumq; ſit.b.oculi autem ſint.a.u.punctum verò ſuperficiei ſpeculi, à quo obiectum emittit reflexionem ſuę imaginis ad oculum.a.ſit.n.pũctum autem à quo eandem reflectit oculo.u.ſit t.communis autem ſectio harum duarum ſuperficierum ſit.b.c.ſed.x. centrũ ſit ſpeculi, radius verò incidentię ſuperficiei.b.n.c.erit.b.n.cuius reflexus ſit.n.a.radij autem alterius ſuperficiei erunt b.t.et.t.u. Imaginemur nunc duos ſemidiametros.x.n.et.x.t.quæ angulos.b.n.a.et.b.t.u.per æqualia diuidant ex ſuppoſito.



Nunc ijs ſuppoſitis, ſi vnam tantummodo obiecti imaginem videbimus,

clarum erit ex rationibus ſupradictis nos ipſam videre in cõmuni concurſu ipſorum axium viſualium, qui axes cum reperiantur vnà cum ipſis radijs reflexis.n.a. et. t. u. ex neceſſitate ſeinuicem ſecabũt in catheto.b.c.cum extendantur in ipſis ſuperficiebus reflexionum, quæ ſuperficies nihil aliud commune inuicem habent,quam cathetum dictum.b.c.ſit igitur in puncto.d.

Ex his dictis alia oritur neceſſitas, hoc eſt, quod quotieſcunque vnam tantummodo imaginem obiecti.b.videmus, dato quod duæ ſuperficies reflexionis ſint, & non vna tantum, tunc angulos.n.et.t.ſemper inuicem æquales eſſe oportebit. Vnde arcus.n.c.et.t.c.ex neceſſitate inuicem æquales erunt.

Scimus enim ex. 3. ſexti Euclid. quod eadem proportio erit ipſius. b. n. ad.n. d. quę ipſius. b. x. ad. x. d. & ipſius. b. t. ad. t. d. ſimiliter, quare ipſiusb. n. ad. n. d. erit vt ipſius. b. t. ad. t. d. Vnde ſequitur. b. n. æqualem eſſe ipſi. b. t. et. n. d. ipſi.t.d.vt à medio circulo.E. potes videre, quamuis etiam. b. non eſſet extremum diametri, ſed vbicunque volueris in ipſo diametro,vel etiã protracta, eo quod punctum.n.& punctum.t.in eodem ſemicirculo,vel in æqualibus ſemicirculis,non poſſét aliter in ipſa circunferentia locari,eãdem ſeruando proportionem.b.n.ad.n.d.vt. b. t.ad.t.d.propterea quod in omni alio ſitu exiſtente puncto.t.ipſa.b.t.eſſet aut maior aut minor ipſa.b.n.et.t.d.aut minor, aut maior ipſa.t.d.ex.7.& 14.tertij Eucli.vnde aut maior,aut minor proportio eſſet ipſius.b.t.ad.t.d.quam ipſius.b.n.ad.n.d.& non eadem.

Nunc è conuerſo ſi.b.n.et.b.t.ſunt ſibi inuicem æquales, & ſic.n.d.cum.t.d.ſequitur ex.8.primi Eucli.angulos.n.et.t. inuicem æquales eſſe.

Ab ijſdem ſpeculationibus potes etiam videre vnde accidat quod partes ſuperiores alicuius obiecti reflexæ à tali ſpeculo concauo videntur nobis inferiores eſſe, & inferiores appareant ſuperiores, & dextræ ſiniſtræ, & ſiniſtræ dextræ. quod autem hucuſque demonſtraui de ſpeculis planis,& ſphæricis concauis,ratiocinare tu ijſdem medijs circa ſphærica conuexa,vbi clarè videbis puncta huiuſmodi ſpeculi conuexi, à quibus reflectitur imago obiecti ad ambos oculos, ſemper oportere æquidiſtantia eſſe à pũcto communi ipſius ſuperficiei ſpeculi,& catheto incidentiæ, dum unam tantummodo imaginem ipſius obiecti videmus,& à diuerſis ſuperficiebus reflexionum.

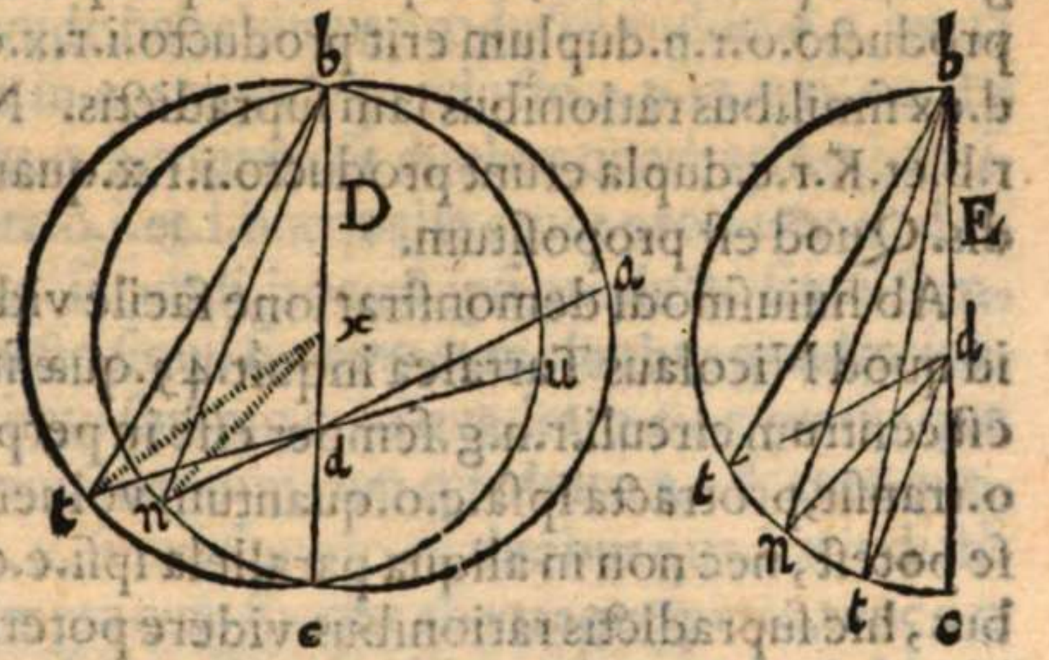
Nolo etiam prætermittere, quod nunc mihi ſuccurrit, hoc eſt quod poſſet aliquis duos ſitus inuenire, vnum pro oculo,alterum verò pro obiecto,reſpectu alicuius ſpeculi concaui, ſphęroidis prolatæ, vt reflexio ipſius obiecti videretur, vt linea diuidens per æqualia ipſum ſpeculum. Reſpectu verò alicuius ſpeculi concaui ſphæroidis oblongæ, vt reflexio obiecti ad oculum veniret à tota ſuperficie ipſius ſpeculi, vnde tota ſuperficies ipſius ſpeculi videretur colorata illo colore cuius eſſet obiectum, quæ quidem paſſiones pendẽt à.48.tertij lib.ipſius Pergei,vt ex te ipſo facile videre potes, propter æqualitatem angulorum reflexionis, & incidentiæ.

Opinio autem mea, quam ſcire cupis de imagine obiecti reflexa,quam putas eſſe in ſuperficie ſpeculi,hæc eſt, quod nec in ſuperficie,nec ultra, nec citra eam eſt ipſa imago, quod autem vltra non ſit, hoc puto nulli dubium eſſe. eadem etiam ratione non erit citra ſuperficiem ſpeculi concaui, quamuis ipſam nos compræhendamus in concurſu radiorum viſualium,tam ab vno ſpeculo quam ab alio reflexione facta. Sed quòd ipſa neque ſit in ipſa ſpeculi ſuperficie, manifeſtum erit ex hoc, q; duo ſpectantes in eodem ſpeculo,duas diuerſas imagines vident,tres, aũt tres, quatuor, quatuor, & ſic deinceps, vnde tot eſſent imagines ſupra ſuperficiem ſpeculi, quot obiecta, q; tamen ita non eſt, nec plus eſt in vno loco ipſa imago,quam in alio,

niſi

nisi in obiecto ipso, lumen enim ab ipso obiecto reflexum, seipsum diffundit vndique,& radij ipsius luminis reflexi, vt plurimum seinuicem secant. Vnde in ipso aere sunt omnes misti. Quapropter natura sagaciſſima pupillam oculi animalibus tam paruam construxit ad superficiem tam amplæ sphæræ ipsius oculi, vt distinctæ viderentur omnia obiecta.

Nolo etiam tibi tacere,quod quotiescunq; oculorum pupillæ positæ fuerint inter cathetum incidentiæ, & superficiem speculi sphærici concaui,vt puta in lineis.d.t.et.t.n.in figura.D. tunc nullo pacto possemus videre vnam imaginem obiecti,sed duas nec non confusè, propterea q; nullo pacto radij.t.d. et.n.t.reflexi poterint ambo vniri cũ ambobus axibus visualibus, eo quod axes visuales nunquam possunt inuicem intersecari post visum, sed semper ante ipsum,vnde nec inuicem paralleli possunt esse.

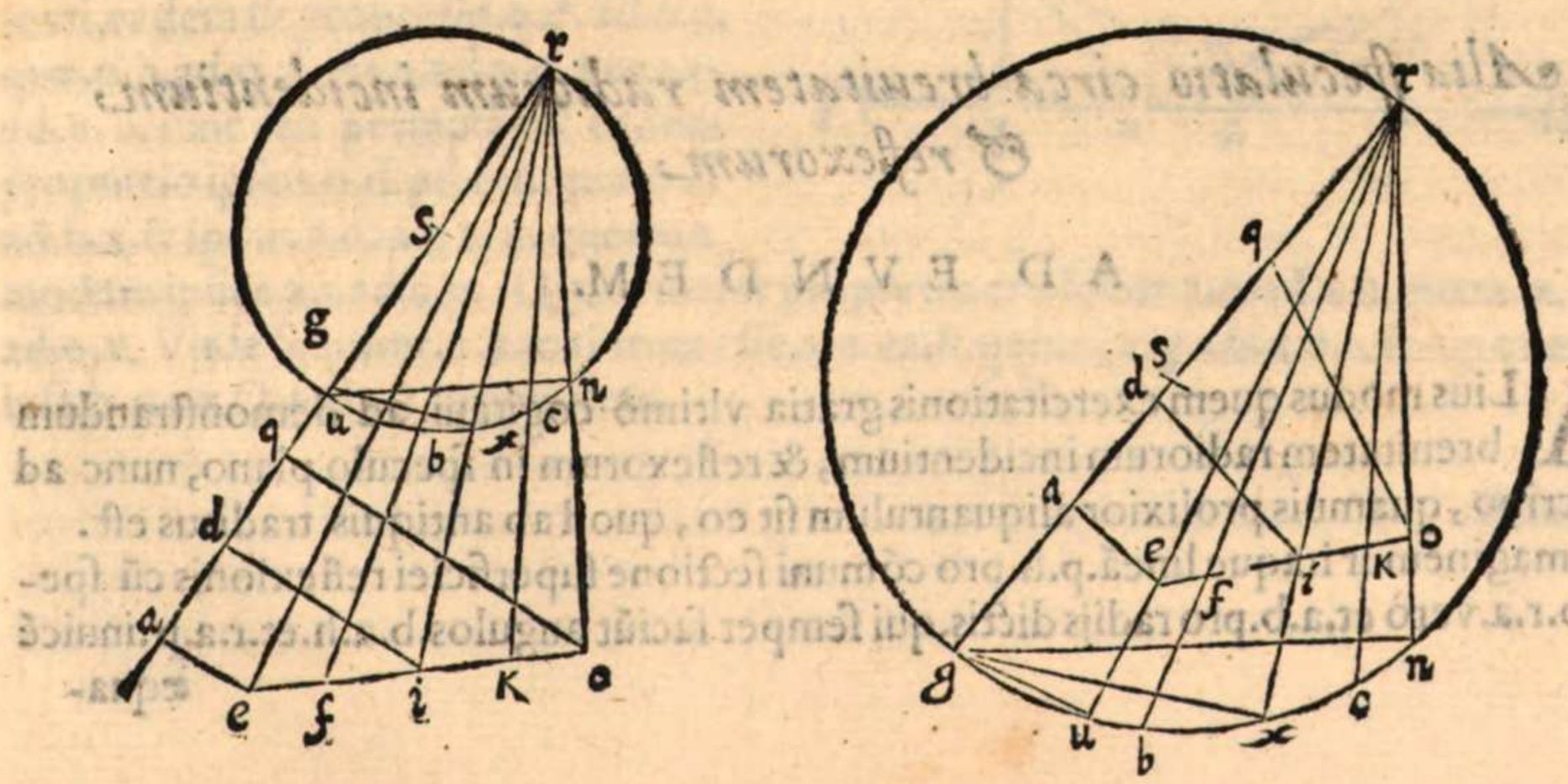


Dico etiam, quod si obiectum inciderit in eadem superficie, in qua duo axes visuales,vel radij reflexi reperiũtur,hoc est in vna eademq; superficie reflexionis, tunc locus imaginis non erit in catheto incidentiæ, eo quod intersectio axium uisualium non erit in ipso catheto sed extra, in qua intersectione fit visio vnius tantummodo imaginis,quod antiqui non animaduerterunt. Hoc autem dico de speculo sphærico concauo.

Speculatio cuiusdam propositionis arithmeticæ.

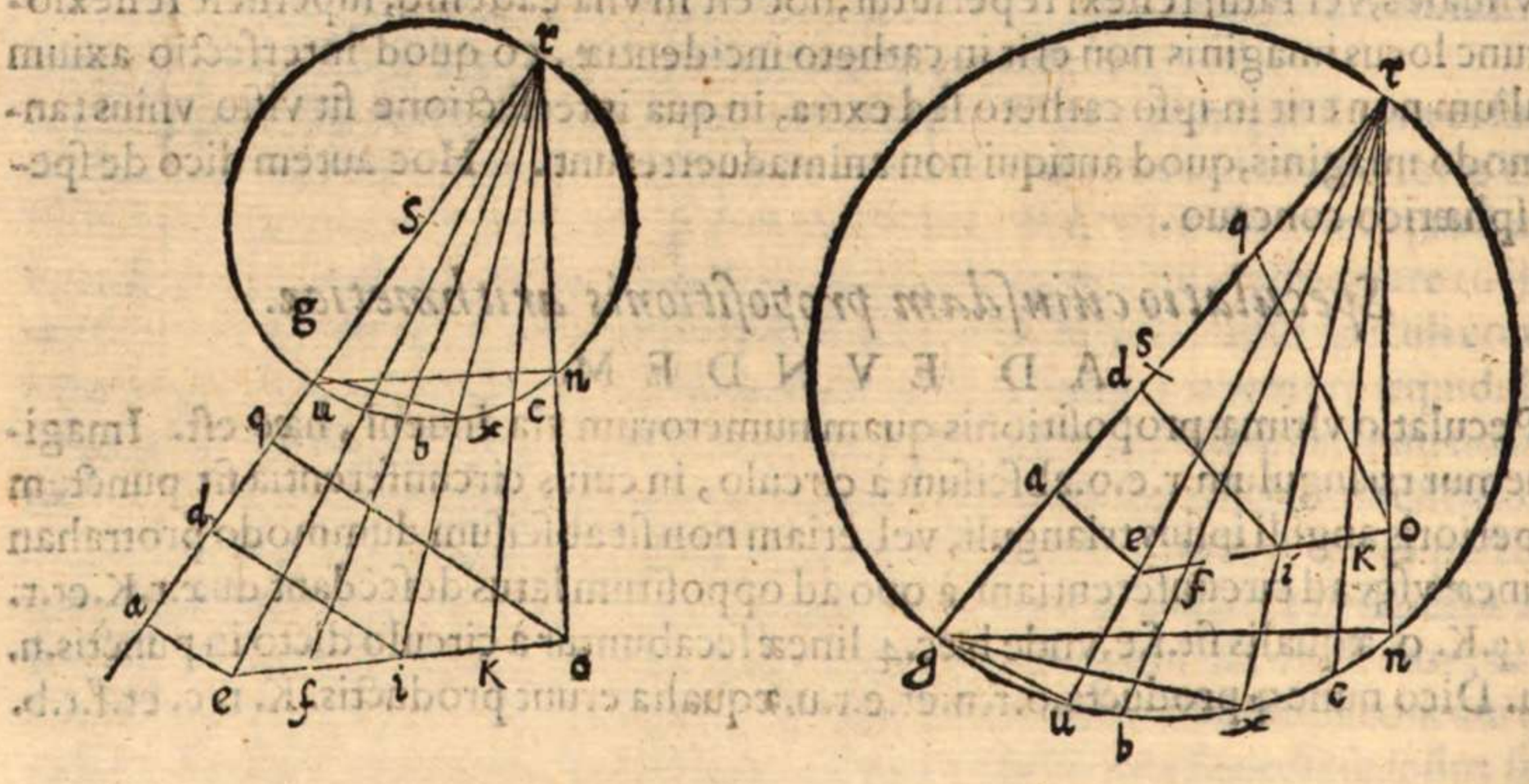
AD EVNDEM.

SPeculatio vltimæ propositionis quam numerorum via inueni, hæc est. Imaginemur triangulum.r.e.o.abscisum à circulo, in cuius circunferentia sit punctum r. superioris anguli ipsius trianguli, vel etiam non sit abscisum dummodo protrahantur lineæ vsq; ad circunferentiam,à quo ad oppositum latus descẽdant duæ.r.K.er.r.f.ita q;.K. o. æqualis sit.f.e.vnde hæc.4.lineæ secabuntur à circulo dicto in punctis.n.c.b.u. Dico nunc q; producta.o.r.n.et.e.r.u.æqualia erunt productis. K. r. c. et.f.r.b.



quapropter cogitemus.r.a.indeterminatam transire per centrum.s. ipsius circuli, similiter etiam.r.i.ad punctum medium lateris.e.o.deinde à tribus punctis,e.i.o. imaginemur tres perpendiculares ad.r.a.hoc est.e.a:i.d.et.o. q. & vbi circulus secat. r. a. sit punctum.g.protractis deinde.g.n:g.x:et.g.u.habebimus triangulum. a. e. r. similem triangulo.g.u.r.vnde clarum erit productum.g.r.a.æquale esse producto. e. r. u. productumq;.g.r.q.æquale esse producto.o.r.n.nam trianguli.g.r.n.et.o.r.q.sunt inuicem similes,sed productum.g.r.a.simul cum producto.g.r.q. duplum est producto. g.r.d.ex prima sexti, eo quod.a.r.q.dupla est.d.r.& ideo productum.e.r.u. simul cũ producto.o.r.n.duplum erit producto.i.r.x.quod quidem æquale est producto. g. r. d.ex similibus rationibus iam supradictis. Nunc ex similibus rationibus producta.s. r.b.et.K.r.c.dupla erunt producto.i.r.x.quare prima producta æqualia erunt secundis. Quod est propositum.

Ab huiusmodi demonstratione facilè videre poteris non esse generaliter verum, id quod Nicolaus Tartalea inquit.43.quæsito vltimæ partis suorum tractatuum,hoc est centrum circuli.r.n.g.semper esse in perpendiculari,quæ à puncto.r.ad lineam. e. o.transit,protracta ipsa.e.o.quantum volueris,imò in quacunque alia linea ipsum esse potest, nec non in aliqua parallela ipsi.e.o.quemadmodum ex te ipso, mediantibus, hic supradictis rationibus videre poteris,vnde ex necessitate sequitur illud problema semper ferè falsum esse.



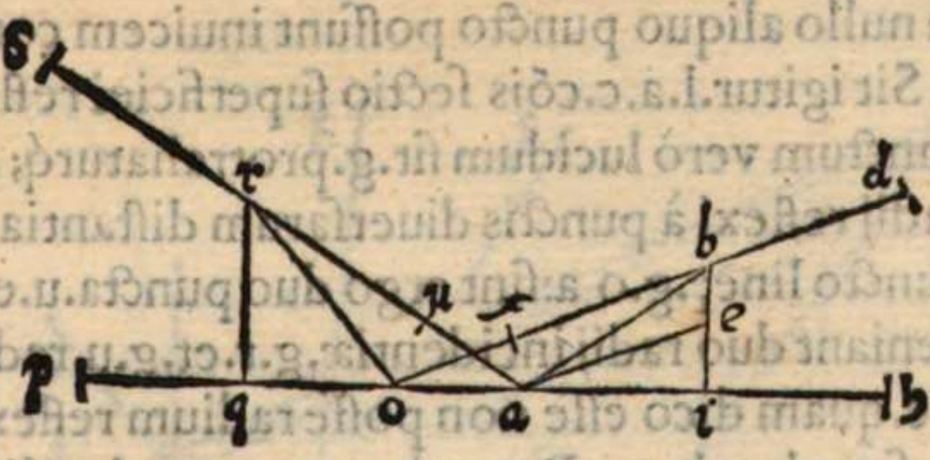
Alia speculatio circa breuitatem radiorum incidentium, & reflexorum.

AD EVNDEM.

ALius modus quem exercitationis gratia vltimò cogitaui, ad demonstrandum breuitatem radiorum incidentium, & reflexorum in speculo plano, nunc ad te scribo, quamuis prolixior aliquantulum sit eo, quod ab antiquis traditus est.

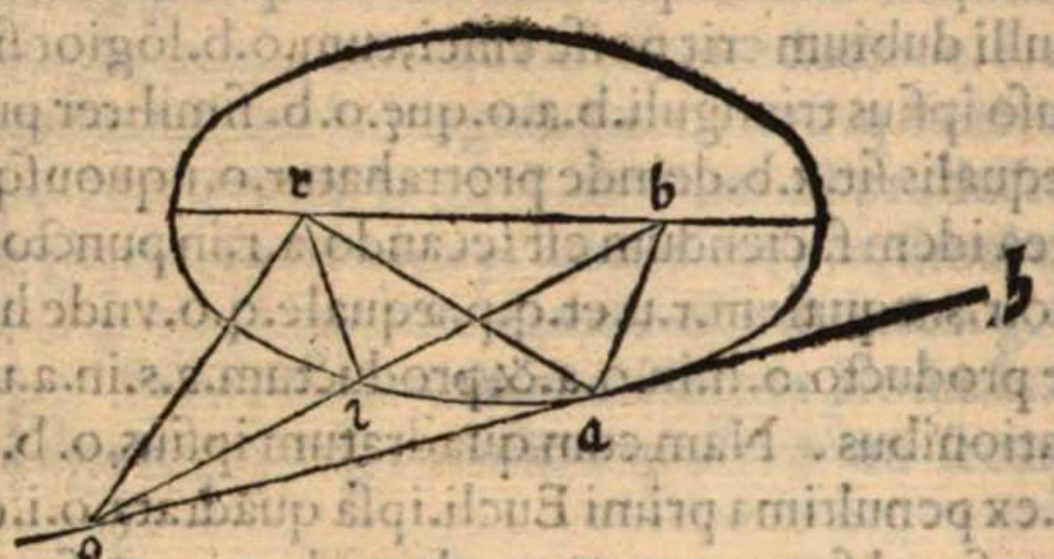
Imaginemur itaque lineã.p.h.pro cõmuni sectione superficiei reflexionis cũ speculo.r.a.verò et.a.b.pro radijs dictis,qui semper faciũt angulos.b.a.h.et.r.a.p.inuicẽ æqua-

æquales. Nunc protrahantur duæ.r.o.et.b.o.ab iiſdem punctis.b.r.ad aliud punctum, quod volueris ipſius lineæ.p.h.quas probabo longiores (ſimul ſumptas) eſſe prioribus. Imaginemur igitur duas perpendiculares, ſeu cathetos.b.i.et.q.r.à punctis.b.r.ad.p.h.abſciſſaq; ſit linea.o.b.in puncto.x. ita quod. b.x.æqualis ſit ipſi.b.a. quod nulli dubium erit poſſe effici,cum.o.b.lõgior ſit.b.a.eo quod opponatur angulo obtuſo ipſius trianguli.b.a.o.quę.o.b. ſimiliter protrahatur vſque ad.d. ita quod. b. d. æqualis ſit.x.b.deinde protrahatur.o.i.quouſque.i.h.æqualis ſit.a.i. In alia parte poſtea idem faciendum eſt ſecando.a.r.in puncto.u.ita quod.u.r.æqualis ſit.r.o.efficiendo.r.s.æqualem.r.u.et.q.p.æquale.q.o.vnde habebimus productũ.o.d.in.o.x. æquale producto.o.h.in.o.a.& productum.a.s.in.a.u.æquale producto.a.p.in.a. o. exiſtis rationíbus. Nam cum quadratum ipſius.o. b.æquale ſit duobus quadratis.o.i.et. i. b.ex penultima primi Eucli.ipſa quadrata.o.i.et.i.b.æqualia erunt producto.o. d.in o.x.ſimul ſumpto cum quadrato.b.x.ex.6. ſecundi,hoc eſt ipſi producto ſimul ſumpto cum quadrato.b.a.hoc eſt ipſi producto ſimul ſumpto cum duobus quadratis.a. i.et.i.b.ſed quia productum.o.h.in.o.a.ſimul ſumpto cum quadrato.a.i.æquatur quadrato.o i.ideo productum.o.h.in.o.a.ſimul ſumptum cum quadrato.a.i.& cum quadrato.i.b.æquale erit producto.o.d.in.o. x. ſimul ſumpto cũ duobus quadratis dictis hoc eſt ipſius.a.i.et.i.b.quę quadrata dempta cum fuerint ab vtraque parte,tunc certi erimus producta eſſe inuicem æqualia. Idem dico de alijs ex altera parte. Nunc imaginemur protractam eſſe.a.e.parallelam ipſi. o. b. & habebimus proportionem ipſius.a.b.ad.a.i.maiorem eſſe ea quæ eſt ipſius.a.e.ad eandem.a.i. cum. a. b. maior ſit ipſa.a.e.vt oppoſita angulo obtuſo, quapropter proportio.x.b.ad. a. i. maior erit ea quæ eſt.o.b.ad.o.i. Iam enim ſcis proportionem.o.b.ad.o.i.eſſe,vt.a.e.ad.a.i. ex ſimilitudine triangulorum. quare proportio.b.d.ad.i.h.maior erit proportione.o.b. ad.o.i.tũc ex.27.quinti ꝓmutãdo ꝓportio. b.d.ad.b.o.maior erit proportione.i.h. ad.i.o.& ex.26.eiuſdẽ cõponẽdo maior ꝓportio erit.o.d.ad.o.b.ea quę eſt.o.h.ad.o i.& permutãdo maior ipſius.o.d.ad.o.h.ea quæ.o.b.ad.o. i.& ex.33.maior ipſius.b. d.ad.i.h.ea quæ. o.d.ad.o.h. Sed vt.b.a.ad.a.i.ita eſt.a.r.ad.a.q.ex ſimilitudine triãgulorum. Erit igitur.a.r.ad.a.q.maior proportio,ea quæ eſt.o.b.ad.o.i. & ex ijſdem ſupradictis rationibus maior erit proportio ipſius.s.a.ad.p.a.ea quæ eſt. a. r. ad. a. q. ſed cum iam probatum fuit proportionem.b.d.ad.i.h.hoc eſt.a.b.ad.a.i. maiorem eſſe. o.d.ad. o. h. ergo eo magis maior erit proportio ipſius.a s.ad a.p.ea quæ.o.d.ad.o.h.ſed cum ex.15 ſexti,eadem ſit proportio.o.d. ad.o.a. quæ.o.h.ad.o.x.et.s.a.ad.o.a. quę a.p. ad. a. u. tunc erit permutãdo eadem proportio ipſius.o.d. ad.o.h.quæ.o.a. ad.o.x.& ipſius.a.o. ad. a. u. quemadmodum ipſius.a.s.ad.a.p. Quare maior proportio erit ipſius.a.o.ad.a.u.quam. a. o. ad.o.x. Vnde ſequitur.o.x.maiorem eſſe.a.u.ex.8.quinti, ergo.b.x.o.r. longior erit ipſa.b.a.u.r. Quod eſt propoſitum.



Alia

Alia etiam via possumus idem concludere. Imaginemur maiorem axem alicuius ellipsis transire per duo puncta.r.et.b.supponendo ipsa puncta, ea esse, quæ ita axem diuidunt, vt singula producta sectionum sint, vt inquit Pergeus.imaginemur,etiam.p.h.contiguam esse ipsi ellipsi in pũcto. a. vnde si protractæ fuerint duæ.r.a. et.b.a.habebimus ex.48. tertij ipsius Pergei angulos.b.a.h.et.r.a. p. inuicem æquales. Ducendo postea ad quoduis punctum ipsius p.h.duas.b.o.et.r.o. certi erimus, quod secabuntur à gyro oxygonio, quarum vna secta sit in puncto.i.ducta postea.i.r.clarum erit ex.52.dicti, quod longitudo.b.i.r.æqualis erit longitudini.b.a.r.& minor ipsa.b.o.r.ex.21.primi Euclid.



De errore Euclidis circa speculum vstorium.

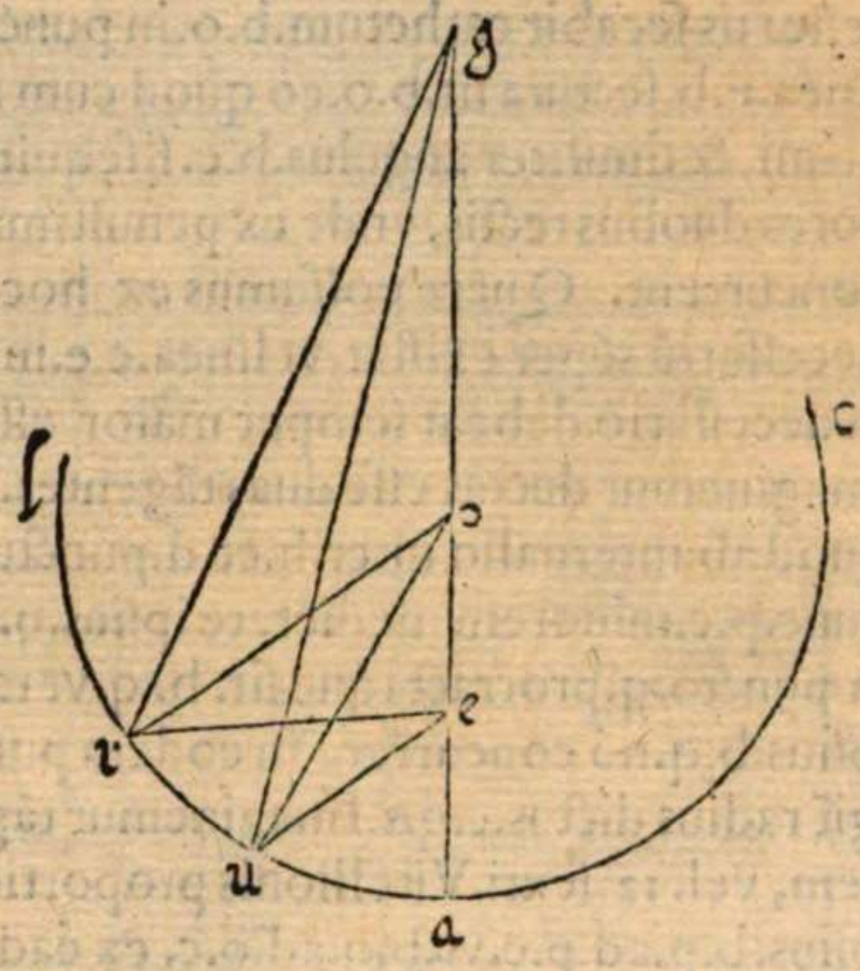
AD EVNDEM.

VErum speculum vstorium, illud non est, quod ab Euclide traditum fuit,& q̃ tu etiam putas, Nam Euclides errat, cum credat radios reflexos à superficie sphærica concaua seinuicem in centro speculi interfecare. Nam cum omnes lineę recte à centro, & circunferentia alicuius sphæræ terminatæ, sint eidem circunferentiæ perpendiculares, sequeretur ex necessitate radios incidentiæ etiam perpendiculares eidem superficiei esse, cum anguli incidentiæ semper æquales sint angulis reflexionis, vnde etiam ex necessitate sequeretur punctum corporis lucidi, à quo radij luminosi exeunt, in centro speculi reperiri. quod quidem falsissimum est.

Alia etiam via possum hanc ostendere impossibilitatem, & tibi probabo, quod in nullo aliquo puncto possunt inuicem conuenire ipsi radij reflexi omnes.

Sit igitur.l.a.c.cõis sectio superficiei reflexionis cum speculo,cuius centrum sit.o. punctum verò lucidum sit.g.protrahaturq́;. g. o. a.Nunc autem primum dico, quod radij reflexi à punctis diuersarum distantiarũ ab.a.non coincidẽt inuicem in aliquo puncto lineę.g.o a:sint ergo duo puncta.u.et.r.diuersarum distantiarũ ab.a. à quibus veniant duo radij incidentiæ.g.r.et.g.u.radius verò reflexus ab.r. sit.r.e.protrahatur u.e.quam dico esse non posse radium reflexum ab. u. quotiescunque eius incidens descendat ab.g. Protrahantur ergo duæ lineæ.o.r.et.o.u. vnde cum dixerit aliquis u.e.reflexũ esse ipsius. g.u.igitur anguli.g.u.o.et.o.u.e. erunt inuicem æquales, & sic etiam erunt duo.g.r.o.et.o.r.e.vnde ex tertia sexti &.11.quinti Eucli.proportio.g. u.ad.u.e.æqualis esset ei, quæ.g.r.ad.r.e.quod quidem impossibile esse demonstrabo, eo quod cum.g.u.maior sit.g.r.ex.8.tertij,erit ex.8.quinti proportio ipsius.g.u. ad.r.e.maior proportione ipsius.g.r.ad.r.e.sed ex.7.tertij.u.e.minor est.r.e. erit igitur ex dicta.8.quinti maior proportio ipsi².g.u.ad.u.e.quam.g.u.ad.r.e. vnde eo magis

gis erit maior proportio ipſius.g.u.ad.u. e. quam ipſius. g. r. ad.r.e. ergo non æqualis, quapropter impoſſibile eſt.u.e. eſſe radium reflexum incidentis radij.g.u. Vnde ſequitur concurſum radiorum reflexorum à ſpeculo ſphærico concauo non eſſe in vno, & eodem puncto ipſius catheti incidentiæ, quando à ſitu non æquidiſtanti ab ipſo catheto reflectũtur, ex hac ſpeculatione etiã videre licet, verum eſſe id quod in.3. Epiſtola tibi ſcripſi nempe, quod quotieſcunque axes viſuales, vel radij reflexi, in vna eademq; ſuperficie reflexionis fuerint, tunc imago obiecti nullo modo videbitur in catheto incidentiæ, in ſpeculo ſphærico concauo.



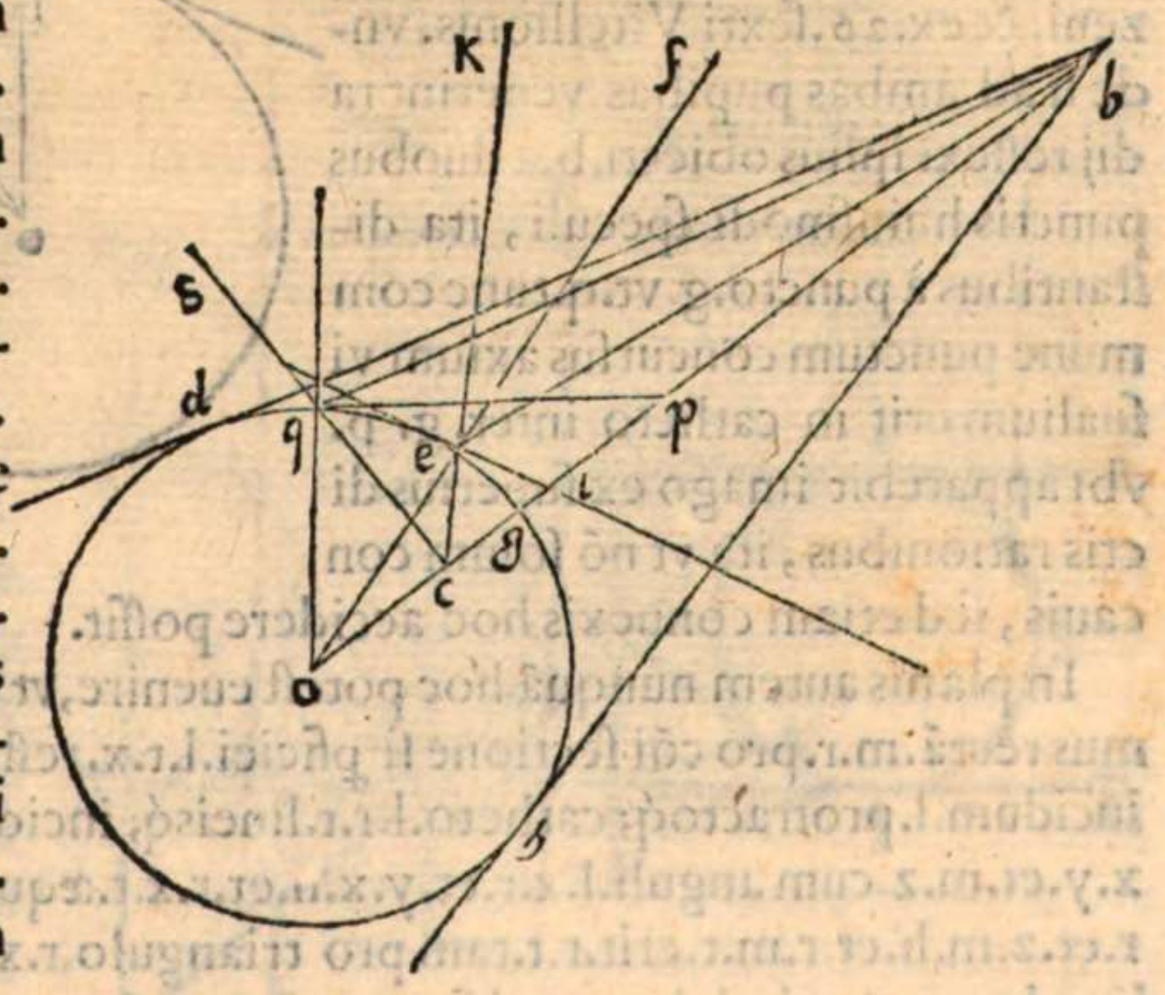
Alterius dubitationis ſolutio.

AD EVNDEM.

NOn abſque ratione dubitas, vtrum etiam in ſphæricis ſpeculis conuexis idem accidat, hoc eſt, an radij reflexi à punctis inęqualis diſtantiæ à catheto incidentiæ conueniant inuicem in eodem catheto.

Ad quod reſpondeo, non concurrere in dicto catheto, ſed extra ipſum, & ſimiliter extra ipſum videbitur imago.

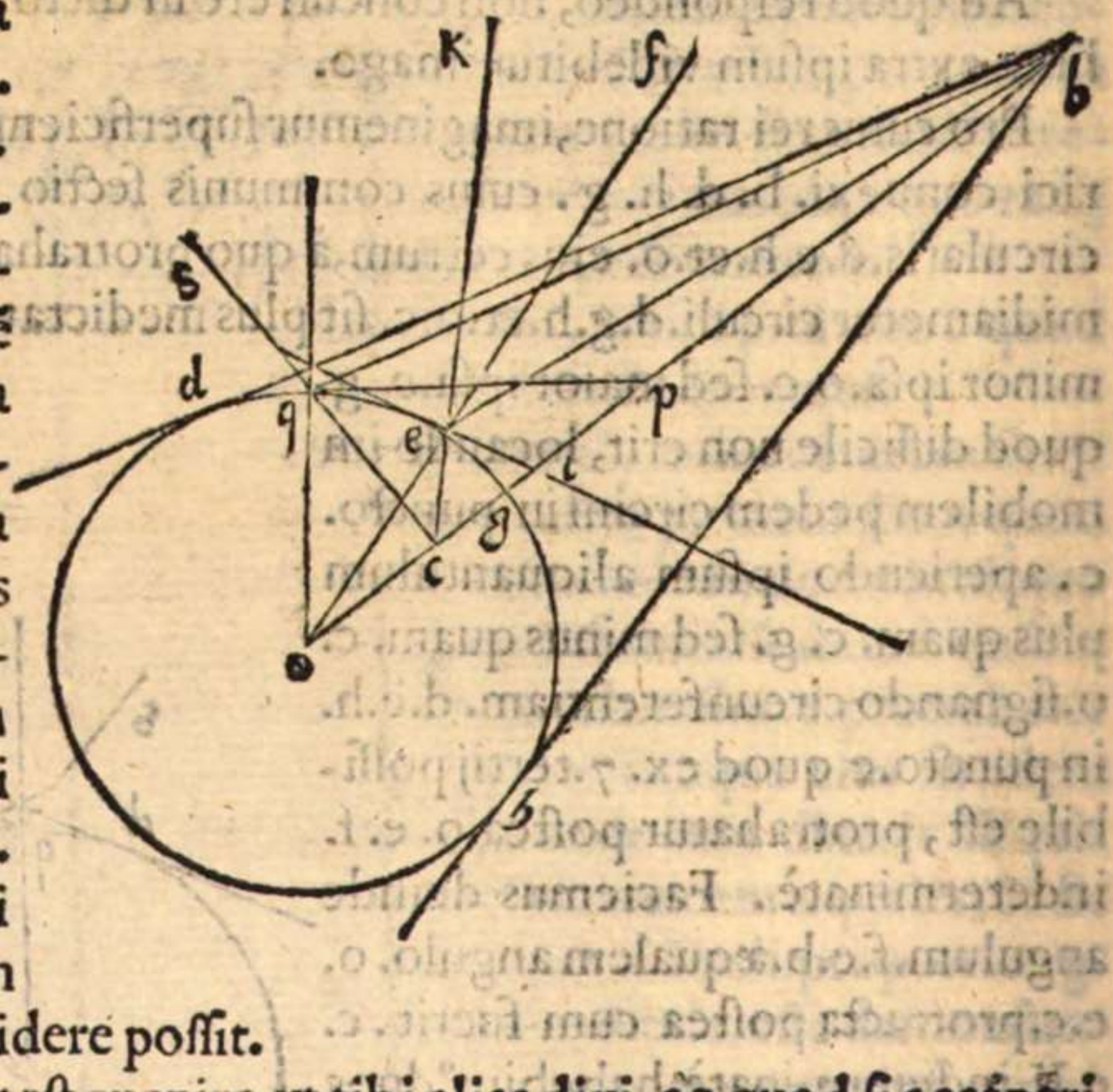
Pro cuius rei ratione, imaginemur ſuperficiem reflexionis alicuius ſpeculi ſphærici conuexi. b. d. h. g. cuius communis ſectio cum ſuperficie ſphærica ſit linea circularis. d. e. h. et. o. eius cẽtrum, à quo protrahatur. g. b. indeterminata, et. o. g. ſit ſemidiameter circuli. d. g. h. et. o. c. ſit plus medietate ipſius. o. g. accipiaturq; linea. e. c. minor ipſa. o. c. ſed maior ipſa. c. g. quod difficile non erit, locando immobilem pedem circini in puncto. c. aperiendo ipſum aliquantulum plus quam. c. g. ſed minus quam. c. o. ſignando circunferentiam. d. e. h. in puncto. e. quod ex. 7. tertij poſſibile eſt, protrahatur poſtea. o. e. f. indeterminatè. Faciemus deinde angulum. f. e. b. æqualem angulo. o. e. c. protracta poſtea cum fuerit. c. e. K. indeterminatè, habebimꝰ duos angulos. b. e. f. et. f. e. K. æquales inuicem mediante. 15. primi, ita qđ ſi radius incidens veniet à puncto. b. ad. e. reflexus erit. e. K. qui quidem



reflexus

reflexus ſecabit cathetum.b.o.in puncto.c.intra ſpeculum,nec dubitandum eſt quin linea.e.b.ſectura ſit.b.o.eo quod cum angulus.o.e.c.ſit maior angulo.e. o. c. ex. 19. primi, & ſimiliter angulus.b.c. f.ſequitur ex.13.dicti,angulos.b.e.o.et.e.o.b. eſſe minores duobus rectis, vnde ex penultima petitione primi,duæ lineæ. b.e.et.o b.inuicē concurrent. Quare poſſumus ex hoc , quoddam corollarium extrahere , hoc eſt neceſſariū sēper exiſtat,vt linea.c.e.minor eſſe linea.c.o. Sed vnde eueniat quod ipſa neceſſariò debeat ſemper maior eſſe ipſa.c.g.clarum eſt ex.7.tertij Eucli. Nunc imaginemur ductas eſſe duas tāgentes.b.d.et.b.h.& ab.e.ipsā.e.i.vnde certi erimus, quod ab interuallo inter.h.et.d.punctum.b. poſſibile ſit vt reflectatur. Accipiamus nunc.p.c.minorem medietate ipſius.b.c.& à puncto.p.imaginemur tangentem.p. q. in puncto.q.prorractaque ſit. b. q.vt radius incidentiæ, tunc dico, radium reflexum ipſius.b.q.nō concurrere in eodem puncto.c.ipſius catheti, ſi vero dixeris q; ſic: Eſto igitur radius dictus.c.q.s.Imaginemur tāgentē.e.i.in puncto.e.vnde ex.18.quinti Alhazem, vel. 12.ſexti Vitellionis proportio.b.i.ad.i.c.erit,vt.b.o ad.o.c.& ſimiliter erit ipſius. b.p.ad.p.c.vt.b.o.ad.o.c. ex eadem. Quare ex.11.quinti Eucli.proportio ipſius. b. p. ad. p. c.erit vt ipſius.b.i.ad.i.c.ſed quia.p.b.vt pars ipſius.b. i. minor eſt ipſa,ergo ex.14.dicti.p.c.minor erit ipſa. c. i. hoc eſt totum minus ſua parte, quod eſt impoſſibile, quare non in ipſo cathero videbitur imago ipſius obiecti.

Aliud notandum etiam cernere potes ex ipſis ſpeculis ſphæricis conuexis,hoc eſt quod poſſibile ſit aliquoties ,radium reflexum concurrere cum catheto incidentiæ extra ſpeculum inter puncta. g. et. p. vt exempli gratia. ſi punctus. p. eſſet exactè in medio inter.b.et.g.tunc punctum.c.ipſius concurſus cum catheto incidentiæ eſſet inter.g.et.p.eo quod cū linea.p.q.debeat diuidere angulū.b.q,c.ꝑ æqualia,oportebit c.poſitum eſſe inter.g.et.p.quia angulus.g.q.p.maior eſt angulo.p.q.b.vt per te facile potes ratiotinari,imaginando circulum circa triāgulum.g.q.b. & diametrum perpendicularem. ad. g. b. in puncto.p.producendo poſtea. q. p.vſq; ad alterā partē circunferentiæ ipſius circuli. argumētādo deinde mediante vltima ſexti,illud idē potes etiam ſcire ex. 22.quinti Alhazeni. & ex.26.ſexti Vitellionis. vnde ſi ad ambas pupillas venerint radij reflexi ipſius obiecti. b.à duobus punctis huiuſmodi ſpeculi, ita diſtantibus à puncto.g. vt.q.tunc commune punctum concurſus axium viſualium erit in catheto inter. g. p. vbi apparebit imago ex ſuperius dictis rationibus , ita vt nō ſolum concauis , ſed etiam conuexis hoc accidere poſſit.

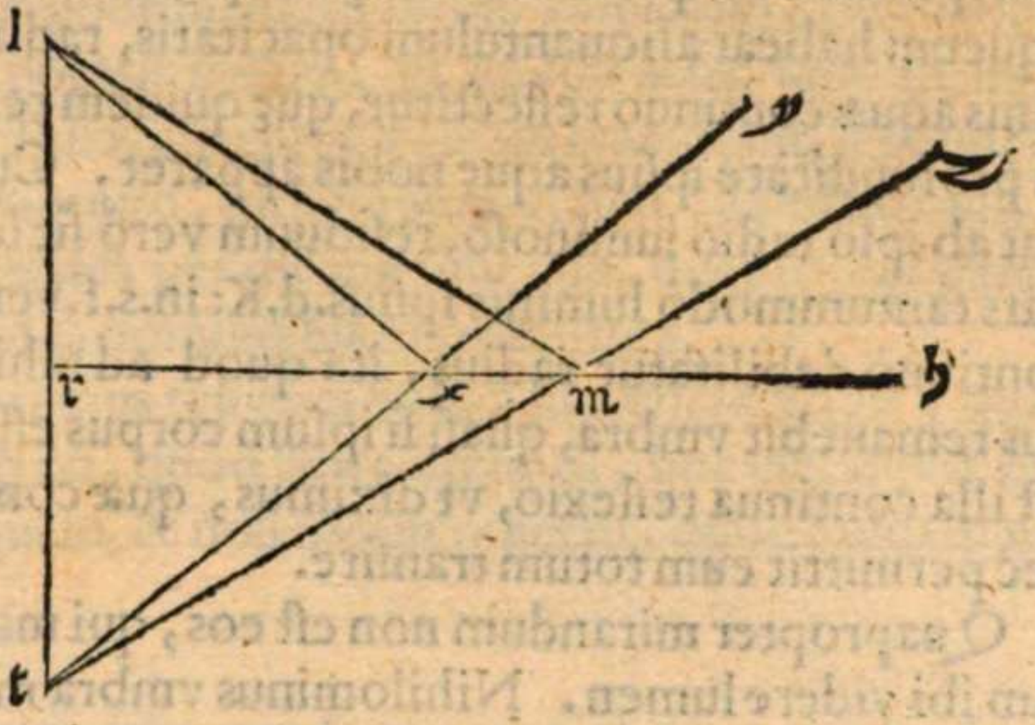


In planis autem nunquā hoc poteſt euenire,vt tibi alias dixi, eo quod ſi accēperimus rectā.m.r.pro cōi ſectione ſuꝑficiei.l.t.x.reflexionis &ſuꝑficiei ſpeculi,pūctūq; lucidum.l.protractoq; catheto.l.r.t.lineisq; incidentiæ.l.x.et.l.m. reflexionis etiam x.y.et.m.z.cum anguli.l.x.r.et.y.x.h.et.r.x.t.æquales inuicem ſint,& ſic anguli.l. m. r.et.z.m.h.et.r.m.t.erit.r.t.tam pro triangulo.r.x.t.quam pro triangulo.r.m.t. æqualis.r.l.ex. 26.primi, ita quod ſemper in puncto.t. conuenient omnes radij reflexi ipſius

puncti

puncti.l.clarum igitur nunc habes, quod in ſpharico concauo, ſeu conuexo, non omnes radij reflexi conueniunt in vno, eodemq; puncto catheti incidentiæ, quemadmodum in planis accidit, in quibus ſemper vnum, & idem punctum eſt ipſis commune in ipſo incidentiæ catheto.

Non prætermittam etiam hunc alium breuiorem modum ſpeculandi æqualitatẽ depreſſionis imaginis ſub ſpeculo plano, ei quæ ſupra reperitur ipſius obiecti, in catheto incidentiæ, quemadmodum nunc vltimò diximus, hoc eſt quod cum imago obiecti. l. reflexa à puncto. x. reperiatur in linea. y. x. t. & imago eiuſdem obiecti reflexa à puncto. m. reperiatur in linea. z. m. t. & iſtæ duæ lineę ſe inuicem ſecent in puncto. t. ipſius catheti, exiſtente. r. t. æquali. r. l. vt nunc vidimus, ergo ſemper imago reflexa à ſpeculo plano, nobis apparebit ĩ ipſo catheto, tam vltra ſpeculum, quam citra ipſum, reptũ fucrit ipsũ obiectũ quod nec Alhazem, nec Vitellio, nec alius aliquis (quod ſciam) adhuc ſcientificè demonſtrauit. exempla enim vel experientia non faciunt ſcire. Credo etiam te non dubitare quin duæ lineæ. y. x. et. z. m. inuicem concurrant, cum anguli. t. x. m. et. t. m. x. minores ſint duobus rectis cum æquales ſint angulis. l. x. m. et. l. m. x.

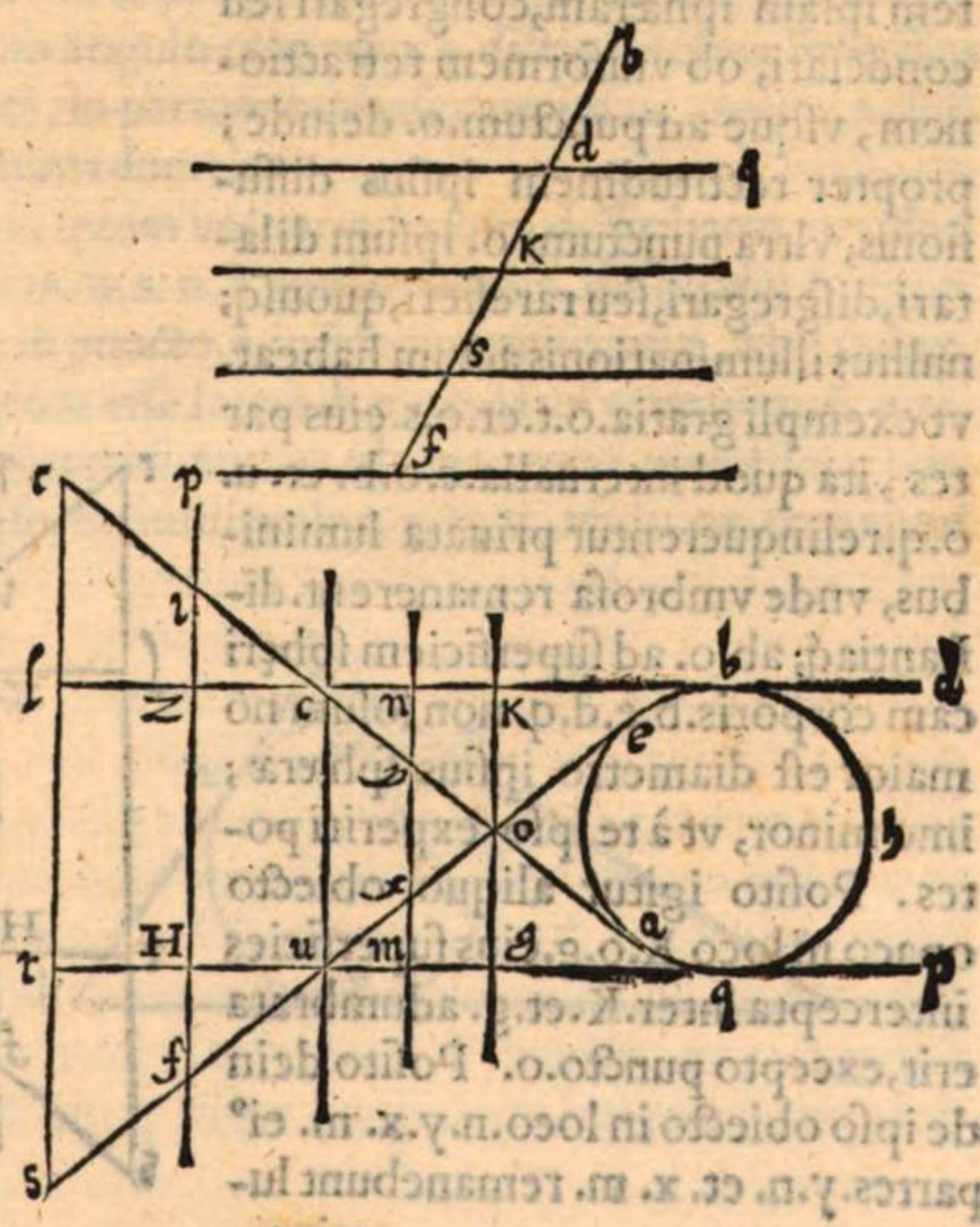


De rotunditate vmbræ terræ in ecclipſibus Lunaribus.

AD EVNDEM.

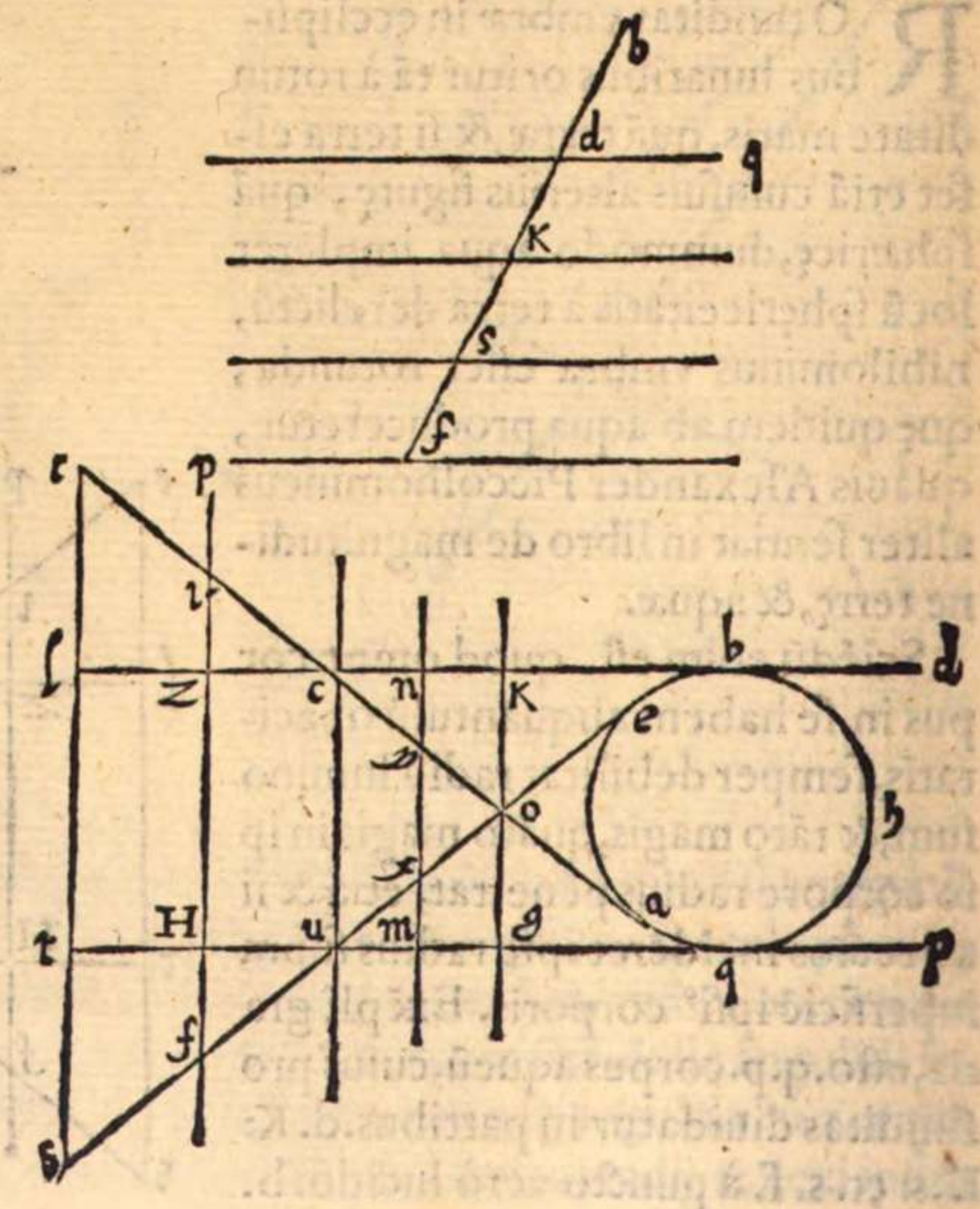
ROtunditas vmbræ in ecclipſibus lunaribus oritur tã à rotunditate maris, quã terræ, & ſi terra eſſet etiã cuiuſuis alterius figurę, quã ſphæricę, dummodo aqua impleret locũ ſphęriceitatis à terra derelictũ, nihilominus vmbra effet rotunda, quę quidem ab aqua produceretur, quãuis Alexander Piccolhomineus aliter ſentiat in libro de magnitudine terrę, & aquæ.

Sciẽdũ enim eſt, quod omne corpus in ſe habens aliquantulũ opacitatis, ſemper debilitat radiũ luminoſum, & tãto magis, quãto magis in ipſo corpore radius penetrat, etiã & ſi ad rectos incideret ipſe radius ſupra ſuperficiẽ ipſi⁹ corporis. Exẽpli gratia, eſto. q. p. corpus aqueũ, cuius profunditas diuidatur in partibus. d. K: K. s: et. s. f. à puncto verò lucido. b.



deſcendat radius.b.d.K.s.f. ad libitũ hoc eſt rectè vel obliquè, cuius pars.b.d.in ipſo aere exiſtat. Nunc manifeſtum erit partem.b.d.ipſius radij clariorem ſeu minus impeditã eſſe quam.d.K.quod ex eo etiam cognoſcere poſſumus quia.b.d.reflectitur à puncto.d.ſuperficiei corporis aquei, quapropter minus luminoſa remanebit pars. d. K.cum non tota claritas.b.d.deſcendat in corpore aqueo, ſed vna eius pars reflectatur,reliqua verò tantummodò deſcendat, deinde pars. K. s. ex neceſſitate debilior erit ipſa.d.K.eo quod ſuccedit poſt ipſam. d. K. propter hoc etiam,quia cum corpus aqueum habeat aliquantulum opacitatis, radius.d.K.ab omni puncto ipſius ſpiſſitudinis aquæ continuo reflectitur, quę quidem reflexio eſt illud lumen cęruleum,quod in profunditate ipſius aquę nobis apparet. Cum igitur reflexio ipſa ſemper detrahat ab ipſo radio luminoſo, reſiduum verò ſit id quod penetrat, ideo. K. s. erit vna pars tantummodò luminis ipſius.d.K: in.s.f.verò aliqua pars luminis ipſius.K.s.& ſic continuò debilitatur radius, ita quod ad nihilum vſque deuenit, & vltra tale corpus remanebit vmbra, quaſi ſi ipſum corpus eſſet perfectè opacum, cuius rei cauſa, eſt illa continua reflexio, vt diximus, quæ continuò adimit aliquid ex ipſo radio, nec permittit eum totum tranſire.

Quapropter mirandum non eſt eos, qui margaritas quærunt in fundo maris nullum ibi videre lumen. Nihilominus vmbra maris, quam dico nos poſſe videre in ſuperficie corporis lunaris,ab alia etiam ratione prouenire poſſet.Imaginemur enim aggregatum terrę,marisq́; eſſe tantummodò aqueum, quod quidem eſſet perfectè ſphæricum ratione centri grauitatis,ſupponamusq́; ipsũ eſſe valde diaphanum, ita quod radij ſolares ipſum penetraſſent. Tunc dico quod in ſuperficie corporis lunaris produceret vmbram. Pro cuius intelligentia cogitemus ſubſcriptam hic figuram b.h.q.a.e.eſſe ſphęram aliquam cryſtallinam,& ad partem.b.h.q. ſit radius luminoſus ſolaris qui ipſam illuminet,cuius radij extremitates ſint.d.b.l.et.p.q.r.ſupponendo.d.l.et.p.r.terminos eſſe vnius plani ſecantis ipſum radium per axem, tunc videbis ipſum radium.b.p.q. d. tranſeũtem ipſam ſphæram,congregari ſeu condẽſari, ob vniformem refractionem, vſque ad punctum.o. deinde; propter rectitudinem ipſius diffuſionis, vltra punctum. o. ipſum dilatari,diſgregari,ſeu rarefieri,quouſq; nullius illuminationis actum habeat. vt exempli gratia.o.t.et.o.s.eius partes, ita quod interualla.c.o.b. et. u. o.q.relinquerentur priuata luminibus, vnde vmbroſa remanerent.diſtantiaq́; ab.o. ad ſuperficiem ſphęricam corporis.b.e.d.q. non ſolum nõ maior eſt diametro ipſius ſphæræ; imo minor, vt à te ipſo experiri potes. Poſito igitur aliquo obiecto opaco in loco.K.o.g.eius ſuperficies intercepta inter.K.et.g. adumbrata erit,excepto puncto.o. Poſito dein de ipſo obiecto in loco.n.y.x. m. eiº partes.y.n. et. x. m. remanebunt lumine



mine deſtitutæ interuallumq; tantummodò inter. y. x. illuminatum erit, ſed ſi in loco. c.u. poſitum fuerit, tunc totum. c.u. illuminatum erit, ſed debili modo propter detractionem factam à reflexione in ſuperficie corporis ſphærici, vt ſupra diximus.

Poſito deinde obiecto in loco. i.z.H.f. tunc partes. z.i. et. H. f. rectos Solis radios habebunt cum aliquibus refractis, ſed. z. H. pauciſſimum habebit lumen, propter diſgregationem radiorum. Poſito poſtea ipſo obiecto in loco. t.l.r.s. tanto minus lumen habebit pars. l. r. propter dictam diſgregationē, ſeu diſſipationē radiorum, & ſic ſucceſſiuè quanto remotius poſitum fuerit ipſum obiectum, tanto minus illuminabitur. vnde ita remotum poterit locari, vt nullus actus luminis in eo videatur, de radijs ſcilicet, qui per ſphæram chryſtallinam tranſibunt, ſed videbitur vmbra ipſius ſphęrę in obiecto propoſito, cum nullum actum illuminationis in eo loco obiecti habeant radij tranſeuntes per dictam ſphęram. quapropter partes. t. l. et. r. s. illuminatæ erunt à Sole, et. l. r. omnino lumine deſtituta.

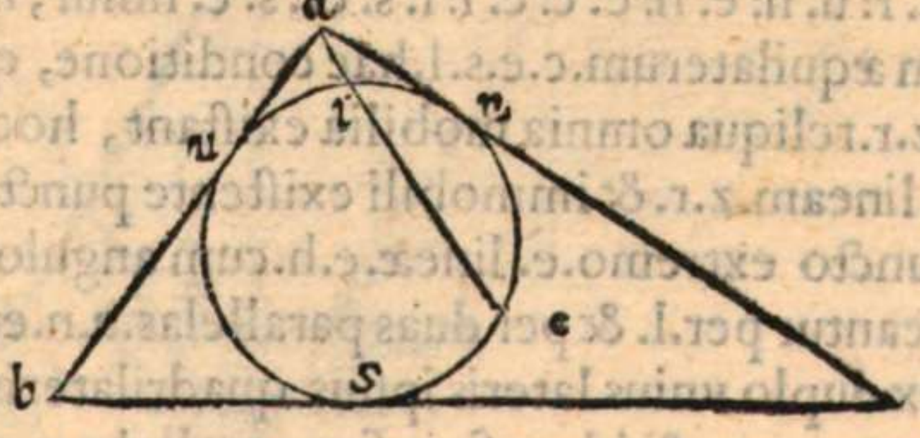
Quòd vero tolerabilior ſit oculis radius reflexus Solis à ſuperficie aquæ, quàm à ſuperficie alicuius ſpeculi, oritur ab eo, quod ſupra diximus, hoc eſt, quod magna pars ipſius luminis penetrat in aquam, & non totum reflectit, quod quidem non accidit ſpeculis opacis.

DE LONGITVDINE DVORVM LATERVM cuiuſuis trianguli ſupra tertium.

Hieronymo Fenarolo.

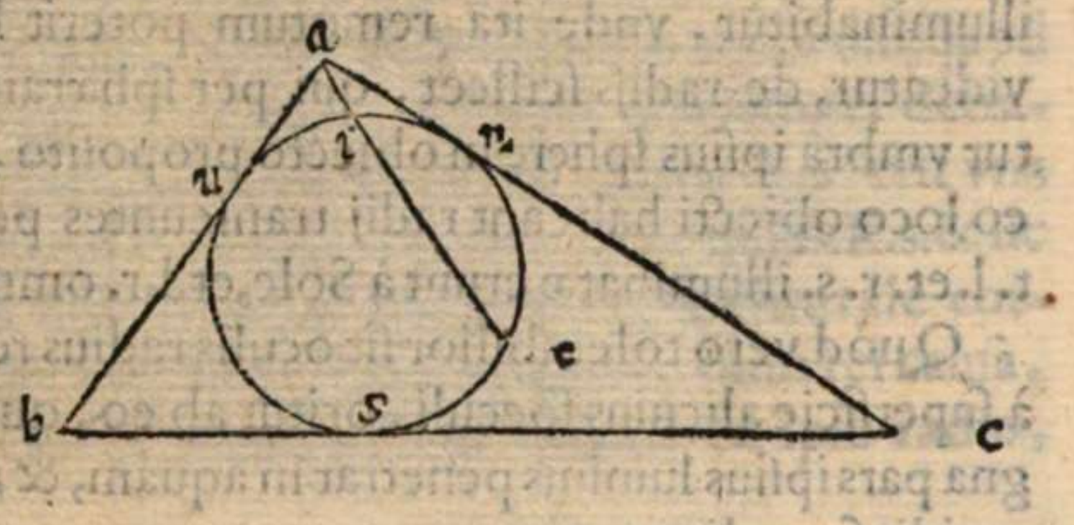
QVOD quælibet duo latera continentia rectum angulum cuiuſuis trianguli orthogonij, longiora ſint tertio latere, per diametrum circuli in eo inſcripti, ab alijs iam demonſtratum fuit. Sed quòd quælibet duo latera cuiuſuis trianguli longiora ſint tertio per latus tetragonicum, quadrupli producti cuiuſuis lineæ deſcendentis ab angulo contento à dictis duobus lateribus ad oppoſitam partem circuli inſcripti, in partem extrinſecam ipſius lineæ, nullus (quod ſciam) vnquam ſcripſit, vel animaduertit.

Sit exempli gratia triangulus. a. b. c. quem volueris, in quo deſcribatur circulus. u.s.n. & puncta contingentiæ ſint eadem. u. s. n. à puncto vero. a. deſcendat linea. a. i. e. quæ terminetur à circunferentia in puncto. e. ipſius circunferentiæ, vbi volueris. Dico nunc latera. a.b. et. a.c. longiora eſſe latere. b.c. per latus tetragonicū quadrupli producti ipſius. a.e. in. a.i. Nam certi ſumus ex vltima parte penultimæ tertij Eucli. n.c. et. s.c. æquales inuicem eſſe, & ſimiliter. b.s. et. b. u. vnde ex communi conceptu dicta latera maiora erunt ipſo. b.c. per. a. u. et. a. n. quæ duæ partes ſunt inuicem æquales dicta ratione, & quadratum lineæ æqualis aggregato earum, eſſet quadruplum quadrato cuiuſuis earum ex. 4. ſecundi, ſed ex penultima tertij, productum. a.e. in. a.i. æquale eſt quadrato ipſius. a.u. vel ipſius. a.n.



Verum eſt igitur quod. a.b.cum.a.c. longiores ſint ipſa. b. c. per latus tetragonicum quadrupli eius quod fit.ex.a.e.in.a.i.quod fuit propoſitum.

Illud etiam non eſt ſpernendum,quod quotieſcunque data fuerint omnia latera alicuius trianguli, illicò poſſumus cognoſcere puncta.u.n. s. contingentiæ circuli inſcripti, ope vltimæ partis penultimæ tertij, eo quod ex illa iam ſcimus, quod detrahendo.b.c.ex aggregato aliorum duorum laterum, remanebit.u.a. et. a. n. quarum vnaquęque nota erit, cum illarum quælibet, medietas ſit reſidui cogniti, detrahendo poſtea vnam illarũ ab altero duorum laterum.a. b. vel. a.c.remanebit.u.b.vel.c.n.ęqualis.b.s.vel.c.s. vnde ſimiliter nobis innoteſcet punctum.s. cum duobus punctis. u. et. n. à quibus duobus punctis, ſi duę perpendiculares ad talia latera ductæ fuerint, vbi hæe perpendiculares ſeinuicem ſecabunt, ibi centrũ circuli inſcriptibilis erit in triangulo propoſito.



Inter alia, quæ tibi dixi de Iride, quod memoria non tenes, nihil aliud eſt niſi quod cum Iris videtur, non eodem loco ab omnibus videtur, quia reflexio eſt, & vt reflexio luminis à ſpeculo non omnibus ab eodem puncto fit, ita etiam tibi dixi de Iride.

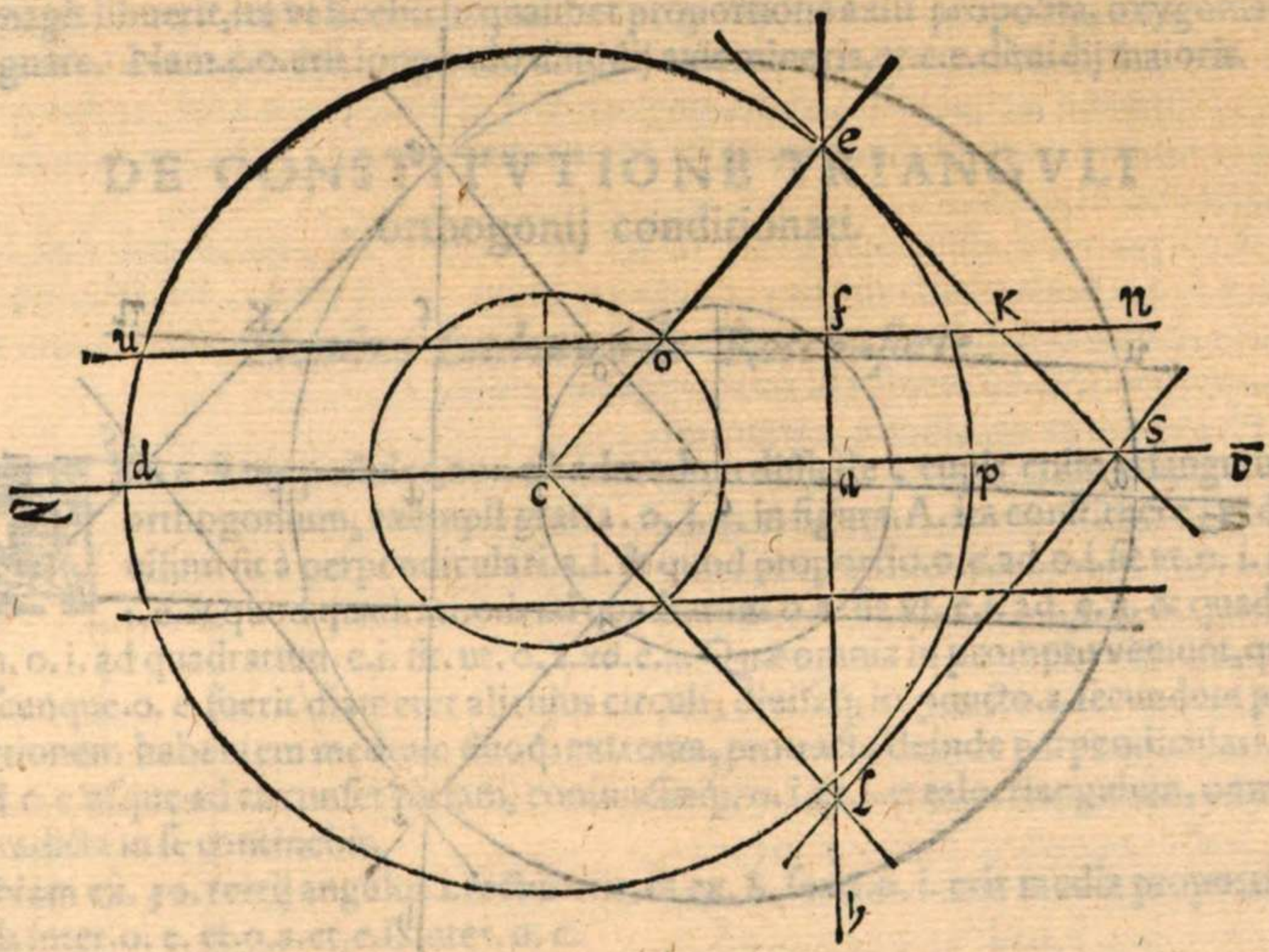
De Inſtrumento oxygonio, ſeu elliptico.

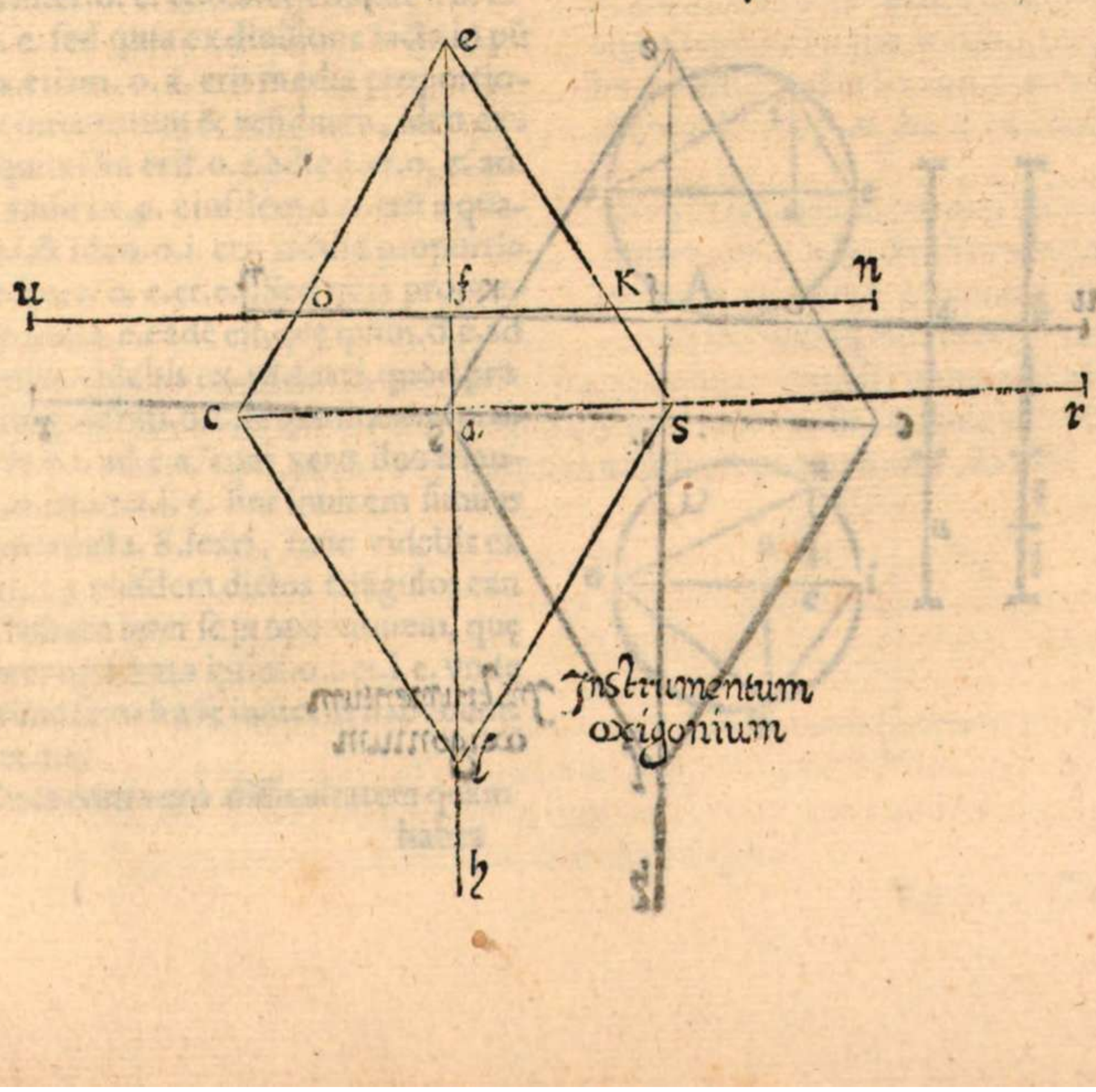
AD EVNDEM.

QVod aliquando à me audiuiſti falſum non eſt, ſcilicet poſſibile eſſe (vt ſpeculatus ſum) particulare inſtrumentum fabricari ad deſignandum oxygoniam, ſeu ellipticam ſectionem,quæ à Pergeo defectio appellatur,quod quidem inſtrumentum valde diuerſum eſt ab alijs, quę aliàs inueni, pro ipſis conicis ſectionibus delineandis. Occaſionem aũt huiuſmodi inſtrumenti inueniendi mihi præbuit ſecũda dubij ſolutio quã feci ann. 1568.grauiſſ. philoſopho Franciſco Vimercato, nã cũ viderim in ea figura. f. a. ſemper æqualẽ eſſe.o.i. ſuæ parallelæ ſcilicet, vnde cum recta linea fuerit protracta per.o.et.f.ipſa foret ſemper ęquidiſtãs.d.p.ex 33.primi Eucli. Venit mihi in mentem modus conſtruendi hoc ſubſcriptum inſtrumentum, tali ordine, videlicet, coniungẽdo ſeptem hic ſubnotatas lineas materiales. z. r: u. n: e. h: e. c: c. l: l. s. et. s. e. ſimul, hoc modo, ſcilicet fabricãdo quadrilaterum æquilaterum.c.e.s. l.hac conditione, quod immobili exiſtente puncto.c.in linea.z.r.reliqua omnia mobilia exiſtant, hoc eſt quod punctũ. s. moueatur per dictam lineam.z.r. & immobili exiſtente puncto.e. vt extremum lineæ. e. h. hoc eſt coniuncto extremo.e. lineæ.e.h.cum angulo.c.e.s. reliqua puncta lineæ ipſius. e. h. moueantur per.l. & per duas parallelas.u.n.et. z. r. longitudo vero.e. h. ſit compoſita ex duplo vnius lateris ipſius quadrilateris. Oportet deinde quod punctum. f. ſemper vnum, & idem ſit ipſius parallelæ.u.n.moueatur tamen per.e.h. quod quidem punctum illud erit, quod vnam portionẽ circunferentiæ oxygoniæ ſectonis deſi-

designabit, puncta verò . o . et . K . vt puncta laterum. c. e. et. s. e. æquædistantia à punctis. c. et. s. eadē semper sint, ita tamen vt puncta lineæ. u. n. semper diuersa existāt, & quodlibet ipsius quadrilateri latus, æquale sit medietati maioris axis ipsius oxygoniæ sectionis delineandæ, et. c. o. seu. s. K (quod idem est) sit æqualis medietati axis minoris dictæ sectionis, et. z. r. æqualis duplo. e. h. vnde, quando puncta. e. et. l. coniuncta simul erunt, similiter coniunctæ simul erunt. c. e. et. e. s. cum. c. l. et. l. s.

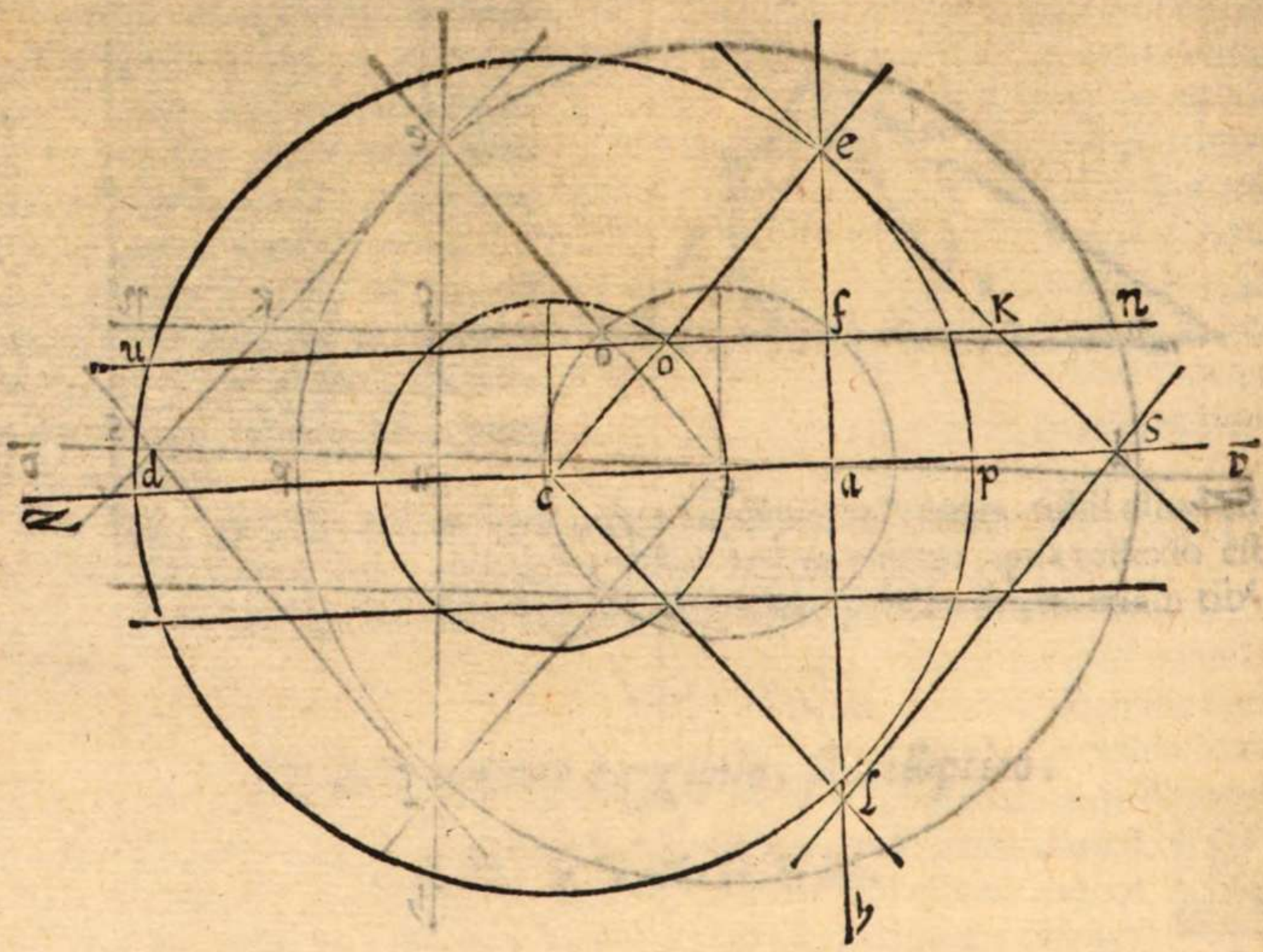
Quapropter

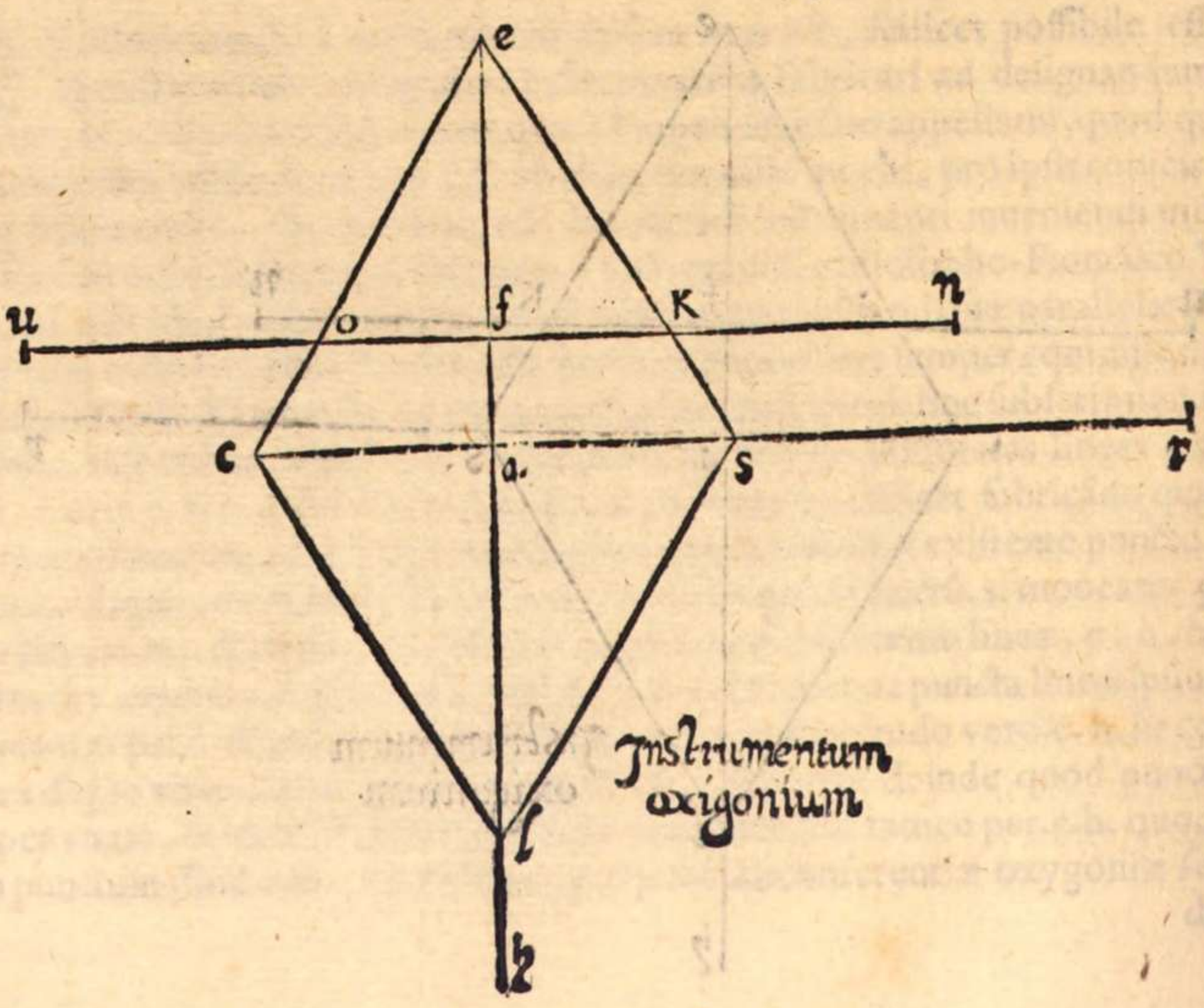




Quapropter puncta.e.l.f.et.p.extremum axis maioris, in eodem met loco erunt, hoc est in aliquo extremorum maioris axis, & cum punctus.s.coniunctus fuerit cum centro.c.punctus.f. parallelę.u.r. in extremo axis minoris erit, & in eodem loco erit cum.o. & cum. K. In extremitatibus verò lineæ. z. r. necesse est, vt sint duo pũcta ferrea; ad firmandum ipsam.z.r.super subiectam lineam significantem maiorem axem propositę sectionis.

Volo





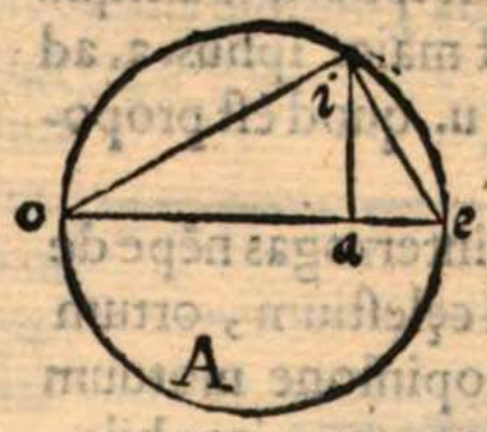
Volo etiam quod ad partem.c. l. s. quadrilateri constituta sit alia parallela ad. z. r. & in æquali distantia ab ipsa quemadmodum.u.n.distat ad eademmet. z. r.ad eandem operationem faciendam. Vnde in vno tantummodo itinere puncti.s.ab. r. vsq; ad.c. designabimus quartam partem sectionis,conuerso postea instrumento,hoc est posito puncto.r. vbi prius erat. z. et. z.vbi erat.r. aliam delineabimus quartam, & sic ad oppositam partem ipsius.z. r. faciendum erit. Hoc instrumentum possumus etiam ita construere,vt puncta.o.et.K.possint collocari in laterihus. c. e.et.e.s.vbi nobis magis libuerit,ita vt licebit in qualibet proportione axiũ proposita, oxygoniam designare. Nam.c.o.erit longitudo dimidij axis minoris,et.c.e.dimidij maioris.

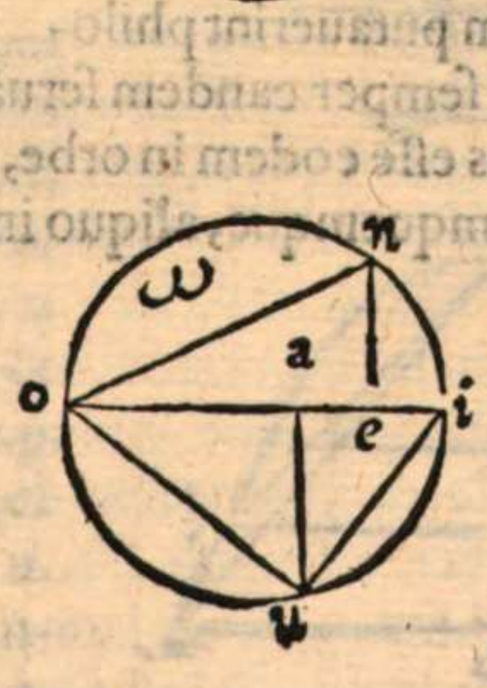
DE CONSTITVTIONE TRIANGVLI orthogonij conditionati.

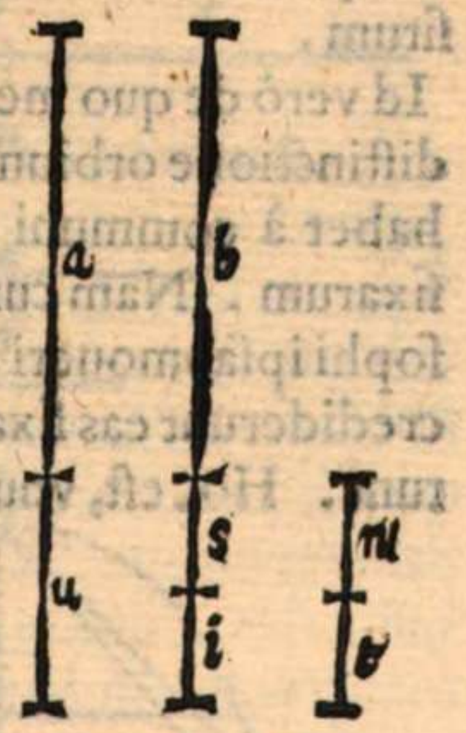
Domino Ludouico de Rocchaforte.

QVOD à me postulas,non est admodum difficile, cupis enim triangulum orthogonium, exempli gratia. o. i. e. in figura. A. ita constituere, vt diuisum sit à perpendiculari.a.i. & quod proportio.o.e.ad.o.i.sit vt.o. i. ad i. e.& quod quadrati.o.i. ad quadratum.o.a. sit vt. e.i. ad. e. a. & quadratum. o. i. ad quadratum. e.i. sit. ut. o. a.ad.e.a. Quæ omnia in promptu veniunt,quotiescunque.o. e.fuerit diameter alicuius circuli, diuisaq; in puncto.a.secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, protracta deinde perpendiculari. a. i.ad o.e.usque ad circunferentiam, coniunctæq;. o. i.et.i. e: tale triangulum, omnia supradicta in se continebit.

Nam ex. 30. tertij angulus.i.rectus erit, & ex. 8. sexti.o. i. erit media proportionalis inter.o. e. et.o.a.et.e.i. inter. o. e. et. a. e. sed quia ex diuisione facta in pũcto.a.etiam. o. a. erit media proportionalis inter totum & residuum, ideo ex. 11. quinti ita erit.o.e.ad.e.i.vt.o. e. ad. o.a. vnde ex.9. eiusdem.a.o.erit æqualis. e.i.& ideo.o.i. erit media proportionalis inter. o. e.et.e.i.Sed quia proportio. e.i.ad.a.e.eadẽ est,quę ipsius.o.e.ad o. a. tunc videbis ex. 18.sexti,quod proportio quadrati.o.i.ad quadratum.o. a. erit vt.e.i. ad.e.a. cum vero duo trianguli.o.i.a.et.a.i. e. sint inuicem similes ex supradicta. 8.sexti, tunc videbis ex 18. et. 17.eiusdem dictos triãgulos eandem habere inter se proportionem, quę est inrer quadrata ipsius.o.i.et.i.e. vnde ex prima sexti ita se inuicem habebunt. a.o. et.a.e.







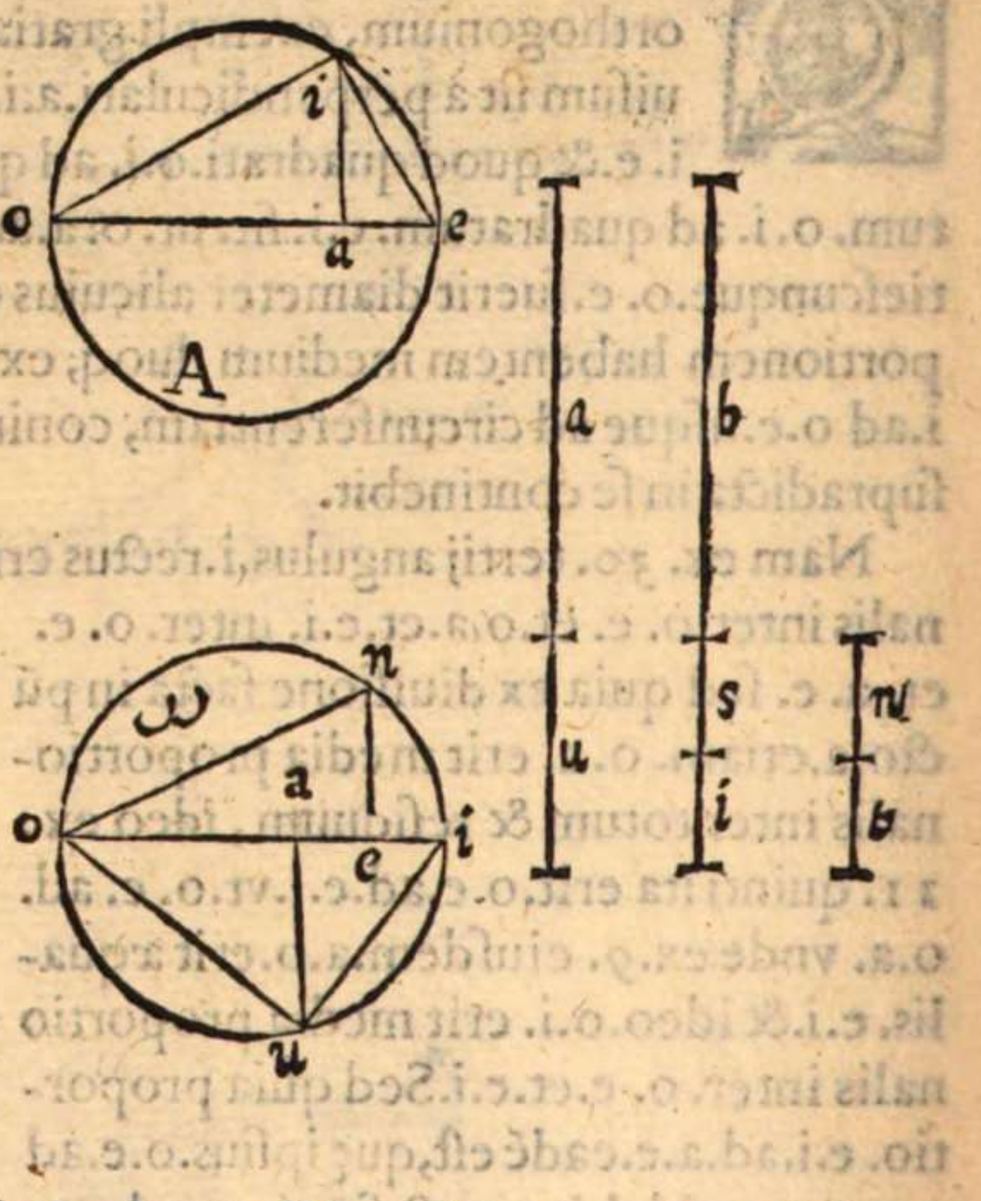
Circa eam verò difficultatem quam habes

habes in circulo. ω. vbi fateris te non videre qua ratione eadem proportio ſit quadrati.u.o. ad quadratum.o.n.vt lineæ.o.a.ad lineam.o.e. partes diametri. o. i. ipſius circuli, terminatæ à perpendicularibus.u.a.et.n.e.

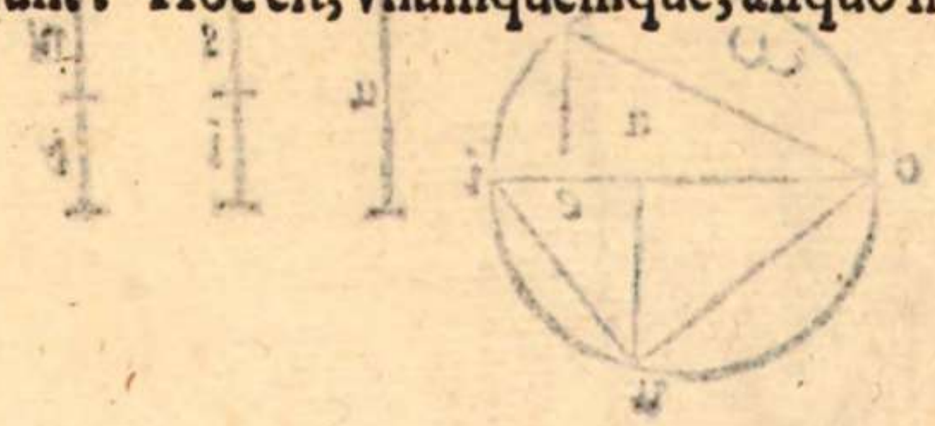
Hoc neceſſario contingit, propterea quod cum fuerint protractæ.u.i. et.n.i.tũc habebimus ad partem.o.u.i.triangulum.o.u.i. diuiſum in duo triangula ſimilia ipſi totali triangulo. Idem etiam dico ad partem.o.n.i. vnde ex tali ſimilitudine habebimus.o.u.mediam proportionalem inter.o.i.et.o.a.et ſic.o.n.erit media proportionalis inter.o.i.et.o.e.quare ex. 16.ſexti,quadratum.o.u.æquale erit producto ipſius o.i.in.o a.& quadratum.o.n. æquale producto.o.i.in.o.e. ſed ex prima eiuſdem, eadem proportio eſt ipſius.o.a.ad.o.e.quæ producti ipſius.o.i.in.o.a.ad productum.o. i.in.o.e.quare,ex cõmuni conceptu,ita erit quadrati.o.u.ad quadratum.o. n. Et hęc eſt alia circuli paſſio.

Reliqua verò difficultas quam te habere ſcribis, eſt, quare cum duæ lineę a.u.et. b.s.i. ſint inuicem ęquales, diuiſæ verò non æquali modo, ſed tali,quod. a. maior ſit quam.u. et. b.s. maior quam.i. quomodo poteſt fieri, quod ſi.u.maior fuerit.i.proportio.a.ad.i.maior ſit quam ipſius.b.s.ad.u.

Hoc etiam ex neceſſitate cuenit, eo quod ſi accepta fuerit.t.n.æqualis. u. ab ipſaq; abſciſa fuerit. t. æqualis. i. & ab. b.s.abſciſa. s.æqualis.n.habebimus.a.et b. inuicem æquales, vnde habebis maiorem proportionem ipſius.b.ad.t. quã s.ad.n.quod cum clarum per ſe ſit, tibi relinquo. ſed ex.27. quinti, proportio b. ad. s, maior erit quam. t. ad. n. & ex 28. eiuſdẽ ꝓportio.b.s.ad.s.maior erit, quam. t.n.ad. n.& ex.27.maior proportio erit ipſius. b.s.ad.n.t.quam. s. ad. n. ergo ex.33.maior erit ipſius.b.ad.t.quã b. s. ad. n. t. hoc eſt maior ipſius. a. ad i. quam. b. s. ad. u. quod eſt propoſitum.



Id verò de quo me interrogas nẽpe de diſtinctione orbium cęleſtium, ortum habet à communi opinione motuum fixarum. Nam cum putauerint philoſophi ipſas moueri, ſemper eandem ſeruãdo inuicem diſtantiam, non ſine ratione crediderunt eas fixas eſſe eodem in orbe, idem etiam poſtea de planetis opinauerunt. Hoc eſt, vnumquemque, aliquo in orbe, fixo exiſtere.



DE

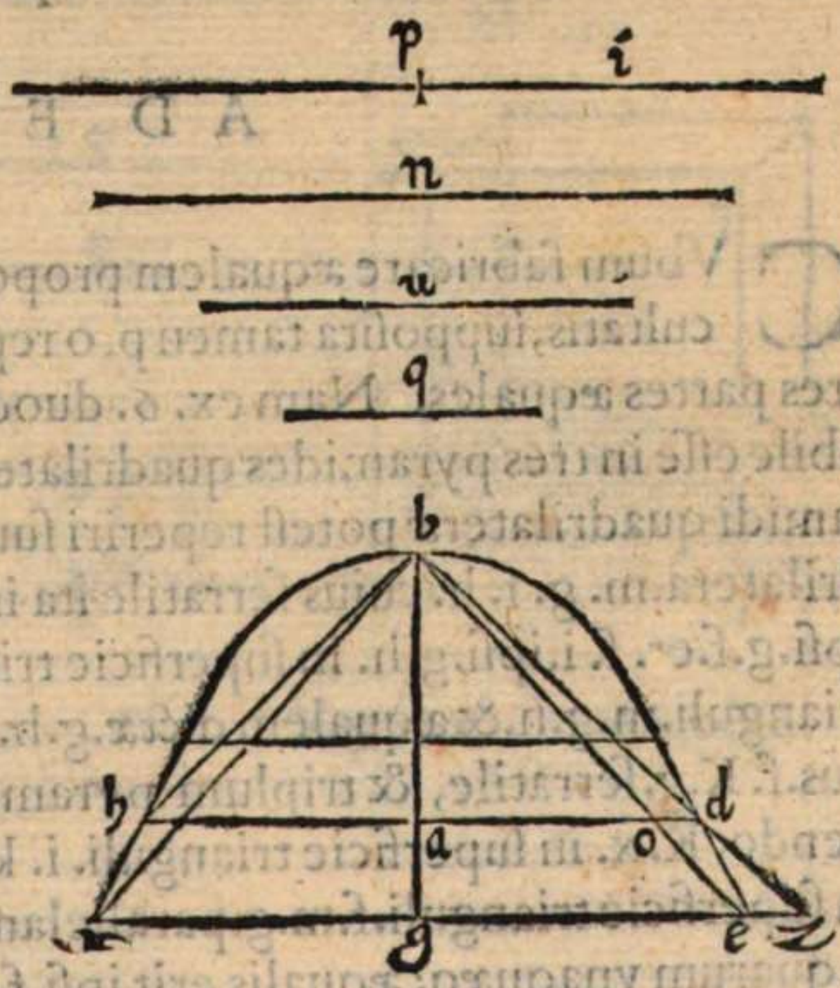
DE MODO DIVIDENDI PARABOLAM propoſitam ſecundum datam proportionem.

Pamphilo Gothfrid.

QVOD à me quæris, eſt quidem poſſibile, non tamen adhuc inuentum, quoniam nemo ad hũc vſque diem diuiſit vnam datam proportionem in tres æquales partes, ſed ſi hoc pro facto conceſſeris, nunc tibi morem geram. Nam proponis mihi parabolem.x.b.e. cum proportione.p.ad.q. cupiſq; ſcire modum diuidendi ipſam parabolem vna mediante linea parallela ipſi baſi, ita vt eandem habeat proportionem tota parabola ad partem abſciſſam, quæ eſt inter. p.et. q. Ad quod faciendum, ſupponendum primò datam proportionem inter. p.et.q.diuiſam eſſe in tres partes æquales, duabus lineis mediantibus.n.et.u. quæ mediæ proportionales vocabuntur inter. p. et.q.deinde à quouis puncto circunferentię ipſius figuræ ducatur parallela baſi. x. e. poſtea verò per puncta media harum duarum æquidiſtantiũ protrahatur.g.b. quæ diameter erit ſectionis, ex 28. ſecundi Pergei, diuidatur deinde hæc diameter in puncto.a. ita quod eadem proportio ſit ipſius b. g. ad.b.a. quæ ipſius.p.ad.u. quod tibi facile erit, ſecando à linea.p.partem.i.æqualem ipſi.u. tali modo poſtea diuidendo.b.g.ex. 12. ſexti, ducatur a puncto. a. ipſa.d.h. parallelam ipſi.x.e.& habebitur propoſitum.

Pro cuius rei ratione, ſcies primum quod.h.d. diuiſa erit à diametro.b.g. per æqualia ex. 7. primi Pergei, vel ſi cogitabimus aliquam lineam tangentem ipſam parabolam in puncto.b. tunc ex quinta ſecundi ipſius Pergei habebimus ipſam eſſe parallelam.e.x.& ex. 30. primi Eucli. erit ſimiliter æquidiſtans.d.h. vnde ex. 46. primi eiuſdem Pergei.h.a. æqualis erit.d.a. Protrahatur deinde.e.b:d.b:x.b.et.h.b. vnde ex. 17 lib. de quadratura parabolæ Archimedis, habebimus eandem proportionem ſuperficiei totalis parabolæ.x.b. e. ad trigonum.x.b.e. quæ portionis.h.b.d. ad ſuum trigonũ, eo quod tã vna quàm alia erit ſeſquitertia, eiꝰ etiã medietates ſic ſe habebũt.

Vnde permutando, proportio medietatis totalis parabolę ad medietatem partialem ipſius, æqualis erit proportioni trianguli g.b.e. ad triangulum. a. b. d. ſed ex. 20. primi Pergei, eadem eſt proportio quadrati ipſius. g.e. ad quadratum ipſius. a. d. quæ. b. g. ad. b. a. hoc eſt, vt. g. e. ad. a. o. ex ſimilitudine triangulorum, & quia. b. g. ad. b. a. eſt ſicut. p. ad. u. ita igitur erit quadrati ipſius. g. e. ad quadratum ipſius. a. d. quare. g. e. ad. a. d. erit ut p. ad. n. ex. 18. ſexti Euclid. ſed cum ex. 24. eiuſdem proportio trianguli. b. g. e. ad triangulum. b. a. d. compoſita ſit ex proportione. g. e. ad. a. d. et. ex. g. b ad. b. a. hoc eſt. g. e. ad. a. o. & quia proportio. g. e. ad. a. o. æqualis eſt ei quæ. p. ad. u ex. 11. quinti Euclid. & proportio. g. e. ad. a. d. æqualis eſt ei quæ. p. ad. n. hoc eſt vt. u. ad. q. ergo proportio trianguli. b. g. e. ad triangulum. b. a. d. compoſita erit ex ea quę. p. ad. u. & ex ea quæ. u. ad. q. æqualis ergo erit ei, quæ p. ad. q. & ita medietates parabolarum, & eorum dupla.

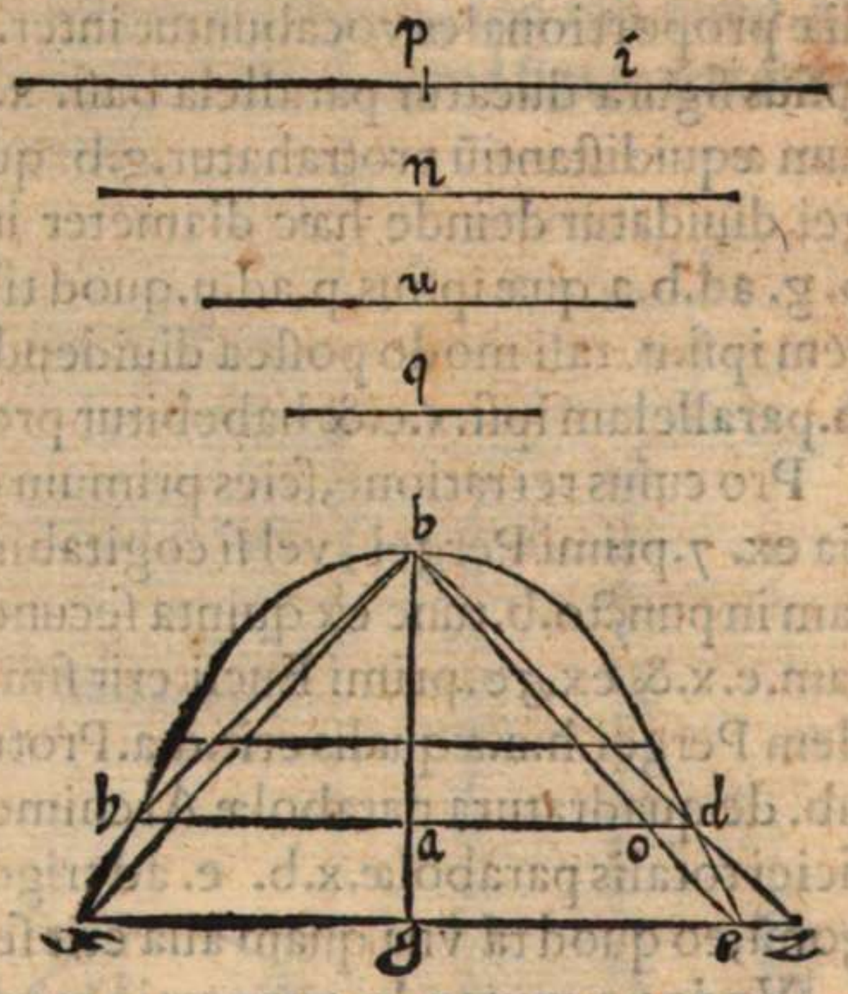


COROLLARIVM.

Proportio maioris portionis ad minorem ſemper erit ſeſquialtera proportioni ipſius.b.g.ad.a.b. eo quod cum ſit proportio totalis portionis ad partialem vt trianguli.b.g.e.ad.b.a.d. & hæc ſeſquialtera proportioni ipſius.g.e.ad. a. o. hoc eſt vt ipſius. b.g.ad. b.a. ideo proportio ipſarum portionum erit ſimiliter ſeſquialtera proportioni diametrorum.

Deinde ſi protractæ fuerint. b.d.et. g.e. quouſque conueniant in puncto. z. habebis inter.g.z.et.a.o.duas.g.e.et.a.d.medias proportionales in proportionalitate continua, eo quod cum (ex ijs quæ ſupra diximus.).a.d. media proportionalis ſit inter. g.e.et.a.o.& proportio. g.z.ad.g.e. vt ipſius.a.d.ad.a.o. eo quod ipſius.g.z. ad. a. d. & ipſius.g.e.ad.a.o.eſt vt ipſius. b. g. ad. b.a.ex ſimilitudine triangulorum, ideo dictæ ꝓportiones erunt inuicē æquales. Vnde permutatim ita erit ipſius.g. z.ad.g. e. vt ipſius.a.d.ad.a.o.& ut ipſius.g.e.ad.a.d.

Amplius etiam dico, quod proportio parabolæ totalis ad partialem, eadem eſt,quę cubi ipſius.g.e.ad cubum ipſius.a.d.& ex cō ſequenti, vt cuborum earundem baſium,eo quod cum ſit, ex. *36*.vndecimi Euclid.proportio cubi ipſius. g.e.ad cubum ipſius. a.d. tripla ei quæ ipſius.g.e.ad.a.d. ideo æqualis erit ei quę trianguli.b.g.e.ad triangulum.b. a.d.cum proportio horum duorum triangulorum compoſita ſit (vt ſupra vidimus) ex ea quæ.g.e.ad.a.o.& ex ea quæ.g.e.ad.a. d. & hæc medietas illius, ſed trianguli ita ſe inuicem habent,vt parabolę,quare ipſæ parabolæ ſeinuicem habebunt, vt cubi ipſarum baſium.



Cubum fabricare æqualem pyramidi propoſitæ.

AD EVNDEM.

CVbum fabricare æqualem propoſitæ pyramidi quadrilateræ,nullius erit difficultatis,ſuppoſita tamen pro reperta diuiſione cuiuſuis datæ proportionis in tres partes æquales. Nam ex. *6*. duodecimi Eucli. patet omne corpus ſerratile diuiſibile eſſe in tres pyramides quadrilateras æquales, ſcimus etiam quod cuilibet pyramidi quadrilateræ poteſt reperiri ſuum ſerratile. Sit igitur propoſita pyramis quadrilatera.m. g. f. h. cuius ſerratile ita inueniemus, ducendo primum.h.i.parallelam ipſi.g.f.et. f. i.ipſi.g.h. in ſuperficie trianguli. f. g. h. et. m. K.ipſi. g. h. in ſuperficie trianguli.m.g.h.& æqualem dictæ.g.h. ducetur poſtea.K.h.et. K.i.& habebimus corpus.f. K.g.ſerratile, & triplum pyramidi propoſitæ. Nunc duplicemus ipſum,ducendo. K. x. in ſuperficie trianguli. i. k. h. parallelam,æqualemq́; ipſi. i. h . et. m. y. in ſuperficie trianguli.f.m.g.parallelam,ęqualemq́; ipſi.f.g.ducatur poſtea.g.y.et.h. x.quarum vnaquæq; æqualis erit ipſi.f.m. vnde habebimus corpus.f.x. parallelepipidum, & ſexcuplum ipſi pyramidi propoſitæ.

Inuc-

Inueniatur nunc quadratum.u.n.æquale ſextæ parti ſuperficiei.f.i. g. h. quod per ſe facile erit, deinde accipiatur altitudo corporis.f.x. ducendo vnam perpendicularem à puncto. m.ad baſim.f.g.h.quę ſit. n.e.qua mediante,cum quadrato. u.n. fabricetur ſolidum parallelepepidum.u.e.quod erit æquale dictæ pyramidi ex.*33*.vndecimi Euclid.

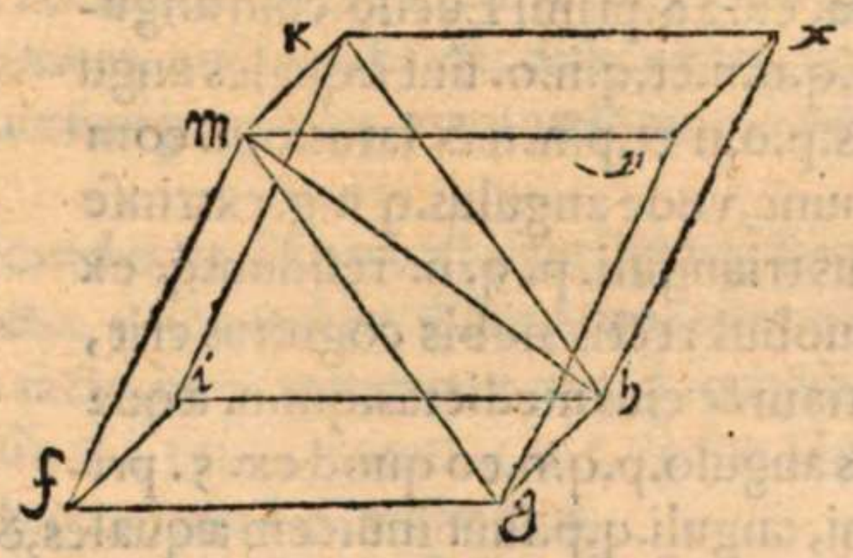
Repertæ nunc ſint duæ mediæ proportionales.r.s. inter. n.e.et.n.p. quarum.s. ſit proximior ipſi.u.p . ex qua. s. ſi conſtitutus fuerit cubus, habebimus propoſitum.

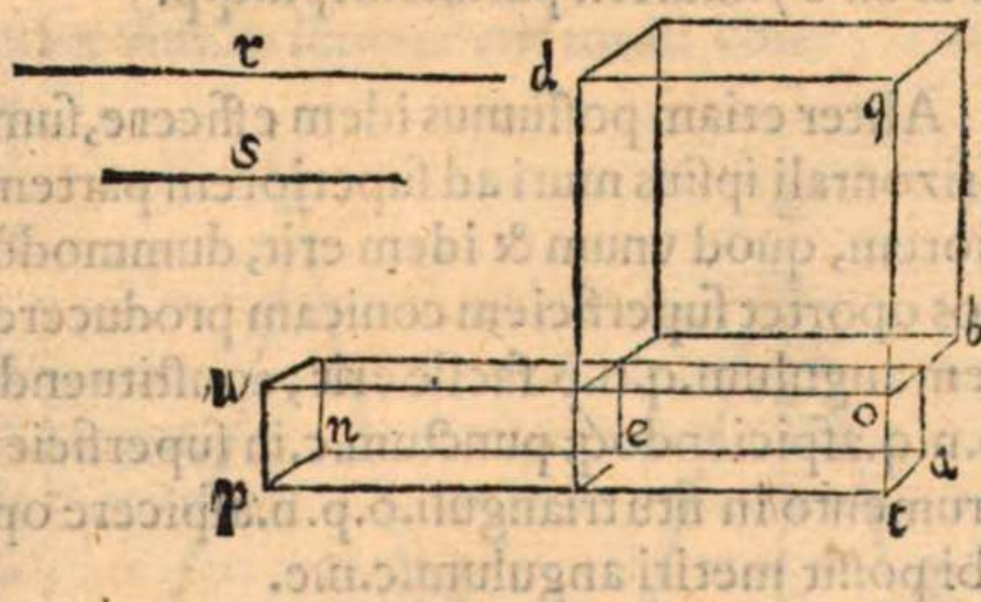
Pro cuius rei ratione,cogitemus corpus.u.e.productum eſſe vſque ad.a.o.per longitudem.s. latus dicti cubi, qui quidem cubus ſit.d.b.vnde proportio corporis. u.e. ad corpus.e.o.erit, vt ſuperficiei.p.e.ad ſuperficiem.t.e.ex. *33*. undecimi,ipſæ verò ſuperficies ſibi inuicem erunt vt.n. e.ad.e.a. ex prima ſexti, quare proportio corporis.u.e.ad corpus.e.o.dupla erit proportioni ipſius.s.ad.n.p. ſed cum ex. *33*. vndecimi,proportio cubi.d.b.ad corpus.e.o.ſit vt quadratũ.q.b.ad quadratum.o.a. & cum proportio.q.b.ad.o.a.dupla ſit ei quæ.q.o.ad.o.t.ex. 18.ſexti, erit igitur proportio cubi.d.b.ad corpus.e.o.dupla ei quæ.q.o.ad.o.t.hoc eſt ei quæ.s.ad. n. p. ſed ita erat corporis.u.e.ad corpus.e.o.quare ex.*9*.quinti, cubus.d.b.æqualis erit corpori. u. e. hoc eſt pyramidi propoſitæ.

Sed ſi oportebit cubum maiorem vel minorem ipſa pyramide reperire, in qua proportione tibi placuerit, tunc opus erit aliud quadratum inuenire, quod in ea proportione ſe habeat ad quadratum.u. n.quam volueris, quo mediante ſimul cum altitudine pyramidis conſequemur propoſitum.

Aduertendum tamen quod fabricare ipſum corpus ſerratile.k.f.h.& ſolidum.f.x.neceſſarium non eſt,niſi pro demonſtratione. idemq; dico de alijs ſolidis, nam pro ſimplici operatione huiuſmodi problematis, abſque aliqua re neceſſaria ad ſpeculandum, ita faciendum erit.

Data pyramide.m.f.g.h.accipe ei' alitudinem à pũcto.m. vſque ad ſuperficiem baſis.f.g.h. quæ ſit. n. e. accipe deinde latus tetragonicum quadrati. u.n.æqualis tertiæ partis ipſius baſis.f. g.h. quod latus ſit. n. p. inter quod,et. n. e. inuentæ cum fuerint duæ lineæ mediæ proportionales. s. et.r. quarũ. s.proximior ſit. n. p. quæ quidẽ. s. erit latus cubi quæſiti.



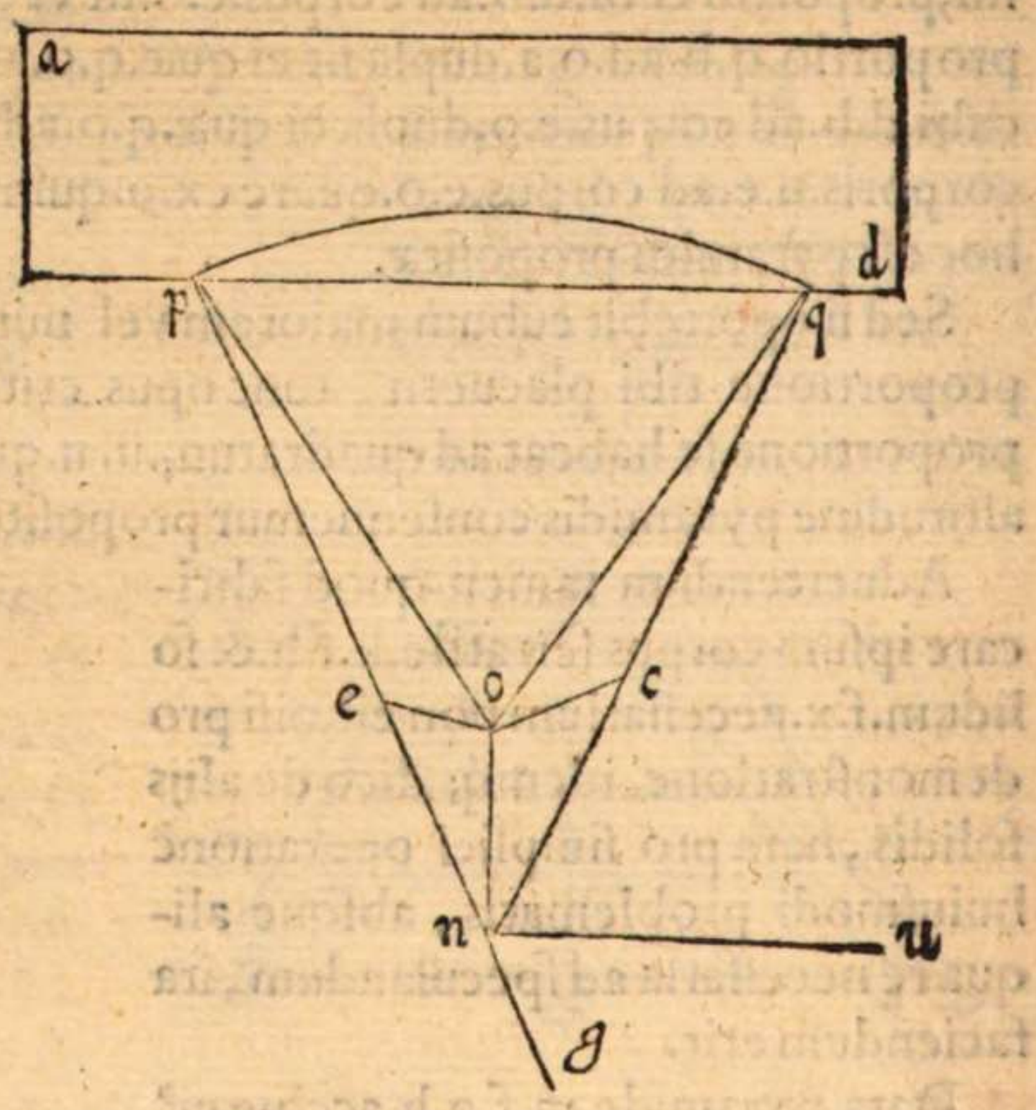


Duplex modus parallelam orizontalem alicui muro proposito una tantummodo statione ducendi.

AD EVNDEM.

DVcere parallelam orizontalem alicui muro recto proposito vna tantummodò statione, non solum possibile est sed etiam facile.

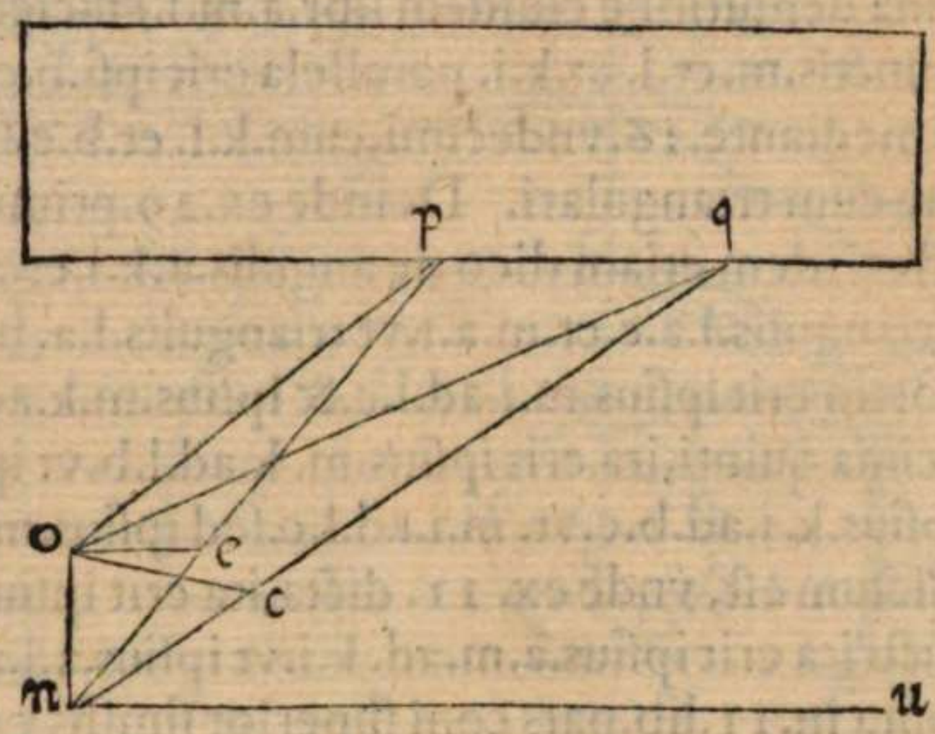
Sit exempli gratia murus rectus. a. d. situs verò. o. n. Si cupimus ducere. n. u. parallelam dicto muro, accipiatur quadratum geometricum, seu scala altimetra vel aliquod simile instrumentum, quo mediante à situ. o. videbimus punctum. q. quod volueris ipsius muri, dexterã versus, inferius tamen. ipso. o. vnde formatum habebimus triangulum. n.o.q. Quo facto ad partem siniſtrã cum eodem angulo. n.o. q. oportebit nos inuenire punctum aliquod. p. in dicta superficie muri, & tunc habebimus angulum. n. o. p. æqualem angulo. n.o.q. vnde angulus. q. n.p. nobis cognitus erit, duoq; latera. n.q. et. n.p. erunt inuicem æqualia, ex. 26. primi Euclid. cum anguli. q.o.n. et. q.n.o. sint æquales angulis. p.o.n et. p.n.o. & latus. o.n. commune, vnde angulus. q n.g. extrinsecus trianguli. p. q. n. residuusq; ex duobus rectis nobis cognitus erit, etiam & eius medietas. q.n.u. æqualis angulo. p.q.n. eo quod ex. 5. primi, anguli. q.p. sunt inuicem æquales, & ex. 32. eiusdem, æquales sunt extrinseco. q.n.g. & ex 27. n.u. erit parallela ipsi. q.p.



Aliter etiam possumus idem efficere, sumendo duo illa puncta in suprema linea orizontali ipsius muri ad superiorem partem aspiciendo, quemadmodum ad inferiorem, quod vnum & idem erit, dummodò non aspiciamus orizontaliter, eo quod nos oportet superficiem conicam producere, linea visuali mediante. cognoscere autem angulum. q.n.p. facile erit, constituendo primò instrumentum in situ trianguli. o.n.q. aspiciendoq; punctum. c. in superficie. n.q. o. & sic in alia parte, existente instrumento in situ trianguli. o.p. n. aspicere oportet punctum. e. proximum puncto. n. vbi possit metiri angulum. c.n.e.

Sed si situs puncti. n. talis esset, vt ab eo non posset aliquis murum videre ad rectos angulos, aspiceremus punctum. q. sub orizontali ab oculis nostris, in orizontali tamen puncti. n. ita quod angulus. o.n.q. rectus existat, quo facto obseruando angulum. n.o.q. eo mediante, mediantéque. n. o. cum angulo. o. n. q. cognoscemus quantitatem distantiæ. n. q. idem etiam faciendum est cum alio puncto. p. quod vo lueris, & mediantibus duobus punctis inuicem proximis. c. e. cognoscatur angulus

gulus.p.n.q.vnde ex methodo.56. primi triangulorum Monteregij, cognoſcemus reliqua trianguli. q.p.n. Conſtituendo poſtea angulum.q.n.u.æqualem angulo.n.q.p. propoſitum habebimus.



Si etiam puncta.q.p.lineæ. q. p. orizontali in eodem plano non exiſterent cum puncto. n. nihil referret, dummodo in pauimento notétur pũcta.c.c.proxima.n. in ijſdem ſuperficiebus triangulorum.n.o.p. et.n.o.q.vnde.n.c.et.n.e. erunt cõmunes ſectiones dictarum ſuperficierum cum ſuperficie pauimenti ſupra quam fit ſtatio.

CONI RECTI DIVISIO A PLANO parallelo baſi ſecundum datam proportionem.

Raphaeli de Auria.

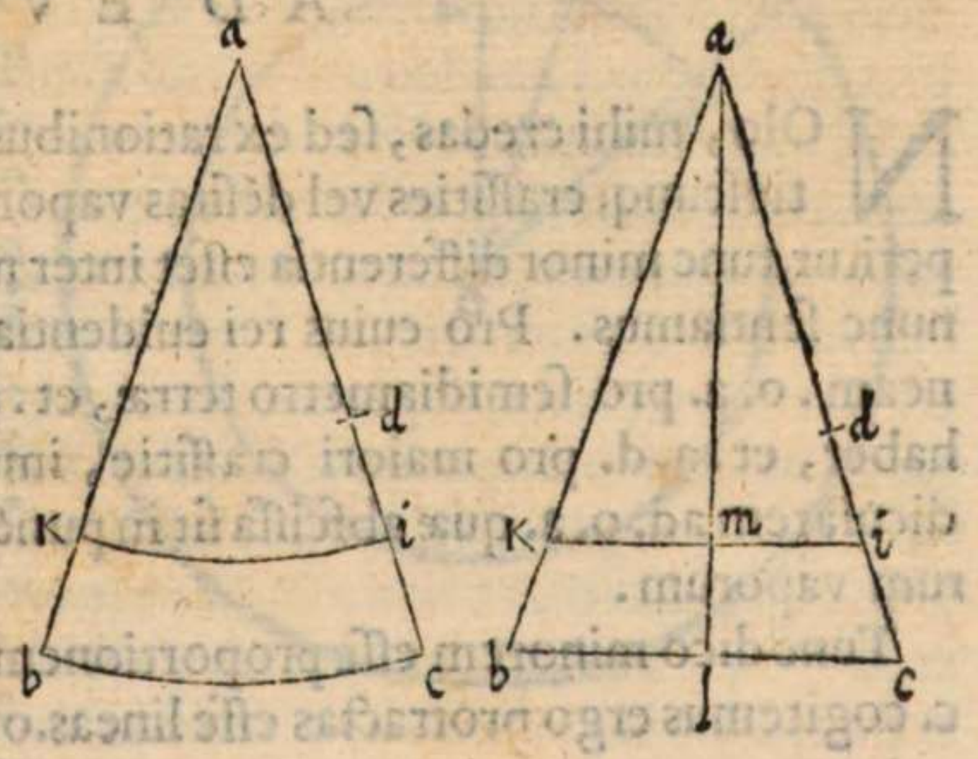
VOTIESCVNQVE volueris conum rectum diuidere à plano parallelo baſi ſecundum vnam datam proportionem, nullius tibi erit difficultatis, conceſſa tamẽ pro inuenta diuiſione cuiuſuis propoſitę proportionis per tres æquales partes.

Sit exempli gratia conus rectus. a. b. c. ſecandus vt dictum eſt, accipiatur latus ipſius, quod ſit. a. c. ipſumq; diuidatur in puncto. d. ſecundum illam proportionem quam deſideras, hoc eſt ipſius.a.c.ad.a. d. quo facto, inter totum.a. c.et.a.d.inuenian tur duæ lineæ proportionales, quarum maior ſit. a. i. tunc ſi conus. a.b. c. ſectus fuerit à plano per punctum.i.parallelo baſi, habebimus quod quærebamus.

Cuius rei ratio, primò eſt, quia quotieſcunque conus aliquis ſectus fuerit ab aliquo plano parallelo baſi ipſius, pars ſuperior ſimilis ſemper erit totali cono, quod ita probo, cogitemus conum ſectum eſſe à plano per axem. a. l. vnde ex. 3. primi Pergei, talis ſectio triangularis erit, quæ ſit.a.b.c.et.b.c.diameter erit baſis.

Imaginemur deinde.K. i. communem eſſe ſectionem huiuſmodi trianguli cum plano parallelo ipſi baſi, tunc tale planũ, circulare erit ex.4.primi ipſius Pergei.K. i.verò, eius diameter erit, et.a.m.ſuꝰ axis.

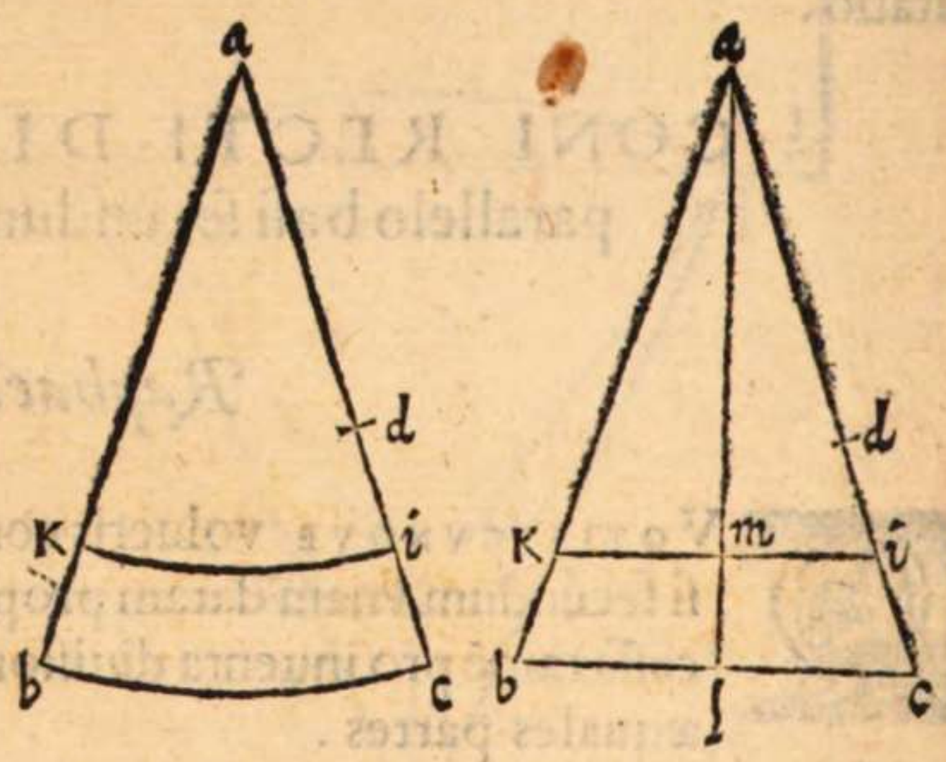
Cum verò.a.l. ſit perpendicularis ipſi baſi coni totalis, eo quod rectus ſupponitur, ideo eadem.a.m.l.erit perpendicularis etiam ipſi ſecundo plano circulari, ex conuerſa. 14. vndecimi Euclid. vnde ex



ſecunda

ſecunda definitione eiuſdem libr.a.m.l.efficiet angulos rectos cum duabus.b.c.et.K. i.in punctis.m.et.l. et.k.i. parallela erit ipſi.b.c.ex.28. primi, quod etiam poteſt concludi mediante.16.vndecimi,cum.k.i. et.b.c.ſint communes ſectiones duorum planorum cum triangulari. Deinde ex.29.primi anguli.a.i.m.et.a. c.l. erunt inuicem æquales, idem etiam dico de angulis.a.k.i.et.a.b.c. anguli poſtea ad.a. communes ſunt triangulis.l.a.c.et.m.a.i.vt triangulis.l.a. b. et. m. a. k. Vnde ex. 4. ſexti, eadem proportio erit ipſius.m.i.ad.l.c.& ipſius.m.k.ad.l.b.vt ipſius.a.m. ad.a. l. Quare ex vndecima quinti,ita erit ipſius.m. k.ad.l.b.vt ipſius.m.i.ad.l.c.& ex. 13. eiuſdem,ita erit ipſius.k. i.ad.b.c.vt. m.i.ad.l.c.ſed ipſius.m.i.ad.l.c.eſt vt ipſius.a.m.ad.a.l.quod iam dictum eſt, vnde ex. 11. dicta,ita erit ipſius.k.i.ad.b.c.vt ipſius.a.m.ad.a.l. & ex 16. dicti ita erit ipſius.a.m.ad. k.i.vt ipſius.a.l.ad.b.c. Quare ex definitione ab Eucli.poſita in. 11,lib.pars coni ſuperior ſimilis erit cono totali.

Deinde ſciendum eſt illud quod Euclid.ſcribit in. 10. duodecimi lib.hoc eſt, ꝙ proportio duarum pyramidum inuicem ſimilium, triplicata eſt ei diametrorum ſuarum baſium, hoc eſt, quod proportio. b.c.ad.k.i. tertia pars erit proportionis totius pyramidis.a.b.c.partiali pyramidi.a. k.i.ſed ita eſt ipſius.a.c.ad.a.i. vt ipſius.b. c.ad.k. i. ex. 4. ſexti cum trianguli.a. b.c. et.a. k.i.ſint æquianguli, quod ex ijs, quę ſuperius diximus facile comprẹhenditur. Quare ꝓportio.a.c.ad.a.i.tertia pars erit proportionis totius coni.a.b.c.ad eius partem abſciſſam.a.k.i.ſed eadem proportio ipſius.a.c.ad.a.i.erat etiam tertia pars proportionis ipſius.a.c.ad.a.d.Quare ex communi conceptu,proportio totius pyramidis, ad partem abſciſſam, æqualis erit proportioni ipſius. a.c.ad.a.d.



De differentia caloris Solis propter vaporum altitudinem.

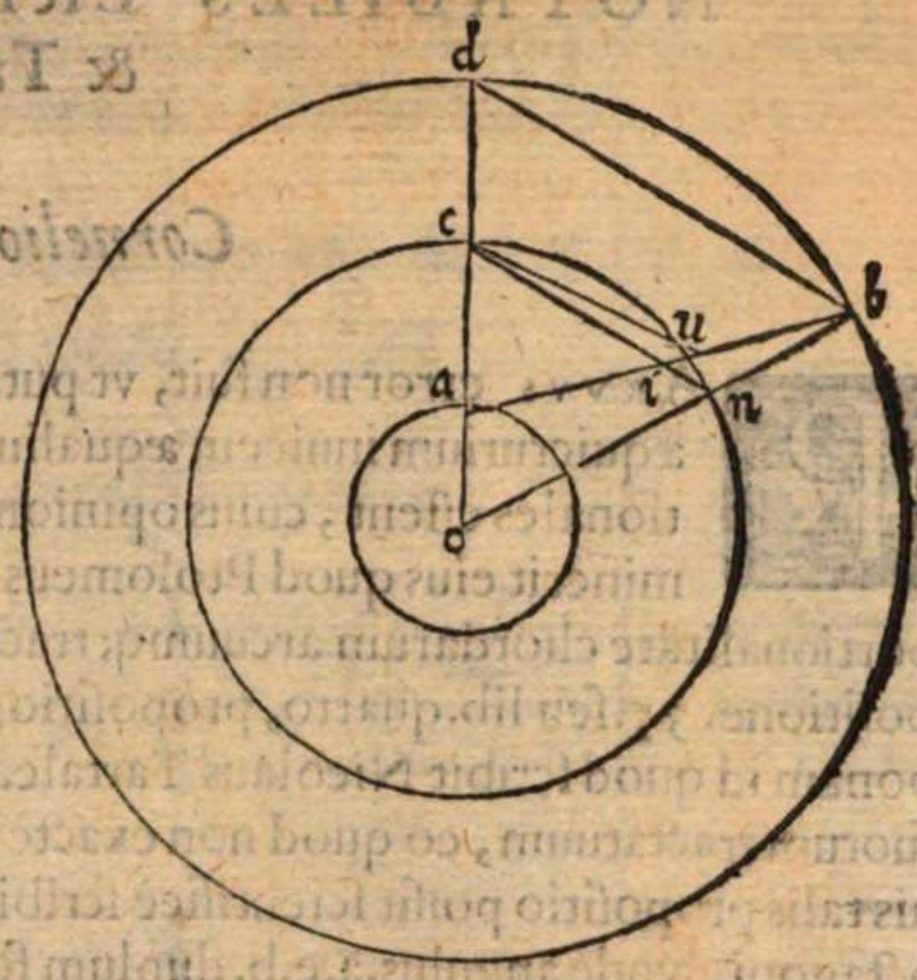
AD EVNDEM.

NOlo, mihi credas, ſed ex rationibus, quas tibi ſcribo conſidera, quod quotieſcunq; craſſities vel dẽſitas vaporũ,ſeu altitudo,maior eſſet ea,quę nunc reperitur,tunc minor differentia eſſet inter maiorem minoremq; calorem Solis,quam nunc ſentiamus. Pro cuius rei euidentia,imaginemur in hac ſubſcripta figura, lineam. o. a. pro ſemidiametro terræ, et. a. c. pro craſſitie vaporum, vt nunc ſe habet, et. a. d. pro maiori craſſitie, imaginemurque lineam. a. b. quaſi perpendicularem ad. o. a. quæ abſciſſa ſit in puncto u. à circunferentia. c. u. inferiori priorum vaporum.

Tunc dico minorem eſſe proportionem ipſius.a. b. ad. a.d. quam ipſius. a.u.ad. a. c. cogitemus ergo protractas eſſe lineas.o.b: d. b: c.u. et. c.n.quæ.c.n.ſecabit.a.u. in

puncto

puncto. i. ex communi conceptu, & parallela erit ipsi.d.b. ex. secunda parte secundæ sexti, vnde ex prima parte eiusdem, ita erit ipsius.b.i.ad.i. a. vt. d. c.ad.c. a.& coniunctim ita erit ipsius.b. a.ad. a. i. vt ipsius. d. a.ad.a.c.& permutatim ipsius. a. b. ad. a . d. erit, vt. a. i. ad. a. c . sed cum.a.u. maior sit ipsa.a.i. vt omne totum maius est sua parte . maior proportio erit ipsius. a. u. ad. a. c. quam ipsius. a. i.ad.a.c. hoc est quam ipsius . a . b . ad. a. d. Verum igitur est propositum.

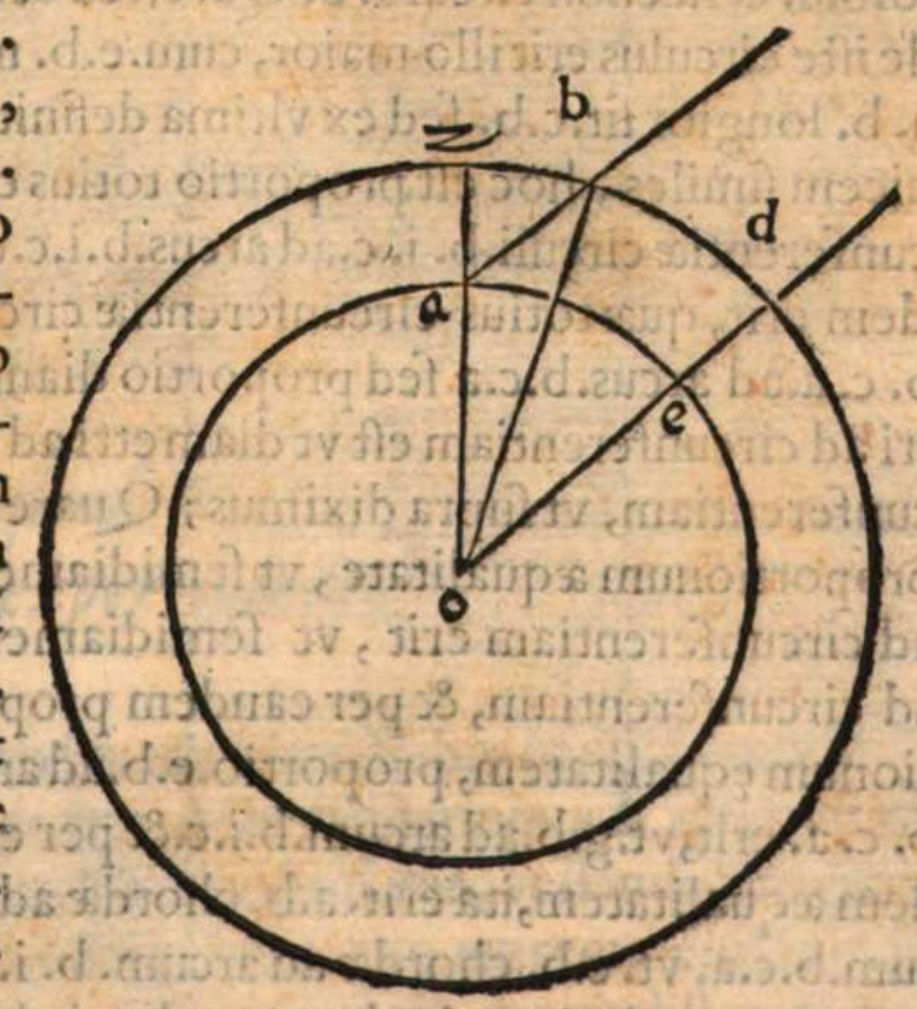


De differentia caloris Solis respectu altitudinis ipsius.

AD EVNDEM.

QVod à me postulas deinde, ita se habet. Inquis enim, quod cum differentia inter maiorem, minoremq; calorem, oriatur etiam ex differentia maioris quantitatis vaporum ad minorem, per quam quantitatem vaporum rranſit lumen Solis (vt alias etiam tibi dixi) velles nunc scire quantitatem ipsius differentię, quæ inter duas Solis datas altitudines supra orizontem reperitur.

Quapropter imaginemur circulum. a. e.pro magno terræ, et. z.b. d. pro magno vaporum, supponatur etiam quod angulus. z. o. d. vel. z. a. b. qui sunt inuicem ferè æquales, sit angulus distantiæ Solis à zenit, z. a. verò sit spissitudo vaporum,et.a. b.radius transiens per vapores dictos. nunc quæratur proportio, quæ est inter. a. b. et. a. z. qua inuenta, angulo. z . a . b. mediante, quæremus eandem mediante angulo.z.a.b. maiore priori, vel ipso minore, vnde cognoscemus differentiam duarum. a. b. quæ quidem inæquales inuicem erunt, eo quod supponatur.a. z. immutabilis, & hoc ita faciemus. Imaginabimur.o. b. quæ claudat triangulum.a.b.o.& quia. a. z.cognita est quam Alhazem docet inuenire, cognoscimus etiã o.a.vt semidiametrum terræ, vnde. o. b. et. o. a. duo latera trianguli.a.o.b.cognita erũt simul cum angulo.o.a.b. residuo duorum rectorum,co quod reliquus. z. a. b. datus est. Quare. a.b. cognita erit respectu. o. a. et.o. b. et.a. z.quæ est eorum differentia. Nunc si idem faciemus cum alia.a. b. sub diuerso angulo, habebimus propositum.

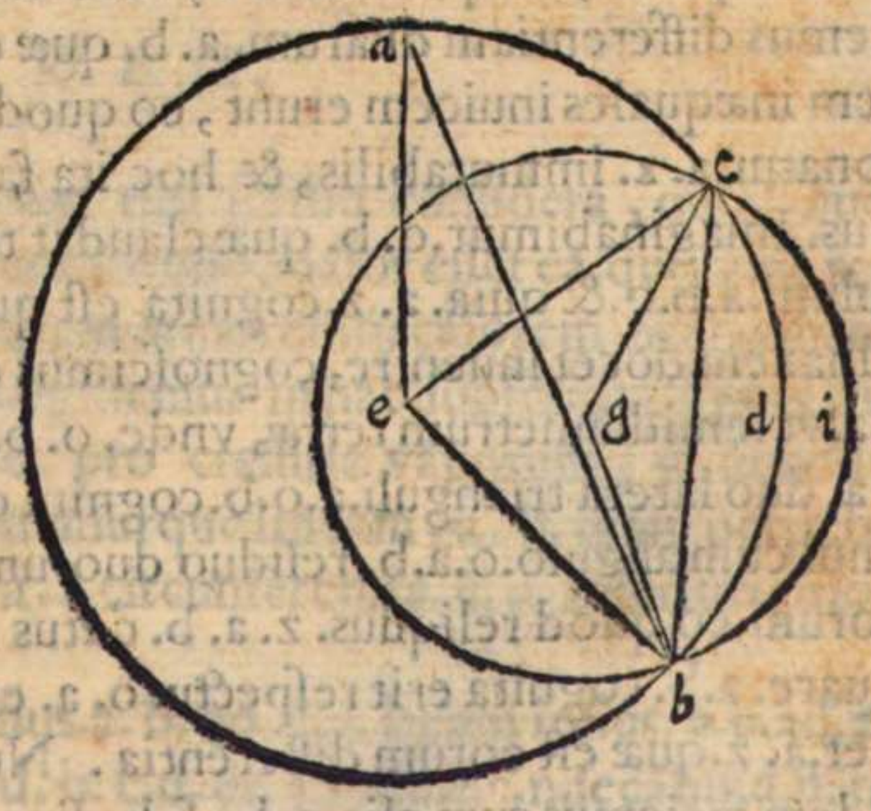


NOTA-

NOTABILES ERRORES ORONTII & Tartaleæ.

Cornelio Bitonto.

PARVVS error non fuit, vt putabat Orontius, quod anguli triangulorum æquicrurium inuicem æqualium, basibus oppositi, ijsdem basibus proportionales essent, cuius opinionis causa fuit quod nunquam viderit vel meminerit eius quod Ptolomeus scripsit lib. primo Almagesti, vbi de dispro portionalitate chordarum arcuumq; tractat, vel quod scribit Vitellio lib. primo propositione. 35. seu lib. quarto, propositione. 21. quod idem est. Sed nec ego tibi proponam id quod scribit Nicolaus Tartalea diuisioni. 28. quinti capitis quartæ partis suorum tractatuum, eo quod non exactè scientificè scripserit, nec vniuersaliter, quãuis talis propositio possit scientificè scribi, accipiendo. b. c. in eius figura, pro latere octagoni, vnde angulus. a. e. b. duplum foret angulo. b. e. c. collocato postea. b. c. in arcu. a. b. punctum. c. medium fuisset dicti arcus, et. e. c. diuideret. a. b. per æqualia, ex quinta primi, nec non ad rectos ex. 3. tertij, vnde ex. 18. primi, clare vidissemus non esse proportionem. a. b. ad. b. c. vt anguli ad angulum. Sed vniuersaliori modo possumus hoc speculari. Nam manifestè scimus, eandem esse proportionem circunferentiæ ad diametrum in omnibus circulis tam maioribus, quam minoribus. Sint igitur duo anguli. a. e. b. et. c. e. b. cuiusuis amplitudinis, quorum latera. e. a: e. b: et. e. c. sint inuicem æqualia, protrahatur. b. a. et. b. c. Tunc dico maiorem proportionem esse anguli. a. e. b. ad angulum. b. e. c. quam. a. b. ad. c. b. ducatur enim. b. g. ita vt faciat angulum. g. b. c. æqualem angulo. e. b. a. protracta postea. c. g. quæ idem faciat in puncto. c. vnde. g. b. et. g. c. æquales inuicem erunt ex. 6. primi, & quia angulus. a. æqualis est angulo. e. b. a. ex quinta eiusdem, ideo ex. 32. dicti, et. 4. sexti, horum duorum triangulorum latera, erunt inuicem proportionalia. Constituto deinde. g. centro, & secundum semidiametrum. g. b. vel. g. c. quod idem est, descripto circulo. b. i. c. necnon circulo. b. c. a. circa centrum. e. ope semidiametri. e. b. et. e. a. vnde iste circulus erit illo maior, cum. e. b. maior sit. g. b. ex. 14. quinti. cum ex. 14. tertij a. b. longior sit. c. b. sed ex vltima definitione tertij, arcus. b. i. c. et. b. c. a. erunt inuicem similes, hoc est proportio totius circunferentiæ circuli. b. i. c. ad arcus. b. i. c. eadem erit, quæ totius circunferentiæ circuli b. c. a. ad arcus. b. c. a. sed proportio diametri ad circunferentiam est vt diametri ad circunferentiam, vt supra diximus; Quare ex proportionum æqualitate, vt semidiametri ad circunferentiam erit, vt semidiametri ad circunferentiam, & per eandem proportionum æqualitatem, proportio. e. b. ad arcũ b. c. a. erit, vt. g. b. ad arcum. b. i. c. & per eandem æqualitatem, ita erit. a. b. chordæ ad arcum. b. c. a. vt. c. b. chordæ ad arcum. b. i. c. & permutando, ita erit chordæ. a. b. ad chordam. c. b. vt arcus. b. c. a. ad arcum. b. i. c. sed arcus. b. i. c. maior est arcu. b. d. c. ex communi



ni

ni ſcicntia. Quare maior proportio erit acus.b.c.a.ad arcum.b.d.c.quam ad arcum b.i.c. ex. 8. quinti. Vnde ex vltima ſexti et.12.quinti,proportio anguli.a. e.b.ad angulum.c. e.b.maior erit quam chordæ, ſiue baſis.a. b.ad chordam ſiue baſim.c. b.

DE CAVSA SVSPENSIONIS NVBIVM in aere contra Antonium Bergam.

Clariſsimo Franciſco Venerio.

EGo enim non tantum miror ea quæ mihi ſcripſiſti de opinione Ortenſij quantum quod Antonius Berga putat nubes à Sole ſupenſas teneri,id planè falſum eſt, vera cauſa huiuſmodi effectus, alia nulla eſt, niſi earundem raritas hoc eſt, cum rariores ſint ipſo aere ſubiecto, propterea ſupra ipsũ natant & ſtant ſub eo qui rarior ipſis eſt, eo quod corpora rariora poſita in medio non tam raro, aſcendunt, & denſiora in medio minus denſo deſcendunt. Nam ſi Sol ipſas nubes ſuſpenſas in aere teneret, hoc interdiu tantummodo fieret, ſed noctu, cur non deſcendunt vſque ad terram, & in eodem loco ſemper manent? Sciendum igitur eſt nubes aſcendere in altum quouſque inueniant aerem eiuſdem raritatis cuius ipſæ ſunt. Raritas enim & denſitas non ſunt res viſibiles niſi per accidens, quemadmodum etiam leuitas, & grauitas, opacitas verò & diaphaneitas magis compræhendũtur, opacitas enim ex reflexione radiorum luminoſorum, diaphaneitas verò compræhenditur ex penetratione ipſorum radiorum,opacitas autem nubis non eſt denſitas, cum valde diuerſa ſit denſitas ab opacitate, ſicut raritas ab diaphaneitate, vt aliàs dixi. Et quando dicit, quod Sol calefaciendo aerem ipſam nubem ambientem, rarefaciat eum magis quam ipſam nubem reſpondeo, hoc verum non eſſe, propterea quod radius Solis non multum calefacit ea corpora,quæ ipſi permittunt liberum tranſitum. vnde corpora quanto magis diaphana ſunt tanto minus ab ipſo radio luminoſo calefiunt,ſed ea quæ magis opaca ſunt,magis etiam calefiunt & per conſequens magis rarefiunt, cum calidi ſit per ſe rarefacere,& non attrahere, vt ipſe & ferè omnes alij putant.

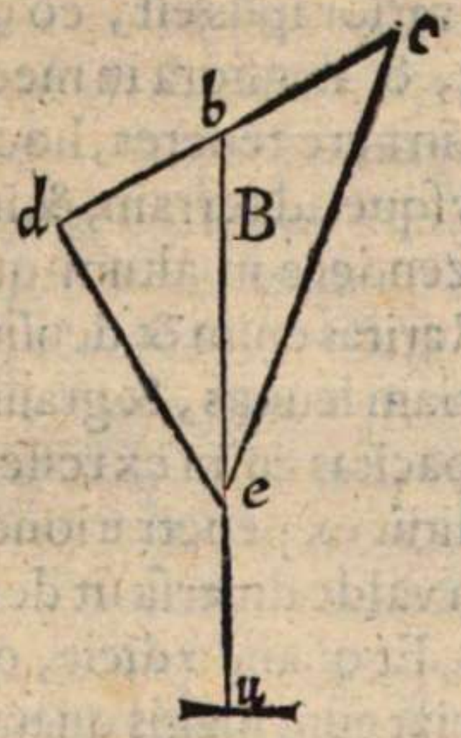
DE RATIONE EXTENSIONIS FVNIS cuiuſdam libramenti, & de quadam ſimboleitate circuli cum ellipſi.

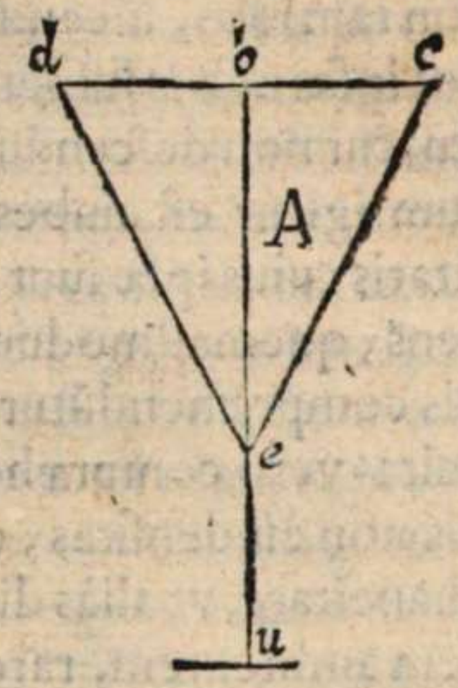
Angelo Ferrario Sereniſsimi Ducis Sabaudiæ Agrimenſori expertiſsimo.

TIBI in mentem veniet, quod cum ſuperioribus diebus in villa lucenti, in qua degebat Sereniſſimus Dux noſter, dum viridarium ad æquilibrium reducebas,eſſemus, à te quæſiui an ſcires vnde fieret, vt ſtante libramento ad angulos rectos ſupra ſuum pedem, funis quæ extrema eiuſdem libramenti cum pede in formam trianguli æquicruris coniungit, magis diſtentus exiſteret,quam cum dictum libramentum cum pede obliquum remanet, ita vt huiuſ-

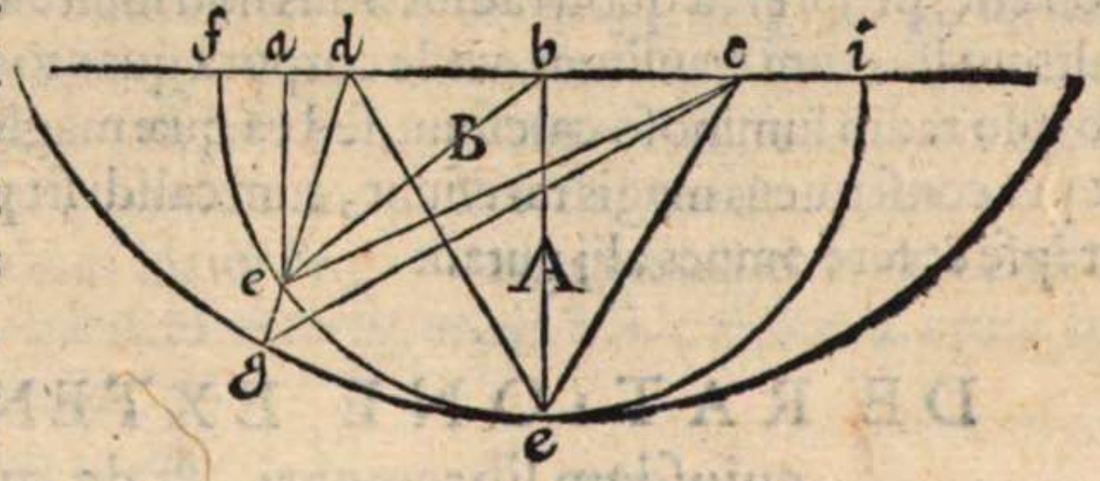
modi funis cum libramento triangulum ſcalenum conſtitueret.

Exempli gratia,ponamus lineam.d.b.c.eſſe libramentum.et.b. e. u. eius pedem, funem autem,qui aliquando cum libramento facit triangulum iſocellum,& aliquando ſcalenum,eſſe.d.e.c.eſto etiam quod in figura.A. dictus triangulus.d. e. c. ſit iſocellus, & in figura. B. ſcalenus. Tunc quæſiui à te an ſcires rationem, quare funis.d.e.c.in figura. A. eſſet diſtenſus, & in figura. B. laxus quemadmodum videbamus. cum mihi reſponderis, neſcio quid, quod nunc memoria nõ teneo, ſed quia pollicitus ſum me tibi eam afferre, propterea nunc ad te mitto. Scias ergo huiuſmodi rationem nihil aliud eſſe niſi quod in figura. A. duæ lineæ. c. e. et. d. e. ſimul è directo iunctæ longiores ſint illis, quę reperiuntur in figura. B. ſed quia funis tam in figura. B. quam in figura. A. vnus,& idem eſt, ideo in figura. B.laxatus eſt,& non intenſus,ut in figura. A. Sed vt huiuſmodi veritatis certam notitiam habeas,infraſcriptum circulum mente concipe. f. e.i. cuius ſemidiameter,æqualis ſit. b. e. & diameter ſit. f. i. in quo imaginare eſſe tuum libramentum.d.b. c.& figuras.A.et.B. & probabo lineas.d.e. c. figurę. A.longiores eſſe lineis.d.e.c. figuræ. B.





Imaginemur igitur lineam. b. e. eſſe dimidium minoris axis alicui⁹ ellipſis cuius quidem figuræ ponamus. d.et.c. centra ipſius circunſcriptionis eſſe, cuius circunferẽtia,nullidubium eſt,quin extra propoſitum circulum tranſitura, & in vno tantummodo puncto ipſum circulum tactura ſit, qui exiſtat. e. figuræ. A. ſeparatum tamen à puncto e. figuræ. B. Tunc ſi protracta fuerit linea.d. e. figuræ. B. vſque ad girum ellipticum in puncto. g. à quo ad punctum.c. ducta etiam ſit linea g. c.tunc manifeſtũ erit duas lineas d.e.et. e.c.figuræ. A. ſimul iunctas, æquales eſſe duabus.d.g.et. g. c. ſimul poſitis, vt etiam ex. 52. tertij Pergei facilè videre eſt,ſed ex. 21. primi Euclid.iam certò ſcimus.d.g.c. longiores eſſe.d.e.c.figuræ. B.ergo.d.e.c.figuræ. A.longiores ſunt.d.e.c.figuræ.B. quod eſt propoſitum.



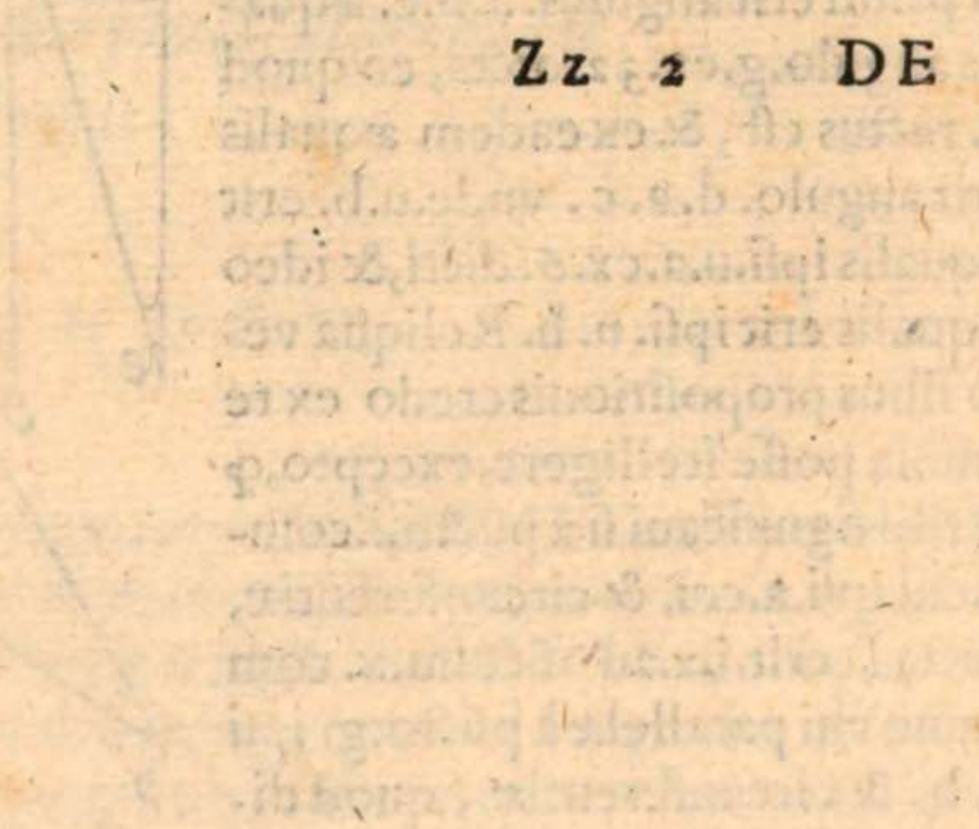
Quod etiam mihi nunc circa hoc ſuccurrit,tibi libenter ſignifico, hoc eſt, quod ſicut in ellipſi duæ lineæ.d.e.e.c.figuræ. A. ſimul iunctæ,ſunt ſemper æquales duabus lineis.d.g.g.c.in longitudine, ita in circulo duæ. d.e.e. c.figuræ. A. æquales ſunt in potentia duabus.d.e.e.c.figurę. B.

Manifeſtum enim primum eſt ex penultima primi in figura. A. quadratum. e. c. æquale eſſe duobus quadratis ſcilicet.e.b.et.b.c.& quadratum. e. d.æquale duobus. e.b. et.b.d. Quare quadrata.e. c.et.e.d.æqualia ſunt quadratis.e. b. figuræ. A.et. e. b. figurę. B. et.b.c.et.b. d. hoc eſt duplo quadrati.e.a.(ducta cum fuerit.e.a.perpendicularis ad.c.b.d.a.) duplo quadrati.a.b. ex penultima primi, & duplo quadrati.b. c. Sed quadrata.d.e.et.e.c.figurę.B.æqualia ſunt duplo quadrati.a.e.& quadrato a.d.

&

& quadrato.a.c. ex eadē. Nunc videndum eſt vtrū duplū quadrati.a.e.cū duplo quadrati.b.a.cū duplo quadrati.b.c. ſit æquale duplo quadrati.a. e. cū quadrato.a. d. & cum quadrato. a. c. Sed quia tam ex vna parte quàm ex alia habemus duplum quadrati.a.e. Videndum igitur erit vtrum duplum quadrati.a.b.ſimul cum duplo quadrati.b. c. ęquale ſit quadrato.a.c.cum quadrato.a. d.ſed hoc manifeſtum eſt.ex.10. ſecundi Euclidis, dato quod punctū. a. ſit inter.f.et.d. ſed ſi fuerit inter.d.et. b. hoc manifeſtum erit ex. 9.ſecundi dicti, nihilominus accipe hunc alium modum.

Sit hic ſubſcriptum quadratum. D. ex. a. c.in ſeipſa producta, cuius diameter ſit a.n. protrahanturq́; parallelę.d.h: b. K:l.m.o.et.r.q.s. eiq́; addatur.c.p.ad. a.c.æqualis tamen.d.a. ſitq́; protracta.p.u. vſque ad.m.o.u.vnde habebimus. a. n. pro totali quadrato, et.p.s.pro partiali,& æquali quadrato lineæ.a. d. Videndum nunc eſt, vtrū hęc duo quadrata æqualia ſint duobus quadratis lineæ.a. b.& duobus lineæ.b. c. Nā duo quadrata lineæ. b. c.ſint. K. o.et. h.l.videndum nunc eſt utrum reſiduum ęquale ſit duobus quadratis lineę. a.b. quorum vnum ſit.m.b.alterum verò.l.p. quod ſuperat.l. c.et.s.p.figuræ. D.per ſupplementum.o.t.cui æquale eſt parallelogrammum.h. m.figuræ. D. ſed ſi punctus.a. poſitus fuerit inter.d. et.b.conſtituto quadrato.d.u.cū omnibus parallelis,vt in figura. C. videre licet, in qua figura videbimus quadrata. r. n.et.d.r.ęquari duplo quadratorum.l.n.et.r.l.nam in quadrato.r.n. ipſa duo quadrata.l.n.et.r.l.capiuntur, reliquum eſt igitur vt videamus an duo ſupplementa.l.t.et.l. s.cum quadrato.d.r.ſint æqualia dictis quadratis.l.n.et.r.l.ſed quadratum.d.l. æquatur quadrato.l.n. videndum igitur eſt,



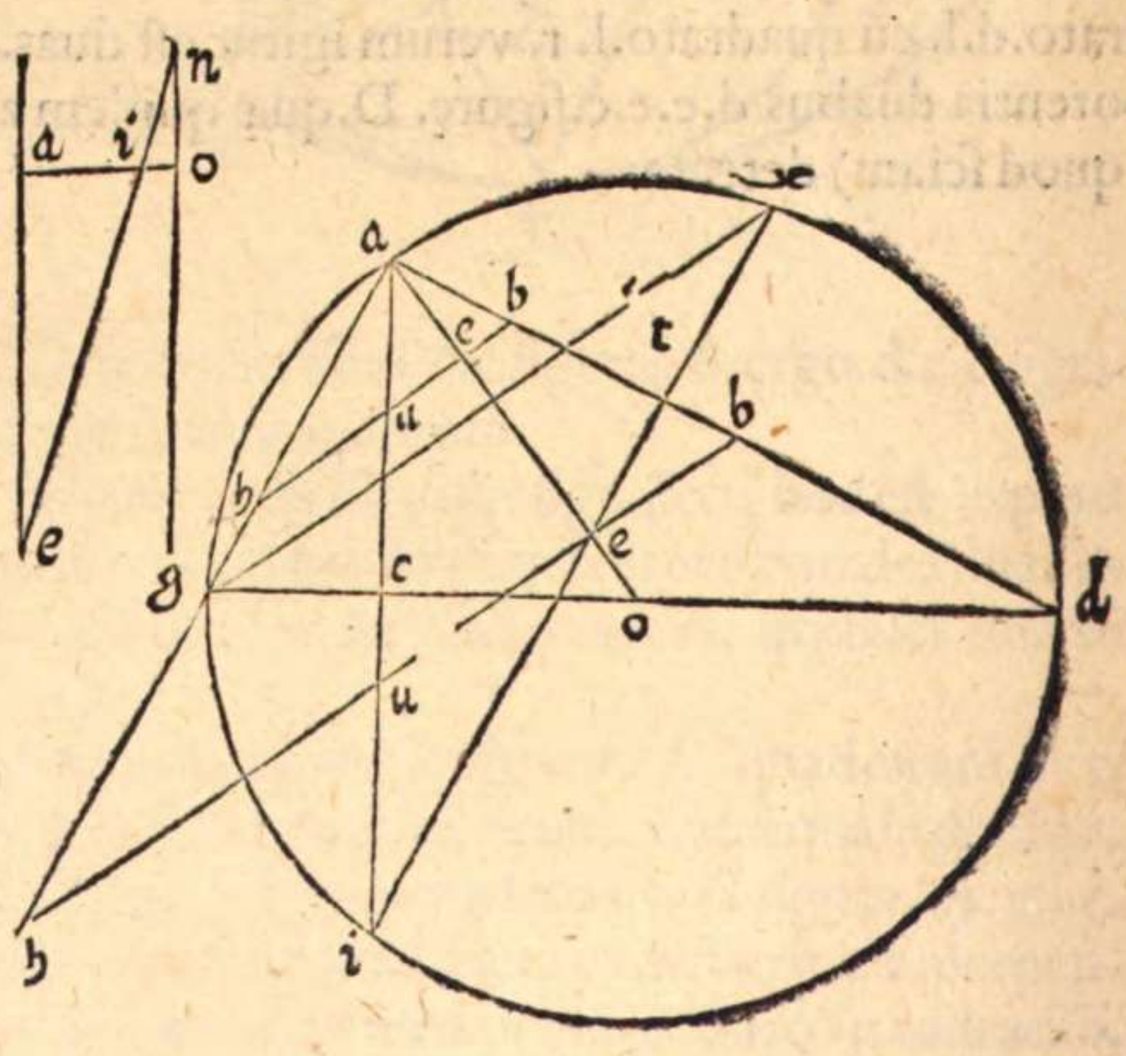
an duo ſupplementa.l.t.et.l.s.cum quadrato.d.r.ſint æqualia duobus quadratis.d.l.et.r.l.ſed quadratum.d.l.æquatur quadrato.d. r.& ſupplemento. l. t. mediante.q.l.& ſupplemento.r.b. ſupplementum verò.l.s.ſuperat ſupplemē tum.r.b.per quantitatem æqualē quadrato.r.l.quare duo ſupplementa. l. t. et.l.s.cum quadrato.d.r.æquantur quadrato.d.l. cū quadrato.l. r. verum igitur eſt duas.d.e. e. c. figuræ. A. æquales eſſe in potentia duabus d.e.e.c.figurę. D.quæ quidem affectio circuli,à nemine fuit adhuc (quod ſciam) detecta.

DE AVGMENTO PONDERIS CORPORIS ad ſtateram appenſi, & quadam alia demonſtratione, & quibuſdam erroribus Tartaleæ.

Mutio Groto.

SI ea quæ à me audiuiſti non credis, conſidera quæſo libram ſeu ſtateram o.a.cuius centrum non longitudinis ſed ponderum ſit.i.quę ſtatera,vt orizontaliter conſiſtat, oportebit pondus extremitatis. o. ita ſe habere ad pondus extremitatis.a.ut.a.i.ſe habet ad. o. i. quod te ſcire puto,imaginemur nunc duas lineas.a.e.et. o.n.parallelas infinitasq́; & à puncto.n. immobili, & fixo extra ſtateram, tranſeat per.i. linea.n.i.e. Cogitemus etiam punctum.e. interſectionis ipſius.n. i.e.cum.a.e.progredi vniformiter continuòq́; ab.a.per lineam.a.e. vnde punctum.i.interſectionis ipſius.n.i.e.cum.a.i.o. ſemper vicinius fiet puncto. o. nec unquam cum illo vnum erit, quamuis moueatur tempore infinito. Nunc autem dico, quod cum ſtateram.o.i.a.oporteat ſemper orizontalem eſſe virtute ponderis, o.oportebit pundus.o.in infinitum etiam augeri, quotieſcunq; pondus.a. nunquam diminui voluerimus vel econtra hoc in infinitum diminui, ſi illud nunquam augeri voluerimus.

Sed re vera non putabam te indigere aliqua demonſtratione, quod linea.b.h.diuiſa ſit per æqualia à linea.c. a. cum hæc perpendicularis ſit ab.a.ad baſim.g.d.in triā gulo orthogonio. g. a.d.& cum ſit. b. h.perpendicularis ad.a.o.ex ſuppoſito quæ. a. o. in ſe habet punctum medium baſis.g.d.nec nō illud anguli recti.a. quod per ſe clariſſimum eſt, cum iam ſcis.o.eſſe centrum circuli circundantis triangulum.g.a. d.orthogonium,et.g. d.eius diameter, vnde.o.a.æquabitur ipſi.o.g.quapropter angulus o.a.g.æquabitur angulo.g. ex quinta primi, deinde ex.32.eiuſdem,angulus. h.æquabitur angulo.d.eo quod angulus.e. rectus eſt, quemadmodum et. a. ſed angulus. d. æqualis eſt angulo.g. a. c.& propterea angulus.h.erit etiam æqualis angulo. h. a. u. vnde. h. u. æqualis erit ipſi . u. a.ex.6.primi,cum poſtea angulus. o.a.d.æqualis ſit angulo.d.ex quinta primi erit angulus. a.b.e. æqualis angulo.g.ex.32.dicta, eo quod e. rectus eſt, & ex eadem æqualis erit angulo. d. a. c. vnde.u.b. erit æqualis ipſi.u.a.ex.6. dicti,& ideo æqualis erit ipſi. u. h. Reliqua verò illius propoſitionis credo ex te omnia poſſe ītelligere,excepto,q vt tibi ſignificaui ſi à pūcto.i.communi ipſi.a.c.u. & circunferentiæ, ducta fuerit.i.x.ad pūctum.x. commune vni parallelæ à pūcto.g. ipſi h. b. & circunferentiæ , quod dicta.i.x. ad rectos erit ipſi.a.b.d.eo quod cum angulus.a.g. x. æqualis ſit



sit angulo.a.h.b. propter æquidistantiam dictam, æqualis etiam erit angulo.d.& arcus.a.x.æqualis arcui.a.g.vnde angulus.a.i. x. æqualis erit.d.sed angulus.i.a.d.communis est triangulis.c.a.d.et.i.a.t.quare angulus.a.t.i.rectus erit,vt.c.hoc est.i.x.perpendicularis erit ipsi.a.d.

Sed vbi tibi scripsi circa finem illius epistolæ, Tartaleam errasse in quinta propositione primi lib.suæ nouæ scientiæ,non sine ratione illud scripsi. Nam, inquit ipse, nullum corpus æquè graue potest in aliquo temporis spatio moueri motu naturali, violentoq; simul mistis. Vbi decipitur,eo quod non animaduertit incrementum velocitatis vnius motus, simul esse cum decremento velocitatis alterius, eodemq; tempore, vt manifestè patet in itinere corporis, ab ipso pro exemplo assumpto, hoc est quod velocitas motus in spatio.c.d. crescit vt naturalis, & decrescit vt violenta. nã crescit orizontem versus & decrescit in remotione à linea. a. b. sed si à puncto. c. ad punctum.d.motus esset purè violentus, vt putat Tartalea, corpus illud minimè descenderet, eo quod uirtus mouens,in.a. posita,nullo pacto potest talem effectum efficere, vnde ab ipsa natura prouenit descensio illius corporis propter grauitatẽ, quã dictum corpus habet in tali medio, aeris scilicet, & non ex violentia aliqua. Sed si dixisset ipse, illum motum esse purum naturalem, hoc esset falsum, eo quod purus naturalis motus alicuius corporis non impediti, extra locum suum,fit per lineam rectam, & non per curuam, vt videre est inter.c.et.d.

In vltima propositione deinde eiusdem lib.quæ.*6*.est decipitur similiter, & hæc deceptio oritur ab ignoratione quintæ,& à putando motum naturalem non esse causam ipsius descensus per spatium.c.d. Sed quia tibi significaui expeditiorem viam reperiri ad cognoscendã proportionem inter.a.h.et.a. e. in vltima propositione secundi lib.ipsius Tartaleæ, ipsam nunc tibi scribo. Nã iam scis angulum.h. l. i. diuisum esse per æqualia ab.P. l.& quod.a.h.et.h.p.æquales inuicem sunt ex.*6*.primi Eucli.vnde.p.i.et.a.h.æquales erunt inuicem similiter, sed ex.*3*.sexti ita est ipsius . a. l. ad.l.i.vt ipsius.a.p.ad.p.i.& coniunctim ita erit.a.l.i.ad.l.i.vt.a.i.ad.p.i.sed.a.l.cognita est ex eius quadrato,et.l.i.etiam, cum æqualis sit ipsi. a.i.vnde ex regula de tribus notam habebimus.p.i.respectu.a.i.& ita respectu.a. e. si hypotheses ipsius Tartaleæ veræ sunt.

Alia demonstratio impossibilitatis diuidendi per æqualia proportionem superparticularem in discretis.

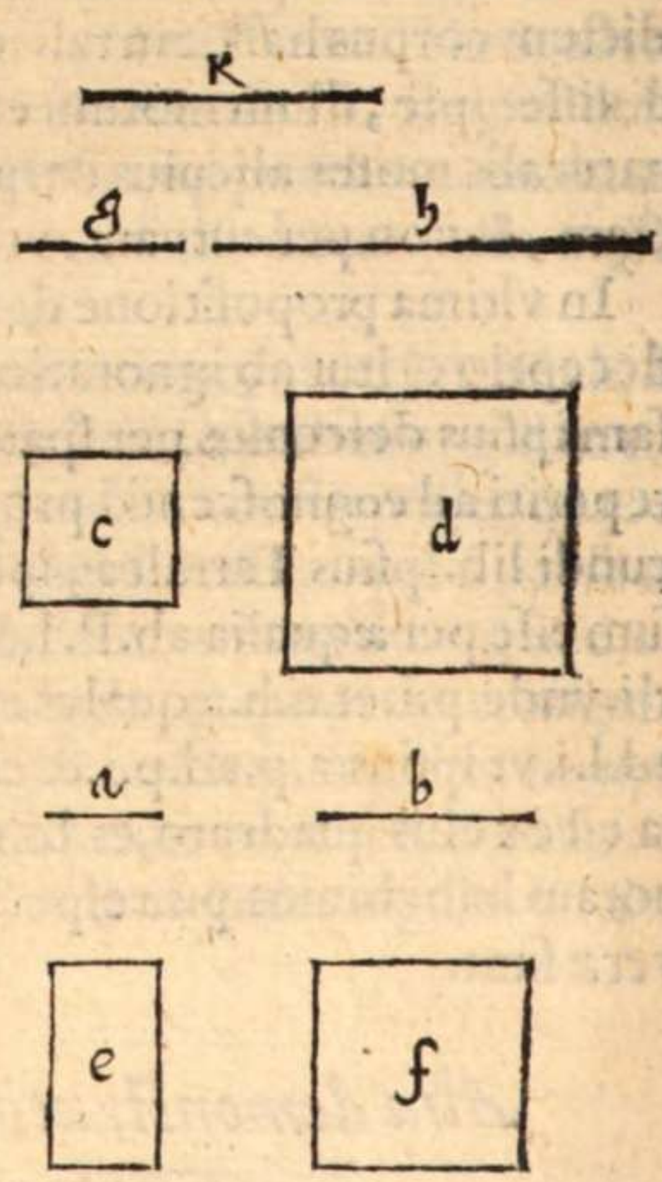
AD EVNDEM.

QVod à me postulas, hoc est scientiam impossibilitatis diuidendi per æqualia proportionem superparticularẽ in numeris satis à Campano in. 8. octaui potes habere, Iacobus Faber Stapulensis etiam idem tractat in libello suę musicæ demonstratæ. Sed si etiam alia via idem desideras, quamuis longiori, nihilominus vniuersaliori, considera duos numeros.g. et.h.inuicem relatos secundum proportionem superparticularem, quam volueris. Tunc dico impossibile esse, vt per æqualia diuidatur, quod si dixeris possibile esse, sit per te. K. medius numerus

propor-

proportionalis inter.g.et.h.quare.g.et.h.non erunt minimi in ea proportione, quia vnitas diuiſibilis eſſet ſi.g.h.minimi fuiſſent, quod non conceditur, ſint igitur minimi in dicta proportione.a.et.b.quorum differentia erit vnitas, vt ſcis, ſitq;.c.quadratum ipſius.g.et.d.quadratum ipſius.K.tunc clarum erit ex.11.octaui, quod proportio ipſius.c.ad.d.eadem erit quæ.g.ad.h.hoc eſt vt ipſius.a.ad. b. vnde ſi vnus terminorum.a,vel.b.eſſet quadratus, reliquus etiam quadratus eſſet ex.22. octaui, & ex 16.eiuſdem,inter.a.et.b.reperiretur aliquis medius numerus proportionalis, quod fieri non poteſt ex hypotheſi, cum inter.a.et. b. nullus ſit numerus, quia differunt inter ſe per vnitatem tantummodo. Nunc autem cum nullus numerorum.a.vel.b.quadratus ſit, ponatur quod.f. quadratus ſit ipſius.b.et.e.ſit productum ipſius. a.in.b.vnde ex.18.ſeptimi,proportio ipſius.e. ad.f.erit vt.ipſius.a.ad.b.hoc eſt vt ipſius. c.ad d. quapropter.e. erit quadratus ex.22.octaui, cuius latus tetragonicum eſſet mediũ proportionale inter.a.et.b.ex.20.ſeptimi, quod eſt impoſſibile, vt iam dixi, cum.a. et.b.ſint inuicem conſequentes, vnus poſt alium immediatè.

Superius enim dixi hunc modum eſſe vniuerſalem, hoc eſt quod hac methodo poſſumus in cognitionem venire, quod non ſolum in duas æquales partes diuidi non poſſit, ſed nec in tres, nec quatuor nec quot voleueris. Primum enim quod non in tres diuidatur à te ipſo cognoſces ope cuborũ vice quadratorũ,ope vero cenſuũ cẽſuũ, vel qui cognouerit eam proportionẽ eſſe indiuiſibilem per æqualia,illicò etiam cognoſcet indiuiſibilem eſſe per quatuor partes, ope verò primorum relatorum,cognoſcet non eſſe diuiſibilem per quinq; partes, & ſic de cęteris, ſed mediantibus ijs quas ſcripſi de iſtis dignitatibus in libro Thęorematũ arithmeticorum.



Id autem quod Illuſtriſſimus Daniel Barbarus ſcribit in quinta parte ſuæ perſpectiuæ, ſi ſupra aliquo immobili, atque magno pariete facere volueris, te oportebit hoc ex reflexione radij ſolaris à ſpeculo plano perficere.

DE INVENTIONE DIAMETRI circuli circunſcribentis triangulum.

Franchino Triuultio.

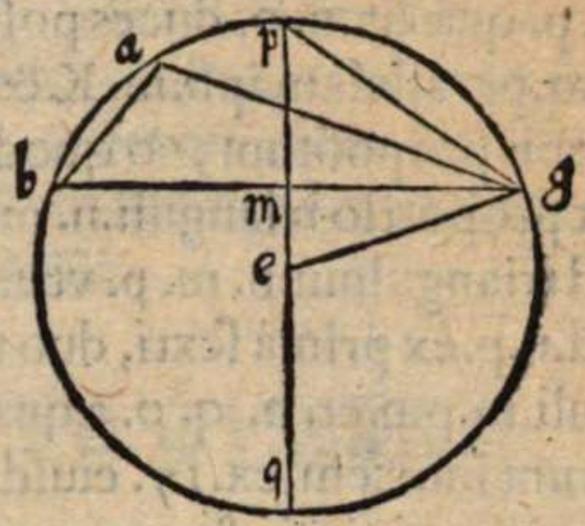


VOD mihi nunc proponis eſt triangulum, cuius baſis cum angulo ſibi oppoſito dantur. Velleſq; diametrum circuli apti eum triangulum circunſcribere inuenire in diſcreto.

Sit igitur triangulum.a.b.g. cuius baſis.b.g.ſimul cum angulo. a. ei oppoſito data ſit in numeris. Imaginetur ergo circulus circunſcribens ipſum triangulum.b.p.g,q.cuius diameter ſit.q.p.perpendicularis eius baſi. b. g. vnde. b. g. diuiſa erit per æqualia ab ipſo diametro in puncto.m: per tertiam tertij, protrahatur etiam

e.g.

e.g.vnde angulus.g.e.q.æqualis erit angulo.b.a.g. portionis, cum duplus sit angulo q.p.g. medietati anguli ipsius portionis ex.19. tertij, ita quod angulus.q.e.g. nobis cognitus erit,& similiter arcus.g.q. & consequenter arcus.p.g.residuum medij circuli, & sic.m. g. eius sinus rectus, & etiam chorda p.g.vt dupla sinus dimidij arcus. p.g.& sic.p.m.eius sinus versus,vel vt tertium latus trianguli orthogonij.p.g.m.vnde nobis cognita erit proportio ipsius.b.g.(quæ dupla est ipsi.m.g.)ad. m.p. & quia productum.p.m.in.m. q.æquale est ei, quod fit ex.b.m. in m.g. ex.34.tertij,quapropter nobis cognita erit pars q.m.quæ cum.p. m.complet totum diametrum.q.p. vnde nobis cognita erit proportio ipsius.b.g.ad.q. p. qua mediante cognoscemus diametrum secundum partes illas quibus proposita fuerit. b.g.

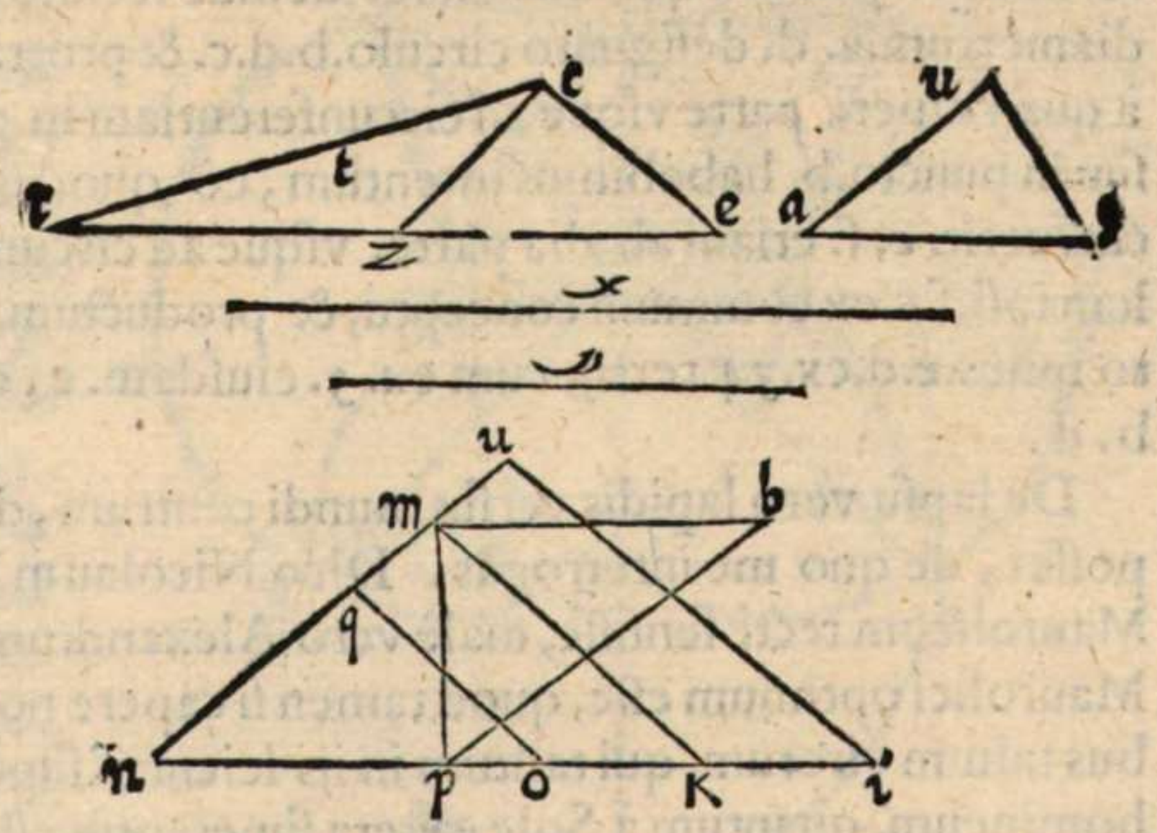


Hoc autem problema non in numeris sed in continuo ab Euclid. ponitur in. 32. tertij.

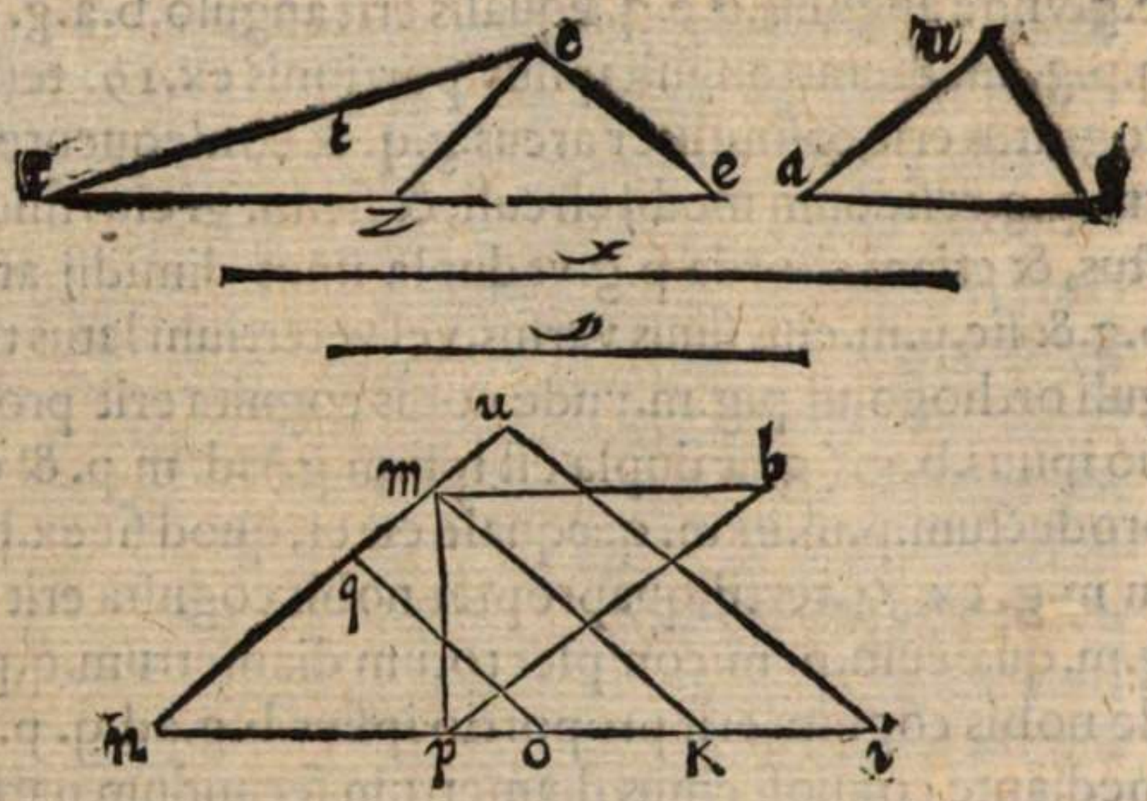
De inuentione alterius trianguli conditionati.

AD EVNDEM.

QVotiescunque etiam inuenire voluerimus triangulum aliquem, puta. n. q. o. æqualem triangulo.t. (exempli gratia) proposito,qui habeat angulum.n. æqualem angulo.a.dato, latera vero continentia ipsum angulum.n.sint inuicem proportionata vt.x.et.y.ita faciemus, accipiemus lineam.n.m. cuius volueris magnitudinis, supra quam constituemus triangulum.m.n.p.æqualem triangulo.t.hac methodo, hoc est prolungando latus.r.z.trianguli.t.quod sit.r.e. ita vt duplum sit ipsi. r. z. ducendo postea.c.e. habebimus ex. 38. primi triangulum . t. esse dimidium totius trianguli.r. c. e. designabimus deinde ex. 44.dicti superficiem.p. n. m. b.parallelogrammam æqualemq; triangulo. r. c. e. habentem angulum. n. æqualem angulo. a. ducatur postea.p. m.& habebimus triãgulum. m.n.p.æqualem.t.cum angulo.n.æquali angulo.a.producatur postea.n.p. ita vt.n. K. se habeat.ad.n. m. quemadmodum.x. ad.y. quod erit facillimum producendo. n. m . et. n. K.indeterminatè si oportuerit, deinde eas ad æqualitatem secando ipsis. x . et. y. efficiendo exempli gratia quod . n . i . sit æqualis ipsi.x.et.n.u. ipsi. y.ducendo postea.u. i. deinde à puncto.m. ducendo.m. K. æquidistanter . u . i . ex. 31. primi. & sic habebimus ex. 4. sexti proportionem.x. ad. y. esse inter . n. K . et. n. m.inue-



m. inuenies poſtea ex. 9. eiuſdem lineam aliquam mediam proportionalem inter.n. K. et. n. p. quæ ſit. n. o. duces poſtea o.q.parallelam ipſi.m. K.& habebis propoſitum, eo quod cũ ſit proportio trianguli.n. m.K. ad triangulum.n. m. p. vt.n.K. ad.n.p.ex prima ſexti, duo triãguli.m.p.n.et. n. q. o. æquales erunt inuicem,ex.17. eiuſdem & ex. 9. quinti, & proportio. o.n.ad.n.q. erit, vt.x.ad.y. ex. 11.dicti, cum ex. 4. ſexti ſit vt. n. k. ad.n. m.

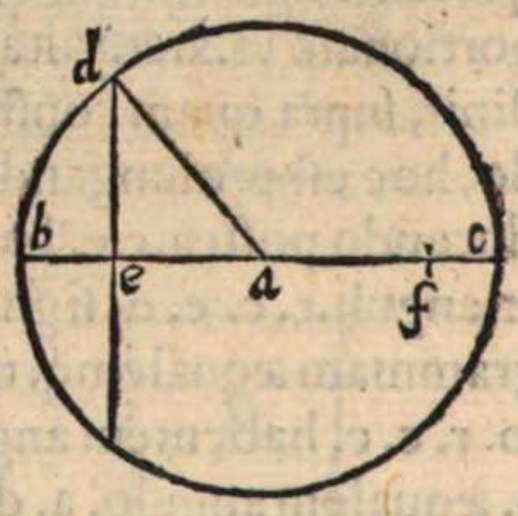


De producto conditionato.

AD EVNDEM.

PRoponis deinde mihi duas rectas lineas, vni quarum, vis vt aliam quandam directè coniungam, ita quod productum huius aggregati in lineam adiunctam æquale ſit quadrato alterius.

Vt exempli gratia ſi fuerint duæ lineæ.e. d. et. e.f.oporteretq; nos ad lineam.e. f.aliam lineam puta.f.c.vel.e. b.iũgere, ita longam, vt productum totius compoſiti.e. c. vel. f.b. in.f.c. vel. e. b.eſſet æquale quadrato ipſius. e.d.



Hoc enim nullius eſſet difficultatis, eo quod quotieſcũque.e.d.coniuncta erit cum. e.f. ad rectos, diuiſaq; per medium à puncto. a. à quo ducta.a.d. deinde ſecundùm ſemidiametrum.a. d. deſignato circulo.b.d.c. & protracta. e. f. à qua volueris parte vſque ad circunferentiam in pũcto. c. ſeu in puncto.b. habebimus intentum, eò quod ſi producta fuerit. e. f. etiam ab alia parte, vſque ad circunferentiam,habebimus.b.e.æqualem ipſi.f.c.ex communi conceptu, & productum. e. c. in. e. b. æqualem quadrato ipſius.e.d.ex.34.tertij, cum ex. 3. eiuſdem. e. d.medietas ſit chordæ arcus dupli b. d.

De lapſu verò lapidis verſus mundi centrum, dum ipſum attingere, ac præterire poſſet, de quo me interrogas. Dico Nicolaum Tartaleam, nec non Franciſcum Maurolicum rectè ſenſiſſe, malè verò Alexandrum Piccolhomineum, & exemplum Maurolici optimum eſſe, quod tamen ſi capere non potes, crede ſaltem authoritatibus talium virorum, qui tantum in ijs ſcientijs ſuperant ipſum Alexandrum Piccolhomineum, quantum à Sole cætera ſuperantur aſtra.

Lapis igitur ille tranſiret centrum, reddiretq;,cum diminutione tamen motus impreſſi, eo fermè modo vt ſcribunt iudicioſiſſimi illi viri, donec poſt multas reddi-

tiones ſurſum,deorſumq; quieſceret circa centrum mundi. Lucidioris tamen intelli

gentiæ

gentiæ gratia cogita filum illum (exempli adducti ab illis doctissimis viris) cui pondus appensum est, æqualem esse axi orizontis, hoc est eius extremitatem immobilem esse in primo mobili, & in ipso zenit tui orizontis, tunc arcus motionis ipsius lapidis per tantum interuallum, quantum est diameter terræ, insensibiliter differret à linea recta, & cum lapis distans à centro mundi per semidiametrum terræ, iret rediretq;, vt scis, ergo idem faceret si filum longius esset per dictum terræ semidiametrum, ita vt posset ipsum centrum attingere, nam differentia illa semidiametri terræ, ferè nulla est respectu semidiametri ipsius primi mobilis.

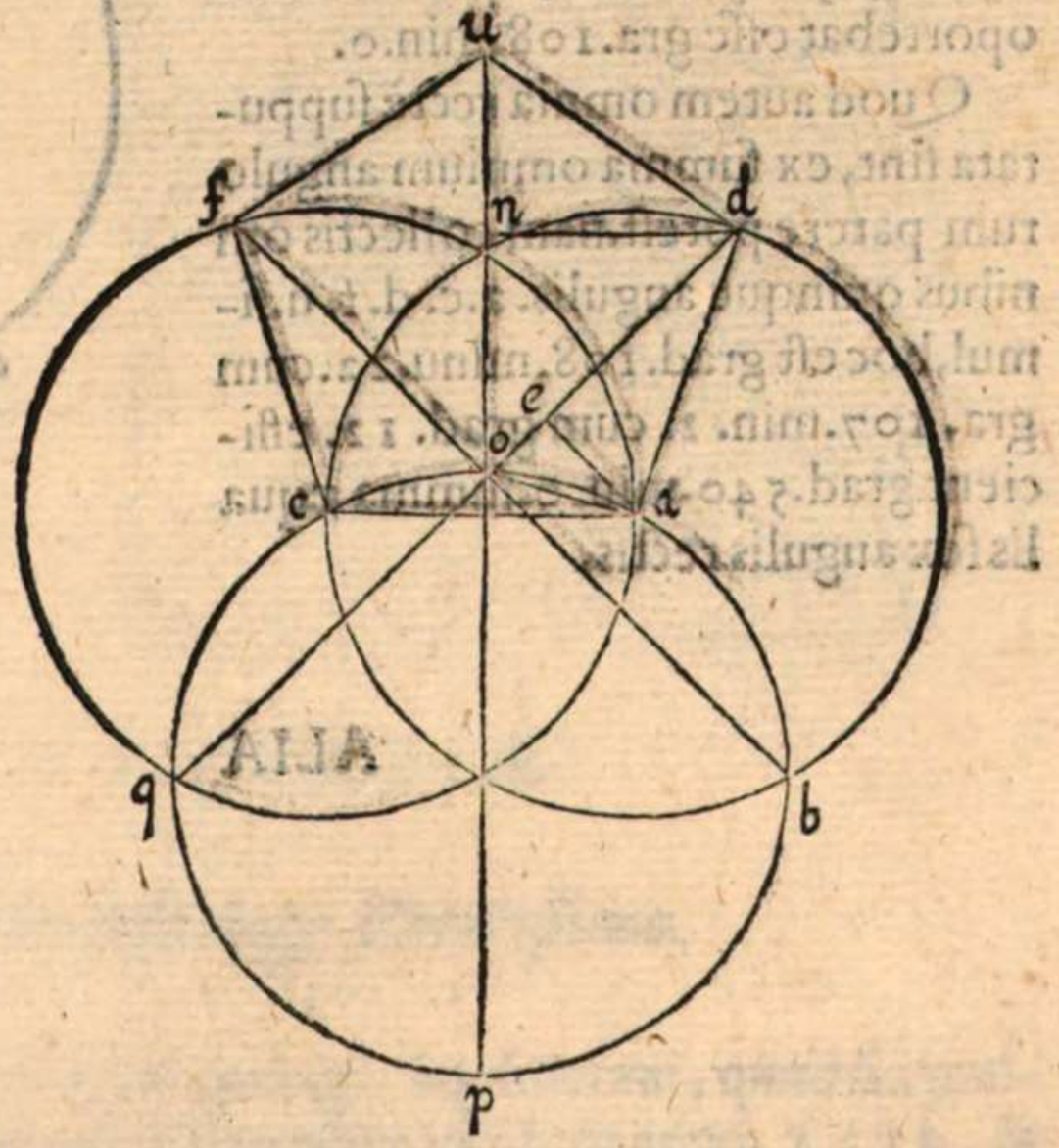
AN PENTAGONVS AB ALBERTO DVRERO descriptus æquiangulus sit.

Conrado Neubart.

SI non credis Pentagonum ab Alberto Durero super datam lineam designatum, æquiangulum non esse. Fingamus hic subiectam figuram similem ei quæ à Durero ponitur, in qua primò, ducta sit linea. o. a. & habebimus angulum. a. o. b. graduum. 60. talium qualium duo recti fuerint gra. 360. vel. 30. talium qualium duo recti fuerint. 180. nam ex suppositio, arcus. a. b. est sexta pars totius circunferentiæ, angulus vero. b. o. d. rectus est, eo quod. b. o. q. rectus etiam sit, quare angulus. d. o. a. residuus ex recto erit graduum. 60. talium, ut rectus est. 90. angulus verò. 6. a. c. erit gra. 15. eorundem.

Ducatur deinde perpendicularis. a. e. ad. o. d. quæ vt sinus anguli. a. o. e. erit partium. 86602. talium qualium. a. o. erit. 100000. quæ quidem. o. a. vt chorda arcus. a. o. est partium. 51762. talium qualium. a. d. vel. a. c. semidiameter est. 100000.

Nam sinus dimidij arcus. a. o. (existente. a. o. graduum. 30.) est partiũ. 25881. ex quo. a. e. erit partium. 44827. talium qualium. a. d. erit 100000. vnde angulus. a. d. o. cuius sinus est. a. e. erit graduum. 26. min. 38 qui quidem angulus, sumptus cum angulo. a. o. d. erit gra. 86. min. 38. Dempta denique hac summa ex duobus rectis gra. 180. reliquum erit gra. 93. min. 22. idest angulus. o. a. d. cui additus cum fuerit angulus. o. a. c. gra. 15. talium, habebimus angulum. c. a. d. graduum. 108. min. 22. exuperantem verum angulum pentagoni per min. 22. vel sic, cum inuentus fuerit angulus. a. d. o. gra. 26. min. 38. si ex vno recto demptus fuerit, relinquetur angulus. d. a. e. gra. 63. min. 22. qui quidem collectus cum fuerit cum angulo. e. a. o. residuo ex recto dempto angulo. a. o. é. grad. 60. qui. e. a. o. est grad. 30. &



etiam collectus cum angulo.o.a.c.grad.15.hi tres anguli efficient angulum. d. a. c. dictum grad.108.min.22.

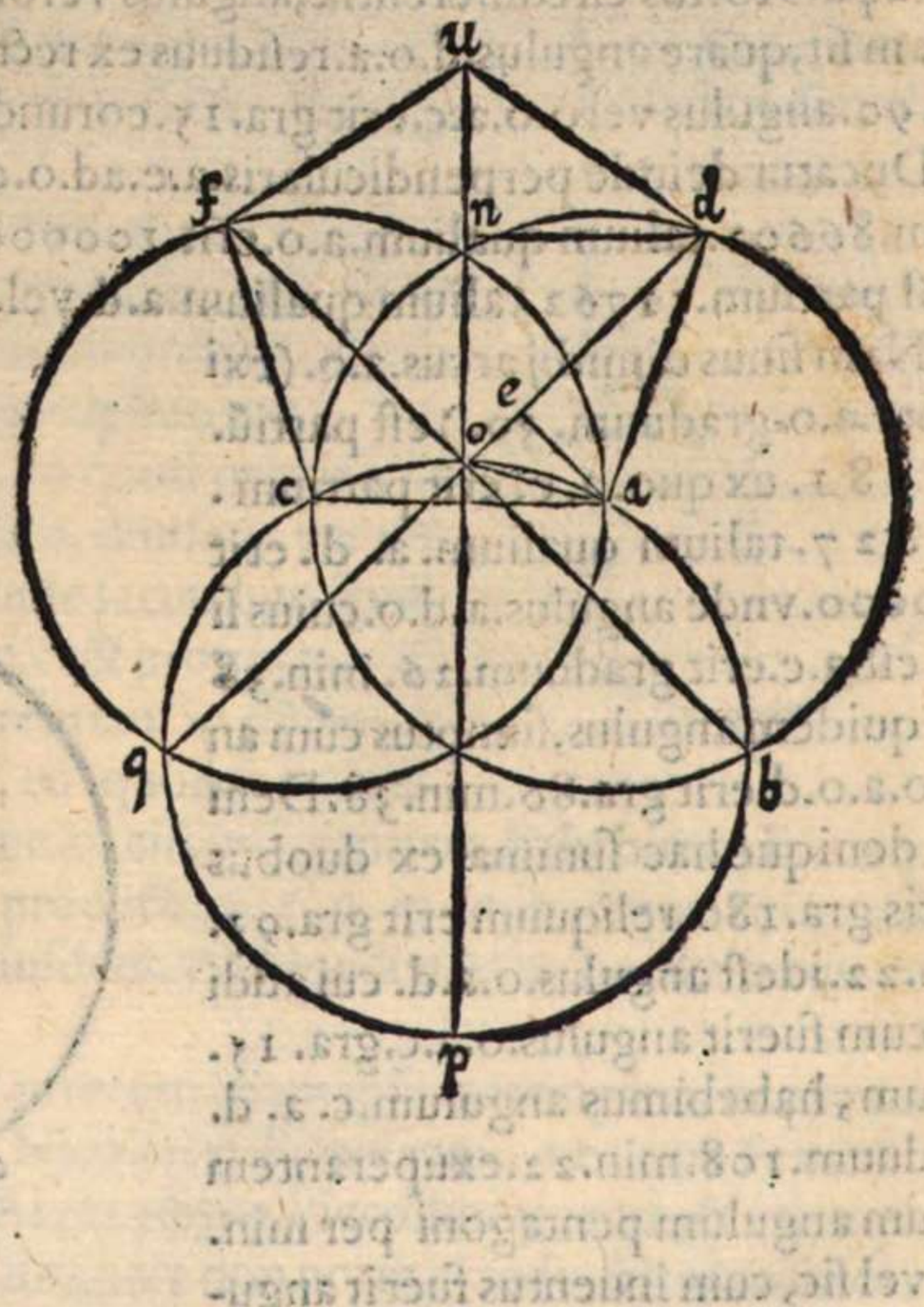
Examinatio anguli. u.

Ducatur.d.n. quam quidem.d.n.cognoscemus vt sinus anguli.d.o.n.gra.45.nam angulus ei contrapositus.q. o.p. est dimidium recti, quare.d.n.erit partium. 70710. talium qualium.d.o. fuerit.100000.sed d.o.est partium.115270.qualium. a. d. est. 100000.nam.e.d.vt sinus anguli.e.a.d.gra.63.min. 22.est partium.89389. o. e. vero est partium.50000.talium qualium.a.o.est.160000.vt sinus anguli.e.a.o.gra.30. sed vt.a.o. est partiũ. 51762.hoc est vt.a.d.est.100000.ipsa.o.e.erit partiũ.25881 quæ iuncta cum fuerit cum.e.d.efficiet.d.o.partium.115270.vt dictum est, quapropter cum. d.n. sit partium.70710.talium qualium.d.o.fuerit.100000. ipsa. d. n. erit partium.81507.talium qualium.d.o.erit.115270. idest qualium.d. a. vel. d. u. erit 100000.quæ quidem.d.n.est sinus anguli.d.u.n. graduum scilicet.54. 36. cuius duplum erit gra.109.mi.12.debebat tamen esse.108.m.0.

Examinatio anguli. d.

Accipe angulum. a. d. o. gra.26. min. 38. vt supra, cui applica angulum.o.d.n.gra.45.min. 0. simul cum angulo. u. d. n. residuo ex recto graduum.35.minu. 24. & conficies angulum.a.d.u.grad. 107. minu. 2. & habebis propositum, quem tamen oportebat esse gra.108.min.0.

Quod autem omnia rectè supputata sint, ex summa omnium angulorum patere potest.nam collectis omnibus quinque angulis. a.c. d. f. u. simul,hoc est grad.108.minu.22.cum gra. 107.min. 2. cum grad. 12. efficient grad.540.min. 0.summa æqualis sex angulis rectis.



ALIA

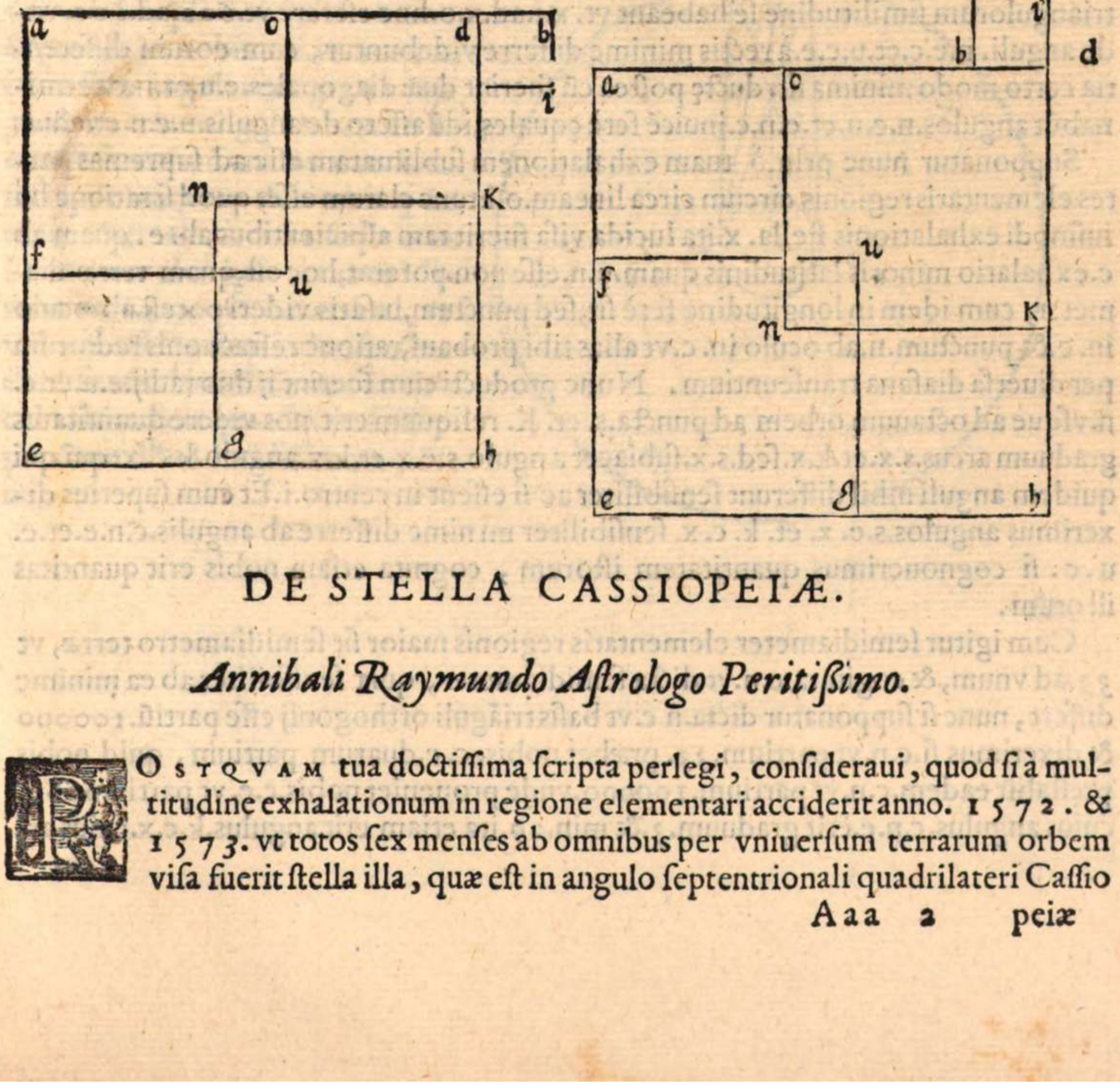
ALIA DEMONSTRATIO NONÆ, ET DECIMÆ secundi Euclidis.

Petro Catenæ.

QVAMVIS nona ac decima secundi Euclid. aliter à Comandino & Maurolico demonstratæ fuerint, nihilominus mihi etiam visum est non nihil meo moræ in eas tibi scribere, vt sensibiliter quoque cognoscas illas veras esse.

Esto linea.a.b. pro nona propositione,diuisa per æqualia in. c. per inæqualia verò in.d. quadratum autem . a. d. sit.d.e. quadratum verò. d.b. sit.d. i. quadratum. a. c. sit. c. f. & quadratum.c. d. sit.c. K.clarum enim erit. K. h. æqualem existere ipsi.a. c. seccetur igitur. c. h. in. g. ita vt. h. g. æqualis existat ipsi. K. h.vnde.g. e.æqualis erit c. d. perficiatur etiam quadratum.h. n. vnde in totali quadrato.a. h. habebis duplũ quadrati partis. c. d. nempe. c. K. et. f.g. & quadratum.a. u. cum gnomone.u.g.h.k. cui deficit quadratum æquale. d.i.quadrato, vt sint etiam duo quadrata partis.a.c.

In decima aũt propositione,quadratũ totalis lineæ.a.d.sit.d.e.& lineæ.b.d.sit.b.i.et c.d.sit. d.n. et.a.c.sit.c.f.et.f.e.sit.e.u.vnde.n.u.æquale erit quadrato.b.i.vnde in quadrato totali.a.h.videbis duo quadrata æqualia.f.c.et.g.k.partis.a.c.& quadratum.c. K.cum gnomone.n. f.e.g.cui addito quadrato.b.i.habebis duplum quadrati partis. c. d.



DE STELLA CASSIOPEIÆ.

Annibali Raymundo Astrologo Peritißimo.

POSTQVAM tua doctissima scripta perlegi, consideraui, quod si à multitudine exhalationum in regione elementari acciderit anno. 1572. & 1573. vt totos sex menses ab omnibus per vniuersum terrarum orbem visa fuerit stella illa, quæ est in angulo septentrionali quadrilateri Cassio

peiæ tam lucida, vt ipſo lucifero videretur rutilantior atq; cæterarum (abſque vlla aſpectus diuerſitate) magis ſcintillans. Quî fieri poterat, vt ſtellæ quæ ab illa parum diſtant, alioqui multo maiores, non etiam illa clariores apparuerint? ſed ſi aliquis diceret eam exhalationem non ita fortaſſe dilatari, vt inter nos, & aliam aliquam ſtellam interponeretur. Tunc ego reſponderem neceſſariò ſequi debere talem exhalationem, tantam latitudinem occupare, quod aliquibus populis aliam aliquã ſtellã circunuicinãhac ipſa de qua mentionem fecimus redderet lucidiorem. Sed cum hoc perſpectum fuerit nulli, ſequebatur lucem illam ab ipſis exhalationibus elementaribus haud poſſe oriri: quod nobis ſcintillatio illa maxima permagno fuit inditio, ſi phas eſt credere, nã quo magis aliquod cœleſte corpus ſcintillat, eo longius à nobis diſtare.

Verum quoniam efflagitaſti à me vt aliquid circa huiuſce rei ſpeculationem tibi ſcribam, idcirco tibi morem gerere volens paucis ſubiungam.

Conſidera primo hanc ſubſcriptam primam figuram, in qua. c. a. e. ſignatur pro Globo terreſtri cuius. i. centrum ſit et. u. o. n. pro conuexo ignis, ſed. K. x. s. pro orbe octauo. x. autem pro ſtella iam ſuperius dicta, quæ ſemper fuit, eſt, & erit, quamuis cæteris tribus nunc obſcurior ſit. Accipiantur deinde duo loca in ſuperficie terræ, quę ſint. c. et. e. diametraliter inuicem oppoſita, ita quod circa eorum orizontes poſſibile ſit ſtellam. x. videre, radijs ipſius ſtellæ mediantibus. x. n. e. et. x. u. c. quorũ partes. n. c. et. u. e. ita breues ſint, reſpectu eorum totorũ, vt vix ſexcenteſima pars ſit vna quæq; illarum, nec non. c. e. ita breuis reſpectu ſemidiametri octauæ ſphæræ, quod vix ſit vna ex partibus decemmillibus, vt ſcis, ſequitur quod recta terminata ab. u. et. n. minor ſenſibiliter non ſit ipſo terræ diametro. c. e. cum duo hæc interualla ex triangulorum ſimilitudine ſe habeant vt. x. i. ad. x. o. hoc eſt ferè vt. 602. ad. 601. vnde anguli. n. e. c. et. u. c. e. à rectis minime differre videbuntur, cum eorum differentia certo modo minima ſit. ductę poſtea cũ fuerint duæ diagonales. e. u. et. n. c. terminabũt angulos. n. e. u. et. e. n. c. inuicẽ ferè ęquales, idẽ aſſero de angulis. u. c. n. et. e. u. c.

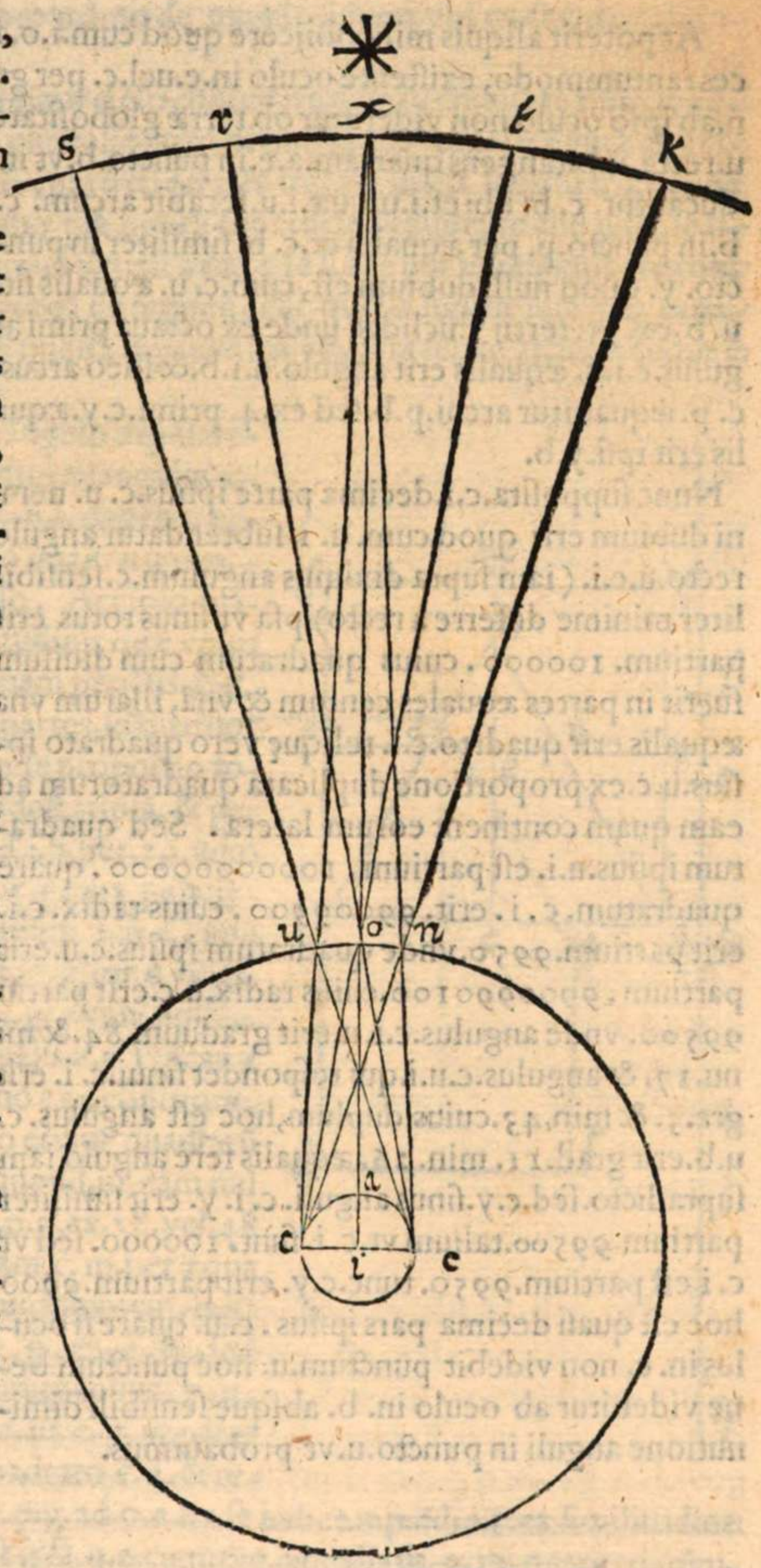
Supponatur nunc primò tuam exhalationem ſublimatam eſſe ad ſupremas partes elementaris regionis circum circa lineam. o. i: tunc clarum eſſet quod ſi ratione huiuſmodi exhalationis ſtella. x. ita lucida viſa fuerit tam aſpicientibus ab. e. quam ab c. exhalatio minoris latitudinis quam. u. n. eſſe non poterat, hoc eſt, quam terræ diameter, cum idem in longitudine ferè ſit, ſed punctum. u. ſatis videri poteſt ab oculo in. e. & punctum. n. ab oculo in. c. vt alias tibi probaui, ratione refractionis radiorum per diuerſa diafana tranſeuntium. Nunc producti cum fuerint ij duo radij. e. u. et. c. n. vſque ad octauum orbem ad puncta. s. et. K. reliquum erit nos videre quantitates graduum arcus. s. x. et. k. x. ſed. s. x. ſubiacet angulo. s. e. x. et. k. x. angulo. k. c. x. qui qui quidem anguli nihil differunt ſenſibiliter ac ſi eſſent in centro. i. Et cum ſuperius dixerimus angulos. s. e. x. et. k. c. x. ſenſibiliter minime differre ab angulis. c. n. e. et. e. u. c. ſi cognouerimus quantitatem iſtorum, cognita etiam nobis erit quantitas illorum.

Cum igitur ſemidiameter elementaris regionis maior ſit ſemidiametro terræ, vt 33. ad vnum, & cogitata. c. n. vt dicta ſemidiameter, quia ſenſibiliter ab ea minime differt, nunc ſi ſupponatur dicta. n. c. vt baſis triãguli orthogonij eſſe partiũ. 100000 & dixerimus ſi. c. n. vt partium. 33. præbet nobis. c. e. duarum partium, quid nobis pręſtabit eadem. c. n. vt partium. 100000. vnde proueniet nobis. c. e. vt partiũ. 6060. cuius angulus. c. n. e. erit graduum. 3. & min. 29. ita etiam erit angulus. k. c. x. cuius ar-

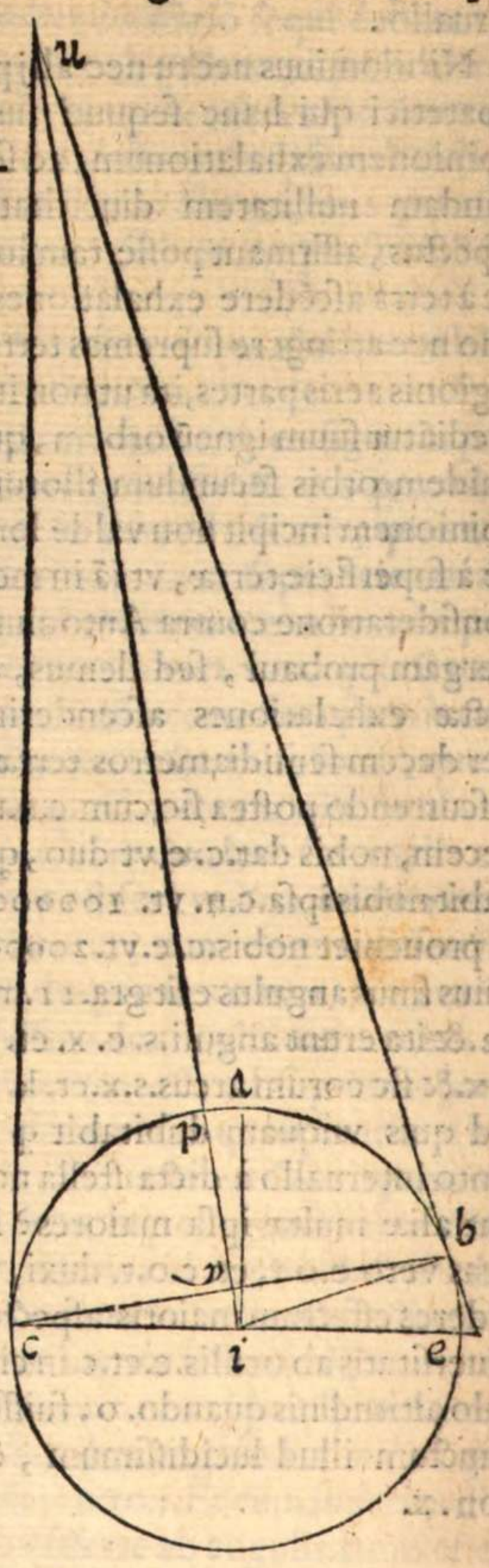
cus

cus.s.x. eorundem graduum erit, & minutorum. idem dico de arcu. x.k. Sed circa dictam stellam omnes aliæ non distant huiusmodi interuallo.

Nihilominus nec tu nec alij peripatetici qui hanc sequuti sunt opinionem exhalationum, ad seruandam nullitatem diuersitatis aspectus, affirmant posse tam longe à terra ascẽdere exhalationes, imo nec attingere supremas tertię regionis aeris partes, ita ut non ingrediãtur suum igneũ orbem, qui quidem orbis secundum illorum opinionem incipit non valde longè à superficie terræ, vt iã in mea consideratione contra Antonium Bergam probaui, sed demus, ꝙ dictæ exhalationes ascenderint per decem semidiametros terræ, discurrendo postea sic, cum. c.n. ut decem, nobis dat. c. e. vt duo, ꝙd dabit nobis ipsa. c.n. vt. 100000. & proueniet nobis. c. e. vt. 20000. cuius sinus angulus erit gra. 11. mi. 32. & ita erunt anguli. s. e. x. et. k. c. x. & sic eorum arcus. s. x. et. k. x. sed quis vnquam dubitabit ꝙ in tanto interuallo à dicta stella non sint aliæ multæ ipsa maiores? lineas vero. e. o. r. et. c. o. t. duxi, vt videres effectum maioris aspectus diuersitatis ab oculis. e. et. c. in circulo altitudinis quando. o. fuisset punctum illud lucidissimum, & non. x.



At poterit aliquis mihi obijcere quod cum.i.o. fuiſſet longior.i.e. per decem vices tantummodo, exiſtente oculo in.e.uel.c. per gradus.90.ab.a.tunc punctus.u.vel n.ab ipſo oculo non videretur ob terræ globoſitatem. Imaginemur igitur à puncto u.recta.u.b.tangens quartam.a.e.in puncto.b.vt in ſecunda figura videre eſt, in qua ducantur. c. b: i.b: et.i.u.quæ.i.u.ſecabit arcum. c. b.in puncto.p. per æqualia et.c. b. ſimiliter in puncto. y. quod nulli dubium eſt, cum.c. u. æqualis ſit. u. b.ex.35. tertij Euclidis, unde ex octaua primi angulus.c.i.u. æqualis erit angulo.u.i.b.& ideo arcus. c. p. æquabitur arcui.p.b.ſed ex.4. primi.c.y.æqualis erit ipſi.y.b.



Nunc ſuppoſita.c.i.decima parte ipſius.c. u. nemini dubium erit quod cum. u. i. ſubtendatur angulo recto.u.c.i. (iam ſupra diximus angulum.c.ſenſibiliter minime differre à recto)ipſa vt ſinus totus erit partium. 100000. cuius quadratum cum diuiſum fuerit in partes æquales centum & vnã, illarum vna æqualis erit quadrto.c.i. reliquę vero quadrato ipſius.u.c.ex proportione duplicata quadratorum ad eam quam continent eorum latera. Sed quadratum ipſius.u.i. eſt partium. 10000000000. quare quadratum. c. i. erit. 99009900. cuius radix. c.i. erit partium.9950.vnde quadratum ipſius.c.u.erit partium. 9900990100.cuius radix.u.c.erit partiũ 99500. vnde angulus.c.i. u.erit graduum.84.& minu.17. & angulus.c.u.i.qui reſpondet ſinui.c. i. erit gra.5. & min.43.cuius duplum,hoc eſt angulus. c. u.b.erit grad.11. min. 26. æqualis ferè angulo iam ſupradicto.ſed.c.y.ſinus anguli. c. i. y. erit ſimiliter partium.99500.talium vt.c. i. ſunt. 100000. ſed vt c. i.eſt partium.9950. tunc.c.y. erit partium.9900 hoc eſt quaſi decima pars ipſius. c. u. quare ſi oculus in. e. non videbit punctum.u. hoc punctum bene videbitur ab oculo in. b. abſque ſenſibili diminutione anguli in puncto.u.vt probauimus.

DE MAGNITVDINIBVS FIGVRARVM iſoperimetrarum.

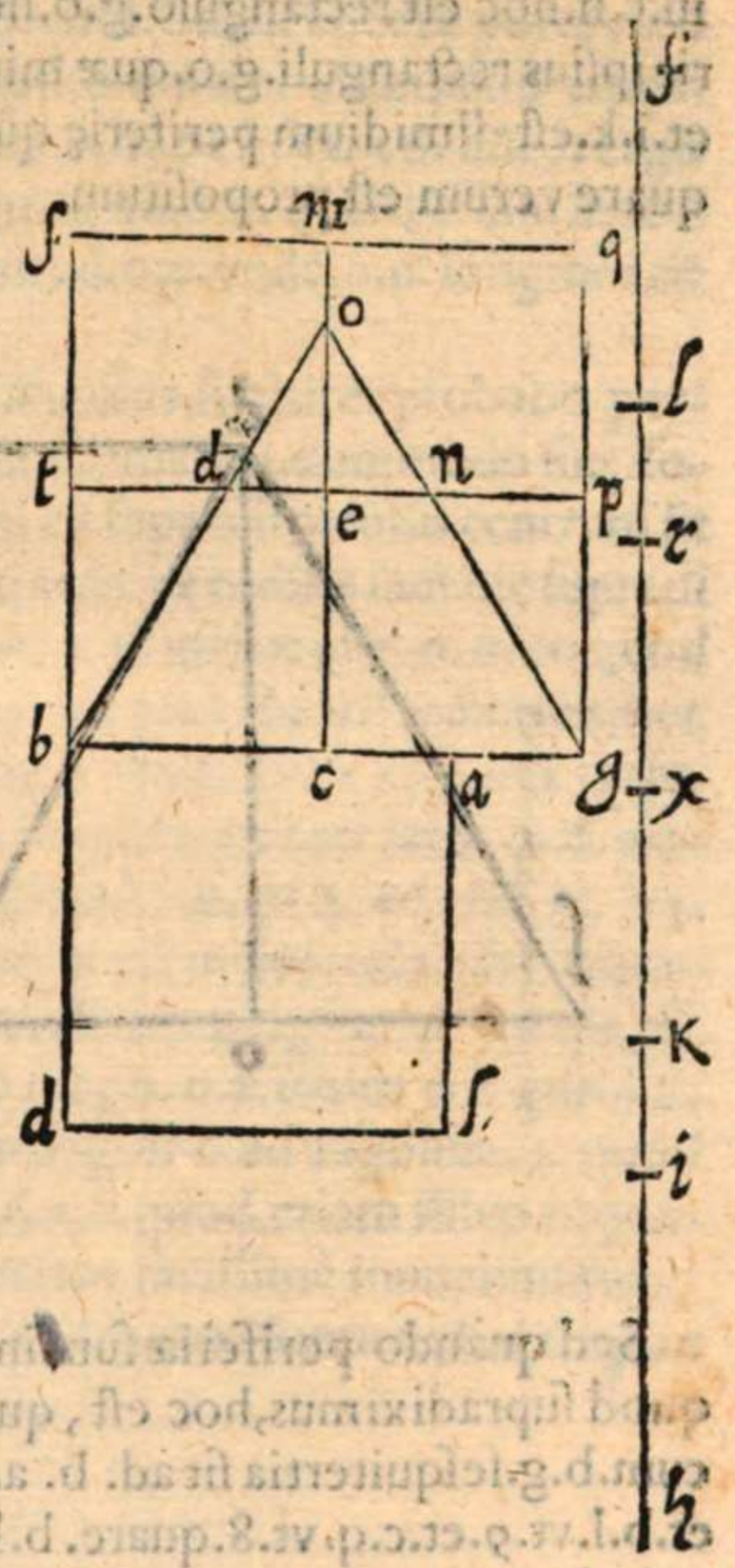
Domino Ioanni Mariæ Agatio.

QVAMVIS à Theone ſupra Ptolomei Almageſtum ſufficienter traditum ſit de magnitudinibus figurarum iſoperimetrarum, nihilominus vt tibi morem geram, ea nunc ſcribo, quæ mihi in mentem venerunt contra Alexãdrum Piccolhomineum, antequã aliquid ipſius Theonis vidiſſem Alexan-

Alexander Piccolhomineus in libro primo de mundi ſphæra vbi tractat de cęli rotunditate, ita inquit.

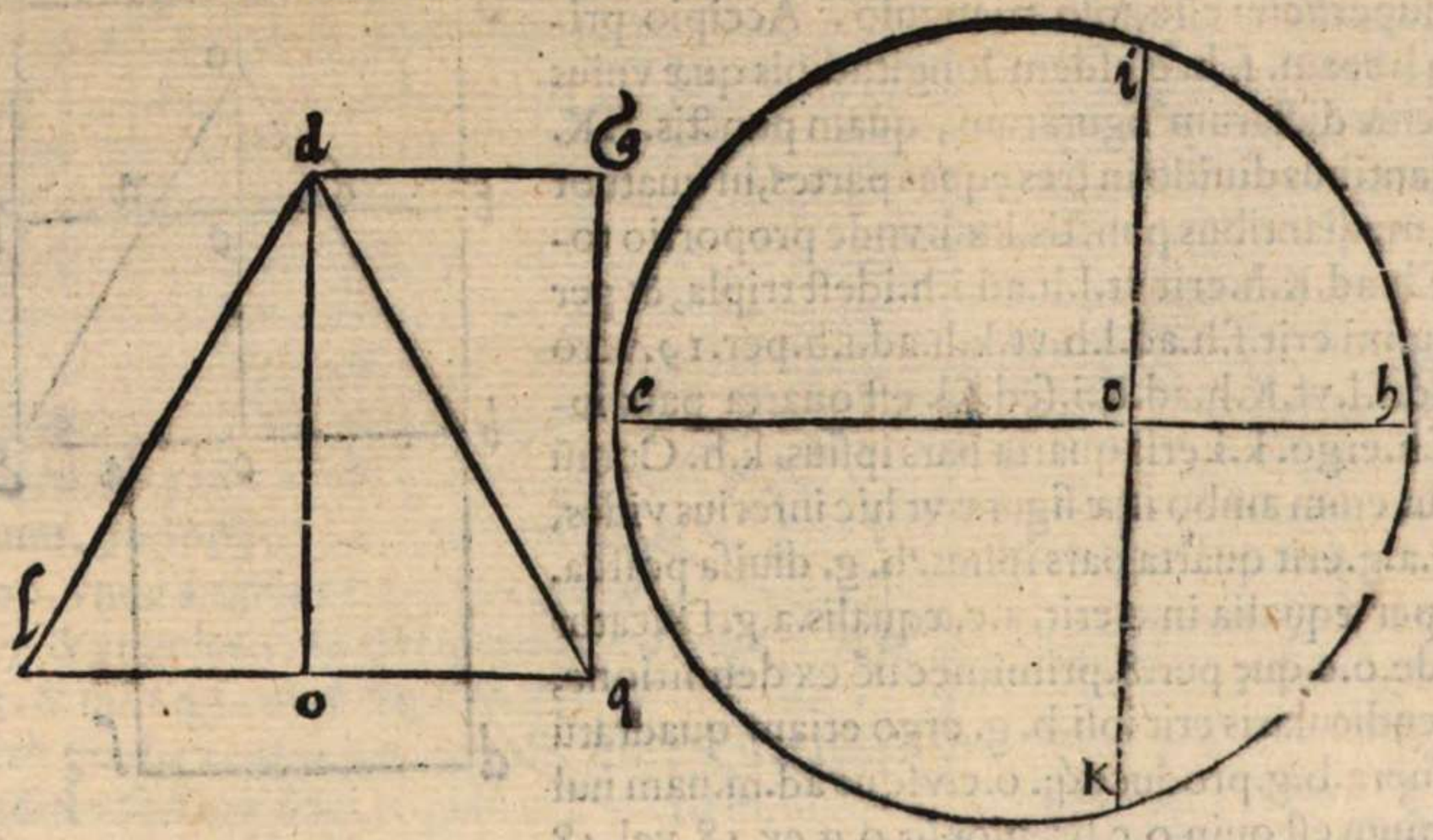
» Oltre di queſto, douendo il decimo cielo contenere & in ſe chiudere tutte le co-
» ſe, è conueneuol coſa il penſare, che foſſe fatto di quella più capace figura che eſ-
» ſer poſſa, la qual è la figura rotunda, però che ſi può trar da molti luoghi d' Euclide
» che ſi come ſe noi ci immagineremo più figure ſuperficiali talmente che tutte le li-
» nee de l'vna congionte inſieme, ſieno vguali à tutte le linee pur inſiememente com
» poſte di qual ſi voglia de l'altre figure, ne ſeguirà, che quella figura ſarà più capa-
» ce la qual haurà manco angoli, & quella capaciſſima che ſarà ſenza alcuno come è
» la figura circolare, &c.

Cogitemus igitur primò de triangulo æquilatero & quadrato iſoperimetris, ſit enim triangulus æquilaterus. o. b. g. quadratum verò. b. l. quorum periferiæ inuicem æquales ſint. Dico quadratum maioris ſuperficiei eſſe ipſo triangulo. Accipio primum lineam. f. h. eiuſdem longitudinis quæ vnius periferiæ dictarum figurarum, quam punctis. i. K. mediantibus diuido in tres ęquas partes, in quatuor verò mediantibus punctis. l. x. i. vnde proportio totius. f. h. ad. K. h. erit vt. l. h. ad. i. h. ideſt tripla, & per 16. quinti erit. f. h. ad. l. h. vt. k. h. ad. i. h. per. 19. verò f. h. ad. f. l. vt. K. h. ad. K. i. ſed. f. l. eſt quarta pars ipſius. f. h. ergo. k. i. erit quarta pars ipſius. k. h. Coniũgantur enim ambo iſtæ figuræ vt hic inferius vides, vnde. a. g. erit quarta pars ipſius. b. g. diuiſa poſtea. b. g. per æqualia in. c. erit. a. c. æqualis. a. g. Ducatur deinde. o. c. quę per. 8. primi, nec nõ ex definitione, perpendicularis erit ipſi. b. g. ergo etiam quadratũ b q. ſupra. b. g. producoq;. o. c. vſque ad. m. nam nulli dubium eſt quin. o. c. breuior ſit. o. g. ex. 18. vel. 48 primi cui æquatur. q. g. diuido etiam. c. m. per æqualia in puncto. e. ducoq;. t. e. p. æquidiſtantem. b. g. vnde habebimus duo quadrata. e. g. et. e. b. ſed quadratum. b. l. æquatur quadrato ipſius. c. a. cum duplo illius quod fit ex. b. c. in. c. g. vt patet ex. 9. ſecundi, hoc eſt æquatur quadrato. c. a. & rectangulo. t. g. Deinde vt ſe habet. p. g. ad. o. e. ita ſe habet. u. p. ad. a. e. ex ſimilitudine triangulorum. Sed. p. g. maior eſt ipſa. o. e. cum. p. g. æqualis ſit. e. m. quare triangulus. u. g. p. maior erit triangulo. o. e. u. ex. 17. ſexti. Similiter dico maiorem eſſe triangulum. b. d. t. triangulo. e. o. d. vnde ſequitur rectangulum. t. g. maiorem eſſe triangulo. b. o. g. ſed quadratum. b. l. eſt etiam maior ipſo rectangulo. t. g. ex quadrato ipſius c. a. vt diximus, tanto igitur maior erit triangulo. b. o. g.



Poſſumus

Possumus etiam probare quod periferia quadrati æqualis triangulo æquilatero minor sit periferia ipsius trianguli æquilateri. Cogita triangulum æquilaterum hic subscriptum.d.l.q. cuius basis. l.q. diuisa sit per æqualia à perpendiculari. d. o.descriptũq; sit rectangulum.o.g.quod æquale erit triangulo.d.l.q. sed periferia trianguli maior est periferia rectanguli,nam.l.q.æqualis ẽst.o.q.cum.d.g.sed.q.d.maior est.o. d. ex. 18. primi,vnde.l. d.maior etiam.q.g.cum ex.34.dicti latera opposita ipsius rectanguli sint inuicem æqualia, accipiamus postea. e.c.æqualem.o.d. et. c. h. indirectum æqualem.o.q.circa quem diametrum.e.h.intelligatur circulus.e.i.h.k.et.à puncto.c. dirigatur perpendicularis.k.i.ad.e.h.vnde ex.3.tertij.c.i.æqualis erit.c.k.& ex 34.quod fit ex.c.i.in.c.k.hoc est quadratum ipsius.c.i.æquale erit ei quod fit.ex. e.c. in.c.h.hoc est rectangulo.g.o.hoc est triangulo.d.l.q. sed.e. h. est dimidium periferię ipsius rectanguli.g.o.quæ minor est dimidio periferiæ trianguli.d.l.q.vt vidimus et.i.k.est dimidium periferię quadrati ipsius.i.c.&minor etiam ipsa.e.h.ex.14.tertij quare verum est propositum.



Sed quando periferiæ sunt inuicem æquales,possumus etiam breuiter videre id quod supradiximus,hoc est, quod quadratum,maius sit triangulo æquilatero. Nam cum.b.g.sesquitertia sit ad. b. a. ergo. b. g. erit vt.4.et.b.a.ut.3.vnde.b.q.erit vt.16 et.b.l.vt.9.et.c.q.vt.8.quare. b.l.maius erit ipso rectãgulo.c.q.sed. c.q.maius est triãgulo.b.o.g.cum.q.g.quæ æqualis est.o.g.maior sit.o.c.ex.18.vel penultima primi, nam si.q.g.æqualis esset,o.c.tunc.c.q.æqualis esset triangulo.b.o.g.ex.41. primi.

Alia etiam via maiores nostri vsi sunt quæ generalis est vt in Theone supra Almagestum videre est, medijs perpendicularibus à centris ad latera figurarum, sed quia differẽtia longitudinum ipsarum perpendicularium alio medio inueniri potest, eo quo ipsi vsi sunt, prætermittere nolo quin tibi scribam.

Ego enim ita discurro.

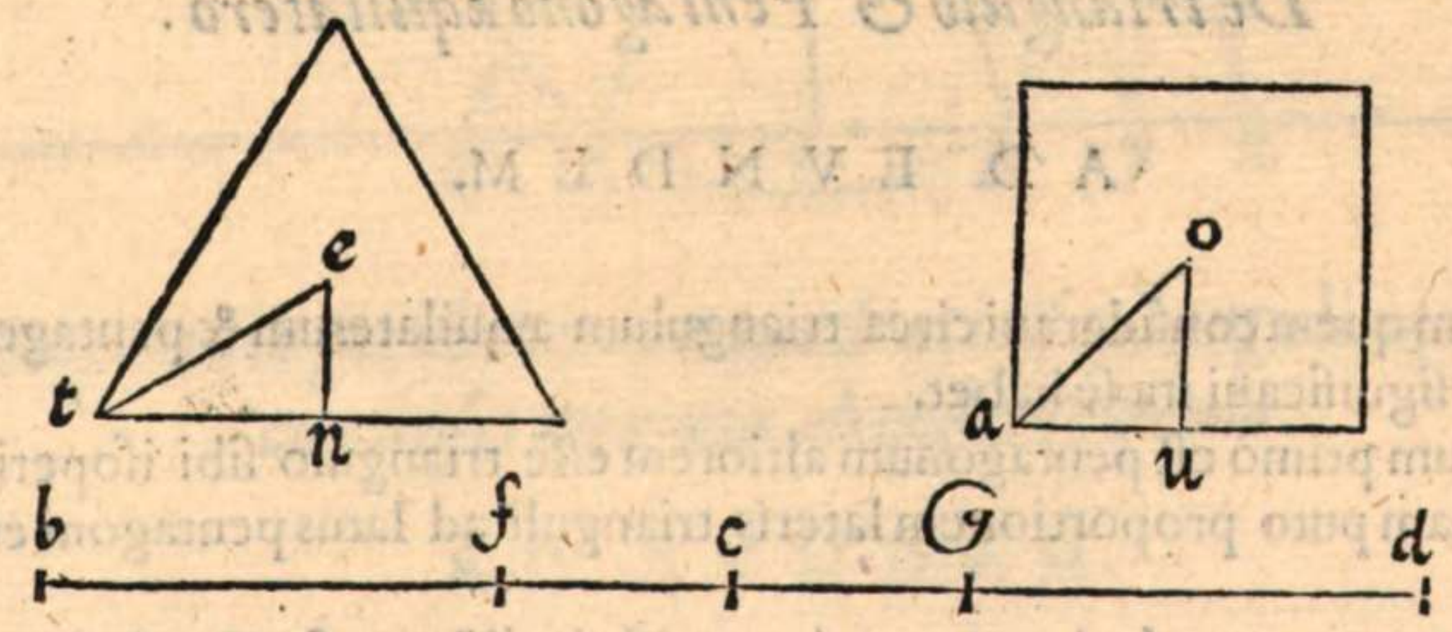
Sint duæ figuræ isoperimetrę æquilaterę & æquiangulæ, puta primò triangulum & quadratum quorum centra sint. e. et. o. à quibus centris ad latera sint perpendiculares.e.n.et.o.u.vnde.n.et.u. diuident latera per æqualia vt scis, ducantur postea.e.t.et.o.a.ad angulos dictorum laterum,vnde habebimus angulum.o.a. u. dimidiũ recti, et.e.t.n.tertia pars vnius recti, vt ex te ipso videre potes, quare angulus

a.sesqui-

a.ſeſquialter erit angulo.t.quod vt clarius videas cogita lineam.b. d. cuius medietas ſit.c.d.tertia verò pars illius ſit.g.d.tunc dico.c.d.ſeſquialteram eſſe ipſi.g d.ſit enim f.d.duplum ipſius.g.d.quare.f.d.erunt duæ tertiæ totius lineę.b.d.& quia eadem proportio eſt totius. b.d.ad.c.d.quæ.f.d.ad.g.d.ergo permutando eadem erit totius . b. d.ad.f.d.quæ.c.d.ad.g.d. Sed.b.d.ad.f.d.ſeſquialtera eſt,verum igitur erit quod angulus.a.ſeſquialter ſit ipſi.t.deinde.t.n.eſt ſeſquitertia ipſi.a.u. vt ſuperius vidimus . in eorum duplis . ſcimus etiam.n.e.eſſe dimidium ipſius.t.e. eo quod cum. e. t. n. ſit tertia pars vnius recti,angulus.t.e.n.erit duo tertia vnius recti, vnde. e. n . erit latus . exagoni æquilateris inſcriptibilis circulo cuius diameter ſit.e. t.quare.e.t. dupla erit ipſi.e.n.in longitudine, ſed quadrupla in potentia:t.n. vero tripla in potentia ipſi.n. e.ex penultima primi , quæ omnia etiam ex.8.tertijdecimi.Eucli. elicere potes, ſed t.n.erat ſexquitertia ipſi.a.u.in longitudine, hoc eſt ipſi.o.u.nam.o.u.æqualis eſt ipſi a.u.quare.n.t.erit minus quam dupla in potentia ipſi.o.u.hoc eſt, vt. 16. ad. 9. ergo maior proportio erit ipſius.t.n.in potentia ad.n.e.quam ad.o.u. quare etiam in longitudine , maior proportio erit ipſius.t.n.ad.n.e.quam ad.o.u.vnde.o.u. longior erit ipſa.n.e.quod eſt propoſitum .

Sed ſi.o.a.u.eſſet pentagonus æquilaterus & æquiangulus,ſimiliter probabo perpendiculàrem.o.u.longiorem eſſe.n.e.ipſius trianguli æquilateri,dummodo ſint iſoperimetrę. Sit enim.a.u.dimidium lateris pentagoni ex ſuppoſito,cuius centrum ſit o.tunc proportio.t.n.ad.a.u.erit ſuperbipartienstertias,vt ex ordine iam hic ſupradicto à te facillimè elicere potes, hoc eſt,vt.5.ad.3. et. a. u. minor erit. o. u. eo quod angulus.o.minor erit angulo.a.nam angulus.o.erit quinta pars duorũ rectorum,hoc eſt duæ quintæ vnius recti , vnde angulus. a . reſiduum vnius recti erit tres quintæ vnius recti, quare angulus.a.maior erit angulo.o. & conſequenter latus.o. u. maius latere.a.u. ſed.t.n.minor eſt quam tripla in potentia ad.a.u.eo quod erit vt. 25. ad.9.cum in longitudine ſit vt.5.ad.3.ſed dicta.t.n.tripla eſt in potentia ad.e.n.quare.a.u.maior erit ipſa.e.n.ſed.o.u.maior eſt ipſa.a.u.vt diximus, igitur multo magis. o.u.maior eſt ipſa.a.u.vt dixim⁹ & cõſequẽter multo magis. o.u.maior erit ipſa.n.e.

Quotieſcunque enim cognoſcimus proportionem anguli.o.ad angulum. a. quod quidem facillimum eſt, nec non proportionem.t.n.ad.a.u.quod,etiam illico cognoſcitur , tunc ex ſcientia cordarum & arcuum omnia etiam facillimè innueniuntur . Verum circa triangulũ æquilaterum,& pentagonum,alium modũ inueni,ſed aliquantulum prolixiorem.

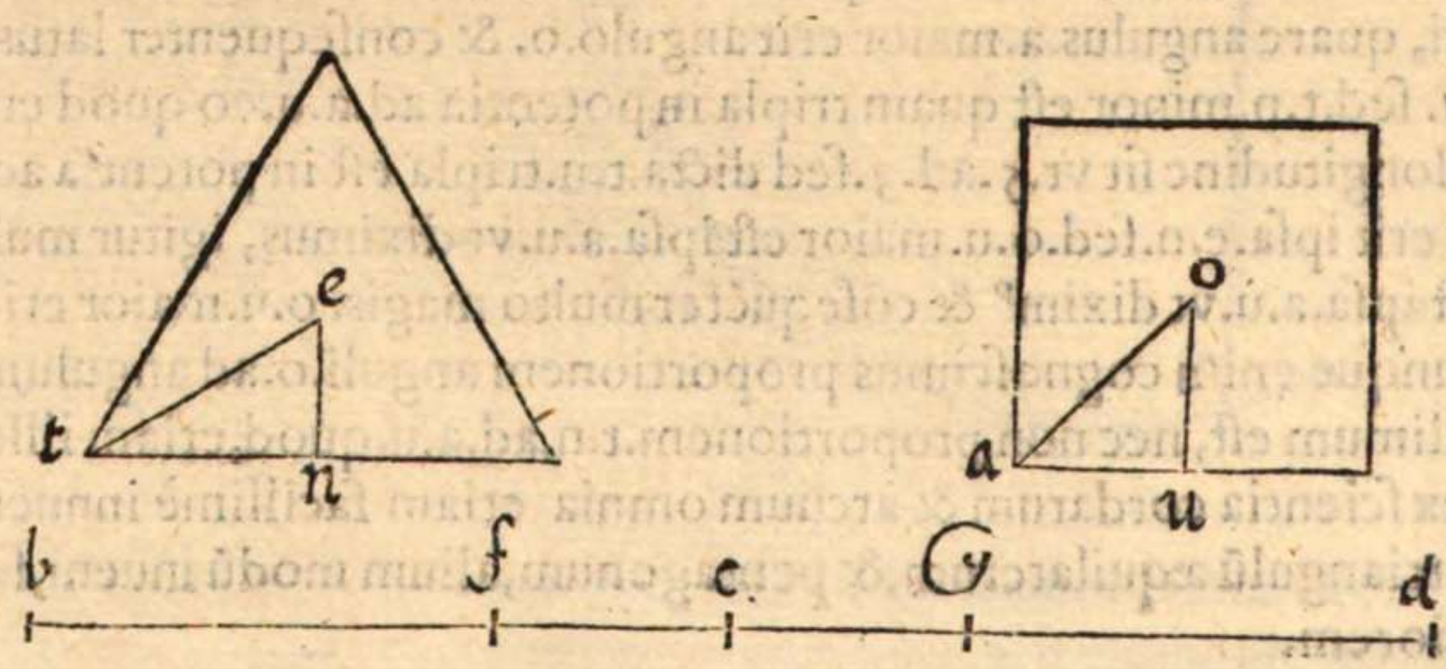


De incommmensurabilitate, in longitudine perpendicularis trianguli æquilateri cum eiusdem latere.

AD EVNDEM.

ID quod à me postulas est omnino impossibile, velles enim duos numeros inueni re inter se ita se habentes, vt se habent perpendicularis in triangulo æquilatero cum vno eius laterum, quod vero hoc fieri non possit, considera in figura præcedenti triangulum æquilaterum. d. l. q. cuius perpendicularis sit. d.o. quæ diuidit. l. q. per æqualia in.o. vnde ex.4. secundi Euclidis, quadratum. l. q. (ideſt. d. q.) quadruplum erit quadrato. o. q. & ex penultima primi æquale quadratis. d. o. et. o. q. quare erit sesquitertium quadrato ipsius. d. o. & ita quadratum. d. o. erit triplum quadrato ipsius. o. q. hæ autem proportiones non sunt vt numeri quadrati ad numerum quadratum quod si ita fuissent, sequeretur ternarium numerum esse quadratum ex. 22. octaui. Cum igitur non sint vt numeri quadrati ad numerum quadratum, sequitur ex septima decimi. d. o. esse incommensurabilem ipsi. l. q. seu. d. q. in longitudine.

Vel dicamus ita, proportio quadrati ipsius. l. q. ad quadratum ipsius. o. d. est in genere superparticulari, cum sit sesquitertia, vnde quadratum ipsius. d. o. numeris dari non potest, eo quod si dabilis fuisset, sequeretur, quod inter quadratum ipsius. l. q. & ipsius. d. o. esset aliquis numerus medius proportionalis ex. 16. octaui, vnde ex octaua eiusdem vnitas diuisibilis esset, quod fieri non potest.



De triangulo & Pentagono æquilatero.

AD EVNDEM.

MOdum quem consideraui circa triangulum æquilaterum & pentagonum, vt tibi significaui ita se habet.

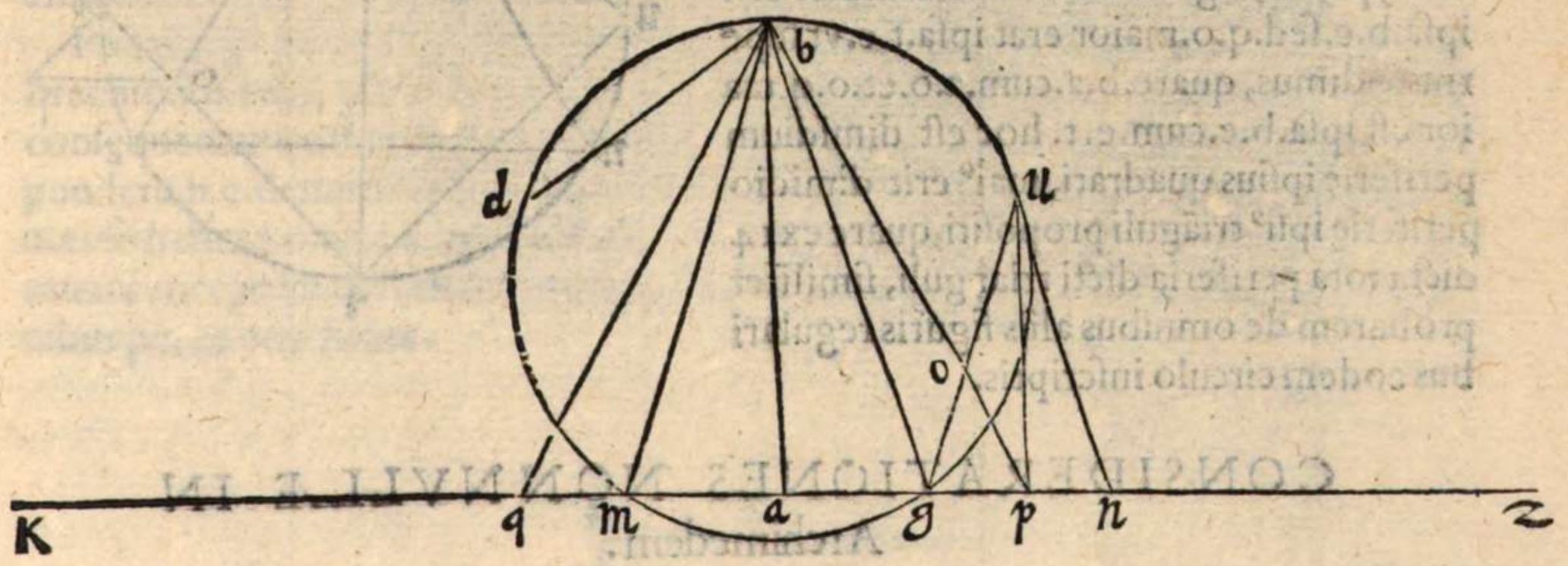
Probandum primò est pentagonum altiorem esse triangulo sibi isoperimetro. Iam tibi notam puto proportionem lateris trianguli ad latus pentagoni esse vt. 5. ad. 3.

Sit igitur pentagonus. b. d m. g. v. cuius periferia distenta sit. K. z. basis autem. m. g. bifariam diuisa sit in puncto. a. ductaq;. a. b: b. g. et. b. m. clarum erit. a. b. perdicularem esse ad. m. g. ex. 8. primi Eucli. cum. b. m. et. b. g. (bases triangulorum. b. d. m. et. b. u.

et. b.u.g.) ſint inuicem æquales ex. 4. eiuſdem.

Accipiatur deinde vel intelligatur. g.p. æqualis duabus tértijs ipſius.a.g.ducatur que.b.p.quam probabo maiorem eſſe duplo ipſius.a.p. vnde maior erit latere ipſius trigoni æquilateris,cuius dimidium eſt.a.p. ſcimus enim ipſum latus ſe habere ad.m. g. vt quinque ad.3. ita etiam.a.p.ad.a.g. vt diximus.

Cum autẽ angulus. a.b.g.ſit quarta pars anguli.b.g.a.ex.10.quarti & quinta pars vnius recti ex.32.primi,dictus angulus erit graduum.18.et.a.g.erit partium.30902. et.a. b. partium.95015.et.a.p.51503.vnde ex penultima primi latus.b,p. erit partium.108075.duplum vero ipſius.a.p. erit.103006.latus igitur dicti trigoni, quod ab.p.erigitur,ſecabit perpendicularem.a.b.ſub.b. hoc eſt inter.b.et.a. ex penultima primi. Finiatur enim triangulus æquicrurus.b.q.p.quem probaui maiorem eſſe æquilatero iſoperimetro pentagono propoſito,ducaturq́;.u.p.ducatur etiam. u. n. parallela ipſi.b.g.quæ concludet triangulum.g.u.n. ſimilem triangulo.m.b.g.eo quod cum angulus.m.b.g. æqualis ſit angulo.b.g.u.ex.16.tertij,per.27.primi.m.b.et. g.u. erunt inuicem æquidiſtãtes,vnde angulus.b.m.g.æqualis erit angulo.u.g.n.et.ex.29. angulus.g.u.n. æqualis erit angulo.u.g.b.quare etiam angulo.g.b.m.& angulus. u.n. g.angulo.b.g.m.ex.32.eiuſdem,vnde ex. 4. ſexti proportio.g.n.ad.g.m.erit.vt. g.u. ad.m.b.ſed cum.g.u.maior ſit dimidio ipſius.b.g.ex.20. primi, hoc eſt maior dimidio ipſius.b.m.ergo.g.n.etiam maior erit ipſa.g. a. quapropter maior erit ipſa. g. p. cum.g.p.minor ſit ipſa.g.a.ex hypotheſi, ducta deinde cum fuerit. b. n. habebimus triangulum.b.n.g.æqualẽ triangulo.b.u.g.& maioré triãgulo. b.p.g. ex prima ſexti vel quia totum maius eſt ſua parte. Triangulus igitur.b.u.g.maior eſt triangulo.b.p.g.quare triangulus.b.u.o.maior erit triangulo.g.o.p.ex communi conceptu, idem infero ab alia parte dictarum figurarum. Quare pentagonus.b.d.m.g.u.maior erit triangulo.b.q.p.quem probauimus maiorem eſſe triangulo æquilatero ſibi iſoperimetro.



Comparatio periferiarum quadrati & trianguli æquilateri circunſcriptorum ab eodem circulo.

AD EVNDEM.

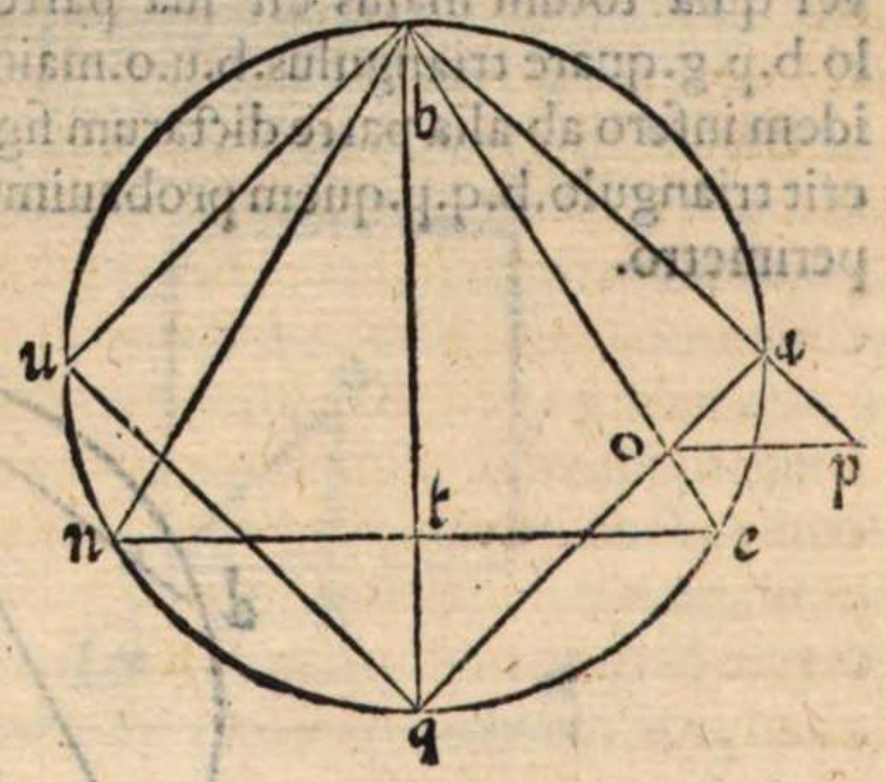
QVod autem periferia quadrati in eodem circulo inſcripti, in quo ſit triangulus æquilaterus, longior ſit periferia ipſius trianguli æquilateri, abſque vllo

negotio cordarum & arcuum possumus geometricè demonstrare quod valde desideras.

Quapropter sit circulus.b.a.e.q.in quo sit triangulũ æquilaterum.b.e.n.& quadratum. b.a. q.u. cuius periferiam probabo longiorem esse periferia trianguli. Sit enim diameter circuli.b.q.qui etiam erit diameter quadrati, vt à te scire potes. Sit etiam punctũ.b.commune tam anguli quadrati quam trianguli. vnde sequitur quod dictus diameter secabit latus.n.e.trianguli ad rectos & per æqualia in.t. Nam cum arcus.b.e.æqualis sit arcui.b.n.ex.27.tertij, remanet vt arcus.q.e.æqualis sit arcui. q.n.vnde angulus.q.b.e.æqualis erit angulo.q.b.n.ex. 26. eiusdem. quare ex. 4. primi anguli ad.t.erunt recti,et.n.t.æqualis erit ipsi.t.e. vt diximus.

Deinde.b.e.et.q.a.seinuicem secãt in puncto. o.vt ex se clarum patet, ducatur postea.q.e.vnde habebimus angulum.b.e.q.rectum ex.30.tertij, quare ex.18.primi.q.o. longior erit ipsa.q.e.et.q.e.longior erit ipsa.e.t. quare.q.o. longior erit ipsa.t.e.

Vt probemus postea.b.a.o.longiorem esse ipsa. b.e. producatur.b.a. ita quod. a.p.æqualis sit ipsi.a.o.ducaturq; o.p et.a.e.cum autem ex iam dicta.30. tertij angulus b.a.o.rect⁹ sit,erit angulus.o.a.p.similiter rect⁹ ex.13. primi,vnde ex.5.et.32. eiusdẽ angulus.a.p.o.erit dimidium recti,& similiter,ex ijsdem,angulus.b.q.a.est dimidium recti quare angulus.a.p.o.æqualis erit angulo.a.q.b.sed angulus.a.e.b.æqualis est angulo.a.q.b.ex.20.tertij, ergo angulus.b.p.o.æqualis erit angulo.b,e.a.angulus vero a.b. e.communis est ambobus triangulis.a.b.e.et.o.b.p.quare ex. 32. primi anguli. b.a.e.et.b.o.p. reliqui ex duobus rectis æquales inuicem erunt. Quare ex quarta sexti, et.18. quinti proportio.b.o.ad.b.p.erit, vt b.a.ad.b.e.sed ex.18. primi.b. o. maior est ipsa.b.a.quare ex.14.quinti.b.p.maior erit ipsa.b.e.sed.b.p.æquatur ipsis.b.a.cum.a.o ex hypotesi,ergo. b. a. cum.a.o.maior erit ipsa.b.e.sed.q.o.maior erat ipsa.t.e.vt supe rius vidimus, quare.b.a.cum.a.o.et.o.q.maior est ipsa.b.e.cum.e.t. hoc est dimidium periferię ipsius quadrati, maiꝰ erit dimidio periferię ipsiꝰ triãguli propositi,quare ex14 dicta tota periferia dicti trianguli, similiter probarem de omnibus alijs figuris regularibus eodem circulo inscriptis.



CONSIDERATIONES NONNVLLÆ IN Archimedem.

Doctissimo atque Reuerendo Domino Vincentio Mercato.

QVOD tibi aliàs dixi verum est,intellectum scilicet non omninò quiescere circa illas duas Archimedis propositiones, quæ in translatione Tartaleæ sunt sub numeris. 4. et. 5. & in impressione Basileæ sub numeris. 6. et. 7. vbi

tractat

tractat de centris libræ, seu stateræ: Aspice igitur in.4. supradicta, quod cum appensæ fuerint omnes illæ partes ponderum, partibus longitudinis ipsius.l.K. in qua volo vt à punctis.e.et.d. imagineris duas lineas.e.o.et.d.u. inuicem æquales, & ferè perpendiculares ipsi.l. K. hoc est respicientes mundi centrum; imagineris etiam. o. u. quæ sit parallela ipsi.l.k. quæ diuisa sit in puncto.i. supra.g. Hinc nulli dubium erit, cum.g. fuerit centrum totius ponderis appensi ipsi.l.K. quod.i. similiter erit centrum cum directe locatum sit supra.g. hoc est in eadem directionis linea, quod quidem non indiget aliqua demonstratione, cum per se satis pateat. Vnde ex communi conceptu.o. erit centrum ponderis appensi ipsi.l.h. et.u. erit centrum ponderis appensi. ipsi h.K. Scimus igit. i. esse cẽtrum duorum, hoc est ipsius.l.h. & ipsius.h.k. continuatorum per totam. l. k. Nunc ergo si considerem⁹.l.k. diuisam esse, hoc est disiunctam in puncto.h. inueniemus nihilominus. i. centrum esse dictorum ponderum, & quod tantum est, ipsam esse continuã, quantum diuisam in dicto puncto.h. neque ex hoc, punctum. i. erit magis vel minus centrum duorum ponderum. l.h. et.h. k. quorum vnum pendet totum ab.o. aliud verò totum ab. u. & hoc modo in longitudine. o.u. diuisa vt dictum est, habebimus propositum.

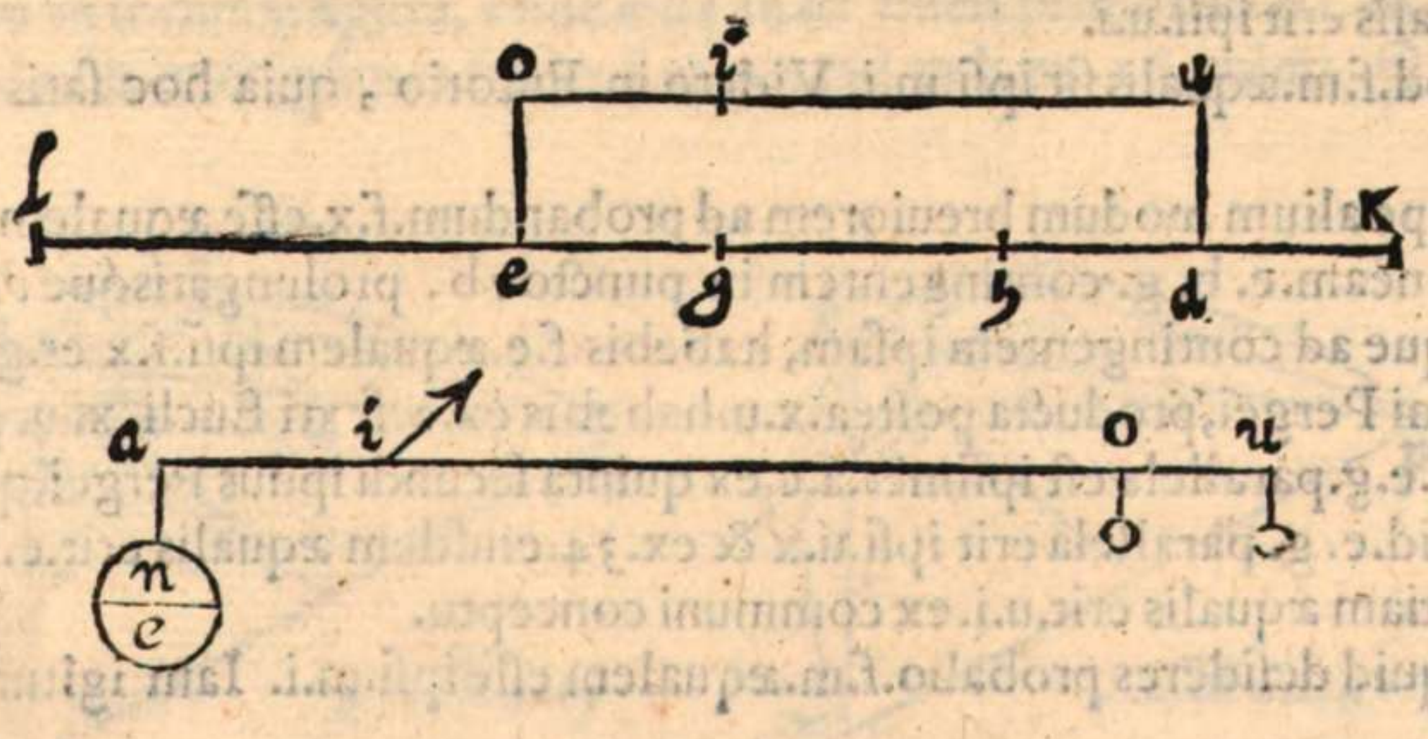
Reliquam propositionem tibi relinquo.

Illa verò propositio, quam tibi dixi Archimedem tacuisse in huiusmodi materia est, quod si duo pondera æquilibrant ab extremis alicuius stateræ, in certis præfixis distantijs à centro. Tunc dico si eorum vno manente alterum moueatur remotius ab ipso centro quod illud descendet, & si vicinius ipsi centro appensum fuerit ascendet. Hæc enim propositio quotidie omnibus in locis videtur, ipsam verò puto Archimedem prætermisisse ob facilitatem, cum ab antedicta ferè dependeat.

Sit exempli gratia statera.a.u. cuius centrum sit.i. & pondera.u. a. appensa, seinuicem habeant vt.i.u. et.i.a. se inuicem habent. Nunc dico quod si pondus ipsius.u. positum fuerit vicinius centro vt puta in.o. inmoto existente pondere, a. quod brachium. i.o.u. ascendet, & è conuerso, si remotius positum fuerit, descendet.

Ponat̃ ergo vt dict̃ū est in.o. vicinius cẽtro, quapropter brachium. i. o. breui⁹ erit brachio.i.u. vnde minor proportio erit ipsius.i.o. ad.i.a. quàm.i.u. ad eundem.a.i. & consequenter quam ponderis ipsius.a. (quod sit.n.e.) ad pondus ipsius.u. Quare si expondere.n.e. dempta fuerit.e. pars eius, ita quod reliqua pars.n. se habeat ad pondus o. vt se habet.i.o. ad.i.a. tunc statera non mouebitur; addita verò parte. e. ex communi conceptu, a. descendet vnde.o. ascenderet conuersum verò ex similibus rationibus per te concludes.

In eo



In eo quod à me petis, mittendo te ad Eutotium, tibi non satisfacerem, cum Eutotius citet sextum librum Pergei, quem nunquam vidimus, supponatq; ea, quæ nec ipse nec alius vnquam quod scimus probauit.

Desideras enim demonstrationem illius quod Archimedes dicit inter primam, & secundam propositionem secundi libri, vbi tractat de centris grauium, propterea quod illud supponit pro manifesto.

Sit enim figura hic subscripta, ferè similis parabolæ positæ in. 2. propositione dicti libri, vt in impressione Basilecnsi habetur, sintq; diuisæ duæ. a. b. et. b. c. per æqualia à punctis. x. et. u. protractisq;. f. x. et. u. i. ad. b. d. quæ inuicem etiam erunt parallelæ ex. 30. primi Eucli. vnde ipsæ etiam, diametri erunt ipsarum portionum: vt ex eo colligere est, quod in. 49. primi lib. Pergei probatur. Imaginando postea ad puncta. b. f. et. i. tres contingentes, manifestum erit punctum. b. illud esse quod terminat altitudinem huiusmodi portionis, et. f. et. i. terminantia altitudines partialium, ex. 5. secundi ipsius Pergei, eo quod dictæ contingentes paralellæ erunt ipsis basibus, vnde trianguli inscripti, easdem habebunt altitudines, quas portiones ipsæ, quod erit ex mente Archimedis. Et sic deinceps poteris multiplicare angulos figuræ rectilineæ in parabola, quæ designata erit vt desiderat Archimedes, qui quidem dicit, quod protractæ cum fuerint aliæ deinceps post. f. i. ipsæ inuicem ęquidistantes erũt, diuisęque peræqualia ab. d. b. quod quãuis verũ sit, tñ ab Eutotio non satis demõstratũ est, cum supponat. a. f. b. æqualem esse ipsi. b. i. c. probare volens eius diametros æquales esse absque aliqua citata ratione, quæ quidem ratio esset conuersum. 4. propositionis libri de conoidalibus. Sed oporteret nos etiã videre. 6. librum ipsius Pergei, & propterea tibi non satisfacerem.

Esto igitur, ut inuenta sit linea. K. cuius productum in. u. f. æquale sit quadrato ipsius. u. c. inuenta etiam sit linea. h. cuius productum cum. f. x. æquale sit quadrato ipsius. a. x. vnde ex conuerso. 49. primi ipsius Pergei, proportio ipsius. K. ad. b. c. erit ut ipsius. b. c. ad. b. d. & ipsius. h. ad. a. b. vt ipsius. a. b. ad. b. d. Erit igitur ex. 16. sexti Eucl. quadratum. b. c. æquale producto ipsius. K. in. b. d. & quadratum. a. b. æquale producto ipsius. h. in. b. d. & ex prima sexti, ita erit ipsius. K. ad. h. vt producti quod fit ex. K. in. b. d. ad productum ipsius. h. in. b. d. hoc est vt quadrati ipsius. b. c. ad quadratum ipsius. b. a. ex. 16. et. 11. quinti, hoc est vt quadrati ipsius. u. c. ad quadratum ipsius. a. x. hoc est ut productum ipsius. k. in. u. i. ad productum ipsius. h. in. x. f. Nunc si ipsius. k. ad. h. est vt producti ipsius. K. in. u. i. ad productum ipsius. h. in. f. x. ergo ex. 24. sexti, & communi conceptu, proportio ipsius. k. ad. h. composita erit ex ea quæ ipsius. u. i. ad. f. x. & ex ea quæ ipsius. k. ad. h. Cum ergo dempta fuerit proportio ipsius. k. ad. h. (vt simplex) à proportione ipsius. k. ad. h. (vt composita) reliquum nihil erit. Quare. f. x. æqualis erit ipsi. u. i.

Sed quod. f. m. æqualis sit ipsi. m. i. Videto in Eutotio, quia hoc satis sui natura facile est.

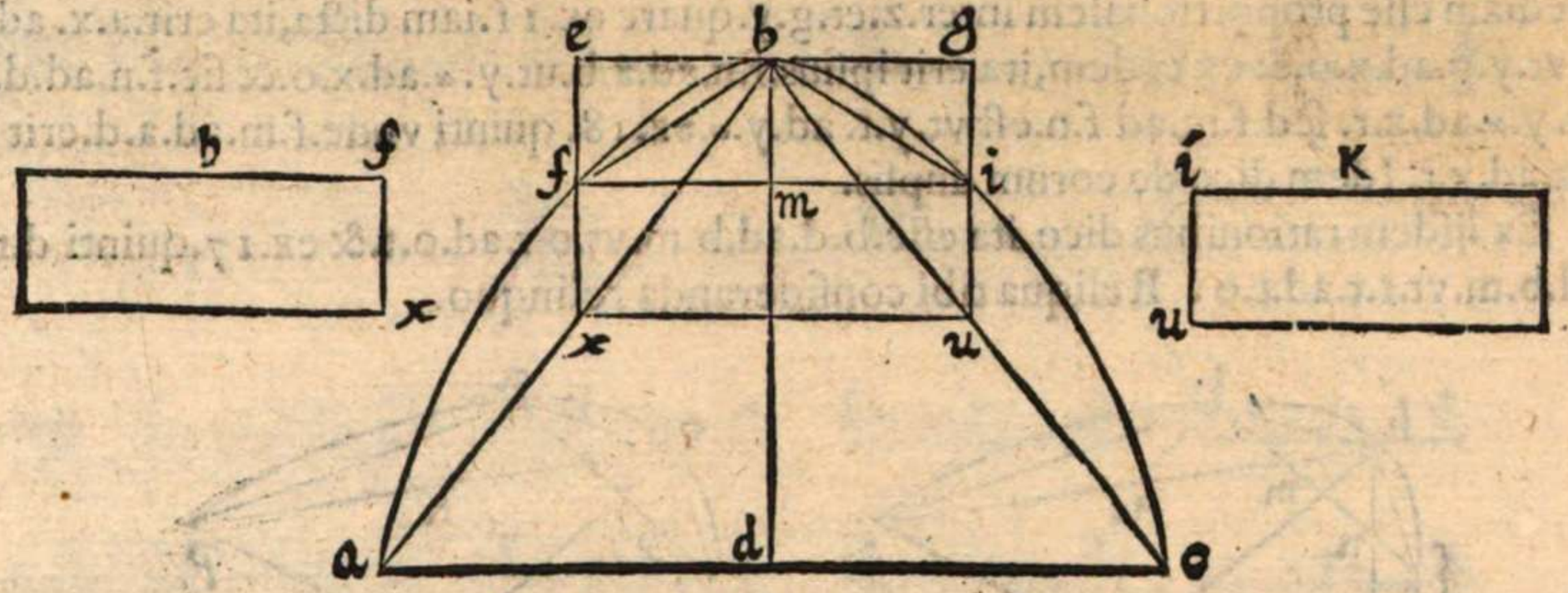
Sed accipe alium modum breuiorem ad probandum. f. x. esse æqualem ipsi. u. i.

Finge lineam. e. b. g. contingentem in puncto. b. prolungatisque diametris. f. x. et. u. i. vsque ad contingentem ipsam, habebis. f. e. æqualem ipsi. f. x et. g. i. ipsi. u. i. Ex. 35. primi Pergei, producta postea. x. u. habebis ex. 2. sexti Eucli. x. u. parallelam ipsi. a. c. sed. e. g. parallela est ipsimet. a. c. ex quinta secundi ipsius Pergei, quare ex. 30 primi Euclid. e. g. parallela erit ipsi. u. x & ex. 34. eiusdem æqualis erit. e. x. ipsi. u. g. vnde. f. x. etiam æqualis erit. u. i. ex communi conceptu.

Sed ne quid desideres probabo. f. m. æqualem esse ipsi. m. i. Iam igitur scis quod

cum

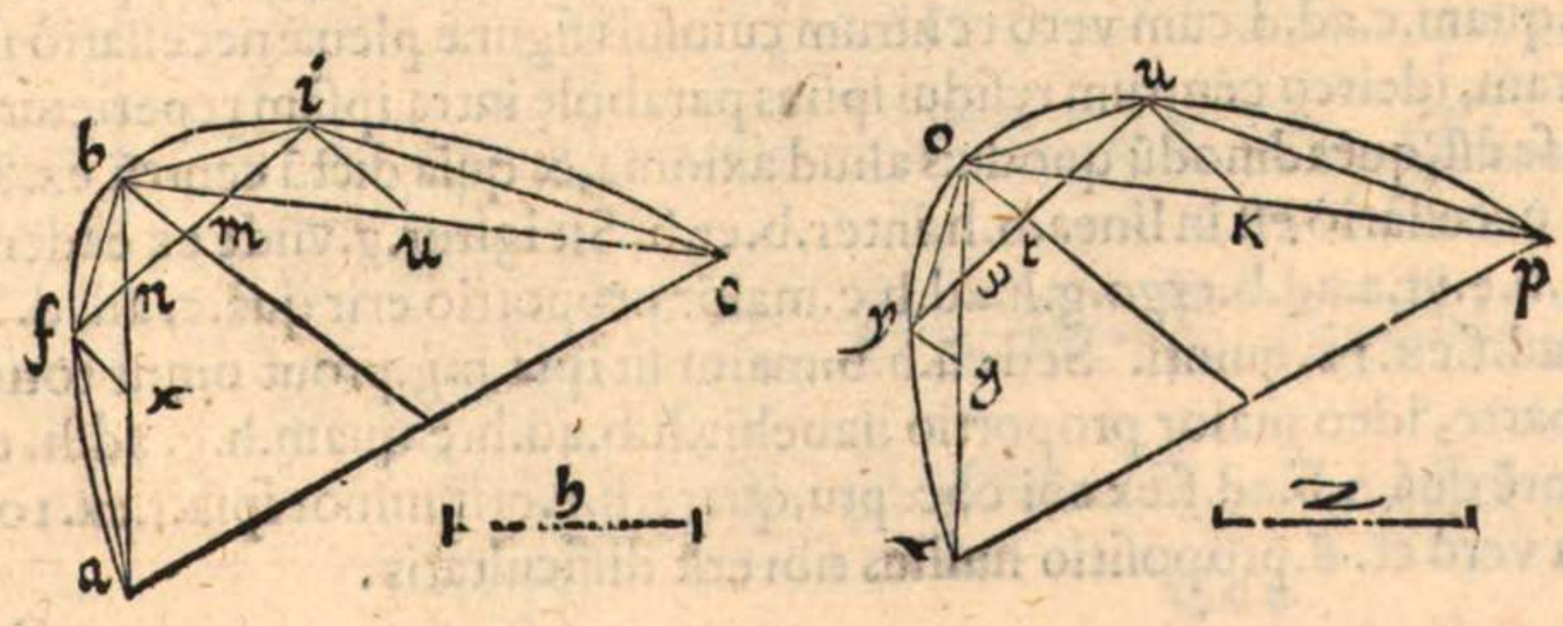
eum sit.f.x.æqualis ipsi.u.i. vt tibi probaui, & inuicem parallelæ ideo.f. i. parallela erit ipsi.x.u. ex.33. primi Euclidis. Vnde ex.30. eiusdem,parallela erit etiam ipsi.a. c.sed cum.x.u. diuisa sit ab. d.b. per æqualia,eo quod diuidit.a.c.eodem modo, quę ipsi parallela est ex. 2.sexti. Reliqua tibi consideranda relinquo. cum verò ambæ. f. x.et.u.i. parallelæ sint ipsi.b.d.sequitur quod cum ex.34.primi vnaquæq;.f.m.et. m. i. æqualis sit medietati ipsius.x.u. erunt inuicem æquales.



Minime dubitabam tibi non satisfacere Eutocium in. 3. propositione secundi lib.de centris Grauium Archimedis, cum citet.6. librum de elementis conicis, adde quod si aliud in ipso.6. libro ab eo citato non esset magis ad propositum, quàm ea quæ ab ipso citata sunt, nihilominus adhuc irresolutus maneres.

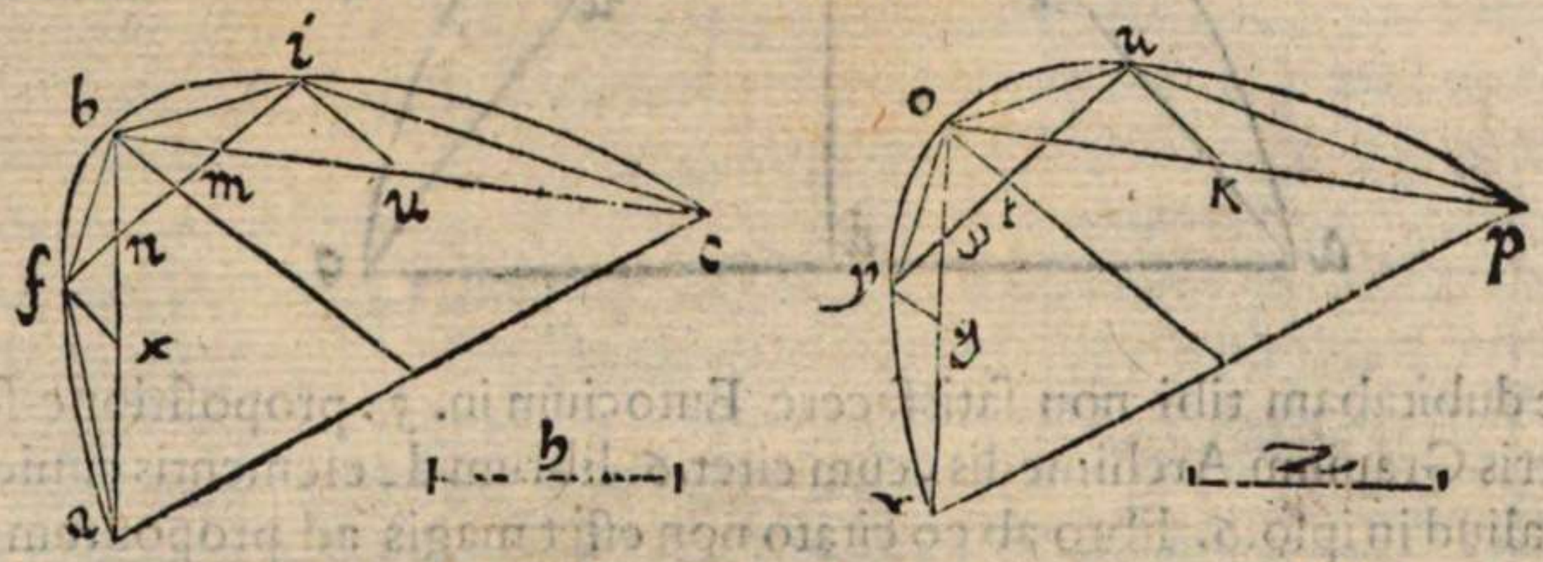
Considera igitur eandem ipsam figuram præcedentem; pro alia verò parabola simili dictæ, accipe secundam figuram ipsius tertiæ dictæ propositionis. Deinde imaginabis duo latera.o.x.et.o.p.diuisa esse per æqualia in punctis.g. et. K. protractisq; diametris.g.y.et.K.u.quæ, vt in præcedenti probaui, sunt inuicem æquales, scire debes quod similes parabolæ inuicem aliæ non possunt esse, nisi eæ quæ diametros proportionales suis basibus habeant, similiterq; positæ, hoc est, ut proportio ipsius b.d.ad.a.c. sit eadem quæ ipsius.o.r.ad.x.p.& quod anguli ad.r.sint æquales angulis circa.d. Notentur ergo primum puncta communia ipsius.o.g.cum.y.t.& ipsius.b.x cum.f.m.characteribus.ω.et.n. Nunc igitur scimus.f.m. æqualem esse.m.i.totamq;.f. i.parallelam esse ipsi.a.c. Idem dico de.y.t.u.trianguli q;.x.f.n.et.g.y.ω. esse similes triangulis.n.m.b.et.ω.t.o.quod ita probatur, nam ex.15. primi Euclid. anguli ad. n. sunt inuicem æquales, ex. 29.verò eiusdem anguli.f.x. n.et.n.b.m. similiter æquales ita etiam.n.f.x.et.n.m.b.

Idem dico in secunda figura, vnde ex.4.sexti Eucli.proportio.n.f.ad.m.n.erit eadem quę.f.x.ad.b.m.& ipsius.n.f.ad.x.f.vt.n.m.ad.m.b.ex. 16.quinti. Quare ex.11. eiusdem



eiuſdem erit vt. a.d.ad.d.b. Idem etiam dico in ſecunda parabola, ſed ipſius.x.o.ad o.r. eſt vt.a.b. ad. b. d. ex. 6.ſexti Eucli. vnde ex.11.quinti.n.f.ad.f.x. erit vt. ω. y. ad.y.g. Sed in precedenti iam tibi dixi.a.b.mediam proportionalem eſſe inter. h. et.b.d. Sit nunc.z. pro ſecunda parabola, ita ut.h. eſt pro prima,vnde.o.x.crit media proportionalis inter.z.et.o.r.& ex.11.quinti ita erit.h.ad.a.b.vt.z.ad.x.o.& ex. 22. h.ad.a.x.ut.z.ad.x.g.& quia ex.16. ſexti. a.x.media proportionalis eſt inter.h.et.f. x. cum ſupponatur productum.h.in.f.x.æquale eſſe quadrato. a. x. Idem dico. x. g. mediam eſſe proportionalem inter.z.et.g.y.quare ex.11.iam dicta,ita erit.a.x. ad.f. x.vt.y.g.ad.x.o.& ex eadem,ita erit ipſius.f.n.ad.a.b.ut.y. ω.ad.x.o.& ſic.f.n.ad.d.a. vt.y.ω.ad.x.r. ſed.f.m.ad f.n.eſt vt.y.t. ad.y.ω.ex.18. quinti vnde.f.m.ad.a.d.erit vt y.t.ad.x.r. Idem dico de eorum duplis.

Ex ijſdem rationibus dico ita eſſe.b.d.ad.b.m.vt.o r.ad.o.t.& ex.17.quinti.d.m. ad.b.m.vt.r.t.ad.t.o. Reliqua tibi conſideranda relinquo.



In reliquis verò propoſitionibus illius lib. nullo pacto poteris dubitare: Verum ne in. 4. aliquid tibi noui exurgat, te ſcire volo corollarium. 20. in libr. de quadratura parabolę docere poſſibile eſſe inſcriptionem rectilineæ,ea tamen conditione quã dicit Archimedes.

In quinta poſtea animaduertendum eſt,quod prima pars,probat tantummodo de centro trianguli,et.2.pars probat de centro pentagoni, à te ipſo deinde potes probare de centro nonanguli:& ſic de cæteris: eo quod cum probatum fuerit de centro figuræ in medio locatæ ſi conſtitutæ poſtea fuerint ſimiles figuræ in portionibus lateralibus habebitur propoſitum in infinitum.

Idem intelligendum eſt in.3. propoſitione quamuis exemplum vlterius non extendatur quam ad pentagonos.

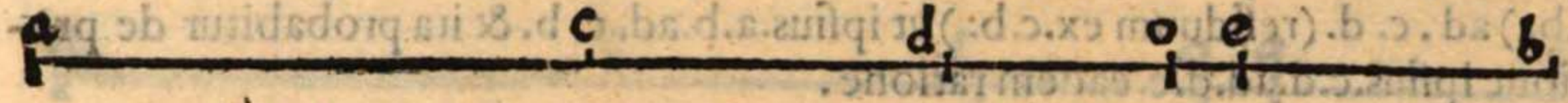
Sexta verò ꝓpoſitio tibi facilis erit,quæ nihilominus põt demõſtrari hoc mõ ſcili cet. Sint.4.quãtitates.a.b.c.d. ipſius Archimedis ſupponẽdo.a.pro figura rectilinea inſcripta in parabola,et.b.pro reſiduo ipſius parabolę et.c.pro triangulo.a.b.c.in medio ipſius parabolę et.d.pro triangulo. r. Nunc cum. a. maior ſit.c.prout totum maius eſt ſua parte, ideo ex.8.quinti maior proportio habebit.a.ad.b. quam. c. ad. b. Cum autem.b.minor ſit.d.ex ſuppoſito,ideo ex eadem dicta,maior proportio habebit.a.ad.b.quam.c.ad.d.cùm verò centrum cuiuſuis figuræ plenæ neceſſariò ſit intra ipſam figuram, idcirco centrum reſidui ipſius parabolę intra ipſam reperietur. quo d ita clarũ ꝑ ſe eſt,quẽadmodũ quoduis aliud axioma,& quia dictũ centrũ,ex.8.primi de centris, neceſſariò eſt in linea.b.h.inter.b.et.h. Sit igitur.g.vnde ex eadem.8.ita erit.g.h.ad.h.e.vt.a.ad.b.ergo.g.h.ad.h.e.maior proportio erit quã.c. ad. d. hoc eſt quam.b.h.ad.f.ex.12.quinti. Sed cũ.h.b.maior ſit ipſa.h.g.prout omne totum maius eſt ſua parte, ideo maior proportio habebit.h.b.ad.h.e.quam.h.g. ad.h. e. vnde multo maiorẽ quã.h.b.ad.f.ex cõi cõceptu,quare. h.e.erit minor ipſa.f.ex. 10.quĩti.

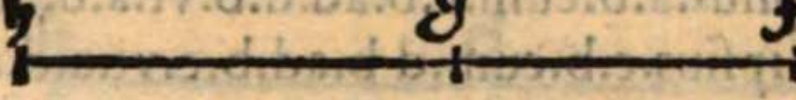
Septima verò et. 8.propoſitio nullius tibi erit difficultatis.

Quam-

Quamuis Eutotius ſcribat ſuper duas vltimas lib. ſecundi de centris grauiũ, nihil miror ipſum tibi non ſatisfacere. Accipe igitur quod ego nunc tibi mitto.

Archimedes eo in loco primũ ſupponit in penultima dicti libri quatuor lineas proportionales. a. b: c. b: d. b: et. e. b: ſupponit etiam quod proportio quæ eſt ipſius. e. b. ad. e. a. eadẽ ſit quæ ipſius. f. g. ad tres quintas ipſius. a. d. & quod proportio compoſiti dupli ipſius. a. b. cum quadruplo ipſius. b. c. cum ſexcuplo ipſius. b. d. cum triplo





V a .5. b b .10. o b .10. d b .5. e

AB a .2. b b .4. o b .6. d b .3. e

A a .2. b b .4. o b .4. d b .2. e

B b .2. d b .1. e

D a .2. b b .3. c b .1. d

E b .1. c b .3. d b .2. e

H a .11. c c .3. d d .2. e

HA a .3. b b .6. c b .3. d

M b .11. d b .11. e

N a .11. b b .2. c b .11. d

Q $\frac{3}{5}$ b .2. d b .4. c b .2. a

A b .2. e b .4. d b .4. c b .2. a

HA b .3. d b .6. c b .3. a

ipſius.b.e.ad compoſitum quintupli ipſius. a.b.cum decuplo ipſius.c.b.cum decuplo ipſius.b.d.cum quintuplo ipſius. b.e.eadem ſit quæ ipſius.g.h.ad.a.d. & vult probare.f.h.eſſe duas quintas ipſius.a.b.

Cum autem dicit proportionem ipſius.a.c.ad.c.d.& ipſius.c.d.ad.d.e.eſſe vt ipſius a.b. d.b.c.& cętera, verum dicit ex.19.quinti Eucli.eo quod cum ex hypotheſi ſit ipſius,a.b totalis ad.c.b.totalem vt ipſius.c.b. partialis (ſumptæ vt pars abſciſa ab.a. b.pro nunc) ad.d.b. partialem (abſciſam ab.c.b.) erit ex.19.dicta ipſius.a.c.(reſidui ex.a.b.) ad.c. d. (reſiduum ex.c.b.) vt ipſius.a.b.ad. c. b. & ita probabitur de proportione ipſius.c.d.ad.d.e. eadem ratione.

Cum verò ex.18.quinti ſit ipſius.a.b.cum.c.b.ad.c.b.vt ipſius.a.d.ad.d.e.ergo ex 22. eiuſdem,ita erit ipſius.a.b.cum.c.b.ad.d.b.vt.a.d.ad.d.e.& ex ijſdem rationibus eadem proportio erit ipſius.c.b.cum.d b.ad.b.e.vt.a.d.ad.d.e.quod inquit Archi. Verum etiam erit (ex.13.quinti) cum dicit eandem proportionem eſſe ipſius. a.d. ad. d.e.quę dupli primi antecedentis cum ſimplo ſecundi antecedentis ad duplum primi conſequentis cum ſimplo ſecundi conſequentis, hoc eſt dupli ipſius.a. b.c. cũ ſimplo.c.b.d.ad duplum ipſius.d.b.cum ſimplo.e.b.hoc eſt dupli.a.b. cum triplo ipſius.b.c.cum ſimplo.d.b.ad duplum ipſius.d.b.cum ſimplo.e.b. Nunc duplum. a.b. cum triplo.b.c.cum ſimplo.b.d. ſignatum ſit charactere. D. ſuum verò conſequens,
M hoc eſt duplum.d.b.cũ ſimplo.e.b.ſignificetur à charactere.B.hinc proportio ipſius a.d.ad.d.e.erit vt.D. ad.B.

Inquit nunc Archimedes, ſi quis ſumeret aliquod maius antecedens æquale ſcilicet duplo ipſius.a.b.cum quadruplo ipſius.b.e.cum quadruplo ipſius.b.d. cum duplo ipſius.b.e. compararetq; illud cum cõſequente.B.clarum eſſet ex.8.quinti quod tale antecedens maiorem proportionem haberet ad.B.quam ad. D.hoc eſt maiorem quàm ipſius.a.d.ad.d.e.ex.12.quinti.

Nunc ſi ſumpta fuerit aliqua linea, puta.d.o.cui.a.d.dictã habeat proportionem maiorem, clarum erit ex ſecunda parte decimę quinti quod.d.o.minor erit ipſa.d.e. Corrige igitur impreſſionem Baſileę locando characterem.o.inter.d.et. e. eo quod ibi poſitum non fuit.

Volo nunc quod dictum maius antecedens æquale ſcilicet duplo ipſius.a. b. cum quadruplo ipſius.b.c.cum quadruplo ipſius.b.d.cum duplo ipſius. b. c. ſignificetur à
β charactere.A.Hinc habebimus proportionem ipſius.a.d.ad.d.o.ut. A.ad.B.

Ex.18.quinti poſtea habebimus. A.B.ad.B. vt.a.o. ad. d. o. & proportionalitate
T euerſa in.19.dicti ita erit. A.B.ad.A.vt.a.o.ad.a.d. Sed hoc vltimum antecedens in ſe continet id quod Archimedes ſcribit,hoc eſt duplum ipſius.a.b. quadruplũ ipſius b. c. ſexcuplum ipſius. b.d.& triplum ipſius.b.e. Conſequens verò. A. continet duplum ipſius.a.b.quadruplum ipſius.b.c.quadruplum ipſius.b.d.& duplum ipſius.b.e.

Ex ſuppoſito deinde ipſius Archimedis & ex conuerſa proportionalitate in. 19. dicta, verum eſt id quod dicit Archimedes, videlicet quod eadem proportio eſt ipſius.a.d.ad.g.h. quod quintupli ipſius.a.b.cum quintuplo ipſius. b.e.cum decuplo ipſius.b.c.cum decuplo ipſius.b.d.(quod quidem antecedens ſignificetur per. V.) ad duplum ipſius.a.b.cum quadruplo ipſius.b.c.cum ſexcuplo ipſius.b.d. cum triplo ipſius.b.e.hoc eſt ad. A.B

Erit igitur.V.ad.A.B.vt ipſius. a. d. ad. g. h. ſed ſuperius vbi ſignatum eſt. T. iam probatum fuit ita eſſe. A.B ad. A. vt ipſius.a.o.ad.a.d. Ergò ex.23.quinti Archimedes verum ſcribit, hoc eſt quod ita erit ipſius. V. ad. A. vt ipſius.a.o.ad.g.h.

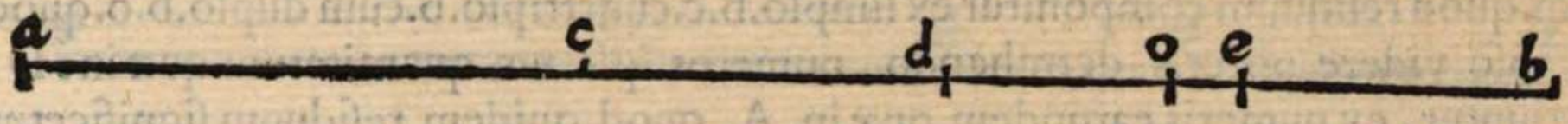
Clarum per ſe etiam eſt, id quod Archimed.dicit hoc eſt quod. V. ad. A. eſt vt

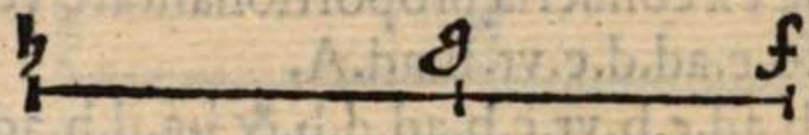
quinque

quinque ad duo, cum quodlibet ingredientium in compoſito. V. ad quodlibet ingredientium in compoſito. A. ſit vt quinque ad duo. Quare ex. 13. quinti verum dicit. Vnde. a. o. ad. g. h. erit vt quinq; ad duo ex. 11. eiuſdē vt inquit Archimedes.

Corrige impreſſionem vbi ſcriptum eſt, rurſus quoniam. o. a. quia oportet dicere Rurſus quoniam. o. d.

Archimedes igitur verum dicit, quod ipſius. o. d. ad. d. a. eſt vt ipſius. B. ad. A. ex





V a .5. b b .10. o b .10. d b .5. e

AB a .2. b b .4. o b .6. d b .3. e

A a .2. b b .4. o b .4. d b .2. e

B b .2. d b .1. e

D a .2. b b .3. c b .1. d

E b .1. c b .3. d b .2. e

H a .1. c c .3. d d .2. e

HA a .3. b b .6. c b .3. d

M b .1. d b .1. e

N a .1. b b .2. c b .1. d

Q $\frac{3}{5}$ b .2. d b .4. c b .2. a

A b .2. e b .4. d b .4. c b .2. a

HA b .3. d b .6. c b .3. a

conuerſa proportionalitate in. 19. quinti, cum.a.d.ad. d. o. iam probatum fuit (vbi B.) ita eſſe ut.A.ad.B.

Sed in principio huius ſpeculationis probatum iam fuit ita eſſe ipſius. d.a.ad.d.e. vt ipſius.D.ad.B.vbi notatum eſt. M. quar : ex.23.quinti, Archimedes verum dicit, quod.d.o.ad.d.e.erit vt.D.ad.A.

Sed cum.d.o.ad.d.e.ſe habeat ut.D.ad.A.erit ex conuerſa proportionalitate iam
λ dicta.d.e.ad.d.o. vt.A.ad.D.per euerſam vero erit. d.e.ad.a.o.vt. A. ad ſuum reſiduum.quod reſiduum componitur ex ſimplo.b.c.cum triplo.b.cum duplo.b.o.quod à te ipſo videre poteris detrahendo numeros ipſarum quantitatum quæ in. D. reperiuntur, ex numeris earundem, quæ in. A. quod quidem reſiduum ſignificetur à charactere.E. Vnde ex conuerſa proportionalitate verum dicit Archime. hoc eſt quod ita ſe habebit.o.e.ad.d.e.vt.E.ad.A.

Cum autem ſit.a.b.ad.c.b.vt.c.b.ad.d.b.& ita.d.b.ad.e.b. ex ſuppoſito, ideo ex 17. quinti verum dicit Archim.hoc eſt quod ita erit ipſius.d.e.ad.e.b.vt.a.c.ad.c.b. & vt.c.d.ad.d.b.& ex.13. eiuſdem eadem proportio erit tripli ipſius.c.d. ad triplum ipſius.d.b. quæ dupli ipſius.d.e.ad duplum ipſius.e.b.vt inquit Archi.

Ex qua.13. compoſitum ex.a.c.cum triplo ipſius.c.d.cum duplo ipſius. d. e. eandem proportionem habebit ad compoſitũ ipſius.c.b.cum triplo ipſi⁹.d.b.cum duplo ipſius.e.b.quam ipſius.d.e.ad.e. b. Sed horum compoſitorum primum ſignificetur per.H.ſecundum verò ſignificatum fuit per. E. vnde.H. ad.E. ſe habebit vt.d. e. ad e.b.ſed.E.ad.A.iam dictum eſt eſſe vt.o.e.ad.d.e.vbi ſignatum eſt. λ. quare ex. 23. quinti eadem proportio erit ipſius.o.e.ad.e.b.quæ.H.ad.A. vt ipſe inquit.

X Ex.18. poſtea eiuſdem ita erit.o.b.ad.e.b.vt.H.A.ad.A.

Notandum etiam eſt quod ſi collectæ fuerint omnes partes compoſiti. H. A. hoc eſt duplum.a.b.cum duplo.b.e.cum quadruplo.b.c.cum quadruplo.b.d.cum ſimplo a.c.cum triplo.c.d.cum duplo.d.e.habebitur triplum.a.b.triplum.b.d.& ſexcuplum b.c.vt ipſe dixit. Quod autem hoc verum ſit, cum diſtinctæ fuerint omnes partes, vt in ſubſcriptis his lineis videre eſt, videbis quod ſi ex.H.detracta fuerit ſimplex.a. c.quæ quidem poſtea iuncta vni ex partibus quadrupli.b.c.ipſius.A.reſultabit nobis vna integra. a.b. Vnde habebimus triplum ipſius. a.b.& in.A. remanebit triplum ipſius.c.b. Deinde ſi ex.H.auferatur triplum ipſius.c.d.& ipſum addatur tribus partibus quadrupli.b.d. ipſius.A. habebimus tres vices.b.c.quæ ſi iungantur tribus, quæ remanebant in. A. vt dixi, habebimus ſexcuplum ipſius.b.c. & in.A.remanebit ſimplum.b.d. cum duplo ipſius. b. e. Vnde ſi ex. H. demptum fuerit duplum ipſius. d. e. quod quidem iungatur cum duplo ipſius. b.e.habebimus duplum ipſius.b.d.quod coniunctum cum ſimplo.b.d.quod in.A. relictum fuerat, habebimus triplum ipſius d.b. Verum igitur eſt quod inquit Archimedes, hoc eſt, quod. H. A. eſt triplum ipſius.a. b.ſexcuplum ipſius.b.c.& triplum ipſius.b. d.

Verum etiam dicit ex eo(vt ſupra probatum eſt)quod.a.c: c.d: et.d.e. ſe habebãt in continua proportionalitate, quare ex conuerſa proportionalitate erunt ſibi inuicem continuæ proportionales.

Nunc autem cum.a.c: c.d.et. d.e.ſint continuæ proportionales in ea proportione in qua ſunt.a.b: c.b: d.b: et.e.b.vt in principio diximus, erit ex.22.quinti.a.c. ad. d. e.vt.a.b.ad.d.b.& ſic etiam.c.b.ad.e.b. Vnde ex.24. eiuſdem.a. d.ad.d.e.erit vt. a. b.cum.b.e. ad.d.b.& vt. c.b.cum.b.d.ad.e.b.& ex. 13. dicti vt. a. b. cum. b. e. bis ſumpto, & cum.b.d.ad.e.b.Quare ex conuerſa proportionalitate, vt ſe habet. e. d. ad.d.a.ita ſe habebit.e.b.cũ.d.b.ad d.b.cũ.b.c.duplicato & cũ. b. a. vt inquit Archimedes. Nunc antecedens vocetur.M.hoc eſt. b.e. cum.d.b.conſequens verò, hoc

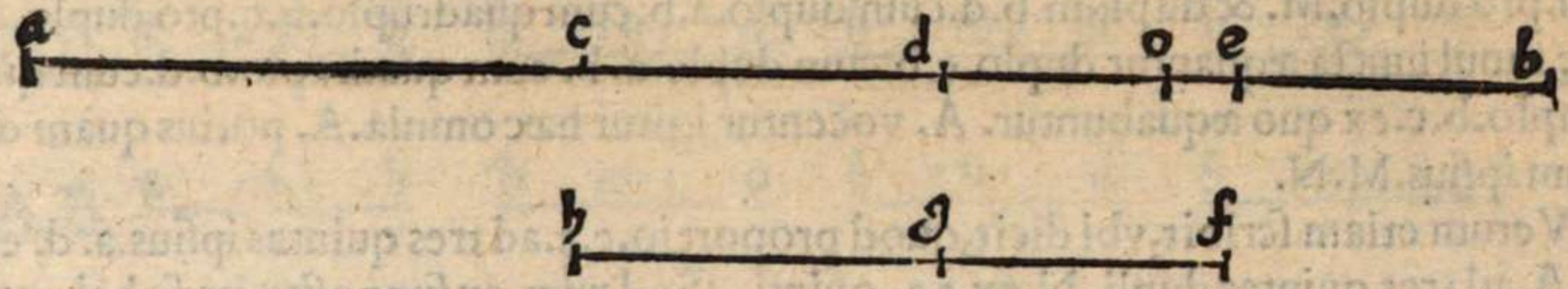
eſt

est.d.b.cum duplo.b.c.cum simplo.b.a.vocetur. N.

Animaduertendum tamen est quod impressio mendosa est ubi dicit.

" vnaquæque.c.b: b.d. & cætera,
propterea quod dicendum est ita
vnaquæq;.e.b:b.d.

Nunc ex.18.quinti, quemadmodum se habet.a.c.ad.d.a.ita se habebit.M.N.ad.N.



V a .5. b b .10. c b .10. d b .5. e

AB a .2. b b .4. c b .6. d b .3. e

A a .2. b b .4. c b .4. d b .2. e

B b .2. d b .1. e

D a .2. b b .3. c b .1. d

E b .1. c b .3. d b .2. e

H a .1. c c .3. d d .2. e

HA a .3. b b .6. c b .3. d

M b .1. d h .1. e

N a .1. h b .2. c b .1. d

Q $\frac{3}{5}$ b .2. d b .4. c b .2. a

A b .2. e b .4. d b .4. o b .2. a

HA b .3. d b .6. c b .3. a

Vbi

Vbi autem ſcriptum eſt
„ ad vtrunque ſimul.b.d: d.a.cum dupla.b.c.
dicendum eſt ita,
ad vtranque ſimul.b.d.b.a.cum dupla.b.c.

Inquit deinde Archi.quod ſicut ſe habet.e.a.ad.d.a.ita ſe habebit duplum.M.N. ad duplum.N. Quod quidem verum eſt ex.13.quinti, huiuſmodi verò antecedens & conſequens, Archi.manifeſtat ex ſuis partibus, ſumendo duplum.e.b.cum duplo b.d.pro duplo.M. & duplum.b.d.cum duplo.a.b.cum quadruplo.b.c.pro duplo.N. quę ſimul iuncta æquantur duplo.e.b.cum duplo.a. b. cum quadruplo.b.d.cum quadruplo.b.c.ex quo æquabuntur. A. vocentur igitur hæc omnia.A. potius quàm duplum ipſius.M.N.

Verum etiam ſcribit,vbi dicit,quod proportio.e.a.ad tres quintas ipſius.a. d. erit vt. A.ad tres quintas dupli. N.ex.22. quinti. Sed cum ex ſuppoſito ita ſe habeat.f. g.ad tres quintas ipſius.a.d.quemadmodum.b.e.ad.e.a. erit ex. 16. quinti verum q̃ dicit Archimed. hoc eſt, ita ſe habere. b. e.ad.f.g.vt.e.a.ad tres quintas ipſius.a.d.

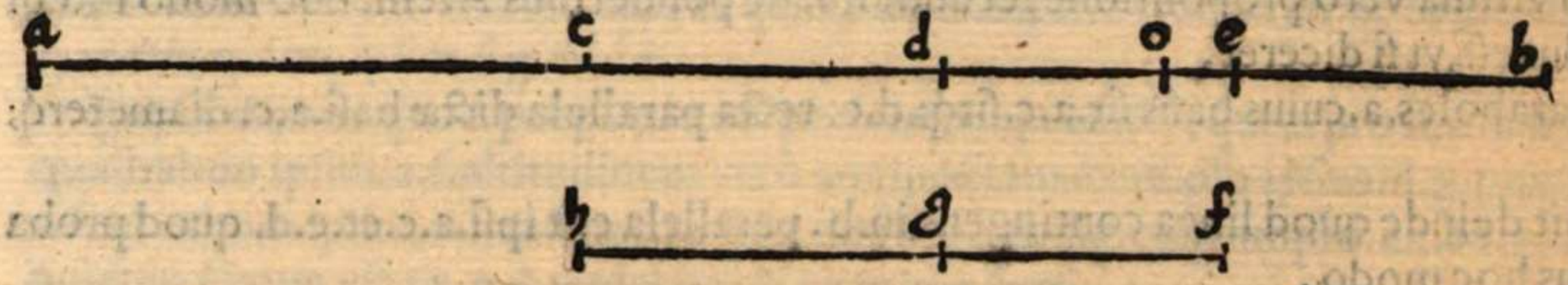
Et per. 11. eiuſdem verum etiam erit quod ſicut ſe habet.e.b.ad.f.g. ita ſe habebit.A.ad tres quintas dupli. N. quod quidem duplum. N.ſignificetur per . Q .

Sed ſuperius iam demonſtratum fuit (vbi.X.) quod.o.b.ad.b.e.ita ſe habebat vt H.A. ad. A.& nũc demum probatum fuit ita eſſe. A.ad tres quintas ipſius.Q.vt.e.b.
Y ad.f.g.Quare ex.22.quinti ita erit. H.A.ad tres quintas ipſius.Q.vt.o. b. ad. f. g. vt idem inquit.

Sed. H.A.ad.Q.(vt ex ſuis partibus videre eſt) ita ſe habet vt tres ad duo ex.13. quinti, vt inquit Archimedes.

Ipſe etiam dicit proportionem. H.A.ad tres quintas ipſius. Q. eſſe vt quinque ad duo. Pro cuius rei euidentia imaginemur tam.H.A.quam.Q. diuiſa per quinq; partes æquales, vnde ex.16.quinti habebimus quamlibet quintam partẽ ipſius. Q. æqualẽ eſſe duabus tertijs vniuſcuiuſque quintæ partis.H.A. vnde tres quintæ ipſius Q. erunt, ex communi conceptu, ſex tertiæ vnius quintæ ipſius. H. A. hoc eſt duæ quintæ.ipſius. H. A. Quare.o.b.ita ſe habebit ad.f.g. vt quinque ad duo ex communi cõceptu,cum.o. b.ad.f.g.probatum fuerit ſe habere vt.H.A. ad tres quintas ipſius Q. (vbi. Y .) ſed iam probatum fuit (vbi. ω.) quod, o.a.ad.h.g. erat etiam vt quinque ad duo, hoc eſt quod.f.h.erit duæ quintę ipſius.a. b. Quod eſt propoſitum.

In vltima



V a .5. b b .10. o b .10. d b .5. e

AB a .2. b b .4. c b .6. d b .3. e

A a .2. b b .4. c b .4. d b .2. e

B b .2. d b .1. e

D a .2. b o .3. c b .1. d

E b .1. c b .3. d b .2. e

H a .1. c c .3. d d .2. e

HA a .3. b b .6. c b .3. d

M b .1. d b .1. e

N a .1. b b .2. c b .1. d

Q 3/5 b .2. d b .4. c b .2. a

A b .2. e b .4. d b .4. o b .2. a

HA o .3. d b .6. c b .3. a

In

In vltima verò propoſitione ſecundi lib. de ponderibus Archi. hoc modo intelligendus eſt, vt ſi diceret,

Sit paraboles.a.cuius baſis ſit.a.c.ſitq́;.d.e. recta parallela dictæ baſi.a.c. diameterq́; b. f.

Inquit deinde quod linea contingens in.b. parallela erit ipſi.a.c.et.e.d. quod probabimus hoc modo.

Cum.b.f. diameter ſit et.a.c.baſis, clarum erit ex definitione quod.b.f.diuidet. a. c. per æqualia in.g. Vnde ex.7.vel etiam ex.46. primi Pergei. d.e.diuiſa erit per æqualia à diametro.b.f. Quare verum dicit ex quinta ſecundi ipſius Pergei hoc eſt quod dicta contingens in puncto.b. parallela erit ambobus.a.c.et.e.d.

Inquit poſtea quod diuiſa cum fuerit pars diametri quę inter.d.e.et.a.c.poſita eſt (hoc eſt.g.f.) per quinque partes æquales, quarũ partium media ſit.h.k.diuiſa etiam imaginatione ſit in puncto.i. ita quod proportio ipſius.h.i.ad.i.K. eadem ſit quæ inter duo ſolida quorum vnum(illud ſcilicet à quo relatio incipit, hoc eſt antecedens)
R pro ſua baſi teneat quadratum ipſius.a.f.cuius etiam ſolidi altitudo compoſita ſit ex duplo ipſius. d. g.cum ſimplo. a. f. Aliud verò ſolidum habeat pro ſua baſi quadratum ipſius.d.g.eius verò altitudo compoſita ſit ex duplo ipſius.a.f.cum ſimplo.d.g.

Inquit nunc Archi.quod cum ita factum fuerit,oſtendet punctum. i. centrum eſſe portionis abſciſſę à tota ſectione,quod fruſtũ nominat ſignatũ characteribus.a.d.e.c.

Sit igitur nunc.m.n.inquit, æqualis diametro.b.f.et.n.o.æqualis.b.g.ſitq́;.x.media proportionalis inter.n.m.et.n.o.et.t.n.in continua proportionalitate poſt. o. n. hoc eſt quod ea proportio quæ eſt ipſius.o.n.ad.n.t.eadem ſit ipſius.x.n.ad.n.o.Hinc habebimus. 4. lineas in continua proportionalitate ſibi inuicem coniunctas.m. n: x. n: o.n.et.t.n.

A Vult etiam quod à linea.i.b.incipiens ab.i.verſus.g.alia linea abſciſſa ſit, cui lineæ,ita proportionata ſit.f.h.vt.t.m.eſt ad.t.n.quæ quidem linea ſignata ſit.i.r.

Dicit poſtea quod diameter.b. f. erit fortaſſe axis vel aliqua reliquarum diametrorum, quod quidem in. 46. primi Pergei videre eſt, cum omnes diametri ſint inuicem paralleli ipſi axi.

Cum poſtea dicit, quod.a.f.et. d.g. ſunt intentæ ductæque, ibi vult idem inferre,quod Pergeus vocat ordinatè, vt ex. 11. et. 49. primi ipſius Pergei videre licet, vnde ex.20.eiuſdem proportio.b.f.ad.b.g.erit vt quadrati. a. f. ad quadratum ipſius.d.g.vt ipſe dicit.

* Sed ita erit quadrati.m.n.ad quadratũ.x.n.ex. 18.ſexti Eucli.Quare ex.11.quinti quadratum ipſius.m.n.ad quadratum ipſius.n.x. eandem habebit proportionem, quam quadratum ipſius. a.f.ad quadratum ipſius.d.g. Vnde ex. 18. & ex communi ſciẽtia,eadem proportio erit ipſius.m.n.ad.n.x.quę ipſius.a.f.ad.d.g.vt inquit Arch.

Quapropter proportio cubi ipſius.m.n.ad cubum ipſius.n.x.erit vt cubi ipſius. a. f.ad cubum ipſius.d.g.vt etiam dicit ex communi ſcientia,nec non ex.36.vndecimi.

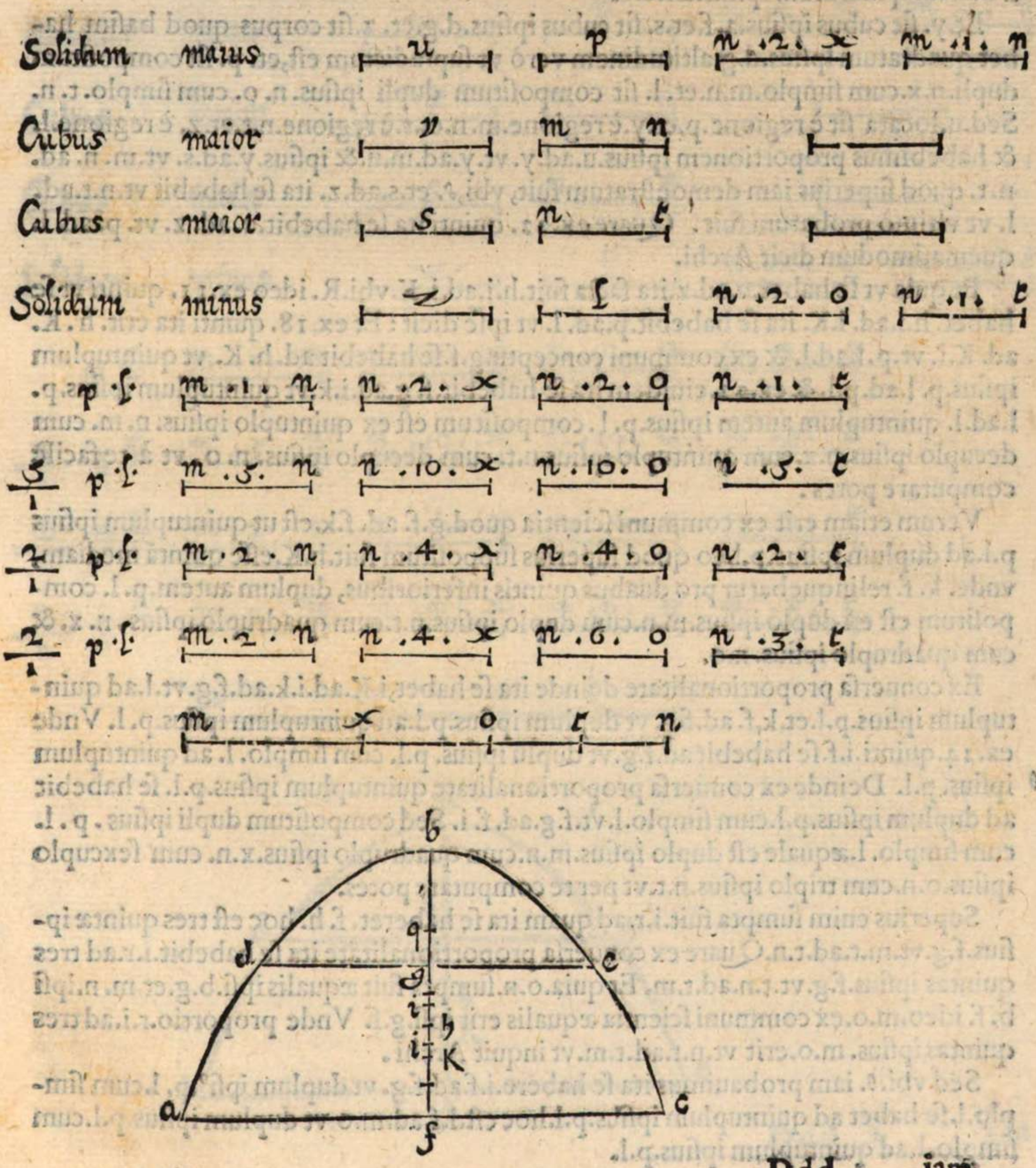
Inquit poſtea quod proportio totius ſectionis.a.b.c.ad portionem.d.b. e. eadem eſt quæ cubi ipſius.a.f.ad cubum ipſius.d.g.quod verum eſt,vt aliàs tibi monſtraui in diuiſione parabolæ ſecundum aliquam propoſitam proportionem.

β Quando autem dicit quod proportio cubi ipſius.m.n.ad cubum ipſius.n.x.eadem eſt quæ ipſius.m.n.ad.n.t. verum dicit ex. 36. vndecimi. Vnde ex. 11. quinti ita ſe habebit totalis ſectio.a.b.c.ad portionem.d.b.c.vt.m.n.ad.n.t.& ex.17. eiuſdem ita erit ipſius.m.t.ad.t.n.vt fruſti.a.d.e.c.ad ſectionem.d.b. e. quemadmodum ipſe dicit. Sed quia ſuperius,vbi.A.ipſa.f.h.(quæ eſt tres quintæ ipſius.f.g.)ad.i.r.ita relata fuit

ta fuit vt.m.t.ad.t.n. idcirco ex.11. quinti ita erit ipſius fruſti.a.e. ad ſectionem.d.b.e. vt tres quintę ipſius.f.g.ad.i.r.

Inquit deinde quod proportio corporis iam ſupradicti, quod pro ſua baſi habeat quadratum ipſius.a.f.altitudinem verò compoſitam ex duplo ipſius.d.g.cum ſimplo a.f.ad cubum ipſius.a.f.eadem erit quæ dupli ipſius.d.g.cum ſimplo.a.f.ad.a.f.Quod quidem verum eſt ex.33. vndecimi & ex prima ſexti.

Sed ſuperius (vbi .a.) iam probauimus eandem proportionem eſſe inter.m.n.& n.x. quæ inter.a.f.et.d.g.ideo ex conuerſa proportionalitate ita erit ipſius.x.n.ad.n.m. vt ipſius.d.g.ad.a.f.ſed dupli.x.n.ad ſimplum.x.n.eſt vt dupli.d.g.ad.d.g.Quare ex.22. quinti dupli.x.n.ad.m.n.erit vt dupli.d.g.ad.a.f.& ex.18.eiuſdem ita erit dupli.x.n.cum ſimplo.m.n.ad.m.n.vt dupli.d.g.cum ſimplo.a.f.ad.a.f.Quare ſolidi



iam dicti ad cubum ipsius.a.f.ex. 11. quinti erit vt dupli.x.n.cũ simplo.m.n.ad.m.n.

Superius autem vbi. β. demonstratum fuit ita esse ipsius.m.n.ad.n.t.vt cubi.m.n. ad cubum. x. n. & inter. α. et. β. probatum fuit ita esse cubi.a.f. ad cubum. d. g. vt cubi.m.n.ad cubum. x. n. Vnde ex. 11. quinti.m.n.ad.n.t.erit vt cubi.a. f. ad cubum d. g.

Dicit postea quod eadem proportio erit inter cubum. d. g. & corpus illud quod pro basi habeat quadratum ipsius.d.g. altitudinem verò vt dictum est, quæ est inter d.g. & compositum ex duplo.a.f.cum simplo. d. g. quod compositum est altitudo dicta,& verũ dicit ex ratione superius allegata pro reliquo corpore & cubo ipsius.a.f. Quare etiam quemadmodum. t. n. se habet ad duplum ipsius.o. n.cum simplo.t.n. ex ijsdem rationibus supradictis, vbi loquuti sumus de.x.n.cum.m.n.

Disponantur nũc omnia tali ordine, ita vt. u. primum sit corpus quod pro sua basi habeat quadratum ipsius.a.f.&c.

Et.y. sit cubus ipsius.a. f.et.s. sit cubus ipsius.d.g.et. z.sit corpus quod basim habet quadratum Ipsius.d.g.altitudinem verò vt supradictum est,et. p. sit compositum dupli.n.x.cum simplo.m.n.et. l. sit compositum dupli ipsius. n. o. cum simplo. t. n. Sed.u.locata sit è regione.p.et.y.è regione.m. n.et.s.è regione.n.t.et. z. è regione.l. & habebimus proportionem ipsius.u.ad.y. vt.y.ad.m.n.& ipsius.y.ad.s. vt.m. n. ad. n. t. quod superius iam demonstratum fuit, vbi,ϑ. et.s.ad.z. ita se habebit vt.n.t.ad. l. vt vltimò probatum fuit. Quare ex. 22. quinti ita se habebit.u. ad. z. vt. p. ad. l. quemadmodum dicit Archi.

Et quia vt se habet.u.ad.z.ita facta fuit.h.i.ad.i. K.vbi.R. ideo ex.11. quinti vt se habet. h.i.ad. i.K. ita se habebit.p.ad. l. vt ipse dicit: Et ex.18. quinti ita erit. h. K. ad. K.i. vt.p.l.ad.l. & ex communi conceptu.g.f.se habebit ad. h. K. vt quintuplum ipsius.p. l.ad.p.l. & ex.22.eiusdem ita se habebit.f. g.ad.i.k.vt quintuplum ipsius.p. l.ad.l. quintuplum autem ipsius.p. l. compositum est ex quintuplo ipsius. n. m. cum decuplo ipsius.n.x.cum quintuplo ipsius.n.t. cum decuplo ipsius. n. o. vt à te facilè computare potes.

Verum etiam erit ex communi scientia quod.g.f. ad. f.k.est ut quintuplum ipsius p.l.ad duplum ipsius.p.l.eo quod superius suppositum fuit.h.K.esse quintã mediam, vnde. k. f. relinquebatur pro duabus quintis inferioribus, duplum autem.p. l. compositum est ex duplo ipsius.m.n.cum duplo ipsius.n.t.cum quadruplo ipsius. n. x. & cum quadruplo ipsius. x.o.

Ex conuersa proportionalitate deinde ita se habet,i.K.ad.i.k.ad.f.g.vt.l.ad quintuplum ipsius.p.l.et.k.f. ad.f.g. vt duplum ipsius.p.l.ad quintuplum ipsius.p. l. Vnde ex. 24.quinti.i.f.se habebit ad.f.g.vt duplũ ipsius. p.l. cum simplo. l. ad quintuplum
θ ipsius. p.l. Deinde ex conuersa proportionalitate quintuplum ipsius.p.l. se habebit ad duplum ipsius.p.l.cum simplo.l.vt.f.g.ad. f. i. Sed compositum dupli ipsius. p. l. cum simplo. l.æquale est duplo ipsius.m.n.cum quadruplo ipsius.x.n. cum sexcuplo ipsius.o.n.cum triplo ipsius.n.t.vt per te computare potes.

Superius enim sumpta fuit.i.r.ad quam ita se haberet. f. h. hoc est tres quintæ ipsius.f.g.vt.m.t.ad.t.n.Quare ex conuersa proportionalitate ita se habebit.i.r.ad tres quintas ipsius.f.g.vt.t.n.ad.t.m. Et quia.o.n.sumpta fuit æqualis ipsi.b.g.et.m. n.ipsi b. f. ideo.m.o.ex communi scientia æqualis erit ipsi.g.f. Vnde proportio.r.i.ad tres quintas ipsius. m.o.erit vt.n.t.ad.t.m.vt inquit Archi.

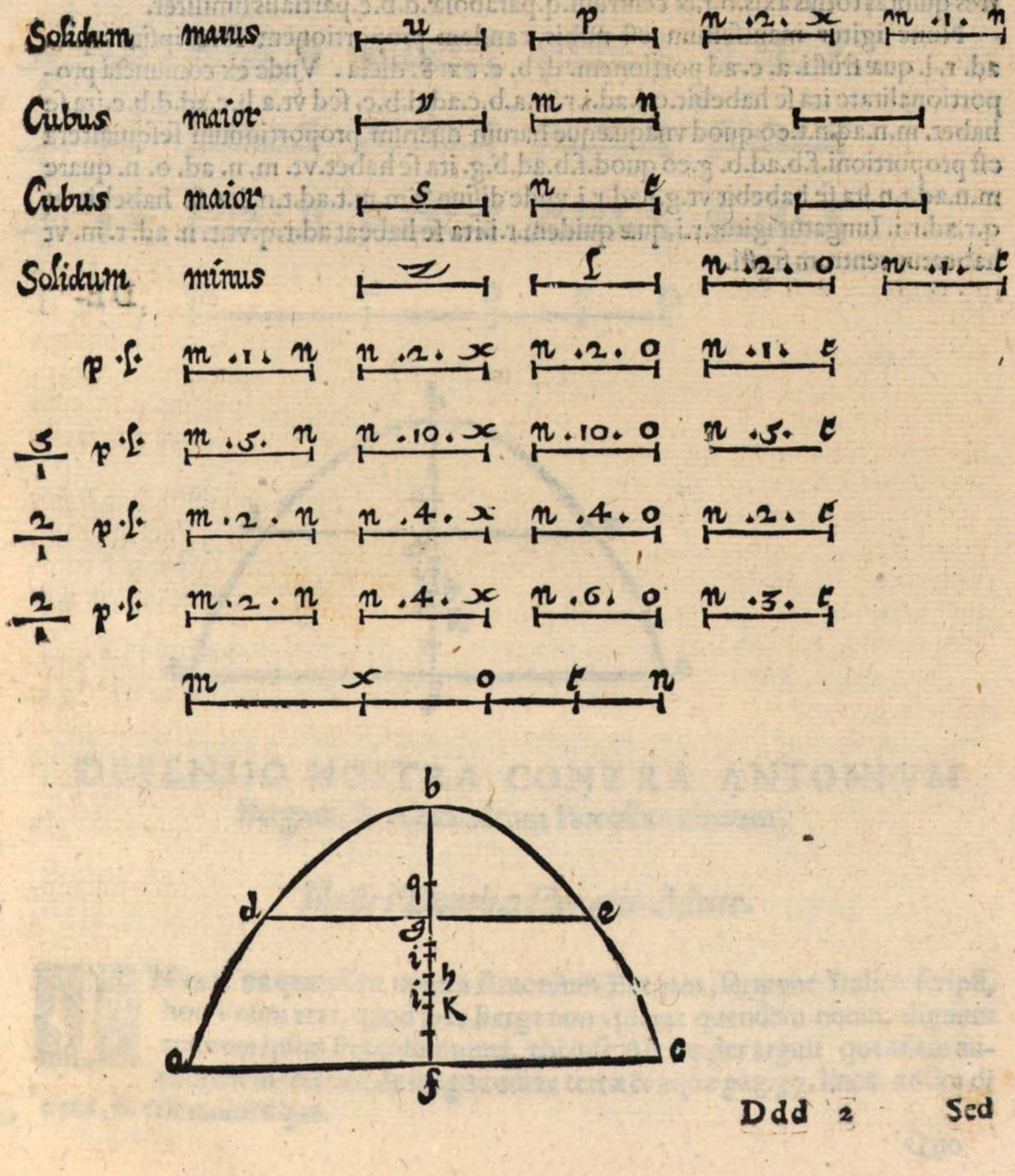
Sed vbi. θ. iam probauimus ita se habere.i.f.ad.f.g. vt duplum ipsi°.p. l.cum simplo.l.se habet ad quintuplum ipsius.p.l.hoc est.i.f.ad.m.o.vt duplum ipsius.p.l.cum simplo.l.ad quintuplum ipsius.p.l.

Habemus

Habemus igitur nunc omnes illas conditiones quas Archimedes in præcedenti propoſitione ſupponit. Vnde ex rationibus ibi allegatis ſequitur.f.r.eſſe duas quintas ipſius.m.n. hoc eſt ipſius.f. b. Quapropter punctum.r.centrum erit ponderis totius ſectionis parabolæ ex.8. ſecundi lib.de ponderibus eiuſdem Archimedis.

Inquit nunc Archimedes,quod exiſtente. q. centro ponderis ipſius parabolæ. d. b.e. partialis, centrum truſti erit in linea recta. q. r. f. ita remotum à centro. r. quod proportio.q.r.ad partem illam ipſius.r.f.quæ reperitur inter centrum. r. & centrum huius truſti æqualis eſt proportioni totius parabolæ ad partialem. Quod quidem verum eſt ex.8.primi libri eiuſdem.

Inquit etiam punctum.i.illud eſſe,eo quod cum probatum ſit.f.r. duas quintas eſſe ipſius.f.b.ideo.b.r.tres quintas erit ipſius.b.f. vt ipſe dicit.



Sed.q.b. ſimiliter tres quintæ eſt ipſius.d.b.ex.8.prædicta. Quare.q.r.tres quintæ erit ipſius.f.g.ex. 19. quinti.

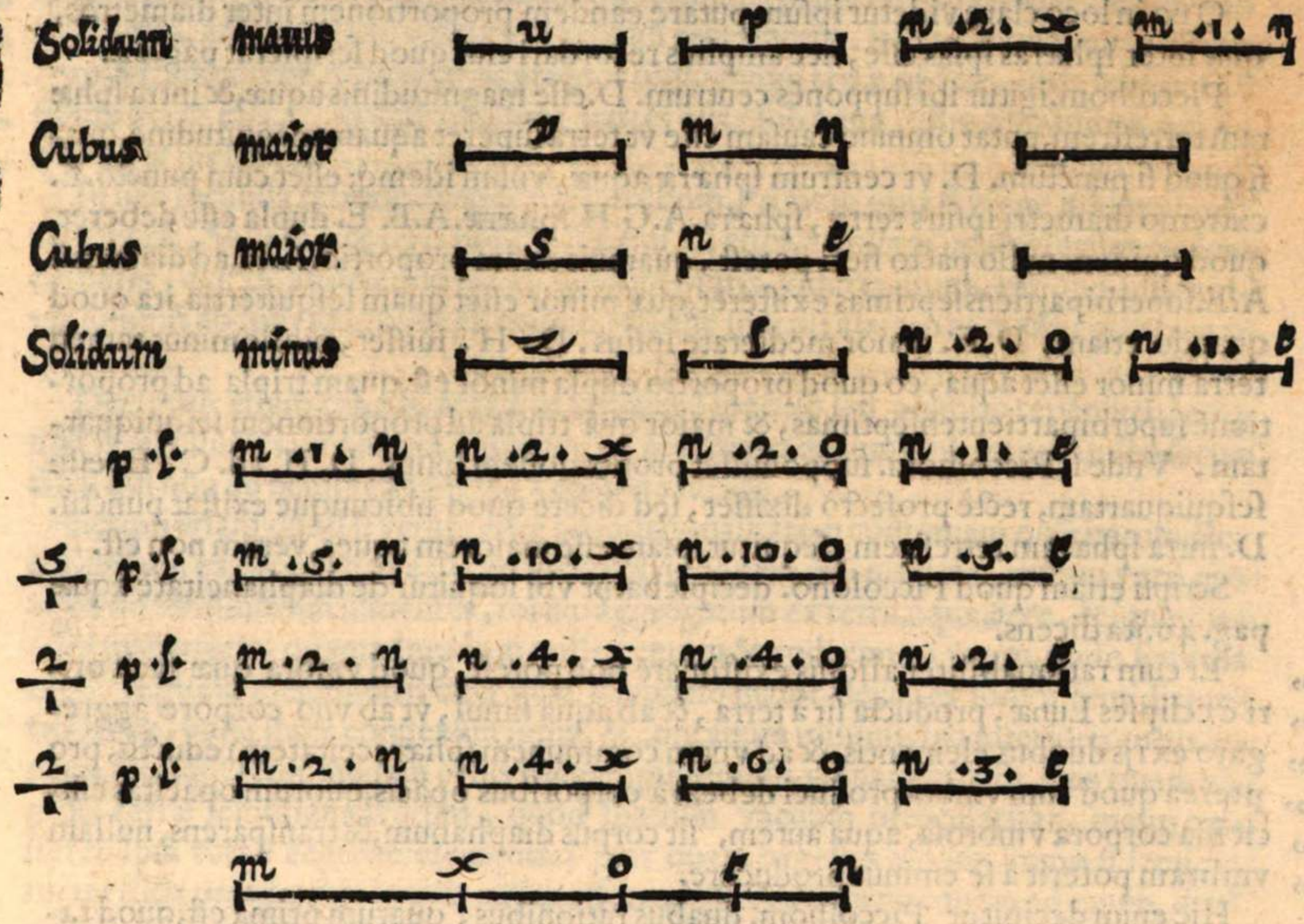
Dicamus igitur hoc modo cum. f.b.totum ad totum.b. r. ita ſe habeat vt abſciſſum.b.g.ad abſciſſum.q.b.ex.7.et.8. dicti primi libri eiuſdem ideo reſiduum.f.g.ex f.b.ad reſiduum.r.q.ex.r.b.erit vt totum.f.b.ad.totum.r.b.ex. 19.quinti Eucli.

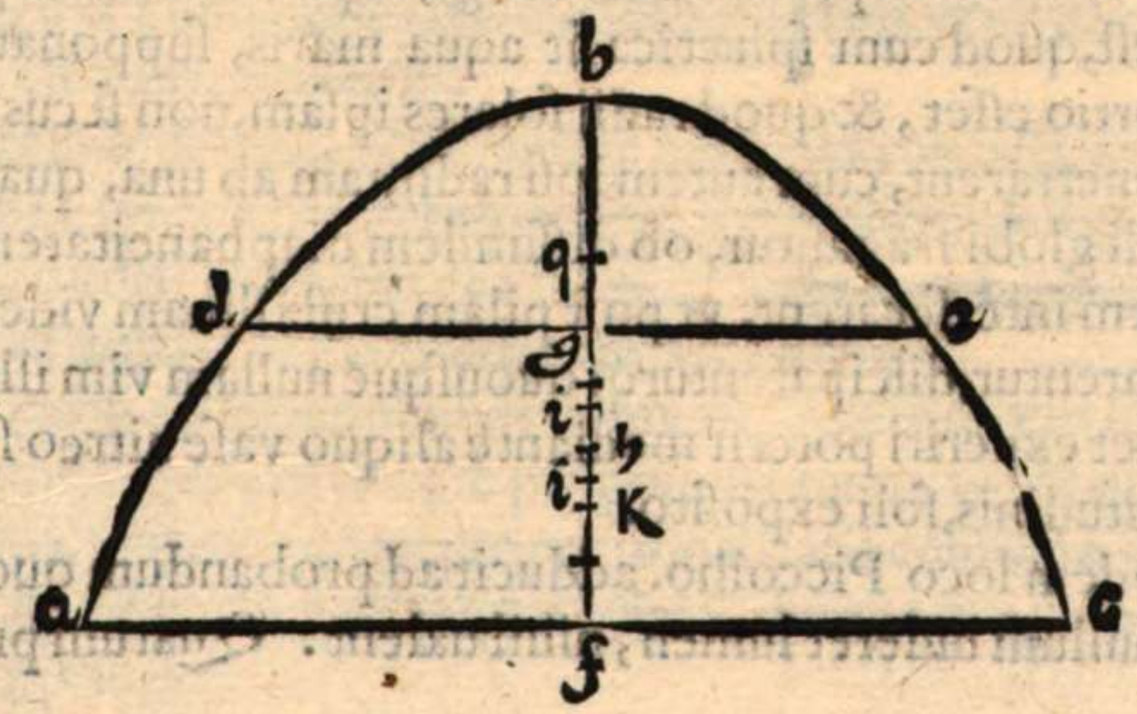
Sed iam ſub. β. probauimus ita ſe habere fruſtum.a.d.e.c.ad parabolam.d.b.e. vt m.t.ad.t.n.ſed vt.m.t.ad.t.n.ita aſſumpta fuit (vbi.A.).i.r.ad quam ſic ſe haberet. f. h.hoc eſt tres quintæ ipſius.f. g.hoc eſt.q.r.quare ex.11. quinti proportio fruſti. a. d.e.c.ad parabolam partialem erit vt.q.r.ad.r.i. Exiſtente igitur.r. centro totius parabolæ et.q. centro partialis,ergo.i.centrum erit fruſti propoſiti.

Sed ſi nullo ſolido intercedente,voluerimus centrum.i.fruſti.a.e. citius inuenire, inueniemus primò centrum.r.totius figuræ ex.8.ſecundi eiuſdem conſtituendo.b.r. tres quintas totius axis.b.f.& centrum.q.parabolæ.d.b.e.partialis ſimiliter.

Nunc igitur manifeſtum eſt nobis, eandem proportionem fore ipſius. q. r. ad. r. i. quæ fruſti. a. e. ad portionem. d. b. e. ex. 8. dicta. Vnde ex coniuncta proportionalitate ita ſe habebit.q.i.ad.i.r.vt.a.b.c.ad.d.b.e. ſed vt.a.b.c.ad.d.b.e.ita ſe habet. m.n.ad.n.t.eo quod vnaquæque harum duarum proportionum ſeſquialtera eſt proportioni.f.b.ad.b. g.eo quod.f.b.ad.b.g. ita ſe habet.vt. m. n. ad. o. n. quare m.n.ad.t.n.ita ſe habebit vt.g.i.ad.r.i.vnde diſiunctim.m.t.ad.t.n. ita ſe habebit vt q.r.ad.r.i. Iungatur igitur.r.i.quæ quidem.r.i.ita ſe habeat ad.r.q.vt.t. n. ad. t. m. vt habeatur centrum fruſti.

DE-





DEFENSIO NOSTRA CONTRA ANTONIVM Bergam, & Alexandrum Piccolhomineum.

Illustri Domino Horatio Muto.

INTER ea quæ olim contra Antonium Bergam, sermone Italico scripsi, hoc vnum erat, quod ipse Berga non viderat quendam notatu dignum errorem ipsius Piccolhominei, vbi ipse Alexander arguit quendam authorem in tractatu de magnitudine terræ & aquæ pag. 37. linea. 26. ita di
» cens, & erit maior aqua.

Quo

Quo in loco clare videtur ipſum putare eandem proportionem inter diametros, quæ inter ſphæras ipſas eſſe, nec amplius recordari eius quod ſcripſerat pag. 24.

Piccolhom. igitur ibi ſupponẽs centrum. D. eſſe magnitudinis aquæ, & intra ſphæram terreſtrem, putat omnino cauſam eſſe vt terra ſuperet aquam magnitudine, quaſi quod ſi punctum. D. vt centrum ſphæræ aquæ, vnum idemq; eſſet cum puncto. E. extremo diametri ipſius terræ, ſphæra. A. G. H. ſphæræ. A. B. E. dupla eſſe deberet, quod quidem nullo pacto fieri poteſt, quamuis etiam proportio. A. H. ad diametrũ A. E. ſuperbipartiensſeptimas exiſteret, quæ minor eſſet quam ſeſquitertia, ita quod quando etiam. D. E. maior medietate ipſius. D. H. fuiſſet, nihilominus tamen terra minor eſſet aqua, eo quod proportio dupla minor eſt, quam tripla ad proportionẽ ſuperbipartientenſeptimas, & maior quã tripla ad proportionem ſeſquiquartam. Vnde ſi Piccolhom. ſuppoſuiſſet proportionem ipſius. D. H. ad. C. E. eſſe ſeſquiquartam, rectè profectò dixiſſet, ſed dicere quod ubicunque exiſtat punctũ. D. intra ſphæram terreſtrem, ſequitur ipſam eſſe maiorem aquea, verum non eſt.

Scripſi etiam quod Piccoloho. decipiebatur vbi loquitur de diaphaneitate aquæ pag. 40. ita dicens.

„ Et cum rationabiliter aliquis exiſtimare non poteſt, quod vmbra quæ facit ori-
„ ri eclipſes Lunæ, producta ſit à terra, & ab aqua ſimul, vt ab vno corpore aggre-
„ gato ex ijs duobus elementis, & ad vnam communem ſphæreceitatem reductis, pro
„ pterea quod cum vmbra produci debeat à corporibus opacis, quorum opacitas effi-
„ cit illa corpora vmbroſa, aqua autem, ſit corpus diaphanum, & tranſparens, nullam
„ vmbram poterit à ſe eminus producere.

Hic enim decipitur Piccolhom. duabus rationibus, quarum prima eſt, quod radius luminoſus non poteſt multum in profundum mergi, vt probaui in. 8. epiſtola ad Vimercatum, altera verò eſt, quod cum ſphærica ſit aqua maris, ſupponatur etiam quod ſub ea nulla terræ portio eſſet, & quod radij ſolares ipſam, non ſecus ac pilam ex criſtallo fabrę factam penetrarent, cum autem ipſi radij, tam ab una, quam ab alia parte ſuperficiei huiuſmodi globi frãgantur, ob diſſimilem diaphaneitatem inter aerem & aquam, ipſi ſe inuicem interſecarent, vt poſt pilam criſtallinam videre eſt, deinde procedentes, diſgregarentur, diſciparenturq; quouſque nullam vim illuminationis haberent, quod quilibet experiri poterit mediante aliquo vaſe uitreo ſphærico, aqua pleno, cuiuſuis magnitudinis, ſoli expoſito.

Rationes etiam quas eodem loco Piccolho. adducit ad probandum quod ſi quis in fundo maris exiſteret, nullum uideret lumen, nihil ualent. Quarum prima eſt, ubi ita dicit.

„ Ille qui ſe in aquam mergit, cum maiorem lucem, quæ ſupra aquam eſt, relin-
„ quat, iudicat pro magno temporis ſpatio locum illum obſcurum, quemadmodum
„ accidit quando per multum temporis ſpatium fixis oculis in corpore Solis intuiti ſu
„ mus, ab eodem poſtea eoſdem amouentes, omnia obſcura nobis videntur.

Ipſe autem non conſiderat quod talis obſcuritas quæ ſequitur viſionem maioris luminis, parum durat, immo cito euaneſcit, ſed in aqua nunquam reuertimur ad videndum, neque veſtigium aliquod luminis ibi videtur, in fundo maris dico, quemadmodum nobis nuntiauerunt hi qui margaritas expiſcantur in imis partibus ingentium æquorum indicorum.

Secunda uerò ratio ipſius Piccolhom. eſt ubi ita dicit.

„ Altera cauſa quod nobis obſcurus appareat locus ſub aqua, eſſe poteſt obſtacu-
„ lum quod aquæ habent ab opacitate terræ ſub eorum fundo, etenim ſicut chriſtallũ

quamuis

„ quamuis perſpicuũ ſiue tranſparẽs ſit, nihilominus propter obſtaculum plumbi ſub
„ ipſo poſiti, efficit vt radij viſuales repercuſſi reuertantur. ita etiam quamuis aqua ſit
„ corpus tranſparens, nihilominus propter obſtaculum terræ opacæ, quæ ſubſidet in
„ fundo maris efficere poteſt obſcuras partes illas ſub aqua, illis hominibus qui in
„ ipſa aqua merguntur.

In hac ſecunda ratione decipitur Piccolhom. Primum quia ſi vſque ad imam partem maris, Solis radius ferri poſſet, ille qui ibi eſſet, attollens oculos ſurſum Solem cerneret, deinde aſpiciendo ipſum fundum Maris, videret illum, ratione reflexionis luminis ab ipſo fundo, & ex eadem ratione ſpeculi ab ipſo adducta, quæ contra ipſum eſt.

Decipitur etiam cum dicat radios viſuales à ſpeculo ſeu plumbo repercuti, eo q̃ non radij viſuales ſunt hi qui reflectuntur, ſed ſunt radij luminoſi primarij, ſeu ſecundarij qui non ab oculis exeunt ſed à corpore lucido.

Scripſi etiam quod ſi verum eſſet proportionalitatem continuam quãtitatum elementorum ex proportione decupla conſtare, ignem pro maximo, terram verò pro minimo terminorum ſumentes, totum aggregatum ex terra, aqua, aere, & igne, ita eſſet maius terra, quemadmodum mille centum & vndecim ad vnum, vnde ſemidiameter regionis elementaris eſſet quaſi aut paulo maior decuplo ſolum ſemidiametro terræ, vnde inter conuexum ignis, & concauum minimi, ſeu inferioris orbis lunaris, relinqueretur quidam orbis vacuus ſpiſſitudinis vnius interualli plus quam viginti terræ ſemidiametrorum, quod ſpatium vacuum orbiculariter, maius exiſteret ipſa totali regione elementari plus quam trigeſies millies, immo ſi ſemidiameter dicti primi orbis lunaris maior eſſet terreſtri vt trigintanouem ad unum, dict⁹ orbis vacuus maior eſſet elementari regione plus quam. 58208. ad vnum, proportionalitatem igitur continuam quæ ex decupla proportionalitate reſultat in elementis eſſe putare eſt maximus error.

Subdit deinde Berga, hoc voluiſſe Platonem neceſſario requiri, vt extrema elementa, nempe ignis & terra cum duobus medijs aere, & aqua coniungerentur, cum in corporibus ſolidis (quaſi Bergę ſint quædam corpora quæ ſolida non extent) poſſit dari medium æquale in geometrica proportione.

Sed vbi Plato ad ſermonem de numero elementorum ſe confert, poſtquam ratione creationis ignis, & terrę ſe propoſuiſſe putat, vt idẽ de alijs duobus corporibus medijs probet, comparatione proportionalitatis continuæ geometricæ in tribus terminis, ratione rerum ſuperficialium primò, deinde in quatuor, ratione corporearum vtitur, ita dicens.

„ Vinculorum verò ideſt aptiſſimum atque pulcherrimum quod ex ſe, & ex ijs quę
„ aſtringunt, quam maximè vnum efficit, &c.

Quo in loco Plato inferre vult de proportionalitate geometrica trium terminorum, in qua ijdem ita ſe habent, vt medius, primi, vltimiq́; vice fungatur, ita vt vtriuſque ipſorum extremorum particeps fiat, cum productum quod à medio termino in ſeipſo progignitur idem ſit ei quod ab extremis fuit, vnde medius, potentia idem eſt quod productum ab extremis.

Subdit deinde Plato dicens.

„ Quando enim in tribus numeris, aut molibus, aut viribus, medium ita ſe habet
„ ad poſtremum vt primum ad medium, viciſſimq́; vt poſtremum cum medio, ita me-
„ dium cum primo congruit, tunc quod medium eſt, & primum fit & poſtremũ, po-
„ ſtremum quoque, & primum & media fiunt.

Hic

Hic animaduertendũ eſt omnes interpretes falli, qui hoc loco Platonem de omnibus proportionalitatibus continuis quæ ternario numero (alia enim Arithmetica, alia geometrica, alia harmonica dicitur) continentur, intelligendum eſſe cenſent, quia de numeris, magnitudinibus, viribusq;, aut ut dici ſolet, virtutibus mentionem fecerit. Plato enim nihil aliud inferre voluit, quam eandem paſſionem (ut ipſe recitat) inter medium extremaq; vnius proportionalitatis continuæ geometricæ, tam in quantitate, quam in qualitate reſultaturã, cum tres termini eiuſdem eſſent ſpeciei, & quia quantitas in duas principes primariasq; partes, ideſt in continuam, & diſcretam diuiditur, hanc ob cauſam Plato hoc præcipuè ſignificat numerorum magnitudinisq; vocabulis vtens, quibus vniuerſum quantitatis genus complectitur.

Cum verò ait vires, uniuerſum qualitatis genus inferre uult. Quia proportio & proportionalitas tam continua quam diſcreta, non ſolum inter terminos quanti, ſed inter eos etiam qui quali attribuuntur elucet.

Sed quod eo loco de harmonica proportionalitate quæ cũ geometrica magis ſimbola eſt quam cum Arithmetica Plato minime intelligat, ex eiuſdem uerbis cum ita ſcribit manifeſtè patet.

» Quando enim medium ita ſe habet ad poſtremum ut primum ad medium, uiciſ-
» ſimq; ut poſtremum cum medio ita medium cum primo congruit.

Id enim in harmonica proportionalitate non cernitur in qua primus terminus ad poſtremum, & non ad medium, ita ſe habet geometricè ut differentia inter primum & medium ad differentiam inter medium & ultimum.

Quod ſi clarum eſt ipſum de harmonica proportionalitate nullo modo intellige-re, quanto minus de Arithmetica, quæ cum geometrica nihil habet commune.

Cum uerò Plato ait.

» Tunc quod medium eſt & primum fit & poſtremum, poſtremum quoque, & pri-
» mum media fiunt, &c.

Nihil aliud oſtendere uult, quam ſimilitudinem quæ inter huiuſmodi medium & extrema intercedit, cum ipſum medium ad poſtremum, quem primus ad ſeipſum, eundem reſpectum habeat, in quo eſt ſimilis primo, & contra ad primum terminũ, eundem reſpectum, quem poſtremum ad ſeipſum habet, unde hac ratione ultimum repręſentat, uolens Plato inferre de conuenientia quę inter media elementa, & extrema intercedit, ut aquæ inter aerem, & terram, cum aqua, ratione ſuæ frigiditatis, terrę, ratione uero ſuæ humiditatis aeri ſimilis euadat. Aer uero qui inter ignem, aquamq; ponitur quod ad caliditatem attinet cum igne, quod uero ad humiditatem ſpectat cum aqua communicet.

Sed quia Plato multis in rebus doctrinam Pythagoricam ſequutus eſt, Pythagorici autem omnia numeris metiebantur, & de omni re ſecundum numerorum rationem differebant, uidensq; Plato quod inter duos numeros ſuperficiales, inuicemq; ſimiles exiſtentes, unum tantum numerum medium in proportionalitate continua geometrica cadere poteſt, ideo ſubiungit.

» Quod ſi uniuerſi corpus latitudinem habere debuiſſet, nullam uerò profundita-
» tem, unum ſanè, tum ad ſeipſum, tum ad extrema uincienda interiectum medium
» ſuffeciſſet.

Sequitur poſtea ſic.

» Sed cum ſoliditatem mundus requireret, ſolida uerò non uno, ſed duobus ſem-
» per modis copulentur, inter ignem, & terram, Deus, Aerem, Aquamque loca-
» uit, &c.

Volens

Volens inferre, quod quemadmodum inter duos numeros ſolidos, & inuicem ſimiles, vn⁹ tãtũ medius proportionalis intercedere nõ poteſt, ſed duo neceſſariò requiruntur (vt ex ijs quæ Euclid.8.lib.16.17.18.et.19.propoſitione proponit videntur) ita dictãte ratione inter igneum, terreumq; corpus duo corpora interiecta eſsẽt, non ratione proportionalitatis continuæ in quantitate eorũdem corporum, ſed propter ſimilitudinem connexionis, cum productum ex duobus medijs proportionalibus æquale ſit producto ab extremis, & idem reſpectus, quem primum ipſorum quatuor ad ſecundum habet, ſecundi ad tertium extet, vnde ſecundum primo ſimile euadit, & contra, reſpectus qui eſt quarti ad tertium, ſit etiam tertij ad ſecundum, vnde ipſum tertium, ratione vltimi ſubit, & eius imaginem induit, & hanc ob cauſam ſic ſcribit Plato.

» Propterea ex huiuſmodi rebus numero quaternario concluſis, mundi corpus con
» flatum eſt, ea connexum comparatione qua dixi. Ex quo ſeipſum amicitia concor-
» di complectitur, &c.

Vbi Platonem, elementa maiora, minoráue in proportionalitate continua, nec geometrica, nec alterius cuiuſuis generis eſſe noluiſſe, clarè perſpicitur, ſed huiuſmodi ſimilitudine, in eo quod media elementa cum extremis conueniunt eſt vſus, quæ quidem conuenientia, nullibi maior, quam in proportionalitate continua geometrica reperitur. Sed etiam ſi Plato de huiuſmodi corporea elementorum magnitudine ſeipſum intelligi voluiſſet, ſi ſemidiameter regionis elementaris ex æquo vt.39 ad vnum, reſpectu ſemidiametri terræ fuiſſet, aqua, ipſam terram, magis quam trigeſies, & octies, non ſolum decies, & aer quoque eandem magis quam. 1500. & ignis magis quam. 55000. partibus magnitudine ſuperaret.

Subſtantia vero rerum quas ſcripſeram circa finem illius conſiderationis talis fuit.

Nunc autem tempus eſſe videtur, vt ego etiam, ne tantum deſtruxiſſe, ſed etiam conſtruxiſſe videar aliquid pro veritate differam.

Non eſt igitur dubium, ſolidæ doctrinæ viris, quin præſtantiſſimus Piccolo. ſecutus ſit tutam viam ad explorandum, quod terra maior ſit quam aqua, metiendo vtriuſque horum corporum ſuperficiem detectam. Omittamus autem compenſationem illam curuitatis, & concauitatis vallium, & montium, &c. quam ipſe Piccolo. propè finem ſexti cap. vellet dare fluminibus, ſtagnis, fontibus, & eiuſmodi aquis. eo enim in loco labitur Piccolo. vbi non conſiderat, quod eiuſmodi obliquis ſuperficiebus non reſpondent anguli ſolidi centri ſphæræ, qui reſpiciunt eorum baſim ad rectos angulos. Sed poſtquam Piccolo. comperit ſuperficiem terrę detectam, eſſe maiorem apparente ſuperficie ſphærica aquæ, proculdubio poterat concludere terram eſſe maiorem aqua, ſicuti fecit, etiã ſi aqua profunda eſſet pyramidaliter vſq; ad mundi centrum, ideſt. 3500. milliaria, ſupponendo tantum eſſe huius globi ſemidiametrum.

Verum quia poſſet aliquis dubitare circa diligentiam Piccolo. in hiſcæ duabus ſuperficiebus dimetiendis, viſum eſt mihi non alienum ſequi aliam viam pro hac veritate probanda, ſupponendo verum eſſe, quod non vnus ſolus metitus fuerit, ſed multi, ideſt ſupponendo verũ eſſe quod maris profunditas menſurari poſſit, & præterea; quod non modo ipſius maris maxima profunditas non perueniat ad quingentos paſſus, ſicuti refert Piccolo. in fine ſui tractatus, & mihi aſſeruerunt Hiſpani multi, & Luſitani præſtantiſſimi nautæ, tum Venetijs, tum Parmæ, in Aula Sereniſſimæ quondam Principis, inter quos, Venetijs fuit Illuſtris Rodericus Guzmanus, Dominus Franciſcus Lopes, Dominus Garzias de Seuilia, multiq; alij. Parmæ autem varij

quos omnes recenſeré moleſtum eſſet. Sed etiam ſupponendo quod maxima pelagi profunditas ſit, non modo. 500.paſſuum, ſed etiam. 500.millium paſſuum, vt dixi, & quod mare ſit huius profunditatis, non vno in loco tantum, aut multis, ſed quod ſupra totam etiam faciem terræ, mare tantę profunditatis ipſam terram vndique operiret, ideſt, quod vbicunque nunc terra detecta eſt, eſſet aqua, ſpiſſitudinis. 500.millium paſſuum. Atque vt planius intelligar ſupponendo quod ſicuti totus huius globi ſemidiameter eſt milliariũ. 3500. Terreſtris partis ſemidiameter eſſet tm̃. 3000. & reliquum ſemidiametri, id eſt quingenta milliaria eſſet craſſitudo ſiue profunditas orbis aquei, in quo nihil neceſſe eſſet laborare in dimetiendis fontibus, fluminibus, lacubus, ſtagnis, paludibus, & huiuſmodi particulis nullius momenti apud peritos, nec curare ſubterraneas aquas cauernarum, aut aliorum terræ cauorum, ſeu terræ porroſitatum, quæ omnia ſunt circa ipſius terræ ſuperficiem. Quia verisimile non eſt naturam eiuſmodi caua ſiue ſpongoſitates produxiſſe demiſſius libramenti maris. Supponendo igitur ea quæ nunc dicta ſunt, terra tamen eſſet ferè duplo maior aqua, hoc eſt, vt. 12. ad. 7. Quod quidem, cuiuis mathematicæ philoſophiæ mediocriter perito, ſupputatu facillimum eſt. Cum proportio diametrorum, ſeu ſemidiametrorum, tertia pars exiſtat proportionis eorundem ſphærarum. Sed vt parum periti minore labore ſupputare poſſint.

Primum ſciendum eſt, quod ſupponendo diametrum globi, ex terra, & aqua compoſiti, eſſe. 3500. milliarium, & ſemidiametrum puræ terreſtris partis eſſe. 3000. tantum, eiuſmodi proportio erit ut. 7. ad. 6. quia communis maior numerator horum duum ſemidiametrorum erit. 500. qui in maiorem ingredietur ſepties, in minorem autem ſexies. Et eiuſmodi proportio ſuperparticularis, vocatur ſeſquiſexta, cuius triplum erit vt. 57. cum ſexta parte ad. 36. & idem erit inter dictum globum compoſitum, & partem terreſtrem ſimplicem. Quare ſubtrahendo puram, ſeu ſimplicem partem terreſtrem, ex compoſito, reliqua pars erit, vt. 21. cum ſexta, pro quantitate aquei orbis, ad quam, terreſtris quantitas. 36. erit ferè in eadẽ proportione, quæ. 12. ad. 7.

Nunc fortaſſe alienum non erit videre quanto ferè maior eſſet terra, quam tota aqua, non dico autẽ ſolum de parte illa maximæ e ius profunditatis, quæ nuſquam ad quingentos paſſus peruenit, ſed de ficto illo orbe aqueo, profunditatis. 500. paſſuum, qui totum terreſtrem orbem circundaret, & tegeret, ſupponendo quod per quingentos paſſus profunditatis, quidquid eſt terra, eſſet aqua, ideſt ſuppoſito quod ex totius orbis compoſiti ſemidiametro exiſtente. 3500. milliarium, purę terræ ſemi diameter eſſet milliarium. 3499. cum dimidio. Supponendo igitur, vt ſupradixi. Comperietur quod terra eſſet maior aqua amplius quam. 2333. vicibus. Sed quia partes terræ detectæ rumpunt eiuſmodi fictum orbem aqueum, quæ quidem partes, ſunt ampliores ſuperficię aquæ, vt obſeruauit Piccolo. atque alij præſtãtes viri, ideo ſequetur, vt terra ſit maior aqua amplius. 4666. vicibus imo amplius quinquies milecuplo. Si autem quis diceret, in quantitate aquæ computari etiam illam, quæ gignatur ex vaporibus, qui globum hunc compoſitum circundant: reſpondeo quod non modò ei concedo computari eiuſmodi aquam, ſed ſupponendo etiam quod totus locus à vaporibus occupatus, qui attolluntur. 52. milliaria ſupra ſuperficiem huius globi, vt iam ſupradictum eſt, totus eſſet aqueus, & amplius, ſupponendo quod orbis hic aqueus eſſet ſpiſſitudinis, ſiue altitudinis quingentorum milliarium ſupra totum ipſum globum compoſitum. Tamen terra eſſet maior ipſa aqua ferè duplo; qua de re, quiſque eiuſmodi ſupputationum peritus certior fieri poterit. Vnde iti-

dem

dem affirmare poſſemus, terram non ſolum maiorem eſſe aqua, ſed aqua & præterea aere, ſi aer non tam altè pertingit, quam multi alij præter Piccolo. ſentiunt, qui dicunt inde euenire quod aerea humiditas non tam altè aſcendere poteſt, quoniam humiditas ipſa grauitatem ſecum affert, præterquam quod nubium ſitus oſtendit ſupra eas materiam eſſe rariorem quam ſint ipſę nubes, infra vero denſiorem. Corpora enim eouſque aſcendunt donec inueniunt conſtitutionem mediam formæ æqualis (vt ita dicam) ſuis. Quare materia illa quæ impropriè ignis vocatur (non enim eſt ignis) incipit carere humiditate (qua mediante aer definitur) circa quinquageſimum ſecundum milliarium ſupra ſuperficiem terræ, vt iam ſupradixi à Vitellione demonſtratum fuiſſe. Ariſto. autem affert rationē quare nubes altius nō tranſcēdāt. Vnde apparet tertiam aeris regionem impropriè aerem appellari, ſi humiditate careret, vt ait Ariſt. qua mediante aer definitur, immo potius retinet ignis naturam, vt etiam aſſerunt interpretes Ariſtotelis in primum Meteororum. Qui Ariſto. in locis ſupra citatis itidem oſtendit ſe etiam huius modi eſſe opinionis.

Quod autem attinet ad probandum quod ſuperficies terrę detecta ſit altior quam ſuperficies detecta aquæ, id tam clarum eſt ſua ſponte philoſophis, qui ſciunt quid ſit altum, quidue demiſſum, quod ſuperfluum eſſet quidquid ſuper hoc dicerem præterquam, quòd conſtat ex demonſtratione ab Ariſto. facta textu 31. li. 2. de cœlo, in quo agit de corporibus in aqua poſitis, vnde eiuſmodi veritas planiſſimè aperitur. Omittimus etiam quod præſtantes Moderni omnes, eam pro manifeſtiſſima ponūt, ſicuti apud omnes ſani iudicij homines reuera exiſtimatur.

Hæc enim ſunt quæ in fine illius conſiderationis ſcripſeram.

Anno autem præterito editus in lucem fuit tractatus quidam Pulcherrimus, ab Excellentiſſimo, nec non Doctiſſimo viro Auguſtino Michele, Patritio Veneto, ad corroborandam opinionem antiquorum, vbi tot authoritates, totq; rationes adducit, vt nil amplius dici poſſit. At ego ſenſum, rationemq;, & non authoritatem aliquā ſequutus ſum: cum verò dico ſenſum, de ſenſu illorum intelligo, qui profunditatem maris metiti ſunt, vt non mihi ſolum, ſed, & Piccolo. & alijs permultis retulerunt; de ratione vero à me adducta, aliorum ſit iudicium.

Sed iſte mirabilis & Excellentiſſimus vir, verba mea non accepit in eo ſenſu, vt ego ſcripſi, ita vt omnino alienas conſequentias ſibi confingat, quemadmodū pag. 3. ſui tractatus inquit, me non concedere naturam produxiſſe in magna quantitate, atque immenſa, id totum, quod bonum, & neceſſarium eſt. Hanc enim conſequentiam ipſe colligit ex eo, quod ego pag. 19. meæ conſiderationis contra Antonium Bergam ſcripſeram, quod videntur multa corpora alijs nobiliora, nihilominus minora, eo quod quantitas non ſequitur nobilitatem, neque ab ea pendet, ita vt res illa quæ nobilior eſt, neceſſarium ſit vt etiam maior exiſtat. Sed Excellentiſſimus iſtæ vir ſcribit ita me dixiſſe.

Multa immo infinita corpora ſunt nobilia, & neceſſaria, nihilominus ſunt paruę molis.

Vide igitur quantum hoc diſtat ab illo.

Præterea cap. 12. aliam conſequentiam facit, quam ego non tam amplam facio. Ipſe enim me inferre vult in alijs terrę partibus cauernas non reperiri, eo quod Montes ſint cauernoſi. Aſpice quæſo. pag. 29. meæ conſiderationis, & clarè videbis me nullo modo negare illas concauitates ſeu porroſitates terræ extra montana loca, circa ſuperficiem terræ, vſque ad æquilibrium, orbiculariter, infimæ profunditatis maris.

Sed putare inferius has porroſitates reperiri, cum nulla ratio nobis perſuaſibilis

adhuc ab aliquo prodita sit, idoneum nullo pacto esset. Rationes autem ab ipso Excellentissimo Augustino adductas circa huiusmodi rem, alij dijudicent, de authoritatibus verò, nihil dicam, quia ab illis petendæ sunt, qui profitentur tales facultates, quorum vnius tantummodo authoritas præualere deberet, contra omnes alias eorũ qui nunquam attigerunt summis labris orificia harum scientiarũ. Vt si exempli gratia non solum authoritas illorum virorum, quos ipse recensuit, sufficiens esset vt puta Pioccolo. Naibodæ, Bordini, Clauij, reliquorumq; fautorum verę opinionis, sed Franciſci Maurolici tantummodo, qui in primo Dialogo suæ cosmographiæ ita inquit.

„ Existimo autem totum terræ corpus rigidum esse saxum, nam si arena esset, aut
„ gleba fragilis, ita humorem imbiberet, vt cum eo quasi confunderetur; huc ac-
„ cedit, quod si mineræ, ac rupes, quæ sunt grauissimæ partes in ipsa plerunque super-
„ ficie comperiuntur, multo magis apud centrum esse debent. Videtur ita ratio exi-
„ gere, vt grauiora centro quoque sint propinquiora.

Hæc igitur sola authoritas, instar reliquarum omnium sufficere posset. Verum de authoritatibus minime curandum est, vbi sensus, ratioq; vera illis opponuntur.

Quod autem numerus animalium aquatilium maior existat numero terrestrium, satis respondimus pag. 41. nostræ considerationis.

Sed in cap. 14. Excellentissimus Augustinus ita inquit (vt etiam superius dixerat)
„ quod certiorem cognitionem homo non habet illa, quæ à sensu prouenit. Et quod
„ nemo est qui aspiciat terram, & aquam, quod hanc maiorem illa non iudicet, & nõ
„ existimet.

Quod autem certiorem cognitionem homo non habeat illa, quæ à sensu prouenit, concedendum non censeo. Nam omnis cognitio mathematica (cum primum gradum certitudinis obtineat) ab ipso sensu fieret, quod omnino alienum est à veritate. Sensus enim nunquam vidit incommensurabilitates magnitudinum, vel incoincidentias linearum non tangentium cum curuitate hyperbolica, aut angulum contingentiæ aliquem, nec (vt vno verbo dicam) aliquam conclusionem mathematicam, quam volueris. Neque per sensum est scire, inquit Aristoteles. Cognitio igitur sensitiua, certior non est illa, quæ per habitum scientificum acquiritur.

Ad reliqua verò, supponamus nos tunc fuisse in Arca Noe, cũ aquæ cooperiebant omnia cacumina montium, vbi nullum terræ vestigium videbatur, quare proculdubio aquam iudicaremus, atque existimaremus maiorem terra, dũ nulla alia re vteremur nisi sensu absque alio discursu intellectuali, ut reliqua illa animalia irrationalia, quæ nobiscum erant in dicta arca. Nõ sufficit igitur superficiem aquæ tantummodo aspicere, quia neque tunc temporis, aqua erat maior terra, etiam si non solum tot cubitis attolleretur supra cacumina montium, sed quingenta milliaria, vt supradiximus.

Ratio autem illa, ex infinitis, ab ipso, eo in loco adducta, talis est.

„ Aqua est eccentrica ad terram, & pro cẽtro habet centrum grauitatis terræ, aqua
„ igitur maioris est amplitudinis ipsa terra.
„ Hanc etiam consequentiam alijs relinquo Philosophis dijudicandam.

Subsequitur postea dicens.

„ Præterea proprius locus terræ, est superficies aquæ, igitur terram oportet ab
„ aqua tegi.

Ad hoc etiam aliquis posset quærere, quis nam erit locus illius partis terræ detectæ ab aqua? nulli dubium erit quin superficies aeris, & non aquæ existet.

Nunc

Nunc autem si locus terræ est sub aqua, ergo locus aquæ proprius est sub aere,& non sub terra, vnde non erit rationabile putare maiorem copiam aquarum existere in cauernis subterraneis, quam supra superficiem terræ. Adde quod locus illarum aquarum non esset superficies aeris, sed terræ, vnde non minus locus aquę esset terra, quam locus terræ,aqua. Sed missa faciamus hæc.

Cap.verò.20.ita inquit.

» Materia elementorum æqualis est. Ergo aqua maior est terra.

Hæc enim consequentia verissima esset. Sed nullus vnquam Philosophus (vt Philosophus dico) concedet totam materiam elementarem, in quatuor æquales partes esse diuisam.

Cap. verò.21. inquit me dixisse non sufficturam paucam spissitudinem. Eo enim in loco pag.26. mei tractatus contradicens ipsi Bergæ, dixi, quod secundum ipsum Bergam non sufficeret pauca spissitudo.

Similiter etiam dixi, quod secundum ipsum,quanto remotius diffunditur lumen fortasse tantò magis illuminat. Putans ipse Berga quod in propinquo debilius existeret dictum lumen. Et propter ea dixi, quod apud ipsum fortasse nihil valet illa propositio, quæ dicit. Agens in propinquo,fortius agit quam in remoto.

Cap.autem. 22. vbi Excellentissimus Augustinus inquit, vnum tantummodo elementum non sufficere ad generationem mistorum. Hoc enim concedo, sed hoc nihil ad me spectat, eo quod meum responsum ad Bergam, erat circa transitum luminis, & non circa generationem elementorum.

Cap. demum.23. pag. 20. linea. 10. vbi scribit me dixisse, iudicare, oportebat scribere, dubitare.

Puto tamen hoc vocabulum esse errorem Thypographi, quamuis in correctione illud non inuenerim, quia vt ego multoties expertus sum, difficillimum omnes Thypographi errores corrigere,neque (vt fertur) Argi oculi sufficerent.

Hactenus enim in mei defensionem hæc subiungere volui.

Ad defensionem autem Piccolo. aliorumq; virorum meæ opinionis, nec non de proportione duplicata profunditatis maris ad suam amplitudinem,ex consequentia pyramidali: alijsq; similibus rationibus, prodeant alij. Huiusmodi tamen Doctissimi viri ingenium, memoriam, nec non doctrinam valde admiror, atque obseruo.

DE METHODO PRODVCTIONIS FRACTORVM qua vtuntur Pedemontani Agrimensores.

Anselmo Rosemburg Agrimensori Cæsareo.

METHODVS quàm mihi scribis in Prouincia tua maximè in vsu esse, nimis longa atque prolixa est, Pedemontani verò Agrimensores in productione fractorum, valde breui methodo vti solent, quam libenter tibi scribo, eo maxime, vt videas quam rationabiliter operentur.

Scire igitur primum te oportet illos, maximam eorum communem mensuram vocare Trabucum, cuius sextam partem vocant Pedem, duodecimam verò pedis, Vnciam, duodecimã autẽ vnciæ punctũ, duodecimã demum puncti; Attomum.

Quotiescunque igitur multiplicant trabucum, per trabucum nulli dubium est quin producant trabucum superficialem scilicet. Similiter

Similiter multiplicando pedes, vncias, puncta, & attoma per trabucum, producunt pedes, vncias, puncta, & attoma ſuperficialia rectangula oblonga, quorum longitudo eſt ipſius trabuchi, latitudo vero lineæ dictarum ſpecierum.

Dum vero multiplicant pedem per pedem, nulli dubium eſt quin producant pedem quadratum, ſed apud ipſos non vocatur quadratum, quamuis reuera ita ſit, ſed illud vocant duas vncias, quæ quidem ſunt rectangula oblonga iam hic ſupradicta, quarum vniuſcuiuſque longitudo ſit vnius trabuchi, latitudo vero vnius duodecimæ partis ipſius pedis linearis.

Productum autem pedis per vnciam, vocant duo puncta, quæ etiam ſunt duo rectangula oblonga, vt ſupra.

Productum deinde vnciæ per vnciam, vocant duos attomos, qui etiã ſunt duo rectangula oblonga, vt dictum eſt, quæ omnia ſcientificè videbimus.

Pro cuius rei cognitione, ſit, exempli gratia. a. e. vnus Trabuchus linearis. e.i. vero vnus pes. i.o. autem vna vncia, o. u. poſtea vnum punctum, et. u. t. vnus Attomus.

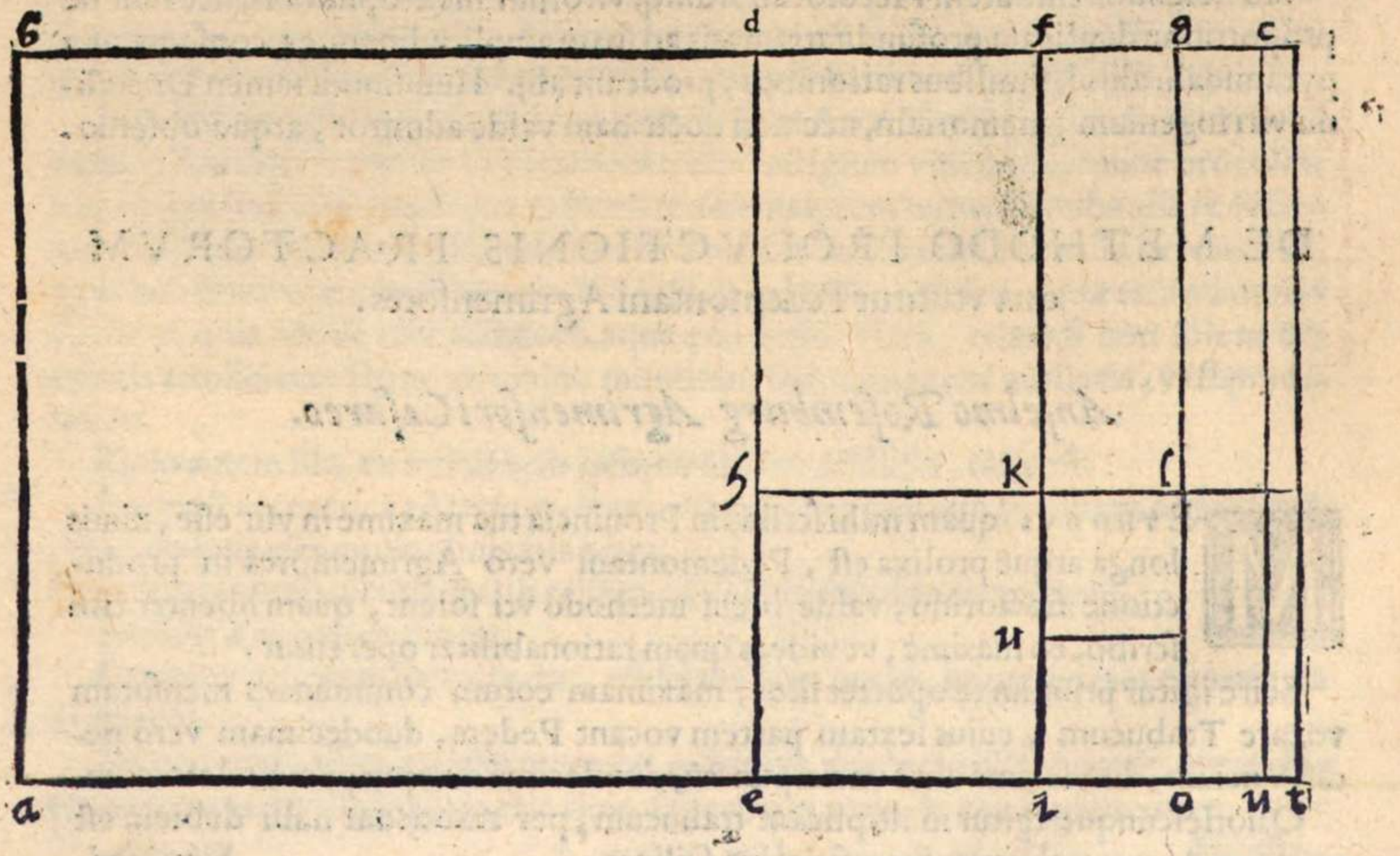
Vnde. e.i. erit ſexta pars ipſius. a.e. et. i.o. duodecima ipſius. e.i. et. o.u. duodecima ipſius. i.o. et. u.t. duodecima ipſius. o.u. Sit etiam. a.b. æqualis. a.e. lineæ & ſic. e. d: i. f: o. g: o.n. &c. terminenturq; parallelogramma. b.e: d.i: f.o: g.u. et. c.t. vnde. b.e. erit trabuchum quadratum, et. d.i. pes rectangulus oblongus vt ſupra, et. f.o. vncia rectangula oblonga, et. g. u. punctum rectangulum oblongum, et. c. t. attomus rectangulus oblongus.

De producto igitur trabuchi per trabuchũ, nulli dubium eſt quin ſit quadratum. a. d. vt ſuperius diximus.

Productum autem trabuchi cum pede erit. d.i. ſexta pars ipſius. a.d. cum. e.i. ſit ſexta ipſius. a. e. ex prima ſexti vel. 18. aut. 19. ſeptimi, ſiue etiam ex. 15. quinti Eucli.

Productum autem pedis cum pede erit. e. K. quadratum, quod probandum eſt

duplum



duplum esse rectangulo. f.o. Nā.K.i.sexta pars est ipsius.f.i.ex supposito,et.i.o.duodecima ipsius.e.i.proportio igitur.e.i.ad.o.i.dupla est proportioni ipsius.f.i.ad.K. i. quare.K.e.duplo maius est ipsius.f.o. eo quod si.i.o.vel.f. g. (quod idem est) duplo maius esset ipso latere prę senti.o.i.vel.f.g.tunc.f.o.æquale esset ipsi.K.e.ex. 15.sexti vel.20.septimi quod quidem.f.o.duplo maius esset ipso præsenti. f. o. Rectè igitur inquiunt dicentes productum pedis cum pede esse duas vncias,vel si mauis,ita dicas e.K.sexta pars est ipsius.d.i.ex iam dictis propositionibus.f. o. autem est duodecima ipsius.d.i.ex ijsdem,cum ex supposito.i.o.duodecima sit ipsius.e.i.quare.e.K. duplū erit ipsius.f.o.ex communi notione.

Productum verò pedis cum vncia.sit.K.o.quod probabimus ex ijsdem rationibus duplum esse ipsius.g.u.puncti rectanguli oblongi. Nam.l.o. sexta pars similiter est ipsius.g.o.et.o.u.duodecima ipsius.o.i.quare proportio.i.o.ad.o.n.dupla est proportioni.g.o.ad.o.l. sequitur ergo ex prædictis rationibus.k.o.duplum esse ipsius. g . u. vel sic,vt in præcedenti,cum.K.o.sit sexta pars ipsius.f.o. ex dictis propositionibus. g.u.verò duodecima eiusdem.f.o.ex ijsdem,nam.o.u.duodecima est ipsius.o.i.ergo K.o.duplo maius est ipso.g.u.

Ex ijsdemmet rationibus productum.l.u.pedis cum puncto duplum est ipsius.c.t. attomi rectanguli oblongi.

Probandum nunc relinquitur productum.o.n.vnciæ cum vncia,quod est quadratum, duplum esse ipsius.c.t.attomi rectanguli oblongi. Nam.i.n.est pars vna ex.72. ipsius.c.u.et.u.t.pars vna ex.144.ipsius.o.i.ex supposito,quare proportio.i.o.ad.u.t. dupla est proportioni ipsius.c.u..ad.n.i.ex dictis igitur rationibus.o. n. duplo maius est ipso.c.t. Vel si placet dicas.n. o.est vna pars ex.72.ipsius.f.o. ex supradictis, eo quod.n.i.ita se habet ad.f.i. vt vnitas ad.72.sed ex ijsdem rationibus.c.t.pars vna ex 144.est ipsius.f.o.eo quod ita se habet.u.t.ad.o.i.quare.o. n. duplo maius erit ipso . c.t.

Propositum sit nobis nunc, exercitij gratia, quærere superficiem alicuius rectanguli,cuius vnum latus sit trabuchorū. *3*. pedum.2.& vnciarum.*3*.aliud vero latus sit trabuchorum.2.pedum.*3*. vnciarum vero.2.

Huiusmodi autem methodo mediante, multiplicando primum latus dictū.*3*.2.*3*. per numerum trabucorum secundi lateris.2.scilicet producentur nobis primò trabucha superficialia.*6*.pedes.4.& vnciæ.*6*.omnia rectagula, vt dictum est. Multiplicando deinde idem primum latus.*3*.2.*3*.per pedes.*3*. secundi lateris. Ex trabuchis.*3*. primi lateris cum. *3*. pedibus secundi , producentur. *9*. pedes rectanguli , hoc est vnus trabuchus cum tribus pedibus rectangulis. Ex pedibus autem huius. 2. cum ijsdem alterius lateris.*3*.producentur.12.vnciæ rectangulæ ideſt vnus pes rectangulus. Ex ijsdem pedibus.*3*.secundi lateris,cum.*3*.vncijs primi lateris producentur.

Trabucha.	pedes.	vnciæ.	
3.	2.	3.	
2.	3.	2.	
6.	4.	6.	
1.	3.	1.	6.
	1.	6.	8.
			1.
8.	3.	2.	3.

18. puncta rectangula, hoc est vna vncia cum. 6. punctis rectangulis. Deinde ex multiplicatione vnciarum. 2. secundi lateris, cum. 3. trabuchis primi lateris, producentur. 6. vnciæ. Ex multiplicatione postea dictarum. 2. vnciarum secundi lateris cum. 2. pedibus primi, producentur. 8. puncta.

Demum ex ijsdem. 2. vncijs secundi lateris cum. 3. primi, producentur. 12. attomi, idest vnum punctum. Quæ omnia collecta facient trabucha. 8. pedes. 3. uncias 2. & attomi. 3. omnes rectanguli oblongi. Pulcherrima profecto operatio.

Trabucha.	pedes.	vnciæ.	
3.	2.	3.	
2.	3.	2.	
6.	4.	6.	
1.	3.	1.	6.
	1.	6.	8.
			1.
8.	3.	2.	3.

Videamus nunc exercitij causa, vt dixi, quomodo conueniat calculus iste cum calculo ordinario communi?

Nam quotiescunque dicta latera, fracta fuerint in vncias, primum latus erit vnciarum. 243. secundum autem. 182. productum vero vnius in alterum erit vnciarum quadratarum. 44 226. quod quidem productum cum diuisum fuerit per. 5184. vncias quadratas vnius trabuchi quadrati, prouentus erit. 8. trabuchorum, reliquus verò numerus, siue fractus, erit vnciarum quadratarum. 2754. qui cum diuisus fuerit per numerum. 144. vnciarum vnius pedis quadrati, prouenient pedes. 19. quadrati cum vncijs. 18. superabundantibus, dicti autem pedes. 19. significant tres pedes rectangulos oblongos cum vno pede quadrato, hoc est cum duabus vncijs rectangulis oblongis, vt supra.

Videndum nunc est, vtrum illæ. 18. vnciæ æquipolleant tribus punctis rectangulis oblongis: sed hoc manifestè videre est, ex hoc, quia quælibet vncia rectangula oblonga componitur ex. 72. quadratis, punctum autem rectangulum oblongum, cū sit duodecima pars ipsius vnciæ rectangulæ oblongæ, ipsum componetur ex. 6. vncijs quadratis. 18. igitur vncijs quadratis, triplum erit ipsius puncti rectanguli dicti. Vnde clarè patet, quod, quotiescunque voluerimus scire proportionem ipsarum vnciarum quadratarum superabundantium, ad punctum rectangulum oblongum, si dixerimus ex regula de tribus, si. 72. (vncia rectangula oblonga) dat. 18. quid dabūt 12? puncta rectangula oblonga, quarum vnaquæque est duodecima pars ipsius vnciæ rectangulæ oblongæ, in præsenti autem casu prouenient. 3. pro quarto termino quæsito, & habebimus propositum.

SO.

SOLVTIO CVIVSDAM QVÆSITI.

Magnifico Ludouico Fauzzoni amico carißimo.

TVI quæſiti ſolutio quam neſcio quis te docuit, valde diuerſa eſt à vera. quæſitum enim tale fuit.

Reperiuntur quatuor ſocij, Ludouicus, Hieronymus, Franciſcus, & Laurentius quorum primus, Ludouicus ſcilicet, poſuit aureos. 6000. Hieronymus verò aureos. 5000. Franciſcus autem. 2000. & Laurentius. 1000. quorum ſumma faciebat aureos. 14000. interim tamen de tali ſumma Ludouicus recepit aureos 2000. Hieronymus verò. 1000. Franciſcus autem. 900. & Laurentius. 800. quapropter in ſumma reſidua Ludouicus non habebat niſi aureos. 4000. Hieronymus etiã 4000. Franciſcus. 1100. & Laurentius. 200. quorum ſumma erat. 9300. Nunc autem iſti ſocij cupiunt augere hanc ſummam per aureos. 20000. tali tamen conditione quod quilibet tantum tribuat vt in totali ſumma, tantam partem unus habeat, quantam alter.

Hoc autem problema tam facile eſt, & cum ſuo theoremate ita coniunctum, quod miror amicum noſtrum illud illico non vidiſſe.

Accipe igitur illos aureos. 20000. & eos collige cum ſumma. 9300. vnde habebis aureos. 29300. pro sũma totali, cuius quarta pars erit. 7325. quã vnuſquisq; poſtea habebit in dicta ſumma. Sed ut reperias quantitatem aureorum quam quilibet prius debet contribuere, vt poſtea habeat aureos. 7325. in dicta ſocietate. Iubeo, vt Ludouicus demat illos aureos. 4000. quos demum habebat, ex. 7325. reliquum autem erit. 3325. qui quidem numerus erit aureorum nunc contribuendorum ipſius Ludouici. Demptis ſimiliter aureis. 4000. ex dictis. 7325. remanebũt. 3325. pro contributione ipſius Hieronymi. Deinde ſi ex. 7325. extracti fuerint aurei. 1100. relinquent. 6225. pro contributione Franciſci. Demptis demum. 200. ex. 7325. reſidui erunt. 7125. pro contributione Laurentij, & ſic quilibet habebit æqualem portionem in totali ſumma.

Speculatio cuiuſdam Methodi reductionis numiſmatum unius ſpeciei in aliam.

AD EVNDEM.

MIrum tibi videtur quo pacto verum ſit, quod ſumma medietatis cuiuſuis numeri illorum numiſmatum, quæ hic vocantur Blanci, cum ſexta parte eiuſdem medietatis, ſemper ſit numerus florenorum huius prouinciæ. Vt exempli gratia, quotieſcunque reducere voluerimus. 48. Blancos in Florenos, ſi medietati ipſius. 48. hoc eſt. 24. adiecta fuerit ſexta pars ipſius medietatis, quæ eſt. 4. tunc habebimus. 28. & ita dicemus quod. 48. Blanci conſtituunt Florenos. 28. quod quidem verum eſt.

Huiuſmodi autem rei ſpeculatio ita ſe habet. Nam vnuſquiſque Blancus diuiditur in. 7. æquales partes, quarum. 12. conſtituunt vnum Florenum, horum verò numiſmatum communis menſura, vocatur Groſſus, vt ſcis, ex quo ſequitur, quod ſi

28.Floreni æquantur Blancis.48.tot Groſſi erunt in.28. Florenis quot in.48. Blancis. Fingamus igitur, mente,noſtram figuram. 79. Theorematis Arithmetici.x.u.o. e.n.ſupponendo ambo producta.u.x.et.n.e.inuicem ęqualia exiſtere,& vnumquodque eſſe groſſorum.336. ſit etiam.o.x.vnus Florenus.12.groſſorum.o.n. verò Blancus. 7.eorundem groſſorum. o. e. autem Blancorum. 48. Nunc certi erimus ex. 15. ſexti vel.20.ſeptimi Euclidis eandem fore proportionem.o.u.ad.o.e.quæ.o.n.ad.o. x. ſed.o.n.eſt ſumma medietatis ipſius.o.x.cum ſexta parte dictæ medietatis,ita igitur erit.o.u.ipſius.o.e.hoc eſt ſumma medietatis.o.e.cũ ſexta parte medietatis eiuſdem, quæ ſumma in præſenti exemplo erit.28.

Hac enim ſpeculatione mediante, poteris methodum inuenire conuertendi Florenos in Blancos.Vt ſi nobis propoſiti fuerint Floreni. 28. Voluerimusque inuenire quot Blancos faciant, ſuppoſita menſura communi, iam ſupradicta. Nam duplicabimus numerum Florenorum, à quo duplo detrahemus ſeptimam partem,reliquũ verò erit numerus quæſitus.

Huiuſmodi autem rei ratio eſt, quia, cum in ſupradicta figura, proportio.o.e. ad o.u.ęqualis exiſtat ei, quæ.o.x.ad.o.n.atque etiam.o.x. ſit minor duplo ipſius. o. n. per ſeptimam partem ipſius dupli.o.n.minor erit.o.e.duplo ipſius. o. u. per ſeptimã partem eiuſdem dupli ipſius.o.u.

Idem affirmo de quauis conuerſione aliorum numiſmatum, quorum ſemper.o.x. maior ſit.o.n.verò minor. Vt ſi.o.x.æquiualeret.7: et.o.n.valeret.4. et. o. e. valeret 42. quæ quidem.o.e.menſuraretur ab.o.n.

Si cuperemus ſcire quot.o.x.ſint in.o.n. Primo dicemus in. o.n.reperiri ſummam medietatis ſex ſeptimorum ipſius.o.x.collectæ cum vna ſeptima parte ipſius.o.x.ſeu (vt ita dicam) cum tertia ipſius medietatis. Vnde dempta ſeptima parte ipſius.42. quæ eſt.6. collectaq; cum medietate reſidui, quæ eſt.18.habebimus.24.res,quarum vnaquæque æqualis erit ipſi.o.x.

Sed ſi quis cupiat reperire.o.e.dato.o.u.duplicet.o.u.à quo demat quartam partẽ ipſius.o.u.& habebit propoſitum. Nam ita ſe habere oportet.o.e.ad.o.u.quemadmodum.o.x. ad.o. n.

De lucro mercantili.

AD EVNDEM.

QVOD demum ſcire à me deſideras,eſt, quod cum vendideris libram vnam mercis pro.4. ſolidis,& lucratus fueris.2. cum quarta parte vnius pro ſingulis decem libris, ſcire velles quantum lucri facturus eſſes in libris decẽ dando ſingulam libram pro. 6. ſolidis.

Nulli dubium eſt quin decima pars de.2. cum quarta vnius ſit lucrum libræ vnius. Quæ decima pars ſunt nouẽ quadrageſimæ partes, & hæc ſubducta à ſolidis.4. reliqui erunt ſolidi.3. cum.31.quadrageſimis partibus pro ſorte vnius libræ. Quę ſors ſubtracta à ſolidis.6.remanebunt ſol. 2. cum.9.quadrageſimis lucri pro libra, quod multiplicatum per.10.proueniunt ſol.22. cum quarta parte vnius, & tantum aſcenderet lucrum, quod fieri poſſet in libris decem ſi quamlibet, ſol. 3.cum.31.quadrageſimis nobis conſtaret.

Vel ſic multiplicemus ſortem vnius libræ per.10.productum erit. 37. cum tribus

quartis

quartis, iterum multiplicemus per. 10. ſortem cum lucro vnius librę quod eſt. 4. productum erit. 40. differens à primo ſol. 2. cum quarta parte, multiplicemus pariter per. 10. precium. 6. ſolidorum proueniens erit. 60. à quo deducendo productum ſortis librarum. 10. quod erat ſol. 37. cum tribus quartis ſupererunt ſol. 22. cum quarta parte, vt ſupra.

DE DIGNITATIBVS PLANETARVM.

Adriano Panetio.

QVOD eam diſtinctionem orbium, quæ iam inualuit, non teneas, ſed putes totum eſſe quoddam continuum excipiens corpora ſtellarum, nouum nó eſt, nam nonnulli ſolidæ doctrinæ Philoſophi idem cenſuerunt. Sed quod attinet ad dignitates planetarum in ſignis zodiaci, ſcias huiuſmodi ordinem me comprehendere eſſe deſumptum ab ordine antiquo orbium ipſorũ planetarum, quiquidem ordo erat, vt ſtatim poſt Lunam ſuccederet Sol, poſt Solem Mercurius, tum Venus deinde Mars, poſtea Iupiter, & tandem Saturnus per eoſdemq; orbes, retro redibant, atque hoc cognoſcitur conſtituendo Cancrum domicilium Lunæ, Leonem, Solis, Virginem, Mercurij, Libram, Veneris, Scorpionem, Martis, Sagittarium, Iouis, Capricornum, Saturni, Incipientes deinde ab Aquario, qui ad nos propius accedit eundemq; tribuentes Saturno, Piſces, Ioui, Arietem, Marti, Taurum, Veneri, & Gemellos, Mercurio, ſeptem Planetas cum duodecim ſignis zodiaci concordes reddebant.

Quod deinde Ariſtoteles in libris de ſenſu & ijs quæ ſenſibus percipiuntur, dicit pupillam oculi eſſe nigram, non ita ſe habet, nam idem eſt, ac ſi quis diceret nigrũ eſſe illud medium, quod permitteret tranſitum lumini per ſuam diaphaneitatem, nullum lumen à ſeipſo reflectens, & etiam ac ſi quis diceret nigrum eſſe aerem alicuius cubiculi vndequaque clauſi tenebroſi.

Quod etiam idem Ariſtoteles volens adducere cauſam, cur oculus magis materiam aquæ, quam aeris participet, dicens id ea ratione fieri, quod aqua magis quam aer ſeruari poſſit, eodem libro ſcribit, eſt reuera admirandum. Ibi enim clarè demonſtrat ſe planè ignorare, & conſtructionem oculi, & cauſam diuerſitatis eorum humorum tam in ſubſtantia, quam in figura, quæ non aliunde dependet quam quod diuerſam refractionem radiorum luminoſorum producat, qui per pupillam ingrediuntur, vt ad proprios ſibiq; deſtinatos locos dirigantur radij, vt à virtute viſiua perfectius ſentiantur.

De ratione Frigiditatis locorum umbroſorum.

AD EVNDEM.

VEra ratio vnde fiat, vt quanto magis ſentitur calor in locis expoſitis Soli, tanto minus ſentiatur in vmbra, vbi Solis radius non reflectitur, eſt quia cum rarefactus eſt aer à vehementi calore radij ſolaris, ſeipſum colligit, & condenſatur in locis, à quibus à calore, ratione rarefactionis, non expellitur, & quia naturaliter calor ſequitur rarum, rarum calorem, & frigidum denſũ, & denſũ frigidum, vt vnicuique ſanę mentis patet, hanc ob cauſam ſequitur rem ita ſe habere vt diximus. Poſſumus etiam abſque dubio credere huiuſmodi ratione fieri, vt frigus matutini temporis, in crepuſculo maius eſſe eo, quod noctu viguit. Nam materia conſiſtens in cono vmbræ terræ, ſemper denſior eſt ea, quæ extra reperitur, imo noua materia continuo condenſatur, propter motum vmbrę, quæ ſemper corpori ſolari opponitur. hęc

autem noua condenſatio dico ſemper fit in crepuſculo matutino, hoc eſt in parte coni à Sole pulſa, in parte vero contrari a ipſius coni hoc eſt in parte crepuſculi veſpertini, contrarium accidit, quia potius aliquantulum in hac parte materia coni rarificatur, quia extrinſeca condenſatur, in parte vero matutina extrinſeca rarificatur; & propterea intrinſeca condenſatur.

QVOD RECTE ARIST. SENSERIT COELVM casu non eſſe productum.

Hieronymo Condrumerio.

FErunt Ariſtippũ tempeſtate maris ad incognita littora delatum, cum in arena vidiſſet quaſdã figuras geometricas delineatas exultantẽ lętitia dixiſſe: Hæc ſunt hominum veſtigia. Nam conſonum rationi non erat, vt huiuſmodi figuræ caſu eſſent impreſſæ: neque etiam credendum eſt ingentem hanc machinam tanto ordine conſtantem fortuitò eſſe productam, cum nulla quantumuis minima eiuſdem particula, dummodo nitatur ordine, aliquo modo caſu effecta fuerit; cum caſus nihil producat, quod regulam & ordinem ſeruet. Non eſt igitur producta caſu admiranda correſpondentia, quæ eſt obiectorum cum potentijs, luminis cum oculo, ſoni cum auditu, ſaporis cum guſtatu, odoris cum odoratu, qualitatum tangibilium cũ tactu. Si diligenter deinde cuiuſlibet rei naturalis operationem conſiderabimus, eas tanta arte conſtructas videbimus, vt cogamur fateri aliquam prudentiſſimam, & ſagaciſſimam mentem eas formaſſe, ſi ergo quælibet mũdi pars tanta cum ratione & ordine eſt conſtructa: quomodo fieri poterit, vt de toto ipſo mundo id in dubium vocemus, certiſſimeq; non credamus diuiniſſimam aliquam mẽtem eſſe à qua exquiſitiſſima huius vniuerſi harmonia, quæ ex tot tantisq; partibus, maximo ordine nitentibus conficitur, non dependeat?

VARIA RESPONSA.

Nicolao Petreió.

AD ea quæ mihi ſcribis dico, quod excrementa quæ ex corpore ſano prodeunt in ſua ipſorũ qualitate ſenſibili ita ſe habẽt ad facultatẽ illius partis eiuſdem corporis, ut eã non lędant, quẽadmodũ efficeret ſputũ, ſi eſſet amarũ, aut quod excernitur naſo fętidũ eſſet. Imagineris igitur quẽadmodũ poſſit eſſe verũ id quod idẽ amicꝰ noſter ait. Prętereа ſi aliquid tibi in oculũ inciderit, an neſcis quomodo ſtatim affatim affluat humor, vt id foras appellat, vel abducat? (mirabile opus naturæ.) Dicetiã eidem non abſque myſterio naturam in tot miſerijs ſenectutem poſuiſſe, cum ſæpiſſimè ſenex mori deſideret, ut huius vitæ calamitatibus liberetur, vnde fit, vt cum eius aduentum ſentiat, minus affligatur. Dicito etiam eidem, naturam non fuiſſe tam ſolicitam dẽ quibuſdam partibus quemadmodum eſt de toto, vnde magis rotunda, & polita poterat eſſe ſuperficies terræ, quam nunc eſt, quia natura magis reſpicit totum, quam partes, & magis maiores, quam minores.

Dum tuas legerem, me continere non potui quin riſerim, id quod ſcribis te interrogaſſe eum Philoſophum naturalem, vnde fit, vt ventus ſit frigidus, eumq; tibi reſpondiſſe, quod à remotiſſimis partibus veniat, genereturq; à vaporibus terræ frigidis. (cum ipſa ſit frigida.) Cæterum miror quod ab eo non quæſieris, vnde oriatur frigiditas, quæ percipitur ab agitatione aeris, qui quidem à vaporibus terræ non proſilit, nec à remotiſſimis partibus ad nos accedit. Sed quia de eadem re me interro-

terrogas, scito naturã coniunxisse frigiditatẽ cũ densitate, & caliditatẽ cũ raritate, vt sup. diximus, ita vt cum aliquod corpus densat, frigidũ reddat, & dum rarefit maiorem caliditatem acquirat, & sic econtra fit, vt quanto magis aliquod corpus refrigeratur, tanto densius reddatur, & quanto calidius fit tanto rarius efficiatur. Quoties igitur agitabitur aer, aut aliud corpus, quod ratione suæ subtilitatis, velociter condensari, & rarefieri possit, eius partes densiores semper erunt frigidæ, & hanc ob rem quilibet ventus, qui per calida loca non transeat, natura sua frigidus, calidus autem per accidens erit. Hinc fit vt vasa vitrea, & terrea tam in vehementi frigore, quam in magno æstu frangantur, quia horum vnum fit, ne aliquis locus vacuus remaneat, & aliud ob loci necessitatem, sed hoc non sequeretur, si in materia, qua huiusmodi vas constat, aliqua aeris portio non contineretur.

DE LVMINE LVNÆ, DE FINE LVMINIS, de fine motus corporum cęlestium, de albedine, de sphæra.

Clarissimo Antonio Nauaiero.

LVMEN Lunæ etiam si sit lumen reflexum Solis ab ipsa Luna, ab ea tamen non ita reflectitur, vt à superficie polita speculi, cũ eius luminis tantã quãtitatem super ipsum corpus lunare videamus, & eo modo terminatã quo conspicimus. per se lumen, causa oculi est effectum, per accidens autem puta quod vis. Terra deinde nunquam lunari lumine (quãuis solaris reflexio existat) omnino destituta est, dico etiam, neque in ipsis ecclipsibus solaribus vel lunaribus, in solaribus enim cum Sol tot millia vices maior sit Luna, Luna verò minor terra, sequitur, vt terra non omnino priuata remancat lumine Lunæ, in ecclipsibus verò lunaribus Luna semper videtur, gratia luminis solaris, quamuis refracti. Motus corporum cœlestium fit ratione situs, & varietatis virtutis stellæ in diuersis locis, hæc autem varietas absque diuerso situ eiusdem stellæ, nec diuersus hic situs absque motu fieri posset, ita vt motus stellarum sit ratione diuersitatis situum ipsarum, ergo motus, & diuersitas situum, fit, ob diuersam influentiam. Quæ autem de albedine fratri tuo dixeram, erant, quod inter oẽs colores albedo, certo quodam modò, maiorẽ similitudinem habet cum lumine. Primò quia magis coniungitur cum lumine. Secundò quia magis afficit sensum. Tertiò quia absque resistentia magis recipit qualitatem aliorum colorum, quam alij colores. Quartò quia maximus est omnium colorum. Quintò quia simplicior est reliquis. Sextò quia disgregat visum. Septimò quia qualitas quæ in niue alba esse videtur, nihil aliud est quam multitudo quædam luminum reflexorum, & non albedo, similis ei, quæ est lactis, aut panni, quæ quidem septima causa effecit, vt ipsam albedinem, magis quam alium quemuis colorem cum ipso lumine compararem, cum nihil sit, quod esse suum trãsmutans, aut apparenter, aut essentialiter, illud ipsum prius non transmutet in formam sibi propinquiorem, vt manifestè patet. Est etiam huius rei octaua ratio, magni ponderis, quia scilicet nullus sit color, qui magis resistat lumini, aut in quem lumen minorem impressionem faciat, quam albedo. Vnde sequitur, obiecta alba, minus esse combustibilia quam alia, cum quælibet res in suum contrarium quam in

sibi

ſibi ſimile valentius agat, vt rectè vidit Ariſtoteles cum dixit, omne contrarium à ſuo contrario pati natum eſt.

Inter corpora, multum ſimplicitatis retinet ſphæra.

Circa quod, præter rationes adductas ab Ariſtotele in libris de Cœlo, poſſumus etiam ratiocinari à facilitate motus vndiq; ab eo quod violentiæ non reſiſtat, ab eo, quod apta nataq; ſit quieſcere ſupra quoduis punctum ſuę ſuperficiei, ab eo quod ab aliqua ſuperficie alterius corporis ſeſe tangi non permittat, quæ curuitate concaua non adæquetur, niſi medio vnius puncti. Verum eſt, quod licet hæc vltima ratio nõ ſit propria ſphæræ, eſt tamen cauſa ſimplicitatis in eo, in quo reperitur, ſed proprię paſſiones ſphæræ ſunt ſupradictæ, præter quam quod alia eiuſdem ſphæræ eſt proprijſſima, quæ eſt diſtantia eius termini ab vno tantummodo puncto ideſt ab eiuſdẽ centro, & etiam poſſe diuidere corpus aliquod medium cum æquali reſiſtentia circa punctum, quod prius in motu reperitur.

Aequalitas autem rerum, eſt etiam valde ſimilis ſimplicitati, & vnitati.

Comparatio uiſus, & auditus.

AD EVNDEM.

QVod ad viſum & auditum attinet, magis neceſſarium eſſe viſum, & nobiliorem quam auditum exiſtimo, primò quia ſi quis viſu orbatus eſſet, contra frigus, & calorem, contra famen, & ſitim nil prouidere poſſet, neque aliud quicquam hoc vocabulum prouidere ſignificat, neque abſque periculo vitæ ab vno loco ad alium ferri poſſet, neque aliquid arte facere.

Sed ſi quis deſtitutus eſſet facultate audiendi, ſupradictas tamen operationes prę-ſtare poſſet, neque modo careret, quo animi ſui ſenſa abſque beneficio ſoni, ſed ope figurarum & characterum alteri aperiret: neque etiam munere ſpeculandi ſcientias (excepta muſica) deſtitueretur. Ad ſcientiam comparandam, longè magis neceſſarius eſt viſus, quam auditus præterquam, quod viſus maiorem numerum obiectorum, & differentiarum rerum percipit, & inter reliquos ſenſus velociſſimè imò in inſtanti operatur, magis remotè quam alij, & exactius ſentit, minusq; quam reliqui afficitur, præterquam quod ſemper agit, dummodò non dormiat animal. Præterea ſeſe magis patefacit, & prodit anima per oculos, quam per aliud, cuiuslibet ſenſus, inſtrumentum. Oculo magis quam alia corporis parte, hominis natura cognoſcitur: & ſi aliquid ſpeculari volumus, quod ſine imaginatiua fieri non poteſt, ſtatim imaginamur nos videre huiuſmodi rem, ac ſi oculo fuiſſet compræhenſa, & ab imagine quæ eſt vnum ex obiectis oculi, imaginatiua nuncupatur. Beneficio oculorum omnes ferè ſcientiæ ſunt adinuentæ. Auditus nil aliud quam ſonum capit, auditus nunquam detulit intellectui figuram, corpus ſuperficiem, aut lineam, materiam, formam, locum, dimenſionem, plenum inane, nec innumera alia accidentia, quæ ab oculo compræhenduntur. Quæ verò viſui, & auditui ſunt communia, ſunt etiam tactui communia, vt numerus, motus, maius, & minus, ſunt tamen aliqua oculo & tactui communia, quæ auditus non poteſt capere, vt durum, molle, acutum, obtuſum, aſperum, lene, planum, curuum, concauum, conuexum, magnum, paruum, & ſupradicta, ideſt figura corpus & cętera, vt etiam rectum, obliquum, & ſimilia.

Ariſto-

Aristoteles circa finem primi capitis libri de sensu ait mediante visu, magis quã quolibet alio sensu, nos percipere sensibilia communia. Vbi eundem per se, & non per accidens magis necessarium esse quam auditum, tam in ijs quæ ad victum, quam in ijs quæ ad scientiam pertinent esse asserit, quia auditus intellectui confert per accidens. Vide etiam quod idem scribit primo metaphysicorum. Et si ad aliquid perfectè cognoscendum, oculo sese nobis offerrent ea omnia obiecta, quorum species in imaginatiua formamus, ipsa imaginatiua non egeremus. Sed quia hoc fieri non potest, hunc thesaurũ imaginatiuè, seu memoriæ ad conseruandam imaginem omnium obiectorum sensibilium nobis dedit natura, vt ope discursus intellectꝰ circa dictas imagines, rerum veritatem venari possimus. Sed vt ad propositum redeamus, beneficio oculi animal liberum est, cum sine ipso locum mutare nequeat, vt sit tutum. tenebræ, priuatioq; visus sunt ferè vnum, & idem. Neque vllus est sensus, qui sit magis similis intellectui quam visus: neque alij sensus habent obiecta viciſſim communia, quæ non sint etiam oculo communia, sed inter oculum, & quemlibet alium ex sensibus, inuenientur quidem obiecta communia, quæ cum alijs non communicabunt, vt inter oculum & tactum, figura, acutum, obtusum, & similia, quæ alijs sensibus non percipiuntur. Mediante visu, & auditu etiam, comprehendũtur variæ distantiæ, situsq; obiectorum, nec non proportiones, & alia quę ab alijs sensibus non comprehenduntur. Multa obiecta deinde sunt subiecta gustatui, quę alijs accidentibus prędita sunt, vnde cum fuerint semel degustata, talia, qualia sunt ab oculo percipiuntur, quod nullus ex alijs sensibus præstabit. Idem de obiectis odoratus dico. Sensuum nullus est qui maiorem similitudinem gerat cum vigilia & cum vita, quam visus, neque aliquid est, quod magis repræsentet imaginem somni, & mortis, quàm cęcitas.

Qui sibi oculos eruit vt melius specularetur maxima stultitia prius obcęcatus fuit quia soni magis impediunt speculationem quàm lumina, imò qui commodè vult contemplari, quantum plus potest nititur longius esse ab omni strepitu, magis quàm à locis luminosis, & animal magis lætatur lumine quam sono: & ad speculationem nos magis inuitat harmonia luminum variorum colorum & figurarum, quàm harmonia sonorum, præterquam quod instrumentum visus totius corporis partium est pulcherrima, & in eminentiori loco locata, si de instrumentis sensuum loquamur, & veluti fenestræ animæ. Et si Aristoteles dicat oculos & aures in vno codemq; orbe existere, volens inferre quod in eodem æquilibrio sint æqualiter alta non ita se habet, quia (si de homine loquamur) oculus est altior aure. Beneficio huius sensus, eorum quæ absunt, & longo iam tempore sunt mortui, animi sensa, & conceptus intelligimus, neque alia ratione rerum omnium memoria seruari potest. Si cabala unquam vera fuit, nulla alia ratione est deleta, quam quia alicuius signi visibilis medio conseruata non fuerit, & quæcunque non scribuntur, idest oculo non cõmendantur parum durant cito obliuioni tradunt. In maiori semper pretio fuit pictura quã musica: obiectis visibilibus magis quam ijs quæ sub auditu cadunt, affectus animi, atq; alia quælibet res naturalis exprimi possunt. Aegyptij volentes significare Deum; oculi medio id præstabant.

Oculus, respectu aliorum instrumentorum sensuum, est quasi epicyclus animæ, neque defuit qui crederet oculum esse principem animi partem.

Oculus à Sole, & à Luna ita dependet, vt qui tempore defectus cuiuslibet luminaris nascitur, statim cæcus euadat, neque aliqua est corporis pars in qua magis appareat

pareat differentia vitæ à morte; quam in oculo. Aristoteles ad finem cap.15.lib.primi posteriorum ait, clarum esse quod si aliquis sensus deficiat, futurum vt aliqua quoque scientia desit. Considera, quot scientijs careret homo, si visu orbaretur.

Et in tertio de anima ait, eum qui non sentit, nihil intelligere posse; id quod inde confirmat, quia nihil sit in intellectu, quod prius non fuerit in sensu. Plato in timeo ait, oculos nobis attulisse rerum optimarum notitiam, & si oculus non fuisset nihil eorum, quæ ad cœlum spectant inueniri potuisse, & cognitionē diei ac noctis ab oculis ortum duxisse, vt reuolutiones mensium, & annorum metiri, & tempus cognoscere, & inuestigare ordinem naturæ vniuersalis possemus; quibus philosophiā nobis comparauimus, ut alia multa omittam, quæ ibi à Platone dicuntur. Addam hic & aliam specialem differentiam inter auditum & visum, quæ est, vt obiectum visus sit permanens, & obiectum auditus transitorium siue successiuum aut, vt alio modo idem dicamus, obiectum visus particpes sit æternitatis, illud autem quod est auditus non item, nam auditus tempori subiectus est, visus autem minimè. Vel si dicamus operationem auditus absque tempore fieri non posse cum sit motio, operatio verò visus, nullo indiget tempore, cum ipsa sit momentanea, & propterea instantanea. Nam momentum non est motus, nec instans tempus.

QVARE HYEME VIDEATVR HALITVS animalium non autem æstate, & de vento.

Pancratio Mellano.

VNDE fiat vt hyeme halitum nostrum videamus, & non æstate, ratio est ab eiusdem halitus congelatione, quæ ab extrinseco frigore fit. Prius enim scire debes aerem attractū in pulmone, foras deinde erumpere cum alio vapore aliquantulum crassiore humido, & excrementitio expulso à natura, quæ continuò nostrum corpus euaporare facit, vnde sequitur dum aer foras à pulmone pellitur, maiorem semper materiæ portionem, ea quæ intus attracta est exire: vnde statim vt dicta materia foras expulsa, frigidum aerem offendit, cum constet ex partibus crassis, & obnoxiis congelationi, condensatur in formam vaporis, ad differentiam aeris ambientis qui in se eas partes crassas non habet, à quibus quidē partibus condensatis, & redditis opacis reflectitur lumen, atque hanc ob causam æstate hoc non fit, quia calor vim condensandi non habet.

Ventus nihil aliud est quam quidam aeris motus, cum condensatur, ob defectum caloris, neque (pace Aristotelis dicam) est exhalatio sicca. Exemplum à Vitruuio allatum nil planè valet, quantum spectat ad venti naturam, cuius rationem à me requiris. Exemplum etiam ventilabri quo tempore æstate vtimur negligendum penitus non est, quia eius beneficio, non solum arcemus à nobis aerem ambientem calidum, sed alium etiam aerem circa nos condensamus: & quia ordo naturæ est huiusmodi quod quemadmodum calor sequitur raritatem corporū, sic etiam frigus eorundem densitatem sequatur. Quod si vis vt exemplo illustrem, diligenter obseruato tempore æstatis cum aliqua nubes nobis Solem adimit, vbi aer qui in eius

vmbra

vmbra reperitur, tantum quantum defectus caloris radij ſolaris fert, qui per vim, dictum aerem rarefactum conſeruabat, ſtatim dictum aerem condenſari cognoſces: & quia ea condenſatio homogenea non eſt, ob diuerſas rationes, hanc ob cauſam percipimus eam aeris impulſionem, & inæqualiter, dum verò eadem vmbra diſcedit, ventus, ferè, ſtatim ceſſat, & ſæpe ante quam dicta vmbra diſcedat; cuius rei cauſa eſt longa mora quam trahit vmbra, ita vt prius abſoluatur reditus aeris ad formã, quæ ei conuenit in huiuſmodi vmbra, quam faciet nubes dum Sol detegitur.

Vera non ſunt ea, quæ tibi Arnoldus dixit, vt mihi tuis literis ſignificaſti. Nam ego ita dixi, videlicet, quod quotieſcunque aliquis aſpexerit aliquod punctum in ſuperficie ſpeculi, tunc imaginem ipſius poſt dictam ſuperficiem videbit duplicatam, ſi verò aſpexerit imaginem intra ſpeculum, tunc illud punctum videbit duplicatum, huiuſmodi autem rei ratio pendet ab hijs quę ad Franciſcum Vimercatum ſcripſi, quæ ſi memoria tenes, nullum tibi dubium remanebit. Nam ea tibi omnia oſtendi.

Dum verò dicis omnem proportionem rationalem diuidi poſſe duobus numeris mediantibus in tres æquas partes, mihi ad memoriam reuocas id quod quidam Vitruuij commentator aſſerit ſuper primum cap. noni lib. eiuſdem Authoris, ita dicens.

» Benè eſſe poteſt vt diagonalis (quadrati ſcilicet) numerorum via reperiatur, ſed
» fortaſſe intercedent fracta.

Miror te non memoria tenere quid ſint numeri rationales quidúe ſurdi, neq; conſideras, non ſolum non eſſe diuiſibilem in tres æquas partes omnem proportionem rationabilem, ſed neque in duas, vt ſunt ſuperparticulares proportiones, necnon aliæ innumeræ, ſed cum talia ſcribis te nimis parum verſatum in iſtis rebus oſtendis.

Id verò quod tibi dicere volebam nudiustertius de Mercurio erat, quod nullo pacto confidendum eſt calculis qui fiunt de curſu Mercurij, eo quod eius ſitus nullo modo obſeruabilis eſt, nam ipſe nunquam nec vbiuis locorum orbis terrarum viſibilis eſt altior. 18. gradibus ſupra orizontem, ſed neque confidendum eſſet ſi etiã ipſum videremus altum. 20. gradibus, propterea quod magna refractio radiorũ infra hos gradus nos valde fallit, quæ quidem refractio, nec vbiq;, nec omni tempore vniformis eſt, propter diformem ſeu inæqualem craſſiciem vaporum, quæ continuò mutatur. Imo multoties eum videre putabimus ſupra orizontem, exiſtente ipſo ſub orizonte.

Quod Ouidius tranſcurrit à motu diurno, ad motum annuum prater rem.

AD EVNDEM.

TVus etiam Ouidius ceſpitauit, cum pro itinére vnius diei efficiat, vt Phaeton à patre edoctus ſit etiam de itinere annuali.

Nam, quod Phaeton petat pro curſu vnius diei, clarè patet ẽx diuerſis locis, & primò vbi ita ſcribit Ouidius.

» Currus petit ille paternos.
» Inq; diem alipedum ius & moderamen equorum.

Deinde vbi Pater ita loquitur.

» Ardua prima via eſt, & qua vix mané recentes.

„ Enituntur equi medio est altissima cęlo.
„ Vnde mare, & terras ipsi mihi sæpe videre.
„ Fit timor & pauida trepidat formidine pectus.
„ Vltima prona via est & eget moderamine certo.
Etiam vbi dicit.
„ Dumq; ea magnanimus Phaëton miratur, opusq;
„ Perspicit, ecce vigil nitido patefecit ab ortu.
„ Purpureas aurora fores, & plena rosarum.
„ Atria, diffugiunt stellæ, quarum agmina cogit.
„ Lucifer, & cœli statione nouissimus exit.
Nec non vbi ita inquit.
„ Et si (modo credimus) vnum
„ Isse diem sine Sole ferunt, incendia lumen
„ Præbebant.
Quod autem à Patre instruatur etiam de cursu annuali, videbitur vbi ita dicit.
„ Nitor in aduersum, nec me, qui cætera vincit.
„ Impetus, & rapido contrarius euehor orbi.
Et vbi ita loquitur.
„ Forsitan & lucos illic, vrbesq; Deorum.
„ Concipias animo delubraq; ditia donis
„ Esse per insidias iter est, formasq; ferarum.
„ Vtq; viam teneas, nulloq; errore traharis.
„ Per tamen aduersi, gradieris cornua Tauri.
„ Aemoniosq; arcus, violentiq; ora Leonis.
„ Sæuaq; circuitu curuantem brachia longo.
„ Scorpion atque aliter curuantem brachia cancrum.
„ Nec tibi quadrupedes animosos ignibus illis.
„ Quos in pectore habent quos ore & naribus efflant, &c.
Sed lucidius etiam hoc videre est inferius vbi ita loquitur.
„ Nec tibi directos placeat via quinque per arcus.
„ Sectus in obliquum est lato curuamine limes.
„ Zonarumq; trium contentus fine, polumq;
„ Effugit australem iunctamq; aquilonibus arcton.
„ Hac sit iter, manifesta rotæ vestigia cernes.
Et vbi etiam dicit.
„ Neu te dexterior tortum declinet ad anguem.
„ Ne ve sinisterior pressam rota ducat ad aram.

De supputatione quinque corporum regularium.
De aliquibus etiam eorum sympathijs.

AD EVNDEM.

ID quod à me desideras, ab alijs etiam factum est, sed ne me putes laborem euitare, non prætermittam aliquid tibi scribere, earum rerum quæ ab Euclide colle

gi,

gi, methodo etiam qua vtebar dum in istis rebus me aliquo modo exercebam.

Quotiescunque igitur scire volueris quantitatem corpulentiæ cuiusq; quinq; corporum regularium ab vna eademq; sphæra terminatorum seu circunscriptibiliũ curabis primum, cognoscere quantitatem lateris cuiusq; eorum, talium partium, qualium semidiameter dictæ sphæræ sit. 100000. ex tabulis sinuum Nicolai Copernici. Propone igitur tibi ante oculos figuram semicircularem vltimæ propositionis. 13. lib. Eucli. & inuenies. c. d. tertiam partem semidiametri. d. b. esse partium. 33333. æqualem sinui arcus. f. e. graduum. 19. mi. 28. qui quidem arcus dẽptus cũ fuerit à tota quarta. b. f. remanebit arcus. e. b. gra. 70. mi. 32. cuius corda erit latus exaedri, quod latus ita cognosces, sumendo scilicet sinum medietatis. b. e. hoc est sinum gra. 35. mi. 16. qui erit partium. 57738. cuius duplum erit partium. 115476. pro latere cubi.

Dempto postea quadrato lateris exaedri, & quadrato totius diametri. a. b. residui radix quadrata, erit. a. e. latus Tetraedri. Vel si duplicaueris sinum dimidij arcus. a. e. qui quidem arcus, componitur ex quarta. a. f. & ex arcu. f. e. iam inuento, siue, vt residuus totius dimidij circuli, dempto. b. e. iam supra inuento, habebimus idem latus. a. e. partium. 163294.

Pro latere verò Octaedri accipere potes radicem quadratam dupli quadrati ipsius. d. b. & habebis. f. b. latus quæsitum. Vel si malis accipe duplum sinus medietatis arcus. b. f. quod duplum erit. f. b. partium. 141142.

Pro latere verò Duodecaedri, diuide latus Exaedri ex methodo. 11. secundi Eucli. cuius maior pars erit latus quæsitum, partium. 71368.

Sed pro latere Icosaedri, te primum oportebit inuenire quantitatem anguli g. d. a. hoc est ipsius arcus. b. n. qui tali angulo subiacet, quod cum pluribus modis inueniri possit, nihilominus, hunc seruabis, inuenies primò quantitatem. d. g. quæ est radix quadrata summæ duorum quadratorum hoc est. d. a. et. a. g. quæ. a. g. æqualis est diametro. a. b. vt scis, dices postea, si. d. g. correspondet ipsi. g. a. cui correspondet. d. h. semidiametro sphæræ? tibi veniet. h. k. sinus arcus. a. h. hoc est. b. n. graduum. 63. min. 26. cuius medietas gra. 31. mi. 43. pro sinu suo habet partes. 52571. cuius sinus duplum est partium. 105142. pro latere Icosaedri.

Incipiendo nunc à Tetraedro, scire debes, quod pars. a. c. totius diametri. a. b. æqualis est axi ipsius Tetraedri, quæ quidem. a. c. vt subsesquialtera ipsius. a. b. erit partium. 13333.

Quæres postea quantitatem superficialem vnius faciei ipsius Tetraedri, hac methodo, inueniendo primum radicem quadratam trium quartarum quadrati ipsius. a. e. lateris Tetraedri, eo quod latus hoc, sesquitertium in potentia est ipsi perpendiculari terminatę ab vno angulorum trianguli æquilateris & à latere ei opposito ex. 11. tertijdecimi ipsius Eucli. quę quidem perpendicularis, erit partiũ. 141416. & hæc multiplicata cum medietate lateris trianguli, hoc est cum. 81647. tibi dabit superficiem quæsitam, hoc est basim Tetraedri partiũ superficialiũ. 11546192152. Hãc demum basim multiplicando cum tertia parte axis Tetraedri habebis corpulentiam totius Tetraedri, quæ erit. 513158964003488.

Neque tibi hoc loco occultare volo quandam meam animaduersionem, quæ est, quod diameter seu perpendicularis (supradicta) faciei ipsius Tetraedri, semper æqualis est lateri ipsius Octaedri circunscriptibilis ab eadem sphæra, hoc est ipsi. b. f. quapropter quotiescunque ipsam perpendicularem habere voluerimus accipiendo b. f. habebimus intentum. Et quod hoc verum sit possumus ita demonstrare.

Primum, notum nobis est, ipsam perpendicularem, triplam esse eius parti, quæ

à centro circuli, ipſum triangulum circunſcribentis, terminatur, & à baſi, vt in tertio propoſito decimæſeptimæ quartidecimi Eucli. probatur, ex quo ſequitur proportionem huiuſmodi perpendicularis ad axem Tetraedri, hoc eſt ad. a. c. ſeſquioctauam eſſe in potentia, ex penultima primi Eucli. Sed cum. d. c. tertia pars ſit ipſius. d. a. vt etiam ex. 2. propoſito, ſeu corollario decimæſeptimæ. 14. lib. diſcurrere licet, cum ex dicto corollario. d. c. ſit ſexta pars ipſius. a. b. Quare. d. c. quarta pars erit ipſius. a. c. vnde. a. c. ſeſquitertia erit ipſi. a. d. in longitudine, ideoq; quadratum ipſius. a. d. ad quadratum ipſius. a. c. erit vt. 9. ad. 16: & ita duplum quadrati ipſius. a. d. hoc eſt quadratum ipſius. b. f. ad quadratum ipſius. a. c. erit, vt. 18. ad. 16. hoc eſt ſeſquioctauum, ergo. b. f. æqualis erit dictæ perpendiculari, ex. 9. quinti.

Cubus poſtea ipſius. b. e. erit partium. 15398385765701 76.

Pro Octaedro deinde, accipies productum diametri in ſemidiametrum, quod productum, æquale erit quadrato diuidenti per æqualia Octaedron, hoc igitur productum, multiplicando per. 100000. ſemidiametrum ſphæræ, tibi dabit columnam quadrilateram cuius tertia pars, erit partium. *666666666666666.* cuius duplum erit ipſum Octaedron partium. *1333333333333.*

Pro Icoſaedro autem, oportet prius quantitatem perpendicularis inuenire, quæ perpendicularis, per æqualia diuidit baſim ipſius Icoſaedri, quæ vt radix quadrata trium quartarum quadrati lateris ipſius baſis, erit partium. 91055. talium, qualium dictum latus erit partium. 105142. cuius medietas eſt. 52571. quæ medietas ſi multiplicata fuerit cum dicta perpendiculari, dabit totam baſim ſuperficialem, hoc eſt ſuperficiem vnius trianguli æquilateris partium ſuperficialium. 4786852405. quo facto, accipe quadratum duarum tertiarum ipſius, hic ſupra dictæ perpendicularis, ipſumq; deme ex quadrato ſemidiametri ſphæræ, hoc eſt, ex quadrato ipſi⁹. 100000 radix poſtea quadrata reſidui, erit partium. 79468. & hæc erit perpendicularis à centro ſphærę ad, vnam baſim ipſius Icoſaedri, quam volueris, quam perpendicularem ſi multiplicaueris cum quantitate ſuperficiali, hic ſuperius reperta, vnius baſis, conſequeris columnam trilateram partium. 380401586920540. cuius tertia pars, erit partium. 126800528973513. pro vna ex. 20. Pyramidibus ipſum corpus componentibus. Breuius tamen hoc efficiens, ſi multiplicaueris baſim dictam, cum tertia parte ipſius perpendicularis, hanc poſtea pyramidem multiplicando per. 20. habebis totam corpulentiam ipſius Icoſaedri partium. 2536010579470260.

Pro Duodecaedro demum, accipe ſinum gra. 36. qui grad⁹ ſunt pro dimidio quintæ partis totius gyri circularis, q quidē ſinus, erit partium. 58778. cuius quadratum ſi dē pſeris ex quadrato ipſi⁹. 100000. ſemidiametri circuli circūſcribentis aliquē pētagonum æquilaterum, & æquianguluni, tunc radix reſidui, erit perpendicularis ducta à centro dicti circuli ad medium vnius lateris ipſius pentagoni, quæ perpendicularis, erit partium. 80902. talium qualium medietas lateris dicti fuerit. 58778. Nunc verò dicendo ſi. 58778. dat. 80902. quid nobis dabit. 35684? medietas lateris ipſius Duodecaedri, vnde dabit. 49116. pro perpendiculari, à centro ipſius pentagoni, ad latus ipſius Duodecaedri, quæ multiplicata cum medietate ſupradicta ipſius lateris, hoc eſt cum. 35684. producet vnum ex quinque triangulis componentibus vnum pentagonum, ſeu vnam baſim ipſius Duodecaedri, quod quidem triangulum, erit partium. 1752655344. ſuperficialium, quas ſi per quinque multiplicaueris habebis vnam baſim pentagonam dicti corporis partium. 8763276720. Dicendum poſtea eſt, ſi ad. 80901. conuenit ſemidiameter circularis partium. 100000. quid cō ueniet partibus. 49116. dabit. 60711. pro tali ſemidiametro circulari, cuius quadra-

tum,

tum,si dempseris ex quādrato ipsius.100000.semidiametro sphęræ, tunc radix quadrata residui, erit perpendicularis à centro sphæræ ad centrum pentagoni partium. 79461.cuius tertia pars, si multiplicata fuerit cum pentagono supra reperto dicti corporis producet vnam ex.12. pyramidibus componentibus dictum Duodecaedron, quæ pyramis, demum, multiplicata per.12.dabit totam corpulentiam ipsius Duodecaedri partium.278535492579168o.

Nunc verò si experiri voluerimus vtrum isti calculi duorum corporum maiorum sint: rectè supputati,dicem⁹ si ad corp⁹.12.basiū,qđ est partiū.278535492579168o conuenit numerus partium.2536o1o5794702 6o. ipsius Icosaedri, quid conueniet lateri cubi partium.115476.& inueniemus conuenire latus ipsius Icosaedri partium 1o5138.eo quod probatum sit in.1o.propositione.14.li.Eucl.eandem proportionē esse corpulentiæ ipsius Duodecaedri ad corpulentiam ipsius Icosaedri, quæ lateris cubi ad latus Icosaedri.

Hæc autem corpora, ita sibi inuicem,& cum eorum sphæra harmonicè conueniūt quemadmodum antiqui philosophi inuenerunt, vt mirandū non sit, ipsos credidisse omnia quæ natura constant, aliquo pacto ex istis corporibus fieri. Considera quæso quomodo conueniant inuicem Tetraedron, Octaedron,& Icosaedron,cum uniuscuiusque bases sint triangulares æquilateræ intelligendo semper hæc corpora ab eadem sphæra circunscriptibilia.

Octaedron, cum Tetraedro etiam in hoc conuenit, quod latus Octaedri æquale sit ei perpendiculari, quæ diuidit basim Tetraedri per æqualia, vt supra demonstrauimus.

Harmonicis etiam interua llis hæc duo corpora inuicem concordantur, cum basis Tetraedri ad basim Octaedri seruet proportionem sesquitertiam, consonantiæ diatessaron. Et proportio omnium superficierum siue basium Octaedri simul sumptarum,ad omnes bases ipsius Tetraedri simul sumptas sit sesquialtera, consonantiæ diapentis. Neque omittendum est, quod proportio Octaedri ad triplum Tetraedri sit, vt latus Octaedri ad latus Tetraedri.

Proportio verò lateris Octaedri,ad axem Tetraedri, potentia est sesquioctaua, vt supra vidimus interuallum scilicet harmonicum toni maioris.

Harmonia verò Tetraedri,& Exaedri cũ eorum sphæra, talis est,vt proportio diametri sphæræ, potentia, tripla sit lateri Exaedri, & sesquialtera lateri Tetraedri, ex quo sequitur latus Tetraedri potentia duplum existere lateri Exaedri. Interuallum enim triplum in harmonicis, componitur ex diapason,& diapente, & sonat speciem diapentis. Duplum verò est diapason, sesquialterum autem est diapente, quę consonantiæ perfectissimæ sunt.

Proportio verò diametri sphæræ, potentia dupla est lateri Octaedri,consonantię diapason. Ex quo sequitur proportionem lateris Tetraedri ad latus Octaedri, potentia,sesquitertiam esse,hoc est consonantiæ diatessaron, & proportionem lateris Octaedri ad latus Exaedri, potentia,sesquialteram esse, ita quod quatuor istæ potentiæ,idest diametri sphæræ, lateris Tetraedri, lateris Octaedri,& lateris Exaedri constituunt harmoniam ferè perfectissimam,ijs terminis comprehensam.6.4.3.2.(dixi ferè, quia ditonus supra terminum.3.vel semiditonus sub termino.2.hoc loco non reperitur, cuius quidem terminus esset.2.cum duabus quintis.)

Adde quod diameter sphæræ triplus est longitudine ad perpendicularē ductam à centro sphæræ ad basim Octaedri, quæ proportio, vt supra dictum est,dicitur diapasondiapente, practici verò eam vocant duodecimam.

Diameter verò ſphæræ ſeſquialter eſt longitudine axi Tetraedri, conſonantiæ diapentis. Axis autem Tetraedri ſeſquitertius eſt longitudinis ſemidiametro ſphæræ conſonantiæ diateſſaron. Ita quod iſti tres termini, qui ſunt, diameter ſphæræ, axis Tetraedri,& ſemidiameter ſphæræ conſtituunt etiam valde perfectam harmoniam huiuſmodi numeris contentam. *6. 4. 3.* corpulentia verò Exaedri ad corpulentiam Tetraedri tripla eſt, conſonantiæ iam ſupradictæ diapaſondiapente. Si verò de vniſono aliquid videre deſideras, conſidera æqualitatem dupli quadrati diametri ipſius ſphæræ, cum omnibus baſibus Exaedri, vel potentia diametri ſphæræ cum duabus potentijs ſimul ſumptis, quarum vna eſt lateris Tetraedri, reliqua verò lateris Exaedri, vel æqualitatem numerorum laterum Tetraedri, cum baſibus Exaedri. Nec mihi videtur ſilentio inuolùendum eſſe, antequam vlterius progrediar notabilem ſympatiam inter triangulum æquilaterum, & Tetraedron (quãuis triangulũ corpus non ſit) non ſolum ob inalterabilitaté harum duarum figurarum. (nam omnes aliæ alterabiles eſſe poſſunt, ijſdem lateribns exiſtentibus, cum ex quadrato rombus, vel ex pentagono ęquiangulo, pentagonum non æquiangulum &c. efficiatur) ſed quod quemadmodum latus trianguli æquilateri ſeſquitertium potentia eſt perpendiculari ipſum per æqualia diuidenti, ita latus Tetraedri, ſeſquialterum eſt potentia axi ipſius Tetraedri, vnde cum dempta fuerit illa proportio ſeſquitertia, ex hac ſeſquialtera relinquetur nobis proportio ſeſquioctaua, inter perpendicularem trianguli, & axem Tetraedri (quod etiam ſupra demonſtrauimus.) Tranſeamus nunc hęc, nec omittamus tamen ſympatias quaſdam inter Exaedron, Octaedron, & Tetraedron, hoc eſt quod eadem proportio ſit inter corpulentias Exaedri, & Octaedri, quæ inter eorum ſuperficies, nec non, vt latus Exaedri ad ſemidiametrum ſphæræ. Proportio verò baſis Exaedri ad baſim Tetraedri, vt latus Tetraedri ad perpendicularem diuidentem per æqualia eius baſim.

Hactenus ſatis dictum ſit de Tetraedro, Exaedro, & Octaedro cum ſphæra. Dicẽdum nunc cenſeo aliquid de reliquis duobus mirabilibus corporibus, quamuis ferè omnia hæc ab antiquis philoſophis inuenta ſint, quorum primum eſt, quod tam baſis Duodecaedri, quàm Icoſaedri, ab vno eodemq; circulo circunſcriptibiles ſunt, verùm, talis paſſio accidit etiam baſibus Exaedri & Octaedri. Præterea quemadmodum in Duodecaedro, quilibet angulus ſolidus terminatur tribus angulis pentagonorum æquiangulorum ita in Icoſaedro, quilibet angulus ſolidus viceuerſa terminatur quinque angulis triangulorum æquiangulorum. Et tam vnum, quam alterum horum corporum, triginta lateribus continetur. Et tot ſolidos angulos triangulares, habet Duodecaedron, quot baſes triangulares continet Icoſaedron.

Et Icoſaedron, tot ſolidos angulos pẽtagonos, quot baſes pẽtagonas habet Duodecaedron. Et tam vnum quam alterum habet. *60.* angulos ſuperficiales. Eadẽq; proportio eſt omnium baſium ſimul ſumptarũ Duodecaedri ad omnes baſes ſimul ſumptas ipſius Icoſaedri, quæ corpulentiæ ipſius Duodecaedri ad corpulentiam Icoſaedri (quamuis hęc paſſio accidat Exaedro cum Octaedro, vt ſpra diximus) quę quidem proportio, eadem etiam eſt, quę lateris Exaedri ad latus Icoſaedri, vt ſupra iam dictum fuit.

NOVA INVENTIO COMPONENDI ASTROLABIA cum Horologijs artificialibus.

Iacobo Mayeto Ingenioſiſſimo Horologiorum Sereniſſimi Sabaudiæ Ducis Artifici.

NONNVNQVAM conſideraui mirabilem pulchritudinem, ſimul cum vtilitate coniunctam, illorum horologiorum, quæ in Germania conſtruuntur cũ mobili Rete, ſeu Aranea Aſtrolabij ſup Tabulã regionis, in qbus cõtinuo videnť oriri, occidereq; cæleſtia ſigna, cælum mediare ſupra orizontẽ, necnon ſub eo, & vt vno verbo dicam, continuo erecta videtur tota cœli figura. Sed quia talia horologia omnia eorum limbum diſtinctum habent in .24. horas, qua propter diametrum limbi, minorem duobus palmis, ſeu ſemipede eſſe non oportet ne interſtitia horarum iuſtò breuiora ſeu anguſtiora efficiantur, etiam ne interualla dentium rotæ indicis nimis anguſta ſint. Sed quia talis magnitudo vt plurimum incommoda exiſtit. Ideo non inutile fore cogitaui, ſi modus aliquis inuentus fuerit, vt ea omnia efficiantur in limbo diuiſo tantummodo in .12. horas æquales, ipſumq; inueni, qui quidem erit, efficiendo vt Tabula (in qua deſignantur cęleſtes domus, cum almicantarat, atque azimut) Reti ſubiectæ, mobilis ſit, tardior tamen ipſo Rete cum indice, pro duplo temporis, hoc eſt, quod eo tempore, quo Aranea cum indice circunuoluetur ſpacio .12. horarum vno gyro perfecto, ipſa Tabula efficiat tantummodo ſex interſtitia horarum. Ideſt dum Tabula dicta efficit vnam integram reuolutionem, Aranea, ſeu Zodiacus cum indice, duas efficiat reuolutiones. Ita quod Aranea cum indice perficiet vnam reuolutionem ſpacio temporis .12. horarum, Tabula verò perficiet eam ſpacio temporis .24. horarum. Vnde ſequetur quod Aranea ſeu Zodiacus cum indice, ſpacio .24. horarum perfectè circunuoluetur ſupra Tabulam, & ita huiuſmodi horologia, in hoc nihil differrent ab illis ſupradictis. Vt autem facias dictam tabulam tardiorem duplo temporis Araneæ cum indice, quamuis diuerſis modis hoc fieri poſſit, pręſtantiorem tamen iudico, ſi cum Rota indicis, aliã Rotam concentricã coniunxeris, ita tamen, vt vnaquęq; liberè poſſit volui, ſimiliter ſi cum ea horologii particula (quę circũagit Rotam indicis, quæ Italicè ROCHETTO Germanicè verò TRIB vocatur, Latinè aũt ipſum vocabo, COLINVM, qui ſub rota fuſi reperitur) coniunxeris alium colinum quem, ſecundum vocabo, concentricũ verò cum primo, cum eoq; conſolidato, numerum verò dentium, tam Rotę adiunctę quam ſecundi colini, varijs modis poteris inuenire, quorum primus erit, vt numerus dentium ſecundæ Rotę duplus exiſtat numero dentium primę, efficiendo ſecundum colinum eiuſdem numeri dentium quo primum, ſed quia interualla dentium huiuſmodi Rotę, nimis anguſta fortaſſe reſultabunt, propterea alios etiam modos inueni, quorum vnus erit (dum numerus dentium primi colini par fuerit) efficiẽdo ſecundam Rotã eiuſdẽ numeri dentiũ cuius eſt prima. ſecũdũ vero colinum, medietatis numeri dentium cuius erit primus. Attamen ſi primus colinus eſſet .4. dentium, ſecundum oporteret eſſe duorum dentium, vnde motus ſecundę Rotę non eſſet ita continuus. Quapropter alium etiam modum excogitaui, hoc eſt, cupiendo vt ſecundus colinus, ex tribus dentibus exiſtat, ſi primus ex .4. repertus fuerit, oportebit prius ex regula de tribus, numerum quendam inuenire quo inuento ipſum duplicare, & hunc duplicatum numerum conueniet ſecundam Rotam habere, vt ipſa poſſit ab illo colino triũ dentiũ circunuolui in duplo temporis, quo prima à ſuo colino quatuor dentium.

tium. Exempli gratia, si prima Rota constaret ex.36. dentibus, dicendum esset, si 4.conuenit cum.36. cum quibus conuenient. 3.& inueniemus.27.cum quo numero dicta secunda Rota circunuolueretur eodem tempore à suo colino trium dentium, quo prima à suo quatuor dentium,quare duplicando.27.haberemus.54. pro numero dentium dictę secundæ Rotæ, vt duplo temporis circunuoluatur quo prima. Sed si primus colinus constaret ex.6. dentibus, existente sua Rota ex. 36. vellemusq; q secundus existeret ex.4.tunc suam Rotam oporteret habere dentes. 48. ex dicta regula. Si autem primus colinus constaret ex numero impari,nihil referret, dummodo huiusmodi numerus impar, seu par, existeret pars propria numeri dentium, vel ipsius dupli primæ Rotę, hoc est, esset pars aliquota numeri dentium ipsius primæ Rotæ vel ipsius dupli. In ijs verò horologiis in quibus duplum numeri dentium dictę primę Rotę non erit multiplex numero dentium primi colini, hoc fieri non potc rit. Ratio enim tam clarè, tibi consideranti, patebit, vt nullis verbis indigeat cum semper numerus dentium secundę Rotę multiplex esse debeat numero dentium secundi colini. Idem autem non dico de prima Rota cum suo colino, hoc est, vt numerus primę multiplex sit numero sui colini,nam hoc neçessarium non est. Ponamus exempli gratia primum colinum constare sex dentibus, suam vero Rotam dentibus.21.cuius quidem numeri, 6.non est pars aliquota, sed dupli ipsius. 21.ipse.6. est pars aliquota. Nunc verò si voluerimus numerum dentium secundæ Rotę inuenire, cuius colinus ex quinque dentibus existat (suppositio primo ex.6.constare) tunc ex regula de tribus, diuiso producto, quod fit ex.21.in.5.per. 6. exibit. 17. cum dimidio, cuius duplum esset.35.qui multiplex est ipsi quinque. Reperto igitur numero secundę Rotę, cum numero ipsius colini, oportet nunc scire modum compositionis, seu coniunctionis harum rerum, hoc est duorum colinorum concentricorũ (sed de ijs satis iam superius dictum fuit) duarum Rotarum concentricarum cum Tabula, cum Zodiaco, & cum indice, seu Ostensore, cuius quidem Ostensoris medietas tantummodo nobis sufficiet. Sciendum igitur nunc est quod cum primus colinus reuoluat totam primam Rotam,spacio temporis.12.horarum,oportet vt eius axis,seu arbor voluat ostensorem, Zodiacumq;, eodem temporis spacio, & quia Rota hęc inalterabis est, propter eius coniunctionem cum suo colino,& nos oporteat indicem Zodiacumq;, quotidie ferè, dirigere, suisq; locis collocare, ideo nos oportet, indicem,Zodiacum,& primam Rotam, ita cum axe,seu arbore coniungere, vt possimus dicta omnia efficere. Pars igitur Arboris, seu axis dicti, quæ ingredi debet in prima Rota,sit rotunda,& contigua ipsi Rotæ, non autem continua, vel cum Rota consolidata. Pars verò quę per foramen Zodiaci, seu Araneę transibit, sit quadrata vsque ad summitatẽ ipsius axis (tali spissitudine, vt in claui ipsius horologij ingredi possit) & ita foramen ipsius Araneę, quadratum sit, Ostensor autem circa axem, compositus sit tali ordine, vt circa paruum circulum volui possit, qui paruus circulus habeat quadratum foramen, per quod transeat axis, qui axis aliquantulum emineat supra ostensorẽ. Sub Aranea vero vel Zodiaco,locata erit Tabula,vt nũc dicemus, sed sciendum est prius, quod inter Tabulam,& suam secundam Rotam, aliam laminam immobilem interpositam esse oportet, quę circulare foramen habeat, per qd quędam breuis fistula transeat circundans axem & coniungens Tabulã cum sua Rota, cuius quidem fistulæ superficies concaua, rotunda sit, superficies verò extrinseca,non tota, nisi ea pars, quę secundam Rotam ingreditur, vt in rotundo foramine ipsius Rotę, dicta fistula volui possit, pars vero extrinseca quę Tabulam ingredi debet, sit quadrata. Tabula vero quatuor paruissima foramina habeat in extremitati-

bus

bus linearum, meridianę, & verticalis, vt acu mediante volui possit, prout oportebit.

Perfectum igitur cum fuerit opus hoc, te oportet scire modum ipso vtendi. Quapropter quotiescunque volueris, aspice Solis locum in Zodiaco, Ephemeridibus mediantibus, idem dico de vnoquoque reliquorum planetarum. Inuento postea Solis loco in nostro Zodiaco horologij, manu mediante, volue ostensorem, ita, vt linea fiduciæ transeat per gradum Solis, deinde, claui ipsius horologij mediante, volue indicem, ita cum Zodiaco coniunctum, vt linea fiducię, punctum, seu partem horę ostendat in limbo horologii, quę quidem hora notanda est si fuerit ex ijs quę incipiunt à meridie vsque ad mediam noctem, vel à media nocte vsque ad meridiem, tunc acu supradicta mediante, posita in aliquo illorum quatuor foraminum, circunuoluenda est Tabula, ita, vt extremitas lineę meridianę supra orizontem, ex ęquo incidat inter duodecimam horam, & lineam fiducię, computum incipiendo à duodecima hora, si vero dicta indicis hora fuerit ex ijs quę incipiũt à media nocte & desinunt postea in meridie, oportebit, acu mediante, circunuoluere Tabulam, quousque punctum extremum meridianæ sub terra, medio loco existat inter duodecimã horam, & horam ostensam à linea fiducię. Quo facto continuo videbis erectam cęli figuram. & quia vidisti loca planetarum in Ephemeridibus, videbis etiam eorum loca accidentalia in domibus scilicet accidentalibus, si aliquas fixarum in Aranea desiderabis, accipere poteris Ocu. ♉, cor. ♌, spi. ♍, Liram, Aquilam, & Arcturum, dum locus fuerit capax. Nec te moueat, quod oportebit lineam fiducię supra gra. Solis quotidie collocare, quod nihil refert. Nam oportet etiam quotidie cordam fuso circunuoluere.

DE DEMONSTRATIONIBVS PROPOSITIONVM Mathematicarum, nec non de Astrologia Iudiciaria.

Illustriss. D. Volfardo Aisestain.

NIHIL mihi gratius & iucundius afferri potuit tuis literis, quibus te cupidum ostendis sciendi rationem, quare ego non vna methodo ad omnes propositiones demonstrandas vsus sim, hoc est, quare non omnia ea Eucl. Theoremata citem in vnaquaque propositione, quę ad eã demonstrandam faciũt, quemadmodum in mea Gnomonica vidisti me aliquando omisisse. Respondeo ꝙ mathematicę demonstrationes, hominibus Euclidis Elementa possidentibus, non indigent aliqua citatione numerorum Theorematum ipsius Euclidis, & si aliquando vsus sum aliqua citatione eorundem, hoc feci propter consuetudinem nostri temporis, vel etiam ad faciliorem intelligentiam illorum, quibus scribebam. Sed omnia quamuis minima citare, vt faciũt nonnulli, mihi, nimis laborioſum, superfluumq; videtur, presertim ijs (vt dixi) qui memoria tenent prima Elementa. Hęc igitur est vna ratio. Alia, quia multoties, ita coniuncta est speculatio cum ipsa conclusione, vt mihi sępius visum sit superfluum, aliquid de ipsa theoria scribere. In iis enim, quę dum puer eram scripsi, videbis scrupulosam illam methodum, sed postea, non nisi in arduis propositionibus me nihil essentiale prętermittere.

Circa vero id de quo me interrogas, scilicet, vtrum putem omnia vera esse, ea quę scripta reperiuntur in libris Astrologiæ iudiciarię. Respondeo quod non, imo puto

puto plurima falſa eſſe. Nam illa multitudo partium, vt pars vitę, pars Hylech, pars futurorum, & reliquę omnium domorum cœleſtium, ſalua parte fortunę, ſunt merę nugę. Idem dico de faciebus, ſiue decanis, de terminis, & de gradibus ipſis, vt puta azemenis, puteis, vacuis, fumoſis, & de reliquis. De Domibus vero, Exaltationibus, nec non triplicitatibus, experientia cõfirmat ea vera eſſe. Idẽ affirmo de Domibus accidentalibus, rationalibus tamen, non autẽ de Domibus Campani, & Gazuli. Obſeruationes etiam complexionum ſeu influentiarum ipſorum Planetarum rectè factæ ſunt, quę etiam à coloribus ipſorum Planetarum ferè iudicari poſſunt. Coniunctiones aſpectusq; ipſorum inuicem, ſimiliter mirabilia faciunt, & ex maiori parte, ea, quę de iſtis ſcribuntur vera ſunt. Reuolutiones annuę ſimiliter, cum Domino anni. Dominum verò orbis Diuiſoremq; non approbo, nam hic pendet à termino, ille verò ab hora. Nouenarias autem Dodecathemoria, Alfridarias, & multa iis ſimilia omnia nego. Antiſcia, vera ſunt, ideſt influunt, malos tamen effectus, alia plus alia verò minus, prout aliqua eorum ſunt tetragona, alia verò trigona, alia magna, alia parua, magna ſunt, vt Arietis cum Virgine, & Librę cum Piſcibus, parua verò, debiliaq; Geminorum cum Cancro, & Sagittarij cũ Capricorno. Sed difuſius hęc oĩa videbis in meo illo particulari tractatu, de quo tibi aliàs dixi, in quo multa videbis, quę omnia ab experientia, ex multis à me obſeruatis, comprobata ſunt, quem quidem tractatum cum quibuſdam alijs meis ſpeculationibus in lucem prodere cupio, ſi fieri poterit, antequam ad directionem mei Horoſcopi cum corpore Martis Anęretę perueniam, quę quidem directio circa annum milleſimum quingenteſimum nonageſimum ſecundum eueniet.

FINIS.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

ERRATA CORRIGITO IVXTA INFRASCRIPTAM TABVLAM

Reliquos verò errores, qui orthographiam respiciunt, benignus lector corrigat, qui sciat multos errores in editione irrepsisse, quod non paucos dies morbo fuerim detentus dum præsens opus excuderetur.

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
3	29	æqualis	æquali
8	35	maius	maior
9	15	in vnitate superficialis, erit ac	in vnitate, supreficialis erit, ac
11	1	proueniens	prouenientem
11	8	futurum	futurus
11	31	illæ nihil aliud sunt	illud nihil aliud est
11	38	diuidemus	diuidamus
12	1	tertiæ, sint	tertiæ sint
12	2	productum	productus
19	30	proueniens	prouenientem
19	30	productum æquale	productus æqualis
21	27	eadem	eædem
24	18	est	esset
26	39	est	esset
41	24	quæ	quæ
41	31	distinguendæ	distinguendo
59	5	subsequens	subsequentem
61	3	hæc via tenendæ	hanc viamtenere
61	3	fuit	fuerit
61	45	numerum quæsitum	numerus quæsitus
62	30	quantum est dimidiã occupatam	quanta est dimidiæ occupatæ
64	4	speculari	considerari
64	15	totq; sunt termini	totq; esse terminos
64	18	hoc est numerum	hoc est per numerum
64	19	primo quod vnus est	primo qui vnus est
66	18	minimum	minimns
67	13	maximum terminum addendũ	maximus terminus addendus
72	1	numerum	numerus
72	8	singulos itinere	singulos in itinere
74	7	itinerarium	itinerant ium
78	21	morum	modum
78	24	noueratius	nouenarius
81	10	iuncta	iunctæ
88	35	armonicæ	harmonicæ
91	6	Quare argumẽtãdo permutando	Quare permutando
95	27	vitium	vicium
97	14	summæ	summam
97	30	illud verò quod con	illud verò con
98	22	desideraremus	desideraverimus
103	23	dispositis facit	dispositis, tantum facit
104	39	dispositis, facit	dispositis, tantum facit
107	21	eccedit	excedit
110	41	habuerit eius cerebrum	habuerit cerebrum
113	46	sufficeret	suffecisset
116	8	quarum secundam	quorum secundum
116	8	primæ, tertiam	primi, tertium
116	9	secundæ	secundi
130	23	ducendæ	ducendus
133	10	lineam quæ	lineam, quæ
133	11	dratam	dratum
134	16	inueniet	inuenimus
137	22	distans	distantius
137	45	Notissimum igitur primum	Notissimum primum
139	15	est	sit
139	28	duas	duos
141	5	comperuisse	comperisse
142	19	quã	ac
143	17	linea	lineam
144	23	patebit, si quis	patebit, quòd si quis
145	18	constante	constantem
146	20	pastam	massam
146	22	pastam	massam
148	13	pponit nõ cõcludit melius aũt	proponit, nõ concludit, melius aũt
14	41	prætergradiatur	prætergredietur
152	6	videtur	videri
153	22 23	quia libræ	quia cum libræ
153	23	materiales, cum sustineantur	materiales sustineantur
153	24	existente. vnde aliqua	existente, aliqua
154	23	futurum	effecturam
155	25	carta	charta
156	23	sufficere	sufficeret
158	26	versæ	versam
158	26	sit	sint
162	22	cindendæ	scindendæ
163	7	oppositus	oppositum
164	24	tantæ	tantæ
164	37	adiunctæ nobis essent duæ aliæ	adiuncti nobis essent duo alii
164	39	sestineret	sustineret
164	40	dictæ	dicti
164	41	aliquam	aliquem
165	3	suffieiant	sufficiat
165	4	subsesquialter	subsesquialterum
186	32	finit	finitam
187	29	propinquæ	propinqui
148	30	philosophi supræ	philosophi, proximè supra
148	31	contingeret mense	contingeret vt mense
187	34	regionis) non considerans	regionis) in quo non considerauit
190	11	lenas	lenæs
190	23	lenis	leuis
191	10	aliud quadratum	alius quadratus
191	15	qualis	qui
193	17	cum	tum
193	36	fit	facit
193	40	pleno vbi	pleno posuerimus, vbi
195	10	valent	valent apud ipsos
196	19	phyloſophiæ	philosophiæ
196	20	pellendo	plendo
198	18	sunt etiam	esse etiam
204	12	principium	principum
204	18	indigna	indignas
204	21	diffundetur, crescat	diffundatur, & crescat
205	16	aliquando ser	aliquando me ser
205	19	anno præter, necessitatẽ, gignitur	anno, præter necessitatẽ gignitur
206	21	plenilunium, quod	plenilunium fieri, quod
207	26	inchoet annus	inchoetur annus
209	9	soli, quod punctum	solis, cuius punctum
210	10	cælebrandi	celebrandis
212	33	Inuentæ	Inuenti
212	33	duæ	duo
214	9	classi	classis
214	10	Inter Eximias	Quia inter Eximias
214	26	reperiretur	reperietur
214	34	necessario sit futurum, vt	necessarium sit, vt
215	37	quod si velimus	si velimus
215	39	potest vno eodemq;	vno eodemq;
215	45	sit circulus	sit verè circulus
217	2	Quod cum verum	Quod si verum
217	4	nulla est ratio	nulla esset ratio
221	31	inueniemus	designabimus
222	20	falli	fallat
225	20	si quæ	siq;
225	25	chnum	chnium
226	14	oleum effundebat	effundebatur
227	5	euadit	euadet
231	36	supradicta, minutæ	supradicta minutæ
232	21	progrediuntur	progredi
234	15	altiori cælo	altius cælum
239	12	dum	cum
241	41	afferens	cogitans
245	25	diametri	diametros
248	42	sit & ob id	sit, ob id
249	42	alium numerum	alio numero
250	13	cum voluerimus	cum inuestigare voluerimus
251	1	inuenerimus	inuenimus
252	6	tros	ter
252	6	alia verò diametro	alius verò diameter
252	8	te id non	te non
252	12	duabus	duobus
255	16	in numero	numero
255	25	cum non videat si	cum non videat quod si
255	36	suo centro	suis centris
255	39	mille milliaria	mille milliariorum
255	41	trecenta mille	tercenties mille

Pag.	Lin.	Errata	Correcta
257	5	quem	quod
257	11	quem	quod
257	28	quod	nam
258	15	ictum	ictus
258	15	eundem esse futurum	idem esset
258	27	debet, quanto	debet in huiusmodi situ, quanto
258	41	quod	qui
262	17	erunt	supponuntur
263	22	a.K facta sit	.a.K sit
263	22	semidiameter esse vnius	semidiameter vnius
265	4	cognitæ	cogniti
272		in figura vbi est.P.	ponatur R
272	18	E.i. ad. E.i.	E. I ad.E.i.
273	3	licet	liceret
274	7	te	tibi
275	10	diuidere	diuidendo
276	47	accipiemus	accipiamus
278	8	Moreta	Moleta
280	25	diminutæ, quartæ	diminutæ seu defectiuæ, quartæ
281	36	grauissimum	grauissimo
281		in fine pag. vnamquanque Zifram accommodæ sub vnoquoque alphabeti characterem ad priores Zifras prius addendo. 1. Idem dico in pag. 282. & inter, D. et E. pone.b.	
285	24	antea	ante
289	11	quanta pars	quantam partem
289	25	quanta pars	quantam partem
289	42	est	erit
290	10	satile	satilis
290	19	æqualis	æquale
290	43	circunscriptibilis	circumscribentis
291	1	od	Quod
294	33	detractis	detracti
294	34	angulis contingentiæ solidisq;	anguli contingentiæ solidiq;
295	24	chordæ	chordam
295	32	lixum	lixus
297	1	distinctæ, procedendo	distinctæ sint, procedendo
299	32	reflesum	reflexum
299	34	flessum	flexum
302	14	easdem	eosdem
304	3	ta	tus
305	21	Idem facere	Idem possumus facere
312	37	duplæ	duplo
313	6	quotiescunque	qui
315	23	retrogradandum	rotrogradiendum
316	22	vbi	tibi
324	41	si constitueremus	si nos constitueremus
325	12	simili ad	simili. Ad
326	9	longare	ducere
329	5	ipsi ellipsis	ipsius ellipsis
333	15	cogitetur	cogitemus
333	17	vnde pro genera	vnde ex genera
333	20	æqualem esse longitudini	æqualem longitudini
333	21	ei	eam
333	21	minor	minorem
333	23	nor	norem
333	24	maior	maiorem
333	25	maior	maiorem
333	37	communeq;	communiq;
335	26	reflectit	reflectitur
335	47	& remotiori	vel remotiori
336	19	speculi superficiem	speculi planam superficiem
336	22	reflectit	reflectitur
337	8	vnam tantummodo imaginem	vna tantummodo imago
337	12	ipsæ	ipsi
337	42	quæ	qui
338	14	protractæ	protracto
338	26	ratiotinare	apta
340	23	Alius modus	Alium modum
341	9	æquale	æqualem
343	23	videbitur	videri
344	5	hoc est	hoc est quod
344	11	punctus	punctum
345	6	ei	cum altitudine
345	19	ipsum. repertum	ipsum, vt reperium
347	16	reflectit	reflectitur
352	38	opinauerunt	opinati sunt
353	8	parabolem	parabolam
353	15	hæc	hic
353	18	parallelam	parallela
356	15	muri, &	muri, in oriZontali.q p et
356	33	mediante. cognoscere	mediãte, cuius axis ad oriZontem erectus sit.o.n: cognoscere
360	13	duplum	duplus
360	28	vnde iste circulus	iste circulus
361	36	quæ	qui
364	23	diameter	diametrum
367	25	prolungando	producendo
369	2	æqualem	æquale
370	4	sinus	sinum
370	30	summæ	summam
372	1	caterarum	cæteris
372	36	qui qui	qui
378	11	hæc	hæ
382	41	prolungatis	productis
383	3	quæ	qui
383	13	ginabis	ginaberis
383	20	trianguliq;	triangulaq;
383		in prima parabola obliqua extremitatem inferiorem diametri	
384		signabis charactere. d. in secunda vero charactere.r.	
384	29	maior proportio	maiorem proportionem
384	37	proportio habebit	proportionem habebit
385	5	.c.b.	.e.b.
386	22	.b.e.	.b.c.
386	29	positum	positus
386	31	.b.c.	.b.e.
386	33	& proportionalitate	& ex proportionalitate
386	34	antecedens in	antecedens. A.B. in
386	40	quod	quæ
388	2	.B.)	β.)
388	8	.b.cum duplo.b.o.	.b.d.cum duplo.b.e.
388	45	.b.e.	.b.c.
388	45	.b.e.	.b.c.
388	46	ad.e.b.	ad.d.b cum.e.b.
390	25	diuisa	diuisas
392	3	sit paraboles.a.	sit paraboles.a.b.c.
392	27	aliqua reliquarum	aliquis reliquorum
393		in parabola vbi sub.g.est i.pone.r.	
395		& supra solidum minus dicatur	
397		cubus minor (leantur duo verò lineæ sine characterib. de	
394	18	vt.y.ad.m.n.	vt p.ad.m.n.
394	33	x.o.	n.o.
394	34	i.k.ad.i.k.ad. f g.	i.k.ad f g.
395	11	quintas	quintæ
396	1	.d b.	g.b.
397		Vbi rubrica dicit. Defensio nostra contra Antonium Bergam, & Alexandrum Piccol.	dicatur. contra Anto. Bergam & Alex. Piccol. atq; defensio nostra contra Excell. August. Michelem
399	32	tione	tionem
400	39	vnum tantum numerum medium	unus tantum numerus medius
402	19	diametrum	semidiametrum
403	7	suis	suæ
403	9	iam supræ	eo tractatu
403	17	quidquid	quidquam
404	37	milliaria	milliaribus
406	19	trabuchum quadratum	trabuchus quadratus
410	38	Quæ sors	quæ sorte
410	41	quamlibet	qualibet
411	27	dicens	dicat
411	28	eodem libro	vt eodem libro
412	24	non dependeat?	dependeat?
413	2	vt supra	vt alias
413	22	millia vices	millibus vicium
415	32	finestræ	fenestræ
416	15	operatio	operationem

FINIS.

F.X.BEER,
k.Hofbuchbinder
MÜNCHEN
Ledererstr. 25