Max Planck Research Group
Epistemes of Modern Acoustics

Sound & Science: Digital Histories

Wien, Max Carl. “Ueber die Messung der Tonstärke.“ Annalen der Physik, no. 3 (1889): 834-857.

https://acoustics.mpiwg-berlin.mpg.de/node/404

Scan licensed under: CC BY-SA 3.0 DE | Max Planck Institute for the History of Science

MAX PLANCK INSTITUTE
FOR THE HISTORY OF SCIENCE

VI. *Ueber die Messung der Tonstärke; von Max Wien.*

(Hierzu Taf. X Fig. 1—7.)

Die bisherigen Versuche[1]), die Stärke des Schalles zu messen, gingen darauf aus, die lebendige Kraft zu bestimmen, welche zur Hervorbringung eines Schalles verwendet wurde; eine grosse Schwierigkeit besteht dabei darin, dass ein grosser, aber unbekannter Theil der lebendigen Kraft durch Reibung, Depression u. s. w. verloren geht. Daher wohl auch die sowohl mit der Theorie wie untereinander wenig im Einklang stehenden Resultate.

In neuerer Zeit hat Oberbeck[2]) versucht, die eigentliche Schallstärke zu messen, d. h. zu bestimmen, wie gross die Energie der Luftschwingungen an irgend einer Stelle des Raumes ist. Für Geräusche erhielt derselbe brauchbare, für Töne sehr unsichere und inconstante Resultate. Ein Geräusch jedoch erscheint von vornherein zu Versuchen viel weniger geeignet, weil es im Gegensatz zu dem mathematisch, physikalisch und physiologisch scharf definirten Ton eine complicirte und unklare Erscheinung ist. Die im Folgenden beschriebenen Versuche beziehen sich daher ausschliesslich auf Töne. Bevor ich zu denselben übergehe, will ich die Intensität eines Tones analytisch definiren.

Nach Rayleigh[3]) ist die Intensität J fortschreitender Wellen gleich der Arbeit, die in der Einheit der Zeit durch die Einheit der Fläche geht, also wie sich aus den Grundgleichungen der Wellenbewegung leicht ableiten lässt[4]);

1) Schafhäutl, Abhandl. d. bayr. Acad. d. Wiss. 7. p. 501; R. v. Vierordt, Zeitschr. f. Biol. 14. p. 300; 17. p. 361 u. 387; Wied. Ann. 17. p. 471. 1882; 18. p. 201. 1883; 21. p. 509. 1884. u. a. Tischer, Unterscheidung von Schallstärken. Inauguraldiss. Leipzig 1882; Wundt, Wied. Ann. 17. p. 695. 1882; Kundt, Pogg. Ann. 134. p. 563. 1865; Töpler u. Boltzmann, Pogg. Ann. 141. p. 563. 1870.

2) Oberbeck, Wied. Ann. 18. p. 222. 1883. Vgl. hierüber auch meine Inauguraldissertation: „Ueber die Messung der Tonstärke" Berlin, 1888.

3) Rayleigh, Theory of Sound. 2. § 254.

4) Vgl. Dissertation.

$$J = \frac{\varrho_0 a}{2} \cdot \left(\frac{2\pi A}{\lambda}\right)^2 [ML^2T^{-2}],$$

oder, wenn δ die grösste Druckänderung bedeutet und $\delta/D_0 = \Delta$ (D_0 Normaldruck):

$$J = \frac{\varrho_0 a^3}{2 \cdot 1{,}41^2} \Delta^2 = 11{,}5\, \Delta^2 \text{ kg m}.$$

Es wäre demnach Δ ein sehr bequemes Mass der Tonintensität, da man dabei von der Tonhöhe unabhängig ist.

Es ist die hier definirte Intensität diejenige von fortschreitenden Wellen. Ist das Medium, in welchem dieselben auftreten, irgendwie begrenzt, so entstehen durch Reflexion Störungen. Dieselben sind jedoch unter der Bedingung zu vernachlässigen, dass die Dimensionen der störenden Gegenstände klein gegen die Wellenlänge des Tones sind.[1]) Diese Bedingung ist überall, wo wir im folgenden die Tonintensität in absolutem Maasse berechnen, erfüllt.

Im freien Raum sind die Luftverdickungen und Verdünnungen eines Tones ausserordentlich klein. In einem Helmholtz'schen Resonator, dessen Eigenton mit dem Ton aussen übereinstimmt, erfahren sie jedoch eine bedeutende Verstärkung, deren Grösse, wie wir unten sehen werden, sich theoretisch und experimentell bestimmen lässt. Auch diese Druckdifferenzen beabsichtige ich vorläufig noch nicht selbst zu messen, sondern eine ihnen proportionale Grösse dem Auge sichtbar und damit messbar zu machen, also eine Grösse, deren Quadrat der Intensität des zu messenden Tones proportional ist.

Zu diesem Zwecke wurde die Oeffnung des Resonators, welche sonst in das Ohr gesteckt wird, erweitert und daran die obere Hälfte der Kapsel eines Aneroidbarometers luftdicht angelöthet, sodass dieselbe gewissermassen die Stelle des Trommelfells einnahm. Aussen war der Druck constant, innen änderte er sich, es musste demnach die dünne elastische Metallplatte sich bewegen. Diese Bewegungen waren im allgemeinen sehr klein, sie wurden jedoch bedeutend grösser, wenn der Eigenton der Platte mit dem des Resonators in Uebereinstimmung gebracht wurde. Nun waren die Aus-

1) Rayleigh, l. c. II. § 334.

schläge eines in der Mitte der Kapsel angebrachten Stiftes durch ein Mikroskop von fünfhundertfacher Vergrösserung wohl sichtbar, aber nicht genau messbar. — Hierzu wandte ich eine empfindliche Spiegelübertragung ähnlich derjenigen an, welche von Röntgen[1]) für Aneroidbarometer vorgeschlagen ist, mit dem Unterschied, dass der Spiegel S (s. Fig. 1) nicht bei A um eine Axe, $\perp$ zur Zeichnung drehbar ist, sondern bei A ein Stück feinsten Uhrfederblechs eingeklemmt wurde, an dessen Ende ein sehr leichter Spiegel S aufgekittet war. Auf dieses wirkte der Stift, und zwar wurde die Feder so stark gegen denselben gedrückt, dass sie sich auch bei den stärksten Tönen nicht von ihm entfernen konnte, sondern genau seinen Bewegungen folgen musste. Zwischen B und A muss sich das Blech biegen. Es lässt sich nun theoretisch und experimentell[2]) beweisen, dass der Winkel, um den sich der Spiegel infolge der Biegung des Blechs dreht, proportional dem Ausschlage des Stiftes und noch $^3/_2$-mal so gross ist, als wenn der Spiegel sich um eine Axe dreht.

Erklang nun irgendwo in der Nähe des Resonators sein Eigenton, so gerieth die Platte in Schwingungen, und der Spiegel drehte sich schnell hin und her. Deshalb erschien in dem Fernrohr, durch welches in dem Spiegel das Bild eines stark beleuchteten Spaltes betrachtet wurde, dieses Spaltbild nicht als einfache Lichtlinie, sondern als breites, helles Band, dessen Ränder besonders stark beleuchtet waren, weil der Spiegel sich dort am langsamsten bewegte. Die Druckdifferenz des Tones ist proportional der Breite dieses Bandes. Um dieselbe messen zu können, wurde in den Brennpunkt des Fernrohroculars eine mit dem Diamant auf 0,2 mm getheilte Glasplatte gebracht. Es waren 50 Theilstriche im Gesichtsfelde sichtbar und konnte auf etwa $^1/_{10}$ Theilstrich abgelesen werden. Die Abhängigkeit der Breite des Spaltbildes von der Entfernung des Spaltes (b) und des Fernrohrs (c) von dem Spiegel ergibt sich sofort aus Fig. 2 als:

1) Röntgen, Carl's Repert. 20. p. 44.
2) Vgl. Dissertation.

$$B = \frac{2b \sin \alpha}{c + b} f = \frac{2\alpha}{1 + \frac{c}{b}} \cdot f.$$

Es ist also die Breite nur von dem Verhältniss c/b der beiden Entfernungen abhängig, und wenn $c < b$ genommen wird, so übt eine kleine Aenderung einer der beiden Entfernungen eine nur sehr geringe Wirkung aus, was für länger dauernde Versuche sehr bequem ist. Im allgemeinen wurde $c = 90$ cm, $b = 120$ cm gewählt. Wenn man eine Millimeterscala an den Ort des Spaltes brachte, so fielen auf 10 Scalentheile der Theilung im Ocular des Fernrohrs 11,5 mm. Hieraus lässt sich berechnen[1]), dass bei einer Breite des Spaltbildes von einem Scalentheil der Ausschlag des Stiftes $^1/_{6260}$ mm $= 159 \mu\mu$ beträgt. Da man auf $^1/_{10}$ Scalentheil bequem ablesen konnte, so liesse sich diese Methode auch allgemein zur Messung sehr kleiner Längsdilatationen gut anwenden.

Es wurden zu den Versuchen drei Resonatoren benutzt. Die Töne der stärksten Resonanz hatten ca. 220, 337, 440 Schwingungen, entsprachen also etwa den Tönen *a*, *e'*, *a'*. — Um den Ton der Kapsel mit dem des Resonators in Uebereinstimmung zu bringen, wurde dieselbe von geeigneter Grösse und Stärke gewählt. Das feinere Einstimmen geschah durch mehr oder weniger starkes Aufdrücken der Feder des Spiegels gegen den Stift, wodurch der Ton in geringen Grenzen geändert werden konnte. — Die Spiegel wurden möglichst leicht genommen und wurden zu diesem Zweck Stückchen von Deckgläsern, wie sie zu mikroskopischen Präparaten benutzt werden, versilbert. Sie waren etwa 3 mm lang und 2 mm breit und wogen mit Feder zusammen in keinem Fall mehr als 0,012 g.

Ich kann hier auf die ausführlichen theoretischen und experimentellen Beweise für die Proportionalität zwischen der Breite des Spaltbildes und der Amplitude des Tones nicht näher eingehen[2]) und will nur einen summarischen experimentellen Beweis bringen. — Zu diesem Zweck muss jedoch zuerst die gewöhnlich benutzte Tonquelle beschrieben

1) Vgl. Dissertation.
2) Vgl. Dissertation.

werden. Da Pfeifentöne sich als nicht genügend constant in der Höhe erwiesen, wurde ein Telephonton angewendet, der dadurch zu Stande kam, dass eine auf den Ton des Resonators eingestimmte Stimmgabel electromotorisch getrieben und in eine Zweigleitung das Telephon eingeschaltet wurde. Der Ton war naturgemäss constant in Höhe und Intensität, sodass bei einer Breite des Spaltbildes von 100 Scalentheilen noch immer auf etwa 0,2 Scalentheile abgelesen werden konnte. Ausserdem hat diese Tonquelle die Vortheile, dass sie im Raum leicht beweglich ist, dass ihre Intensität durch eingeschaltete Flüssigkeitswiderstände beliebig geändert werden kann, und man ausserdem in der Oeffnung des Telephons einen bestimmten Ausgangspunkt der Schallbewegung hat. Der Ton war stark mit Obertönen behaftet, weshalb die Oeffnung des Telephons durch einen Kork mit einem kleinen Loch verschlossen wurde, sodass der Raum zwischen der Platte des Telephons und der Holzverkleidung eine Art Resonator bildete. Das Loch im Kork wurde nun so gross gemacht, dass der abgeschlossene Luftraum gerade auf den Telephonton resonirte, wodurch statt des ziemlich complicirten Klanges ein annähernd einfacher, kräftiger Ton entstand.

Mit Hülfe dieser Tonquelle können wir den versprochenen Beweis führen, indem wir die Grundbedingung jeder Messung: die Möglichkeit der Addition darlegen. Zwei Töne addiren sich nach dem Amplitudengesetz $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\delta$. Ich erhielt zwei solche Töne, indem ich zwei Telephone nebeneinander in den Stromkreis einschaltete und beide in dieselbe Entfernung von dem Resonator brachte. Ging der Inductionsstrom in derselben Richtung durch die Windungen der Telephone, so wurden die Platten zu gleicher Zeit angezogen, resp. abgestossen. Wurde jedoch eins umgekehrt eingeschaltet, so trat eine Phasendifferenz von $\pi/2$ ein, es musste demnach der Resonator das erste mal die Summe, das zweite mal die Differenz der Amplituden der einzelnen Töne angeben. Ich erhielt folgende Werthe in Scalentheilen:

$\delta = 0$. $A = a_1 + a_2$.

a_1	a_2	$a_1 + a_2$	A	Diff.
18,1	22,8	40,9	40,2	−0,7
16,1	24,5	40,5	40,0	−0,5
27,0	19,1	46,1	46,0	+0,1
11,5	19,5	31,0	30,5	−0,5
8,5	17,3	25,8	25,5	−0,3
5,2	10,0	15,2	15,3	+0,1

$\delta = \pi/2$. $A = a_1 - a_2$.

a_1	a_2	$a_1 - a_2$	A	Diff.
11,2	17,0	5,8	5,9	+0,1
7,5	7,0	0,5	0,8	+0,3
10,2	10,2	0,0	0,2	+0,2
30,3	30,3	0,0	0,0	±0,0
24,0	8,5	15,5	15,4	−0,1
14,3	9,6	4,7	4,5	−0,2

Wie die Tabellen zeigen, liegen die Differenzen innerhalb der Beobachtungsfehler.

Ehe ich zu den Anwendungen dieses Apparates übergehe, möchte ich noch einen Versuch besprechen, die zweite Aufgabe zu lösen, die Druckdifferenz eines Tones in absolutem Maass zu messen und damit auch die Intensität von Tönen verschiedener Höhe zu vergleichen.

Wir müssen dazu erstens die Druckdifferenzen in dem Resonator in absolutem Maasse angeben können und zweitens das Verhältniss derselben zu denen ausserhalb, im freien Raume kennen.

Um ersteres zu erreichen, müssen wir etwas auf die erzwungenen Schwingungen elastischer Platten eingehen.

Ist p die Periode der erzwungenen Schwingungen, n die der freien, d. h. des Eigentons der Platte, so ist die Amplitude[1]):

$$\alpha = \frac{E}{n^2 - p^2}.$$

Ist $p = 0$, d. h. lasse ich eine constante Kraft auf die Platte wirken, so ist:

$$\alpha_0 = \frac{E}{n^2}, \qquad \frac{\alpha_0}{\alpha} = 1 - \left(\frac{p}{n}\right)^2.$$

Wird n bedeutend grösser als p, so nähert sich das Verhältniss immer mehr der Einheit. Ist z. B. die Differenz drei bis vier Octaven, so ist der Fehler, den man macht, wenn man die wirkende periodische Kraft direct durch den Ausschlag der Platte misst, nicht grösser als $(1/10)^2 = 1$ Proc.

Es wurde nun zu jedem der „empfindlichen“ Resonatoren ein anderer „absoluter“ Resonator verfertigt von ganz denselben Dimensionen und auf den anderen genau eingestimmt mit dem einzigen Unterschiede, dass die Kapsel

1) Rayleigh, l. c. I. § 43. n. F.

einen drei bis vier Octaven höheren Eigenton hatte. Es wurde dies dadurch erreicht, dass dieselbe von bedeutend grösserer Dicke und aus weniger elastischem Metall war. — Liess ich aus derselben Entfernung auf beide Resonatoren einen Ton einwirken, so konnte ich die Ausschläge des empfindlichen Resonators auf die des absoluten reduciren. Es ergab sich aus mehreren Messungen das Verhältniss der Ausschläge für die Resonatoren $a' = 1 : 29{,}6$ für die $a = 1 : 40{,}6$.

Durch Vergleich mit einem Wassermanometer, indem der Resonator verschlossen und der Druck in ihm vermehrt und vermindert wurde, ergab sich für einen Scalentheil-Ausschlag bei dem absoluten Resonator a ein erforderlicher Wasserdruck von 0,83 mm, für Resonator a' von 1,60 mm.

Es sind dies die Ausschläge bei einer constanten Kraft: α_0. Wie wir oben bewiesen, unterscheiden sich die Ausschläge α, welche bei denselben Druckdifferenzen entstehen, wenn sie durch einen Ton hervorgerufen werden, um weniger als 1 Proc.

Auch von der Uebertragung durch den Spiegel war kein Fehler zu erwarten, da derselbe so leicht wie möglich gemacht war und mit seiner Feder einen ganz hohen Eigenton besass, sodass beide, Platte sowohl wie Spiegelübertragung, gegenüber dem tieferen Ton der erzwungenen Schwingung sich so verhielten, als ob eine constante Kraft auf sie einwirkte.

Ferner ist bei der Reduction des empfindlichen Resonators auf den absoluten die Voraussetzung gemacht, dass das Verhältniss zwischen den Ausschlägen beider dasselbe bleibt. Der Ausschlag des absoluten Resonators ändert sich bei einer eventuellen Aenderung der Elasticität der Platte naturgemäss nur wenig. Anders bei dem empfindlichen: hier würde sich zugleich der Eigenton der Platte ändern, und damit der Ausschlag sofort kleiner werden. Jedoch blieb der Ausschlag auch hier lange Zeit durchaus constant, da gut gearbeitete Kapseln ihre Elasticität nicht verändern, ebenso wie ein Aneroidbarometer ja auch Jahre lang den Luftdruck richtig angeben kann. — Mit einem der Resonatoren habe ich sogar über sechs Monate gearbeitet, ohne dass sein Ausschlag ein merklich anderer wurde, wie öfter durch Vergleich

mit dem absoluten Resonator oder durch Anwendung eines Tones von bestimmter Intensität constatirt wurde.

Schliesslich kann noch mit Hülfe der Rayleigh'schen Formeln über die Bewegung der Luft in Resonatoren[1]) gezeigt werden, dass der zur Messung dienende Apparat keinen Einfluss auf die zu messende Grösse hat, d. h. dass die zur Bewegung der Platte des absoluten Resonators erforderliche Energie verschwindend klein ist im Vergleich zu der der Luftbewegung in demselben.[3])

Unsere zweite Aufgabe bestand darin, das Verhältniss der Druckdifferenzen im Resonator zu denen ausserhalb zu bestimmen.

Aus den Helmholtz'schen Formeln[2]) für die Luftbewegung in einem Resonator ergibt sich dasselbe als:

$$\frac{J_a}{J_i} = \left\{\frac{4\pi^2 n^3 S}{a^3}\right\}^2 = \frac{2R^3}{\pi^2 S}.$$

R Radius der Oeffnung, S Inhalt. Wenn der Resonator kugelförmig:

$$S = \frac{4}{3} r^3 \pi, \qquad \frac{J_a}{J_i} = \frac{3}{2\pi^3}\left(\frac{R}{r}\right)^3.$$

Die Druckdifferenzen verhalten sich wie die Wurzeln aus den Intensitäten:

$$\frac{\Delta_a}{\Delta_i} = \frac{4\pi^2 n^3 S}{a^3} = \sqrt{\frac{3}{2\pi^3}\left(\frac{R}{r}\right)^3} = \sqrt{\frac{2R^3}{\pi^2 S}}.$$

Hieraus berechnet sich für Resonator a:

$$\Delta_a : \Delta_i = 1 : 52{,}1,$$

für Resonator a':

$$\Delta_a : \Delta_i = 1 : 43{,}6.$$

Wir können dies Verhältniss auch experimentell bestimmen. Wenn man die Oeffnung des empfindlichen Resonators verschliesst, so kann von aussen keine Schallbewegung in den Resonator hineindringen, und der Ausschlag rührt nur von dem Mitschwingen der eingestimmten Platte her, verursacht durch die direct von aussen gegen die anschlagenden Wellen. Bringt man die Tonquelle in gleiche Entfernung

1) Rayleigh, l. c. 2. §. 304.
2) Helmholtz, l. c. 1. p. 378.
3) Vgl. Dissertation.

von Oeffnung und Kapsel, so wird man bei verschlossener Oeffnung einen Ausschlag q erhalten, welcher nur von der äusseren Bewegung herrührt; öffnet man den Resonator, so erhält man einen Ausschlag $p - q$, herrührend von der inneren Bewegung, weniger der äusseren. Danach bestimmte sich das Verhältniss $p : q = A_a : A_i$ aus mehreren Messungen für Resonator a als 1 : 36,2, für Resonator a' als 1 : 27,0.

Es sind diese Werthe bedeutend kleiner, als die von der Theorie geforderten. Diese letzteren sind entschieden zu gross, da bei der Ableitung der Formeln die Reibung unberücksichtigt geblieben ist, und auch sonst die Forderungen der Theorie nicht ganz erfüllt werden können. Die experimentellen Werthe sind hingegen entschieden zu klein, weil wir ja das Verhältniss der Druckdifferenzen bei dem absoluten Resonator suchen, bei dem empfindlichen aber die Bewegungen der Kapsel viel grösser sind, weshalb ein Theil der Energie verloren geht. Wir werden daher wohl keinen allzu grossen Fehler machen, wenn wir das arithmetische Mittel beider Werthe nehmen. Dann ergibt sich das Verhältniss der Druckdifferenzen bei Resonator a als 1 : 44,2, bei Resonator a' als 1 : 35,3.

Jetzt haben wir alles, was wir brauchen, um die Druckdifferenz eines Tones, welcher in dem empfindlichen Resonator einen Ausschlag von einem Scalentheil gibt, in Quecksilberdruck anzugeben.

Für Resonator a war: Aussen : Innen = 1 : 44,2, absolut : empfindlich = 1 : 40,6. Scalentheil des absoluten = 0,83 mm, Wasser = 0,83/13,6 mm Quecksilber. Demnach beträgt die grösste Druckänderung = $^1/_2$ Druckdifferenz =

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}83}{44{,}2 \,.\, 40{,}6 \,.\, 13{,}6} \text{ mm} = 17{,}0 \,.\, \mu\mu \text{ Quecksilber.}$$

Für Resonator a' $\delta = 58{,}0\,\mu\mu$ Quecksilber.

Wir hatten oben die physikalische Intensität eines Tones definirt als:

$$J = 115\, A^2 \text{ kg} = 11{,}5 \,.\, 10^{10}\, A^2 \text{ mg} \,.\, \text{mm},$$

$$A = \frac{\delta}{D_0}, \quad D_0 = 760 \text{ mm Quecksilber.}$$

Gibt also Resonator a einen Ausschlag von n Scalen-

theilen, so bedeutet dies, dass der Ton an der Oeffnung desselben eine Intensität von:

$$J = 0{,}0_4 58\ n^2\ \text{mg . mm}$$

besitzt. Für Resonator a' ist:

$$J = 0{,}0_3 67\ n^2\ \text{mg . mm.}$$

Bei der Herleitung dieser Zahlen sind natürlich beträchtliche Fehler nicht zu vermeiden, da dieselben durch mehrfache Reduction kleiner Werthe auf grosse gewonnen sind. Diese Fehler sind jedoch Beobachtungsfehler, keine Fehler der Methode, welche jedesmal durch Theorie und Versuch als richtig nachgewiesen wurde. Der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Messung war niemals grösser als 8 Proc. Es wird demnach der Fehler des Gesammtresultats auch nicht allzu gross, jedenfalls die Grössenordnung der Luftdruckdifferenzen eines Tones mit Sicherheit hierdurch gegeben sein.

Wir haben somit in dem empfindlichen Resonator einen Apparat, mit dem die relative Amplitude eines Tones mit grosser Genauigkeit gemessen werden kann. Mit Hülfe des absoluten Resonators kann man die Intensität mit einiger Sicherheit auch in absolutem Maass erhalten.

Wir kommen jetzt zu einigen möglichst verschiedenartigen Anwendungen, um die Brauchbarkeit der Apparate zu beweisen.

Ich begann damit, unser natürliches Instrument zur Messung der Tonstärke, unser Ohr, als solches zu prüfen.

Diese Aufgabe besteht erstens darin, zu untersuchen, in welchem Verhältniss unsere Empfindung mit der Stärke des Reizes, also mit der Intensität des Tones wächst; dann wie bei gleicher physikalischer Intensität die Stärke der Empfindung von der Tonhöhe abhängig ist, und schliesslich in der Bestimmung der Reizschwelle, d. h. wie viel lebendige Kraft erforderlich ist, um überhaupt eine Empfindung zu erregen.

Der erste Theil fällt mit der Prüfung des Weber-Fechner'schen Gesetzes zusammen. Die beiden Formen desselben lauten, auf zwei Töne verschiedener Höhe angewendet:

$$\Delta E = C_1 \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1}, \qquad E_1 = C_1 \log \text{nat} \frac{R_1}{a_1},$$

$$\Delta E = C_2 \frac{\Delta R_2}{R_2}, \qquad E_2 = C_2 \log \text{nat} \frac{R_2}{a_2}.$$

Machen wir $R_1/a_1 = R_2/a_2$ oder annähernd $R_1 = R_2$, so ergibt sich aus obigen Gleichungen[1]):

$$E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \frac{\Delta R_2}{R_2} : \frac{\Delta R_1}{R_1}.$$

Es verhält sich demnach bei gleicher physikalischer Intensität die Stärke der Empfindung zweier Töne verschiedener Höhe wie $C_1 : C_2$ oder $\Delta R_2/R_2 : \Delta R_1/R_1$. Wir erhalten also in diesen Grössen ein Maass für die Empfindlichkeit unseres Gehörs für Töne verschiedener Höhe.

Wir haben diese Formel abgeleitet, indem wir das Gesetz $\Delta E = \Delta R/R \,.\, C$ als richtig angenommen haben. Für Geräusche ist dasselbe schon vielfach untersucht, wir müssen es jetzt noch für Töne prüfen.

Die Grundbedingung sind zwei Reize, die kurz hintereinander auftreten, und deren Stärke einander beliebig genähert werden kann. Ich erhielt zwei solche Töne durch das Telephon, indem die Wechselströme vermittelst eines Umschalters einmal durch einen, das andere mal durch einen anderen Flüssigkeitswiderstand geschickt wurden, welche beliebig geändert werden konnten, sodass man beiden Tönen beliebige Intensitäten ertheilen konnte. Der Umschalter wurde durch zwei Gummibändchen in einer solchen Gleichgewichtslage gehalten, dass er für gewöhnlich keine der beiden Leitungen schloss. Durch längeres oder kürzeres Schliessen einer derselben, durch schnelleres oder langsameres Umschalten konnte sowohl die Dauer jedes der Töne, wie die Dauer der Zwischenzeit beliebig geändert werden.

Die Differenz der beiden Töne wurde mit dem Resonator gemessen, dem das Telephon so weit genähert wurde, dass ein Ausschlag von 200, bei schwächeren Tönen auch von 100 oder 50 Scalentheilen entstand. In den ersten Fällen war natürlich nur ein Theil des breiten Lichtsreifens in dem Gesichtsfelde des Fernrohrs sichtbar; der Rand dieses Streifens wurde in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht, ging er beim Umschalten um einen Scalentheil weiter, so bedeutete dies, dass der zweite Ton eine um 1, resp. 2 oder 4 Proc. stär-

1) Vergleiche hierüber, wie überhaupt über den ganzen psychophysischen Theil die Dissertation.

kere Amplitude hatte, als der erste. Da ich auf 0,2 Scalentheile ablesen konnte, so war damit die Amplitude der beiden Töne bis auf mindestens 0,5 Proc. mit Sicherheit gegeben. Zur Messung von Tönen, welche nicht mehr einen Ausschlag von 50 Scalentheilen gaben, wurde der Flüssigkeitswiderstand empirisch graduirt. Es waren somit die Töne für den ganzen Reizumfang von der Höhe bis zur Schwelle bis auf Bruchtheile von Procenten messbar. Die einzelnen untersuchten Tonstärken wurden untereinander verglichen, indem das Telephon jedesmal in eine bestimmte Entfernung von dem Resonator gebracht wurde.

Zur eigentlichen Untersuchung des Fechner'sches Gesetzes wandte ich die Methode der Minimaländerungen an, die der wahren und falschen Fälle nur, um die Resultate ihres subjectiven Charakters zu entkleiden.

Der Ton *a* von 440 Schwingungen wurde von der Reizschwelle an bis zu einem sehr starken Ton untersucht, der schon in der Nähe der Reizhöhe lag, da die Empfindlichkeit hier schon erheblich abnahm. Jeder untersuchte Ton hatte die zehnfache Intensität des vorhergehenden; für jeden wurden 40 Einstellungen gemacht, und zwar in Gruppen zu je vier. Ein Flüssigkeitswiderstand war constant, der andere variabel. Der von letzterem herrührende Ton wurde zuerst stärker genommen, als der constante. Einstellung 1) es wurde von einem merklichen zu einem eben untermerklichen Unterschied der beiden Töne übergegangen; 2) von einem untermerklichen zu einem eben übermerklichen. Dann war der variable Ton schwächer wie der constante. 3) von einer merklichen zu einer eben untermerklichen Differenz; 4) von einer nicht merklichen zu einer eben merklichen. — Diese Folge von vier verschiedenen Einstellungen trägt, glaube ich, viel dazu bei, die subjectiven Fehler zu verringern. Auch die Fehler, welche durch Ermüdung des Ohres und allmählich erworbene Uebung entstehen konnten, wurde durch geeignete Versuchsanordnung möglichst vermieden.[1])

Obgleich jede einzelne Einstellung mit der grössten Sorgfalt gemacht wurde, war doch der wahrscheinliche Feh-

1) Vgl. Dissertation.

ler der einzelnen 15—20 Proc. Ich will hier eine ganze Versuchsreihe ausführlich mittheilen, die übrigen sind dieser durchaus analog. Hierin ist der Ausschlag des constanten Tones = 100, der des variablen A, also gibt die Differenz D den Unterschied der beiden Töne in Procenten der Amplitude an. $D^2/100 = \Delta R/R$, R = Intensität des Tones.

$$R = 10^2.$$

1) D	2) D	3) D	4) D
5,6	5,2	7,0	5,2
4,8	6,1	3,9	5,6
7,6	3,2	7,5	3,6
5,3	4,8	6,2	5,7
6,6	4,3	6,5	5,0
7,0	3,6	5,2	6,5
7,2	6,5	4,0	5,7
6,8	5,4	7,0	4,0
5,0	4,4	5,3	3,8
6,4	3,3	7,4	4,5
62,3	46,8	59,0	49,1

$\frac{6,1+4,8}{2} = 5,45$, $\frac{(105,45)^2-100^2}{100} = 11,2$ Proc. $= \frac{\Delta R}{R}$.

In dieser Art ergaben sich folgende Zahlen:

Ton $a' = 440$ Schwingungen:

R	1,6	5,0	20,0	10^2	10^3	10^4
$\Delta R/R$	Reizschwelle	13,5(?)	10,8	11,2	11,8	11,6

R	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}	10^{11}(?)
$\Delta R/R$	13,1	14,0	15,3	16,1	17,8	22,5	35,0

Ton $a = 220$ Schwingungen:

R	10^2	10^5	10^8
$\Delta R/R$	18,2	22,4	27,0

Ton $e' = 337$ Schwingungen:

R	10^5	$\Delta R/R$	17,6

Um die Resultate nicht subjectiv erscheinen zu lassen, wandte ich noch die Methode der wahren und falschen Fälle bei mehreren Personen an, und zwar in der Weise, dass ich die beiden Töne mit einer constanten Differenz ungefähr gleich der mittleren von mir gefundenen Unterschiedsschwelle ertönen liess in willkürlicher Reihenfolge, bald den stärkeren, bald den schwächeren zuerst. Der betreffende Beobachter gab dann an, welcher von beiden ihm als der stärkere erschienen sei. Als Mittel sämmtlicher Beobachtungen erhielt ich:

	R		
Ton a	$2 \cdot 10^3$	43 Proc.	falsche Fälle
Diff. 25,4 Proc.	10^6	55 „	
Ton a'			
Diff. 16,5 Proc.	10^4	43,5 „	„ „

Es gibt dies nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung als Unterschiedsschwellen:

	Ton a		Ton a'
R =	$2 \cdot 10^3$	10^6	10^4
$\frac{\Delta R}{R}$ =	21,3	28,3	14,2

Nach der Methode der Minimaländerungen hatte ich oben erhalten:

$\frac{\Delta R}{R}$ =	19,5	24,5	11,6

Offenbar sind die letzteren Werthe absolut kleiner, wahrscheinlich infolge meiner grösseren Uebung; jedoch stimmt das Verhältniss gut.

Aus den Werthen von $\Delta R/R$ für den Ton a' sehen wir, dass das Fechner'sche Gesetz überall annähernd, nirgends aber genau gilt. Es lässt sich folgende Gleichung aus ihnen empirisch ableiten:

$$\Delta E = C\left\{\frac{\Delta R}{R} - \frac{1}{40}\frac{\Delta R}{R}\log R - \frac{1}{400}\cdot\frac{\Delta R}{R}\log^2 R\right\}.$$

Hieraus Form II:

$$E = C\left\{\log\frac{R}{a} - \frac{1}{80}\log^2\frac{R}{a} - \frac{1}{1200}\log^3\frac{R}{a}\right\}.$$

Setzen wir hier für $R/a = 10$, $E = 1$, so ist für:

$\frac{R}{a}$	1	10	10^3	10^6	10^{10}	Reizhöhe
E	0	1	2,9	5,4	7,7	ca. 9,0

Auffallender Weise scheint die Empfindlichkeit bis dicht an die Reizschwelle immer noch zuzunehmen, und dürfte die grösste Empfindlichkeit danach etwa an dem „Cardinalpunkt" liegen, also dort, wo Reiz und Empfindung einander proportional wachsen.

Der Reizumfung ist ausserordentlich gross, wohl grösser, als bei irgend einem anderen Sinne. Nehmen wir die Intensität 10^{12} als Reizhöhe, so erhalten wir einen Reizumfang von 625 000 Millionen. Wir können demnach mit ungefähr

derselben Genauigkeit procentuale Aenderungen eines Tones mit unserem Ohre merken, der nahe an der Reizschwelle liegt, wie eines, der 625 000 Millionen mal so stark ist. Riemann berechnete den Reizumfang aus der Hörweite eines menschlichen Rufes als 10 Millionen, wobei jedoch die Reizhöhe noch lange nicht erreicht war.

Die Empfindlichkeit des Ohres für Töne verschiedener Höhe ist, wie wir oben gesehen haben, näherungsweise umgekehrt proportional $\Delta R/R$. Für mittlere Tonstärke 10^5 finden wir demnach, wenn wir die Empfindlichkeit für den Kammerton $a' = 100$ setzen:

	Empfindl.		Empfindl.
Ton a'	$\frac{13,1}{13,1} \cdot 100 = 100,$	Ton a	$\frac{13,1}{22,4} \cdot 100 = 58,5,$
Ton e'	$\frac{13,1}{17,6} \cdot 100 = 74,4,$	Geräusche	$\frac{13,1}{35,0} \cdot 100 = 37,4.$

Die letzte Zahl für Geräusche ergibt sich aus den oben angeführten Untersuchungen von Vierordt u. a. — Wir finden also, dass die Empfindlichkeit ziemlich schnell mit der Tonhöhe wächst. — Deshalb erscheint es vortheilhaft, bei akustischen Signalen hohe Töne anzuwenden; und es ist dies wohl auch der Grund dafür, dass von jeher in der Akustik zur Melodie die höheren Töne, die tieferen zur Begleitung benutzt wurden.

Diese letzten Betrachtungen fussen auf der Gleichung $E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \Delta R_2/R_2 : \Delta R_1/R_1$, deren Richtigkeit wieder davon abhängt, dass die Schwellenwerthe für Töne verschiedener Höhe nicht allzusehr voneinander abweichen. Wir kommen damit zu unserer dritten und letzten physiologischen Aufgabe, die absoluten und relativen Schwellenwerthe .der Töne zu bestimmen.

Mit Hülfe der oben abgeleiteten Reduction eines Ausschlages von einem Scalentheil bei den beiden Resonatoren auf absolutes Maass konnte ich in folgender Art die Reizschwellenwerthe selbst direct bestimmen.

Es war die Empfindlichkeit des Resonators nicht ganz so gross, wie die des Ohres; es wurde deshalb der Resonator an einen Ort A in der Nähe der Tonquelle gebracht, das Ohr an einen entfernteren Punkt B. Das Verhältniss der

Druckdifferenz in A und in B wurde einfach festgestellt, indem der Resonator das eine Mal in A, das andere Mal in B aufgestellt wurde: das Verhältniss war dann direct durch das der Ausschläge gegeben. Bei der Untersuchung selbst konnte mit der einen Hand durch Aenderung eines Alkoholwiderstandes der Telephonton beliebig geschwächt werden; mit der anderen konnte durch Oeffnen und Schliessen des Stromes mittelst eines Quecksilbercontactes der Ton intermittirt werden, da man einen solchen viel besser verfolgen kann, als einen constanten. Nun wurde von einem hörbaren zu einem nicht mehr hörbaren, dann von einem nicht mehr hörbaren zu einem gerade hörbaren Ton übergegangen und die Ausschläge des Resonators in beiden Fällen beobachtet. Das Mittel gab die Reizschwelle. Um subjective Einflüsse zu vermeiden, geschah auch das Oeffnen und Schliessen des Stromes, wie die Aenderung des Widerstandes von einer anderen Person, welcher durch Druck der Hand angegeben wurde, wann der Ton gehört wurde und wann nicht. Für mein Ohr war die Reizschwelle gleich in absolutes Maass umgerechnet bei dem Ton a' als Mitte mehrerer Beobachtungen: $\delta = 0{,}59\ \mu\mu$ Quecksilber; bei anderen Personen war die Zahl meist etwas grösser, bei einem — musikalisch gebildeten — Ohr etwas kleiner. Dieser Werth war etwa halb so gross, wie der grösste, sodass sich für normale Ohren in Anbetracht des grossen Reizumfanges nur sehr geringe Differenzen der Schwellenwerthe ergeben.

Aus dem Werthe ergibt sich die Geschwindigkeit eines Theilchens beim Durchgange durch die Gleichgewichtslage als $u = 0{,}19\ \mu\ \mathrm{sec}^{-1}$; die Amplitude $\alpha = 0{,}066\ \mu\mu$. Stellen wir diese Werthe mit dem oben gefundenen Reizumfang zusammen, so finden wir, dass die Töne, welche unser Ohr treffen, Druckdifferenzen zwischen ca. $1\ \mu\mu$ bis $10\ \mu$ Quecksilber haben, d. i. Amplituden von $0{,}1\ \mu\mu$ bis μ.

Lord Rayleigh[1]) berechnet aus der Hörweite eines Pfeifentones $u = 1{,}4\ \mu\ \mathrm{sec}^{-1}$, also bedeutend grösser wie unser Werth. Jedoch sind bei seiner Methode verschiedene Fehlerquellen zu berücksichtigen, die alle das Resultat vergrössern.[2])

1) Lord Rayleigh, Proc. of the Roy. Soc. **31**. p. 248.

2) Vgl. Dissertation.

Die Intensität des Schwellentones ergibt sich als:

$$J = 0{,}068\ \mu\mu\ \text{mg}.$$

Da das Trommelfell des Ohres etwa 33 qmm Fläche hat, so trifft dasselbe eine Energie von 2,2 $\mu\mu$ mg. Es würde diese Energie gerade hinreichen, um $5{,}1 \cdot 10^{-12}$ mg Wasser um 1° C. zu erwärmen. Nehmen wir die Intensität der Reizhöhe 10^{12} mal so gross wie die der Reizschwelle, so erhalten wir für dieselbe eine Arbeit von 5,1 mg Wasser 1° C.

Um sich von diesen Arbeitsgrössen in etwas paradoxer Weise eine Vorstellung zu machen, lässt sich berechnen[1]), dass wir alle sehr wohl einen Grashalm wachsen hören können, d. h. wenn die Arbeit, welche derselbe beim Wachsen aufspeichert, in Form von Schallwellen unser Ohr träfe, so würden wir einen Ton hören, welcher der Reizhöhe näher läge wie der Reizschwelle.

Es wäre interessant, die absolute Empfindlichkeit des Ohres mit der des Auges zu vergleichen; leider fehlen bis jetzt die Zahlen für letztere. Es lässt sich jedoch mit roher Annäherung die Energie der Strahlen berechnen[1]), welche die eben noch sichtbaren Sterne sechster bis siebenter Ordnung in das Auge senden, deren Ausstrahlung photometrisch mit der der Sonne verglichen ist. Es ergibt sich daraus die Reizschwelle des Auges etwas kleiner, aber von derselben Grössenordnung, wie die des Ohres.

Für den Ton a erhielt ich in ganz derselben Weise als Reizschwelle $\delta = 0{,}70\ \mu\mu$. Das Verhältniss der Intensitäten der Schwellenwerthe von a und a_1, also $= 1 : 1{,}5$. Die verhältnissmässig geringe Differenz der Schwellenwerthe zeigt die Berechtigung der Gleichung:

$$E_1 : E_2 = C_1 : C_2 = \frac{\Delta R_2}{R_2} : \frac{\Delta R_1}{R_1}.$$

Wir kommen jetzt zu einer anderen wichtigen Aufgabe der Tonstärkemessung, nämlich zu bestimmen, wie die Intensität eines Tones sich mit der der Tonquelle zugeführten Energie ändert.

Es wurde die Sirene und die Pfeife untersucht, und zwar in der Weise, dass einmal die Energie des zugeführten Luftstromes gemessen wurde, das andere mal die Intensität des

1) Vgl. Dissertation.

entstehenden Tones mit Hülfe des Resonators. Ersteres geschah durch ein Wassermanometer auf Grund der Formel $E = c \cdot v^3 = c' h^{3/2}$, worin E die Energie, v die Geschwindigkeit, h den Druck bedeutet, welche sich leicht aus den hydrodynamischen Grundgleichungen ableiten lässt. Es ist somit in der dritten Columne der folgenden Tabelle $c \cdot A^2/h^{3/2}$ das Verhältniss zwischen Intensität und lebendiger Kraft in Procenten des Maximums dieses Verhältnisses, also der grössten erhaltenen Ausnutzung:

h	0,57	1,7	2,85	5,25	7,0	13,5	19,0	24,0	35,0
A	3,8	8,5	11,5	19,0	24,0	39,0	47,0	54,0	66,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	100	97,2	94,6	89,2	92,7	91,3	80,5	73,9	62,7.

Die entsprechende Curve ist in Fig. 3 gegeben. Es ergibt sich, dass die Intensität des Tones bei schwachem Druck ziemlich genau proportional der lebendigen Kraft wächst: bis $h = 13{,}5$ nur ein Verlust von ca. 10 Proc., was für das Ohr noch nicht wahrnehmbar wäre. Dann wächst wegen der grösseren Geschwindigkeit des Luftstromes die Reibung, sodass bei $h = 35{,}0$ schon ein Energieverlust von 37,3 Proc. eintritt.

Bei der gedackten Pfeife ändert sich die Höhe des Tones mit dem Drucke; es wurde deshalb durch einen beweglichen Stempel die Höhe des Tones jedesmal so regulirt, dass ein Maximum des Ausschlages im Resonator eintrat. Die Resultate waren besonders von der Stellung der Lippe der Pfeifenöffnung abhängig. Für eine bestimmte feste Stellung derselben bekam ich folgende Resultate: es ist $c \cdot A^2/h^{3/2}$ in Procenten der bei dieser Pfeife überhaupt erreichbaren Ausnutzung der Energie angegeben.

Tabelle III_1.

h	3	5	6	7,5	8,5	9,5	14,0	25,0	30,0	35,0
A	0,0	0,5	5,0	12,0	16,0	20,0	30,0	44,0	36,0	30,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	0,0	0,1	3,6	13,7	24,8	29,5	36,8	33,2	16,9	9,3.

Wenn die Lippe jedesmal so verschoben wurde, dass ein möglichst starker Ton entstand, erhielt ich folgende Tabelle.

Tabelle III_2.

h	6,5	9,0	15,5	19,0	21,0	23,0	35,0	43,0
A	8,0	19,0	41,0	61,0	67,0	72,0	88,0	95,0
$c \cdot A^2/h^{3/2}$ Proc.	8,3	30,2	59,1	96,3	100,0	98,4	85,2	68,6.

Es wächst, wie die Curven (Fig. 4) zeigen, die Intensität durchaus nicht proportional der Energie, sondern es steigt die Ausnutzung von einem bestimmten Druck (6—7 mm) an, wo überhaupt die Pfeife erst zu tönen beginnt, ziemlich schnell bis zu ihrem Maximum, um dann langsamer wieder abzufallen, infolge der grösseren Reibung und dadurch, dass ein grösserer Theil der Energie auf den ersten Oberton übergeht. Wie (2) zeigt, ist die betreffende Pfeife so beschaffen, dass sie von Natur bei etwa 20 mm Druck am besten angiebt. Durch die falsche Stellung der Lippe ging im Fall (1) bei stärkerem Druck soviel lebendige Kraft verloren, dass die Ausnutzung zwischen 9 und 25 mm Druck immer ca. 30—35 Proc. betrug. Es folgt demnach, dass nur bei einer bestimmten Stellung der Lippe und einem bestimmten Druck ein Maximum der Ausnutzung erhalten wird, die Intensität eines Pfeifentons also nicht durch die zugeführte Energie gemessen werden darf.

Um das gleichzeitige Anwachsen des ersten Obertons mit dem Druck, speciell das Umschlagen des Pfeifentons zu untersuchen, wurde die Mundöffnung eng genommen, sodass der Ton schon bei mittlerem Druck umschlug. Die Ausschläge des Grundtons sind auf die des Obertons reducirt (Fig. 5):

Grundton (1).			Oberton (2).		
h	A	$c\frac{A^2}{h^{2/3}}$	h	A	$c\frac{A^2}{h^{2/3}}$
10	1,8	4,3	9	1,0	1,3
15	3,9	9,6	15	3,0	5,1
18	8,0	30,2	18	4,7	10,2
22	9,7	40,0	19	7,0	21,3
26	10,6	37,6	20	10,0	40,2
34	12,5	34,4	24	12,0	49,0
37	12,0	28,4	30	16,0	56,0
39	4,5	3,0	37	20,0	63,9
40	3,0	1,2	39	26,5	98,2
			44	28,5	100,0

Schon vor dem Umschlagen geht immer mehr Energie von dem Grundton auf den Oberton über, sodass ihr Verhältniss, welches anfangs etwa 1 : 1 war ($h = 20$) kurz vor dem Umschlagen 1 : 2,3 wird ($h = 37$). Die Intensität des Obertones ist hier also schon mehr als doppelt so gross wie die des Grundtones, und doch trägt für unser Ohr der Gesammtklang noch immer den Charakter des Grundtons. In

diesem Fall war die verhältnissmässig grosse Stärke des Obertones durch die Stellung der Lippe bedingt; jedoch ist überhaupt die Stärke der Obertöne, welche wir auch nach einiger Uebung nur mit Mühe heraus hören, durchaus nicht zu unterschätzen. Bei der Sirene z. B. ist der erste Oberton beinahe so stark, wie der Grundton und ganz auffallend ist er beim Singen des Vocals *o* auf den Ton *a*. Bei einem (reducirten) Ausschlag des Grundtones, von 15—20 Scalentheilen fand sich beim Singen der Vocale als Ausschlag des ersten Obertones: $a = c.7{,}0$, $e = 11{,}0$, $i = 12{,}5$, $o = 25{,}0$, $u = 3{,}5$, $\ddot{u} = 5{,}0$, $\ddot{a} = 10{,}0$, also beim Vocal *o* der Oberton bedeutend stärker, wie der Grundton.

Trotz der grossen Empfindlichkeit der Resonatoren erhielt ich leider ein durchaus negatives Resultat, als ich mit ihnen die objective Existenz der Combinationstöne zu beweisen versuchte. Obgleich ich den durch zwei Pfeifen oder durch ein Telephon und eine Pfeife entstehenden Combinationston deutlich hörte, erhielt ich doch keinen merklichen Ausschlag, sodass man wohl daraus schliessen muss, dass der bei weitem grösste Theil der Intensität eines Combinationstones erst im Ohre entsteht.[1]).

Als letzte Anwendung der Resonatoren komme ich jetzt zur Untersuchung der wichtigen Frage nach der Verbreitung der Schallintensität im Raum. Das Grundgesetz derselben ist theoretisch, dass der Schall, wenn er sich ohne Hindernisse ausbreitet, proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt. — Eine experimentelle Bestätigung hat dieses Gesetz noch nicht gefunden: im Gegentheil erhalten v. Vierordt und Oberbeck das Resultat, dass die Schwächung bei Geräuschen eher proportional der Entfernung selbst sei.[2]) Die Untersuchungsmethode mit den Resonatoren war sehr einfach; es waren Schallquelle und Empfänger in verschiedene Entfernungen voneinander zu bringen; wenn die Theorie richtig ist, so musste das Product aus Ausschlag und Entfernung immer constant sein. Nur die Bedingung der freien Ausbreitung des Schalles war nicht so leicht zu

1) Vgl. v. Helmholtz, Tonempfindungen.
2) v. Vierordt u. Oberbeck, l. c.

erfüllen. — Im Zimmer störte natürlich, wie schon oft, die Reflexion an den Wänden, welche Maxima und Minima hervorrief, worauf wir vorerst kurz eingehen wollen. Um ihre Grösse und Lage zu bestimmen, wurde in dem einigermassen kahlen Zimmer der Resonator in der Mitte aufgestellt und das Telephon von ihm senkrecht auf eine der Wände zu entfernt. Es ergaben sich folgende Ausschläge (A). E ist die Entfernung vom Telephon. Ton a':

E	A	E	A	E	A	E	A
cm		cm		cm		cm	
26	27,0	103	2,5	182	4,5	262	3,1
30	18,0	110	1,5	200	7,0	275	2,5
40	7,5	115	2,0	210	7,6	287	2,7
55	12,0	127	4,5	218	8,0	299	4,4
67	13,0	144	7,5	230	7,0	311	5,0
80	11,0	155	6,5	242	5,0	322	5,6
86	7,5	175	3,8	250	4,0	330	4,3
95	5,0						

Aehnlich Ton a. In den Curven (Fig. 6) ist die Intensität (A^2) als Ordinate, die Entfernung als Abscisse aufgetragen. Dieselben zeigen, wie gross die Differenzen zwischen den Intensitäten an den Maximis und Minimis sein kann. Z. B. ist das Verhältniss des zweiten Maximums und zweiten Minimums des Tones $a' = 70 : 1$. — Die Entfernung zwischen je zwei Maximis oder Minimis ist ungefähr gleich der Wellenlänge. Z. B. beträgt beim Ton a' die Länge von drei stehenden Wellen — Minimum IV — Minimum I — $= 275 - 40 = 235$ cm; also die Länge einer 78 cm, während die Wellenlänge des Tones 76 cm beträgt. Dieselben Erscheinungen in etwas geringerem Maasse zeigte der grosse Hörsaal des Berliner physikalischen Instituts. Auffällig war die geringe Abnahme der Tonstärke nach dem anderen Ende des Saales hin, sodass z. B. die durchschnittliche Intensität auf der vorletzten Bank $^1/_3$ der der zweiten betrug, während die Entfernung die vierfache war. Es ist demnach in einem geschlossenen Raum die Entfernung von dem Sprechenden von verhältnissmässig geringem Einfluss auf die Hörbarkeit.

Um nun wieder zu dem Ausgangspunkt dieser Betrachtung zurückzukehren, so konnte das Grundgesetz der Schallverbreitung im Zimmer jedenfalls nicht untersucht werden,

und auch im Freien dürfte die Bedingung der gänzlich ungestörten Fortpflanzung des Schalles schwer zu erfüllen sein. — Um einen möglichst passenden Ort aussuchen zu können, musste vor allem festgestellt werden, wovon besonders grosse Störungen zu erwarten waren, und welche vernachlässigt werden durften. Die Theorie[1]) ergibt, dass von Gegenständen, wie Stangen, Drähten, Steinen, kleinen Büschen und dergleichen keine Fehler zu befürchten sind. Ebenso auch nicht von den Gegenständen, welche zur Beobachtung des Ausschlags in der Nähe des Resonators aufgestellt werden mussten. Es waren dies das Fernrohr nebst Tisch, die zur Beleuchtung des Spaltes dienende Petroleumlampe, der Resonator nebst Stativ und der Beobachter: alle konnten wegen ihrer constanten und geringen Entfernung von dem Tonempfänger und meist auch wegen ihrer geringen Dimensionen gegen die Wellenlänge vernachlässigt werden. Hingegen musste ich mich hüten vor Häusern, Bäumen, hohen Zäunen und dergleichen, auch wenn sie sich in grösserer Entfernung befanden.

Es fand sich ein einigermassen geeigneter Platz in der Charlottenburger Rennbahn, deren Benutzung mir freundlichst freigestellt wurde. Er bot weite, kahle Flächen, wo als einzige bedenkliche Gegenstände die „Hindernisse" waren, und diese dürften für den flüchtigen Schall leicht zu nehmen sein, da ihre Höhe meist nicht so gross wie λ war, und ich ausserdem mit der beweglichen Tonquelle ihre gefährliche Nähe möglichst mied. Als Tonquelle wurde eine gedackte Pfeife mit besonders kräftigem Ton benutzt, welche auf einen kleinen Blasebalg gesteckt war. Bei den Versuchen wurde derselbe in die verschiedenen Entfernungen getragen, aufgeblasen und der Luftstrom geöffnet, worauf die betreffende Person schnell mehrere Schritte hinter die Pfeife trat. Die Entfernungen wurden auf einem zwischen Tonquelle und Empfänger gespannten Faden jedesmal bezeichnet und später zu Hause gemessen. Es wurden für jede Entfernung zwei oder mehr Ablesungen gemacht, wovon das Mittel genommen und die Spaltbreite abgezogen wurde. Wegen des hellen

1) Rayleigh, l. c. 2. § 334 u. 343.

Tageslichtes und der im Wind etwas flackernden Flamme musste der Spalt bei grösseren Ausschlägen sehr breit genommen werden (bis zu 0,8 Scalentheilen). Da der Luftstrom des Blasebalgs nicht ganz constant war, wurde jedesmal das Maximum des Ausschlags abgelesen, welches, wie vorher im Zimmer constatirt war, beim jedesmaligen Aufblasen nicht um 3 Proc. voneinander abwich. In den folgenden Tabellen bedeutet r die Entfernungen in Metern, a die Ablesungen, A corrig. Mittel. Ich erhielt:

Versuchsreihe I. Mässiger Wind von Tonempfänger nach Quelle.

r	28,1	44,4	62,0	76,6	93,0	107,8	152 6 m
a	19,0	14,5	10,5	7,5	6,0	4,6	3,7
	19,5	14,0	10,5	7,5	6,3	4,9	3,3
A	18,8	13,7	9,8	7,0	5,5	4,6	3,3
$A.r$	530?	604	590	536	509	496	501

Versuchsreihe II.[1]) Stärkerer Wind senkrecht zu Tonempfänger nach Quelle.

r	19,1	30,3	51,7	71,5	102,3
a	27,0	16,5	11,0	7,3	5,2
	28,5	14,0	10,0	7,5	5,8
A	27,2	15,0	10,0	6,9	5,0
$A.r$	523	455	517	495	511

Versuchsreihe II. Leiser Zug von Tonquelle nach Empfänger.

r	23,1	33,2	48,1	61,5	83,7	137,8
a	21,5	15,5	10,5	7,5	4,8	2,8
	22,5	14,8	9,0	6,8	4,5	3,0
A	21,3	14,4	9,5	7,0	4,5	2,7
$A.r$	485	478	457	436	377	375?

Aus Tabellen und Curven (Fig. 7) ergibt sich eine etwas schnellere Abnahme der Tonstärke, als die Theorie es verlangt, wahrscheinlich hervorgerufen durch die Reibung an dem mit Gras bewachsenen Boden, durch die Unruhe der Luft und theilweise wohl auch durch kleine Unebenheiten des Terrains. Dass die Abnahme der Intensität nicht proportional der einfachen Entfernung erfolgt, ist wohl am besten aus der Zusammenstellung der Ausschläge zu ersehen, welche in jenem Fall ($A\sqrt{r}$ = Const.) hätten entstehen müssen (A'') mit denen, welche ich wirklich erhielt (A) und denen A', welche die Theorie vorschreibt:

1) Vielfach durch den Wind gestört.

A	21,3	14,4	9,5	7,0	4,5	2,7
A'	21,3	14,5	10,0	7,8	5,6	3,5
A''	21,3	17,0	15,2	13,9	12,1	8,8

Hierdurch ist wohl das Grundgesetz, dass die Intensität eines Tones umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt, mit Sicherheit bewiesen.

Schliesslich will ich nicht unterlassen, meinen hochverehrten Lehrern, Hrn. Geheimrath v. Helmholtz und Hrn. Prof. Dr. Kundt für die Unterstützung und das Interesse, welches sie meiner Arbeit stets zu Theil werden liessen, meinen ehrerbietigsten Dank zu sagen.

Phys. Inst. der Univ. Berlin, Juni 1888.

VII. *Ueber das von Hrn. H. F. Weber aufgestellte Strahlungsgesetz;* *von L. Graetz.*

Hr. H. F. Weber hat in den Berichten der Berliner Academie[1]) eine empirische Formel veröffentlicht, welche einerseits die Gesammtstrahlung fester Körper in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur, andererseits die Vertheilung der Energie im Spectrum bei allen Temperaturen darstellen soll, und zwar in dem ganzen Intervall der Temperaturen und Wellenlängen, für welche Messungen vorliegen. Er rühmt von diesem Ausdruck, dass er alle Messungsreihen über Strahlung „von der Temperatur des schmelzenden Eises bis zu der Temperatur des schmelzenden Platins und für das ganze lange Intervall der Wellenlängen, von der Wellenlänge des Violett bis zu den 30—40 mal längeren Wellen, welche Langley gemessen hat, mit grosser Treue in allen Einzelheiten wiedergiebt", dass insbesondere „die Abweichungen zwischen den Consequenzen der Formel und den Daten der Beobachtungen nicht grösser sind als die Unsicherheiten der betreffenden Beobachtungen". Hr. Weber hält es daher nicht für unstatthaft, in diesem Zusammenhang zwischen Strahlungsstärke, Tempe-

1) H. F. Weber, Ber. d. Berl. Acad. 1888. p. 565.

Signatur
Nr. 602/12

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

[F. 3] BAND XXXVI.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ZWEIUNDSIEBZIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

NEBST ZEHN FIGURENTAFELN.

BIBLIOTHEK DES ASSANSCHEN GYMNASIUMS BERLIN

LEIPZIG, 1889.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Verein. Askan. u. Tempelh. Gymnasium
Lehrerbücherei

Freie Universität Berlin
Universitätsbibliothek

Zd 1955.1601

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhalt.

Neue Folge. Band XXXVI.

Erstes Heft.

		Seite
I.	H. Hertz. Die Kräfte electrischer Schwingungen, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie	1
II.	E. Dorn. Eine Bestimmung des Ohm	22
III.	W. G. Hankel. Das electrodynamische Gesetz ein Punktgesetz	73
IV.	A. Winkelmann. Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Verdampfung und die Diffusion von Dämpfen	93
V.	A. Heritsch. Ueber das allgemeine Gesetz der bei dem Lösen von Salzen im Wasser auftretenden Volumenverminderung	115
VI.	A. Koch. Ueber die Dämpfung der Torsionsschwingungen von verschiedenen Metalldrähten	122
VII.	H. Henneberg. Ueber das Wärmeleitungsvermögen der Mischungen von Aethylalkohol und Wasser	146
VIII.	W. Jaeger. Ueber die Schallgeschwindigkeit in Dämpfen und die Bestimmung der Dampfdichte	165
IX.	R. Emden. Ueber den Beginn der Lichtemission glühender Metalle	214
X.	R. Ritter. Ueber die Reflexion des Lichtes an parallel zur optischen Axe geschliffenem Quarz	236
XI.	W. Hess. Ueber einige einfache Gesetze, welchen der durch ein Prisma gehende Lichtstrahl gehorcht, und über das Minimum der Ablenkung	264
XII.	F. Quincke. Electrolyse des Kupferchlorürs	270

Geschlossen am 15. December 1888.

Zweites Heft.

Seite

I. A. Raps. Zur objectiven Darstellung der Schallintensität 273

II. J. v. Kowalski. Untersuchungen über die Festigkeit des Glases 307

III. E. Riecke. Beiträge zur Hydrodynamik 322

IV. P. Bohl. Das Gesetz der molecularen Attraction . . . 334

V. A. Schleiermacher. Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit des Quecksilberdampfes 346

VI. C. Barus. Die Zähigkeit der Gase im Gebiete hoher Temperaturen 358

VII. E. Dorn. Eine Bestimmung des Ohm 398

VIII. G. H. v. Wyss. Ueber den Einfluss der Stärke der Magnetisirung auf die Aenderung des electrischen Widerstandes des Eisens 447

IX. A. Righi. Ueber die electromotorische Kraft des Selens 464

X. H. Ebert. Zur Anwendung des Doppler'schen Principes auf leuchtende Gasmolecüle 466

XI. E. Lommel. Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung 473

XII. B. Walter. Die Aenderungen des Fluorescenzvermögens mit der Concentration 502

XIII. B. Walter. Ueber den Nachweis des Zerfalles von Moleculargruppen in Lösungen durch Fluorescenz- und Absorptionserscheinungen 518

XIV. P. Drude. Ueber Oberflächenschichten. I. Theil . . . 532

XV. C. Pulfrich. Mittheilung, das Totalreflectometer betreffend 561

XVI. A. Ritter in Aachen. Untersuchungen über die Constitution gasförmiger Weltkörper 566

XVII. C. L. Weber. Ueber das galvanische Leitungsvermögen des festen Quecksilbers 587

XVIII. F. Braun. Nachtrag zu meinem Aufsatz: „Untersuchungen über die Löslichkeit etc." 591

XIX. H. Ebert. Bemerkung zu Hrn. Langley's Aufsatz: „Energy and Vision" 592

Geschlossen am 15. Januar 1889.

Drittes Heft.

I. H. A. Lorentz. Zur Theorie der Thermoelectricität . . 593

II. M. Planck. Zur Theorie der Thermoelectricität in metallischen Leitern 624

III. E. Wiedemann und H. Ebert. Ueber electrische Entladungen 643

Seite

IV. W. H. Schultze. Das electrolytische Verhalten des Glimmers bei hoher Temperatur 655

V. K. Schreber. Ueber die electromotorischen Kräfte dünner Schichten von Superoxydhydraten 662

VI. H. Lorberg. Zur Theorie der magnetelectrischen Induction 671

VII. G. Tammann. Ueber die Gesetze der Dampfspannungen wässeriger Salzlösungen von Babo und Wüllner 692

VIII. K. Ångström. Beobachtungen über die Durchstrahlung von Wärme verschiedener Wellenlänge durch trübe Medien 715

IX. K. Wesendonck. Zur Elasticitätstheorie 725

X. E. Lommel. Subjective Interferenzstreifen im objectiven Spectrum 729

XI. E. Lommel. Neue Methode zur Messung der Drehung der Polarisationsebene für die Fraunhofer'schen Linien . . . 731

XII. E. Lommel. Interferenz durch circulare Doppelbrechung 733

XIII. W. Voigt. Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten . . 743

XIV. F. Himstedt. Ueber die Kirchhoff'sche Formel für die Capacität eines Schutzringcondensators 759

XV. J. J. Boguski und L. Natanson. Ein Barometer mit Contactablesung 761

XVI. F. C. G. Müller. Ueber ein neues Barometer und Luftthermometer 763

XVII. F. Lippich. Bemerkung zu der Abhandlung des Hrn. G. H. von Wyss: „Ueber eine neue Methode zur Bestimmung der Rotationsdispersion einer activen Substanz und über einen Fall von anomaler Dispersion 767

Geschlossen am 1. Februar 1889.

Viertes Heft.

I. H. Hertz. Ueber Strahlen electrischer Kraft 769

II. J. Bergmann. Beobachtungen über Aenderungen des electrischen Leitungsvermögens nach starkem Erwärmen der Metalle mit Hülfe der Inductionswage 783

III. S. Tereschin. Die Dielectricitätsconstanten einiger organischen Flüssigkeiten 792

IV. D. Goldhammer. Ueber den Einfluss der Magnetisirung auf die electrische Leitungsfähigkeit der Metalle 804

V. A. Kundt. Ueber die Aenderung der Lichtgeschwindigkeit in den Metallen mit der Temperatur 824

VI. M. Wien. Ueber die Messung der Tonstärke 834

Seite

VII. L. Graetz. Ueber das von Hrn. H. F. Weber aufgestellte Strahlungsgesetz 857

VIII. P. Drude. Ueber Oberflächenschichten. II. Theil . . . 865

IX. J. Milthaler. Ueber die Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur 897

X. A. Blümcke. Ueber die Isothermen einiger Mischungen von schwefliger Säure und Kohlensäure 911

XI. H. Krause. Ueber Adsorption und Condensation von Kohlensäure an blanken Glasflächen 923

Berichtigungen 936

Geschlossen am 15. Februar 1889.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. Hertz, Fig. 1—6. — Dorn, Fig. 7—13. — Winkelmann, Fig. 14.

Taf. II. Heritsch, Fig. 1—2. — Koch, Fig. 3—4. — Henneberg, Fig. 5. — Jäger, Fig. 6—8. — Emden, Fig. 9. — Hess, Fig. 10—11.

Taf. III. R. Ritter. Fig. 1—6.

Taf. IV, V. Raps.

Taf. VI. Riecke, Fig. 1—12. — von Wyss, Fig. 13—16.

Taf. VII. Barus, Fig. 1—11. — Walter, Fig. 12—20.

Taf. VIII. E. Wiedemann u. Ebert, Fig. 1—2. — H. W. Schultze, Fig. 3—4. — Schreber, Fig 5. — F. C. G. Müller, Fig. 6.

Taf. IX. Hertz, Fig. 1—2. — Tereschin, Fig. 3—4. — Goldhammer, Fig. 5—14.

Taf. X. Wien, Fig. 1—7. — Drude, Fig. 8—14. — Blümcke, Fig. 15—19. — Krause, Fig. 20—22.