Max Planck Research Group
Epistemes of Modern Acoustics

Sound & Science: Digital Histories

Galilei, Galileo. Discorsi e dimostrationi matematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali. Bologna: Dozza, 1655.

https://acoustics.mpiwg-berlin.mpg.de/node/482

Scan licensed under: CC BY-SA 3.0 DE | Max Planck Institute for the History of Science

MAX PLANCK INSTITUTE
FOR THE HISTORY OF SCIENCE

DISCORSI,
E
DIMOSTRATIONI
MATEMATICHE,

Intorno à due nuoue ſcienze, Attenenti alla Mecanica, & i Mouimenti Locali,

DEL SIGNOR

GALILEO GALILEI
LINCEO,

Filoſofo, e Matematico primario del Sereniſſimo
GRAN DVCA DI TOSCANA.

Con vn' Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN BOLOGNA MDCLV.

Per gli HH. del Dozza. Con licenza de' Super.

Rara G 158 di

Archiv
(531)
MAX-PLANCK-INSTITUT
FÜR WISSENSCHAFTSGESCHICHTE
Bibliothek
97-934

All' Illustrissimo Signore

IL SIG.

CONTE DI NOAILLES:

Consiglier di S.M. Christianissima, Caualier dell'Ordine di Santo Spirito: Mariscalco de' suoi Campi; & Esserciti: Siniscalco, & Gouernatore di Roerga, & Luogotenente, per S.M. in Oruegna; Mio Signore, & Padrone Colendissimo.

Illustrissimo Signore.

RIconosco per vno effetto della Magnanimità di V.S. Illustriss. quanto gli è piaciuto disporre di questa Opera mia; non ostante che (come ella sà) confuso, & sbigottito da i malfortunati successi di altre mie Opere, hauendo meco medesimo determinato, di non esporre in publico, mai più, alcuna delle mie fatiche, mà solo, acciò del tutto non restassero sepolte, essendomi persuaso di lasciarne Copia manuscritta, in luogo conspicuo, almeno à molti intelligenti, delle Materie da me trattate: & per ciò, hauendo fatto elettione, per il primo, & più Illustre luogo, di depositarle in mano di V.S. Illustriss. sicuro, che per sua particolare affettione verso di me hauerebbe hauuto à cuore la conseruatione de' miei studij, & fatiche. Et per ciò, nel suo passaggio di quà, ritornando dalla sua Ambasciata di

Roma, fui à riuerirla perſonalmente, ſi come più volte haueuo fatto per lettere, & con tale incontro, preſentai à V.S.Illuſtriſſima la Copia di queſte due Opere, che allora mi trouauo hauere in pronto, le quali benignamente moſtrò di gradire molto,& di eſſere per farne ſicura conſerua; & col participarle in Francia à qualche amico ſuo,perito di queſte ſcientie, moſtrare, che ſe bene taceuo, non però paſſauo la vita del tutto ocioſamente. Andauo di poi, apparecchiandomi, di mandarne alcune altre Copie, in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Spagna, & forſe anco in qualche luogo d'Italia, quando improuiſamente vengo da gli Elzeuirij auuiſato,come hanno ſotto il torchio queſte mie Opere, & che però, io deua prendere riſolutione circa la dedicatoria, & prontamente mandargli il mio concetto ſopra di ciò. Moſſo da queſta inopinata, & inaſpettata nuoua, ſono andato meco medeſimo concludendo, che la brama di V.S.Illuſtriſſima di ſuſcitare, & ampliare il nome mio, col participare à diuerſi i miei ſcritti habbia cagionato,che ſieno peruenuti nelle mani de'detti Stampatori; li quali eſſendoſi adoperati in publicare altre mie Opere, habbiano voluto honorarmi, di mandarle alla luce, ſotto le loro belliſſime, & ornatiſſime ſtampe: Per ciò queſti miei ſcritti, debbono riſentirſi, per hauer hauuta la ſorte, d'andar nell'arbitrio d'vn ſi gran Giudice, il quale,nel marauiglioſo concorſo di tante Virtù,che rendono V.S.Illuſtriſſima ammirabile à tutti,ella,con incomparabile Magnanimità, per zelo anco, del ben publico, à cui gli è parſo, che queſta mia Opera, doueſſe conferire, hà voluto allargargli i termini, & i confini dell'honore: Sì che eſſendo il fatto ridotto in cotale ſtato, è ben ragione-

uole,

uole, che io, con ogni ſegno più conſpicuo, mi dimoſtri grato riconoſcitore del Generoſo affetto di V.S. Illuſtriſſima che hà hauuto à cuore, di accreſcermi la mia fama, con farli ſpiegar le ale liberamente, ſotto il Cielo aperto, doue che à me pareua aſſai dono, che ella reſtaſſe in ſpatij più anguſti. Per tanto al nome Voſtro, Illuſtriſſimo Signore, conuiene, che io dedichi, & conſacri queſto mio parto, al che fare, mi ſtrigne, non ſolo il cumulo de gli obligh, che gli tengo, ma l'intereſſe ancora, il quale (ſiami lecito così dire) mette in obligo V.S. Illuſtriſſima di difendere la mia riputatione, contro à chi voleſſe offenderla: mentre ella mi hà poſto in ſteccato, contro à gl'auuerſarij. Onde, facendomi auanti, ſotto il ſuo ſtendardo, & protettione humilmente me le inchino, con augurarle per premio di queſte ſue gratie, il colmo d'ogni felicità, & grandezza. D'Arcetri li 6. Marzo. 1638.

Di V.S. Illuſtriſſima

Deuotiſſimo Seruit.
Galileo Galilei.

LO STAMPATORE
A I LETTORI.

TRattenendosi la Vita Ciuile mediante il mutuo, & vicendeuole soccorso de gl'huomini, gl'vni verso gli altri, & à ciò seruendo principalmente, l'vso delle Arti, & delle scientie, per questo, gl'Inuentori di esse, sono sempre stati tenuti in grande stima, & molto riueriti dalla Sauia Antichità: E quanto più eccellente, ò vtile, è stata qualche Inuentione, tanto maggior laude, & honore ne è stato attribuito à gl'Inuentori, fin ad essere stati Deificati (hauendo gl'huomini per commun consenso, con tal segno di supremo honore, voluto perpetuare la memoria de gl'autori del loro bene essere.) Parimente quelli, i quali con l'acutezza de i loro ingegni, hanno riformato le cose già trouate, scoprendo le fallacie, & gli errori, di molte, & molte propositioni, portate da huomini insigni, & riceuute per vere, per molte età, sono degni di gran lode, & ammiratione: atteso medesimamẽte, che tale scoprimẽto, è laudabile, sẽ bene i medesimi scopritori, hauesseno solamente rimossa la falsità, senza introdurne la Verità, per sẽ, tãto difficile à conseguirsi; conforme al detto del prencipe de gl' oratori. Vtinam tam facilè possem vera reperire, quàm falsa conuincere. Et in fatti, il merito di questa lode, è douuto à questi nostri vltimi secoli; ne i quali le Arti, & le scienze, ritrouate da gl'Antichi, per opera di perspicacissimi ingegni, sono per molte proue, & esperienze, state ridotte à gran perfettione, la quale ogni dì, và augumentadosi: & in particolare, questo appariſce nelle Scientie Mathematiche, nelle quali (lasciando i diuersi, che si ci sono adoperati con gran lode, & gran successo) al nostro Signore Galileo Galilei Accademico Linceo, senza alcun contrasto, anzi con l'applauso, & l'approbatione vniuersale di tutti i periti, meritamente sono douuti li primi gradi; sì per hauer mostrato la non concludenza di molte ragioni, intorno à Varie Conclusioni, con salde dimostrationi confermate, (come ne sono piene le opere sue gia publicate) sì anco per hauer col Telescopio (vscito prima di queste nostre parti, ma da esso, ridotto poi, à perfettione molto maggiore) scoperto, & data primo di

mo di tutti la Notitia delle quattro Stelle, Satelliti di Gioue; della vera, & certa dimostratione della Via Lattea, delle Macchie Solari; delle rugosità, & parti nebulose della Luna; di Saturno Tricorporeo; Venere falcata; della qualità, & dispositione delle Comete: tutte cose non conosciute mai da gl'Astronomi, ne da i Filosofi Antichi: Di maniera, che puote dirsi, esser per esso, con nuoua luce, comparsa al Mondo, & ristorata l'Astronomia; dall'eccellenza della quale (in quanto ne'Cieli, & ne Corpi Celesti, con maggiore euidenza, & ammiratione, che in tutte le altre Creature, risplende la Potenza, Sapienza, & Bontà del Supremo fattore) risulta la grandezza del merito di chi ce ne hà aperta la conoscenza, con hauersi resi tali Corpi distintamente conspicui, non ostante la loro distanza quasi infinita da noi: poiche secondo il dire volgato, l'aspetto insegna assai più, & con maggior certezza, in Un sol giorno, che non potriano fare i precetti quantunque mille volte reiteirati, la Notitia Intuitiua, (come disse Un'altro) andando del pari, con la definitione. Mà molto più si fà manifesta la gratia concedutagli da Dio, & dalla Natura, (per mezzo però, di molte fatiche, & Vigilie) nella presente Opera, nella quale si vede, lui essere stato Ritrouatore di due intere Scienze nuoue, & da i loro primi principij, & fondamenti, concludentemente, cioè Geometricamente dimostrate: Et quello, che deue rendere più marauigliosa questa Opeta; Vna, delle due Scienze, è intorno à Un soggetto eterno, principalissimo in Natura, speculato dà tutti i gran Filosofi, & sopra il quale ci sono moltissimi volumi scritti; parlo del Moto Locale: Materia d'infiniti accidenti ammirandi; nessuno de'quali, è fin quì stato trouato, non che dimostrato da alcuno: l'Altra Scienza, pure, da i suoi principij dimostrata, è intorno alla resistenza, che fanno i Corpi solidi, all'essere per violenza spezzati: Notitia di grande vtilità, & massime nelle Scienze, & Arti Mecaniche: & essa ancora, piena d'accidenti, & Propositioni, fin quì non osseruate; di queste due nuoue Scienze, piene di Propositioni, che in infinito saranno accresciute col progresso del tempo, da gl'ingegni Specolatiui, in questo Libro; si aprono le prime porte; & con non picciolo numero di Propositioni dimonstrate, si addita il progresso, & trapasso, ad altre infinite; sicome da gli Intelligenti sarà facilmente inteso, & riconosciuto.

TAVO-

TAVOLA

Delle Materie principali, che si trattano nella presente Opera.

I.

Scientia nuoua prima, intorno alla resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati. *Giornata prima.* *pag.* 1.

II.

Qual potesse esser la causa di tal coerenza. *Giornata seconda.* *pag.* 81.

III.

Scientia nuoua altra, de i mouimenti locali. *Giornata terza.* *pag.* 114.

Cioè, dell'equabile. *pag.* 114.

Del naturalmente accelerato. *pag.* 119.

IV.

Del violento, ouero de i proietti. *Giornata quarta.* *pag.* 180.

V.

Appendice di alcune propositioni, & dimostrationi attenenti al centro di grauità de i solidi. *pag.* 219.

GIOR-

GIORNATA PRIMA.

Interlocutori,

SALVIATI, SAGREDO, E SIMPLICIO.

Salu. LARGO campo di filosofare à gl'inteletti speculatiui parmi, che porga la frequente pratica del famoso Arsenale di Voi Signori Venetiani, & imparticolare in quella parte, che Mecanica si domanda: atteso che quiui ogni sorte di strumento, e di machina vien continuamante posta in opera da numero grande d'artefici, trà i quali è per l'osseruationi fatte da i loro antecessori, e per quelle, che di propria auuertenza vanno continuamente per se stessi facendo, è forza, che ve ne siano de i peritissimi, e di finissimo discorso.

Sagr. V. S. non s inganna punto: & io come per natura curioso frequento per mio diporto la visita di questo luogo, e la pratica di questi, che noi per certa preminenza, che tengono sopra'l resto della maestranza, domandiamo Proti; la conferenza de i quali mi hà più volte aiutato nell'inuestigazione della ragione di effetti non solo marauigliosi, mà reconditi ancora, e quasi inopinabili: è vero che tal volta anco mi hà messo in confusione, & in disperatione di poter penetrare, come possa seguire quello, che lontano da ogni mio concetto mi dimostra il senso esser vero; e pur quello, che poco fà, ci diceua quel buon vecchio, è vn dettato, & vna propositione ben'assai vulgata, mà però io la reputaua in tutto vana, come molte altre, che sono in bocca de i poco intelligenti, credo, da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno à quello, di che non son capaci.

Salu. V. S. vuol forse dire di quell' vltimo pronuntiato, ch'ei proferì, mentre ricercauamo d'intendere, per qual ragione faceuano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti, & altri ripari, e fortificationi

intorno à quella gran Galeazza, che si doueua varare, che non si fà intorno à Vasselli minori, doue egli rispose ciò farsi per euitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal grauissimo peso della sua vasta mole, inconueniente, al quale non son soggetti i legni minori?

Sagr. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell'vltima conclusione, che ei soggiunse, la quale io hò sempre stimata concetto vano del vulgo: cioè che in queste, & altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi; perche molte inuentioni di machine riescono in piccolo, che in grandi poi non sussistono. Mà essendo che tutte le ragioni della mecanica hanno i fondamenti loro nella Geometria, nella quale non veggo, che la grandezza, e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i Cilindri, i Coni, e qualunque altre figure solide soggette ad altre passioni queste, & ad altre quelle, quando la machina grande sia fabbricata in tutti i suoi membri conforme alle proportioni della minore, che sia valida, e resistente all'esercitio, al quale ella è destinata, non sò vedere, perche essa ancora non sia esente da gl'incontri, che sopraggiungner gli possono sinistri, e destruttori.

Salu. Il detto del vulgo à assolutamente vano, e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo, che molte machine si potrāno far più perfette in grande, che in piccolo, come per esempio vn'Oriuolo, che mostri, e batta le hore, più giusto si farà d'vna tal grandezza, che di vn'altra minore. Con miglior fondamento vsurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali machine grandi non conforme à quello, che si raccoglie dalle pure, & astratte dimostrationi Geometriche, nè rimettono la causa nell'imperfettione della materia, che soggiace à molte alterationi, & imperfettioni. Mà quì non sò s'io potrò senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che nè anco il ricorrere all'imperfettioni della materia potenti à contaminare le purissime dimostrationi Matematiche, basti à scusare l'inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte, & Ideali: tuttauia io pure il dirò affermando, che astraendo tutte le imperfettioni della Materia, e supponendola perfettissima, & inalterabile, e da ogni accidental mutatione esente, tuttauia il solo esser materiale fà, che la machina maggiore fabbricata dell istessa materia, e con l'istesse proportioni, che la minore, in tutte l'altre conditioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza, e resistenza contro alle violente inuasioni: mà quanto più sarà grande tanto à proportione sara più debole. E perche io suppongo la materia essere inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto, che di lei, come di affettione eterna, e necessaria, si possano produr dimonstrationi non meno dell'altre schiette, e pure Matematiche. Però S. Sagr. reuochi pur l' opinione,

che

che teneua, e forse insieme con tutti gli altri, che nella Mecanica han fatto studio, che le machine; e le fabbriche composte delle medesime materie con puntuale osseruanza delle medesime proportioni trà le loro parti debban' esser' egualmente, ò per dir meglio proportionalmente disposte al resistere, & al cedere alle inuasioni, & impeti esterni; perche si può Geometricamente dimostrare sempre le maggiori essere à proportione men resistenti, che le minori: sì che vltimamente non solo di tutte le machine, e fabbriche artifitiali, mà delle naturali ancora sia vn termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l'arte, nè la natura possa trapassare: trapassar dico con osseruar sempre l'istesse proportioni con l'identità della materia.

Sagr. Io già mi sento riuolgere il ceruello, e quasi nugola dal baleno repentinamente aperta ingombrarmisi la mente da momentanea, & insolita luce, che da lontano mi accenna, e subito confonde, & asconde imaginationi straniere, & indigeste. E da quanto ella hà detto, parmi che dourebbe seguire, che fusse impossibil cosa costruire due fabbriche dell'istessa materia simili, e diseguali, e trà di loro con egual proportione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trouar due sole aste dell'istesso legno trà di loro simili in robustezza, e valore, mà diseguali in grandezza.

Salu. Così è Sig. Sagr. e per meglio assicurarci, che noi conuenghiamo nel medesimo concetto, dico, che se noi ridurremo vn'asta di legno à tal lunghezza, e grossezza, che fitta, v. gr. in vn muro ad angoli retti, cioè parallela all'orizonte, sia ridotta all'vltima lunghezza, che si possa reggere, sì che allungata vn pelo più, si spezzasse grauata dal proprio peso, questa sara vnica al mondo: sì che essendo per esempio, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrà ritrouarsi, che essendo in lunghezza cẽtupla della sua grossezza sia, come quella, precisamente habile à sostener se medesima, e nulla di più: mà tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti à sostener' oltre al proprio peso qualch' altro appresso. E questo, ch'io dico dello stato di regger se medesimo, intendasi detto di ogni altra costitutione, e così se vn corrente potra reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, vna traue simile à lui non potrà altramente regger' il peso di dieci sue eguali. Mà notino in gratia V. S. e'l Sig. Simpl. nostro, quanto le conclusioni vere benche nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco depongono le vesti, che le occultauano, e nude, e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede, come vn caualo cadendo da vn' altezza di trè braccia, ò quattro, si romperà l'ossa, mà vn cane da vna tale, e vn gatto da vna di otto, ò dieci, non si farà mal nissuno, come nè vn grillo da vna torre, nè vna formica precipitandosi

tandosi dall'orbe lunare? I piccoli fanciulli restano illesi in cadute, doue i prouetti si rompono gli stinchi, ò la testa. E come gli animali più piccoli sono à proportione più robusti, e forti de i maggiori, così le piante minori meglio si sostentano: e già credo, che amendue voi apprendiate, che vna Quercia dugento braccia alta non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di vna di mediocre grandezza, e che la natura nõ potrebbe fare vn cauallo grande per venti caualli, nè vn Gigante dieci volte piu alto di vn'huomo, se non ò miracolosamente, ò con l'alterar assai le proportioni delle membra, & in particolare dell'ossa, ingrossandole molto, e molto sopra la simmetria dell'ossa comuni. Il creder parimente, che nelle machine artifitiali agualmente siano fattibili, e conseruabili le grandissime, e le piccole, è errore manifesto: e così per esempio piccole Guglie, Colonnette, & altre solide figure sicuramente si potranno maneggiare, distendere, e rizzare senza rischio di romperſi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andaranno in pezzi, e non per altra cagione, che per il lor proprio peso. E quì è forza, che io vi racconti vn caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti, che accascano fuori dell'aspetatione, e massime quando il partito preso per ouuiare à vno inconueniente riesce poi causa potissima del disordine. Era vna grossissima Colonna di marmo distesa, e posata presso alle sue estremità sopra due pezzi di traue; cadde in pensiero dopo certo tempo ad vn Mecanico, che fusse bene per maggiormente assicurarsi, che grauata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte vn terzo simile sostegno: parue il consiglio generalmente molto oportuno, mà l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposito: atteso che non passarono molti mesi, che la Colonna si trouò fessa, e rotta giusto sopra il nuouo appoggio di mezzo.

Simp. *Accidente in vero marauiglioso, e veramente* præter spem, *quando però fusse deriuato dall'aggiungnerui il nuouo sostegno di mezzo.*

Salu. *Da quello sicuramente deriuò egli, e la riconosciuta cagion dell'effetto leua la marauiglia: perche deposti in piana terra i due pezzi della Colonna, si vedde che l'vno de i traui sù'l quale appoggiaua vna delle testate, si era per la lunghezza del tempo infracidato, & auuallato, e restando qul di mezzo durissimo, e forte, fù causa, che la metà della Colonna restasse in aria abbandonata dall'estremo sostegno; onde il proprio souerchio peso gli fece fare quello, che non haurebbe fatto, se solo sopra i due primi si fosse appoggiata, perche all'auuallarsi qual si fusse di loro, ella ancora l'harebbe seguito. E quì non si può dubitare, che tal accidente non sarebbe auuenuto in vna piccola Colonna, benche della medesima pietra, e di lunghezza rispondente alla sua grossezza con la proportione medesima della grossezza, e lunghezza della Colonna grande.*

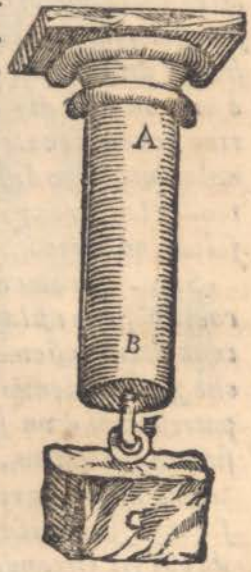
Sa-

Sagr. *Già fin quì resto io assicurato della verità dell'effetto, mà non penetro già la ragione, come nel crescersi la materia non deua con l'istesso ragguaglio multiplicarsi la resistenza, e gagliardia; e tanto più mi cõfondo, quanto per l'opposito veggo in altri casi crescersi molto più la robustezza alla resistenza al romperſi, che non cresce l'ingrossamento della materia; che se, v. g. saranno due chiodi fitti in vn muro, l'vno più grosso il doppio dell'altro, quello reggerà non solamente doppio peso di questo, mà triplo, e quadruplo.*

Salu. *Dite pur' ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè questo effetto contraria à quello, ancor che in sembiante apparisca così diuerso.*

Sagr. *Adunque Sig. Saluiati spianateci questi scogli, e dichiarateci queste oscurità, se ne hauete il modo: che ben conietturo questa materia delle resistenze essere vn campo pieno di belle, & vtili contemplationi, e se vi contentate, che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi, à me, e credo, al Sig. Simp. sarà gratissimo.*

Salu. *Non posso mancar di seruirle, purche la memoria serua me in somministrarmi quello, che già appresi dal nostro Accademico, che sopra tal materia haueua fatte molte speculationi, e tutte conforme al suo solito Geometricamente dimonstrate: in modo che non senza ragione questa sua potrebbe chiamarsi vna nuoua scienza; perche se bene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotele osseruate, tuttauia nè sono delle più belle, nè (quello che più importa) da i loro primarij, e indubitati fondamenti con necessarie dimostrationi prouate. E perche, come dico, voglio dimostratiuamente accertarui, e non con solamente probabili discorsi persuaderui; supponendo, che habbiate quella cognitione delle conclusioni Mecaniche da altri fin quì fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria; conuiene che auanti ogni altra cosa consideriamo, qual' effetto sia quello, che si opera nella frazzione di vn legno, ò di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perche questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo, e semplice principio, che come notissimo conuiene supporsi, per più chiara esplicatione di che: segniamo il Cilindro, ò, Prisma* AB *di legno, ò di altra materia solida, e coerente, fermato di sopra in* A, *e pendente à piombo, al quale nell'altra estremità* B *sia attaccato il peso* C; *e manifesto, che qualunque si sia la tenacità, e coerenza trà di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso* C: *la cui grauità pongo, che*



possa

possa accrescersi, quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà à guisa d'vna corda: e si come nella corda noi intendiamo la sua resistenza deriuare dalla moltitudine delle fila della canapa, che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre, e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento, che non sarebbe qualsiuoglia canapo della medesima grossezza: mà nel Cilindro di pietra, ò di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti depende da altro glutine, che da filamenti, ò fibre, e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.

Simp. *Se il negotio procede, come voi dite, intendo bene, che i filamenti nel legno, che son lunghi, quanto l'istesso legno, possan renderlo gagliardo, e resistente à gran forza, che se egli faccia per romperlo: mà vna corda composta di fili di canapa non più lunghi di due, ò trè braccia l'vno, come potrà ridursi alla lunghezza di cento restando tanto gagliardo? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all'attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre, e di altre materie priue di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco più tenace.*

Salu. *In nuoue speculationi, e non molto al nostro intento necessarie cõuerrà diuertire se douremo delle promosse difficoltà portar le solutioni.*

Sagr. *Mà se le digressioni possono arrecarci la cognitione di nuoue verità, che pregiudica à noi non obbligati à vn metodo serrato, e conciso, mà che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir ora per non perder quelle notitie, che forse lasciata l'incontrata occasione, vn'altra volta non ci si rappresenterebbe? Anzi chi sà, che bene spesso non si possono scoprir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? pregoui per tanto io ancora à dar sodisfattione al Sig. Simpl., & à me non men di esso curioso, e desideroso d'intender, qual sia quel glutine che sì tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognitione che pur' anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.*

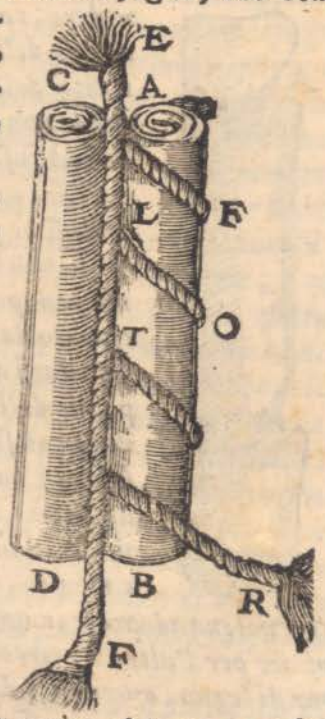
Salu. *Eccomi à seruirui, poiche così vi piace. E' la prima difficoltà, come possono i filamenti d'vna corda lunga cento braccia sì saldamente connetterſi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due, ò trè) che gran violenza ci voglia à disseparargli. Mà ditemi Sig. Simpl. non potreste voi d'vn sol filo di canapa tener l'vna dell'estremità talmente stretta frà le dita, che io tirando dall'altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompessi? certo sì: quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell'estremità, mà in tutta la lor lunghezza con gran forza, da chi gli circondasse, tenuti stretti, non è manifesta cosa, che lo sbarbargli da chi gli stringe sarebbe assai più difficile, che rompergli? mà nel-*

la

la corda l'istesso atto dell'attorcerla stringe le fila scambieuolmente trà di loro, in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l'vno dall'altro; come manifestamente si conosce dal vedersi nella rottura i filamenti certissimi, e non lunghi almeno vn braccio l'vno, come douria vedersi, quando la diuision della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, mà per la sola separatione dell'vno dall'altro strisciando.

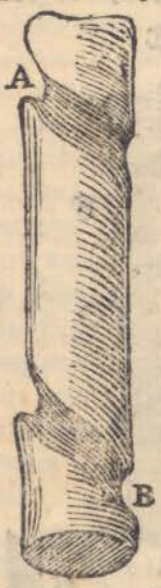
Sagr. Aggiungasi in confermation di questo il vedersi tal volta romper la corda non per il tirarla per lo lungo, mà solo per il souerchiamente attorcerla: argumento par' à me concludente, le fila esser talmente trà di loro scambieuolmente compresse, che le compremenți non permettono alle compresse scorrer quel minimo, che sarebbe necessario per allungar le spire acciò potessero circondar la fune, che nel torcimento si scorcia, & in consequenza qualche poco s'ingrossa.

Salu. Voi benissimo dite: mà considerate appresso, come vna verità si tira dietro l'altra. Quel filo, che stretto trà le dita non segue, chi con qualche forza tirandolo vorrebbe di trà esse sottrarlo, resiste perche da doppia compressione vien ritenuto, auuenga che non meno il dito superiore preme contro all'inferiore, che questo si prema contro à quello. E non è dubbio, che quando di queste due premure se ne potesse retenere vna sola, resterebbe la metà di quella resistenza, che dalle due congiunte dependeua: mà perche non si può con l'alzar, v.gr. il dito superiore leuar la sua pressione senza rimuouer' anco l'altra parte, conuiene con nuouo artifitio conseruarne vna di loro, e trouar modo che l'istesso filo comprima se medesimo contro al dito, ò altro corpo solido, sopra'l quale si posa, e far si che l'istessa forza, che lo tira per separarnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e questo si conseguirà con l'auuolgere à guisa di spira il filo medesimo intorno al solido. Ilche acciò meglio s'intenda, ne segnarò vn poco di figura; e questi AB, CD siano due Cilindri, e trà essi disteso il filo EF, che per maggior chiarezza ce lo figureremo essere vna cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due Cilindri l'vno contro all'altro, la corda FE tirata dall'estremità F resisterà à non piccola violenza prima che scorrere trà i due solidi comprimentila: mà se rimuoueremo l'vno di loro, la corda benche con-



continui di toccar l'altro, non però da tal toccamento sarà ritenutà che, liberamente non scorra. Mà se ritenendola benche debolmente attaccata verso la sommità del Cilindro A l'auuolgeremo intorno à quello à foggia di spira AFLOTR, e dal capo R la tireremo: è manifesto, che ella comincierà à stringere il Cilindro, e se le spire, e volute saranno molte, sempre più nel validamente tirare si comprimerà la corda addosso al Cilindro: e facendosi con la multiplicatione delle spire più lungo il toccamento, & in consequenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda, e l'acconsentir alla traente forza. Hor chi non vede, che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille, e mille simili auuolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, si che poche son le spire, con le quali trà di loro s'intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino, suste.

Sagr. Cessa per il vostro discorso nella mia mente la marauiglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano compresè da me. Vno era il



vedere, come due, ò al più trè riuolte del canapo intorno al fuso dell'Argano potenano non solamẽte ritenerlo, che tirato dall'immensa forza del peso, che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, mà che di più girãdo l'Argano il medesimo fuso col solo toccamento del canapo, che lo strigne, potesse con li succedenti rauuolgimenti tirare, e solleuare vastissime pietre, mentre che le braccia d'vn debile ragazzo vanno ritenendo, e radunando l'altro capo del medesimo canapo. L'altro è d'vn semplice, mà arguto ordigno trouato da vn giouane mio parente per poter con vna corda calarsi da vna finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo auanti gli era interuenuto con sua grandissima offesa. Ne farò per facile intelligenza vn piccolo schizzo. Intorno à vn simil Cilindro di legno AB grosso, come vna canna, e lungo circa vn palmo incauò vn canaletto in forma di spira di vna voluta, e mezzo, e non più, e di larghezza capace della corda, che voleua adoprare; e questa fece entrare per il canale dal termine A, & vscire per l'altro B, circondando poi tal Cilindro, e corda con vn cãnone pur di legno, ouero anco di latta, mà diuiso per lungo, & ingangherato, si che liberamente potesse aprirsi, e chiudersi: & abbracciando poi, e stringendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda à vn fermo ritegno di sopra, si sospese sù le braccia, e riuscì tale la compressione della corda tra l cannone ambiente, e'l Cilindro, che ad arbitrio suo strignendo

gnendo fortemente le mani poteua sostenersi senza calare, & allentadole vn poco si calaua lentamente à suo piacimento.

Salu. Ingegnosa veramente inuentione, e per intera esplicatione della sua natura mi par di scorgere così per ombra, che qualche altra speculatione si potesse aggiugnere: mà non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare; e massime volendo voi sentir' il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi, e della maggior parte de i legni: mà la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali per mio giuditio si riduco no à due capi; l'vno de i quali è quella decantata repugnanza, che hà la natura all'ammettere il vacuo: per l'altro bisogna (non bastando questo del Vacuo) introdur qualche glutine, visco, ò colla, che tenacemente colleghi le particole, delle quali esso corpo è composto. Dirò prima del Vacuo, mostrando con chiare esperienze, quale, e quanta sia la sua virtù. E prima il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo, ò di vetro esquisitamente spianate, pulite, e lustre, che posata l'vna sù l'altra, senza veruna fatica se gli muoue sopra strisciando (sicuro argumento, che nissun glutine le congiunge) mà che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si troua, che la superiore solleua, e si tira dietro l'altra, e perpetuamente la ritiene solleuata, ancorche assai grossa, e graue, euidentemente ci mostra l'orrore della natura nel douer ammettere, se ben per breue momento di tempo, lo spatio voto, che trà di quelle rimarrebbe auanti, che il concorso delle parti dell'arca circostante l'hauesse occupato, e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si troua fuor di quella della sola grauità, mà in vn'alzamento repentino l'inferior pietra si solleua, mà subito ricade, seguendo solamente la sourana per quel breuissimo tẽpo, che basta per la distrattione di quella poca d aria, che s'interponeua trà le lastre, che non ben combacciauano, e per l'ingresso dell'altra circunfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge trà le due lastre, non si può dubitare, che parimente non risegga trà le parti di vn solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco à parte, e come causa concomitante.

Sagr. Fermate di gratia, e concedetemi, ch'io dica vna particolar cõsideratione, che pur' ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere, come la piastra inferiore segue la superiore, e che con moto velocissimo vien solleuata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti Filosofi, è forse d'Aristotele medesimo il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perche quando fusse tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna

si separerebbero, già che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separatione, e per il concorso dell'aria ambiente à riempir quel vacuo, che trà esse potesse restare. Del seguir dunque che fà l'inferior lastra la superiore, si raccoglie, come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo. E si raccoglie insieme, che pur trà le medesime piastre resti qualche vacuo almeno per breuissimo tempo, cioè per tutto quello, che passa nel mouimento dell'ambiente mentre concorre à riempire il Vacuo: che se Vacuo non vi restasse, nè di concorso, nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Conuerrà dunque dire, che pur per violenza, ò contro à natura il vacuo tal' or si conceda (benche l'opinion mia è, che nissuna cosa sia contro à natura saluo che l impossibile, il quale poi non è mai.) Mà quì mi nasce vn'altra difficoltà: & è che se ben l'esperienza m'assicura della verità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa, alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperoche l'effetto della separatione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in consequenza alla separatione succederebbe: e perche mi pare, che la causa debba se non di tempo, almeno di natura precedere all'effetto, e che d'vn'effetto positiuo positiua altresi debba esser la causa, non resto capace, come dall'aderenza delle due piastre, e della repugnanza all'esser separate, effetti che gia sono in atto, si possa referir la cagione al Vacuo, che non è, mà che harebbe à seguire. E delle cose che non sono, nissuna può esser l'operatione conforme al pronuntiato certissimo del Filosofo.

Simp. Mà già che concedete questo Assioma ad Aristotele, non credo, che siate per negargliene vn'altro bellissimo, e vero: e questo è che la natura non intraprende à voler fare quello, che repugna ad esser fatto: dal qual Pronunciato mi par che dependa la solutione del nostro dubbio. perche dunque à se medesimo repugna essere vno spatio vacuo, vieta la natura il far quello, in consequenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separatione delle due lastre.

Sagr. Hora ammesso per solutione adequata del mio dubbio questo che produce il Sig. Simplicio seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al Vacuo deurebbe esser bastante ritegno dalle parti di vn solido di pietra, ò di metallo, ò se altre ve ne sono, che più saldamente stiano congiunte, e renitenti alla diuisione. Perche se di vno effetto vna sola è la cagione, si come io hò inteso, e creduto, ò se pur molte se n'assegnano, ad vna sola si riducono; perche questa del Vacuo che sicuramente è, non basterà per tutte le resistenze?

Salu. Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il Vacuo senz'altro ritegno sia per se solo bastante à tenere vnite le parti disunibili de i corpi consistenti, mà vi dico bene, che la ragione del Vacuo che milita, e conclude nelle due piastre, non basta per se sola al saldo collegamēto

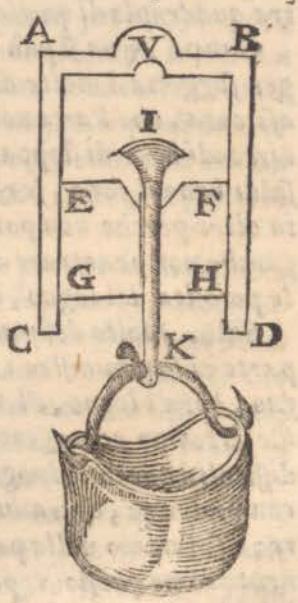
delle

delle parti di vn ſolido Cilindro di marmo, ò di metallo, le quali violentate da forze gagliarde, che dirittamente le tirino, finalmente ſi ſeparano, e ſi diuidono. E quando io troui modo di diſtinguer queſta già conoſciuta reſiſtenza dependente dal Vacuo, da ogni altra, qualunque ella ſi fuſse, che con lei concorreſſe infortificar l'attaccamento, e che io vi faccia vedere, come eſſa ſola non ſia à gran pezzo baſtante per tale effetto, non concederete voi, che ſia neceſsario introdurne altra? Aiutatelo Sig. Simplicio già che egli ſtà ambiguo ſopra quello, che debba riſpondere.

Simp. E' forza, che la ſoſpenſione del Sig. Sagredo ſia per altro riſpetto, non reſtando luogo di dubitare ſopra sì chiara, e neceſsaria cõſequẽza.

Sagr. Voi Sig. Simplicio l'hauete indouinato. Andauo penſando, ſe non baſtando vn million d oro l'anno, che vien di Spagna per pagar l'eſercito, fuſse neceſsario far' altra prouiſione, che di danari per le paghe de Soldati. Mà ſeguitate pur Sig. Saluiati, e ſupponendo ch'io ammetta la voſtra conſequenza, moſtrateci il modo di ſeparare l'operatione del Vacuo dall'altre, e miſurandola fateci vedere, come ella ſia ſcarſa per l'effetto, di che ſi parla.

Salu. Il voſtro Demonio vi aſſiſte. Dirò il modo dell'appartar la virtù del Vacuo dall'altre, e poi la maniera del miſurarla. E per appartarla piglieremo vna materia continua; le cui parti manchino di ogni altra reſiſtenza alla ſeparatione fuor che di quella del Vacuo, quale à lungo è ſtato dimoſtrato in certo Trattato del noſtro Accademico eſſer l'Acqua. Talche qualunque volta ſi diſponeſſe vn Cilindro d'Acqua, e che attratto ſi ſentiſſe reſiſtenza allo ſtaccamento delle ſue parti, queſto da altra cagione, che dalla repugnanza al Vacuo, non potrebbe riconoſcerſi. Per far poi vna tale eſperienza mi ſon immaginato vn'artifitio, il quale con l'aiuto di vn poco di diſegno meglio, che con ſemplici parole, potrò dichiarare. Figuro queſto CABD eſſere il profilo di vn Cilindro di metallo, ò di vetro, che ſarebbe meglio voto dentro, mà giuſtiſſimamente tornito, nel cui concauo entri con eſquiſitiſſimo contatto vn Cilindro di legno, il cui profilo noto EGHF, il qual Cilindro ſi poſſa ſpignere in sù, è in giù: e queſto voglio, che ſia bucato nel mezzo, sì che vi paſsi vn filo di ferro oncinato nell'eſtremità K, e l'altro capo I vadia ingroſſandoſi in forma di Cono, ò turbine, facendo che il foro fatto nel legno ſia nella parte di ſopra eſſo ancora incauato in forma di Conica ſuperficie aggiuſtata puntualmente per riceue-



re la Conica estremità I del ferro IK qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Inserto il legno; ò vogliamolo chiamar Zaffo EH nel cauo Cilindro AD non voglio, che arriui sino alla superior superficie di esso Cilindro, mà che ne resti lontano due, ò trè dita: e tale spatio deue esser ripieno di Acqua, la quale vi si metterà tenendo il vaso con la bocca CD all'in sù, e calcandoui sopra il Zaffo EH col tenere il turbine I remoto alquanto dal cauo del legno, per lasciar l'esito all'aria, che nel calcare il Zaffo se n'vscirà per il foro del legno, che perciò si fà alquanto più largo della grossezza dell'astricciuola di ferro IK. Dato l'esito all'aria, e ritirato il ferro, che ben suggelli su'l legno col suo turbine I si riuolterà il vaso tutto con la bocca all'in giù, & attaccando all'oncino K vn recipiente da metterui dentro rena, ò altra materia graue, si caricherà tanto che finalmente la superior superficie EF del Zaffo si staccherà dall'inferiore dell'Acqua, alla quale niente altro la teneua congiunta, che la repugnanza del Vacuo: pesando poi il Zaffo col ferro, col recipiente, e con ciò che vi sarà dentro, haremo la quantità della forza del Vacuo: e se attaccato à vn Cilindro di marmo, ò di cristallo grosso, quanto il Cilindro dell'Acqua, peso tale, che insieme col peso proprio dell'istesso marmo, ò cristallo pareggi la grauità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del Vacuo tener le parti del marmo, e cristallo congiunte: mà non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnerui quattro volte altrettanto peso, conuerrà dire la resistenza del Vacuo esser delle cinque parti vna, e l'altra quadrupla di quella del Vacuo.

Simp. Non si può negare, che l'inuentione non sia ingegnosa: mà l'hò per soggetta à molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perche chi ci assicura, che l'aria non possa penetrar tra'l vetro, e'l Zaffo, ancorche si circondi bene di stoppa, ò altra materia cedente; e così acciò che'l Cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l'vngerlo con cera, ò trementina: in oltre perche non potrebbero le parti dell'Acqua distrarsi, e rarefarsi; perche non penetrare aria, ò esalationi, ò altre sustanze più sottili per le porosità del legno, ò anche dell'istesso vetro?

Salu. Molto destramente ci muoue il Sig. Simplicio le difficoltà, & in parte ci sumministra i rimedij, quanto alla penetration dell'aria per il legno, ò tra'l legno, e'l vetro. Mà io oltre di ciò noto, che potremo nell'istesso tempo accorgerci con acquisto di nuoue cognitioni, se le promosse difficoltà haranno luogo, imperò che se l'Acqua sarà per natura, sè ben con violenza, distraibile, come accade nell'aria, si vedrà il Zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro vn poco di ombelico prominente come questo V penetrando per la sustanza, ò porosità del vetro, ò del legno, aria, ò altra più tenue, e spiritosa materia, si vedrà radunare

re (cedendogli l'acqua) nell'eminenza V, le quali cose, quando non si scorgano, verremo assicurati l'esperienza esser con le debite cautele stata tentata; e conosceremo l acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia benche sottilissima.

Sagr. Et io mercè di questi discorsi ritrouo la causa di vn'effetto, che lungo tempo m'hà tenuto la mente ingombrata di marauiglia, e vota d'intelligenza. Osseruai già vna Citerna, nella quale per trarne l'acqua fù fatta fare vna Tromba, da chi forse credeua, mà vanamente di poterne cauare con minor fatica l'istessa, ò maggior quantità, che con le secchie ordinarie; & hà questa Tromba il suo stantuffo, e animella sù alta, si che l'acqua si fà salire per attrattione, e non per impulso, come fanno le Trombe, che hanno l'ordigno da basso. Questa fin che nella Citerna vi è acqua fino ad vna determinata altezza, la tira abbondantemente, mà quando l'acqua abbassa oltre à vn determinato segno, la Tromba non lauora più. Io credetti, la prima volta che osseruai tale accidente, che l'ordigno fusse guasto, e trouato il Maestro, acciò lo raccomodasse, mi disse che non vi era altrimente difetto alcuno fuor che nell'acqua, la quale essendosi abbassata troppo, non patiua d'esser alzata à tanta altezza; e mi soggiunse nè con Trombe, nè con altra machina, che solleui l'acqua per attrattione, esser possibile farla montare vn capello più di diciotto braccia, e siano le Trombe larghe, ò strette, questa è la misura dell'altezza limitatissima. Et io fin hora sono stato così poco accorto, che intendendo, che vna corda, vna mazza di legno, e vna verga di ferro si può tanto, e tanto allungare, che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è souuenuto, che l'istesso molto più ageuolmente accaderà di vna corda, ò verga d'acqua. E che altro è quello, che si attrae nella Tromba, che vn Cilindro di acqua, il quale hauendo la sua attaccatura di sopra, allungato più, e più, finalmente arriua à quel termine, oltre al quale tirato dal suo già fatto souerchio peso non altrimente che se fusse vna corda si strappa?

Salu. Così puntualmente cammina il negotio; e perche la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell altezza, alla quale qualsiuoglia quantità d'acqua, siano cioè le Trombe larghissime, ò strette, ò strettissime, quanto vn fil di paglia può sostentarsi, tutta volta che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo, ò stretto, haremo il valore dell a resistenza del Vacuo ne i Cilindri di qualsiuoglia materia solida grossi quanto sono i concaui de i cannoni proposti. E già che hauiamo detto tanto, mostriamo, come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri, &c. si può facilmente ritrouare fino à quanta lunghezza si potrebbono allungare Cilindri, fili, ò verghe di qualsiuoglia grossezza, oltre alla quale grauati dal proprio peso più nõ potrebber reg-

gersi,

gersi, mà si strapperebbero. Pigliſi per eſempio vn fil di rame di qualſi-uoglia groſſezza, e lunghezza, e fermato vn de ſuoi capi ad alto ſi vadia aggiugnendo all'altro maggior, e maggior peſo, ſi che finalmente ſi ſtrappi, e ſia il peſo maſſimo, che poteſſe ſoſtenere, v. gr. cinquanta libbre. E manifeſto, che cinquanta libbre di rame oltre al proprio peſo, che ſia per eſempio vn'ottauo d'oncia tirato in filo di tal groſſezza, ſarebbe la lunghezza maſſima del filo, che ſe ſteſſo poteſſe reggere. Miſuriſi poi quanto era lungo il filo, che ſi ſtrappò, e ſia, v. gr. vn braccio: e perche peſò vn'ottauo d'oncia, e reſſe ſe ſteſſo, e cinquanta libbre appreſſo, che ſono ottaui d oncia quattro mila ottocento, diremo tutti i fili di rame qualunque ſi ſia la lor groſſezza poterſi reggere ſino alla lunghezza di quattromila ottocento vn braccio, e non più; e così vna verga di rame potendo reggerſi ſino alla lũghezza di quattromila ottocento vn braccio, la reſiſtenza, che ella troua dependente cal Vacuo, riſpetto al reſtante è tanta, quanto importa il peſo d'vna verga d'acqua lunga braccia diciotto, e groſſa, quanto quella ſteſſa di rame; e trouandeſi v. gr. il rame eſſer noue volte piu graue dell'acqua di qualunque verga di rame la reſiſtenza allo ſtrapparſi dependente dalla ragion del Vacuo importa, quanto è il peſo di due braccia dell iſteſſa verga; e con ſimil diſcorſo, & operatione, ſi potranno trouare le lunghezze delle fila, ò verghie di tutte le materie ſolide ridotte alla maſſima, che ſoſtener ſi poſſa, & inſieme qual parte habbia il Vacuo nella lor reſiſtenza.

Sagr. Reſta hora, che ci dichiate in qual coſa conſiſta il reſto della renitenza, cioè, qual ſia il glutine, ò viſco, che ritien' attaccate le parti del ſolido oltre à quello, che deriua dal Vacuo; perche io non ſaprei imaginarmi, qual colla ſia quella, che non poſſa eſſer' arſa, e conſumata in vna ardentiſsima fornace in due, trè, e quattro meſi, nè in dieci, ò in cento; doue ſtando tanto tempo argento, oro, e vetro liquefatti, cauati poi tornano le parti loro nel freddarſi à riunirſi, e rattaccarſi, come prima. Oltre che la medeſima difficoltà, che hò nell'attaccamento delle parti del Vetro, l harò io nelle parti della colla, cioè, che coſa ſia quella, che le tiene così ſaldamente congiunte.

Salu. Pur poco fà Vi diſsi, che'l Voſtro Demonio Vi aſsiſteua: ſono io ancora nelle medeſime anguſtie, & ancor' io toccando con mano, come la repugnanza del Vacuo è indubitalmente quella, che non permette, ſe non con gran Violenza, la ſeparatione delle due laſtre, e più delle due gran parti della Colonna di marmo, ò di bronzo, non sò Vedere, come non habbia ad hauer luogo, & eſser parimente cagione della coerenza delle parti minori, e ſino delle minime Vltime delle medeſime materie; & eſsendo che d'Vn'effetto Vna ſola è la Vera, e potiſsima cauſa, mentre io non trouo altro glutine, perche non debbo tentar di Vedere, ſe queſte del Vacuo, che ſi troua, può baſtarci?

Simp.

Simp. *Se di già voi hauete dimostrato la resistenza del gran Vacuo nel separarsi le due gran parti di vn solido esser piccolissima in comparation di quella, che tien congiunte le particole minime, come non volete tener più che per certo questa esser diuersissima da quella?*

Salu. *A questo rispose il S. Sagr. che pur si pagauano tutti i particolari Soldati con danari raccolti da impositioni generali di soldi, e di quattrini, se bene vn Million d'oro non bastaua à pagar tutto l'esercito. E chi sà, che altri minutissimi Vacui non lauorino per le minutissime particole, sì che per tutto sia dell'istessa moneta quello, con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello, che tal'ora mi è passato per l'imaginatione: ve lo dò, non come verità risoluta, mà come vna qual si sia fantasia piena anco d'indigestioni sottoponendola à più alte contemplationi. Cauatene se nulla vi è, che vi gusti, il resto giudicatelo, come più vi pare. Nel considerar tal volta, come andando il fuoco serpendo trà le minime particole di questo, e di quel metallo, che tanto saldamente si trouano congiunte, finalmente le separa, e disunisce; e come poi partendosi il fuoco tornano con la medesima tenacità di prima à ricongiugnersi senza diminuirsi punto la quantità nell'oro, e pochissimo in altri metalli anco per lungo tempo, che restino distrutti, pensai, che ciò potesse accadere, perche le sottilissime particole del fuoco penetrando per gli angusti pori del metallo (trà i quali per la loro strettezza non potessero passare i minimi dell'aria, nè di molti altri fluidj) col riempire i minimi Vacui trà esse frapositi liberassero le minime particole di quello dalla violenza, con la quale i medesimi Vacui l'vna contro l'altra attragono, proibendogli la separatione; e così potendosi liberamente muouere, la lor massa ne diuenisse fluida, e tale restasse, sin che gl'ignicoli trà esse dimorassero: partendosi poi quelli, e lasciando i pristini Vacui, tornasse la lor solita attrattione, & in consequenza l'attaccamento delle parti. Et all'instanza del S. Simp. parmi, che si possa rispondere, che se bene tali Vacui sarebber piccolissimi, & in consequenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttauia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) multiplica le resistenze: e quale, e quanta sia la forza, che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene euidentissimo argomento il veder noi vn peso di Milioni di libbre sostenuto da canapi grossissimi, cedere, e finalmente lasciarsi vincere, e solleuare dall'assalto de gl'innumerabili atomi di acqua, li quali ò spinti dall'Austro, ò pur che distesi in tenuissima nebbia si vadano mouendo per l'aria, vanno a cacciarsi trà fibra, e fibra de i canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; sì che penetrando per gli angusti meati ingrossano le corde, e per consequenza le scorciano, onde la mole grauissima à forza vien solleuata.*

Sagr.

Sagr. *Ei non è dubbio alcuno, che, mentre vna resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minutissime forze esser superata; sì che anco vn numero di formiche straccherebbe per terra vna naue carica di grano: perche il senso ci mostra cotidianamente, che vna formica destramente porta vn granello; e chiara cosa è, che nella naue non sono infiniti granelli, mà compresi dentro à qualche numero, del quale sene può prendere vn'altro quattro, e sei volte maggiore, al quale se ne prenderà vn'altro di formiche eguale, e si porranno in opera, condurranno per terra il grano, e la naue ancora. E' ben vero, che bisognerà, che il numero sia grande, come anco per mio parere quello de i Vacui, che tengono attaccati i minimi del metallo.*

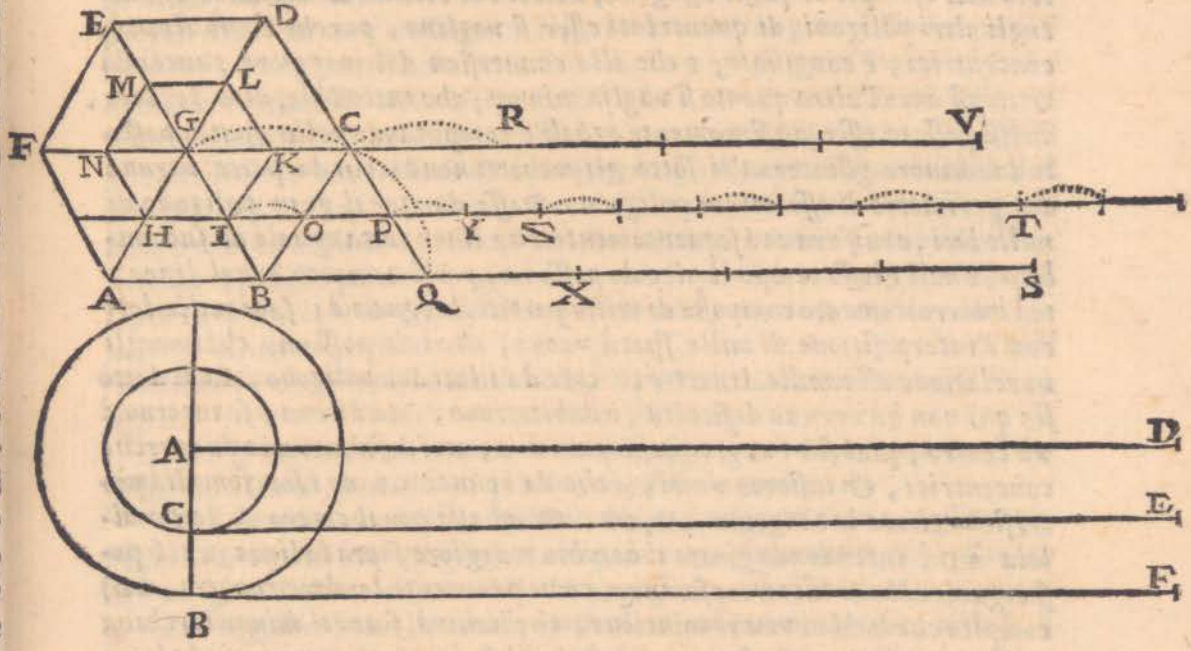
Salu. *Mà quando bisognasse, che fussero anche infiniti, l'hauete voi forse per impossibile?*

Sagr. *Nò, quando quel metallo fusse vna mole infinita: altrimenti.*

Salu. *Altrimenti che? Orsù già che si è messo mano à i Paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in vna continua estensione finita non repugni il potersi ritrouar' infiniti Vacui: e nell'istesso tempo ci verrà se non altro, almeno arreccata vna soluzione del più ammirabile problema, che sia d'Aristotele messo trà quelli, che esso medesimo addimanda ammirandi, dico trà le questioni Mecaniche; e la soluzione potrebbe esser per auuentura non meno esplicante, e concludente di quella, che egli medesimo ne arrecca; e diuersa anco da quello, che molto acutamente vi considera il dottissimo Monsr. di Gueuara. Mà bisogna prima dichiarare vna Propositione non toccata da altri, dalla quale depende lo scioglimento della questione, che poi, s io non m'inganno, si tira dietro altre notitie nuoue, & ammirande; per intelligenza di che accuratamente descriueremo la figura: però intendiamo vn poligono equilatero, & equiangolo di quanti lati esser si voglia, descritto intorno à questo centro* G, *e sia per hora vn Essagono* ABCDEF *simile al quale, & ad esso concentrico ne descriueremo Vn'altro minore, quale noteremo* HIKLMN, *e del maggiore si prolunghi Vn lato* AB *indeterminatamente Verso* S, *e del minore il rispondente lato* HI *sia Verso la medesima parte similmente prodotto, segnando la linea* HT *parallella all'*AS, *e per il centro passi l'altra alle medesime equidistante* GV. *Fatto questo il maggior poligono riuolgersi sopra la linea* AS *portando seco l'altro poligono minore. E' chiaro che stando fisso il punto* B *termine del lato* AB, *mentre si comincia la reuolutione, l'angolo* A *si solleuerà, e'l punto* C *s'abbasserà descriuendo l'arco* CQ, *si che il lato* BC *si adatti alla linea à se stesso eguale* BQ: *mà in tal conuersione l'angolo* I *del minor poligono si eleuerà sopra la linea* IT *per esser la* IB *obliqua*

sopra

sopra l' AS: nè prima tornerà il punto I sù la parallela IT, se nõ quãdo il punto C sarà peruenuto in Q: all'ora l' I sarà caduto in O dopo hauer descritto l'arco IO fuori della linea HT, & all'ora il lato IK sarà passato in OP. Mà il centro G trà tanto sempre hauerà camina-



to fuori della linea GV, sù la quale non sarà tornato, se non dopo hauer descritto l'arco GC. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito à posare co'l lato BC. sù la linea BQ. il lato IK del minore sopra la linea OP hauendo saltato tutte la parte IO senza toccarla, e'l centro G peruenuto in C facendo tutto il suo corso fuori della parallela GV. E finalmente tutta la figura si sarà rimessa in vn posto simile al primo; sì che continuandosi la reuolutione, e venendo al secondo passo il lato del maggior poligono DC si adatterà alla parte QX, il KL del minore (hauendo prima saltato l'arco PY) caderà in YZ, & il centro procedendo sempre fuori della GV in essa caderà solamente in R dopo il grã salto CR. Et in vltimo finita vna intera conuersione, il maggior poligono haurà calcate sopra la sua AS, sei linee eguali al suo perimetro senza veruna interpositione, il poligono minore harà parimente impresse sei linee eguali all'ambito suo, mà discontinuate dall'interpositione di cinque archi, sotto i quali restano le corde: parti della parallela HT non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è conuenuto mai con la parallela GV saluo che in sei punti. Di quì potete comprendere, co-

me lo ſpatio paſſato dal minor poligono è quaſi eguale al paſſato dal maggiore, cioè la linea HT *alla* AS, *della quale è ſolamente minore, quanto è la corda d'vno di queſti archi, intendendo però la linea* HT *inſieme con li ſpatij de i cinque archi. Hora queſto, che vi hò eſpoſto, e dichiarato nell'eſempio di queſti Eſſagoni, vorrei che intendeſte accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati eſſer ſi voglino, purche ſiano ſimili, concentrici, e congiunti; e che alla conuerſion del maggiore s'intenda rigirarſi anco l'altro quanto ſi voglia minore; che intendeſte, dico, le linee da eſſi paſſate eſſer proſſimamente eguali, computando nello ſpatio paſſato dal minore gl'interualli ſotto gli archetti non tocchi da parte veruna del perimetro di eſſo minor poligono. Paſſa dunque il gran poligono di mille lati, e miſura conſequentemente vna linea retta eguale al ſuo ambito; e nell'iſteſſo tempo il piccolo paſſa vna proſſimamente egual linea, mà interrottamente compoſta di mille particelle eguali à i ſuoi mille lati con l'interpoſitione di mille ſpatij vacui, che tali poſſiamo chiamargli in relatione alle mille lineette toccate da i lati del poligono. Et il detto ſin quì non hà veruna difficoltà, ò dubitatione. Mà ditemi, ſe intorno à vn centro, qual ſia, v. gr. queſto punto* A, *noi deſcriueremo due cerchi concentrici, & inſieme vniti, e che da i punti* CB *de i lor ſemidiametri ſiano tirate le tangenti* CE, BF, *& ad eſſe per il centro* A *la parallela* AD, *intendendo girato il cerchio maggiore ſopra la linea* BF *(poſta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due* CE, AD) *compita che habbia vna reuolutione, che hauerà fatto il minor cerchio, e che il centro? queſto ſicuramente hauerà ſcorſa, e toccata tutta la linea* AD, *e la circonferenza di quello hauerà con li ſuoi toccamenti miſurata tutta la* CE, *facendo l'iſteſſo, che fecero i poligoni di ſopra: in queſto ſolamente differenti, che la linea* HT *non fù tocca in tutte le ſue parti dal perimetro del minor poligono, mà ne furon laſciate tante intatte con l'interpoſitione di vacui ſaltati, quante furon le parti tocche da i lati; mà qui ne i cerchi mai non ſi ſepara la circonferenza del minor cerchio dalla linea* CE, *sì che alcuna ſua parte non venga tocca, nè mai quello, che tocca della circonferenza è manco del toccato nella retta. Hor come dunque può ſenza ſalti ſcorrere il cerchio minore vna linea tãto maggiore della ſua circonferenza?*

Sagr. *Andaua penſando, ſe ſi poteſſe dire, che ſi come il centro del cerchio eſso ſolo ſtraſcicato ſopra* AD *la tocca tutta eſsendo anco vn punto ſolo, così poteſſero i punti della circonferenza minore tirati dal moto della maggiore andare ſtraſcicandoſi per qualche particella della linea* CE.

Salu. *Queſto non può eſsere per due ragioni; prima perche non ſarebbe maggior ragione, che alcuno de i toccamenti ſimili al* C *andaſſero ſtraſcican-*

ſcicando per qualche parte della linea CE, *& altrinò: e quando queſto fuſſe eſſendo tali toccamenti (perche ſon punti) infiniti gli ſtraſcichi ſopra la* CE *ſarebbero infiniti, &, eſſendo quanti, farebbero vna linea infinita, mà la* CE *è finita. L'altra ragione è, che mutãdo il cerchio grãde nella ſua conuerſione continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non ſi potendo da altro punto che dal pũto* B *tirare vna linea retta ſino al centro* A. *e che paſſaſſe per il punto* C, *ſi che mutando contatto la circonferenza grande lo muta ancora la piccola, nè pũto alcuno della piccola tocca più d'vn punto della ſua retta* CE, *oltre che anco nella conuerſione de i poligoni niſſun punto del perimetro del minore ſi adattaua à più d'vn punto della linea, che dal medeſimo perimetro veniua miſurata, come ſi può facilmente intendere, conſiderando la linea* IK *eſſer parallela alla* BC, *onde ſin che la* BC *non ſi ſchiaccia ſopra la* BQ, *la* IK *reſta ſolleuata ſopra la* IP, *nè prima la calca, ſe non nel medeſimo inſtante che la* BC *ſi vniſce con la* BQ, *& allora tutta inſieme la* IK *ſi vniſce con la* OP, *e poi immediatamente ſe gli eleua ſopra.*

Sagr. *Il negotio è veramente molto intrigato, nè à me ſouuiene ſcioglimento alcuno, però diteci quello, che à noi conuiene.*

Salu. *Io ricorrerei alla conſideratione de i poligoni ſopra conſiderati, l'effetto de i quali è intelligibile, e di già compreſo, e direi, che ſi come ne i poligoni di centomila lati alla linea piſſata, e miſurata dal perimetro del maggiore, cioè, da i centomila ſuoi lati continuamente diſteſi, è eguale la miſurata da i centomila lati del minore, mà con l'interpoſitione di centomila ſpatij vacui trapoſti: così direi ne i cerchi (che ſon poligoni di lati infiniti) la linea paſſata da gl'infiniti lati del cerchio grande, continuamente diſpoſti, eſſer pareggiata in lunghezza della linea paſſata da gl infiniti lati del minore, mà da queſti con l'interpoſition d'altrettanti vacui trà eſſi; e ſi come i lati non ſon quanti, mà bene infiniti, così gl'interpoſti vacui non ſon quanti, mà infiniti, quelli cioè infiniti punti tutti pieni, e queſti infiniti punti parte pieni, e parte vacui. E quì voglio, che notiate come riſoluendo, e diuidendo vna linea in parti quante, e per conſequenza numerate, non è poſſibile diſporle in vna eſtenſione maggiore di quella, che occupaua mentre ſtauano continuate, e congiunte, ſenza l'interpoſitione d'altrettanti ſpatij vacui, mà imaginandola riſoluta in parti non quante, cioè ne' ſuoi infiniti indiuiſibili la poſſiamo concepire diſtratta in immenſo ſenza l'interpoſitione di ſpatij quanti vacui, mà ſi bene d infiniti indiuiſibili vacui. E queſto che ſi dice delle ſemplici linee, s'intenderà detto delle ſuperficie, e de corpi ſolidi, conſiderandogli compoſti di infiniti atomi non quanti; mentre gli vorremo diuidere in parti quante, non è dubbio, che non potremo diſpor-*

le in ſpatij più ámpli del primo occupato dal ſolido ſe non con l'interpoſitione di ſpatij quanti Vacui, vacui dico almeno della materia del ſolido: mà ſe intenderemo l'altiſſima, & vltima reſolutione fatta ne i primi componenti non quanti, & infiniti, potremo concepire tali componenti diſtratti in ſpatio immenſo ſenza l'interpoſitione di ſpatij quanti Vacui, mà ſolamente di vacui infiniti non quanti; & in queſta guiſa non repugna diſtrarſi, v. gr. vn piccolo globetto d'oro in vno ſpatio grandiſſimo ſenza ammettere ſpatij quanti vacui: tuttauolta però, che ammettiamo l'Oro eſſer compoſto di infiniti indiuiſibili.

Simp. *Parmi che voi camminate alla Via di quei vacui diſſeminati di certo Filoſofo antico.*

Salu. *Mà però voi non ſoggiugnete: Il quale negaua la prouidenza diuina: come in certo ſimil propoſito aſſai poco à propoſito ſoggiunſe vn tale antagoniſta del noſtro Accademico.*

Simp. *Veddi bene, e non ſenza ſtomaco, il liuore del mal'affetto contraditore; mà io non ſolamente per termine di buona creanza non toccherei ſimili taſti, mà perche sò quanto ſono diſcordi dalla mente ben temperata, e bene organizata di V. S. non ſolo religioſa, e pia, mà cattolica, e ſanta. Mà ritornando ſu'l propoſito: Molte difficoltà ſento naſcermi da gli hauuti diſcorſi, dalle quali Veramente io non ſaprei liberarmi. E per Vna mi ſi para auanti queſta, che ſe le circonferenze de i due cerchi ſono eguali alle due rette* CE, BF, *queſta continuamente preſa, e quella con l'interpoſitione d'infiniti punti vacui l'* AD *deſcritta dal centro, che è vn punto ſolo in qual manieria ſi potrà chiamare ad eſſo eguale contenendone infiniti? In oltre quel comporre la linea di punti, il diuiſibile di indiuiſibili, il quanto di non quanti, mi paiono ſcogli aſſai duri da paſſargli: E l'iſteſſo douer'ammettere il vacuo tanto concludentemente reprouato da Ariſtotele non manca delle medeſime difficoltà.*

Salu. *Ci ſono veramente coteſte, e dell'altre: mà ricordiamoci, che ſiamo trà gl'infiniti, e gl'indiuiſibi, quelli incomprenſibili del noſtro intelletto finito per la lor grandezza, e queſti per la lor piccolezza; con tuttociò veggiamo, che l'humano diſcorſo non Vuol'rimanerſi dall'aggirarſegli attorno, dal che pigliando io ancora qualche libertà produrrei alcuna mia fantaſticheria ſe non concludente neceſſariamente, almeno per la nouità apportatrice di qualche marauiglia: mà forſe il diuertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parerui importuno, e però poco grato.*

Sagr. *Di gratia godiamo del benefitio, e priuilegio, che s'hà dal parlar con i Viui, e trà gli amici, e più di coſe arbitrarie, e non neceſſarie, differente dal trattar co' libri morti, li quali ti eccitano mille dubij, e neſſuno te ne riſoluono. Fateci dunque partecipi di quelle conſideratio-*

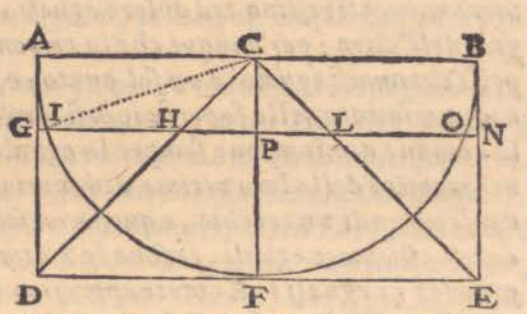
ni,

ni, che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, che non ci mancherà tempo, mercè dell'esser noi disobbligati da funtioni necessarie, di continuar, e risoluere l'altre materie intrapreſe, & in particolare i dubbij toccati dal Sig. Simp. non si trapassino in tutti modi.

Salu. *Così si faccia, poiche tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fù, come si possa mai capire, che vn sol punto sia eguale ad vna linea, vedendo di non ci poter far' altro per ora, prouerò di quietare, ò almeno temperare vna improbabilità con vn'altra simile, ò maggiore, come taluolta vna marauiglia si attutisce con vn miracolo. E questo sarà col mostrarui due superficie eguali, & insieme due corpi pur eguali, e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati andarsi continuamente, & egualmente e queste, e quelli nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre trà di loro eguali i loro residui, e finalmente andare si le superficie, come i solidi à terminare le lor perpetue egualità precedenti l'vno de i solidi con l'vna delle superficie in vna lunghissima linea, e l'altro solido con l'altra superficie in vn sol punto; cioè questi in vn sol punto, e quelli in infiniti.*

Sagr. *Ammirabil proposta veramente mi par cotesta, però sentiamone l'esplicatione, e la dimostratione.*

Salu. *E necessario farne la figura, perche la proua è pura Geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio* AFB, *il cui centro* C, *& intorno ad esso il parallelogammo rettangolo* ADEB, *e dal centro à i punti* DE *siano tirate le rette linee* CD, CE; *Figurandoci poi il semidiametro* CF *perpendicolare à vna delle due* AB, DE *immobile intendiamo intorno à quello girarsi tutta questa figura; E manifesto, che dal rettangolo* ADEB *verrà descritto vn Cilindro, del semicircolo* AFB *vna mezza sfera, e dal triangolo* CDE *vn Cono. Inteso questo, voglio che ci immaginiamo esser leuato via l'Emisferio, lasciando però il Cono, e quello che rimarrà del Cilindro, il quale dalla figura, che riterrà simile à vna Scodella, chiameremo pure Scodella; della quale, e del Cono prima dimostreremo che sono eguali; e poi vn piano tirato parallelo al cerchio, che è base della Scodella, il cui diametro è la linea* DE, *e centro* F, *dimostreremo tal piano, che passasse, v.gr. per la linea* GH *segando la Scodella ne i punti* GI, ON, *& il Cono ne punti* HL *tagliare la parte del Cono* CHL *eguale sempre alla parte della Scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli* GAI, BON, *e di più si proverà la base*



ancora

ancora del medesimo Cono, cioè il cerchio, il cui diametro HL esser' eguale à quella circolar superficie, che è base della parte della Scodella, che è come se dicessimo vn nastro di larghezza, quanta è la linea GI (notate intanto, che cosa sono le definitioni de i Matematici, che sono vna imposition di nomi, ò vogliam dire abbreuiationi di parlare, ordinate, & introdotte per leuar lo stento tedioso, che voi, & io sentiamo di presente per non hauer conuenuto insieme di chiamar, v. gr. questa superficie nastro circolare, e quel solido acutissimo della scodella rasoio rotondo) hor comunque vi piaccia chiamargli, bastiui intendere che il piano prodotto per qualsiuoglia distanza, pur che sia parallelo alla base, cioè al cerchio il cui diametro DE taglia sempre i due solidi, cioè la parte del Cono C HL, e la superior parte della scodella eguali trà di loro: e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro, e'l cerchio HL pur trà loro eguali. Dal che ne segue la marauiglia accennata: cioè che se intenderemo il segante piano successiuamente inalzato verso la linea AB sempre le parti de i solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali, e finalmente alzando, e alzando, tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali) vanno à terminare l'vna coppia di loro in vna circonferenza di vn cerchio, e l'altra in vn sol punto: che tali sono l'orlo supremo della scodella, e la cuspide del cono. Or mentre che nella diminutione de i due solidi si và sino all'vltimo mantenendo sempre trà essi la egualità, ben par conueniente il dire, che gli altissimi, & vltimi termini di tali menomamenti restino trà di loro eguali, e non l'vno infinitamente maggior dell'altro: par dunque che la circonferenza di vn cerchio immenso possa chiamarsi eguale à vn sol punto; e questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie basi loro, che esse ancora conseruando nella comune diminutione sempre la egualità vanno in fine ad incontrare nel momẽto della loro vltima diminutione, quella per suo termine la circonferenza di vn cerchio, e questa vn sol punto. Li quali perche non si deuon chiamare eguali, se sono le vltime reliquie, e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso, che quando ben fussero tali vasi capaci de gl'immensi Emisferij celesti, tanto gli orli loro supremi, e le punte de i contenuti conseruando sempre trà loro l'egualità andrebbero terminare quelli in circonferenze eguali à quelle de' cerchi massimi de gli Orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde conforme à quello, che tali specolationi ne persuadono, anco tutte le circonferenze di cerchi quanto si voglia diseguali, possin chiamarsi trà loro eguali, e ciascheduna eguale à vn punto solo.

Sagr. La specolatione mi par tanto gentile, e peregrina, che io quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che mi parrebbe vn mezzo sacrilegio

crilegio lacerar si bella struttura calpestandola cõ qualche pedantesco affronto; però per intera sodisfattione recateci pur la proua, che dite Geometrica del mantenersi sempre l'egualità tra quei solidi, e quelle basi loro, che penso, che non possa esser se non molto argute, essendo così sottile la filosofica meditatione, che da tal conclusione depende.

Salu. *La dimostratione è anco breue, & facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale per esser l'angolo* IPC *retto il quadrato del semidiametro* IC *è eguale alli due quadrati de i lati* IP, PC. *Mà il semidiametro* IC *è eguale alla* AC, *e questa alla* GP, *e la* CP *è eguale alla* PH; *adunque il quadrato della linea* GP *è eguale alli due quadrati delle* IP, PH, *è'l quadruplo à i quadrupli; cioè il quadrato del diametro* GN *è eguale alli due quadrati* IO, HL; *e perche i cerchi son trà loro, come i quadrati de lor diametri, il cerchio il cui diametro* GN *sarà eguale alli due cerchi, i cui diametri* IO, HL, *e tolto via il comune cerchio, il cui diametro* IO, *il residuo del cerchio* GN *sarà eguale al cerchio, il cui diametro è* HL. *E questo è quanto alla prima parte: quãto pòi all'altra parte lasceremo per ora la dimostratione, si perche volendola noi vedere la troueremo nella duodecima Propositione del libro secondo* de centro grauitatis solidorum *posta dal Sig. Luca Valerio nuouo Archimede dell'età nostra, il quale per vn'altro suo proposito se ne seruì; si perche nel caso nostro basta l hauer veduto come le superficie già dichiarite siano sempre eguali; e che diminuendosi sempre egualmente vadano à terminare l'vna in vn sol punto, e l'altra nella circõferenza d'vn cerchio maggiore anco di qualsiuoglia grandissimo, perche in questa consequenza sola versa la nostra marauiglia.*

Sagr. *Ingegnosa la dimostratione, quanto mirabile la reflessione fattaui sopra. Hor sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal Sig. Simp. se però hauete alcuna particolarità da dirui sopra, che crederei che non potesse essere, essendo vna controuersia stata tanto essagitata.*

Salu. *Haurò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel che poco fà dissi, cioè, che l'infinito è per se solo da noi incomprensibile, come anco gl'indiuisibili: or pensate quel che saranno congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indiuisibili bisogna fargli infiniti; e così conuiene apprender nel medesimo tempo l'infinito, e l'indiuisibile. Le cose, che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili potrebb' esser, che così improuisamente non mi so ueuissero, mà nel progresso del ragionamento potrà accadere che destando io à voi, & in particolare al Sig. Simp. obiettioni, e difficoltà, essi all incontro mi facessero ricordar di quello, che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia; e però con la solita libertà sia lecito produrre in mezzo i nostri humani capricci,*

pricci, che tali meritamente possiamo nominargli in comparatione delle dottrine sopranaturali, sole vere, e sicure determinatrici delle nostre cõtroversie, e scorte inerranti ne i nostri oscuri, e dubbij sentieri, ò più tosto Laberinti.

Trà le prime instanze, che si sogliono produrre contro à quelli, che compongono il continuo d inuisibili, suol' esser quella, che vno indiuisibile aggiunto à vn' altro indiuisibile non produce cosa diuisibile; perche se ciò fusse, ne seguirbbbe che anco l'indiuisibile fusse diuisibile, perche quando due indiuisibili, come per esempio due punti congiunti facessero vna quantità, qual sarebbe vna linea diuisibile, molto più sarebbe tale vna composta di trè, di cinque, di sette, e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo più segabili i ndue parti eguali rendon segabile quell'indiuisibile, che nel mezzo era collocato. In questa, & altre obbiettioni di questo genere si dà sodisfatione alla parte con dirgli, che non solamente due indiuisibili, mà nè dieci, nè cento, nè mille non compongono vna grandezza diuisibile, e quanta, mà si bene infiniti.

Simp. Quì nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile; & è che sendo noi sicuri trouarsi linee vna maggior dell'altra, tuttauolta che amendue contenghino punti infiniti bisogna confessare trouarsi nel medesimo genere vna cosa maggior dell'infinito; perche la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l'infinità de i punti della minore. Ora questo darsi Vn infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter' esser capito in verun modo.

Salu. Queste son di quelle difficoltà, che deriuano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno à gl'infiniti, dãdogli quelli attributi, che noi diamo alle cose finite, e terminate; il che penso, che sia inconueniente, perche stimo che questi attributi di maggioranza, minorità, & egualità non conuenghino à gl'infiniti, de quali non si può dire vno esser maggiore, ò minore, ò eguale all'altro; per proua di che già mi souuenne vn sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicatione proporrò per interrogationi al Sig. Simplicio, che hà mossa la difficoltà.

Io suppongo che Voi benissimo sappiate, quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simp. So benissimo, che il numero quadrato è quello, che nasce dalla moltiplicatione d' vn' altro numero in se medesimo, e così il quattro il none, son numeri quadrati nascendo quello dal dua, e questo dal trè in se medesimi moltiplicati.

Salu. Benissimo; E sapete ancora, che si come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè, quelli che si multiplicano, si chiamano lati, ò radici, gli altri poi, che non nascono da numeri multiplicati in se stessi non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti comprendendo

prendendo i quadrati, e i non quadrati esser più che i quadrati soli, dirò propositione verissima; non è così?

Simp. Non si può dir altrimenti.

Salu. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti, quante sono le proprie radici, auuenga che ogni quadrato hà la sua radice, ogni radice il suo quadrato, nè quadrato alcuno hà più d'vna sola radice, nè radice alcuna più d'vn quadrato solo.

Simp. Così stà.

Salu. Mà se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare, che elle non siano, quante tutti i numeri, poiche non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato: Estante questo conuerrà dire, che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiche tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo tutti i numeri esser assai più, che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati; e pur tuttauia si và la moltitudine de i quadrati sempre cõ maggior proportione diminuendo, quanto à maggior numeri si trapassa; perche fino à cento vi sono dieci quadrati, che è quanto à dire, la decima parte esser quadrati: in dieci mila solo la centesima parte son quadrati: in vn millione solo la millesima, e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire tanti essere i quadrati, quanti tutti i numeri insieme.

Sagr. Che dunque si hà da terminare in questa occasione?

Salu. Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che à dire infiniti esser tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici; nè la moltitudine de i quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella; & in vltima conclusione gli attributi di eguale, maggiore, e minore non hauer luogo ne gl'infiniti, mà solo nelle quãtità terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere, che nelle maggiori non siano più punti, che nelle minori, io gli rispondo, che non ve ne sono nè più, nè manco, nè altrettanti; mà in ciascheduna infiniti. O veramente se io gli rispondessi i punti nell'vna esser quanti sono i numeri quadrati; in vn'altra maggiore, quanti tutti i numeri; in quella piccolina, quanti sono i numeri cubi, non potrei io hauergli dato sodisfattione col porre più in vna, che nell'altra, e pure in ciascheduna infiniti? e questo è quanto alla prima difficoltà.

Sagr. Fermate in gratia, e concedetemi, che io aggiunga al detto fin quì vn pensiero, che pur hora mi giugne; e questo è che stanti le cose dette fin quì parmi, che non solamente non si possa dire vn'infinito esser maggiore d'vn'altro infinito, mà nè anco che e' sia maggior d'vn finito, per-

che se'l numero infinito fusse maggiore, v. gr. del millione, ne seguirebbe, che passando dal millione ad altri, & ad altri continuamente maggiori si camminasse verso l'infinito; il che non è; anzi per l'opposito à quanto maggiori numeri facciamo passaggio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perche ne i numeri quanto più si pigliano grandi, sempre più, e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti, ma nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur' ora si è concluso: adunque l'andar' verso numeri sempre maggiori, e maggiori è vn discostarsi dal numero infinito.

Salu. E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude gli attributi di maggiore, minore, ò eguale non hauer luogo non solamente trà gl'infiniti, mà nè anco trà gl'infiniti, e i finiti.

Passo hora ad vn altra consideratione, & è che stante che la linea, & ogni continuo sian diuisibili in sempre diuisibili, non veggo, come si possa sfuggire la compositione essere di infiniti indiuisibili: perche vna diuisione, e subdiuisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perche altramente la subdiuisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in consequenza l'esser non quãte; perche quanti infiniti fanno vn' estensione infinita; e così habbiamo il continuo composto d'infiniti indiuisibili.

Simp. Mà se noi possiamo proseguir sempre la diuisione in parti quãte, che necessità habbiamo noi di douer per tal rispetto introdur le non quante?

Salu. L'istesso poter proseguir perpetuamẽte la diuisione in parti quãte induce la necessità della compositione di infiniti non quanti. Imperoche venendo più alle strette io vi domando, che resolutamente mi diciate, se la parti quante nel continuo per vostro credere son finite, ò infinite?

Simp. Io vi rispondo esser infinite, e finite: infinite in potenza, e fite in atto. Infinite in potenza, cioè innanzi alla diuisione; mà finite in atto, cioè dopo che son diuise, perche le parti non s'intendono attualmẽte esser nel suo tutto, se non dopo esser diuise, ò almeno segnate; altramente si dicono esserui in potenza.

Salu. Sì che vna linea lunga, v. gr. venti palmi non si dice contener venti linee di vn palmo l'vna attualmente se non dopo la diuisione in vẽti parti eguali: mà per auanti si dice contenerle solamente in potenza. Horsia, come vi piace: e ditemi se fatta l'attual diuisione di tali parti quel primo tutto cresce, ò diminuisce, ò pur resta della medesima grandezza?

Simp. Non cresce, nè scema.

Salu. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo è vi siano in atto, ò vi siano in potenza non fanno la sua quantità maggiore,

re, nè minore: mà chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se son infinite, lo fanno di grandezza infinita, adunque parti quante benche in potenza solamente infinite, non possono esser contenute, se non in vna grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite nè in atto, nè in potenza possono esser contenute.

Sagr. Come dunque potrà esser vero, che il continuo possa incessabilmente diuiderſi in parti capaci sempre di nuoua diuisione?

Salu. Par che quella distintione d'atto, e di potenza vi renda fattibile per vn verso quel, che per vn'altro sarebbe impossibile. Mà io vedrò d'aggiustar meglio queste partite con fare vn'altro computo. Et al quesito, che domanda, se le parti quante nel continuo terminato sian finite, ò infinite, risponderò tutto l'opposito di quel, che rispose dianzi il Sign. Simp. cioè non esser nè finite, nè infinite.

Simp. Ciò non harei saputo mai risponder'io, non pensando che si trouasse termine alcuno mezzano trà l finito, e l'infinito; si che la diuisione, ò distintione che pone vna cosa ò esser finita, ò infinita, fusse manchеuole, e difettosa.

Salu. A me par ch'ella sia, e parlãdo delle quantità discrete, parmi che trà le finite, e l'infinite ci sia vn terzo medio termine, che è il rispõdere ad ogni segnato numero: sì che domãdato nel presẽte proposito, se le parti quãte nel continuo siano finite, ò infinite, la più congrua risposta sia il dire non esser nè finite, nè infinite, mà tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario, che elle non siano comprese dentro à vn limitato numero, perche non risponderebbono ad vn maggiore; mà nè anco è necessario, che elle siano infinite, perche niuno assegnato numero è infinito. E così ad arbitrio del domandante vna proposta linea gliela potremo assegnare in cento parti quante, e in mille, e in cento mila conforme à qual numero più gli piacerà: mà diuisa in infinite questo non già. Concedo dunque à i Signori Filosofi, che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto, ò in potenza à lor gusto, e beneplacito: mà gli soggiungo poi, che nel modo che in vna linea di dieci canne si contengono dieci linee d'vna canna l'vna, e quaranta d vn braccio l'vna, e ottanta di mezzo braccio, così contiene ella punti infiniti; chiamategli poi in atto, ò in potenza come più vi piace, che io Sig. Simp. in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio, e giuditio.

Simp. Io non posso non laudare il vostro discorso: mà hò gran paura, che questa parità dell'esser cõtenuti i punti, come le parti quante, non corra con intera puntualità; nè che à voi sarà così ageuole il diuidere la proposta linea in infiniti punti, come à quei Filosofi, in dieci canne, ò in quaranta braccia, anzi hò per impossibile del tutto il ridurr' ad effetto tal

diuisione; si che questa sarà vna di quelle potenze, che mai non si riducono in atto.

Salu. L'esser' vna cosa fattibile se non con fatica, ò diligenza, ò in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perche penso che voi altresì non così ageuolmente vi sbrigherete da vna diuisione da farsi d'vna linea in mille parti, e molto meno douendo diuederla in 937, ò altro gran numero primo. Mà se questa, che voi per auuentura stimate diuisione impossibile, io ve la riducessi à così spedita, come se altri la douesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammeterla più placidamente nella nostra conuersatione?

Simp. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piaceuolezza; & al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che à bastanza, quando il risoluerla in punti non fusse più laborioso, che in diuiderla in mille parti.

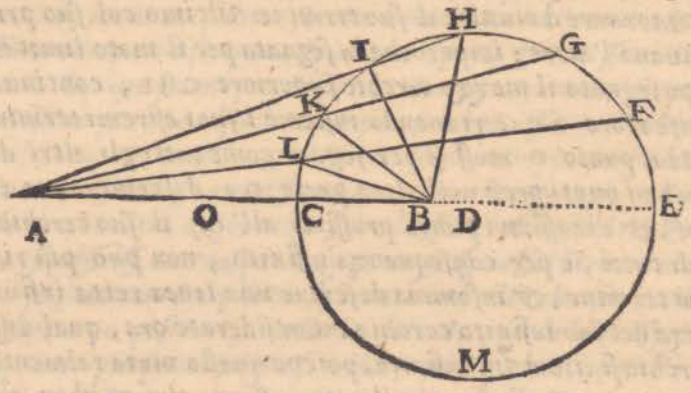
Salu. Quì voglio dirui cosa, che forse vi farà marauigliare in propoposito del volere, ò poter risoluer la linea ne' suoi infiniti, tenendo quell'ordine, che altri tiene nel diuiderla in quaranta, sessanta, ò cento parti, cioè con l'andarla diuidendo in due, e poi in quattro, col qual'ordine chi credesse di trouare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perche con tal progresso nè men alla diuision di tutte le parti quante si peruerebbe in eterno; mà de gli indiuisibili, tanto è lontano il poter giugner per cotale strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa col continuar la diuisione, e col multiplicar la moltitudine delle parti, di auuicinarsi alla infinità, credo che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso hauuto poco fà concludemmo, che nel numero infinito bisognaua che tanti fussero i quadrati, ò i cubi, quanti tutti i numeri, poiche e questi, e quelli tanti sono, quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliauano, tanto più radi si trouauano in essi i lor quadrati, e più radi ancora i lor cubi; adunque è manifesto, che à quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne seguita: che tornando in dietro (poiche tal progresso sempre più ci allontana dal termine ricercato) se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'vnità; e veramente in essa son quelle conditioni, e necessarij requisiti del numero infinito, dico, del contener in se tanti quadrati, quanti cubi, e quanti tutti i numero.

Simp. Io non capisco bene, come si deua intender questo negotio.

Salu. Il negotio non hà in se dubbio veruno, perche l'vnità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato, e tutte le altre dignità; nè vi è particolarità veruna essentiale à i quadrati, à i cubi, che non conuenga all'vno; come, v. gr. proprietà di due numeri quadrati è l'hauer trà di loro

Vn

vn numero medio proportionale: pigliate qualsiuoglia numero quadrato per l'vno de termini, e per l'altro l'vnità, sempre ci trouerete vn numero medio proportionale. Siano due numeri quadrati, 9 & 4, eccoui trà l 9, e l'vno, medio proportionale il 3, fra'l 4, e l'vno media il 2, e trà i due quadrati 9, e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l'esser trà essi necessariamente due numeri medij proportionali. Ponete 8, e 27 già trà loro son medij 12, e 18, e trà l'vno, e l'8 mediano il 2, e'l 4, trà l vno, e'l 27 il 3, e'l 9. Concludiamo per tanto non ci esser altro numero infinito, che l'vnità. E queste sono delle marauiglie, che superano la capacità della nostra immaginatione, e che deuriuano farci accorti, quanto grauemente si erri, mentre altri voglia discorrere intorno à gl'infiniti con quei medesimi attributi, che noi vsiamo intorno à i finiti, le nature de i quali nõ hanno veruna cõuenienza trà di loro. In proposito di che non voglio tacerui vn mirabile accidente, che pur hora mi souuiene, esplicante l'infinita differenza, anzi repugnanza, e contrarietà di natura, che incõtrerebbe vna quantità terminata nel trapassar' all'infinita. Segniamo questa linea retta A E di qualsiuoglia lũghezza, e preso in lei qualsiuoglia



punto C, che in parti diseguali la diuida: Dico, che partendosi coppie di linee da i termini A B, che ritenendo frà di loro la medesima proportione, che hanno le parti A C, B C, vadiano à concorrere insieme, i punti de i loro concorsi andranno tutti nella circonferenza di vn medesimo cerchio: come per esempio, partendosi le A L, B L da i punti A B, & hauendo trà di loro la medesima proportione, che hanno le parti A C, B C, & andando à concorrere nel punto L, e ritenendo l'istessa proportione altre due A K, B K, concorrendo in K altre A I, B I, A H, H B, A G, G B, A F, F B, A E, E B, dico che i punti de i concorsi L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di vn'istesso cerchio: talche se ci immagineremo il punto C muouersi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte fino à i termini fissi A B mantenghino sempre la proportione

tione medesima, che hanno le prime parti AC, CB, tal punto C descriuerà la circonferenza d'vn cerchio, come appresso vi dimostrerò. Et il cerchio in cotal modo descritto sarà sempre maggiore, e maggiore infinitamente, secondo che il punto C sarà preso più vicino al punto di mezzo che sia O, e minore sarà quel cerchio, che dal punto più vicino all'estremità B sarà descritto; in maniera che da i punti infiniti, che pigliar si possono nella linea OB, si descriueranno cerchi (mouendogli con l'esplicata legge) di qualsiuoglia grandezza, minori della luce dell'occhio d'vna pulce, e maggiori dell Equinotiale del primo Mobile. Hora se alzandosi qualsiuoglia de i puati compresi trà i termini OB da tutti si descriuono cerchi, e immensi da i punti prossimi all' O alzando l'istesso O, e continuando di muouerlo con l'osseruanza dell istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte sino à i termini AB ritenghino la proportione, che hanno le prime linee AO, OB, che linea verrà segnata è Segneraſſi la circonferenza d'vn cerchio, mà d vn cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di vn cerchio dunque infinito; mà si segna anco vna linea retta, e perpendiculare sopra la BA eretta dal punto O, e prodotta in infinito senza mai tornare à riunire il suo termine vltimo col suo primo, come ben tornauano l'altre; imperoche la segnata per il moto limitato del punto C dopo segnato il mezzo cerchio superiore CHE, continuaua di segnare l'inferiore EMC riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C. Mà il punto O mossosi per segnar come tutti gli altri della linea AB (perche i punti presi nell'altra parte OA descriueranno essi ancora i lor cerchi, & i massimi i punti prossimi all' O) il suo cerchio per farlo massimo di tutti, e per consequenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, & insomma descriue vna linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora, qual differenza sia da vn cerchio finito à vn'infinito, poiche questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere, e il poter essere; che già ben chiaramente comprendiamo non si poter dare vn cerchio infinito; il che si tira poi in consequenza nè meno poter essere vna sfera infinita, nè altro qualsiuoglia corpo, ò superficie figurata, e infinita. Hor che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all'infinito? E perche douiamo sentir repugnanza maggiore mentre cercando l infinito ne i numeri andiamo à concluderlo nell'vno? E mentre che rompendo vn solido in molte parti, e seguitando di ridurlo in minutissima poluere, risoluto che si fusse ne gl infiniti suoi atomi non più diuisibili, perche non potremmo dire quello esser ritornato in vn sol continuo, mà forse fluido, come l'acqua, o l mercurio, o'l medesimo metallo liquefatto? E non vediamo noi le pietre liquefarsi in vetro, & il vetro medesimo co'l molto fuoco farsi fluido più che l'acqua?

Sagr.

Sagr. *Douiamo dunque credere i fluidi esser tali, perche sono risoluti ne i primi infiniti, indiuisibili suoi componenti?*

Salu. *Io non sò trouar miglior ripiego per risoluer' alcune sensate apparenze, trà le quali Una è questa. Mentre io piglio vn corpo duro, ò sia pietra, ò metallo, e che con Un martello, ò sottilissima lima lo vò al possibile diuidendo in minutissima, & impalpabile poluere, chiara cosa è, che i suoi minimi ancor che per la lor piccolezza siano impercettibili à vno à vno dalla nostra vista, e dal tatto: tuttauia son' eglino ancor quanti, figurati, e numerabili; e di essi accade, che accumulati insieme si sostengono ammucchiati; e scauati fino à certo segno, resta la cauità senza che le parti d'intorno scorrano à riempirla; agitati, e commossi subito si fermano, tantosto che il motore esterno gli abbandona. E questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpuscoli maggiori, e maggiori, e di ogni figura ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo, e d'ogni altra materia. Mà se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell'acqua, nissuno vè ne troueremo, mà sollevata immediatamente si spiana, se da vaso, ò altro esterno ritegno non sia sostenuta; incauata subito scorre à riempier la cauità & agitata per lunghissimo tempo và fluttuando, e per spatij grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragioneuolmente arguire i minimi dell'acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poiche hà minor consistenza di qualsiuoglia sottilissima poluere, anzi non hà consistenza nissuna) esser differentissima da i minimi quanti, e diuisibili; nè saprei ritrouarci altra differenza, che l esser' indiuisibili. Parmi anco che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma coniettura; perche se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia, e lo cominceremo à rompere, e pestare, ridotto in poluere, perde la trasparenza, e sempre più quanto più sottilmente si trita; mà l'acqua che pur è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'Oro, e l'Argento con acque forti poluerizati più sottilmente, che con qualsiuoglia lima, pur restano in poluere, mà non diuengon fluidi: nè prima si liquefanno che gl' indiuisibili del fuoco, ò de i raggi del Sole gli dissoluono, credo, ne i loro primi altissimi componenti infiniti, indiuisibili.*

Sagr. *Questo che V. S. hà toccato della luce, hò io più volte veduto con marauiglia, veduto, dico, con vn specchio concauo di trè palmi di diametro liquefare il piombo in vn'instante; onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo, e ben terso, e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in breuissimo tempo, vedendo che quello, nè molto grande, nè ben lustro, e di cauità sferica cõ tanta forza liquefaceua il piombo, & abbruciaua ogni materia combustibile: effetti che mi rẽdon credibili le marauiglie degli specchi d'Archimede.*

Salu.

Salu. *Intorno à gli effetti de gli ſpecchi d'Archimede mi reſe credibile ogni miracolo, che ſi legge in più Scrittori, la lettura de i libri dell'iſteſſo Archimede già da me con infinito ſtupore letti, e ſtudiati: e ſe nulla di dubbio mi fuſſe reſtato, quello che vltimamente hà dato in luce intorno allo Specchio Vſtorio il P. Buonauentura Caualeri, e che io con ammiratione hò letto, è baſtato à ceſſarmi ogni difficoltà.*

Sagr. *Veddi ancor'io cotteſto trattato, e con guſto, e marauiglia grande lo leſſi, e perche per auãti haueuo conoſcenza della perſona mi andai confermando nel concetto, che di eſſo haueuo già preſo, ch'ei fuſſe per riuſcire vno de principali Matematici dell età noſtra. Mà tornando all'effetto marauiglioſo de i raggi Solari nel liquefare i metalli douiamo noi credere, che tale, e sì veemente operatione ſia ſenza moto, ò pur che ſia con moto, mà velociſſimo?*

Salu. *Gli altri incendij, e diſſolutioni veggiamo noi farſi con moto, e con moto velociſſimo. Vegganſi le operationi de i fulmini, della poluere nelle mine, e ne i petardi, & inſomma quanto il velocitar co' i mantici la fiamma de i carboni miſta con i vapori groſſi, e non puri accreſca di forza nel liquefar' i metalli: onde io non ſaprei intendere che l'attione della luce benche puriſſima poteſſe eſſer ſenza moto, & anco velociſſimo.*

Sagr. *Mà quale, e quanta douiamo noi ſtimare, che ſia queſta velocità del lume? forſe inſtantanea, momentanea, ò pur come gli altri mouimenti temporanea? nè potremo con eſperienza aſsicurarſi qual' ella ſia?*

Simp. *Moſtra l'eſperienza quotidiana l'eſpanſion del lume eſſer inſtãtanea; mentre che vedendo in gran lontananza ſparar vn'Artiglieria lo ſplendor della fiamma ſenza interpoſition di tempo ſi conduce à gli occhi noſtri, mà non già il ſuono all'orecchie ſe non doppo notabile interuallo di tempo.*

Sagr. *Eh' Sig. Simplicio da cotesta notiſſima eſperienza non ſi raccoglie altro ſe non che il ſuono ſi conduce al noſtro vdito in tempo men breue di quello, che ſi conduca il lume; mà non mi aſſicura ſe la venuta del lume ſia per ciò inſtantanea più che temporanea, mà velociſſima. Ne ſimile oſſeruatione conclude più che l'altra di chi dice: ſubito giunto il Sole all'orizonte arriua il ſuo ſplendore à gli occhi noſtri; imperò che chi mi aſſicura, che prima non giugneſſero i ſuoi raggi al detto termine che alla noſtra viſta?*

Salu. *La poca concludenza di queſte, e di altre ſimili oſſeruationi mi feze vna volta penſare à qualche modo di poterci ſenza errore accertar, ſe l illuminatione, cioè ſe l eſpanſion del lume fuſſe veramente inſtantanea; poiche il moto aſſai veloce del ſuono ci aſſicura quella della luce non poter eſſer ſe non velociſſima. E l'eſperienza, che mi ſouuenne, fù tale. Voglio che due piglino vn lume per vno, il quale tenendolo dentro*

lanterna,

lanterna, ò altro ricetto, posino andar coprendo, e scoprendo con l'interpositione della mano alla vista del compagno; e che ponendosi l'vno incontro all'altro in distanza di poche braccia, vadano addestrandosi nello scoprire, & occultare il lor lume alla vista del compagno: si che quando l'vno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza dopo alcune risposte fattesi scambieuolmente verrà loro talmente aggiustata, che senza sensibile suario alla scoperta dell'vno risponderà immediatamente la scoperta dell'altro, si che quando l'vno scuopre il suo lume vedrà nell'istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell'altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza ponganſi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due, ò trè miglia; e tornando di notte à far l'istessa esperienza vadano osseruãdo attentamente se le risposte delle loro scoperte, & occultationi seguono secondo l'istesso tenore, che faceuano da vicino; che seguendo si potrà assai sicuramente concludere l espansion del lume essere instantanea; che quãdo ella ricercasse tempo, in vna lontananza di trè miglia, che importano sei per l'andata d'vn lume, e venuta dell'altro, la dimora dourebbe esser' assai osseruabile. E quando si volesse far tal' osseruatione in distanze maggiori, cioè di otto, ò dieci miglia, potremo seruirci del Telescopio, aggiustandone vn per vno gli osseruatori al luogo, done la notte si hanno à mettere in pratica i lumi; li quali ancor che non molto grandi, e per ciò inuisibili in tanta lontananza all'occhio libero, mà ben facili à coprirsi, e scoprirsi, con l'aiuto de i Telescopij già aggiustati, e fermati potranno esser commodamente vedati.

Sagr. L'esperienza mi pare d'inuentione non men sicura, che ingegnosa, mà diteci quello che nel praticarla hauete concluso.

Salu. Veramente non l'hò sperimentata saluo che in lontananza piccola, cioè manco d'vn miglio, dal che non hò potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; mà ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea è ella; e per ora l'assimiglierei à quel moto, che veggiamo farsi dallo splendore del baleno veduto trà le nugole lontane otto, ò dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò, il capo, e fonte in vn luogo particolare trà esse nugole; mà ben immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti: che mi pare argomento quella farsi con qualche poco di tempo; perche quando l'illuminatione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguer la sua origine, e dirò il suo centro delle sue falde, e dilatationi estreme. Mà in quai pelaghi ci andiamo noi inauuertentemente pian piano ingolfando? trà i vacui, trà gl'infiniti, trà gl indiuisibili, trà i mouimenti instantanei, per non poter mai dopo mille discorsi giugnere à riua?

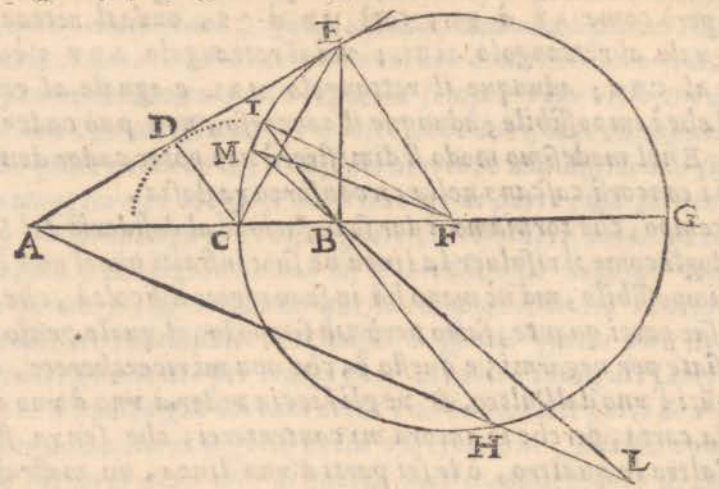
Sagr. *Cose veramente molto sproportionate al nostro intendimento. Ecco l'infinito cercato trà i numeri par che vadia à terminar nell'vnità: da gl'idiuisibili nasce il sempre diuisibile: il vacuo non par, che risegga se non indiuisibilmente mescolato tra'l pieno; & insomma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin'alla circonferenza d'vn cerchio douenta vna linea retta infinita, che s'io hò ben tenuto à memoria, è quella Propositione che Voi Sign. Salu. doueui con Geometrica dimostratione far manifesta. Però quando vi piaccia, sarà bene senza più digredire arrecarcela.*

Salu. *Eccomi à seruirle dimostrando per piena intelligenza il seguente Problema: Data vna linea retta diuisa secondo qualsiuoglia proportione in parti diseguali, descriuere vn cerchio, alla cui circonferenza prodotte à qualsiuoglia punto di essa due linee rette da i termini della data linea ritenghino la proporzion medesima, che hanno trà di loro le parti di essa linea data si che omologhe siano quelle, che si partono da i medesimi termini.*

Sia la data retta linea AB, *diuisa in qualsiuoglia modo in parti diseguali nel punto* C, *bisogna descriuere il cerchio, à qualsiuoglia punto, della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini* AB *habbiano trà di loro la proportion medesima, che hanno trà di loro le parti,* AC, BC, *si che omologhe sian quelle che si partono dall'istesso termine. Sopra'l centro* C *con l'interuallo della minor parte* CB *intendasi descritto vn cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto* A *la retta* AD *indeterminatamente prolongata verso* E, *e sia il contatto in* D, *e congiungasi la* CD, *che sarà perpendicolare alla* AE, *& alla* BA *sia perpendicolare la* BE, *la quale prodotta concorrerà con la* AB, *essendo l'angulo* A *acuto: sia il concorso in* E, *di doue si ecciti la perpendicolare alla* AE, *che prodotta vadia à concorrere con la* AB *infinitamente prolungata in* F. *Dico primieramente le due rette* FE, FC *esser' eguali: imperò che tirate la* EC, *haremo nei due triangoli* DEC, BEC *li due lati dell'vno* DE, EC *eguali alli due dell'altro* BE, EC *essendo le due* DE, EB *tangenti del cerchio* DB, *e le basi* DC, CB *parimente eguali; onde li due angoli* DEC, BEC *saranno eguali. E perche all'angolo* BCE *per esser retto manca quanto è l'angolo* CEB *& all'angolo* CEF *pur per esser retto manca quanto è l'angolo* CED, *essendo tali mancamenti eguali, gli angoli* FCE, FEC *saranno eguali, & in consequenza i lati* FE, FC, *onde fatto centro il punto* F, *e con l'interuallo* FE *descriuendo vn cerchio passerà per il punto* C. *Descriuasi, e sia* CEG. *Dico questo esser il cerchio ricercato, à qualsiuoglia punto della circonferenza del quale ogni copia di linee, che vi concorrano partendosi da i termini* AB, *haranno la medesima proportione trà di lo-*

ro,

ro, che hanno le due parti AC, BC, *le quali di già vi concorrono nel punto* C. *Questo delle due, che concorrono nel punto* E, *cioè delle* A E; BE, *è manifesto; essendo l'angolo* E *del triangolo* AEB *diuiso in*



mezzo dalla CE, *per lo che qual proportione hà la* C *alla* CB, *tale ha la* AE *alla* BE. *L'istesso proueremo delle due* AG, BG *terminate nel punto* G. *Imperò che essendo (per la similitudine de' triangoli* AFE, EFB) *come* AE *ad* FE, *così* EF *ad* FB *cioè come* AF *ad* FC, *così* CF *ad* EB, *sarà diuidendo come* AC *à* CF (*cioè ad* FG) *così* CB *à* BF, *e tutta* AB *à tutta* BG; *come vna* CB *ad vna* BF, *e componendo come* AG *à* GB, *così* CF *ad* FB, *cioè* EF *ad* FB, *cioè* AE *ad* EB, *&* AC *à* CB, *il che bisognaua prouare. Prendasi hora qualsiuoglia altro punto nella circonferenza, e sia* H, *al quale concorrano le due* AH, BH. *Dico parimente come* AC *à* CB, *così essere* AH *ad* HB. *Prolunghisi* H B *fino alla circonferenza in* I, *e congiungasi* IF. *E perche già si è veduto come* AB *à* BG *così essere* CB *à* BF, *sarà il rettangolo* ABF *eguale al rettangolo* CBG, *cioè* IBH, *e però come* AB *à* BH *così* IB *à* BF, *e sono gli angoli al* B *eguali, adunque* AH *ad* HB *stà come* IF, *cioè* EF *ad* FB *&* AE *ad* EB.

Dico oltre à ciò, che è impossibile, che le linee, che habbiano tal proportione partendosi da i termini AB, *concorrano à verun punto ò dentro, ò fuori del cerchio* CBG. *Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto* L *posto fuori: e siano le* AL, BL, *e prolunghisi la* LB *fino alla circonferenza in* M, *e congiungasi* MF. *Se dunque la* AL *alla* BL *è come la* AC *alla* BC, *cioè come la* MF *alla* FB, *haremo due triangoli* ALB, MFB, *li quali intorno alli due angoli* ALB, MFB *hanno i lati proportionali, gli angoli alla cima nel punto* B *eguali, e li due rimanenti* FMB, LAB *minori che retti (imperò che l'angolo retto al*

punto M hà per base tutto il diametro CG, e non la sola parte BF, el'altro al punto A è acuto, perche la linea AL omologa della AC e maggiore della BL omologa della BC) adunque i triangoli ABL, MBF son simili: e però come AB à BL, così MB à BF, onde il rettangolo AB F sarà eguale al rettangolo MBL; mà il rettangolo ABF s'è dimostrato eguale al CBG; adunque il rettangolo MBL e eguale al rettangolo CBG, il che è impossibile; adunque il concorso, non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà non poter cader dentro, adũque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Mà è tempo, che torniamo à dar sodisfatione al desiderio del Sig. Simp. mostrandogli come il risoluer la linea ne suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, mà nè meno hà in se maggior dificoltà, che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però vn supposto, il quale penso S. Simp. che non siate per negarmi; e questo è, che non mi ricercherete, che io vi separi i pũti l'vno dall'altro, & ve gli faccia veder à vno à vno distinti sopra questa carta; perche io ancora mi contenterei, che senza staccar l'vna dall'altra le quattro, ò le sei parti d'vna linea, mi mostraste le sue diuisioni segnate, ò al più piegate ad angoli formandone vn quadrato, ò vn'esagono; perche mi persuado pure che all'ora le chiamereste à bastanza distinte, & attuate.

Simp. *Veramente sì.*

Salu. *Hora se l'inflettere vna linea ad angoli formandone hora vn quadrato, hora vn' ottangolo, hora vn poligono di quaranta, di cento, ò di mille angoli è mutatione bastante à ridurre all'atto quelle quattro, otto, quaranta, cento, e mille parti, che prima nella linea diritta erano per Vostro detto in potenza: quando io formi di lei Vn poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'Vn cerchio, non potrò io con pari licenza dire d'hauer ridotto all'atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, diceui esser in lei contenute in potenza? nè si può negare tal risolutione esser fatta ne suoi infiniti punti non meno che quella delle sue quattro parti nel formarne vn quadrato, ò nelle sue mille nel formarne vn millagono; impero che in lei non manca veruna delle conditioni, che si trouano nel poligono di mille, e di cento mila lati. Questo applicato à Vna linea retta se gli posa sopra toccandola con vno de suoi lati, cioè, con Vna sua cento milleſima parte; il cerchio, che è vn poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con Vno de suoi lati, che è vn sol punto diuerso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diuiso, e distinto, non meno che Vn lato del poligono da i suoi conterminali. E come il poligono riuoltato sopra vn piano stampa con i toccamenti conseguenti de suoi lati vna linea retta eguale al suo perimetro: così il cerchio girato sopra vn tal piano descriue con gl'infiniti suoi*

suc-

successiui contatti vna linea retta egual'alla propria circonferenza. Nõ sò adesso Sig. Simp. se i Sig. Peripatetici, à i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser diuisibile in sempre diuisibili, si che cõtinuando vna tal diuisione, e suddiuisione; mai non si peruerebbe alla fine, si contenteranno di concedere à me niuna delle tali loro diuisioni esser l vltima, come veramente non è, poiche sempre vene resta vn'altra; mà bene l'vltima, & altissima esser quella, che lo risolue in infiniti indiuisibili, alla quale concedo che non si peruerrebbe mai diuidendo successiuamente in maggiore, e maggior moltitudine di parti; mà seruendosi della maniera, che propongo io di distinguere, e risoluere tutta la infinita in vn tratto solo (artifizio che non mi dourebbe esser negato) crederei che douessero quietarsi, & ammetter questa compositione del continuo di atomi assolutamente indiuisibili. E massime essendo questa vna strada forse più d'ogni altra corrente per trarci fuor' di molto intrigati laberinti, quali sono oltre à quello già toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negotio della rarefattione; e della condensatione; senza incorrer per causa di quella nell'inconueniente di douere ammettere spatij vacui, e per questa la penetratione de i corpi: inconueniẽti che amendue mi pare, ch' assai destramente vengano schiuati con l'ammetter detta compositione d'indiuisibili.

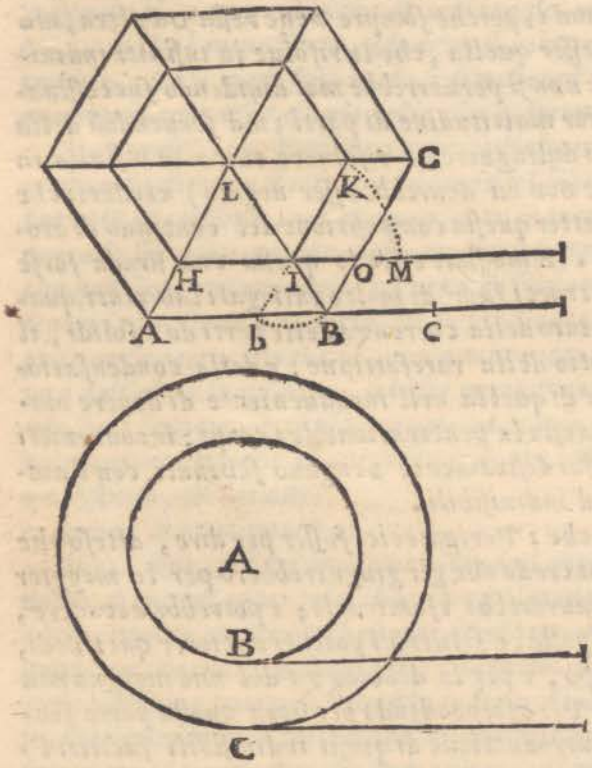
Simp. *Io non sò quello, che i Peripatecici fussero per dire, atteso che le considerationi fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuoue, e come tali conuerrebbe esaminarle; e potrebbe accadere, che quelli vi ritrouassero risposte, e solutioni potenti à sciorre quei nodi, che io per la breuità del tempo, e per la debolezza del mio ingegno non saprei di presente risoluere. Però sospendendo per hora questa parte sentirei ben'volentieri come l'introduttione di questi indiuisibili facilitì l'intelligenza della condensatione, e della rarefattione schiuando nell'istesso tempo il vacuo, e la penetration de i corpi.*

Sagr. *Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa all'intelletto mio tanto oscura: con questo però che io non rimanga defraudato di sentire, conforme à quello che poco fà disse il Sig. Simp. le ragioni d'Aristotele in confutation del vacuo, & in consequenza le solutioni, che voi gli arrecate, come conuien fare, mentre voi ammettete quello che esso nega.*

Salu. *Faremo l'vno, e l'altro. E quanto al primo è necessario, che si come in gratia della rarefattione ci seruiamo della linea descritta dal minor cerchio maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla riuolutione del maggiore, così per intelligenza della condensatione mostriamo come alla conuersione fatta dal minor cerchio, il maggiore descriua vna linea retta minore della sua circõferenza; per la cui più chia-*

ra

ra esplicatione porremo innanzi la considerationе di quello che accade nè i poligoni. In vna descrittione simile à quell'altra siano due Esagoni circa il comune centro L, *che siano questi* ABC, HIK *con le linee parallele* HOM, ABc, *sopra le quali si habbiano à far le reuolutioni; e*



fermato l'angolo I *del Poligono minore volgasi esso Poligono fin che il lato* IK *caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto* K *descriuerà l'arco* KM, *e'l lato* KI *si vnirà cõ la parte* IM, *trà tanto bisogna vedere quel che farà il lato* CB *del Poligono maggiore. E perche il riuolgimento si fà sopra il punto* I *la linea* IB *col termine suo* B *descriuerà tornando in dietro l'arco* B*b sotto alla parallela* CA, *tal che quando il lato* KI *si congiungerà con la linea* MI, *il lato* BC *si vnirà con la linea* b c, *con l'auanzarsi per l innanzi solamente, quanto è la parte* Bc, *e ritirando in dietro la parte sutteſa all'arco* B*b, la quale vien sopraposta alla linea* BA, *& intendendo continuarsi nell'istesso modo la conuersione fatta dal minor Poligono, questo descriuerà bene, e passerà sopra la sua parallela vna linea eguale al suo perimetro; mà il maggiore passerà vna linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee* b B, *quanti sono vno manco de suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal Poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la* b B. *Quì dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione, per la quale il maggior Poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perche vna parte di ciascheduno si soprappone al suo precedente conterminale.*

Mà se considereremo i due cerchi intorno al centro A, *li quali sopra*

le

le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, *& il maggiore la sua nel punto* C, *quì nel cominciar' à far la reuolutione del minore, non auuerrà che il punto* B *resti per qualche tempo immobile, si che la linea* BC *dando in dietro trasporti il punto* C, *come accadeua ne i Poligoni, che restando fisso il punto* I *sin che il lato* KI *cadesse sopra la linea* IM, *la linea* IB *riportaua in dietro il* B *termine del lato* CB *sino in b, onde il lato* BC *cadeua in b c sopraponendo alla linea* BA *la parte* B*b*, *e solo auanzandandosi per l'innanzi la parte* B*c eguale alla* IM, *cioè à vn lato del Poligono minore; per le quali sopraproposition, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli auanzi che restano eguali à i lati del minor Poligono vengono à comporre nell'intera reuolutione la linea retta eguale alla segnata, e misurata dal Poligono minore. Mà quì dico, che se noi vorremo applicare vn simil discorso all'effetto de i cerchi, conuerrà dire, doue i lati di qualsiuoglia Poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti; quelli son quanti, e diuisibili, questi non quanti, e indiuisibili: i termini de i lati del Poligono nella reuolutione stanno per qualche tempo fermi, cioè, ciascheduno tal parte del tempo di vna intera conuersione, qual parte esso è di tutto il perimetro: ne i cerchi similmente le dimore de termini de suoi infiniti lati son momentanee, che tal parte è vn'instante d'vn tempo quanto, qual'è vn punto d vna linea, che ne contiene infiniti; i regressi in dietro fatti da i lati del maggior Poligono sono non di tutto il lato, mà solamente dell'eccesso suo sopra'l lato del minore, ac quistando per l'innanzi tanto di spatio, quanto è il detto minor lato: ne i cerchi il punto, ò lato* C *nella quiete instantanea del termine* B *si ritira in dietro, quanto è il suo eccesso sopra'l lato* B *acquistando per l'innanzi quanto è il medesimo* B. *Et in somma gl'infiniti lati indiuisibili del maggior cerchio con gl'infiniti indiuisibili ritirament i loro fatti nell'infinite instantanee dimore de gl'infiniti termini de gl'infiniti lati del minor cerchio, e cõ i loro infiniti progressi eguali à gl'infiniti lati di esso minor cerchio, cõpongono, e disegnano vna linea eguale alla descritta del minor cerchio cõtenente in se infinite soprapposition non quante, che fanno vna costipatione, e condensatione senza veruna penetratione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea diuisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsiuoglia Poligono, il quale disteso in linea retta non si può ridurre in minor lunghezza, se non col far che i lati si soprapponghino, e penetrino l vn l'altro. Questa costipatione di parti non quante mà infinite senza penetratione di parti quante, e la prima distrattione di sopra dichiarata de gl'infiniti indiuisibili con l'interpositione di vacui indiuisibili, credo che sia il più che dir si possa per la condensatione, e rarefattione de i corpi senza necessità d'introdurre la penetrat ione de i corpi, ò gli spatij quã-*

ti

ti vacui. Se ciè cosa che vi gusti, fatene capitale, se non riputatela vana, e'l mio discorso ancora, e ricercate di qualche altro esplicatione di maggior quiete per l'intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo trà gl'infiniti, e gl'indiuisibili.

Sagr. Che il pensiero sia sottile, & à miei orecchi nuouo, e peregrino, Io confesso liberamente, se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal' ordine, non saprei che risoluermi; vero è che sin ch'io non sentissi cosa che maggiorminte mi quietassi per non rimaner muto affatto, m'atterrei à questa. Màforse il Sig. Simp. haurà (quello che sin quì non hò incontrato) modo di esplicare l'esplicatione, che in materia così astrusa da i Filosofi si arreca; che in vero quel che sin quì hò letto circa la cõdensatione, è per me così denso, e quel della rarefattione così sottile, che la miadebol vista questo non comprende, e quello non penetra.

Simp. Io son pieno di confusione, e trouo duri intoppi nell'vn sentiero, e nell'altro, & in particolare in questo nuouo: perche secondo questa regola vn'oncia d'Oro si potrebbe rarefare, e distrarre in vna mole maggiore di tutta la terra, e tutta la terra condensare, e ridurre in minor mole di vna noce; cose che io non credo, nè credo che voi medesimo crediate; e le considerationi, e dimostrationi sin quì fatte da v i, come che son cose Matematiche astratte, e separate dalla materia sensibile, credo che apolicate alle materie fisiche, e naturali non camminerebbero secondo cotestе regole.

Salu. Che io vi sia per far vedere l'inuisibile, nè io lo saprei fare, nè credo Voi lo ricerchiate, màper quanto dai nostri sensi può esser compreso, già che Voi hauete nominato l'Oro, non veggiam noi farsi immẽsa distrattione delle sue parti? Non sò se vi sia occorso il veder le maniere, che tengono gli artefici in condur l'Oro tirato, il quale non è veramente Oro se non in superficie, màla materia interna è Argento; & il modo del condurlo è tale. Pigliano Vn Cilindro, ò Volete dire Vna verga d'Argento lunga circa mezzo braccio, e grossa per trè, ò quattro Volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'Oro battuto, che sapete esser così sottile, che quasi và Vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto, ò dieci; e non più. Dorato chèè, cominciano à tirarlo con forza immensa facendolo passare per fori della filiera, tornando à farlo ripassare molte; e molte Volte successiuamente per fori più angusti, si che dopo molte, e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'vn capello di donna, se non maggiore, e tuttauia resta dorato in superficie: Lascio hora considerare à voi quale sia la sottigliezza, e distrattione, alla quale si è ridotta la sustanza dell'Oro.

Simp. Io non Veggo che da questa operatione venga in consequenza vn'assottigliamento della materia dell'Oro da farne quelle marauiglie,

che

che voi vorreste: prima perche già la prima doratura fu di dieci foglie d'Oro, che vengono à far notabile grossezza: secondariamente se ben nel tirare, e assottigliare quell'Argento cresce in lunghezza, scema però anco tanto in grossezza, che compensando l'vna dimensione con l'altra la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'Argento di Oro bisogni ridurlo à sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

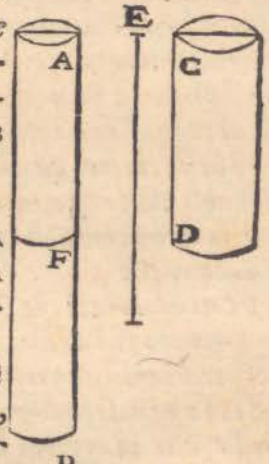
Salu. *V'ingannate d'assai Sig. Simp. perche l'accrescimento della superficie, e sudduplo dell'allungamento, come io potrei Geometricamente dimostrarui.*

Sagr. *Io e per me, e per il Sig. Simp. Vi pregherei à recarci tal dimostratione, se però credete, che da noi possa esser capita.*

Salu. *Vedrò se così improuisamente mi torna à memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso Cilindro d'Argento, & il filo lunghissimo tirato sono due Cilindri eguali essendo l'istesso Argento; tal che s'io mostrerò, qual proportione habbiano trà di loro le superficie de i Cilindri eguali, haueremo l'intento. Dico per tanto che*

La superficie de i Cilindri eguali trattone le basi son trà di loro in sudduplicata proportione delle loro lungezze.

Siano due Cilindri eguali, l'altezze de i quali AB, CD, *e sia la linea* E *media proportionale trà esse. Dico la superficie del Cilindro* AB *trattone le basi alla superficie del Cilindro* CD *trattone parimente le basi hauer la medesima proportione, che la linea* AB *alla linea* E, *che è sudduppla dalla proportione di* AB *à* CD. *Tagliſi la parte del Cilindro* AB *in* F, *e sia l'altezza* AF *eguale alla* CD. *E perche le basi de Cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del Cilindro* CD *al cerchio base del Cilindro* AB *sarà come l'altezza* BA *alla* DC, *e perche i cerchi son trà loro come i quadrati de i diametri, haranno detti quadrati la medesima proportione, che la* BA *alla* CD, *mà come* BA *à* CD *così il quadrato* BA *al quadrato della* E. *son dunque tali quattro quadrati proportionali; e però i lor lati ancora saranno proportionali; e come la linea* AB *alla* E, *così il diametro del cerchio* C *al diametro del cerchio* A, *mà come i diametri, così sono le circonferenze, e come le circonferenze, così sono ancora le superficie de Cilindri egualmente alti; adunque come la linea* AB *alla* E, *così la superficie del Cilindro* CD *alla superficie del Cilindro* AF. *Perche dunque l'altezza* AF *alla* AB *stà come la superficie* AF *alla superficie* AB, *e come l'altezza* AB *alla linea* E, *così la superficie* CD *alla* AF *sarà*



F *per*

per la perturbata, come l'altezza AF *alla* E, *così la superficie* CD *alla superficie* AB, *e conuertendo come la superficie del Cilindro* AB *alla superficie del Cilindro* CD, *così la linea* E *alla* AF, *cioè alla* CD, *ò vero la* AB *alla* E, *che è proportione suddupla della* AB *alla* CD, *che è quello che bisognaua prouare.*

Hora se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto che quel Cilindro d'Argento, che fù dorato, mentre non era più lungo di mezzo braccio; e grosso trè, ò quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza d vn capello si sia allungato fino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai) troueremo la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello che era: & in cõsequenza quelle foglie d'Oro, che furon soprapposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore ci assicurano l'Oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo restar non più grosso, che la ventesima parte d'vna foglia dell'ordinario Oro battuto. Considerate hora voi, qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza vna immensa distrattione di parti: e se questa vi pare vna esperienza, che tenda anche ad vna compositione d'infiniti indiuisibili nelle materie fisiche: se ben di ciò non mancano altri più gagliardi, e concludenti rincontri.

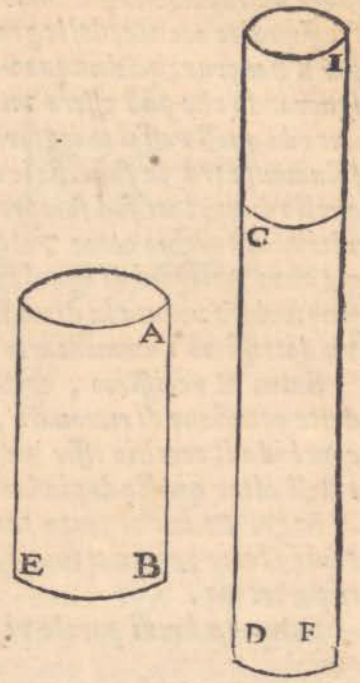
Sagr. *La dimostratione mi par tanto bella, che quando non hauesse forza di persuader quel primo intento, per il quale è stata prodotta (che pur mi par che ve l'habbia grande) ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breue tempo che per sentirla si è speso.*

Salu. *Già che veggo, che gustate tanto di queste Geometriche dimostrationi apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che sodisfà ad vn quesito curioso assai. Nella passata hauiamo quello, che accaggia de i Cilindri eguali, mà diuersi di altezze, ò vero lunghezze: è ben sentire quello che auuenga à i Cilindri eguali di superficie, mà diseguali d'altezze; intendendo sempre delle superficre sole, che gli circondano intorno cioè non comprendendo le due basi superiore, e inferiore. Dico dunque che*

I Cilindri retti, le superficie de i quali trattone le basi siano eguali, hanno frà di loro la medesima proportione che le loro altezze contrariamente prese.

Siano eguali le superficie de i due Cilindri AE, CF, *mà l'altezza di questo* CD *maggiore dell'altezza dell'altro* AB. *Dico il Cilindro* AE *al Cilindro* CF *hauer la medesima proportione, che l'altezza* CD *alla* AB. *Perche dunque la superficie* CF *è eguale alla superficie* AE, *sarà il Cilindro* CF *minore dell'* AE, *perche se li fusse eguale, la sua superficie per la passata propositione sarebbe maggiore della superficie* AE, *e molto più, se il medesimo Cilindro* CF *fusse maggiore dell'* AE. *Intendasi*

dasi il Cilindro ID *eguale all'* AE *adunque per la precedente la superficie del Cilindro* ID *alla superficie dell'* AE *starà, come l'altezza* IF *alla media trà* IF, AB. *Mà essendo per il dato la superficie* AE *eguale alla* CF *& hauendo la superficie* ID *alla* CF *la medesima proportione, che l'altezza* IF *alla* CD, *adunque la* CD *è media trà le* IF, AB. *In oltre essendo il Cilindro* ID *eguale al Cilindro* AE, *haranno amendue la medesima proportione al Cilindro* CF, *ma l'* ID *al* CF *stà come l'altezza* IF *alla* CD, *adunque il Cilindro* AE *al Cilindro* CF *harà la medesima proportione, che la linea* IF *alla* CD, *cioè, che la* CD *alla* AF, *che è l'intento.*



Di quì s'intende la ragione d vn'accidente, che non senza marauiglia vien sentito dal popolo; & è, come possa essere, che il medesimo pezzo di tela più lungo per vn verso, che per l'altro, se se ne facesse vn sacco da tenerui dentro del grano, come si costumano fare con vn fondo di tauola, terrà più seruendoci per l'altezza del sacco della minor misura della tela, e con l'altrà circondando la tauola del fondo, che facendo per l'opposito. Come se v.gr. la tela per va verso fusse sei braccia, e per l altro dodici, più terrà, quando con la lunghezza di dodici si circonda la tauola del fondo, restando il sacco alto braccia sei, che se si circondosse vn fondo di sei braccia hauendone dodici per altezza. Hora da quello, che si è dimostrato alla generica notitia del capir più per quel verso, che per questo, si aggiugne la specifica, e particolare scienza del quanto ei contenga più: che è, che tanto più terrà, quanto sarà più basso, e tanto meno, quanto più alto: e così nelle misure assegnate essendo la tela il doppio più lunga, che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco, che per l'altro verso. E parimente hauendo vna stuoia per fare vna buguola, lunga venticinque braccia, e larga, v. gr. sette piegata per lo lungo terrà solamente sette misure di quelle, che per l'altro verso ne terrebbe venticinque.

Sagr. *E così con nostro gusto particolare andiamo continuamente acquistando nuoue cognitioni curiose, e non ignude di vtilità. Mà nel proposito toccato adesso veramente non credo, che trà quelli che mancano di qualche cognitione di Geometria se ne trouassero quattro per cento che non restassero à prima giunta ingannati, che quei corpi, che da superficie*

eguali son contenuti, non fussero ancora in tutto eguali: si come nell'istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diuerse Città intera cognitione gli par d'hauerne, qualunque volta sanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando che può essere vn recinto eguale à vn'altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello, il che accade non solamente trà le superficie irregolari, mà trà le regolari, trà le quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati; si che in vltimo il cerchio come Poligono di lati infiniti è capacissimo sopra tutti gli altri Poligoni di egual circuito; di che mi ricordo hauerne con gusto particolare veduta la dimostratione studiando la Sfera del Sacroboſco con vn dottissimo Commentario sopra.

Salu. *E verissimo, & hauendo io ancora incontrato cotesto luogo mi dette occasione di ritrouare, come con vna sola, e breue dimostratione si concluda il cerchio esser magiore di tutte le figure regolari isoperimetre, e dell'altre quelle di più lati maggiori di quelle di manco.*

Sagr. *Et io che sento tanto diletto in certe propositioni, e dimostrationi scelte, e non triuiali, importunandoui vi prego, che me ne facciate partecipe.*

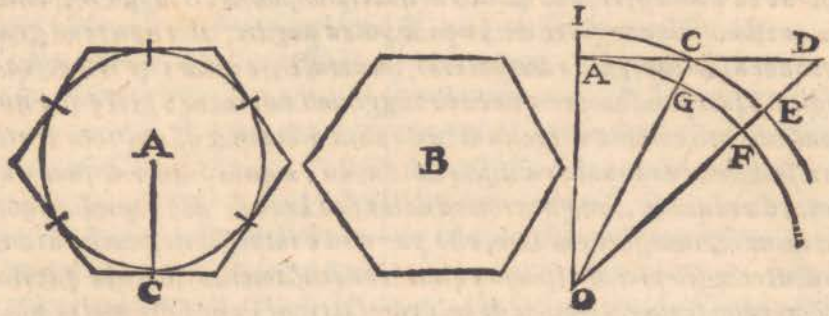
Salu. *In breui parole vi spedisco, dimostrando il seguente Teorema; cioè;*

Il cerchio è medio proportionale trà qualsiuoglino due Poligoni regolari trà di loro simili, de i quali i vno gli sia circonscritto, e l'altro gli sia isoperimetro: in oltre essendo egli minore di tutti i circoscritti, è all'incontro massimo di tutti gl'isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno più angoli, son minori di quelli, che ne hanno manco: mà all'incontro de gl'isoperimetri, quelli di più angoli son maggiori.

Delli due Poligoni simili A, B *sia l'*A *circoscritto al cerchio* A, *e l'altro* B *ad esso cerchio sia isoperimetro. Dico il cerchio esser medio proportionale trà essi. Imperò che (tirato il semidiametro* AC*) essendo il cerchio eguale à quel triangolo rettangolo, de i lati del quale, che sono intorno all'angolo retto, vno sia eguale al semidiametro* AC, *e l'altro alla circonferenza; e similmente essendo il Poligono* A *eguale al triangolo rettangolo, che intorno all'angolo retto hà vno de i lati eguale alla medesima retta* AC, *e l'altro al perimetro del medesimo Poligono; è manifesto il circoscritto Poligono hauer' al cerchio la medesima proportione, che hà il suo perimetro alla circonferenza di esso cerchio, cioè al perimetro del Poligono* B, *che alla circonferenza detta si pone eguale: mà il Poligono* A *al* B *hà doppia proportione, che'l suo perimetro al perimetro di* B *(essendo figure simili) adunque il cerchio* A *è medio proportionale trà*

i due

i due Poligoni A, B, & essendo il Poligono A maggior del cerchio A, è manifesto esso cerchio A esser maggiore del Poligono B suo isoperimetro, & in consequenza massimo di tutti i Poligoni regolari suoi isoperimetri.



Quanto all'altra parte, cioè di prouare, che de i Poligoni circoscritti al medesimo cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati: mà che all'incontro de i Poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati, dimostreremo così. Nel cerchio, il cui centro O semidiametro OA sia la tangente AD, & in essa pongasi per esempio AD esse la metà del lato del Pentagono circoscritto, & AC metà del lato dell'Ettagono, e tirinsi le rette OGC, OFD, e centro O interuallo OC descriuasi l'arco ECI. E perche il triangolo DOC è maggiore del Settore EOC, e'l Settore COI maggiore del triangolo CO A maggior proportione harà il triangolo DOC al triangolo COA che'l Settore EOC al Settore COI, cioè che'l Settore FOG al Settore GOA, e componendo, e permutando il triangolo DOA al Settore FOA harà maggior proportione, che il triangolo COA al Settore GOA, e dieci triangoli DOA à dieci Settori FOA haranno maggior proportione, che quattordeci triangoli COA à quattordeci Settori GOA cioè il Pentagono circoscritto harà maggior proportione al cerchio, che non gli hà l'Ettagono: e però il Pentagono sarà maggior dell'Ettagono. Intendansi hora vn Ettagono, & vn Pentagono isoperimetri al medesimo cerchio. Dico l'Ettagono esser maggior del Pentagono. Imperò che essendo l'istesso cerchio medio proportionale tra'l Pentagono circoscritto, e'l Pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra'l circoscritto, e'l isoperimetro Ettagono; essendosi prouato il circoscritto Pentagono esser maggiore del circoscritto Ettagono, haurà esso Pentagono maggior proportione al cerchio, che l'Ettagono; cioè il cerchio harà maggior proportione al suo isoperimetro Pentagono, che all'isoperimetro Ettagono; adunque il Pentagono è minore dell'isoperimetro Ettagono. Che si doueua dimostrare.

Sa-

Sagr. *Gentilissima dimostratione, e molto acuta. Mà doue siamo trascorsi à ingolfarci nella Geometria, mentre eramo sù'l considerare le difficoltà promosse dal Sig. Simp. che veramente son di gran consideratione, & in particolare quella della condensatione mi par durissima.*

Salu. *Se la condensatione, e la rarefattione son moti opposti, doue si vegga vna immensa rarefattione, non si potrà negare vna non men grandissima condensatione; mà rarefattioni immense, e quel che accresce la marauiglia, quasi che momentanee le veggiamo noi tutto'l giorno: e quale sterminata rarefattione è quella di vna poca quantità di poluere d'artiglieria risoluta in vna mole vastissima di fuoco? e quale oltre à questa l'espansione, direi quasi, senza termine della sua luce? E se quel fuoco, e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poiche dianzi stettero dentro quel piccolo spatio, qual condensamento sarebbe questo? Voi discorrendo trouerete mille di tali rarefattioni, che sono molto più in pronto ad esser osseruate; che le condensationi: perche le materie dense son più trattabili, e sottoposte à i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne, e le vediamo risoluere in fuoco, e in luce, mà non così veggiamo il fuoco, e'l lume condensarsi à costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori, e mille altre solide materie risoluersi in gran parte in odori, mà non così osseruiamo gli atomi odorosi cõcorrere alla costitutione de i solidi odorati; mà doue manca la sensata osseruatione, si deue supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefattione, e resolutione de i solidi, che alla condensatione delle sustanze tenui, e rarissime. In oltre noi trattiamo, come si possa far la condensatione, e rarefattione de i corpi, che si possono rarefare, e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduttion del vacuo, e della penetratione de i corpi; il che non esclude, che in natura possano esser materie, che non ammettono tali accidenti, & in consequenza non danno luogo à quelli, che voi chiamate inconuenienti, e impossibili. E finalmente Sig. Simp. io in gratia di voi altri Signori Filosofi mi sono affaticato in specolare, come si possa intendere farsi la condensatione, e la rarefattione senza ammettere la penetratione de i corpi, e l'introduttione de gli spatij vacui, effetti da voi negati, & aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contradittore. Però ò ammettete questi inconuenienti, ò gradite le mie specolationi, ò trouatene di più aggiustate.*

Sagr. *Alla negatiua della penetratione son'io del tutto con i Filosofi Peripatetici, à quella del vacuo vorrei sentir ben ponderare la dimostratione d'Aristotele, con la quale ei l'impugna, e quello che voi S. Salu. gli opponete. Il Sig. Simp. mi farà gratia di arrecar puntualmente la proua del Filosofo: e voi Sig. Salu. la risposta.*

Simp.

Simp. *Aristotele, per quanto mi souuiene, insurge contro alcuni antichi, i quali introduceuano il vacuo, come necessario per il moto, dicendo, che questo senza quello non si potrebbe fare; à questo contropponendosi Aristotele dimostra, che all'opposito il farsi (come voggiamo) il moto distrugge la positione del vacuo; e'l suo progresso è tale. Fà due supposittioni l'vna è di mobili diuersi in grauità mossi nel medesimo mezzo: l'altra è dell'istesso mobile mosso in diuersi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diuersi in grauità si muouano nell'istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano trà di loro la medesima proportione, che le grauità; si che per esempio vn mobile dieci volte più graue di vn' altro si muoua dieci volte più velocemente. Nell' altra positione piglia che le velocità del medesimo mobile in diuersi mezzi ritengano trà di loro la proportione contraria di quella, che hanno le grossezze, ò densità di essi mezzi; talmente che posto, v. gr. che la crassitie dell'acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell aria, vuole che la velocità nell'aria sia dieci volte più che la velocità nell'acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostratione in cotal forma. Perche la tenuità del vacuo supera d'infinito interuallo la corpulenza ben che sottilissima di qualsiuoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno si mouesse per qualche spatio in qualche tempo, nel vacuo dourebbe muouersi in vno istante: mà farsi moto in vno istante è impossibile, adunque darsi il vacuo in gratia del moto è impossibile.*

Salu. *L'argomento si vede che è* ad hominem, *cioè contro à quelli, che voleuano il Vacuo come necessario per il moto, che se io concederò l'argomento come concludente concedendo insieme, che nel Vacuo non si farebbe il moto, la position del Vacuo assolutamente presa, e non in relatione al moto, non vien distrutta. Mà per dire quel che per auuentura potrebbe rispondere quegli antichi, acciò meglio ci scorga, quanto concluda la dimostratione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro à gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo: io grandemente dubito, che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia Vero, che due pietre vna più graue dell'altra dieci volte lasciate nel medesimo instante cader da Un'altezza, v. gr. di cento braccia fusser talmente differenti nelle loro velocità, che all'arriuo della maggior in terra l'altra si trouasse non hauere nè anco sceso dieci braccia.*

Simp. *Si vede pure dalle sue parole, ch'ei mostra d'hauerlo sperimentato, perche ei dice: Veggiamo il più graue: hor quel' vedersi accenna l'hauerne fatta l'esperienza.*

Sagr. *Mà io Sig. Simplicio che n'hò fatto la proua, vi assicuro, che vna palla d'artiglieria, che pesi cento, dugento, & anco più libbre, non anticiperà di vn palmo solamente l'arriuo in terra della palla d'vn mo-*

schetto,

ſchetto, che ne peſi vna mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia.

Salu. *Mà ſenz'altre eſperienze con breue, e concludente dimoſtratione poſſiamo chiaramente prouare non eſſer vero, che vn mobile più graue ſi muoua più velocemente d'vn'altro men graue, intendendo di mobili dell'iſteſſa materia; & in ſomma di quelli de i quali parla Ariſtotele. Però ditemi Sig. Simp. ſe voi ammettete, che di ciaſcheduno corpo graue cadente ſia vna da natura determinata velocità; ſi che l'accreſcergliela, ò dimonuirgliela non ſi poſſa ſe non con vſargli violenza, ò opporgli qualche impedimento.*

Simp. *Non ſi può dubitare, che l'iſteſſo mobile nell'iſteſſo mezzo habbia vna ſtatuita, e da natura determinata velocità, la quale non ſe gli poſſa accreſcere ſe non con nuouo impeto conferitogli, ò diminuirgliela, ſaluo che con qualche impedimento che lo ritardi.*

Salu. *Quando dunque noi haueſſimo due mobili, le naturali velocità de i quali fuſſero ineguali, è manifeſto che ſe noi congiugneſſimo il più tardo col più veloce, queſto dal più tardo ſarebbe in parte ritardato, & il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce. Non concorrete voi meco in queſt'opinione?*

Simp. *Parmi che così debba indubitabilmente ſeguire.*

Salu. *Mà ſe queſto è, & è inſieme vero, che vna pietra grande ſi muoue per eſempio con otto gradi di velocità, & vna minore con quattro, adunque congiugnendole amendue inſieme il compoſto di loro ſi mouerà con velocità minore di otto gradi; mè le due pietre congiunte inſieme fanno vna pietra maggiore, che quella prima che ſi mouea con otto gradi di velocità, adunque queſta maggiore ſi muoue men velocemente, che la minore; che è contro alla Voſtra ſuppoſitione. Vedete dunque come dal ſuppor che l mobile più graue ſi muoua più velocemente del men graue, io vi concludo il più graue muouerſi men velocemente.*

Simp. *Io mi trouo auuiluppato: perche mi par pure, che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peſo, e aggiugnendole peſo non sò, come non debba aggiugnerle velocità, ò almeno non diminuirgliela.*

Salu. *Quì commette vn'altro errore, Sig. Simp. perche non è vero, che quella minor pietra accreſca peſo alla maggiore.*

Simp. *Oh queſto paſſa bene ogni mio concetto.*

Salu. *Non lo paſſerà altrimente, fatto ch'io v'habbia accorto dell'equinoco, nel quale voi andate fluttuando. però auuertite, che biſogna diſtinguere i graui poſti in moto, da i medeſimi coſtituiti in quiete; vna pietra meſſa nella bilancia non ſolamente acquiſta peſo maggiore col ſopraporgli vn'altra pietra, mà anco la giunta di vn pennecchio di ſtoppa la farà peſar più quelle ſei, ò dieci once che peſerà la ſtoppa; mà ſe voi laſcerete*

scerete liberamente cader da vn'altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa grauiti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto: ò pur credete che ella la ritarderà sostenendola in parte? Sentiamo grauitarci sù le spalle, mentre vogliamo opporci al moto, che farebbe quel peso, che ci stà addosso; mà se noi scendessimo con quella velocità, che quel tal graue naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema, e grauiti sopra? Non vedete che questo sarebbe vn voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità con quanta, ò con maggiore di quella, con la quale voi lo seguite. Concludete per tanto, che nella libera, e naturale caduta la minor pietra non grauita sopra la maggiore, & in conseguenza non le accresce peso, come fà nella quiete.

Simp. *Mà chi posasse la maggiore sopra la minore?*

Salu. *Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce; mà già si è concluso, che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si muouerebbe men veloce essendo maggiore dell'altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i Mobili grandi, e i piccoli ancora essendo della medesima grauità in specie si muouono con pari velocità.*

Simp. *Il vostro discorso procede benissimo veramente, tuttauia mi par duro à credere, che vna lagrima di piombo si habbia à muouer così veloce, come vna palla d'artiglieria.*

Salu. *Voi doueui dire vn grano di rena, come vna macina da guado. Io non vorrei Sig. Simp. che voi faceste, come alcuni altri fanno, che diuertendo il discorso dal principale intento vi attaccaste à vn mio detto, che mancasse dal vero quant'è vn capello, e che sotto questo capello voleste nasconder vn difetto d'vn'altro, grande quant'vna Gomona da naue. Aristotele dice: vna palla di ferro di cento libbre cadendo dall'altezza di cento braccia arriua in terra prima che vna d'vna libbra sia scesa vn sol braccio: Io dico ch'ell'arriuano nell'istesso tempo: Voi trouate, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grãde percuote in terra, l'altra ne è lontana due dita: voi hora vorreste dopo queste due dita appiattare le nouantanoue braccia d'Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silentio l'altro massimo. Aristotele pronuntia, che Mobili di diuersa grauità nel medesimo mezzo si muouono (per quanto depende dalla grauità) con velocitadi proportionate à i pesi loro, e l'esemplifica con Mobili, ne i quali si possa scorgere il puro, & assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerationi sì delle figure, come de i minimi momenti, le quali cose grande alteratione riceuono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola grauità; che perciò si vede l'Oro grauissimo sopra tutte l'altre materie ridotto in vna sottilissima*

foglia andar vagando per aria, l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima poluere. Mà se voi volete mantenere la propositione vniuersale, bisogna che voi mostriate la proportione delle velocità osseruarsi in tutti i graui, e che vn sasso di venti libbre si muoua dieci volte più veloce che vno di due: il che vi dico esser falso, e che cadendo dall'altezza di cinquanta, ò cento braccia arriuano in terra nell'istesso momento.

Simp. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello, che in queste altezze minori non si vede accadere.

Salu. Se Aristotele hauesse inteso questo, voi gli addossereste vn'altro errore; che sarebbe vna bugia; perche non si trouando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è, che Aristotele non ne poteua hauer fatta esperienza; e pur ci vuol persuadere d hauerla fatta, mentre dice, che tale effetto si vede.

Simp. Aristotele veramente non si serue di questo principio, mà di quell'altro, che non credo che patisca queste difficoltà.

Salu. E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi marauiglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorghiate, che quando fusse vero, che l'istesso Mobile in mezzi di differente sottilità, e rarità, & in somma di diuersa cedenza, quali per esempio son l'acqua, e l'aria, si mouesse con velocità nell'aria maggiore, che nell'acqua secondo la proportione della rarità dell'aria à quella dell'acqua, ne seguirebbe che ogni Mobile, che scendesse per aria, scenderebbe anco nell'acqua; il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell'aria, che nell'acqua non pur non descendono, ma formontano all'in sù.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra consequenza; e più dirò che Aristotele parla di quei Mobili graui, che descendono nell'vn mezzo, e nell'altro, e non di quelli che scendono nell'aria, e nell'acqua vanno all'in sù.

Salu. Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese, che egli assolutamente non produrrebbe per non aggrauar' il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell'acqua, ò quel che si sia che ritarda il moto, hà qualche proportione alla corpulenza dell'aria, che meno lo ritarda; & hauendola assegnatela à Vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch'ella sia in proportione decupla; e che però la velocità di vn graue, che descenda in amendue gli elementi sarà dieci volte più tardo nell'acqua, che nell'aria.

Salu. Piglio adesso vn di quei graui, che vanno in giù nell'aria, mà nell'acqua nò: qual sarebbe vna palla di legno, e vi domando, che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simp. Ponghiamo che ella si muoua con venti gradi di velocità.

Salu. Benissimo. Et è manifesto che tal velocità à qualche altra mino-

re

re può hauer la medesima proportione, che la corpulenza dell'acqua à quella dell'aria: e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente à filo, e à dirittura conforme all'assunto d'Aristotele si douerebbe concludere, che la palla di legno, che nell'aria dieci volte più cedente dell'acqua si muoue scendendo con Venti gradi di velocità, nell'acqua dourebbe scendere con due, e non venir à galla dal fondo come fà; se già voi non voleste dire, che nell'acqua il venir ad alto nel legno sia l'istesso, che'l calare à basso con due gradi di Velocità; il che non credo. Mà già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete, che qualche altra palla d'altra materia diuersa dal legno si potrebbe trouare, che nell'acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simp. Potrebbesi senza dubbio; mà di materia notabilmente più graue del legno.

Salu. Questo è quel ch'io vò cercando. Mà questa seconda palla, che nell'acqua descende con due gradi di velocità, con quanta Velocità descenderà nell'aria? Bisogna (se volete seruar la regola d'Aristotele) che rispondiate che si muouerà con venti gradi: mà venti gradi di velocità hauete voi medesimo assegnati alla palla di legno, adunque questa, e l'altra assai più graue si moueranno per l'aria con egual velocità. Hor come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i Mobili di diuersa grauità nel medesimo mezzo si muouono con diuerse velocità, e diuerse tanto, quanto le grauità loro? Mà senza molto profonde contemplationi, come hauete voi fatto à non osseruar accidenti frequentissimi, e palpabilissimi, e non badare à due corpi, che nell'acqua si moueranno l'vno cento volte più Velocemente dell'altro, mà che nell'aria poi quel più veloce non supererà l'altro di vn sol centesimo? come per esempio vn vouo di marmo scenderà nell acqua cento Volte più presto, che alcuno di gallina; che per l'aria nell altezza di Venti braccia non l'anticiperà di quattro dita; & in somma tal graue andrà al fondo in trè hore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in vna battuta, ò due di polso, e tale (come sarebbe vna palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio. E quì sò ben Sig. Simp che voi comprendete che non ci hà luogo distintione, ò risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al Vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spatij notabilmente grandi, quali nè io, nè credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare.

Sagr. Vedendo che il Sig. Simp. tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente hauete dimostrato, come non è altrimen-

ti vero, che Mobili diſegualmente graui ſi muouono nel medeſimo mezzo con velocità proportionate alle grauità loro, mà con eguale: intendendo de i graui dell'iſteſſa materia, ò vero dell'iſteſſa grauità in ſpecie, mà non già (come credo) di grauità differenti in ſpecie (perche non penſo che Voi intendiate di concluderci, ch'vna palla di ſughero ſi muoua con pari velocità, ch'vna di piombo) & hauendo di più dimoſtrato molto chiaramente, come non è vero, che'l medeſimo Mobile in mezzi di diuerſe reſiſtenze ritenga nelle velocità, e tardità ſue la medeſima proportione, che le reſiſtenze: à me ſarebbe coſa gratiſſima il ſentire, quali ſiano le proportioni, che nell'vn caſo, e nell'altro vengono oſſeruate.

Salu. *I queſiti ſon belli, & io ci hò molte volte penſato; vi dirò il diſcorſo fattoci attorno, e quello che ne hò in vltimo ritratto. Dopo eſſermi certificato non eſſer vero, che il medeſimo Mobile in mezzi di diuerſa reſiſtenza oſſerui nella velocità la proportione delle cedenze di eſſi mezzi; ne meno, che nel medeſimo mezzo Mobili di diuerſa grauità ritengano nelle velocità loro la proportione di eſſe grauità (intendendo anco delle grauità diuerſe in ſpecie) cominciai à comporre inſieme amendue queſti accidenti, auuertendo quello che accadeſſe de i Mobili differenti di grauità poſti in mezzi di diuerſe reſiſtenze, e m'accorſi le diſegualità delle velocità trouarſi tuttauia maggiori ne i mezzi più reſiſtenti, che ne i più cedenti; e ciò con diuerſità tali, che di due Mobili, che ſcendendo per aria pochiſſimo differiranno in velocità di moto, nell'acqua l'vno ſi moverà dieci volte più veloce dell'altro; anzi che tale, che nell'aria velocemente deſcende, nell'acqua non ſolo non ſcenderà, mà reſterà del tutto priuo di moto, e quel che è più, ſi moverà all'in sù: perche ſi potrà tal volta trouare qualche ſorte di legno, ò qualche nodo, ò radica di quello, che nell'acqua potrà ſtare in quiete, che nell'aria velocemente deſcenderà.*

Sagr. *Io più volte mi ſon meſſo con vna eſtrema flemma per veder di ridurre vna palla di cera, che per ſe ſteſſa non và à fondo con l'aggiugnergli grani di rena, à ſegno tale di grauità ſimile all'acqua, che nel mezzo di quella ſi fermaſſe; nè mai per diligenza vſata mi ſucceſſe il poterlo conſeguire; onde non sò ſe altra materia ſolida ſi ritroui tanto naturalmente ſimile in grauità all'acqua, che poſta in eſſa in ogni luogo poteſſe fermarſi.*

Salu. *Sono in queſto, come in mille altre operationi, aſſai più diligenti molti animali; che non ſiamo noi altri. E nel voſtro caſo i peſci vi harebber potuto porger qualche documento eſſendo in queſto eſſercitio così dotti, che ad arbitrio loro ſi equilibrano non ſolo con vn'acqua, mà con differenti notabilmente ò per propria natura, ò per vna ſoprauuenente torbida, ò per ſalſedine, che fà differenza aſſai grande; ſi equilibrano,*

dico,

dico, tanto esattamente, che senza punto muouersi restano in quiete in ogni luogo; e ciò per mio credere fanno eglino, seruendosi dello strumẽto datogli dalla natura à cotal fine, cioè, di quella vescichetta, che hanno in corpo, la quale per vno assai angusto meato risponde alla lor bocca; e per quello à posta loro ò mandano fuori parte dell aria, che in dette vesciche si contiene, ò venendo col nuoto à galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più, or meno graui dell'acqua, & à lor beneplacito equilibrandosegli.

Sagr. Io con vn'altro artifitio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio con l'acqua, & hauendo messo nel fondo del Vaso vna parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla, che à mezz'acqua si fermaua, e spinta nel fondo, ò sospinta ad alto nè in questo, nè in quel sito restaua, mà ritornaua nel mezzo.

Salu. Non è cotesta esperienza priua di Vtilità: per che trattandosi da i Medici in particolare delle diuerse qualità di acque, e trà l'altre principalmente della leggerezza, ò grauità più di questa, che di quella; con vna simil palla aggiustata, si che resti ambigua, per così dire, trà lo scendere, e'l salire in vn'acqua, per minima che sia la differenza di peso trà due acque, se in vna, tal palla scenderà, nell'altra che sia più graue, salirà. Et è talmente esata cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettino in sei libbre d'acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla, che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire in confermatione dell'esattezza di questa esperienza, & insieme per chiara proua della nulla resistenza dell acqua all'esser diuisa, che non solamẽte l'ingrauirla con la mistione di qualche materia più graue di lei induce tanto notabil differenza, mà il riscaldarla, ò raffreddarla Vn poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operatione, che l'infonder quattro gocciole d'altra acqua vn poco più calda, ò vn poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda, ò vi sormonti: vi scẽderà infondendoui la calda, e monterà per l infusione della fredda. Hor' Vedete quanto s'ingannino quei Filosofi, che Voglion metter nell'acqua viscosità, ò altra congiuntione di parti, che la facciano resistente alla diuisione, ò penetratione.

Sagr. Veddi molto concludenti discorsi intorno à questo argomento in vn trattato del nostro Accademico: tuttauia mi resta vn gagliardo scrupolo, il quale non sò rimuouere; perche se nulla di tenacità, e coerenza risiede trà le parti dell'acqua, come possono sostenersi assai grandi pezzi, e molto rileuati in particolare sopra le foglie de i cauoli senza spargersi, e spianarsi?

Salu. Ancor che vero sia che colui, che hà dalla sua la conclusione vera,

vera, posa risoluere tutte l'istanze, che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; nè la mia impotenza deue denigrare la candidezza della verità. Io primieramente vi confesso, che non sò, come vadia il negotio del sostenersi quei globi d'acqua assai rileuati, e grandi, se bene io sò di certo, che da tenacità interna, che sia trà le sue parti, ciò non deriua; onde resta necessario, che la cagione di cotal' effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all'esperienze mostrate ve lo posso confermare con vn'altra efficacissima. Se le parti di quell'acqua, che rileuata si sostiene mentre è circondata dall'aria, hauessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fussero da vn mezzo, nel quale hauessero minor propensione di discendere, che nell'aria ambiente non hanno; mà vn mezzo tale sarebbe ogni fluido più graue dell'aria, come, v. gr. il vino: e però infondendo intorno à quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno senza che le parti dell'acqua conglutinate dall' interna viscosità, si dissoluessero: mà ciò non accad'egli, anzi non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che senza aspettar, che molto se gli eleui intorno, si dissoluerà, e spianerà restandogli di sotto, se sarà vino rosso. E' dunque esterna; e forse dell'aria ambiente la cagione di tale effetto: e veramente si osserua vna gran disensione trà l'aria, e l'acqua, la quale hò io in vn'altra esperienza osseruata; e questa è: S' io empio d'acqua vna palla di cristallo, che habbia vn foro angusto, quant è la grossezza d'vn fil di paglia, e così piena la volto con la bocca all'in giù, non però l acqua benche grauissima, e pronta à scender per aria, nè l aria altrettanto disposta à salire, come leggerissima; per l'acqua si accordano quella à scendere vscendo per il foro, e questa à salire entrandoui: mà restano amendue ritrose, e contumaci. All incontro poi se io presenterò à quel foro vn vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men graue dell acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l'acqua, e l acqua con pari tardità scender per il vino senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirà tutta di vino, e l'acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Hor che si deue quì dire, ò che argumentarne fuor che vna disconuenienza trà l'acqua, e l'aria occulta à me, mà forse.

Simp. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia, che al Sig. Salu. con l'antipatia, che nè pur vuol nominarla, e pur è tanto accommodata à scior la difficoltà.

Salu. Hor sia questa in gratia del Sig. Simp. la solutione del nostro dubbio; e lasciato il digredire torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità ne i Mobili di grauità diuerse si troua esser sommamente maggiore ne i mezzi più, e più resistenti: mà che più? nel mez-

zo dell'Argento viuo l'Oro non solamente và in fondo più velocemente del piombo, mà esso solo vi descende, e gli altri metalli, e pietre tutti vi si muouono in sù, e vi galleggiano; doue che trà palle d'Oro, di piombo, di rame, di porfido, ò di altre materie graui, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, che sicuramente vna palla d'Oro nel fine della scesa di cento braccia non preuerrà vna di rame di quattro dita: veduto, dico, questo cascai in opinione, che se si leuasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie descenderebbero con eguali velocità.

Simp. Gran detto è questo Sig. Salu. Io non crederò mai, che nell'istesso vacuo, se pur' vi si desse il moto, vn fiocco di lana si mouesse così veloce come vn pezzo di piombo.

Salu. Pian piano Sig. Simp. la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inauueduto, che si debba credere, che non mi sia souuenuta, e che in consequenza io non vi habbia trouato ripiego. Però per mia dichiaratione, e vostra intelligenza sentite il mio discorso. Noi siamo sù'l volere inuestigare quello che accaderebbe à i Mobili differentissimi di peso in vn mezzo, doue la resistenza sua fusse nulla, si che tutta la differenza di velocità, che trà essi Mobili si ritrouasse, referir si douesse alla sola disuguaglianza di peso. E perche solo vno spatio del tutto Voto d'aria, e di ogni altro corpo ancor che tenue, e cedente, sarebbe atto à sensatamente, mostrarci quello che ricerchiamo, già che manchiamo di cotale spatio, andremo osseruando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili, e meno resistenti in comparatione di quello, che si vede accadere negli altri manco sottili, e più resistenti: che se noi troueremo in fatto i Mobili differenti di grauità meno, e meno differir di velocità, secondo che i mezzi più, e più cedenti si troueranno; e che finalmente ancor che estremamente diseguali di peso nel mezzo più d'ogn'altro tenue, se ben non Voto, piccolissima si scorga, e quasi inosseruabile la diuersità della velocità, parmi che ben potremo cõ molto probabil coniettura credere, che nel vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell'aria; doue per hauer' vna figura di superficie ben terminata, e di materia leggerissima, Voglio che pigliamo vna vescica gonfiata, nella quale l'aria, che vi sarà dentro, peserà nel mezzo dell'aria stessa niente, ò poco, perche poco vi si potrà comprimere, talche la grauità è solo quella poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d'vna mole di piombo grande quanto la medesima vescica gonfiata. Queste Sig. Simp. lasciate dall'altezza di quattro, ò sei braccia di quanto spatio stimereste, che'l piombo fusse per anticipare la vescica nella sua scesa? siate sicuro, che non l'anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, se ben già l'haresti fatto mille volte più veloce.

Simp.

Simp. *Potrebbe esser, che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro, ò sei braccia accadesse cotesto che dite: mà nel progresso, & in vna lunga continuatione credo che'l piombo se la lascerebbe in dietro non solamente delle dodici parti dello spatio le sei, mà anco le otto, e le dieci.*

Salu. *Et io ancora credo l'istesso: e non dubito che in distanze grandissime potesse il piombo hauer passato cento miglia di spatio, che la Vescica ne hauesse passato vn solo. Mà questo Sig. Simp. mio che Voi proponete come effetto contrariante alla mia propositione, è quello che massimamẽte la conferma. E' (torno à dire) l'intento mio dichiarare, come delle diuerse velocità di Mobili di differente grauità non ne sia altramente causa la diuersa grauità: mà che ciò dependa da accidenti esteriori, & in particolare dalla resistenza del mezzo, si che tolta questa tutti i Mobili si mouerebber con i medesimi gradi di Velocità. E questo deduco io principalmente da quello, che hora Voi stesso ammettete, e che è Verissimo, cioè, che di Mobili differentissimi di peso le Velocità più, e piu differiscono secondo che maggiori, e maggiori sono gli spatij, che essi van trapassando: effetto, che non seguirebbe, quando ei dependesse dalle differenti grauità: imperò che essendo esse sempre le medesime, medesima dourebbe mantenersi sempre la proportione trà gli spatij passati, la qual proportione noi Veggiamo andar nella continuation del moto sempre crescendo; poiche l'Vn Mobile grauissimo nella scesa d'vn braccio non anticiperà il leggierissimo della decima parte di tale spatio, mà nella caduta di dodici braccia lo preuerrà della terza parte, in quella di cento l'anticiperà di $\frac{20}{100}$.*

Simp. *Tutto bene: Mà seguitando le vostre Vestigie, se la differenza di peso in Mobili di diuersa grauità non può cagionare la mutation di proportione nelle Velocità loro, atteso che la grauità non si mutano: ne anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l'istesso, potra cagionar' alteration' alcuna nella proportione delle Velocità.*

Salu. *Voi acutamente fatte instanza contra al mio detto, la quale è ben necessario di risoluere. Dico per tanto che vn corpo graue hà da natura intrinseco principio di muouersi verso'l comun cẽtro de i graui, cioè, del nostro Globo terrestre, con mouimento continuamente accelerato, & accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuoui momenti, e gradi di velocità; e questo si deue intender Verificarsi, tutta volta che si rimouessero tutti gl'impedimenti accidentarij, & esterni; trà i quali vno ve ne hà, che noi rimuouer non possiamo, che è l'impedimento, del mezzo pieno, mentre dal Mobile cadente deue esser' aperto, e lateralmente mosso al qual moto trasuersale il mezzo, benche fluido, cedente, e quieto si oppone con resistenza hor minore, & hor maggiore, e maggiore: secondo che lentamente, ò velocemente ei*

deue

deue aprirsi per dar il transito al Mobile, il quale perche, come hò detto, si và per sua notura continuamente accelerando, vien per conseguenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento, e diminutione nell'acquisto di nuoui gradi di velocità: si che finalmente la velocità peruiene à tal segno, e la resistenza del mezzo à tal grandezza, che bilanciandosi frà loro leuano il più accelerarsi, e riducono il Mobile in vn moto equabile, & vniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. E' dunque nel mezzo accrescimento di resistenza non perche si muti la sua essenza, mà perche si altera la velocità, con la quale ei deue aprirsi, e lateralmente muouersi, per cedere il passaggio al cadente, il quale và successiuamente accelerandosi. Ora il vedere che la resistenza dell'aria al poco momento della vescica è grandissima, & al gran peso del piombo è piccolissima, mi fà tener per fermo, che chi la rimouesse del tutto, con l'arrecare alla vescica grandissimo commodo, mà ben poco al piombo, le velocità loro si pareggerebbero. Posto dunque questo principio, che nel mezzo doue ò per esser vacuo, ò per altro non fusse resistenza veruna, che ostasse alla velocità del moto, si che di tutti i Mobili le velocità fusser pari, potremo assai cõgruamente assegnar le proportioni delle velocità di Mobili simili, e dissimili nell'istesso, & in diuersi mezzi pieni, e però resistenti. E ciò conseguiremo col por mente, quanto la grauità del mezzo detrae alla grauità del Mobile, la qual grauità è lo strumento, col quale il Mobile si fà strada rispingendo le parti del mezzo alle bande: operatione che non accade nel mezzo vacuo: e che però differenza nissuna si hà da attendere dalla diuersa grauità, e perche è manifesto il mezzo detrarre alla grauità del corpo da lui contenuto, quant'è il peso d'altrettanta della sua materia, scemando con tal'proportione le velocità de i Mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, haremo l'intento. Come per esempio: posto che il piombo sia dieci mila volte più graue de l'aria, mà l'Ebano mille volte solamente delle velocità di queste due materie, che assolutamente prese, cioè, rimossa ogni resistenza, sarebbero eguali, l'aria al piombo detrae delli dieci mila gradi vno, mà all'Ebano suttrae de mille gradi vno, ò vogliam dire de i dieci mila dieci. Quando dunque il piombo, e l'Ebano scenderanno per aria da qualsiuoglia altezza, la quale rimosso 'l ritardamento dell'aria haurebbon passata nell'istesso tempo, l'aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi vno, mà all'Ebano detrae de i dieci mila dieci: che è quanto à dire, che diuisa quella altezza, dalla quale si partano tali Mobili, in dieci mila parti, il piombo arriuerà in terra, restando in dietro l'Ebano, dieci anzi pur noue delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, saluo che cadendo vna palla di piombo da vna torre alta dugento braccia trouar, che ella anticiperà vna d'Ebano di manco di quattro dita? Pesa l'Ebano mille volte più dell'a-

ria, mà quella vescica così gonfia pesa solamente quattro volte tanto; l'aria dunque dalla intrinseca, e naturale velocità dell'Ebano detrae de mille gradi vno, mà à quella, che pur della vescica assolutamente sarebbe stata l'istessa, l'aria ne toglie delle quattro parti vna: allora dunque che la palla d'Ebano cadendo dalla torre giugnerà in terra, la vescica ne haverà passati i trè quarti solamente. Il piombo è più graue dell'acqua dodici volte, mà l'auorio il doppio solamente: l'acqua dunque alle assolute velocità loro, che sarebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, mà all'auorio la metà: nell'acqua dunque quando il piombo harà sceso vndeci braccia, l'auorio ne harà scese sei. E discorrendo con tal regola credo che troueremo l'esperienze molto più aggiustatamente rispondere à cotal computo, che à quello d'Aristotele. Con simil progresso troueremo la proportione trà le velocità del medesimo Mobile in diuersi mezzi fluidi, paragonando non le diuerse resistenze de i mezzi, mà considerando gli eccessi di grauità del Mobile sopra le grauità de i mezzi; V. gr. lo stagno è mille volte piu graue dell'aria, è dieci più dell'acqua: adunque diuisa la velocità assoluta dello stagno in mille gradi, nell' aria, che glie ne detrae la millesima parte, si mouerà con gradi nouecento nonanta noue, mà nell'acqua con nouecento solamente, essendo che l'acqua gli detrae sole la decima parte della sua grauità, e l'aria la millesima. Posto vn solido poco più graue dell'acqua, qual sarebbe, v. gr. il legno di rouere, vna palla del quale pesando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pesasse noue con cinquanta, mà tanta aria ne pasasse due, è manifesto che posto che la velocità sua assoluta fosse di mille gradi, in aria resterebbe di noue cen nouant' otto, mà in acqua solamente cinquanta, atteso che l'acqua de i mille gradi di grauità glie ne toglie nouecencinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta; tal solido dunque si mouerebbe quasi venti volte più velocemente in aria che in acqua: si come l'eccesso della grauità sua sopra quella dell'acqua è la vigesima parte della sua propria. E quì voglio che consideriamo che non potendo muouersi in giù nell'acqua se non materie più graui in specie di lei; e per conseguenza per molte centinaia di volte più graui dell'aria, nel ricercare qual sia la proportione delle velocità loro in aria, & in acqua, possiamo senza notabile errore far conto, che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta grauità, & in conseguenza dall'assoluta velocità di tali materie; onde speditamente trouato l'eccesso della grauità loro sopra la grauità dell'acqua, diremo la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua hauer la medesima proportione, che la loro totale grauità all'eccesso di questa sopra la grauità dell'acqua. Per esempio vna palla d' auorio pesa vent' once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell'auorio in aria alla sua velocità in acqua è prossimamente come venti à trè.

Sagr.

Sagr. *Grandissimo acquisto hò fatto in una materia per se stessa curiosa, e nella quale, mà senza profitto, hò molte volte affaticata la mẽte: nè mancherebbe altro per poter anche praticare queste speculationi, se non il trouar modo di poter venire in cognitione di quanta sia la grauità dell'aria rispetto all'acqua, & in consequenza all altre materie graui.*

Simp. *Mà quando si trouasse, che l'aria in vece di grauità hauesse leggerezza, che si dourebbe dire de gli hauti discorsi per altro molto ingegnosi?*

Salu. *Conuerrebbe dire, che fussero stati veramente aerei, leggieri, e vani. Mà vorrete voi dubitare, se l'aria sia graue, mentre hauete il Testo chiaro d'Aristotele, che l'afferma, dicendo che tutti gli elementi hanno grauità, anco l'aria stessa; segno di che (soggiugne egli) nè è, che l'Otro gonfiato pesa più che sgonfiato.*

Simp. *Che l'Otro, ò pallone gonfiato pesi più, crederei io che procedesse non da grauità, che sia nell'aria, mà ne i molti vapori grossi trà essa mescolati in queste nostre ragioni basse; mercè de i quali direi io che cresce la grauità dell'Otro.*

Salu. *Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele, perche parlando egli de gli elementi, e volendomi persuadere, che l'elemento dell'aria è graue, facendomelo veder con l'esperiẽza; se nel venire alla proua ei mi dicesse: Piglia vn'Otro, e empilo di vapori grossi, & osserua che il suo peso crescerà; io gli direi che più ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; mà soggiugnerei dopo che tali esperienze prouano, che le semole, & i vapori grossi son graui: mà quãto all'elemento dell'aria, resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza dunque di Aristotele è buona, e la proposition vera. Mà non direi già così di cert'altra ragione presa pure à segno di vn tal Filosofo, del quale non mi souuiene il nome, mà sò che l hò letta, il quale argomenta l'aria esser più graue, che leggiera, perche più facilmente porta i graui all'in giù, che i leggieri all'in sù.*

Sagr. *Bene per mia fè. Adunque per questa ragione l'aria sarà molto più graue dell'acqua, auuenga che tutti i graui son portati più facilmente in giù per aria, che per acqua, e tutti i leggieri più ageuolmente in questa, che in quella: anzi infinite materie salgono per acqua, che per aria calano à basso. Mà sia la grauità dell'Otro Sig. Simp. ò per i vapori grossi, ò per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade à Mobili, che si muouono in questa nostra regione vaporosa. Però ritornando à quello che più mi preme: vorrei per intera, & assoluta instruttione della presente materia, non solo restare assicurato, che l'aria sia (come io tengo per fermo) graue, mà vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua grauità. Però Sig. Salu. se hauete da*

sodisfarmi in questo ancora, Vi prego à farmene fauore.

Salu. Che nell'aria risegga grauità positiua, e non altrimente, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritroua, assai concludente argomento ce ne porge l'esperienza del pallone gonfiato posta da Aristotele, perche se qualità di assoluta, e positiua leggerezza fusse nell'aria, multiplicata, e compressa l'aria crescerebbe la leggerezza, e'n consequenza la propensione di andare in sù: mà l'esperienza mostra l'opposito. Quanto all'altra domanda, che è del modo d'inuestigare la sua grauità, io l'hò praticato in cotal maniera. Hò preso vn fiasco di vetro assai capace, e col collo strozzato, al quale hò applicato vn ditale di cuoio legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, hauendo in capo al detto ditale inserta, e saldamente fermata vn'animella di pallone, per la quale con vno schizzatoio hò per forza fatto passar nel fiasco molta quantità d'aria, della quale, perche patisce d'esser assaissimo cõdensata, se ne può cacciare due, e trè altri fiaschi oltre à quella che naturalmente vi capisce. In vna esatissima bilancia hò io poi pesato molto precisamente tal'fiasco con l'aria dentroui compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l'animella, e dato l'esito all'aria violentemente nel vaso contenuta, e rimessola in bilancia, trouandolo notabilmente alleggerito, sono andato detraendo del contrappeso tanta arena, saluandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo cõtrapeso, cioè col fiasco. E quì non è dubbio, che'l peso della rena saluatà è quella dell'aria, che forzatamẽte fù messa nel fiasco, e che vltimamẽte n'è vscita. Mà tale esperienza fin quì nõ mi assicura d'altro se nõ che l'aria contenuta violentemente nel vaso, pesò quanto la saluata arena, mà quanto resolutamente, e determinatamente pesi l'aria rispetto all'acqua, ò ad altra materia graue, non per ancora sò io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell'aria compressa: & à questa inuestigatione bisogna trouar regola, nella quale hò trouato di potere in due maniere procedere: l'vna delle quali è di pigliar vn'altro simil fiasco pur come'l primo strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato vn'altro ditale che dall'altra sua testa abbracci l'animella dell'altro, e intorno à quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco conuien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere vno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l'esito alla souerchia aria dell'altro vaso pesata ch'ella sia: ma deue questo secondo fiasco esser pieno d'acqua. Apparecchiato il tutto nella maniera detta, & aprendo con lo stile l'animella, l'aria vscendo con impeto, e passando nel vaso dell'acqua, la caccerà fuora per il foro del fondo; & è manifesto la quantità dell'acqua, che in tal guisa verrà cacciata, esser eguale alla mole, e quantità d'aria, che dall'altro vaso sarà vscita; saluata dunque tale acqua, e tornato à pesare il va-

lo al leggerito dell'aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima con detta aria sforzata) e dettratto al modo già dichiarato l'arena superflua, è manifesto questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell'acqua scacciata, e saluata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterà il peso della serbata arena; e senza errore potremo affermar tante volte esser più graue l'acqua dell'aria, la quale non sarà dieci volte altrimenti come par che stimasse Aristotele, mà ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra.

L'altro modo è più speditiuo, e puossi fare con vn vaso solo, cioè, col primo accomodato nel modo detto, nel quale non voglio, che mettiamo altra aria oltre à quella, che naturalmente vi si ritroua: mà voglio che vi cacciamo dell'acqua senza lasciare vscir punto di aria, la quale douendo cedere alla superauuenente acqua è forza che si comprima: spintaui dunque più acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i trè quarti della tenuta del fiasco, mettasi sù la bilancia, e diligentissimamente si pesi, il che fatto tenendo il vaso col collo in sù, si apra l'animella dando l'vscita all'aria, della quale ne scapperà fuora giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Vscita che sia l'aria si torni à metter il vaso in bilancia, il quale per la partita dell'aria si troverà alleggerito, e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso haremo la grauità di tant'aria, quanta è l'acqua del fiasco.

Simp. *Gli artifitij ritrouati da voi non si può dire che non siano sottili, e molto ingegnosi, mà mentre mi pare, che in apparenza diano intera sodisfattione all'intelletto, mi metton per vn'altro verso in confusione; imperò che essendo indubitabilmente vero, che gli elementi nelle proprie ragioni non sono nè leggieri, nè graui non posso intender come, e doue quella portione d'aria, che parue pesassi, v. gr. quattro dramme di rena, debba poi realmente hauer tal grauità nell'aria, nella quale ben la retiene la rena, che la contrappesò; e però mi pare che l'esperienza douesse esser praticata non nell'elemento dell'aria, mà in vn mezzo doue l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.*

Salu. *Acuta certo è l'oppositione del Sign. Simp. e però è necessario ò che ella sia insolubile, ò che la solutione sia non men sottile. Che quell'aria, la quale compressa mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento, non sia più per pesare, mà si ben la rena, è cosa chiarissima; e però per far tale esperienza conueniua eleggere vn luogo, e vn mezzo, doue l'aria non meu che la rena potesse grauitare; perche come più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d'ogni materia, che vi s'immerge, tanto quant'è il peso d'altrettanta parte dell'istesso mezzo, quant'è la mole immersa; si che l'aria all aria leua tutta la grauità: l'operatione dunque acciò fusse fatta esattamente, conuerrebbe farla nel Va-*

cuo, doue ogni graue eserciterebbe il suo momento senza diminutione alcuna. Quando dunque Sig. Simp. noi pesassimo una portione d'aria nel Vacuo, resterete allora sincerato, e assicurato del fatto?

Simp. Veramente sì; mà questo è vn desiderare, ò richieder l'impossibile.

Salu. E però grandissimo conuerrà che sia l'obbligo, che mi dourete, qual volta per amor Vostro io effettui vn'impossibile; mà io non voglio venderui quel che già Vi hò donato: perche di già nell'addotta esperienza pesiamo noi l'aria nel Vacuo, e non nell'aria, ò in altro mezzo pieno. Che alla mole Sig. Simp. che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'istesso mezzo detratto della grauità, ciò prouiene, perche ei resiste all'esser'aperto, discacciato, e finalmente solleuato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito à riempir lo spatio, che l'immersa mole in lui occupaua, qualunque volta essa ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Hora ditemi, mentre che voi hauete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutaui, qual diuisione, scacciamento, ò in somma qual mutatione riceua l'aria estrema ambiente dalla seconda aria, che nouamente s'infonde con forza nel Vaso? Forse s'ingradisce il fiasco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarsi per cedergli luogo? certo nò; e però possiam dire, che la seconda aria non si immerge nell'ambiente non Vi occupando ella spatio: mà è come se si mettesse nel Vacuo; anzi pur Vi si mette ella realmente, e si trapone ne i Vacui non ben ripieni della prima aria non condensata. E Veramente non sò conoscere differenza nissuna trà due costitutioni d'ambito, & ambiente, mentre in questa l'ambiente niente preme l'ambito, & in quella l'ambito punto non spigne contr'all'ambiente: e tali sono la locutione di qualche materia nel Vacuo, e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso dunque che si troua in tal'aria condensata, è quello che ella harebbe liberamente sparsa nel Vacuo. Ben'è vero che'l peso della rena, che la contrappesò, come quella che era nell'aria libera, nel vacuo sarebbe stato vn poco più del giusto; e però conuien dire, che l'aria pesata sia veramente alquanto men graue della rena, che la contrappesò, cioè, tanto quanto pesarebbe altrettanta aria nel Vacuo.

Simp. Pur mi pareua, che nell'addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; mà ora mi quieto interamente.

Salu. Le cose da me sin quì prodotte, & in particolare questa che la differenza di grauità ben che grandissima non habbia parte veruna nel diuersificare le velocità de i Mobili, sì che per quanto da quella depende, tutti si mouerebbero con egual celerità, è tanto nuoua, e nella prima apprensione remota dal verisimile, che quando non si hauessi modo di diluci-

darla

darla, è 'renderla più chiara che'l Sale, meglio sarebbe il tacerla, che'l pronunciarla; però già che me la sono lasciata scappar di bocca, conuien ch'io non lasci indietro esperienza, ò ragione, che possa corroborarla.

Sagr. Non questa sola, mà molte altre insieme dalle Vostre propositioni son così remote delle opinioni, e dottrine communemente riceuute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero grande di contradittori: essendo che l innata conditione de gli huomini non vede con buon'occhio, che altri nel loro esercitio scuopra Verità, ò falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di innouatori di dottrine poco grato à gli orecchi di molti, s ingegnano di tagliar quei nodi, che non possono sciorre, e con mine sutterranee dissipar quelli edifitij, che sono stati con gli strumenti consueti da patienti artefici costrutti: mà con esso noi lontani da simili pretentioni l'esperienze vostre, e le ragioni bastano à quietarci: tuttauia quando habbiate altre più palpabili esperienze, e ragioni più efficaci le sentiremo molto volentieri.

Salu. L'esperienza fatta con due Mobili quanto più si possa differenti di peso col fargli scendere da vn'altezza per osseruar se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l altezza sarà grande, il mezzo che dall impeto del cadente deue esser' aperto, e lateralmente spinto di molto maggior pregiuditio sarà al piccol momento del Mobile leggierissimo, che alla violenza del grauissimo, per lo che per lungo spazio il leggiero rimarrà indietro: e nell'altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, ò pur se ve ne fusse, mà inosseruabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, & accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere trà l'arriuo al termine del graue, e l'arriuo del leggiero, che così congiunte facessero vn tempo non solo osseruabile, mà grandemente osseruabile. In oltre per potermi preualer di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lauora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto, che depende dalla semplice grauità, sono andato pensando di fare scendere i Mobili sopra vn piano declinе non molto eleuato sopra l'orizontale, che sopra questo non meno che nel perpendicolo potrà scorgersi quello che facciano i graui differenti di peso; e passando più auanti hò anco voluto liberarmi da qualche impedimento, che potesse nascer dal contatto di essi Moli su'l detto piano declinе, e finalmente hò preso due palle vna di piombo, & vna di sughero, quella ben più di cento volte più graue di questa, e ciascheduna di loro hò attaccata à due sottili spaghetti eguali lunghi quattro, ò cinque braccia legati ad alto: allontanata poi l'vna, e l'altra palla dallo stato perpendicolare gli hò dato l'andare nell'istesso momento, & esse scendendo per le circonferenze di cerchi descritti da gli spaghi eguali lor semidiametri, e passate oltre al

per-

perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro, e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate, e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la graue và talmente sotto il tempo della leggiera, che nè in ben cento vibrationi, nè in mille anticipa il tempo d'vn minimo momento; mà camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operatione del mezzo, il quale arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrationi del sughero, che quelle del piombo; mà non però che le renda più, ò men frequenti, anzi quando gli archi passati dal sughero non fussero più che di cinque, ò sei gradi, e quei del piombo cinquanta, ò sessanta son' eglin passati sotto i medesimi tempi.

Simp. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero? facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?

Salu. Mà che direste Sig. Simpl. quando amendue spedissero nell'istesso tempo i lor' viaggi, mentre il sughero allontanato dal perpendicolo trenta gradi hauesse à passar l'arco di sessanta, e'l piombo slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò auuenire; però notate. Slargato il pendolo del piombo, v. gr. cinquanta gradi dal perpendicolo, e di lì lasciato in libertà scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta descriue l'arco di quasi cento gradi; e ritornando per se stesso indietro descriue vn'altro poco minore arco, e continuando le sue vibrationi dopo gran numero di quelle si reduce finalmente alla quiete: Ciascheduna di tali vibrationi si fà sotto tempi eguali tanto quella di nouanta gradi, quanto quella di cinquanta, ò di venti, di dieci, di quattro: si che in consequenza la velocità del Mobile vien sempre languendo, poiche sotto tempi eguali và passando successiuamente archi sempre minori, e minori. Vn simile, anzi l'istesso effetto fà il sughero pendente da vn filo altrettanto lungo, saluo che in minor numero di vibrationi si conduce alla quiete, come meno atto mediante la sua leggerezza à superar l'ostacolo dell'aria: con tutto ciò tutte le vibrationi grandi, e piccole si fanno sotto tempi eguali trà di loro, & eguali ancora à i tempi delle vibrationi del piombo. Onde è vero, che se mentre il piombo passa vn'arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa vno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; mà accaderà ancora all'incontro che'l sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci, ò di sei; e così in diuersi tempi hor sarà più veloce il piombo, & hora il sughero; mà se gli stessi Mobili passeranno ancora sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

Simp. Mi pare, e non mi pare, che questo discorso sia concludente, e

mi sento nella mente vna tal qual confusione, che mi nasce dal muouersi, e l'vno, e l'altro Mobile or Veloce, or tardo, & or tardissimo; che non mi lascia ridurre in chiaro, come vero sia, che le Velocità loro sian sempre eguali.

Sagr. Concedami in gratia Sig. Salu. ch'io dica due parole. E ditemi Sig. Simp. se voi ammettete, che dir si possa con assoluta verità le velocità del sughero, e del piombo essere eguali, ogni volta che partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete, e mouendosi per le medesime inclinationi passassero sempre spatij eguali in tempi eguali?

Simp. In questo non si può dubitare, nè se gli può contradire.

Sagr. Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, quattro, due, e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo: nell'arco di cinquanta metton l'istesso tempo l'vno che l'altro Mobile: così nell'arco di trenta, di dieci, e de gli altri; e però si conclude che la Velocità del piombo nell'arco di sessanta gradi è eguale alla Velocità del sughero nell'arco medesimo di sessanta: e che le velocità nell arco di cinquanta son pur trà loro eguali, e così ne gli altri. Mà non si dice già che la velocità che si esercita nell'arco di sessanta sia eguale alla Velocità, che si esercita nell'arco di cinquanta, nè questa à quella dell'arco di trenta. Mà son sempre minori le velocità ne gli archi minori; il che si raccoglie dal veder noi sensatamente il medesimo Mobile metter tanto tempo nel passar l'arco grande de i sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta, ò'l minimo di dieci, & in somma nell'esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. E' vero dunque che ben vanno e'l piombo, e'l sughero ritardando il moto secondo la diminutione de gli archi, mà non però alterano la concordia loro nel mantener l'egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Hò voluto dir questo più per sentire, se hò ben capito il concetto del Sig. Salu. che per bisogno ch'io credessi che hauesse il Sig. Simp. di più chiara esplicatione di quella del Sig. Salu. che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, scioglendo egli il più delle volte questioni non solo in apprenza oscure, mà repugnanti alla natura, & al vero, con ragioni, ò osseruationi, ò esperienze trittissime, e famigliari ad ogni vno, hà (come da diuersi hò inteso) dato occasione à tal' vno de i professori più stimati di far minor conto delle sue nouità, tenendole come à vile per dependere da troppo bassi, e popolari fondamenti, quasi che la più ammirabile, e più da stimarsi conditione delle scienze dimostratiue, non sia lo scaturire, e pullulare da principij notissimi, intesi, e conceduti da tutti. Mà seguitiamo pur noi d'andarci pascendo di questi cibi leggieri; e posto che il S. Simp. sia restato appagato nell'intender, & ammettere, come l'interna grauità de i diuersi

Mobili non habbia parte alcuna nel diuersificar le velocità loro, si che tutti per quanto da quella depende, si mouerebber con l'istesse velocitadi; diteci Sig. Salu. in quello che voi riponete le sensate, & apparenti disegualità di moto; e rispondete à quell'instanza, che oppone il Sig. Simp. e ch'io parimente confermo, dico del vedersi non solamente vna palla d'artiglieria muouersi più velocemente d vna migliarola di piombo, che poca sarà la differenza di velocità rispetto à quella, che v' oppongo io di Mobili dell'istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d vna battuta di polso in vn mezzo quello spatio, che altri minori non lo passeranno in vn'ora, nè in quattro, nè in venti, quali sono le pietre, e la minuta rena, e massime quella sottilissima, che intorbida l acqua, nel qual mezzo in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze nè molto grandi passano in vna battuta di polso.

Salu. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i Mobili, secondo che trà di loro son in specie men graui, già si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrattione di peso. Mà come il medesimo mezzo possa con si gran differenza scemar la velocità ne i Mobili differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia, e dell'istessa figura, ricerca per sua dichiaratione discorso più sottile di quello, che basta per intender, come la figura del mobile più dilatata, ò'l moto del mezzo che sia fatto contro al Mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità, e porosità, che comunemẽte, e per lo più necessariamente si ritroua nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno vrtando nell'aria, ò altro mezzo ambiente; di che segno euidente ce ne porge il sentir noi ronzar' i corpi ancor che quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l'aria, e non solo ronzare, mà sibilare, e fischiar si sentono, se qualche più notabil cauità, ò prominenza sarà in essi. Vedesi anco nel girar sopra 'l torno ogni solido rotondo far'vn poco di vento. Mà che più? non sentiam noi notabil rontio, & in tuono molto acuto farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità và girando? l'acutezza del qual sibilo si và ingrauendo, secondo che la velocità della vertigine và di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl'intoppi nell'aria delle scabrosità ben che minime delle superficie loro. Queste non si può dubitare, che nello scender' i Mobili, soffregandosi cõ l'ambiente fluido apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore, quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati à i maggiori.

Simp. Fermate in gratia, perche quì comincio à confondermi: imperò che se bene io intendo, & ammetto, che la confricatione del mezzo con la superficie del Mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi, doue ceteris pari-

paribus la superficie sia maggiore, non capisco però con qual fondamento voi chiamate maggiore la superficie de i solidi minori: & oltre à ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deue arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori deuriano esser più tardi, il che non è: mà questa instanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore hà maggior superficie, hà anco maggior grauità, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non hà à preualere all'impedimento della superficie minore contro alla minor grauità, si che la velocità del solido maggiore ne diuenga minore. E però non veggo ragione, per la quale si debba alterare l'egualità delle velocità, mentre che quanto si diminisce la grauità mouente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.

Salu. Risoluerò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi Sig. Simp. senza controuersia ammettete, che quando di due Mobili eguali della stessa materia, e simili di figura (i quali indubitabilmente si mouerebber egualmente veloci) all'vno di loro, si diminu sse tanto la grauità, quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura) non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

Simp. Veramente parmi che così dourebbe seguire, stando però nella nostra dottrina, che vuol, che la maggior', ò minor grauità non habbia attione nell'accelerare, ò ritardar' il moto.

Salu. E questo confermo io: e vi ammetto anco'l vostro detto, dal qual mi par che in consequenza si ritragga, che quando la grauità si diminuisce più che la superficie, nel mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore, e maggiore, quanto à proportione maggior fusse la diminution del peso, che la diminution della superficie.

Simp. In ciò non hò io repugnanza veruna.

Salu. Hor sappiate Sig. Simplicio, che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto l peso mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che essendo manifesto, che nel diminuir Un' solido graue tanto scema il suo peso, quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più che la superficie (nel conseruarsi massime la similitudine di figura) la grauità ancora più che la superficie verrebbe diminuita. Mà la Geometria c'insegna, che molto maggior proportione è trà la mole, e la mole ne i solidi simili, che trà le loro superficie. Il che per vostra maggior' intelligenza vi esplicherò in qualche caso particolare. Però figurateui per esempio vn Dado, vn lato del quale sia, v. gr. lungo due dita, si che vna delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte sei, cioè, tutta la sua superficie ventiquattro dita quadre. Intendete poi il medesimo Dado esser con trè tagli segato in otto piccoli Dadi, il lato di ciascun de quali sarà vn dito, e vna sua faccia vn dito quadro, e tutta la sua super-

ficie sei dità quadre, delle quali l'intero Dado ne conteneua ventiquattro in superficie. Hor vedete come la superficie del piccol Dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di ventiquattro) mà l'istesso Dado solido è solamente l'ottaua; molto più dunque cala la mole, & in consequenza il peso, che la superficie. E se Voi suddiuiderete il piccol Dado in altri otto, haremo per l'intera superficie d'vn di questi vn dito, e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo Dado; mà la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto, come in queste sole due diuisioni le moli scemano quattro volte più, che le loro superficie, e se noi andremo seguitando la suddiuisione, sino che si riduca il primo solido in vna minuta poluere, troueremo la grauità de i minimi atomi diminuita centinaia; e centinaia di volte più che le loro superficie. E questo che Vi hò esemplificato ne i Cubi, accade in tutti i solidi simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proportione delle lor superficie. Vedete dunque con quanto maggior proportione cresce l'impedimento del contatto della superficie del Mobile col mezzo ne i Mobili piccoli, che ne i maggiori: e se noi aggiugneremo che le scabrosità nelle superficie piccolissime delle polueri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori, che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà che'l mezzo sia fluido, e priuo onninamente di resistenza all'esser' aperto per douer cedere il passo à così debil virtù. E in tanto notate Sig. Simp. ch'io non equiuocai, quando poco fà dissi la superficie de solidi minori esser più grande in comparatione di quella de i maggiori.

Simp. Io resto interamente appagato; e mi credano certo, che se io hauessi à ricominciare i miei studij, vorrei seguire il consiglio di Platone, e cominciarmi dalle Matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, ne vogliono ammetter per sicuro fuor che quello, che concludentemente dimostrano.

Sagr. Hò hauto gusto grande di questo discorso; mà prima che passiamo più auanti, harei caro di restar capace d'vn termine, che mi giunse nuouo, quando pur' ora diceste, che i solidi simili son trà di loro in sesquialtera proportione delle lor superficie, perche hò ben veduto, e inteso la propositione con la sua dimostratione, nella quale si proua le superficie de' solidi simili esser' in duplicata proportione de i loro lati, e l'altra, che proua i medesimi solidi esser' in tripla proportione de i medesimi lati, mà la proportione de i solidi con le lor superficie non mi souuiene anco d'hauerla sentita nominare.

Salu. V. S. medesima da per se si risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d'vna cosa della quale vn'altro è doppio, non vien' egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì! Or se le superficie

cie sono in doppia proportione delle linee, delle quali i solidi sono in proportione tripla, non possiam noi dire i solidi esser in sesquialtera proportion delle superficie?

Sagr. Hò inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari attenenti alla materia, di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttauia quando ce n'andassimo così di digressione in digressione tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diuersità de gli accidenti delle resistenze de i solidi all'esser spezzati; e però quando così piaccia loro, potremo ritornare sù'l primo filo che si propose da principio.

Salu. V. S. dice molto bene: mà le cose tante, e tanto varie, che si sono esaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n'auanzerà per questo giorno da spendere nell'altro nostro principal' argomento, che è pieno di dimostrationi Geometriche da esser con attentione considerate: onde stimerei, che fusse meglio differire il congresso à dimane, si per questo che hò detto, come ancora perche potrei portar meco alcuni fogli doue hò per ordine notati i Teoremi, e Problemi, ne i quali si propongono, e dimostrano le diuerse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria col necessario metodo non mi souuerrebbero.

Sagr. Io molto bene mi accomodo à questo consiglio, e tanto più volentieri, quanto che per finire la sessione odierna harò tempo di sentir la dichiaratione d'alcuni dubbi, che mi restauano nella materia che vltimamente trattauamo. De i quali vno è, se si deue stimare, che l'impedimēto del mezzo possa esser bastante à por termine all'accelleratione àcorpi di materia grauissima grandissimi di mole, e di figura sferica; e dico sferica, per pigliar quella che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardamento. V'n'altro sarà circa le vibrationi de i pendoli e questo hà più capi: l'vno sarà se tutte e grandi, e mediocri, e minime si fanno veramente, e precisamente sotto tempi eguali: & vn altro qual sia la proportione de i tempi de i Mobili appesi à fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrationi.

Salu. I quesiti son belli, e si come auuiene di tutti i veri, dubito che trattandosi di qualsisia di loro si tirerà dietro tante altre vere, e curiose consequenze, che non sò, se l'auanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.

Sagr. S'elle saranno del sapore delle passate, più grato mi sarebbe l'impiegarmi tanti giorni, non che tante ore, quante restano fino à notte e credo che il Sig. Simp. non si risuccherà di tali ragionamenti.

Simp. Sicuramente nò: e massime quando si trattano quistioni naturali, intorno alle quali non si leggono opinioni, ò discorsi d altri Filosofi.

Salu. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitatione,

ne, non eſser sferà ſi grande, ne di materia ſi graue, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuiſsimo, non raffreni la ſua acceleratione, e che nella continuation del moto non lo riduca all'equabilità, di che poſsiamo ritrar molto chiaro argomento dall'eſperienza ſteſsa. Imperò che ſe alcun Mobile cadente fuſse abile nella ſua cõtinuation di moto ad acquiſtar qualſiuoglia grado di velocità, neſsuna velocità che da motore eſterno gli fuſse conferita, potrebbe eſser così grande, che egli la recuſaſse, e ſe ne ſpogliaſse mercè dell'impedimento del mezzo. E così vna palla d'Artiglieria che fuſse ſceſa per aria, V.gr. quattro braccia, & haueſse per eſempio acquiſtato dieci gradi di velocità, e che con queſti entraſse nell'acqua, quando l'impedimento dell'acqua non foſse potente à vietare alla palla vn tale impeto, ella l'accreſcerebbe, ò almeno lo continuerebbe ſino al fondo, il che non ſi vede ſeguire, anzi l'acqua, benche non fuſse più che poche braccia profonda, l'impediſce, e debilita in modo, che leggeriſsima percoſsa farà nel letto del fiume, ò del lago. E' dunque manifeſto che quella velocità della quale l'acqua l'hà potuta ſpogliare in vn breuiſsimo viaggio, non glie lo laſcerebbe giamai acquiſtare anco nella profondità di mille braccia. E perche permettergli 'l guadagnarſela in mille per leuargliela poi in quattro braccia? Mà che più? non ſi vede egli l'immenſo impeto della palla cacciata dall iſteſsa artiglieria eſser talmente rintuzzato dall'interpoſitione di pochiſsime braccia d'acqua, che ſenza veruna offeſa della naue appena ſi conduce à percuoterla? L'aria ancora benche cedentiſsima pur reprime la velocità del Mobile cadente anch'or molto graue, come poſsiamo con ſimili eſperienze comprendere; perche ſe dalla cima d'vna torre molto alta tireremo vna archibuſata in giù, queſta farà minor botta in terra, che ſe ſcaricheremo l'archibuſo alto dal piano ſolamente quattro, ò ſei braccia: ſegno euidente che l'impeto, con che la palla vſcì della canna ſcaricata nella ſommità della torre, andò diminuendoſi nello ſcender per aria; adunque lo ſcender da qualunque grandiſsima altezza nõ baſterà per fargli acquiſtare quell'impeto, del quale la reſiſtenza dell'aria la priua, quando già in qualſiuoglia modo gli ſia ſtato conferito. La rouina parimente che farà in vna muraglia vn colpo d'vna palla cacciata da vna Colubrina dalla lontananza di venti braccia non credo io che la faceſse venendo à perpendicolo da qualſiuoglia altezza immenſa. Stimo per tanto eſser termine all'acceleratione di qualſiuoglia Mobile naturale, che dalle quiete ſi parta, e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all'egualità, nella quale ben poi ſempre ſi mantenga.

Sagr. L'eſperienze veramente mi par che ſiano molto à propoſito; nè ci è altro ſe non che l auuerſario potrebbe farſi forte col negar, che ſi debbano verificar nelle molt grandiſsime, e grauiſsime, e che vna palla d'Arti-

Artiglieria venendo dal concauo della Luna ò anco dalla suprema region dell'aria farebbe percossa maggiore che vscita dal Cannone.

Salu. *Non è dubbio, che molte cose si possin opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttauia in questa contradittione alcuna cosa par che si possa metter' in consideratione; cioè, che molto hà del verisimile, che 'l graue cadente da vn' altezza acquisti tanto dimpeto nell'arriuar' in terra, quanto fusse bastante à tirarlo à quell altezza, come chiaramente si vede in vn pendolo assai graue, che slargato cinquanta, ò sessanta gradi dal perpendicolo guadagna quella velocità, e virtù che basta precisamente à sospignerlo ad altrettanta eleuatione, trattone però quel poco, che gli vien tolto dall impedimento dell'aria. Per costituir dunque la palla dell'Artiglieria in tanta altezza, che bastasse per l acquisto di tanto impeto, quanto è quello che gli dà il fuoco nell'vscir del Pezzo, dourebbe bastar' il tirarla in su à perpendicolo con l'istessa Artiglieria, osseruando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale à quello della percossa fatta da vicino nell'vscire; che credo veramente che non sarebbe à gran segno tanto gagliardo. E però stimo che la velocità, che hà la palla vicino all'vscita del Pezzo, sarebbe di quelle, che l'impedimento dell'aria non gli lascerebbe conseguire già mai, mentre con moto naturale scendesse partendosi dalla quiete da qualsiuoglia grand altezza. Vengo ora à gli altri quesiti attenenti à i pendoli, materia che à molti parrebbe assai arrida, e massime à quei Filosofi, che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali: tutta via non gli voglio disprezzare inanimito dall'esempio d'Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non hauer' egli lasciato si può dir materia alcuna degna in qualche modo di consideratione, che e non habbia toccata: & ora da i quesiti di V. S penso che potrò dirui qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla Musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand'huomini, e l'istesso Aristotele: e circa di essa considera molti problemi curiosi: talche se io ancora da così facili, e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti marauigliosi in materia de i suoni, posso sperare, che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.*

Sagr. *Non solamente graditi, mà da me in particolare sommamente desiderati, come quello che sendomi dilettato di tutti gli strumenti musici, & assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace, e perplesso onde auuenga, che più mi piaccia, e diletti questa che quella: e che alcuna non solo non mi diletti, mà sommamente m'offenda: il problema poi trito delle due corde tese all vnisono, che al suono dell'vna l'altra si muoua, e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto: come anco non ben chiare le forme delle consonanze, & altre particolarità.*

Salu.

Salv. *Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cauare qualche sodisfatione à tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è se veramente, e puntualissimamente l'istesso pendolo, fà tutte le sue vibrationi massime, mediocri, e minime sotto tempi precisamente eguali: io mi rimetto à quello, che intesi già dal nostro Accademico, il quale dimostra bene che'l Mobile, che descendesse per le corde sutteſe à qualsiuoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali tanto la sutteſa sotto cent'ottanta gradi (cioè tutto il Diametro) quanto le sutteſe di cento, di sessanta, di dieci, di due, di mezzo, e di quattro minuti: intendendo che tutte vadano à terminar nell infimo punto toccante il piano orizontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde eleuati sopra l'orizonte, e che non siano maggiori d'vna quarta, cioè, di nouanta gradi, mostra parimente l'esperienza passarsi tutti in tempi eguali, mà però più breui de i tempi de passaggi per le corde: effetto che in tanto hà del marauiglioso, in quanto nella prima apprensione par che dourebbe seguire il contrario: Imperò che sendo comuni i termini del principio, e del fine del moto, & essendo la linea retta la breuissima, che trà i medesimi termini si comprende, par ragioneuole che il moto fatto per lei s'haueſse à spedire nel più breue tempo, il che poi non è: mà il tempo breuissimo, & in consequenza il moto velocissimo è quello che si fà per l'arco, del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proportione de i tempi delle vibrationi di Mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proportione sudduplа delle lunghezze delle fila, ò vogliamo dire le lunghezze esser' in duplicata proportiõ de i tempi, cioè, son come i quadrati de i tempi: si che volendo, v. gr. che'l tempo d'vna vibratione d'vn pendolo sia doppio del tempo d'vna vibratione d'vn'altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo. Et allora nel tempo d'vna vibratione di quello, vn'altro ne farà trè, quando la corda di quello sarà noue volte più lunga dell'altra. Dalche ne seguita che le lunghezze delle corde hanno frà di loro la proportione che hanno i quadrati de numeri delle vibrationi, che si fanno nel medesimo tempo.*

Sagr. *Adunque se io hò ben' inteſo, potrò speditamente sapere la lunghezza d'vna corda pendente da qualsiuoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse inuisibile, e solo si vedeſse l'altro estremo basso. Imperò che se io attaccherò quì da basso vno assai graue peso à detta corda, e farò che si vadia vibrando in quà, e'n là, e che vn'amico vadia numerando alcune delle sue vibrationi, e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrationi, che farà vn' altro Mobile appeso à vn filo di lunghezza precisamente d vn braccio, da i numeri delle vibrationi di questi pendoli, fatte nell istesso tempo,*

tro-

troverò la lunghezza della corda: come per esempio ponghiamo che nel tempo, che l'amico mio habbia contate venti vibrationi della corda lunga, io ne habbia contate dugen quaranta del mio filo, che è lungo vn braccio, fatti i quadrati delli due numeri venti, e dugen quaranta, che sono 400. e 57600. dirò la lunga corda contener 57600. misure di quelle che il mio filo ne contien 400. e perche il filo è vn sol braccio, partirò 57600. per 400. che ne viene 144. e 144. braccia dirò esser lunga quella corda.

Salu. Nè vi ingannerete d'vn palmo; e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrationi.

Sagr. V.S. mi dà pur frequentamente occasione d'ammirare la ricchezza; & insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili ne andate traendo notitie molto curiose, e nuoue, e bene spesso remote da ogni immagination. Io hò ben mille volte posto cura alle vibrationi in particolare delle lampade pendenti in alcune Chiese da lunghissime corde inauuertentemente state mosse da alcuno: mà il più che io cauassi da tale osseruatione fù l'improbabilità dell'opinione di quelli che vogliono, che simili moti vengano mantenuti, e continuati dal mezzo, cioè, dall'aria; perche mi parebbe bene che l'aria hauesse vn gran giuditio, & insieme vna poca facenda à consumar le hore, e le hore di tempo in sospignere con tanta regola in quà, e in là vn peso pendente: mà che io fussi per apprenderne, che quel Mobile medesimo appeso à vna corda di cento braccia di lunghezza slontanato dall'imo punto vna volta nouanta gradi, & vn'altra vn grado solo, ò mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l'haurei incontrato, che ancor' ancora mi par che tenga dell'impossibile. Ora stò aspettando di sentire, che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possino almeno in parte quietar la mente.

Salu. Prima d'ogni altra cosa bisogna auuertire, che ciaschedun pendolo hà il tempo delle sue vibrationi talmente limitato, e prefisso, che impossibil' cosa è il farlo muouer sotto altro periodo, che l'vnico suo naturale; prenda pur chi si voglia in mano la corda, ond'è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescergli, ò scemargli la frequenza delle sue vibrationi, sarà fatica buttata in vano; mà ben all'incontro ad vn' pendolo ancor che graue, e posto in quiete, col solo soffiarui dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, mà sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrationi: che se al primo soffio l'haremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che sendo ritornato verso noi comincerebbe la seconda vibratione, gli conferiremo nuouo moto, e così successiuamente con altri soffi, mà dati à

tempo, e non quando il pendolo ci vien'incontro (che così gl'impediremmo, e non aiuteremmo il moto) e seguendo con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d'vn soffio ci bisognerà à cessarlo.

Sagr. Hò da fanciullo osseruato con questi impulsi dati à tempo vn huomo solo far sonare vna grossissima campana, e nel volerla poi fermare attaccarsi alla corda quattro, e sei altri, e tutti esser leuati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell'impeto, che vn solo con regolati tratti gli haueua conferito.

Salu. Esempio, che dichiara'l mio intento non meno acconciamente di quel, che questa mia premessa si accomodi à render la ragione del marauiglioso problema della corda della Cetera, ò del Cimbalo, che muoue, e fà realmente sonare quella non solo, che all'Vnisono gli è concorde, mà anco all'ottaua, e alla quinta. Toccata la corda comincia, e continua le sue vibrazioni per tutto'l tempo, che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare, e tremare l'aria che gli è appresso, i cui tremori, e increspamenti si distendono per grande spatio, e vanno à vrtare in tutte le corde del medesimo strumento, & anco di altri vicini: la corda che è tesa all'vnisono con la tocca, essendo disposta à far le sue vibrationi sotto'l medesimo tempo, comincia al primo impulso à muouersi vn poco, e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo, e più altri, e tutti ne gli aggiustati, e periodici tempi, riceue finalmente il medesimo tremore, che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue Vibrationi giusto allo spatio della sua motrice. Quest'ondeggiamento che si và distendendo per l'aria, muoue, e fà vibrare non solamente le corde, mà qualsiuoglia altro corpo disposto à tremare, e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda: si che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diuersi pezzetti di setole, ò di altre materie flessibili, si vedrà nel sonare il Cimbalo tremare or questo, or quel corpuscolo secondo che verrà toccata quella corda, le cui vibrationi Van sotto l medesimo tempo: gli altri non si muoueranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d'altra corda. Se con l'archetto si toccherà gagliardamente vna corda grossa d'vna Viola, appressandogli vn bicchiere di vetro sottile, e pulito, quando il tuono della corda sia all'vnisono del tuono del bicchiere, questo tremerà, e sensatamente risonerà. Il diffonderſi poi amplamente l'increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamente si vede nel far sonare il bicchiere, dentro'l quale sia dell'acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l'orlo: imperò che l'acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar'ondeggiando; e meglio ancora si vedrà l'istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell acqua sin presso all'orlo

del

del bicchiere, che parimente facendolo risonare con la confricatione del dito, si vedranno gl'increspamenti nell'acqua regolatissimi, e con gran' velocità spargersi in gran distanza intorno al bicchiere; & io più volte mi sono incontrato nel fare al modo detto sonare vn bicchiere assai grande, e quasi pieno d'acqua, à veder prima le onde nell'acqua con estrema egualità formate; & accadendo tal volta, che'l tuono del bicchiere salti vn ottaua più alto, nell'istesso momento hò visto ciascheduna delle dette onde diuedersi in due: accidente che molto chiaramente conclude la forma del l'ottaua esser la dupla.

Sagr. A me ancora è interuenuto l'istesso più d'vna volta con mio diletto, & anco vtile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno à queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione, che comunemente se n'adduce da gli autori, che sin quì hanno scritto dottamente della Musica, fusse concludente à bastanza: Dicono essi la Diapason cioè l'ottaua esser contenuta dalla dupla, la Diapente, che noi diciamo la Quinta, dalla sesquialtera, perche distesa sopra il Monocordo vna corda, sonandola tutta, e poi sonandone la metà col mettere vn ponticello in mezzo, si sente l'ottaua, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera, e poi li due terzi ci rende la Quinta, per lo che l'ottaua dicono esser contenuta trà'l due, e l'vno, e la Quinta trà il trè, e'l dua. Questa ragione dico non mi pareua concludente per poter' assegnar'iuridicamente la dupla, e la sesquialtera per forme naturali della Diapason, e della Diapente. E'l mio motiuo era tale. Trè sono le maniere, con le quali noi possiamo inacutire il tuono à vna corda: l'vna è lo scorciarla, l'altra il tenderla più, ò vogliam dir tirarla: il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza, e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottaua, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza. Mà se ritenendo la medesima lunghezza, e grossezza vorremo farla montare all'ottaua col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, mà ci bisogna il quadruplo, si che se prima era tirata dal peso d'vna libbra, cõuerrà attaccarvene quattro per inacutirla all'ottaua. E finalmante se stãte la medesima lunghezza, e tiratezza, vorremo vna corda, che per esser più sottile renda l ottaua, sarà necessario, che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra più graue. E questo, che dico dell'ottaua, cioè, che la sua forma presa dalla tensione, ò dalla grossezza della corda è induplicata proportione di quella, che si hà dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri interualli musici: imperò che quello, che ci dà la lunghezza con la proportion sesquialtera, cioè col sonarla tutta, e poi li due terzi, volendolo cauar dalla tiratezza, ò dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proportione sesquialtera pigliando la dupla sesquiquarta: e se la corda graue era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all'acuta non

sei, mà noue; e quanto alla grossezza, far la corda graue più grossa dell'acuta secondo la proportione di noue à quattro per hauer la Quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareua scorger ragione alcuna, p la quale haueßer i sagaci Filosofi à stabilir la forma dell'ottaua esser più la dupla, che la quadrupla: e della Quinta più la sesquialtera, che la dupla sesquiquarta. Mà perche il numerar le vibrationi d'vna corda, che nel render la voce le fà frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo, se vero fusse, che la corda dell'ottaua più acuta facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrationi di quelle della più graue, se le onde permanenti, per quanto tempo ci piace, nel far sonare, e vibrare il bicchiere, non m'haueßero sensatamente mostrato come nell'istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all'ottaua, si veggono nascere altre onde piu minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

Salu. Bellissima osseruatione per poter distinguer' ad vna ad vna le onde nate dal tremore del corpo, che risuona; che son poi quelle che diffuse per l'aria vanno à far la titillatione sù'l timpano del nostro orecchio, la quale nell'anima ci douenta suono. Mà doue che il vederle, & osseruarle nell'acqua non dura, se non quanto si continua la confrication del dito, & anco in questo tempo non sono permanenti, mà continuamente si fanno, e si dissoluono, non sarebbe bella cosa, quando se ne potesse far cõ grand'esquisitezza di quelle, che restaßero lungo tempo: dico mesi, & anni, si che desse commodità di poterle misurare, & agiatamente numerare?

Sagr. Veramente io stimerei sommamente vna tale inuentione.

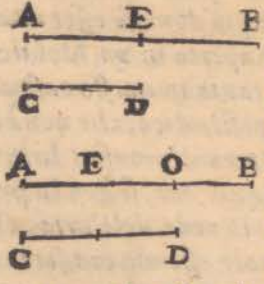
Salu. L'inuentione fù del caso, e mia fù solamente l'osseruatione, e'l far di essa capitale, e stima, come di riproua di nobil contemplatione, ancor che fattura in se stessa assai vile. Raschiando con vno scarpello di ferro tagliente vna piastra d'ottone per leuarle alcune macchie, nel muouerui sopra lo scarpello con velocità sentij vna volta, e due, trà molte striściate, fischiare, e vscirne vn sibilo molto gagliardo, e chiaro: e guardando sopra la piastra, viddi vn lungo ordine di virgolette sottili trà di loro parallele, e per egualissimi interualli l'vna dall'altra distanti; tornando à raschiar di nuouo più, e più volte m'accorsi che solamente nelle rasciate, che fischiauano, lasciaua lo scarpello l'ntaccature sopra la piastra: mà quando la striściata passaua senza sibilo, non restaua pur minima ombra di tali virgolette; replicando poi altre volte lo scherzo, striściando ora con maggiore, & ora con minor velocità, il sibilo riusciua di tuono or più acuto, & or più graue, & osseruai i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più graue più radi: e talora ancora secondo che la striściata medesima era fatta verso'l fine con maggior velo-

locità che nel principio si sentiua il suono andarsi i nacutendo, e le virgolette si vedeua esser andate inspessendosi, mà sempre con estrema lindura; e con assoluta equidistanza segnate: & oltre à ciò nelle strisciate sibilanti sentiuo tremarui il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore, & in somma si vede, e sente fare al ferro quello per appunto, che facciamo noi nel parlar sotto voce, e nell intonar poi il suono gagliardo, che mandando fuora il fiato senza formare il suono non sentiamo nella gola, e nella bocca farsi mouimento alcuno rispetto però, & in comparatione del tremor grande, che sentiamo farsi nella laringe, & in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono graue, e gagliardo. Hò anco tal volta trà le corde del Cimbalo notatone due vnisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i più differenti di tuono, de i quali due precisamẽte distauano per vna quinta perfetta, e misurãdo poi gl'interualli delle virgolette dell'vna, e dell altra strisciata si vedeua la distãza che conteneua quarantacinque spazij dell'Una, e cõtenere trẽta dell altra; quale veramente è la forma, che si attribuisce alla Diapente. Mà quì prima che passare più auanti, voglio auuertirui, che delle trè maniere d'innacutire il suono, quella che voi referite alla sottigliezza della corda, con più verità deue attribuirsi al peso. Imperò che l'alteratione presa dalla grossezza risponde, quando le corde siano della medesima materia, e così vna minugia per far l'ottaua deue esser più grossa quattro volte dell'altra pur di minugia; & vna d ottone più grossa quattro volte d'vn'altra d'ottone. Mà s'io vorrò far l'ottaua con vna d'ottone ad vna di minugia, non si hà da ingrossar quattro volte, mà si ben farla quattro volte più graue, si che quanto alla grossezza questa di metallo non sarà altrimente quattro volte più grossa, mà ben quadrupla in grauità, che tal' volta sarà più sottile, che la sua rispondente all' ottaua più acuta che sia di minugia. Onde accade che incordandosi vn Cimbalo di corde d Oro, & Un'altro d'Ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza, e tensione, per esser l Oro quasi il doppio più graue, riuscirà l'accordatura circa vna quinta più graue. E quì notisi come alla velocità del moto piu resiste la grauità del Mobile, che la grossezza, contro à quello, che à prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare, che ragioneuolmente più douesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all'esser aperto in vn Mobile grosso, e leggiero, che in vno graue, e sottile: tuttauia in questo caso accade tutto l'opposito. Mà seguitando il primo proposito dico, che non è la ragion prossima, & immediata delle forme de gl'interualli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, mà si ben la proportione de i numeri delle vibrationi, e percosse dell'onde dell'aria, che vanno à ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto po-

tremo

tremo per auuentura assegnar' assai congrua ragione, onde auuenga che di essi suoni differenti di tuono alcune coppie siano con gran diletto riceuute dal nostro sensorio, altre con minore, & altre ci feriscano con grandissima molestia, che è il cercar la ragione delle consonanze più, ò men perfette, e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsationi di due diuersi tuoni, che sproportionatamente colpeggiano sopra'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze, quando i tempi delle vibrationi fussero innumerabili, per vna delle quali sarà quella, quando di due corde Vnisone se ne suoni vna con tal parte dell'altra, quale è il lato del quadrato del suo Diametro: dissonanza simile al tritono, ò semidiapente. Consonanti, e con diletto riceuute saranno quelle coppie di suoni, che verranno à percuotere con qualche ordine sopra'l timpano; il qual'ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non habbia à star' in vn perpetuo tormento d'infletterfi in due diuerse maniere per acconsentire, & vbbidire alle sempre discordi battiture. Sarà dunque la prima, e più grata consonanza l'ottaua, essendo che per ogni percossa che dia la corda graue su'l timpano, l'acuta ne dà due; tal che amendue vanno à ferire vnitamente in Vna sì, e nell'altra nò delle vibrationi della corda acuta; si che di tutto'l numero delle percosse la metà s'accordano à battere vnitamente, mà i colpi delle corde vnisone giungon sempre tutti insieme, e però son come d'Vna corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora atteso che per ogni due pulsationi della corda graue l'acuta ne dà tre, dal che ne seguita, che numerando le vibrationi della corda acuta, la terza parte di tutte s'accordano à battere insieme; cioè due solitarie s'interpongono trà ogni coppia delle concordi; e nella Diatesseron se n'interpongon trè. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottauo per ogni noue pulsationi vna sola arriua concordemẽte à percuotere cõ l'altra della corda più graue, tutte l'altre sono discordi, e con molestia riceuute sù'l timpano, e giudicate dissonanti dall'vdito.

Simp. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.



Salu. Sia questa linea A B lo spazio, e la dilatatione d'vna vibratione della corda graue: e la linea C D quella della corda acuta, la quale con l'altra renda l'ottaua, e diuidasi la A B in mezzo in E. E' manifesto che cominciando à muouersi le corde ne i termini, A C, quando la vibratione acuta sarà peruenuta al termine D, l'altra si sarà distesa solamente fino al mezzo E, il quale non sendo termine del moto, non percuote: mà ben si fà colpo in D. Ritornando poi la vibratione dal D in C, l'altra passa da E in B, onde le due percosse

cosse di B, e di C battono vnitamente su'l timpano: e tornando à reiterarsi le simili seguenti vibrationi si cõcluderà alternatamẽte in vna sì, e nell'altra nò delle vibrationi C D accadere l'vnione delle percosse cõquelle di A B: mà le pulsatiotioni de i termini hanno sempre per cõpagne vna delle C D, e sempre la medesima, il che è manifesto, perche posto che A C battano insieme nel passar A in B, C và in D, e torna in C, si che i colpi A C si fanno insieme. Mà siano ora le due vibrationi A B, C D quelle, che producono la Diapente, i tempi delle quali sono in proportion sesquialtere, e diuidasi la A B della corda graue in tre parti eguali in E O. E intendasi le vibrationi cominciare nell'istesso momento da i termini A C, è manifesto, che nella percossa, che si farà nel termine D, la vibratione di A E, si trà giunta solamente in O, il timpano dunque riceue la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l'altra vibratione passa da O in E, e ritorna in O, facendo la pulsatione in B, che pure è sola, e di contrattempo (accidente da considerarsi) perche hauendo noi posto le prime pulsationi fatte nell'istesso momento ne i termini A C, la seconda che fù sola dal termine D si fece dopo quanto importa il tempo del transito C D cioè A O, mà la seguente che si fà in B dista dall'altra solo quanto è il tempo di O B, che è la metà; continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si và in D, si viene à far le due pulsationi vnitamente in A e D, seguono poi altri periodi simili à questi, cioè, con l'interpositione di due pulsationi della corda acuta scompagnate, e solitarie, e vna della corda graue pur solitaria, e interposta trà le due solitarie dell'acuta. Si che se noi figureremo il tempo diuiso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che ne i due primi, dalle concordi pulsationi fatte in A C si passi in O D, e in D si batta: che nel terzo, e quarto momento ritorni da D in C battendo in C, e che da O si passi per B, e si torni in O battendoci in B, e che finalmente nel quinto, e sesto momento da O e C, si passi in A e D battendo in amendue, hauremo sopra'l timpano le pulsationi distribuite con tal'ordine, che poste le pulsationi delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceuerà vna percossa solitaria, nel terzo momento vn'altra pur solitaria, nel quarto vn'altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto due congiunte insieme: e quì finisce il periodo, e per dir così, l'anomalia, il qual periodo si và poi più volte replicando.

Sagr. Io non posso più tacere, è forza ch'io esclami il gusto, che sento nel vedermi tanto adequatamente rese ragioni di effetti, che tanto tempo m'hanno tenuto in tenebre, e cecità. Ora intendo, perche l vnisono non differisce punto da vna voce sola: intendo perche l'ottaua è la principal consonanza, mà tanto simile all'vnisono, che come vnisono si prende, e si accompagna con le altre: simile è all'vnisono, perche doue le pulsationi delle corde vnisone vanno à ferire tutte insieme sempre queste della corda

graue

graue dell'ottaua vanno tutte accompagnate da quelle dell'acutâ, e dì queste vna s'interpone solitaria, & in distanze eguali, & in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diuiene sdolcinata troppo, e senza brio. Mà la quinta con quei suoi contrattempi, e con l'interporsi trà le coppie delle due pulsationi congiunte, due solitarie della corda acuta, & vna pur solitaria della graue, e queste trè con tanto interuallo di tempo, quanto è la metà di quello, che è trà ciascuna coppia, e le solitarie dell'acuta, fà vna titillatione, & vn solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con vno spruzzo d'acrimonia par che insieme soauemente baci, e morda.

Salu. E' forza, poiche veggo che V. S. gusta tanto di queste nouellitie, che io gli mostri il modo, col quale l'occhio ancora, non pur l'vdito possa recrearsi nel veder i medesimi scherzi, che sente l'vdito. Sospendete palle di piombo, ò altri simili graui da trè fili di lunghezze diuerse, mà tali che nel tempo che il piu lungo fà due vibrationi il piu corto ne faccia quattro, e'l mezzano trè, il che accaderà quando il più lungo cõtenga sedici palmi, ò altre misure, delle quali il mezzano ne contenga noue, & il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo, e poi lasciatigli andare si vedrà vn'intrecciamento vago di essi fili con incontri varij, mà tali che ad ogni quarta vibratione del più lungo tutti trè arriueranno al medesimo termine vnitamente, e da quello poi si partiranno reiterando di nuouo l'istesso periodo: la qual mistione di vibrationi è quella, che fatta dalle corde rende all'vdito l'ottaua con la quinta in mezzo. E se con simile dispositione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, si che le vibrationi loro rispondano à quelle di altri interualli musici, mà consonanti, si vedranno altri, & altri intrecciamenti, e sempre tali che in determinati tempi, e dopo determinati numeri di vibrationi tutti i fili (siano tre, ò siano quattro) si accordano à giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrationi, e di lì à cominciare vn'altro simil periodo: mà quando le vibrationi di due, ò più fili siano, ò incommensurabili, si che mai non ritornino à terminar concordemente determinati numeri di vibrationi, ò se pur non essendo incommensurabili vi ritornano dopo lungo tempo, e dopo gran numero di vibrationi, allora la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l'vdito con noia riceue gli appulsi intemperati de i tremori dell'aria, che senza ordine, ò regola vanno à ferire sul timpano.

Mà doue Signori miei ci siamo lasciati trasportare per tante ore dai varij Problemi, & inopinati discorsi? Siamo gionti à sera, e della proposta materia habbiamo trattato pochissimo, ò niente: anzi ce ne siamo in modo disuiati, che à pena mi souuiene della prima introduttione, e di quel poco ingresso, che facemmo come Ipotesi, e principio delle future dimostrationi.

Sagr.

Sagr. *Sarà dunque bene, che ponghiamo per oggi fine à i nostri ragionamenti dando commodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando per tornar poi domani (quando piaccia à V. S. di favorirci) à i discorsi desiderati, e principalmente intesi.*

Salu. *Non mancherò d'esser quà all'istessa ora di oggi a servirle, e goderle.*

Finisce la Prima Giornata.

GIORNATA SECONDA.

Sagr. *Tauamo il Sig. Simplicio, & io aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andauamo riducendo à memoria, l'vltima considerazione, che quasi come principio, e suppositione delle conclusioni, che V. S. intendeua di dimostrarci fu circa quella resistenza, che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dependente da quel glutine, che tiene le parti attaccate, e congiunte, si che non senza vna potente attrattione, cedono, e si separano: si andò poi cercando, qual potesse esser la causa di tal coerenza; che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del Vacuo, che fù poi cagione di tante digressioni, che ci tennero tutta la giornata occupati, e lontani dalla materia primieramẽte intesa, che era la contemplatione delle resistenze de i solidi all'essere spezzati.*

Salu. *Ben mi souuiene del tutto, e ritornando su'l filo incominciato: Posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati per vna violenta attrattione, basta che indubitabilmente ella in loro si troua: la quale ben che grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo piu si osserua nel violentargli per trauerso: e così veggiamo vna verga per esempio d'acciaio, ò di vetro reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta à squadra in vn muro si spezzerà con l'attaccargliene cinquanta solamente. E di questa seconda resistenza deuiamo noi parlare ricercãdo secõdo quali proportioni ella si ritroui ne i Prismi, e Cilindri simili, ò dissimili in figura, lunghezza, e grossezza, essendo però dell'istessa materia: nella quale specolatione io piglio come principio noto quello che nelle Mecaniche si dimostra trà le passioni del Vette, che noi chiamiamo Leua; cioè, Che nell'vso della Leua la forza*

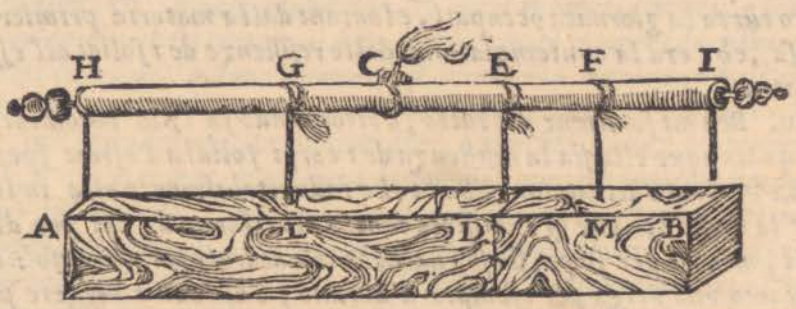
alla resistenza hà la proportion contraria di quella, che hanno le distanze trà 'l sostegno, e le medesime forza, e resistenza.

Simp. *Questo fù dimostrato da Aristotele nelle sue Mecaniche prima che da ogni altro.*

Salu. *Voglio che gli concediamo il primato nel tempo, mà nella fermezza della dimostratione parmi che se gli deua per grand interuallo anteporre Archimede, da vna sola propositione, del quale dimostrata da esso negli equiponderanti dipendono le ragioni non solamente della Leua, mà della maggior parte de gli altri strumenti Mecanici.*

Sagr. *Mà già che questo principio è il fondamento di tutto quello, che voi hauete intentione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto à proposito l arrecarci anco la proua di tal suppositione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci vna intera, e compita instruttione.*

Salu. *Come questo si habbia à fare, sarà pur meglio che io per altro ingresso alquanto diuerso da quello d'Archimede v'introduca nel campo di tutte le future specolationi; e che non supponendo altro, se non che Pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio, (principio supposto parimente dal medesimo Archimede) io venga poi à dimostrarui, come non solamente altrettanto sia vero, che Pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proportione di essi Pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui, che colloca Pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca Pesi diseguali in distanze, che habbiano permutatamente la medesima proportione che i Pesi. Or per chiara dimostratione di quanto dico, segno vn Prisma, ò Cilindro solido*



AB, *sospeso dall'estremità alla linea* HI, *e sostenuto da due fili* HA, IB. *E manifesto, che se io sospenderò il tutto dal filo* C *posto nel mezzo della bilancia* HI, *il Prisma* AB, *resterà equilibbrato, essendo la metà del suo peso da vna banda, e l'altra dall'altra del punto della sospensione* C *per il principio da noi supposto. Intendasi ora il Prisma esser diuiso in parti diseguali dal piano per la linea* D, *e sia la parte* DA *maggiore, e la* DB *minore, & acciochè fatta tal diuisione le parti del Prisma restino*

no nel medesimo sito, e costitutione rispetto alla linea HI soccorriamo con vn filo ED, il quale fermato nel punto E sostenga le parti del Prisma AD, DB, non è da dubitarsi, che non si essendo fatta veruna local mutatione nel Prisma rispetto alla bilancia HI ella resterà nel medesimo stato dell equilibrio. Mà nella medesima costitutione resterà ancora se la parte del Prisma, che ora è sospesa dalle due estremità con li fili AH, DE, si appenda ad vn sol filo GL posto nel mezzo: e parimente l'altra parte DB non muterà stato sospesa dal mezzo, e sostenuta dal filo FM. Sciolti dunque i fili HA, ED, IB, e lasciati solo li due GL, FM, resterà l'istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto C. Or quì voltiamoci à considerare come noi habbiamo due graui AD, DE, pẽdenti dai termini GF di vna libbra GF, nella quale si fà l'equilibrio dal punto C, in modo che la distanza della sospensione del graue AD, dal punto C, e la linea CG, e l'altra parte CF, è la distanza, dalla qual pende l'altro graue DB. Resta dunque solo da dimostrarsi tali distanze hauer la medesima proportione trà di loro, che hanno gli stessi Pesi, mà permutatamente presi: cioè che la distanza GC alla CE sia come il Prisma DB al Prisma DA, il che proueremo così. Essendo la linea GB la metà della EH, e la BF metà della EI, sarà tutta la GF metà di tutta la HI, e però eguale alla CI, e trattane la parte comune CF, sarà la rimanente GC eguale alla rimanente FI, cioè, alla FE, e presa comunemente la CE saranno le due GB, CF eguali; e però come GB ad EF, così FC à CG, mà come GB ad BF, cosi la doppia alla doppia, cioè HE ad EI, cioè il Prisma AD al Prisma DB. Adunque per l'egual proportione; e conuertendo, come la distanza GC alla distãza CF, così il peso BD al peso DA, che è quello, che io voleuo prouarui. Inteso sin qui non credo che Voi porrete difficoltà in ammettere che i due Prismi AD, DB facciamo l'equilibrio dal punto C, perche la metà di tutto'l solido AB è alla destra della sospensione C, e l'altra metà dalla sinistra: e che così si vengono à rappresentar due pesi eguali disposti, e distesi in due distanze eguali. Che poi li due Prismi AD, DB ridotti in due dadi, ò in due palle, ò in due qual' altre si siano figure; (purche si conseruino le sospensioni medesime GF) seguitino di far l'equilibrio dal punto C, non credo che sia alcuno che ne possa dubitare, perche troppo manifesta cosa è, che le figure non mutano peso, doue si ritenga la medesima quantità di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due Pesi qualunque si siano fanno l'equilibrio da distanze permutatamente respondenti alle lor grauità. Stabilito dunque tal principio auanti che passiamo più oltre, deuo meter in consideratione, come queste forze, resistenze, momenti, figure, si posson considerar in astratto, e separate dalla materia, & anco in concreto, e congiunte con

la materia; & in questo modo quelli accidenti, che conuerranno alle figure considerate come immateriali, riceueranno alcune modificationi, mentre li aggiungeremo la materia, & in conjequenza la grauità; come



per esempio se noi intenderemo vna Leua, qual sarebbe questa BA, *la quale posando su'l sostegno* E *sia applicata per soleuare il graue sasso* D. *E manifesto per il dimostrato principio, che la forza posta nell'estremità* B *basterà per adequare la resistenza del graue* D, *se il suo momento al momento di esso* D *habbia la medesima proportione, che hà la distanza* AC *alla distanza* CB, *e questo è vero non mettendo in consideratione altri momenti che quelli della semplice forza in* B, *e della resistenza in* D, *quasi che l'istessa Leua fusse immateriale, e senza grauità. Mà se noi metteremo in conto la grauità ancora dello strumento stesso della Leua, la quale sarà talor di legno, e tal volta anche di ferro; è manifesto che alla forza in* B *aggiunto il peso della Leua altererà la proportione, la quale conuerrà pronuntiare sotto altri termini. E però prima che passar più oltre è necessario, che noi conuenghiamo in por distintione trà queste due maniere di considerare, chiamando, vn prendere assolutamente quello, quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla grauità della propria materia: mà congiugnendo con le figure semplici, & assolute la materia con la grauità ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia momento, ò forza composta.*

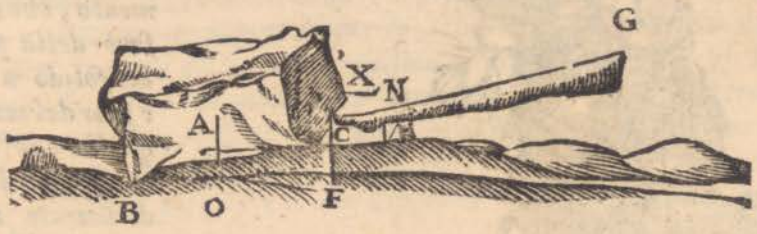
Sagr. *E forza ch'io rompa il proposito, che haueuo di non dar'occasione di digredire, mà non potrei con attentione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo, che mi nasce; & è questo, che mi pare che V.S. faccia cõparatione della forza posta in* B *cõ la total grauità del sasso* D, *della qual grauità mi pare che vna parte, e forse forse la maggiore si appoggi sopra 'l piano dell'Orizonte; si che*

Salu. *Hò inteso benissimo. V.S. non soggiunga altro; mà solamente auuerta, che io non hò nominata la grauità totale del sasso, mà hò parlato del momento, che egli tiene, & esercita sopra'l punto* A *estremo termine della Leua* BA, *il quale è sempre minore dell'intero peso del sasso; & è variabile secondo la figura della pietra, e secondo che ella vien più, ò meno solleuata.*

Sagr.

Sagr. *Resto appagato, mà mi nasce vn'altro desiderio; che è che per intera cognitione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter'inuestigare qual parte sia del peso totale quella, che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella, che graua su'l Vette nell'estremità* A.

Salu. *Perche posso con poche parole dargli sodisfattione, non voglio lasciar di seruirla; però facendone vn poco di figura, intenda V. S. il peso, il cui centro di grauità sia* A *appoggiato sopra l'Orizonte co'l*



termine B, *e nell'altro sia sostenuto col Vette* CG, *sopra'l sostegno* N *da vna potenza posta in* G, *e dal centro* A, *e dal termine* C *caschino perpendicolari all'Orizonte* AO, CF. *Dico il momento di tutto il peso al momento della potenza in* G *hauer la proportion composta della distanza* GN *alla distanza* NC, *e della* FB *alla* BO. *Facciasi come la linea* FB *alla* BO, *così la* NC *alla* X, *& essendo tutto il peso* A *sostenuto dalle due potenze poste in* B, *e* C, *la potenza* B *alla* C, *e come la distanza* FO *alla* OB, *e componendo, le due potenze* BC *insieme, cioè, il total momento di tutto'l Peso* A *alla potenza in* C, *è come la linea* FB *alla* BO, *cioè come la* NC *alla* X, *mà il momento della potenza in* C *al momento della potenza in* G, *è come la distanza* GN *alla* NC, *adunque per la perturbata il total peso* A *al momento della potenza in* G, *è come la* GN *alla* X, *mà la proportione di* GN *ad* X, *è composta della proportione* GN *ad* NC, *e di quella di* NC *ad* X, *cioè, di* FB *à* BO, *adunque il peso* A *alla potenza che lo sostiene in* G, *hà la proprotione composta delle* GN *ad* NC, *e di quella di* FB *à* BO, *ch'è quello che si doueua dimostrare. Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose fin quì dichiarate, non sarà difficile l'intender la ragione, onde auuenga, che vn Trisma, ò Cilindro solido di vetro, acciaio, legno, ò altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà grauissimo peso, che gli sia attaccato, mà in trauerso (come poco fà diceuamo) da minor peso assai potrà tal'volta essere spezzato secõdo che la* Prop. 1. *sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Impe ò che figuriamoci il Trisma solido* AB, CD *fitto in vn muro dalla parte* AB, *e nell'altra estremità s'intenda la forza del Peso* E, *(intendendo sempre il muro esser*

ser eretto all'Orizonte, & il Prisma, ò Cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifesto che douendosi spezzare si romperà nel luogo B, *doue il taglio del muro serue per sostegno, e la* BC *per la parte della Leua, doue si pone la forza, e la grossezza del solido* BA *e l'altra parte della Leua, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento, che s'hà da fare della parte del solido* BD, *che è fuor del muro, da quella che è dentro; e per le cose dichiarate il momento della forza posta in* C *al momento della resistẽza che stà nella grossezza del Prisma, cioè, nell'attaccamento della base* BA *con la sua contigua hà la medesima proportione, che la lunghezza* CB *alla metà della* BA, *e però l'assoluta resistenza all'esser rotto che è nel Prisma* BD (*la quale assoluta resistenza è quella, che si fà col tirarlo per diritto, perche allora tanto è il moto del mouente quanto quello del mosso*) *all'esser rotto cõ l'aiuto della Leua* BC, *hà la medesima proportione che la lunghezza* BC *alla metà di* AB *nel prismi, che nel Cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima Propositione. E notate che questo che dico si debbe intendere rimossa la consideratione del peso proprio del solido* BD, *il qual solido hò preso, come nulla pesante. Mà quando vorremo mettere in conto la sua grauità congiugnendola col peso* E, *douiamo al peso* E *aggiugnere la metà del peso del solido* BD, *si che essendo v. gr. il peso di* BD *due libbre, e'l peso di* E *libbre dieci, si deue pigliare il Peso* E *come se fusse vndici.*



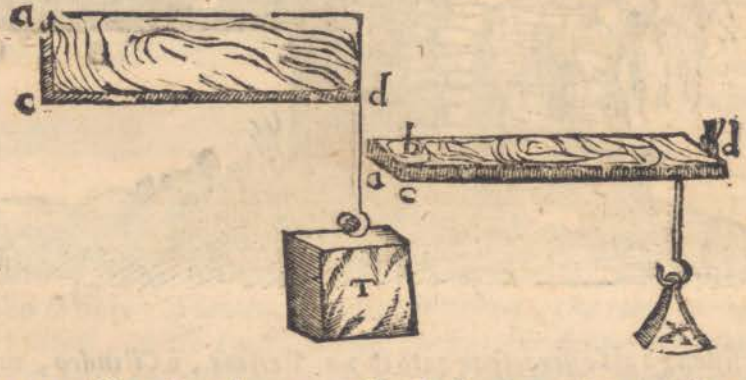
Simp. *E perche non come se fusse dodici?*

Salu.

Salu. *Il Peso T. Sig. Simp. mio pendente dal termine* C *preme in rispetto alla Leua* B C, *con tutto'l suo momento di libbre dieci, doue se fusse appeso il solo* B D, *grauerebbe con tutto'l momento di due libbre, mà, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza* B C *vniformemente, onde le parti sue vicine all estremità* B *grauano manco delle più remote; si che in somma ristorando quelle con queste, il peso di tutto'l Prisma si riduce à lauorare sotto'l centro della sua grauità, che risponde al mezzo della Leua* B C; *mà vn peso pendente dalla estremità* C *hà momento doppio di quello, che harebbe pendendo dal mezzo; e però la metà del peso del Prisma si deue aggiugnere al Peso* E, *mentre ci seruiamo del momento di amendue, come locati nel termine* C.

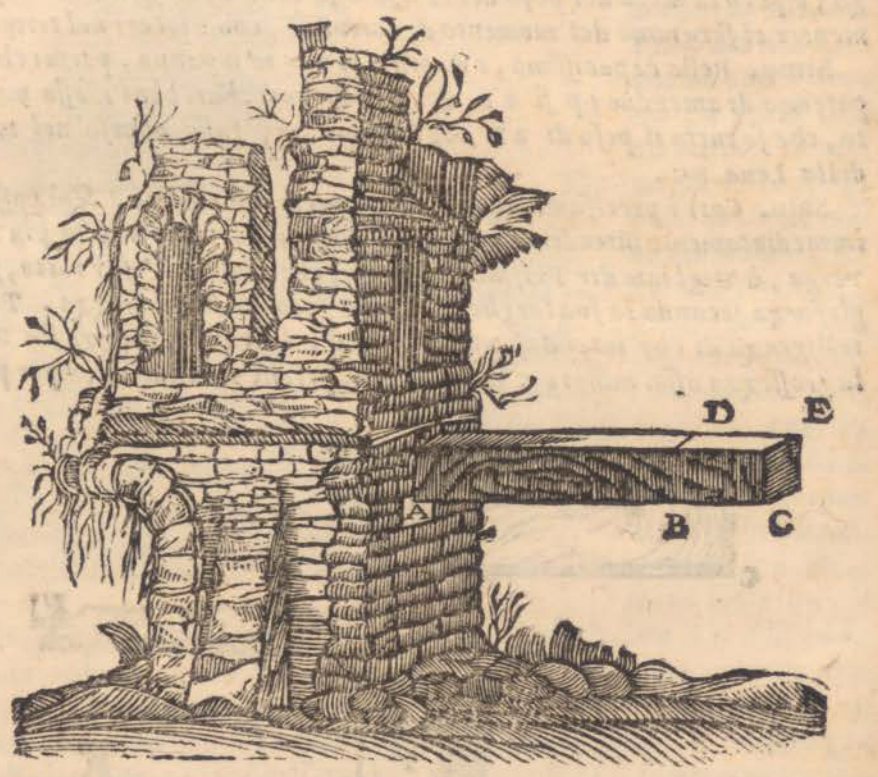
Simp. *Resto capacissimo, e di più s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi* B D *&* E *posti così, harebbe l'istesso momento, che se tutto il peso di* B D *col doppio di* E, *fusse appeso nel mezzo della Leua* B C.

Salu. *Così è precisamente, e si deue tenere à memoria. Quì possiamo immediatamente intender, come e con che proportione resista piu vna verga, ò vogliam dir Prisma più largo, che grosso all'esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che intendasi vna riga* a d; *la cui larghezza sia* a c, *e la grossezza assai minore* c b, *si cerca, perche volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso* T, *mà posta per piatto come nella seconda figura, non resisterà all'* X *minore del* T, *il che si fà manifesto, mentre intendiamo il sostegno essere vna volta sotto la linea* b c, *& vn'altra sotto la* c a, *e le distanze delle forze esser nell'vn caso, e nell'altro eguali, cioè la lunghezza* b d. *Mà nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea* c a, *è maggiore della distanza nell'altro caso, la quale è la metà della* Prop. II.



della bc: *però la forza del Peso* t, *conuiene che sia maggiore della* x, *quanto la metà della larghezza* ca *è maggiore della metà della grossezza* bc, *seruendoci quella per contralleua della* ca, *e questa della* cb *per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base* ab. *Concludesi per tanto la medesima riga, ò Prisma più largo che grosso resister più all'esser rotto per taglio, che per piatto secondo la proportione della larghezza alla grossezza.*

Conuiene ora che cominciamo à inuestigare secondo qual proportione vadia crescendo il momento della propria grauità in relatione alla pro-



Prop. 111. *pria resistenza all'essere spezzato in vn Prisma, ò Cilindro, mentre stando parallelo all Orizonte si và allungando, il qual momento trouo andar crescendo in duplicata proportione di quella dell'allungamento, per la cui dimostratione intendasi il Prisma, ò Cilindro* AD *fitto saldamente nel muro dell'estremità* A, *e sia equidistante all'Orizonte, & il medesimo intendasi allungato sino in* E *aggiugnendoui la parte* BE. *È manifesto che l'allungamento della Leua* AB *sino in* C *cresce per se solo, cioè assolutamente preso il momento della forza premente contro alla re-*

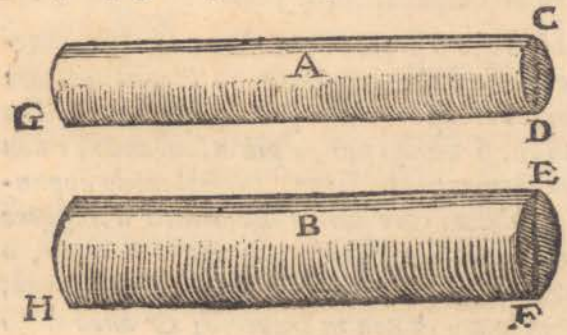
sisten-

sistenza dello staccamento, e rottura da farsi in A *secondo la proportione di* CA *à* BA, *mà oltre à questo il peso aggiunto del solido* EB *al peso del solido* AB, *cresce il momento della grauità premente secondo la proportione del Prisma* AE *al Prisma* AB, *la qual proportione è la medesima della lunghezza* AC *alla* AB, *adunque è manifesto, che congiunti i due accrescimenti delle lunghezze, e delle grauità il momento composto di amendue è in doppia proportione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i Prismi, è Cilindri egualmente grossi, mà disegualmente lunghi esser trà di loro in duplicata proportione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.*

Mostreremo adesso nel secondo luogo, secondo qual proportione cresca la resistenza all essere spezzati ne i Prismi, e Cilindri, mentre restino della medesima lunghezza, e si accresca la grossezza. E quì dico che

Ne i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi, mà disegualmente grossi la resistenza all'esser rotti cresce in triplicata proportione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi. Prop. IV.

I due Cilindri siano questi AB, *le cui lunghezze eguali* DG, FH, *le basi diseguali, i cerchi, i cui Diametri* CD, EF. *Dico, la resistenza del Cilindro* B *alla resistenza del Cilindro* A, *ad esser rotti, hauer triplicata proportione di quella che hà il Diametro* FE *al Diametro* DC. *Imperò che se consideriamo l'assoluta, e semplice resistenza, che risiede nelle basi, cioè ne i Cerchi* EF, DC, *all'essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio che la resistenza del Cilindro* B *è tanto maggiore, che quella del Cilindro* A, *quanto il Cerchio* EF *è maggiore del* CD, *perche tante più sono le fibre, i filamenti, ò le parti tenaci, che tengono vnite le parti de i solidi. Mà se consideriamo che nel far forza per trauerso ci seruiamo di due Leue; delle quali le parti, ò distanze, doue si applicano le forze, sono le linee* DG, FH, *i sostegni sono ne punti* DF, *mà le altre parti, ò distanze, doue son poste le resistenze, sono i semidiametri de i cerchi* DC, EF *perche i filamenti sparsi per tutte le superficie de i Cerchi, è come se tutti si riducessero ne i centri: considerando dico, tali Leue intenderemo la resistenza nel centro della base* EF *contro alla forza di* H, *esser tanto maggiore della resistenza della base* CD *contro al*



la forza posta in G, (*e sono le forze in* G *&* H, *di Leue eguali* DG, FH,) *quanto il semidiametro* FE *è maggiore del semidiametro* DC, *cresce dunque la resistenza all'esser rotta nel Cilindro* B *sopra la resistenza del Cilindro* A, *secondo amendue le proportioni de i Cerchi* EF, DC, *e de i lor semidiametri, ò vogliam dir Diametri: mà la proportione de i Cerchi è doppia di quella de i Diametri, adunque la proportione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proportione de i medesimi Diametri, che è quello, che douemo prouare. Mà perche anco i Cubi sono in tripla proportione de i loro lati, possiamo similmente concludere le resistenze de i Cilindri egualmente lunghi esser trà di loro come i Cubi de i lor Diametri.*

Corol'. *Dà questo che si è dimostrato, possiamo concludere ancora, le resistenze de i Prismi, e Cilindri egualmente lunghi hauer sesquialtera proportione di quella de gli steßi Cilindri. Il che è manifesto, perche i Prismi, e Cilindri egualmente alti hanno frà di loro la medesima proportione, che le lor basi, cioè, doppia de i lati, ò Diametri di esse basi: mà le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proportione de i medesimi lati, ò Diametri, adunque la proportione delle resistenze è sesquialtera della proportione de gli steßi solidi, & in consequenza de i pesi de i medesimi solidi.*

Simp. *Egli è forza che auanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficoltà; e questa è che fin quì non hò sentito mettere in consideratione cert'altra sorte di resistenza, la quale mi par che venga diminuita ne i solidi, secondo che si vanno più, e più allungando, e non solo nell'vso trasuersale, mà ancora per lo lungo, in quel modo appunto che veggiamo vna corda lunghißima esser molto meno atta à reggere vn gran peso, che se fusse corta: onde io credo che vna verga di legno, ò di ferro più peso assai potrà reggere se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre vsata per lo lungo, e non in trauerso; & anco messo in conto il suo proprio peso, che nella più lunga è maggiore.*

Salu. *Dubito Sig. Simp., che in questo punto voi con molti altri v'ingannate, se però hò ben compreso il vostro concetto, si che voi vogliate dire, che vna corda lunga, v.gr. quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse vn braccio, ò due della medesima corda.*

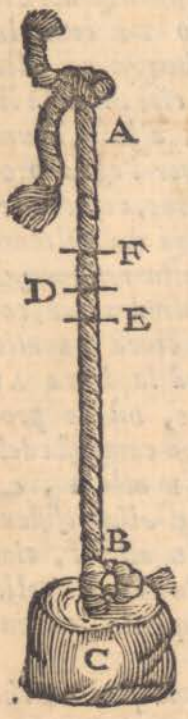
Simp. *Cotesto hò voluto dire, e fin quì mi par propositione assai probabile.*

Salu. *Mà io l'hò per falsa, non che per improbabile; e credo di poterui assai egeuolmente cauar d'errore. Però ponghiamo questa corda* A B *fermata di sopra dal capo* A, *e dall'altro sia il Peso* C, *della cui forza debba essa corda essere rotta. Assegnatemi voi Sig. Simp. il luogo particolare doue debba seguir la rottura.*

Simp.

Simp. *Sia nel luogo* F.

Salu. *Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in* F.



Simp. *E' la causa di ciò, perche la corda in quella parte non era potente à reggere, v. gr. cento libbre di peso, quanto è la parte* DB *con la pietra* C.

Salu. *Adunque tutta volta che tal corda nella parte* D *venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.*

Simp. *Così credo.*

Salu. *Mà ditemi ora; chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda* B, *mà vicino al punto* D, *come sarebbe in* E, *ò vero legasse la corda non nella altezza* A, *mà pur vicino, e sopra al punto medesimo* D *come sarebbe in* F, *ditemi, dico, se il punto* D *sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.*

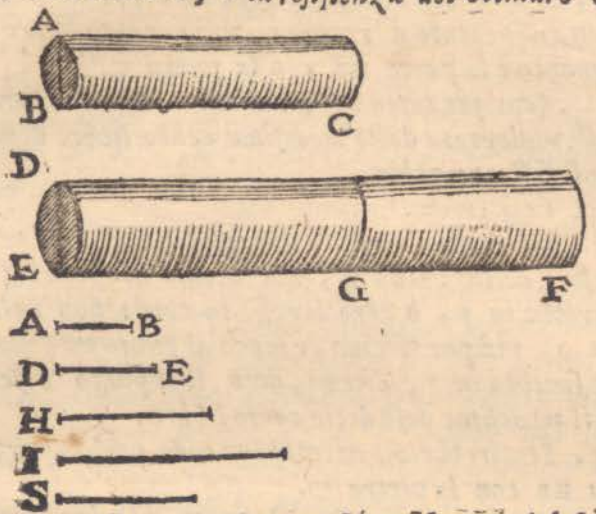
Simp. *Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda* BE *con la pietra* C.

Salu. *Se dunque la corda nel punto* D *vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà per la vostra concessione; e pure la* FE *è vn piccol pezzo della lunga* AB, *come dunque volete più dire, che la corda lunga sia più debole della corta? Contentateui dunque d'esser cauato d'vn errore, nel quale hauete hauto molti compagni, & anco per altro molto intelligenti. E seguitiamo inanzi: & hauendo dimostrato i Prismi, e Cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i Quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza) e parimente gli egualmente lunghi, mà differenti in grossezza crescer le lor resistenze secondo la proportione de i Cubi de i lati, ò Diametri delle lor basi, passiamo à inuestigare quello che accaggia à tali solidi differenti in lunghezza, e grossezza, ne i quali io osseruo che*

I Prismi, e Cilindri di diuersa lunghezza, e grossezza hanno le lor resistenze all'esser rotti di proportione composta della proportione de i Cubi de Diametri delle lor basi, e della proportione delle lor lunghezze permutatamente prese. Prop. V.

Siano tali due Cilindri questi ABC, DEF. *Dico, la resistenza del Cilindro* AC *alla resistenza del Cilindro* DF, *hauer la proportione composta della proportione del Cubo del Diametro* AB *al Cubo del Diametro* DE, *e della proportione della lunghezza* EF *alla lunghezza* BC. *Pongasi la* EG *eguale alla* BC, *e delle linee* AB, DE *sia terza proportionale la* H, *e quarta la* I, *e come la* EF *alla* BC, *e delle linee,*

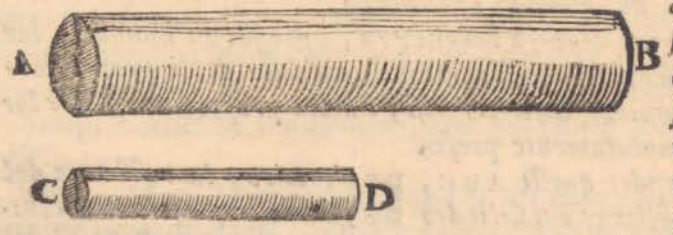
così sia là I alla S. E perche la resistenza del Cilindro AC alla resistẽza del Cilindro DG, è come il Cubo AB al Cubo DE, cioè come la linea AB alla linea I, e la resistenza del Cilindro GD alla resistenza del Cilindro DF come la lunghezza FE alla EG, cioè come la linea I alla S, adunque per l'egual prodortione, come la resistenza del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DF, così la linea AB alla S, mà la linea AB alla S, hà la proportion composta della AB alla I, e della I alla S, adunque là resistenzã del Cilindro AC alla resistenza del Cilindro DF, hà la proportion composta della AB alla I, cioè del Cubo di AB al Cubo di DE, e della proportione della linea I alla S, cioè della lunghezza EF alla lunghezza BC, che è quello, che intendeuo di dimostrare.



Dopo la dimostrata Propositione Voglio che consideriamo quello, che accagia trà i Cilindri, e Prismi simili, de i quali dimostreremo, come

[Prop. VI. De i Cilindri, e Prismi simili i momenti compositi cioè risultanti dalle lor grauità, e dalle loro lunghezze, che sono come Leue, hanno trà di loro proportione sesquialtera di quella, che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

Per il che dimostrare segniamo i due Cilindri simili AB, CD. Dico, il momento del Cilindro AB per superare la resistenza della sua base B, al momẽto di CD per superare la resistenza della sua D, hauer sesquialtera proportione di quella, che hà la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D, e perche i momenti de i solidi AB, CD per superar le resistenze delle lor basi BD son composti delle lor grauità, e delle forze delle lor Leue, e la forza della Leua AB è eguale alla forza della Leua CD, e questo perche la lunghezza AB al semidiametro della



la

la base B, *hà la medesima proportione* (*per la similitudine de Cilindri*) *che la lunghezza* CD *al semidiametro della base* D, *resta che'l momẽto totale del Cilindro* AB *al momento totale di* CD, *sia come la sola grauità del Cilindro* AB *alla sola grauità del Cilindro* CD, *cioè come l'istesso Cilindro* AB *all'istesso* CD: *mà questi sono in triplicata proportione de i Diametri delle basi loro* BD, *e le resistenze delle medesime basi, essendo trà di loro come l'istesse basi, sono in consequenza in duplicata proportione de i medesimi loro Diametri; adunque i momenti de i Cilindri son in sesquialtera proportione delle resistenze delle basi loro.*

Simp. *Questa Propositione mi è veramente giunta non solamente nuoua, mà inaspettata è nel primo aspetto assai remota dal giuditio, che io ne hauerei conietturalmente fatto: imperò che essendo tali figure in tutto 'l restante simili, harei tenuto per fermo, che anco i momenti loro verso le proporie resistenze hauessero ritenuta la medesima proportione.*

Sagr. *Questa è la dimostratione di quella propositione, che nel principio de nostri ragionamenti dissi parermi discorger per ombra.*

Salu. *Quello che ora accade al Sig. Simp. auuenne per alcun tempo à me credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, ne anche molto fissa, ò accurata osseruatione mi pareua rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi vn tenore eguale nelle loro robustezze, mà i maggiori esser meno atti à patire gli euenti violenti, come rimaner più offesi dalle cadute gli huomini grandi, che i piccoli fanciulli, e come da principio diceuamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi vna gran traue, ò vna colonna, mà non così vn piccolo corrente, ò vn piccolo Cilindro di marmo. Questa tal quale osseruatione mi destò la mente all'inuestigattione di quello, che ora son per dimostrarui, proprietà veramente ammirabile, poiche trà le infinite figure solide simili trà di loro pur due non vene sono i momenti delle quali verso le proprie resistẽze ritẽghino la medesima proportione.*

Simp. *Ora mi fate souuenire non sò che posto d'Aristotele trà le sue Quistioni Mecaniche, mentre vuol render la ragione, onde auuenga che i legni quanto più son lunghi, tanto più son deboli, e più e più si piegano benche i più corti sieno più sottili, e i lunghi più grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice Leua.*

Salu. *E' verissimo, e perche la solutione non par che tolga interamente la ragion del dubitare Monsig. di Gueuara, il quale veramente con i suoi dottissimi Comentarij hà altamente nobilitata, e illustrata quell'Opera, si estende con altre più acute speculationi per sciorre tutte le difficoltà restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendosi con la medesima proportione le lunghezze, e le grossezze di tali solide*

figu-

figure, si deua mantenere l'istesso tenore nelle loro robustezze, e resistenze nell'esser rotti, & anco nel piegarsi. Io dopo vn lungo pensarui hò in questa maniera ritrouato quello che seguentemente son per apportarui. E prima dimostrerò che

Prop. VII. *De i Prismi, ò Cilindri simili graui Vn solo, e vnico è quello, che si riduce (grauato dal proprio peso) all'vltimo stato trà lo spezzarsi, e l sostenersi intero: si che ogni maggiore, come impotente à resistere al proprio peso, si romperà, e ogni minore resiste à qualche forza che gli venga fatta per romperlo.*

Sia il Prisma graue A B *ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, si che allungato vn minimo di più si rompesse: Dico questo esser'vnico trà tutti i suoi simili (che pur sono infiniti) atto ad esser ridotto in tale stato ancipite, si che ogni maggiore oppresso dal proprio peso si sprezzerà, & ogni minore nò, anzi potrà resistere à qualche aggrauio di nuoua violenza, oltre à quella del proprio peso. Sia prima il Prisma* C B *simile, e maggiore di* A B. *Dico questo non poter consistere, mà romper-si superato dalla propria grauità. Pongasi la parte* C D *lunga quanto* A B. *E perche la resistenza di* C D *à quella di* A B, *è come il Cubo della grossezza di* C D, *al Cubo della grossezza di* A B, *cioè come il Prisma* C E *al Prisma* A B, *(essendo simili) adunque il peso di* C E *è il sommo, che possa esser sostenuto nella lunghezza del Prisma* C D, *mà la lunghezza* C E *è maggiore: adunque il Prisma* C E, *si romperà. Mà sia* F G *minore: si dimostrerà similmente (posta* F H *eguale alla* B A*) la resistenza di* F G *à quella di* A B, *esser come il Prisma* F G *al Prisma* A B, *quando la distanza* A B, *cioè* F H *fusse eguale alla* F G, *mà è maggiore: adunque il momento del Prisma* F G *posto in* G, *non basta per romper' il Prisma* F G.



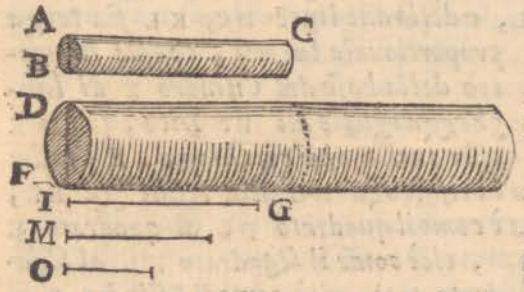
Sagr. *Chiarissima, e breue dimostratione concludente la verità, e necessità d'vna Propositione, che nel primo aspetto sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proportione trà la lunghezza, e la grossezza del Prisma maggiore con l'ingrossarlo, ò scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite trà'l reggesserſi, e lo sprezzarsi, e l'inuestigatione di tale stato penso che potesse esser'altrettanto ingegnosa.*

Salu. *Anzi più presto d'auuantaggio, come anco più laboriosa; & io lo sò, che Vi spesi non piccol tempo per ritrouarla; & ora voglio participaruela:*

Da-

Dato dunque vn Cilindro, ò Prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data vna lunghezza maggiore, Prop. VIII. *trouar la grossezza d'vn altro Cilindro, ò Prisma che sotto la data lunghezza sia l'vnico, e massimo resistente al proprio peso.*

Sia il Cilindro B C *massimo resistente al proprio peso, e sia la* D E *lunghezza maggiore della* A C, *bisogna trouare la grossezza del Cilindro, che sotto la lunghezza* D E *sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze* D E, A C *terza proportionale* I, *e come* D E *ad* I, *così sia il Diametro* F D *al Diametro* B A, *e facciasi il Cilindro* I E. *Dico, questo esser' il massimo, & vnico trà tutti i suoi simili resistente al proprio peso. Delle linee* D E, I *sia terza proportionale* M, *e quarta* O. *E pongasi* F G *eguale alla* A C. *E perche il Diametro* F D *al Diametro* A B, *è come la linea* D E *alla* I, *e delle* D E, I *la* O *è quarta proportionale, il Cubo di* F D *al Cubo di* B A *sarà, come la* D E *alla* O, *mà come il Cubo di* F D *al Cubo di* B A, *così è la resistenza del Cilindro* D G *alla resistenza del Cilindro* B C, *adunque la resistenza del Cilindro* D G *à quella del Cilindro* B C, *è come la linea* D F *alla* O. *E perche il momento del Cilindro* B C *è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* B C, *esser come la resistenza* D F *alla resistenza* B A, *cioè come il Cubo di* F D *al Cubo di* B A, *cioè come la linea* D E *alla* O, *haremo l'intento: cioè il momento del Cilindro* F E *esser' eguale alla resistenza posta in* F D. *Il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* D G, *è come il Quadrato della* D E *al quadrato della* A C, *cioè come la linea* D E *alla* I, *mà il momento del Cilindro* D G *al momento del Cilindro* B C, *è come il Quadrato* D F *al Quadrato* B A, *cioè come il Quadrato di* D E *al Quadrato della* I, *cioè come il Quadrato della* I *al Quadrato della* M, *cioè come la* I *alla* O, *adunque per l'egual proportione, come il momento del Cilindro* F E *al momento del Cilindro* B C, *così è la linea* D E *alla* O, *cioè il Cubo* D F *al Cubo* B A, *cioè la resistenza della base* D F *alla resistenza della base* B A, *che è quello che si cercaua.*



Sagr. *Questa Sig. Salu. è vna lunga dimostratione, e molto difficile à ritenersi à memoria per sentirla vna sola volta; onde io vorrei, che V. S. si contentasse di replicarla di nuouo.*

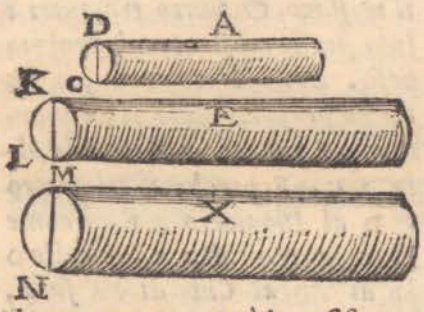
Salu. *Farò quanto V. S. comanda; mà forse sarebbe meglio arrecar-*

ne

ne vna più speditiua, e breue: mà conuerrà fare vna figurá alquanto diuersa.

Sagr. Maggiore sarà il fauore: e la già dichiarata mi farà gratiā darme la scritta, acciò à mio bell'agio possa ristudiarla.

Salu. Non mancherò di seruirla. Ora intendiamo vn Cilindro A, il Diametro della cui base sia la linea DC, e sia questo A il massimo, che possa sostenersi, del quale vogliamo trouare vn maggiore, che pur sia il massimo esso ancora, & vnico che si sostenga. Intendiamone vn simile ad esso A, e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. gr. E, il Diametro della cui base sia la KL, e delle due linee DC, KL sia terzā proportionale la MN, che sia Diametro della base del Cilindro X di lunghezza eguale all' E. Dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perche la resistenza DC alla resistezza KL, è come il quadrato DC al quadrato K L, cioè come il Quadrato KL al Quadrato MN, cioè come il Cilindro E al Cilindro X, cioè come il momento E al momento X; mà la resistenza KL alla MN, è come il Cubo di KL al Cubo di MN, cioè come il Cubo DC al Cubo KL, cioè come il Cilindro A al Cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adūque per l'Analogia perturbata come la resistenza DC alla MN, così il momento A al momento X, adunque il Prisma X è nella medesima costitutione di momento, e resistenza, che il Prisma A.



Ma voglio che facciamo il Problema più generale, e la Propositione sia questa:

Dato il Cilindro AC, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qual si sia lunghezza DE, trouar la grossezza del Cilindro, la cui lunghezza sia DE, e'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proportione, che il momento del Cilindro AC alla sua.

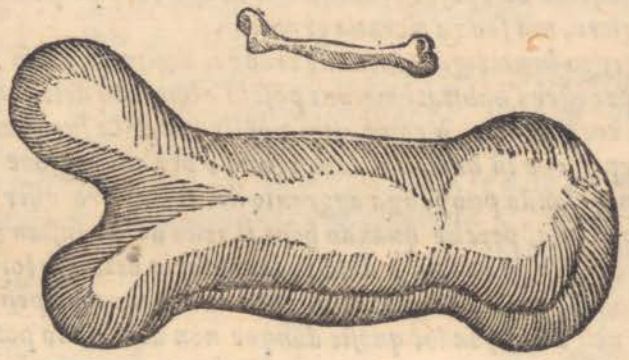
Ripresa l'istessa figura di sopra e quasi l'istesso progresso diremo. Perche il momento del Cilindro FE al momento della parte DG, hà la medesima proportione, che il Quadrato ED al Quadrato FG, cioè che la linea DE alla I, & il momento del Cilindro FG al momento del Cilindro AC, è come il Quadrato FD al Quadrato AE, cioè come il Quadrato DE al Quadrato I, cioè come il Quadrato I al Quadrato M, cioè come la linea I alla O, adunque ex æquali il momento del Cilindro FE al momento del Cilindro AC, hà la medesima proportione della linea DE alla O, cioè del Cubo DE al Cubo I, cioè del Cubo di FD

al

al Cubo di AB, cioè della resistenza della base FD alla resistenza della base AB, ch'è quello che si doueua fare.

Or vegghino come dalle cose sin quì dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, mà la natura stessa crescer le sue machine à vastità immensa, si che impossibil sarebbe fabbricar Nauilij, Palazzi, ò Templi, vastissimi, li cui remi, antenne, trauamenti, catene di ferro, & in somma le altre lor parti consistessero: come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poiche i rami loro grauati dal proprio peso finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per huomini, caualli, ò altri animali, che potessero sussistere, e far proportionatamente gli vfitij loro, mentre tali animali si douesser' augumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura, e resistente della consueta, ò non si deformassero tali ossi sproportionatamente ingrossandogli, onde poi la figura, & aspetto dell'animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fu auuertito dal mio accortissimo Poeta, mẽtre descriuendo vn grandissimo Gigante disse.

Non si può compartir quanto sia lungo,
Si smisuratamente è tutto grosso.



E per vn breue esempio di questo che dico disegnai già la figurà di vn' osso allungato solamente tre volte, & ingrossato con tal proportione, che potesse nel suo animale grande far l'vffitio proportionato àquel dell'osso minore nell'animal piu piccolo, e le figure son queste: doue vedete sproportionata figura, che diuiene quella dell'osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in vn vastissimo Gigante le proportioni, che hanno le membra in vn huomo ordinario, bisognerebbe ò trouar materia molto più dura, e resistente per formarne l'ossa, ò vero ammettere, che la robustezza sua fusse à proportione assai più fiacca, che ne

gli huomini di ſtatura mediocre; altrimente creſcendogli à ſmiſurata altezza ſi vedrebbono dal proprio peſo opprimere, e cadere. Doue che all incontro ſi vede nel diminuire i corpi non ſi diminuir con la medeſima proportione le forze, anzi ne i miuori creſcer la gagliardia con proportion maggiore. Onde io credo che vn piccolo cane porterebbe addoſſo due, ò trè cani eguali à ſe, mà non penſo già che vn cauallo portaſſe ne anco vn ſolo cauallo à ſe ſteſſo eguale.

Simp. Mà ſe così è, grand' occaſione mi danno da dubitare le moli immenſe, che vediamo ne i peſci, che tal Balena, per quanto intendo, ſarà grande per dieci Elefanti, e pur ſi ſoſtengono.

Salu. Il voſtro dubbio Sig. Simp. mi fà accorgere d'vna conditione da me non auuertita prima, potente eſſa ancora à far che Giganti, & altri animali vaſtiſſimi poteſſero conſiſtere, e agitarſi non meno che i minori, e ciò ſeguirebbe quando non ſolo ſi aggiugneſſe gagliardia all'oſſa, & all'altre parti, offitio delle quali è il ſoſtener' il proprio, e l ſoprauegnẽte peſo; mà laſciata la ſtruttura delle oſſa con le medeſime proportioni pur nell'iſteſſo modo, anzi più ageuolmente conſiſterebbono le medeſime fabbriche, quando con tal proportionẽ ſi diminuiſſe la grauità della materia delle medeſime oſſa, e quella della carne, ò di altro, che ſopra l'oſſa ſi habbia ad appoggiare; e di queſto ſecondo artifitio ſi è preualſa la natura nella fabbrica de i peſci, facendogli le oſſa, e le polpe non ſolamente aſſai leggiere, mà ſenza veruna grauità.

Simp. Veggo bene Sig. Salu. doue tende il voſtro diſcorſo: voi volete dire, che per eſſer l'habitatione de i peſci l'elemento dell'acqua, la quale per la ſua corpulenza, ò come altri vogliono per la ſua grauità ſcema il peſo à i corpi, che in quella ſi demergono, per tal ragione la materia de i peſci non peſando può ſenza aggrauio dell'oſſa loro eſſer ſoſtenuta; mà queſto non baſta, perche quando bene il reſto della ſuſtanza del peſce non grauati, graua però ſenza dubbio la materia dell'oſſa loro; e chi dirà che vna coſtola di Balena grande quanto vna traue non peſi aſſaiſſimo, e nell'acqua non dia al fondo? queſte dunque non deueriano poter ſuſſiſtere in ſi vaſta mole.

Salu. Voi acutamente opponete; e per riſpoſta al Voſtro dubbio ditemi, ſe hauete oſſeruato ſtare i peſci quãdo piace loro ſott'acqua immobili, e non deſcendere verſo l fondo, ò ſolleuarſi alla ſuperficie ſenza far qualche forza col nuoto?

Simp. Queſta è chiariſſima oſſeruatione.

Salu. Queſto dunque poterſi i peſci fermare come immobili à mezz' acqua è concludentiſſimo argomento il compoſto della lor mole corporea agguagliar la grauità in ſpetie dell'acqua, ſi che ſe in eſſo ſi trouano alcune parti più graui dell'acqua, neceſſariamente biſogna, che ve ne ſia-

no

no altre altrettando men graui, acciò si possa pareggiar l'equilibrio. Se dunque le ossa son più graui è necessario che le polpe, ò altre materie che visiano, sien più leggiere, e queste si opporranno con la lor leggerezza al peso dell'ossa: talche ne gli acquatici auuerrà l'opposito di quel che accade ne gli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all'ossa à sostenere il peso proprio, e quel della carne: e in quelli la carne regga la grauezza propria, e quella dell'ossa. E però deue cessar la marauiglia, come nell'acqua possano essere animali vastissimi, mà non sopra la terra, cioè nell'aria.

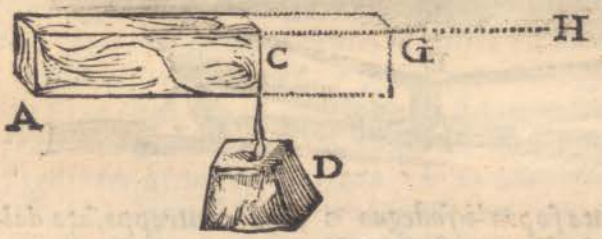
Simp. Resto appagato, e di più noto, che questi che noi addimandiamo animali terrestri, più ragioneuolmente si deurebbero dimandar' aerei: perche nell'aria veramente viuono, e dall'aria son circondati, e dell'aria respirano.

Sagr. Piacemi il discorso del Sig. Simp. col suo dubbio, e con la solutione. E di più comprendo assai facilmente, che uno di questi smisurati pesci tirato in terra forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere: mà che relassate le attaccature dell'ossa la sua mole si ammaccherebbe.

Salu. Io per ora inclino à creder l'istesso; ne son lontano à credere, che'l medesimo auuerrebbe à quel vastissimo nauilio, il quale galleggiando in mare non si dissolue per il peso, e carico di tante merci, & armamenti, che in secco, e circondato dall'aria forse si aprirebbe. Mà seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo; come:

Dato un Trisma, ò Cilindro col suo peso, & il Peso massimo sostenuto da esso, trouare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato dal solo suo proprio peso si romperebbe.

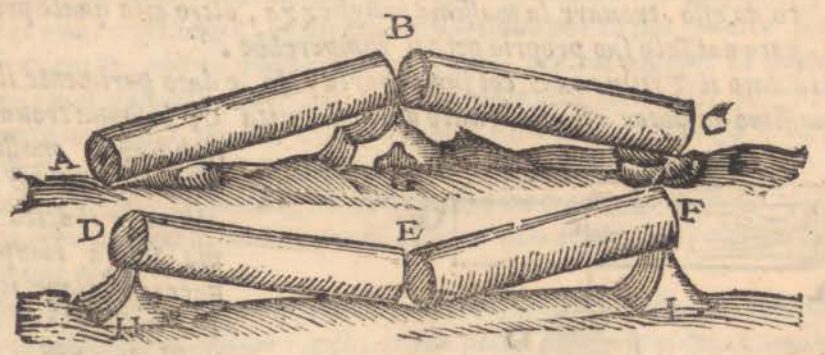
Sia dato il Trisma AC col suo proprio peso, e dato parimente il peso D massimo da poter esser sostenuto dall'estremità C, bisogna trouare la lunghezza massima, fino alla quale si possa allũgare il detto Trisma senza romperſi. Facciasi come il peso del Trisma AC al cõposto de i pesi AC col doppio del peso di D, così la lunghezza CA alla AH, trà le quali sia media proportionale la AG. Dico AG esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento grauante del Peso D in C, è eguale al momento del peso doppio di D, che fusse posto nel mezo di AC, doue è anco il centro del momento del Trisma AC, il momento dunque della resistenza del Trisma AC, che stà in A, equiuale al grauante del doppio del peso D col peso AC, at-



taccati

taccati però nel mezo di AC. E perche viene ad esserſi fatto come'l momento di detti peſi così ſituati, cioè del doppio D con AC al momento di AC, così la HA alla AC, trà le quali è media la AG: adunque il momento del doppio D col momento AC, al momento AC, è come il Quadrato GA al Quadrato AC: mà il momento premente del Priſma GA al momento di AC, è come il quadrato GA al Quadrato AC: adunque la lunghezza AG è la maſſima, che ſi cercaua, cioè, quella ſino alla quale allungandoſi il Priſma AC ſi ſoſterrebbe, mà più oltre ſi ſpezzerebbe.

Sin quì ſi ſon conſiderati i momenti, e le reſiſtenze de i Priſmi, e Cilindri ſolidi, l'vna eſtremità de i quali ſia poſta immobile, e ſolo nell'altra ſia applicata la forza di vn peſo premente, conſiderandolo eſſo ſolo, ouer congiunto con la grauità del medeſimo ſolido, ò veramente la ſola grauità dell'iſteſſo ſolido. Ora Voglio che diſcorriamo alquanto de i medeſimi Priſmi, e Cilindri, quando fuſſero ſoſtenuti da amendue l'eſtremità, ò vero che ſopra vn ſol punto preſo trà le eſtremità fuſſer poſati. E prima dico che il Cilindro, che grauato dal proprio peſo ſarà ridotto alla maſſima lunghezza, oltre alla quale più non ſi ſoſterrebbe, ò ſia retto nel mezo da vn ſolo ſoſtegno, ò Vero da due nelle eſtremità, potrà eſſer lungo il doppio di quello, che ſarebbe fitto nel muro, cioè ſoſtenuto in Vn ſol termine; il che per ſe ſteſſo è aſſai manifeſto, perche ſe intenderemo del Cilindro, che io ſegno ABC, la ſua metà AB eſſer la ſomma lunghezza potente à ſoſtenerſi ſtando fiſſa nel termine B, nell'iſteſ-



ſo modo ſi ſoſterrà, ſe poſata ſopra'l ſoſtegno G ſarà contrappeſata dall'altra ſua metà BC. E ſimilmente ſe del Cilindro DEF la lunghezza ſarà tale, che ſolamente la ſua metà poteſſe ſoſtenerſi fiſſa nel termine D, & in conſequenza l'altra EF fiſſo il termine F, è manifeſto, che poſti i ſoſtegni HI ſotto l'eſtremità DF, ogni momento che ſi aggiunga di forza, ò di peſo in E, quiui ſi farà la rottura.

Quello che ricerca più ſottile ſpecolatione è, quando aſtraendo dalla gra-

gràuità propria di tali solidi, ci fusse proposto di douere inuestigare, se quella forza, ò peso, che applicato al mezo d'vn Cilindro sostenuto nelle estremità basterebbe à romperlo, potrebbe far l'istesso effetto applicato in qual siuoglia altro luogo più vicino all'vna che all'altra estremità. Come per esempio se volendo noi rompere vna mazza presola con le mani nell'estremità, & appuntato il ginocchio in mezo l'istessa forza, che basterebbe vsare per romperlo in tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezo, mà più vicino all'vn de gli estremi.

Sagr. Parmi che'l Problema sia toccato da Aristotele nelle sue Questioni Mecaniche.

Salu. Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perche ei non cerca altro, se non di render la ragione, perche manco fatica si ricerchi à romperlo, tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine: e ne rende vna ragione generale, riducendo la causa alle Leue più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiunge qualche cosa di più, ricercando se posto il ginocchio nel mezo, ò in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità la medesima forza serua in tutti i siti.

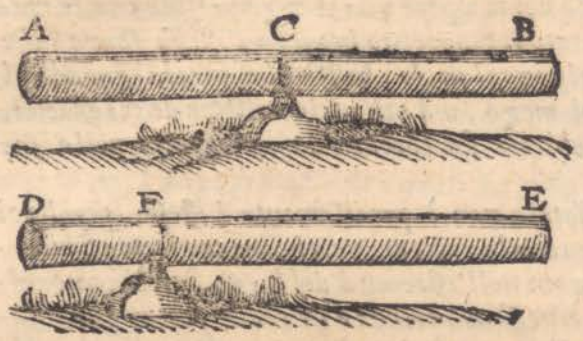
Sagr. Nella prima apprensione parrebbe di sì, atteso che le due Leue mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre quanto si scorcia l'vna tanto s'allunga l'altra.

Salu. Or vedete, quanto sono in pronto l'equiuocationi, e con quanta cautela, e circospetione conuien andare per non v'incorrere. Coteste che voi dite, e che veramente nel primo aspetto hà tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due Leue, sia posto, ò non posto nel mezo, fà tal diuersità, che di quella forza, che basterebbe per far la frattione nel mezo, douendola fare in qualche altro luogo tal volta non basterà l'applicarnene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò vna tal quale consideration generale, e poi veremo alla specifica determinatione della Propositione, secondo la quale si vanno variando le forze per far la frattione più in vn punto, che in vn'altro.

Segniamo prima questo legno AB da romperfi nel mezo sopra'l sostegno C, & appresso segniamo l'istesso, mà sotto i caratteri DE da romperfi sopra'l sostegno F remoto dal mezo. Prima è manifesto, che essendo le distanze AC CB eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità BA. Secondo poiche la distãza DF diminuisce dalla distanza AC, il momento della forza posta in D scema dal momento in A, cioè posto nella distanza CA, e scema secondo la proportione della liena DF alla AC, & in consequenza bisogna crescerlo per pareggia-

re,

re, ò superar la resistenza di F. Mà la distanza DF si può diminuire in infinito in relatione alla distanza AC, adunque bisogna poter crescere in infinito la forza di applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Mà all' incontro secondo che cresce la distanza FE sopra la CB, conuien diminuire la forza in E per parreggiare la resistenza in F, mà la distanza FB in relatione alla CB, non si può crescere in infinito col ritirar' il sostegno F verso il termine D, anzi nè anco il doppio, adũque la forza in E per pareggiare la resistenza in F, sarà sempre piu che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la ne del douersi agumentare i momenti del congiunto delle forze in ED infinitamente, per pareggiare, ò superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s'andra approssimando verso l'estremità D.



Sagr. Che diremo, Sig. Simplicio, non conuien'egli confessare la virtù della Geometria esser il più potente strumento d'ogni altro per acuir l'ingegno, e disporlo al perfettamente discorrere, e specolare? e che con gran ragione voleua Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle Matematiche? Io benissimo haueuo compreso la facultà della Leua, e come crescendo, ò scemando la sua lunghezza cresceua, ò calaua il momento della forza, e della resistenza, con tutto ciò nella determinatione del presente Problema m'ingannauo, e non di poco, mà d'infinito.

Simp. Veramente comincio à comprendere, che la Logica, benche strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriua, quanto al destar la mente all'inuentione, all'acutezza della Geometria,

Sagr. A' me pare, che la Logica insegni à conoscere se i discorsi, e le dimostrationi già fatte, e trouate procedano concludentemente, mà che ella insegni à trouare i discorsi, e le dimostrationi concludenti, ciò veramente non credo io. Mà sarà meglio che il Sig. Salu. ci mostri, secondo qual proportione vadian crescendo i momenti delle forzè per superar la resistenza del medesimo legno secondo i luoghi diuersi della rottura.

Salu. La proportione, che ricercate, procede in cotal forma, che:

Se nella lunghezza d'vn Cilindro si noteranno due luoghi sopra i quali si voglia far la fratione di esso Cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno frà di loro la medesima proportione, che i Rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

Sia-

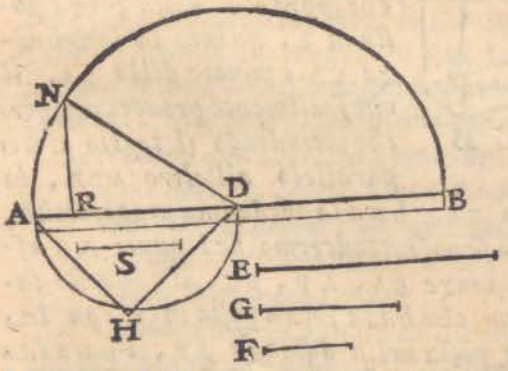
Siano le forze AB *minime per rompere in* C, *&* *le* EF *parimente le minime per rompere in* D. *Dico le forze* AB *alle forze* EF, *hauer la proportion medesima che hà il rettangolo* ADB *al rettangolo* ACB. *Imperò che le forze* AB *alle forze* EF, *hanno la proportion composta delle forze* AB, *alla forza* B *della* B *alla* F, *e della* F *alle* FE. *Mà come le forze* A B *alla forza* B, *così stà la lunghezza* BA *ad* AC, *e come la forza* B *alla* F, *così stà la linea* DB *alla* BC, *e come la forza* F *alle* FE, *così stà la linea* DA *alla* AB, *adunque le forze* AB, *alle forze* EF, *hanno la proportion composta delle tre, cioè, della retta* BA *ad* AC, *della* DB *à* BC, *e della* DA *ad* AB. *Mà delle due* DA *ad* AB, *&* AB *ad* AC, *si compone la proportione della* DA *ad* AC, *adunque le forze* A B *alle forze* EF, *hanno la proportion composta di questa* DA *ad* AC, *e dell'altra* DB *à* BC. *Mà il rettangolo* ADB *al rettangolo* ACB, *hà la proportion composta delle medesime* DA *ad* AC, *e* DB *à* BC, *adunque le forze* AB *alle* EF, *stanno come il rettangolo* ADB *al rettangolo* ACB, *che è quanto à dire la resistenza in* C *ad essere spezzato, alla resistenza ad esser rotto in* D *hauer la medesima proportione, che il rettãgolo* ADB *al rettangolo* ACB, *che è quello che si doueua prouare.*



In consequenza di questo Teorema possiamo risoluere Vn Problema assai curioso; & è:

Dato il peso massimo retto dal mezo di vn Cilindro, ò Prisma, doue la resistenza è minima; e dato Vn peso maggior di quello, trouare nel detto Cilindro il punto, nel quale il dato peso maggiore sia retto, come peso massimo.

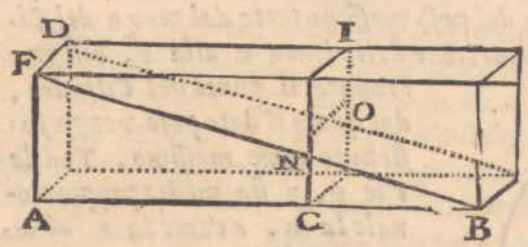
Habbia il dato peso maggiore del peso massimo retto dal mezo del Cilindro AB *ad esso massimo la proportione della linea* E *alla* F, *bisogna trouare il punto nel Cilindro, dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Trà le due* E, F *sia media proportionale la* G, *e come la* E *alla* G, *così si faccia la* AD *alla* S, *sarà la* S *minore della* AD. *Sia* A D *Diametro del mezo Cerchio* AHD, *nel quale pongasi la* AH *eguale alla* S, *e congiungasi* HD, *& ad essa si t ogli eguale la* DR. *Dico il punto* R *essere il cercato, dal quale il dato peso maggiore del massimo retto dal mezzo del Cilindro* D *verrebbe co*



me massimo retto. Sopra la lunghezza BA *facciasi il mezo cerchio* A NB, *e si alzi la perpendicolare* RN, *e congiungasi* ND: *E perche i due Quadrati* NR, RD *son eguali al Quadrato* ND, *cioè al Quadrato* A D, *cioè alli due* AH, HD, *e l'* HD *e eguale al Quadrato* DR, *adunque il Quadrato*, NR, *cioè il rettangolo* ARB *sarà eguale al Quadrato* AH, *cioè al Quadrato* S, *mà il Quadrato* S *al Quadrato* AD *è come la* F *alla* E, *cioè come il peso massimo retto in* D *al dato peso maggiore; adunque questo maggiore sarà retto in* R *come il massimo, che vi possa esser sostenuto. Che è quello che si cercaua.*

Sagr. *Intendo benissimo, è vò considerando, che essendo il Prisma* A B *sempre più gagliardo, e resistente alla pressione nelle parti, che più, e più si allontanano dal mezo, nelle traui grandissime e graui, se ne potrebbe leuar non piccola parte verso l'estremità con notabile alleggerimento di peso, che ne i trauamenti di grandi stanze sarebbe di commodo, & vtile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrouar quale figura deurebbe hauer quel tal solido, che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente: tal che non più facile fusse ad esser rotto da vn peso che lo premesse nel mezo, che in qual si voglia altro luogo.*

Salu. *Già ero in procinto di dirui cosa assai notabile, e vaga in questo proposito. Fò vn poco di figura per meglio dichiararmi. Questo* DB *è vn Prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell'estremità* AD, *da vna forza premente nel termine* B, *è tanto minore della resistenza, che si trouerebbe nel luogo* CI, *quanto la lunghezza* CB *è minore della* BA, *come già si è dimostrato.* Intendasi *adesso il medesimo Prisma segato diagonalmente secondo la linea* FB, *si che le faccie opposte siano due triangoli, vno de i quali verso noi è questo* FAB. *Ottiene tal solido cõtraria natura del Prisma, cioè che meno resiste all'essere spezzato sopra'l termine* C, *che sopra l'* A *dalla forza posta in* B, *quanto la lunghezza* CB *è minore della* BA, *il che facilmente proueremo, perche intendendo il taglio* CNO *parallelo all'altro* AFD, *la linea* FA *alla* CN *nel triangolo* FAB *harà la medesima proportione, che la linea* AB *alla* BC, *e però se noi intenderemo ne i punti* AC *esser i sostegni di due Leue, le cui distanze* BA, AF, BC, CN *queste saranno simili, e però quel momento, che hà la forza posta in* B *con la distanza* BA, *sopra la resistenza posta nella distanza* AF, *l'harà la medesima forza in* B *con la distanza* BC *sopra la medesima resistenza,*



che

che fusse posta nella distanza CN: mà la resistenza da superàrsi nel sostegno C, posta nella distanza CN dalla forza in B, è minore della resistenza in A, tanto quanto il rettangolo CO è minore del rettangolo AD, cioè quanto la linea CN è minore della AF, cioè la CB, della BA, adunque la resistenza della parte OCB ad esser rotto in C, è tanto minore della resistenza dell'intero DAO ad esser rotto in A, quanto la lunghezza CB è minore della AF. Hauiamo dunque nel Traue, ò Prima DB leuatone vna parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il Cuneo, ò Prisma triangolare FBA, e sono due solidi di conditioni contrarie, cioè quello tanto più resiste, quanto più si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora stante questo, par ben ragioneuole, anzi pur necessario, che se gli possa dare vn taglio, per il quale, togliendo via il superfluo, rimanga vn solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

Simp. E' ben necegario, che doue si passa dal maggiore al minore s'incontri ancora l'eguale.

Sagr. Mà il punto stà ora à trouar, come si hà guidar la sega per far questo taglio.

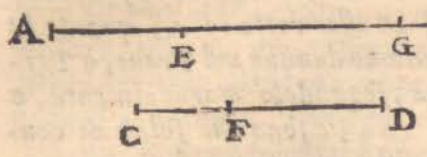
Simp. Questo mi si rappresenta, che dourebbe esser opera assai facile, perche se col segar il Prisma diagonalmente leuandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura à quella del Prisma intero, si che in tutti i luoghi, ne i quali questo acquistaua robustezza, quello altrettanto la perdeua, parmi che tenendo la via del mezo, cioè leuando solamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà, nè perderà robustezza in tutti quei medesimi luoghi, ne i quali la perdita, è'l guadagno dell'altre due figure erano sempre eguali.

Salu. Voi Sig. Simp. non hauete dato nel segno: e si come io vi mostrerò, vedrete veramente, che quello che si può segar del Prisma, e leuar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, mà la terza. Ora resta (che è quello che accennaua il Sig. Sagr.) il ritrouar secondo che linea si deue far camminar la sega; la quale prouerò che deue esser linea Parabolica. Mà prima è necessario dimostrare certo Lemma, che è tale:

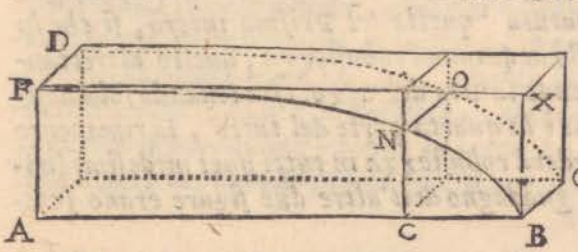
Se saranno due Libre, ò Leue diuise dai loro sostegni in modo che le due distanze, doue si hanno à costituire le potenze, habbiano trà di loro doppia proportione delle distanze, doue saranno le resistenze, le quali resistenze siano trà loro, come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

Siano due Leue AB, CD diuise sopra i lor sostegni EF, talmente, che la distanza EB alla FD, habbia doppia proportione di quella, che hà la distanza EA alla FC. Dico le potenze, che in BD sosterranno

le resistenze di A, C *esser trà lore eguali. Pongasi la* EG *media proportionale trà* EB, *e* FD *sarà dunque come* BE *ad* EG, *così* GE *ad* FD, *&* AE *à* CF, *e così si è posto esser la resistenza di* A *alla resistenza di* C. *E perche come* EG *ad* FD, *così* AE *à* CF, *sarà permutando come* GE *ad* BA, *così* DF *ad* FC, *e però (per esser le due Leue* DC, GA *diuise proportionalmente ne i punti* FE) *quando la potenza, che posta in* D *pareggia la resistenza di* C, *fusse in* G, *pareggerebbe la medesima resistenza di* C *posta in* A, *mà per il dato la resistenza di* A *alla resistenza di* C, *hà la medesima proportione, che la* AE *alla* CF, *cioè, che la* BE *alla* EG, *adunque la potenza* G, *ò vogliam dire* D *posta in* B, *sosterrà la resistenza posta in* A. *Che è quello che si doueua prouare.*



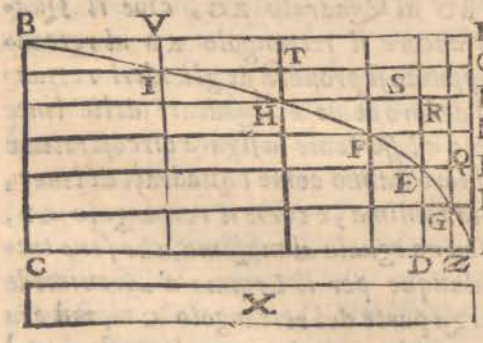
Inteso questo: nella faccia FB *del Prisma* DB, *sia segnata la linea Parabolica* FNB, *il cui vertice* B, *secondo la quale sia segato esso Prisma, restando il solido compreso dalla base* AD *dal piano rettangolo* AG *dalla linea retta* BG, *e della superficie* DGBF *incuruata secondo la curuità della linea Parabolica* FNB. *Dico tal solido esser per tutto, egualmente resistente. Sia segato dal piano* CO *parallelo all'* AD, *e intendansi due Leue diuise, e posate sopra i sostegni* AC *e siano dell'vna le distanze* BA, AF, *e dell'altra le* BC, CN. *E perchè nella Parabola* FBA, *la* AB *alla* BC, *stà come il Quadrato della* FA *al Quadrato di* CN, *è manifesto la distanza* BA, *dell'vna Leua alla distanza* BC, *dell'altra hauer doppia proportione di quella, che hà l'altra distanza* AF *all'altra* CN. *E perche la resistenza da pareggiarsi con la Leua* BA *alla resistenza da pareggiarsi con la Leua* BC, *hà la medesima proportione, che'l rettangolo* DA *al rettangolo* OC, *la quale è la medesima, che hà la linea* AF *alla* NC, *che sono l'altre due distanze delle Leue, è manifesto per il Lemma passato, che la medesima forza, che sendo applicata alla linea* BG *pareggerà la resistenza* DA, *pareggerà ancora la resistenza* CO. *Et il medesimo si dimostrerà, segandosi il solido in qual si sia altro luogo: adonque dal solido Parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi segantosi il Prisma secondo la linea Parabolica* FNB, *se ne leui la terza parte, si fà manifesto; perche la semiparabola* FNBA, *e'l rettangolo* F



B *son basi di due solidi compresi trà due piani paralleli, cioè trà i rettangoli* FB, DG, *per lo che ritengono trà di loro la medesima proportione, che esse lor basi, mà il rettangolo* FB, *è sesquialtero della semiparabola* FNBA; *adunque segando il Prisma secondo la linea Parabolica se ne leua la terza parte. Di quì si vede, come con diminution di peso di più di trentatrè per cento si possan far i trauamenti senza diminuir punto la loro gagliardia, il che ne i Nauilij grandi in particolare per regger le couerte può esser d'vtile non piccolo; atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.*

Sagr. *Le vtilità son tante, che lungo, ò impossibile sarebbe il registrarle tutte. Mà io lasciate queste da banda, harei più gusto d'intender, che l'alleggerimento si faccia secondo le proportioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale leui la metà del peso, l'intendo benissimo: mà che l'altro secondo la Parabolica porti via la terza parte del Prisma posso, crederlo al Sig. Salu. sempre Veridico, mà in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.*

Salu. *Vorreste dunque hauer la dimostratione come sia vero, che l'eccesso del Prisma sopra questo, che per ora chiamiamo solido Parabolico, sia la terza parte di tutto il Prisma. Sò d hauerlo altra volta dimostrato; tenterò ora, se potrò rimetter insieme la dimostratione, per la quale intanto mi souuiene, che mi seruiuo di certo Lemma d Archimede posto da esso nel libro delle spirali; & è che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, & altrettante siano ciascheduna eguale alla massima; i Quadrati di tutte queste saranno meno che tripli de i Quadrati di quelle che si eccedono: mà i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri che restano trattone il Quadrato della massima. Posto questo: Sia in questo rettangolo* ACBP, *inscritta la linea Parabolica* AB; *douiamo prouare il triangolo misto* BAP, *i cui lati sono* BP, PA, *e base la linea Parabolica* BA *esser la terza parte di tutto'l rettangolo* CP. *Imperò che se non è tale, sarà ò più che la terza parte, ò meno. Sia se esser può meno, & à quello che gli manca intendasi esser eguale lo spatio* X. *Diuidendo poi il rettangolo* CP *continuatamente in parti eguali con linee parallele à i lati* BP, CA, *arriueremo finalmẽte à parti tali, ch vna di loro sarà minore dello spatio* X. *Or sia vna di quelle il rettangolo* OB, *e per i punti de-*



ue l'altre parallele ſegano la linea Parabolica, faccianſi paſsare le parallele alla AP, e quì intenderò circoſcritta intorno al noſtro triangolo miſto vna figura compoſta di rettangoli, che ſono BO, IN, HM, FL, EK, GA, la qual figura ſarà pur ancora meno che la terza parte del rettangolo CP, eſsendo che l'eccesso di eſsa figura ſopra'l triangolo miſto è manco aſsai del rettangolo BO, il quale è ancor minore dello ſpatio X.

Sagr. Piano di gratia, ch'io non veggo, come l'eccesso di queſta figura circoſcritta ſopra'l triangolo miſto, ſia manco aſſai del rettangolo BO.

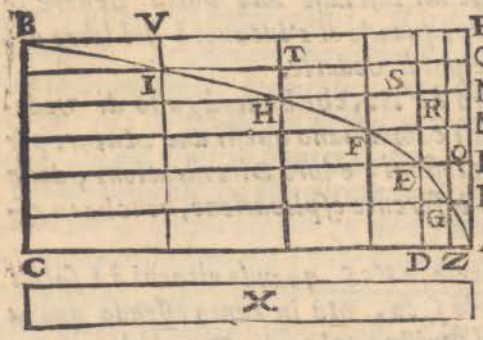
Salu. Il rettangolo BO non è egli eguale à tutti queſti rettangoletti, per i quali paſſa la noſtra linea Parabolica: dico, di queſti BI, IH, HF, FE, CG, GA? de i quali vna parte ſola reſta fuori del triangolo miſto? & il rettangolo BO, non ſi è egli poſto ancor minore dello ſpatio X? adunque ſe il triangolo inſieme con l' X pareggiaua per l'auuerſario la terza parte del rettangolo CP la figura circoſcritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo ſpatio X, reſterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medeſimo CP. Mà queſto non può eſſere, perche ella è più della terza parte, adunque non è vero, che'l noſtro triangolo miſto ſia manco del terzo del rettangolo.

Sagr. Hò inteſa la ſolutione del mio dubbio. Mà biſogna ora prouarci, che la figura circoſcritta ſia più della terza parte del rettangolo CP, doue credo, che haremo aſſai più da fare.

Salu. Eh non ci è gran difficoltà. Imperò che nella Parabola il Quadrato della linea DE al Quadrato della ZG, hà la medeſima proportione, che la linea DA alla AZ, che è quella che hà il rettangolo KE al rettangolo AG, (per eſſer l'altezze AK, KL eguali,) adunque la proportione che hà il Quadrato ED al Quadrato ZG, cioè il Quadrato LA al Quadrato AK, l'hà ancora il rettangolo KE al rettangolo KZ. E nel medeſimo modo appunto ſi prouerà de gli altri rettangoli LF, MH, NI, OB, ſtar trà di loro come i Quadrati delle linee MA, NA, OA, PA. Conſideriamo adeſſo come la figura circoſcritta è compoſta di alcuni ſpatij, che trà di loro ſtanno come i quadrati di linee, che ſi eccedono con eccesſi eguali alla minima, e come il rettangolo CP, è compoſto di altrettanti ſpatij ciaſcuno eguale al maſſimo, che ſono tutti i rettangoli eguali all' OB. Adunque per il Lemma d' Archimede la figura circoſcritta è più della terza parte del rettangolo CP, mà era anche minore, il che è impoſſibile. Adunque il triangolo miſto non è manco del terzo del rettangolo CP. Dico parimente che non è più, imper che ſe è più del terzo del rettangolo CP, intendaſi lo ſpatio X, eguale all'eccesſo del triangolo ſopra la terza parte di eſſo rettangolo CP,

e fat-

e fattàla diuisione, e suddiuisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriuerà à tale, che uno di quelli sia minore dello spatio X: sia fatta; e sia il rettangolo EC minore dell' X, e descritta come sopra la figura hauremo nel triangolo misto inscritta una figura composta di rettangoli VO, TN, SM, NL, QK, la quale non sarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo CP. Imperò che il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo CP, atteso che l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo CI, è eguale allo spatio X, il quale è minore del rettangolo BO, e questo è anco minore assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperò che ad esso rettangolo BO, sono eguali tutti i rettangoletti AG, GE, EF, FH, HI, IB, de i quali son ancora manco che la metà gli auanzi del triangolo, sopra la figura inscritto. E però auanzando il triangolo la terza parte del rettangolo CP, di piu assai (auanzandolo dello spatio X) che ci non auanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo CP, mà ella è minore per il Lemma supposto; imperò che il rettangolo CP, come aggregato di tutti i rettangoli massimi, à i retttangoli componenti la figura inscritta hà la medema proportione che l'aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima à i quadrati delle linee, che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima, e però (come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo CP) è piu che triplo dell'aggregato de gli eccedenti si trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore, nè minore della terza parte del rettangolo CP, è dunque eguale.



Sagr.. Bella, e ingegnosa dimostratione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della Parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo inscrittogli, prouando quello che Archimede con due trà di loro diuersissimi: mà amendue ammirabili progressi di molte Propositioni dimostrò. Come anco fù dimostrata ultimamente da Luca Valerio altro Archimede, secondo dell'età nostra, la qual dimostratione è registrata nel libro, che egli scrisse del Centro della grauità de i solidi.

Salu. Libro Veramente da non esser posposto à qual si sia scritto da più famosi Geometri del presente, e di tutti i secoli passati: il quale quan-

quando fù veduto dall'Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trouati, che egli andaua continuando di scriuere sopra 'l medesimo suggetto: già che vedde il tutto tanto felicemente ritrouato, e dimostrato dal detto Signor Valerio.

Sagr. Io ero informato di tutto questo accidente dall'istesso Accademico; e l'haueuo anco ricercato, che mi lasciasse vna volta vedere le sue Dimostrationi sin allora ritrouate, quando ei s'incontrò nel libro del Signor Valerio; mà non mi successe poi il vederle.

Salu. Io ne hò copia, e le mostrerò à V.S., che haverà gusto di vedere la diuersità de i Metodi, con i quali camminano questi due Autori per l'inuestigatione delle medesime Conclusioni, e loro Dimostrationi; doue anco alcune delle Conclusioni hanno differente esplicatione, benche in effetto egualmente vere.

Sagr. Mi sarà molto caro il vederle, e V.S. quando ritorni à i soliti congressi, mi farà gratia di portarle seco. Mà in tanto essendo questa della resistenza del solido cauato dal Prisma col taglio Parabolico, operatione non men bella, che vtile in molte opere Mecaniche, buona cosa sarebbe, per gli Artefici l'hauer qualche regola facile, e spedita per potere sopra 'l piano del Prisma segnare essa linea Parabolica.

Salu. Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, mà due sopra tutti gli altri speditissimi, glie ne dirò io. Vno de i quali è veramente marauiglioso, poiche con esso in manco tempo, che col Compasso altri disegnerà sottilmente sopra vna carta quattro, ò sei Cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta, e quaranta linee Paraboliche non men giuste, sottili, e pulite delle circonferenze di essi Cerchi. Io hò vna palla di Bronzo esquisitamente rottonda non più grande d'vna noce, questa tirata sopra vno specchio di metallo tenuto, non eretto all'Orizonte, mà alquanto inchinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra calcandolo leggiermente nel muouersi, lascia vna linea Parabolica sottilissimamente, e pulitissimamente descritta, e più larga, e più stretta, secondo che la proietione si sarà più, ò meno eleuata. Doue anco habbiamo chiara, e sensata esperienza, il moto de i Proietti farsi per linee Paraboliche: effetto non osseruato prima che dal nostro Amico, il quale ne arreca anco la Dimostratione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi per descriuere al modo detto le Parabole, bisogna con maneggiarla alquanto con la mano scaldarla, & alquanto inumidirla, che così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigij. L'altro modo per disegnar la linea, che cerchiamo sopra il Prisma, procede così. Fermin̄si ad alto due chiodi in vn parete equidistanti all'Orizonte, e trà di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo, sù 'l quale vogliamo notare la semiparabola,

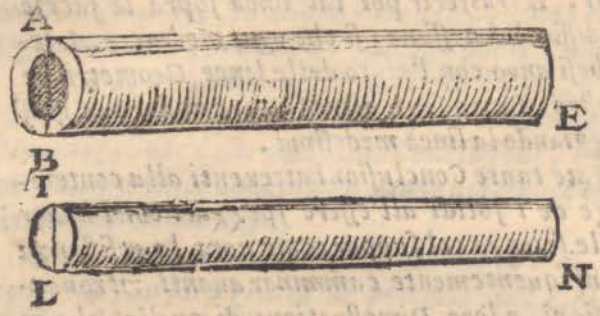
e dà questi due chiodi penda vna catenella sottile, e tanto lunga, che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del Prisma: questa catenella si piega in figura Parabolica, si che andando punteggiando sopra'l muro la strada, che vi fà essa catenella, haremo descritta vn'intera Parabola: la quale con vn Perpendicolo, che penda dal mezo di quei due chiodi, si diuiderà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del Prisma non hà difficoltà nessuna; si che ogni mediocre Artefice lo saprà fare. Potrebbesi anco con l'aiuto delle linee Geometriche segnate su'l Compasso del nostro Amico senz'altra fattura andar sù l'istessa faccia del Prisma punteggiando la linea medesima.

Habbiamo sin quì dimostrate tante Conclusioni attenenti alla contemplatione di queste resistenze de i solidi all'essere spezzati con l'hauer prima aperto l'ingresso à tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrà consequentemente camminar auanti ritrouandone altre, & altre Conclusioni, e loro Dimostrationi di quelle, che in natura sono infinite. Solo per ora per vltimo termine de gli hodierni ragionamenti voglio aggiugnere la speculatione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l'arte, e più la natura si serue in mille operationi; doue senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza: come si vede nell'ossa de gli Vccelli, & in moltissime canne, che son leggiere, e molto resistenti al piegarsi, e romperſi. che se vn fil di paglia, che sostien vna spiga più graue di tutto'l gambo, fusse fatto della medesima quantità di materia, mà fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegarsi, & al romperſi. E con tal ragione hà osseruato l'arte, e con fermato l'esperienza, che vn hasta vota, ò vna canna di legno, ò di metallo, è molto più salda, che se fusse d'altrettanto peso, e della medesima lunghezza massiccia, che in consequenza sarebbe più sottile, e però l'arte hà trouato di far vote dentro le lancie, quando si desideri hauerle gagliarde, e leggiere. Mostreremo per tanto, come

Le resistenze di due Cilindri eguali, & egualmente lunghi l'vno de i quali sia voto, e l'altro massiccio, hanno trà di loro la medesima proportione, che i lor Diametri.

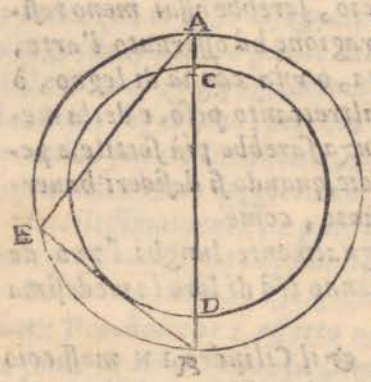
Siano la canna, ò Cilindro voto AE, & il Cilindro IN massiccio eguali in peso, & egualmente lunghi. Dico, la resistenza della canna AE all'esser rotta alla resistẽza del Cilindro solido IN hauer la medesima proportione, che'l Diametro AE al Diametro IL. Il che è assai manifesto, perche essendo la canna, e'l Cilindro IN eguali, & egualmente lunghi, il Cerchio IL, base del Cilindro, sarà eguale alla ciambella AE base della canna AE, (chiamo ciambella la superficie che resta, tratto vn Cerchio minore dal suo concentrico maggiore) e però le loro resistenze assolute saranno eguali: mà perche nel romper in trauerso

uerſo ci ſeruiamo nel Cilindro IN della lunghezza LN per Leua, e perſoſtegno del punto L, e del ſemidiametro ò Diametro LI per contralleua; e nella canna la parte della Leua, cioè la linea BE è eguale alla LN: mà la contralleua oltre al ſoſtegno B è il Diametro ò ſemidiametro AB; reſta manifeſto la reſiſtenza della canna ſuperar quella del Cilindro ſolido ſecondo l'eccesſo del Diametro AB ſopra l Diametro I I. che è quello che cercauamo. S'aequiſta dũque di robuſtezza nella canna Vota ſopra la robuſtezza del Cilindro ſolido ſecondo la proportione de i Diametri: tutta volta però che amẽdue ſiano dell'iſteſſa, materia peſo, e lũghezza. Sarà bene che conſeguentemente andiamo inueſtigando quello che accaggia ne gli altri caſi indifferentemente trà tutte le cãne, e Cilindri ſolidi egualmente lunghi; benche in quantità di peſo diſeguali, e più, e mẽpo euacuati. E prima dimoſtreremo, come:



Data vna canna vota, ſi poſſa trouare Vn Cilindro pieno eguale ad eſſa.

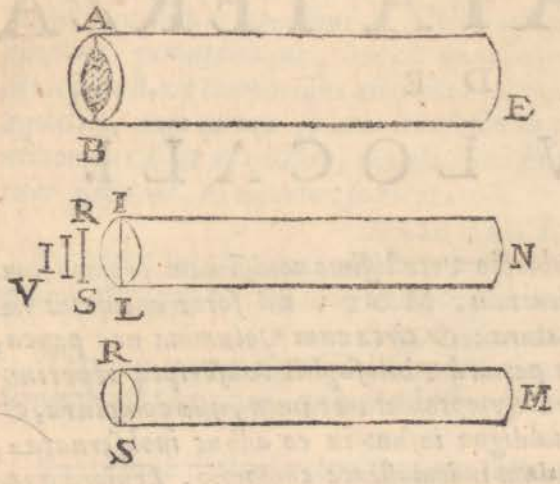
Faciliſſima è tal'operatione. Imperò che ſia la linea AB Diametro della cãna, e CD Diametro del Voto. Applichiſi nel Cerchio maggiore la linea AE egual' al Diametro CD, e congiungaſi la EE. E perche nel mezo Cerchio AEB l'angolo E è retto, il Cerchio, il cui Diametro è AB, ſarà eguale alli due Cerchi de i Diametri AE, EE: mà AE è il Diametro del Voto della canna adunque il Cerchio, il cui Diametro ſia EB, ſarà egual' alla Ciambella ACBD: e però il Cilindro ſolido, il cerchio della cui baſe habbia il Diametro EB ſarà eguale alla canna, eſſendo egualmente lungo. Dimoſtrato queſto, potremo ſpeditamente



Trouare qual proportione habbiano le reſiſtenze d'Vna canna, e di vn Cilindro, qualunque ſiano, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna ABE & il Cilindro RSM egualmente lungo, biſogna trouare qual proportione habbiano trà di lor reſiſtenze. Trouiſi per la precedente il Cilindro ILN eguale alla canna, & egualmente lungo, e del-

delle linee IL, RS (*Diametri delle basi de i Cilindri* IN, RM) *sia quarta proportionale la linea* V. *Dico la resistenza della canna* AE *à quella del Cilindro* RM, *esser come la linea* AB *alla* V. *Imperò che essendo la cãna* AE *eguale, & egualmente lunga al Cilindro* IN, *la resistenza della canna alla resistenza del Cilindro starà come la linea* AB *alla* IL: *mà la resistenza del Cilindro* IN *alla resistenza del Cilindro* RM, *stà come il Cubo* IL *al Cubo* RS, *cioè, come la linea* IL *alla* V. *Adunque ex æquali la resistenza della canna* AE *alla resistenza del Cilindro* RM, *è la medesima proportione, che la linea* AB *alla* V. *che è quello che si cercaua.*



Finisce la Seconda Giornata.

GIORNATA TERZA
DE
MOTV LOCALI.

DE subiecto vetustissimo nouissimam promouemus scientiam. MOTV nil forte antiquius in Natura; & circa eum volumina nec pauca, nec parua à Philosophis conscripta reperiuntur. Symptomatum tamen, quæ complura, & scitu digna insunt in eo adhuc inobseruata, necdum indemostrata comperio. Leuiora quædam adnotantur: vt gratia exempli, naturalem motum grauium descendentium continue accelerari. Verum iuxta quam proportionem eius fiat acceleratio, proditum hocusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstrauit, spatia à mobili descendente ex quiete peracta in temporibus æqualibus eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab vnitate consequentes. Obseruatum est, missilia, seu proiecta, lineam qualitercunque curuam designare; Veruntamen eam esse Parabolam nemo prodidit. Hæc ita esse, & alia non pauca, nec minus scitu digna, à me demonstrabuntur: & quod pluris faciendum censeo, aditus, & accessus ad amplissimam, præstantissimamque scientiam, cuius hi nostri labores erunt elementa, recludet: in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito diuidimus hanc tractationem. In prima parte consideramus ea quæ spectant ad Motum æquabilem, seu vniformem. In secunda de Motu naturaliter accelerato scribimus. In tertia de Motu Violento, seu de proiectis.

DE MOTV AEQVABILI.

CIRCA Motum equabilem, seu vniformem vnica opus habemus definitione, quam eiusmodi profero.

DEFINITIO.

Æqualem, seu vniformem motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus æqualibus à mobili peractæ, sunt inter se æquales.

AD-

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quæ simpliciter appellat motum æquabilem dum temporibus æqualibus æqualia transiguntur spatia) particulam, quibuscunque, hoc est omnibus temporibus æqualibus: fieri enim potest, vt temporibus aliquibus æqualibus mobile pertrãseat spatia æqualia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet æqualibus, æqualia non sint. Ex allata Definitione quatuor pendent Axiomata: scilicet.

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem Motu æquabili maius esse spatio transacto tempore breuiori.

AXIOMA II.

Tempus quo maius spatium conficitur, in eodem motu æquabili longius est tempore, quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

Spatium à maiori velocitate confectum tempore eodem maius est spatio confecto à minori velocitate.

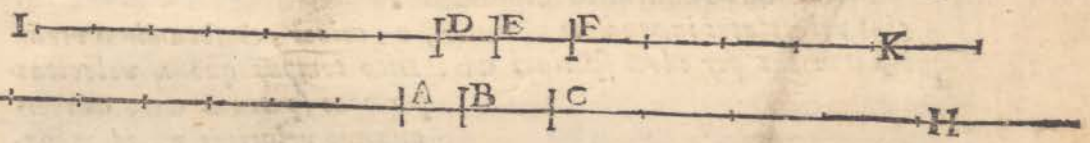
AXIOMA IV.

Velocitas, qua tempore eodem conficitur maius spatium, maior est velocitate, qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se vt spatia peracta.

Pertranseat enim Mobile æquabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia AB, BC, *& sit tempus motus per* AB, DE; *tempus vero motus per* BC *esto* EF. *Dico, vt spatium* AB *ad spatium* BC, *ita esse tempus* DE *ad tempus* EF. *Protrahantur vtrinque spatia, & tẽpora versus* GH *&* IK, *& in* AG *sumantur quotcunque spatia ipsi*



AB *æqualia, & totidem tempora in* DI *tempori* DE *similiter æqualia. Et rursus in* CH *sumantur secundum quamcunque moltitudinem spatia ipsi* CB *æqualia, & totidem tempora in* FK *tempori* EF *æqualia. Erunt iam spatium* BG *& tempus* EI, *æque multiplicia spatij* BA *& temporis* ED, *iuxta quamcunque multiplicationem accepta, & similiter spatium* HB *& tempus* KE, *spatij* CB *tẽporisque* FE *æque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia* DE *est tempus lationis*

nis per AB, erit totum EI tempus totius BG, cum motus ponatur æquabilis, sintq; in EI tot tepora ipsi DE æqualia, quot sunt in BG spatia æqualia BA, & similiter concludetur KE esse tempus lationis per HB. Cum autem motus ponatur æquabilis, si spatium GB esset æquale ipsi BH, tempus quoque IE tempori EK foret æquale: & si GB maius sit quam BH, etiam IE, quam EK maius erit: & si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines: AB prima, BC secunda, DE tertia, EF quarta, & primæ, & tertiæ, nempe spatij AB & temporis DE, sumpta sunt æque multiplicia iuxta quamcunque multiplicationem, tempus IE & spatium GB, ac demonstratum est hæc vel vna æquari, vel vna deficere, vel vna excedere tempus EK & spatium BH, æque multiplicia, scilicet secundæ & quartæ. Ergo prima ad secundam, nempe spatium AB ad spatium BC, eandem habet rationem quam tertia & quarta, nempe tempus DE ad tempus EF. quòd erat demonstrandum.

THEOR II. PROPOS. II.

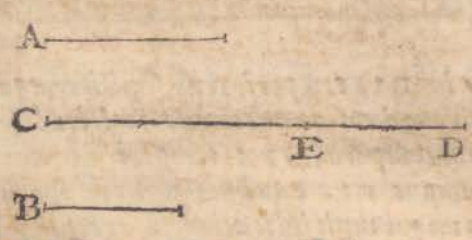
Si Mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se vt velocitates. Et si spatia sint vt velocitates, tempora erunt æqualia.

Assumpta enim superiori figura sint duo spatia AB, BC transacta æqualibus temporibus, spatium quidem AB cum velocitate DE, & spatium BG cum velocitate EF. Dico, spatium AB ad spatium BC, esse vt DE velocitas ad velocitatem EF; sumptis enim vtrinque vt supra, & spatiorum, & velocitatum æque multiplicibus secundum quamcumque multiplicationem scilicet GB & IE, ipsorum AB & DB, pariterque HB KE ipsorum BC EF, concludetur eodem modo vt supra, multiplicia GB, IE vel vna deficere, vel æquari, vel excedere æque multiplicia BH, EK. igitur & manifestum est propositum.

THEOR. III. PROPOS. III.

In æqualibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora velocitatibus è contrario respondent.

Sint velocitates inæquales A maior, B, minor, & secundum vtrãque fiat motus per idem spatium CD. Dico tempus quo A velocitas permeat spatium CD, ad tempus quo velocitas B, idem spatium permeat, esse vt velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim vt A ad B, ita CD ad CE; erit igitur ex præcedenti tempus, quo A velocitas conficit CD, idem cum tempore, quo B conficit CE. Sed tempus, quo velocitas B conficit CE, ad tempus quo eadem conficit CD, est vt CE ad CD; ergo



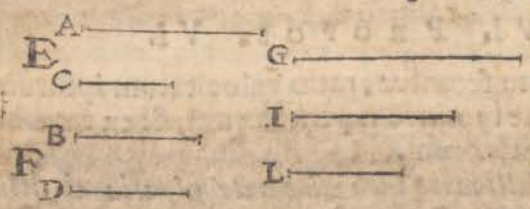
tem-

tempus, quo velocitas A *conficit* CD, *ad tempus, quo velocitas* B *idem* CD *conficit, est vt* CE *ad* CD, *hoc est, vt velocitas* B *ad velocitatem* A. *quod erat intentum.*

THEOR. IV. PROPOS IV.

Si duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen velocitate; spatia, temporibus inequalibus ab ipsis peracta, habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum.

Mota sint duo mobilia EF *motu æquabili, & ratio velocitatis mobilis* E *ad velocitatem mobilis* F, *sit vt* A *ad* B; *temporis verò, quo mouetur* E, *ad tempus, quo mouetur* F, *ratio sit vt* C *ad* D. *Dico spatium peractũ ab* E *cum velocitate* A *in tempore* C, *ad spatium peractum ab* F *cum velocitate* B *in tẽpore* D, *habere rationem cõpositam ex ratione velocitatis* A *ad velocitatem* B, *& ex ratione temporis* C *ad tempus* D. *Sit spatium ab* F *cum velocitate* A *in tempore* C *peractum* G, *& vt velocitas* A *ad velocitatem* B, *ita fiat* G *ad* I: *vt autem tempus* C *ad tempus* D, *ita sit* I *ad* L: *constat* I *esse spatium quo mouetur* F *in tempore eodem, in quo* E *motum est per* G, *cum spatia* GI *sint vt velocitates* AB: *& cum sit vt tempus* C *ad tempus* D, *ita* I *ad* L: *sit autem* I *spatium quod conficitur à mobili* F *in tempore* C; *erit* L *spatium, quod conficitur ab* F *in tempore* D *cum velocitate* B: *ratio autem* G *ad* L *componitur ex rationibus* G *ad* I *&* I *ad* L: *nempe ex rationibus velocitatis* A *ad velocitatem* B *& temporis* C *ad tempus* D. *ergo patet propositum.*

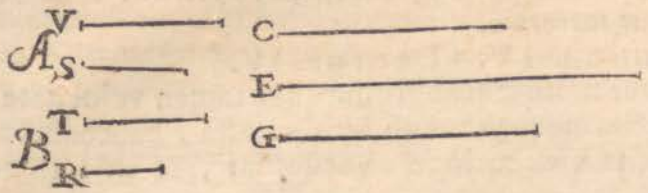


THEOR. V. PROPOS. V.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, sint tamen velocitates inæquales & inæqualia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum, & ex ratione velocitatum contrariè sumptarum.

Sint duo Mobilia AB, *sitque velocitas ipsius* A *ad Velocitatem ipsius* B *vt* [illegible] *ad* T, *spatia autem peracta sint vt* S *ad* R. *Dico rationẽ temporis, quo motum est* A, *ad tempus quo motum est* B, *compositum esse ex ratione velocitatis* T *ad velocitatem* V, *& ex ratione spatij* S *ad spatium* R. *Sit ipsius motus* A *tempus* C; *& vt velocitas* T *ad velocitatem* V, *ita sit tempus* [illegible] *ad tempus* E. *Et cum* C *sit tempus in quo* A *cum velocitate* V, *conficit spatium* S, *sitque vt velocitas* T, *mobilis* B, *ad velocitatem* V, *ita tempus* C *ad tempus* E, *erit tempus*

pus E illud, in quo mobile B conficeret idem ſpatium S. Fiat tertiò, vt ſpatium S ad ſpatium R, ita tẽpus E ad tempus G, conſtat G eſſe tempus, quo B conficeret ſpatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E, & E ad G; eſt autem ratio C ad E, eadem cum ratione Velocitatum mobilium AB contrariè ſumptarũ, hoc eſt, cum ratione T ad V; ratio vero E ad G eſt eadem cum ratione ſpatiorum SR, ergo patet propoſitum.

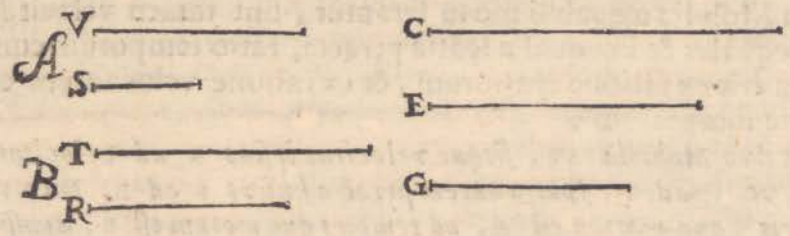


THOER. VI. PROPOS. VI.

Si duo Mobilia æquabili motu ferantur, ratio velocitatum ipſorum compoſita erit ex ratione ſpatiorum peractorum, & ex ratione temporum contrariè ſumptorum.

Sint duo Mobilia AB æquabili motu lata; ſint autem ſpatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero ſint vt S ad R. Dico velocitatem mobilis A ad velocitatem ipſius B habere rationem compoſitam ex ratione ſpatij V ad ſpatium T, & temporis R ad tempus S

Sit velocitas C ea cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S, & quam rationem habet ſpatium V ad ſpatium T, hanc habeat velocitas C ad aliam E: erit E velocitas cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore eodem S, quod ſi fiat vt tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G; erit velocitas G illa, ſecundum quã mobile B conficit ſpatium T in tempore R. Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit ſpatium V in tempore S; & velocitatẽ G, cum qua mobile B conficit ſpatium T in tempore R; & eſt ratio C ad G compoſita ex rationibus C ad E, & E ad G ratio autem C ad E poſita eſt eadem cũ ratione ſpatij V ad ſpatium T; ratio vero E ad G, eſt eadem cum ratione R ad S. ergo patet propoſitum.



Salu.

Salv. *Questo, che habbiamo veduto è, quanto il nostro Autore hà scritto del moto equabili. Passeremo dunque à più sottile, e nuoua contemplatione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello, che generalmente è esercitato dai mobili graui descendenti: & ecco il titolo, e l'introdutione.*

DE MOTV NATVRALITER ACCELERATO.

QVAE in motu æquabili contingunt accidentia, in præcedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum. Et primo definitionem ei, quo vtitur natura, apprime congruentem inuestigare, atque explicare conuenit. Quamuis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, & consequentes eius passiones contemplari non sit inconueniens, (ita enim, qui Helicas, aut Conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non vtatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude) tamen quandoquidem quadam accelerationis specie grauium descendentium vtitur natura, eorundem specular passiones decreuimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem post diuturnas mentis agitationes repperisse confidimus, ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis deinceps à nobis demonstratis apprime respondere, atque congruere videntur ea, quæ naturalia experimenta sensui representant. Postremo ad inuestigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animaduersio consuetudinis atque instituti ipsius-met naturæ in ceteris suis operibus omnibus in quibus exerendis vti consueuit mediis primis, simplicissimis, facillimis: neminem enim esse arbitror, qui credat natatum, aut volatum simpliciori, aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces & aues instinctu naturali vtuntur. Dum igitur lapidem ex sublimi à quiete descendentem noua deinceps velocitatis acquirere incrementa animaduerto, cur talia additamenta simplicissima, atque omnibus magis ob via ratione fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum magis simplex inueniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus maximam temporis, atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus æquabilitas, & vniformitas per temporum, spatiorumque æquabilitates definitur atque concipitur, (lationem enim tunc æquabilem appellamus cum temporibus æqualibus æqualia conficiuntur spatia) ita per easdem æqualitates par-

partium temporis, incrementa celeritatis ſimpliciter factà percipere poſſumus: mente concipientes motum illum vniformiter, eodemque modo continue acceleratum eſſe, dum temporibus quibuſcumque æqualibus æqualia ei ſuperaddantur celeritatis additamenta. Adeo vt ſumptis quotcumque temporis particulis æqualibus à primo inſtanti, in quo mobile recedit à quiete, & deſcenſum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum ſecunda temporis particula acquiſitus duplus ſit gradus, quem acquiſiuit mobile in prima particula: gradus vero, quem obtinet in tribus particulis, triplus, quem in quatuor, quadruplus eiuſdem gradus primi temporis. Ita vt (clarioris intelligentiæ cauſa) ſi mobile lationem ſuam continuaret iuxta gradum, ſeu momentum velocitatis in prima temporis particula acquiſitæ, motumque ſuum deinceps æquabiliter cum tali gradu extenderet, latio hæc duplo eſſet tardior ea, quam iuxta gradum Velocitatis in duabus temporis particulis acquiſitæ obtineret; & ſic à recta ratione abſonum nequaquam eſſe videtur, ſi accipiamus intentionem velocitatis fieri iuxta temporis extenſionem: ex quo definitio Motus, de quo acturi ſumus, talis accipi poteſt. Motum æquabiliter, ſeu vniformiter accelereratum dico illum, qui à quiete recedens, temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta ſibi ſuperaddit.

Sagr. *Io, ſi come fuor di ragione mi opporrei à queſta, ò ad altra definitione, che da qualſiuoglia Autore fuſſe aſſegnata, eſſendo tutte arbitrarie, così ben poſſo ſenza offeſa dubitare, ſe tal definitione concepita, & ammeſſa in aſtratto; ſi adatti, conuenga, e ſi verifichi in quella ſorte di Moto accelerato, che i graui naturalmente deſcendenti vanno eſercitando. E perche pare, che l'Autore ci prometta, che tale, quale egli hà definito, ſia il moto naturale de i graui, Volentieri mi ſentirei rimuouer certi ſcrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior'attentione poteſſi applicarmi alle proportioni, e lor dimoſtrationi, che ſi attendono.*

Salu. *E' bene, che V. S. & il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà, le quali mi Vò immaginando, che ſiano per eſſere quelle ſteſſe, che à me ancora ſouuennero, quando primieramente Veddi queſto trattato, e che, ò dall'Autor medeſimo ragionandone ſeco, mi faran ſopite, ò tal'vna ancora da me ſteſſo co'l penſarui rimoſſe.*

Sagr. *Mentre io mi Vò figurando Vn mobile graue deſcendente partirſi dalla quiete, cioè dalla priuatione di ogni velocità, & entrare nel moto, & in quello andarſi velocitando ſecondo la proportione, che creſce'l tempo dal primo inſtante del moto; & hauere, v. gr. in otto battute di polſo acquiſtato otto gradi di Velocità, della quale nella quarta battuta ne haueua guadagnati quattro, nella ſeconda due, nella prima vno,*

eſſen-

essendo il tempo subdiuisibile in infinito, ne seguita, che diminuendosi sempre con tal ragione l'antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, ò vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trouato costituito l'istesso mobile dopo la partita dall'infinita tardità, cioè dalla quiete. Tal che se quel grado di velocità, ch egli hebbe alle quattro battute di tempo, era tale, che mantenendola equabile harebbe corso due miglia in vn'ora, e co'l grado di velocità, ch'hebbe nella seconda battuta, harebbe fatto vn miglio per ora, conuien dire, che ne gl' instanti del tempo più, e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete, si trouasse così tardo, che non harebbe (seguitando di muouersi con tal tardità) passato vn miglio in vn'ora, ne in vn giorno, ne in vn'anno, ne in mille: ne passato anco vn sol palmo in tempo maggiore: accidente, al quale pare, che assai mal'ageuolmente s'accommodi l'immaginatione, mentre che il senso ci mostra vn graue cadente venir subito con gran velocità.

Salu. Questa è vna delle difficoltà, che à me ancora su'l principio dette, che pensare, mà non molto dopo la rimossi; & il rimuouerla fù effetto della medesima esperienza, che di presente à voi la suscita. Voi dite parerui, che l'esperienza mostri, che à pena partitosi il graue dalla quiete entri in vna molto notabile velocità; & io dico, che questa medesima esperienza ci chiarisce i primi impeti del cadente, benche grauissimo, esser lentissimi, e tardissimi. Posate vn graue sopra vna materia cedente, lasciandouelo fin che prema, quanto egli può con la sua semplice grauità: è manifesto, che alzandolo vn braccio, ò due, lasciandolo poi cadere, sopra la medesima materia, farà con la percossa nuoua pressione, e maggiore, che la fatta prima co'l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà piu, e più grande, secondo che da maggior' altezza verrà la percossa; cioè secondo che la velocità del percutiente sarà maggiore. Quanta dunque sia velocità d'vn graue cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità, e quantità della percossa. Mà ditemi Signori, quel Mazzo, che lasciato cadere sopra vn palo dall'altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. gr. quattro dita, venendo dall'altezza di duo braccia lo caccerà assai manco, e meno dall'altezza di vno, e manco da vn palmo; e finalmente sollenandolo vn dito,, che farà di più, che se senza percossa vi fusse posto sopra? certo pochissimo, & operatione del tutto impercettibile sarebbe, se si eleuasse, quanto è grosso vn foglio. E perche l'effetto della percossa si regola dalla velocità del medesimo percutiente, chi vorrà dubitare, che lentissimo sia il moto, e più che mimima la velocità, doue l'operatione sua sia impercettibile? Veggano hora quanta sia la forza della verità, mentre l'stes-

sa esperienzà, che pareua nel primo aspetto mostrare vna cosa, meglio considerata ci assicura del cõtrario. Mà senza ridursi à tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima) mi pare, che non sia difficile co'l semplice discorso penetrare vna tal verità. Noi habbiamo vn sasso graue sostenuto nell'aria in quiete; si libera dal sostegno, e si pone in libertà: e come piu graue dell'aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, mà lento nel principio, e continuamente dopo accelerato; & essendo che la velocità è augumentabile, e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà, che tal mobile partendosi da vna tardità infinita (che tal è la quiete) entri immediatamente in dieci gradi di velocità più, che in vna di quattro, ò in questa prima, che in vna di due, di vno, di vn mezo, di vn centesimo? & in somma in tutte le minori in infinito? Sentite in gratia. Io non credo, che voi fuste renitenti à concedermi, che l'acquisto de i gradi di velocità del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co'l medesimo ordine, che la diminutione, e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in sù alla medesima altezza: mà quando ciò sia, non veggo, che si possa dubitare, che nel diminuirsi la velocità del sasso ascendente consumandola tutta possa peruenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tardità.

Simp. Mà se i gradi di tardità maggiore, e maggiore sono infiniti, già mai non si consumeranno tutti; onde tal graue ascendente non si condurrà mai alla quiete, mà infinitamente si mouerà, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accadere.

Salu. Accaderebbe cotesto, Sig. Simp. quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; mà egli vi passa solamente senza dimorarui oltre à vn'instante; e perche in ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti à rispondere à gl'infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal graue ascẽdente non persista per verun tempo quanto, in alcun medesimo grado di velocità, si fà manifesto così: perche se assegnato qualche tempo quanto nel primo instante di tal tempo, & anco nell'vltimo il mobile si trouasse hauer'il medesimo grado di velocità, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in sù per altrettanto spatio, si come dal primo fù portato al secondo, e per l'istessa ragione passerebbe dal secondo al terzo, e finalmente continuerebbe il suo moto vniforme in infinito.

Sagr. Da questo discorso mi par, che si potrebbe cauare vna assai congrua ragione della quistione agitata trai Filosofi, qual sia la causa dell'accelerazione del moto naturale de i graui. Imperò che mentre io considero nel graue cacciato in sù andarsi continuamente diminuendo quella virtù impressagli dal proiciente, la quale, fin che fù superiore all'altra

cou-

contraria della grauità, lo ſopinſe in alto giunte che ſiano queſta, e quella all'equilibrio, reſta il mobile di più ſalire, e paſſa per lo ſtato della quiete, nel quale l'impeto impreſſo non è altramente annichilato, ma ſolo conſumatoſi quell'eccesſo, che pur dianzi haueua ſopra la grauità del mobile, per lo quale preualendogli lo ſpigneua in sù. Continuandoſi poi la diminutione di queſto impeto ſtraniero, & in conſequenza cominciando il vantaggio ad eſſer dalla parte della grauità, comincià altreſi la ſceſa, mà lenta per il contraſto della virtù impreſſa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile: mà perche ella pur và continuamente diminuendoſi, venendo ſempre con maggior proportione ſuperata dalla grauità, quindi naſce la continua acceleratione del moto.

Simp. Il penſiero è arguto, mà più ſottile, che ſaldo: imperò che quando pur ſia concludente, non ſodisfà ſe non à quei moti naturali, à i quali ſia preceduto vn moto violento, nel quale reſti ancora viuace parte della virtu eſterna: mà doue non ſia tal reſiduo, mà ſi parta il mobile da vna antiquata quiete, ceſſa la forza di tutto il diſcorſo.

Sagr. Credo, che voi ſiate in errore, e che queſta diſtintione di caſi che fate, ſia ſuperflua, o per dir meglio nulla. Però ditemi, ſe nel proietto può eſſer tal'volta impreſſa dal proiciente molta, & tal'ora poca virtù; ſi che poſſa eſſere ſcagliato in alto cento braccia, & anco venti, ò quattro, ò vno?

Simp. Non è dubbio. che sì.

Sagr. E non meno potrà cotal'virtù impreſſa di così poco ſuperar la reſiſtenza della grauità, che non l'alzi più d'vn dito; e finalmente può la virtù del proiciente eſſer ſolamente tanta, che pareggi per l'appunto la reſiſtenza della grauità, ſi che il mobile ſia, non cacciato in alto, mà ſolamente ſoſtenuto. Quando dunque Voi reggete in mano vna pietra, che altro gli fate voi, che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in sù, quanta è la facoltà della ſua grauità traente in giù? E queſta Voſtra virtù non continuate Voi di conſeruargliela impreſſa per tutto il tempo, che voi la ſoſtenete in mano? Si diminuiſce ella forſe per la lunga dimora, che voi la reggete? E queſto ſoſtentamento, che vieta la ſceſa al ſaſſo, che importa, che ſia fatto piu dalla Voſtra mano, che da vna tauola, ò da vna corda, dalla quale ei ſia ſoſpeſo? Certo niente. Concludete per tanto, Sig. Simp. che il precedere alla caduta del ſaſſo vna quiete lunga, ò breue, ò momentanea, non fà differenza alcuna, ſi che il ſaſſo non parta ſempre affetto da tanta virtù contraria alla ſua grauità, quanta appunto baſtaua à tenerlo in quiete.

Salu. Non mi par tẽpo opportuno d'entrare al preſente nell'inueſtigatione della cauſa dell'acceleratione del Moto naturale, intorno alla quale da Varij Filoſofi varie ſentẽtie ſono ſtate prodotte: riducẽdole alcuni all'au-

uicinamento al centro, altri al restar successiuamente manco parti del mezo da fendersi: altri à certa estrusione del mezo ambiente, il quale nel ricongiugnersi à tergo del mobile lo và spremendo, e continuatamente scacciando, le quali fantasie con altre appresso conuerrebbe andare esaminando, e con poco guadagno risoluendo. Per ora basta al nostro Autore, che noi intendiamo, che egli ci vuole inuestigare, e dimostrare alcune passioni di vn Moto accelerato (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi dopo la sua partita dalla quiete con quella semplicissima proportione, con la quale cresce la continuation del tempo, che è quanto dire, che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità. E se s'incontrerà, che gli accidenti, che poi saranno dimostrati, si verifichino nel moto de i graui naturalmente descendenti, & accelerati, potremo reputare, che l'assunta definitione comprenda cotal moto de i graui, e che vero sia che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo, che cresce il tempo, e la duratione del moto.

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire senza variare il concetto: Moto vniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo, che cresce lo spatio, che si và passando; si che per esempio il grado di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia, fusse doppio di quello ch egli hebbe, sceso che e fù lo spatio di due, e questo doppio del conseguito nello spatio del primo braccio. Perche non mi par, che sia da dubitare, che quel graue, che viene dall'altezza di sei braccia, non habbia, e perquota con impeto doppio di quello che hebbe, sceso che fù trè braccia, e triplo di quello che hebbe alle due, e sescuplo dell'hauto nello spatio di vno.

Salu. Io mi consolo assai d'hauer hauto vn tanto compagno nell'errore; e più vi dirò, che il vostro discorso hà tanto del verisimile, e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser'egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Mà quello, di che io poi sommamente mi marauigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, mà impossibili due propositioni, che hanno del verisimile tanto, che hauendole io proposte à molti, non hò trouato, chi liberamente non me l'ammettesse.

Simp. Veramente io sarei del numero de i conceditori, e che il graue descendente vires acquirat eundo, crescendo la velocità à ragion dello spatio, e che'l momento dell'istesso percutiente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono propositioni da concedersi senza repugnanza, ò controuersia.

Salu. E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia

in

in vn'istante. Et eccouene chiarissima dimostratione. Quando le velocità hanno la medesima proportione, che gli spatij passati, ò da passarsi, tali spatij vengono passati in tempi eguali; se dunque le velocità, con le quali il cadente passò lo spatio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, con le quali passò le due prime braccia (si come lo spatio è doppio dello spatio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; mà passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell'istesso tempo non può hauer luogo fuor che nel moto instantaneo. Mà noi veggiamo, che il graue cadente fà suo moto in tempo, & in minore passa le due braccia, che le quattro. Adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spatio. L'altra propositione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che essendo quello che perquote il medesimo, non può determinarsi la differenza, e momento delle percosse, se non dalla differenza della velocità. Quando dunque il percutiente venendo da doppia altezza facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe, che percotesse con doppia velocità; mà la doppia velocità passa il doppio spatio nell'istesso tempo: e noi veggiamo il tempo della scesa dalla maggior altezza esser più lungo.

Sagr. *Troppa euidenza, troppa ageuolezza è questa, con la quale manifestate conclusioni ascoste; questa somma facilità le rende di minor pregio, che non erano, mentre stauano sotto contrario sembiante. Poco penso io, che prezzerebbe l'vniuersale notitie acquistate con si poca fatica in comparatione di quelle, intorno alle quali si fanno lunghe, & inesplicabili altercationi.*

Salu. *A quelli i quali con gran breuità e chiarezza mostrano le fallacie di propositioni state comunemente tenute per vere dall'vniuersale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo in luogo di aggradimento: mà bene spiaceuole, e molesto riesce cert'altro affetto, che suol tal volta destarsi in alcuni, che pretendendo ne i medesimi studij almeno la parità con chiunque si sia, si veggono hauer trapassate per vere conclusioni, che poi da vn'altro con breue, e facile discorso vengono scoperte, e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto inuidia, solita à conuertirsi poi in odio, & ira contro agli scopritori di tali fallacie, mà lo dirò vno stimolo, e vna brama di voler più presto mantener gl'errori inueterati, che permetter che si riceuano le verità nuouamente scoperte: la qual brama tal volta gl'induce à scriuere in contradittione a quelle verità pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi solo per tener bassa nel concetto del numeroso, e poco intelligente Vulgo l'altrui reputatione. Di simili conclusioni false riceuute per vere, e di ageuolissima confutatione, non piccol numero ne hò io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali hò anco tenuto registro.*

Sagr.

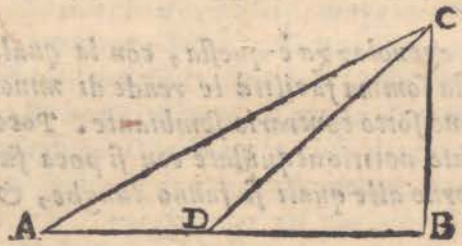
Sagr. *E V. S. non dourà priuarcene, mà suo tempo farcene parte, quando ben' anco bisognasse in gratia loro fare vna particolar sessione. Per hora continuando il nostro filo parmi, che sin quì habbiamo fermata la definitione del Moto vniformemente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi, che seguono; & è;*

Motum æquabiliter, seu vniformiter acceleratum dicimus eum, qui a quiete recedens temporibus æqualibus æqualia celeritatis momenta sibi superaddit.

Salu. *Fermata cotal definitione vn solo principio domanda, e suppone per vero l'Autore, cioè;*

Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diuersas planorum inclinationes acquisitos tunc esse æquales, cum eorundem planorum eleuationes æquales sint.

Chiama la eleuatione di vn piano inclinato la perpendicolare, che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizontale prodotta per l'infimo termine di esso piano inclinato; come per intelligenza: essendo la linea AB *parallela all'orizonte, sopra'l quale siano inclinati li due piani* CA, CD; *la perpendicolare* CB *cadente sopra l'orizontale* BA, *chiama l'Autore la eleuatione de i Piani* CA, CD, *e suppone, che i gradi di velocità del medesimo mobili scendente per li piani inclinati* CA, CD, *acquistati ne i termini* AD, *siano eguali, per esser la loro eleuatione l'istessa* CB. *E tanto ancosi deue intendere il grado di velocità, che il medesimo cadente dal punto* C *harebbe nel termine* B.

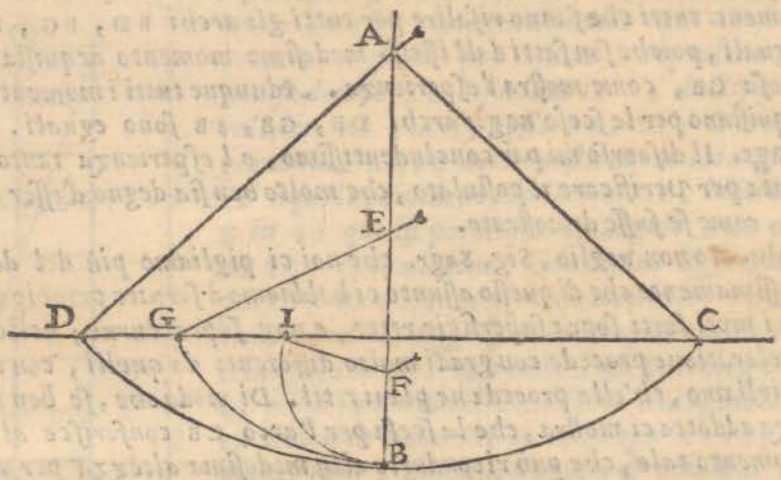


Sagr. *Veramente mi par, che tal supposto habbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controuersia conceduto: intendendo sempre, che si rimuouano tutti gl'impedimenti accidentarij, & esterni; e che i piani siano ben solidi, e tersi, & il mobile di figura perfettissimamente rotonda, si che & il piano, & il mobile non habbiano scabrosità. Rimossi tutti i contrasti, & impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltà, che vna Palla graue, e perfettamente rotonda scendendo per le linee* CA, CD, CB, *giugnerebbe ne i termini* ADB, *con impeti eguali.*

Salu. *Voi molto probabilmente discorrete: mà oltre al Verisimile voglio con vna esperienza accrescer tanto la probabilità, che poco gli manchi all'agguagliarsi ad vna ben necessaria dimostratione. Figuratevi questo foglio essere vna parete eretta all'orizonte, e da vn chiodo fitto*

in

in essa pendere vna palla di piombo d'vn oncia, ò due sospesa dal sottil filo AB *lungo due, ò tre braccia perpendicolare all'orizonte; e nella parete segnate vna linea orizontale* DG *segante à squadra il perpendicolo* AB, *il quale sia lontano dalla parete due dita in circa: trasferendo poi il filo* AB *con la palla in* AC, *lasciate essa palla in libertà, la quale primieramente vedrete scendere descriuendo l'arco* CBD, *e di tanto trapassare il termine* B, *che scorendo per l'arco* BD *sormonterà sino quasi alla segnata parallela* CD, *restando di peruenirui per piccolissimo interuallo, toltogli il precisamente arriuarui dall'impedimento dell'aria, e del filo. Dal che possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto* B *dalla palla nello scendere per l'arco* CB, *fù tanto, che bastò à risospingersi per vn simile arco* BD *alla medesima altezza; fatta, e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete rasente al perpendicolo* AB *vn chiodo, come in* E, *ò vero in* F, *che sporga in fuori cinque, ò sei dita; e questo acciò che il filo* AC *tornando come prima à riportar la Palla* C *per l'arco* CB, *giunta che ella sia in* B *intoppando il filo nel chiodo* E, *sia costretta à camminare per la circonferenza* BG *descritta intorno al centro* E, *dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto, che dianzi concepito nel medesimo termine* B, *sospinse l'istesso mobile per l'arco* BD *all'altezza della orizontale* CD. *Hora Signori voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizontale nel punto* G, *e l'istesso accadere, se l'intoppo si mettesse più basso, come in* F, *doue la palla descriuerebbe l'arco* BI, *terminando sempre la sua salita precisamente nella linea* CD, *e quan-*



quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso, che l'auanzo del filo sotto di lui non arriuasse all'altezza di CD. (il che accaderebbe, quando fusse più vicino al punto B, che al segamento dell' AB con l'orizontale CD,) all'ora il filo caualcherebbe il chiodo, e se gli auuolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che essendo li due archi CB, DB eguali, e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco CB, è il medesimo che il fatto per la scesa nell'arco DB, mà il momento acquistato in B per l'arco CB, è potente à risospingere in su il medesimo mobile per l'arco BD; adunque anco il momento acquistato nella scesa DB, è eguale à quello, che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da B in D, sì che vniuersalmente ogni momẽto acquistato per la scesa d'vn arco è eguale à quello, che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: mà i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi BD, BG, BI sono eguali, poiche son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa CB, come mostra l'esperienza. Adunque tutti i momenti, che si acquistano per le scese negli archi DB, GB, IB sono eguali.

Sagr. Il discorso mi par concludentissimo, e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser conceduto, come se fusse dimostrato.

Salu. Io non voglio, Sig. Sagr. che noi ci pigliamo più del douere: e massimamente che di questo assunto ci habbiamo à seruire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curue; nelle quali l'acceleratione procede con gradi molto differenti da quelli, con i quali noi pigliamo, ch'ella proceda ne piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra, che la scesa per l'arco CB conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsiuoglia arco BC, BG, BI, noi non possiamo con simile euidenza mostrare, che l'istesso accadesse, quando vna perfettissima palla douesse scendere per piani retti inclinati secondo le inclinationi delle corde di questi medesimi archi: anzi è credibile che formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda CB, troũdo intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde BD, BG, BI, nell'vrtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe salendo condursi all'altezza della linea CD. Mà leuato l'intoppo, che progiudica all'esperienza, mi par bene, che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per hora questo, come Postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni fabbricate sopra tale Ipotesi rispondere, e puntualmente confrontarsi con l'esperienza. Supposto dall'Autore que-

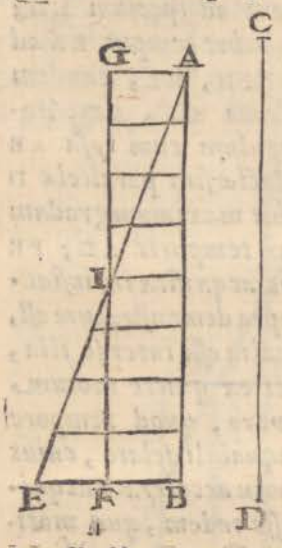
sto

sto solo principio passa alle propositioni dimostratiuamente concludendole, delle quali la prima è questa.

THEOR. I. PROPOS. I.

Tempus, in quo aliquod spatium à Mobili conficitur latione ex quiete vniformiter accelerata, est æquale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu æquabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum & vltimum gradum velocitatis prioris motus vniformiter accelerati.

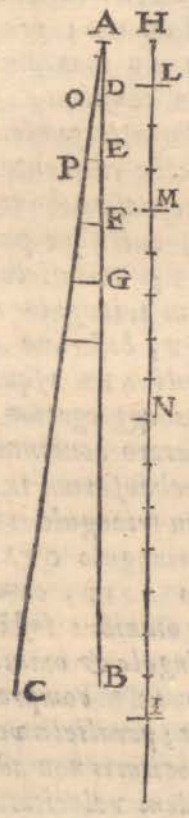
Repræsentetur per extensionem AB *tempus, in quo à mobili latione vniformiter accelerata ex quiete in* C *conficiatur spatium* CD; *graduum autem velocitatis adauctæ in instantibus temporis* AB *maximus & vltimus repræsentetur per* BE, *vtcunque super* AB *constituta*: *iunctæque* AE *lineæ, omnes ex singulis punctis lineæ* AB *ipsi* BE *æquidistanter actæ crescentes velocitatis gradus post instans* A *repræsentabunt. Diuisa deinde* BE *bifariam in* F, *ductisque parallelis* FG, AG, *ipsis* BA, BF; *Parallelogrammum* AGFB *erit constitutum triangulo* AEB *æquale, diuidens suo latere* GF, *bifariam* AE *in* I: *quodsi parallelæ trianguli* AEB *vsque ad* IGF *extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum æqualem aggregatui comprehensarum in triangulo* AEB. *quæ enim sunt in triangulo* IEF, *paria sunt cum contentis in triangulo* GIA; *eæ vero quæ habentur in trapezio* AIFB, *communes sunt. Cumque singulis & omnibus instãtibus temporis* AB *respondeant singula & omnia puncta lineæ* AB, *ex quibus actæ parallelæ in triangulo* AEB *comprehensæ crescentes gradus velocitatis adauctæ repræsentant; parallelæ vero intra parallelogrammum contentæ totidem gradus velocitatis non adauctæ, sed æquabilis, itidem repræsentent: apparet totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli* AEB, *ac in motu æquabili iuxta parallelas parallelogrammi* GB: *quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate, (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli* AGI *repræsentata,) reficitur à momentis per parallelas trianguli* IEF *repræsentatis. Paret igitur, æqualia futura esse spatia tempore eodem à duobus mobilibus peracta, quorum vnum motu ex quiete vniformiter accelerato moueatur, alterum vero motu æquabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus. quod erat intentum.*



THEOR. II. PROPOS II.

Si aliquod Mobile motu vniformiter accelerato descendat ex quiete; spatia, quibuscunque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum: nempe vt eorundem temporum quadrata.

Intelligatur fluxus temporis ex aliquo primo instanti A *repræsentari per extensionem* AB; *in qua sumantur duo quælibet tempora,* AD, A E; *sitque* HI *linea in qua mobile ex puncto* H, *tanquam primo motus principio, descendat vniformiter acceleratum; sitque spatium* HL *peractum primo tempore* AD; HM *vero sit spatium per quod descenderit in tempore* AE. *Dico, spatium* MH *ad spatium* HL; *esse in duplicata ratione eius quam habet tempus* EA *ad tempus* AD. *Seu dicamus, spatia* MH, HL, *eandem habere rationem quam habent quadrata* EA, AD. *Ponatur linea* AC, *quemcunque angulum cum ipsa* AB *continens; ex punctis vero* DE *ductæ sint parallelæ* DO, EP; *quarum* DO *repræsentabit maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti* D *temporis* AD; PE *vero maximum gradum velocitatis acquisitæ in instanti* E *temporis* AF. *Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, æqualia esse inter se illa, quorum alterum conficitur à mobili ex quiete motum vniformiter accelerato; alterum vero, quod tempore eodem conficitur, à mobili motu æquabili delato, cuius velocitas subdupla sit maximæ in motu accelerato acquisitæ; constat, spatia* MH, LH, *esse eadem, quæ motibus æqualibus, quorum velocitates essent vt dimidiæ* PE, OD, *conficerentur in temporibus* EA, DA. *Si igitur ostensum fuerit, hæc spatia* MH, LH, *esse in duplicata ratione temporum* EA, DA; *intentum probatum erit. Verum in quarta Propositione primi libri demonstratum est: Mobilium æquabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum, (quam enim rationem habet dimidia* PE *ad dimidiam* OD, *seu tota* PB *ad totam* OD, *hanc habet* AB *ad* AD,) *ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum, quod erat demonstrandum.*



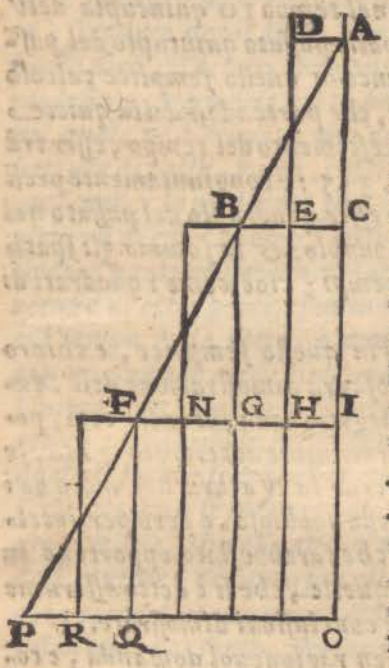
Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis: nempe linearum PE, OD, *cum sit* PE *ad* OD *vt* EA *ad* DA.

Co-

COROLLARIVM I.

Hinc manifestum est, quod, si fuerint quotcunque tempora æqualia consequenter sumpta à primo instanti seu principio lationis, vt puta AD, DE, EF, FG, quibus conficiantur spatia HL, LM, MN, NI, ipsa spatia erunt inter se vt numeri impares ab vnitate scilicet; vt 1, 3, 5, 7. Hæc enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus est æqualis minimæ ipsarum, seu dicamus quadratorum sese ab vnitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur iuxta seriem simplicem numerorum in temporibus æqualibus, spatia peracta ijsdem temporibus incrementa suscipiunt iuxta seriem numerorum imparium ab vnitate.

Sagr. *Sospendete in gratia alquanto la lettura, mentre io vò ghiribizzando intorno à certo concetto pur hora cascatomi in mente; per la spiegatura del quale per mia, e per vostra più chiara intelligenza fò vn poco di disegno: doue mi figuro per la linea* AI, *la continuatione del tempo dopo il primo instante in* A, *applicando poi in* A *secondo qualsiuoglia angolo la retta* AF, *e congiugnendo i termini* IF, *diuiso il tempo* AI *in mezo in* C, *tiro la* CB *parallela alla* IF. *Considerando poi la* CB, *come grado massimo della velocità, che cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo* A, *si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla* BC, *prodotte nel triangolo* ABC, *(che è il medesimo che crescere secondo che creste il tempo,) ammetto senza controuersia, per i discorsi fatti sin quì, che lo spatio passato dal Mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spatio, che passerebbe il medesimo Mobile, quando si fusse nel medesimo tempo* AC, *mosso di moto vniforme, il cui grado di velocità fosse eguale all'* BC *metà del* BC. *Passo hora più oltre, e figuratomi il mobile sceso con moto accelerato trouarsi nell' instante* C, *hauere il grado di velocità* EC; *è manifesto, che se egli continuasse di muouersi con l'istesso grado di velocità* BC *senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo* CI, *spatio doppio di quello che ci passò nell' egual tempo* AC, *col grado di Velocità Vniforme* EC *metà del grado* BC. *Ma perche il mobile scende con velocità acre-*



cresciuta sempre Vniformemente in tutti i tempi eguali; aggiugnerà al grado CB *nel seguente tempo* CI, *quei momenti medesimi di Velocità crescente secondo le parallele del triangolo* BFG *eguale al triangolo* ABC. *Sì che aggiunto al grado di Velocità* GI *la metà del grado* FG, *massimo degl'acquistati nel moto accelerato, e regolati dalle parallele del triangolo* BFG, *haremo il grado di Velocità* IN, *col quale di moto Vniforme si sarebbe mosso nel tempo* CI; *il qual grado* IN *essendo triplo del grado* BC *conuince lo spatio passato nel secondo tempo* CI, *douere esser triplo del passato nel primo tempo* CA. *E se noi intenderemo esser' aggiunta all'* AI, *vn'altra egual parte di tempo* IO, *& accresciuto il triangolo fino in* APO; *è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto'l tempo* IC *col grado di velocità* IF, *acquistato nel moto accelerato nel tempo* AI, *essendo tal grado* IF *quadruplo dell'* EC *lo spatio passato nel tempo* IO; *sarebbe quadruplo del passato nell'egual primo tempo* AC: *ma continuando l'accrescimento dell' Vniforme acceleratione nel triangolo* FPQ, *simile à quello del triangolo* ABC, *che ridotto à moto equabile aggiugne il grado eguale all'* EC, *aggiunto il* QR *eguale all'* EC; *haremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo* IO *quintupla dell' equabile del primo tempo* AC, *e però lo spatio passato quintuplo del passato nel primo tempo* AC. *Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo gli spatij passati in tempi eguali dal mobile, che partendosi dalla quiete và acquistando velocità, conforme all'accrescimento del tempo, esser trà di loro come i numeri impari* ab vnitate 1, 3, 5 : *e congiuntamente presi gli spatij passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo; il passato nel tempo triplo esser nonuplo: & in somma gli spatij passati essere in duplicata proportione de i tempi; cioè come i quadrati di essi tempi.*

Simp. *Io veramente hò preso più gusto in questo semplice, e chiaro discorso del Sig. Sagr. che nella per me più oscura dimostratione dell'Autore: si che io resto assai ben capace, che il negotio deua succeder così, posta, e riceuuta la definitione del moto vniformemente accelerato. Ma, se tale sia poi l'acceleratione della quale si serue la Natura nel moto de i suoi Graui descendenti, io per ancora ne resto dubbioso, e però per intelligenza mia, e di altri simili à me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle, che si è detto esserume molte, che in diuersi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.*

Salu. *Voi da vero scientiato fate Vna ben ragioneuol domanda, e così si costuma, e conuiene nelle scienze, le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrationi matematiche, come si vede ne i Perspettiui, negli Astronomi, ne i Mecanici, ne i Musici, & altri, li quali con sensate esperienze confermano i principij loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con-*

trop-

troppa longhezza haremo discorso sopra questo primo, e massimo fondamento sopra'l quale s'appoggia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente vna picciola parte ne habbiamo in questo libro poste dall'Autore, il quale haurà fatto assai ad aprir l'ingresso, e la porta stata sin'or serrata a gl'ingegni speculatiui. Circa dunque all'esperienze non hà tralasciato l'Autor di farne, e per assicurarsi che l'acceleratione de i graui naturalmente descendenti segua nella proportione sopradetta: molte volte mi son ritrouato io à farne la proua nel seguente modo, in sua compagnia.

In Vn Regolo, ò Voglian dir Corrente di legno lungo circa 12 braccia, e largo per vn verso mezo braccio, e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incauato vn canaletto poco più largo d'vn dito. Tiratolo drittissimo, e per hauerlo ben pulito, e liscio, incollatoui denro vna carta pecora zannata, e lustrata al possibile, si faceua in esso scendere vna palla di bronzo durissimo ben rotondata, e pulita. Costituito che si era il detto regolo pendente, eleuando sopra il piano orizontale vna delle sue estremità vn braccio, ò due, ad arbitrio, si lasciaua (come dico) scendere per il detto Canale la Palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumaua nello scorrerlo tutto: replicando il medesimo atto molte volte, per essicurarsi bene della quantità del tempo: nel quale nõ si trouaua mai differenza; nè anco della decima parte d'vna battuta di polso. Fatta, e stabilita precisamente tale operatione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso Canale: e misurato il tempo della sua scesa, si trouaua sempre puntualissimamente esser la metà dell'altro. E facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando hora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, ò con quello delli $\frac{2}{3}$, ò de i $\frac{3}{4}$, ò in conclusione con qualunque altra diuisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontraua gli spatij passati esser trà di loro come i quadrati de i tempi. E questo in tutte le inclinationi del piano, cioè del Canale, nel quale si faceua scender la palla. Doue osseruammo ancora i tempi delle scese per diuerse inclinationi mantener'esquisitamente trà di loro quella proportione, che più abasso troueremo essergli assegnata, e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo: si teneua vna gran Secchia piena d'acqua attaccata in alto: la quale per vn sottil cannellino saldatogli nel fondo, versaua Vn sottil filo d'acqua, che s'andaua riceuendo con Vn picciol bicchiero per tutto'l tempo, che la palla scendeua nel Canale, e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andauano di volta in volta con esattissima bilancia pesando; dandoci le differenze, e proportioni de i pesi loro le differenze, e proportioni de i tempi: e questo con tal giustezza, che, come hò detto tali operationi molte, e molte volte replicate, già mai non differiuano d'vn notabil momento.

Simp: *Gran sodisfattione harei riceuuta nel trouarmi presente à tali esperienze: mà sendo certo della Vostra diligenza nel farle, e fedeltà nel riferirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime, e vere.*

Salu. *Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare auanti.*

COROLLARIVM II.

Colligitur secundo, quod si à principio lationis sumãtur duo spatia quælibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se, vt alterũ eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim â principio lationis s duobus spatijs, sT, sv; quorum medium sit proportionale sx; tempus casus per sT, ad tempus casus per sv, erit, vt sT ad sx: seu dicamus, tempus per sv ad tempus per sT esse, vt vs ad sx. Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse vt temporum quadrata; ratio autem spatij vs ad spatium sT sit dupla rationis vs ad sx, seu sit eadem, quam habent quadrata vs, sx; patet, rationem temporum lationum per sv, sT, esse vt spatiorum, seu linearum vs, sx.

S
T
X
V

SCHOLIVM.

Id autem, quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis vtcunque inclinatis: in ijsdem enim assumptum est accellerationis gradus eadem ratione augeri: nempe secundum temporis incrementum, seu dicas, secundum simplicem, ac primam numerorum seriem.

Aggiũta postuma dell'Autore.

Salu. *Quì vorrei Sig. Sagredo, che à me ancora fosse permesso, se ben forsi con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per vn poco la presente lettura, fin ch'io possa esplicare quanto dal detto è dimostrato fin'ora, e congiuntamente dalla notitia d'alcune conclusioni mecaniche appresegià dal nostro Academico, souuiemmi adesso di poter soggiugnere per maggior confermatione della Verità del principio, che sopra con probabili discorsi, & esperienze fù da noi esaminato; anzi quello più importa per geometricamente concluderlo, dimostrando prima vn sol Lemma elementare nella contemplatione de gl'impeti.*

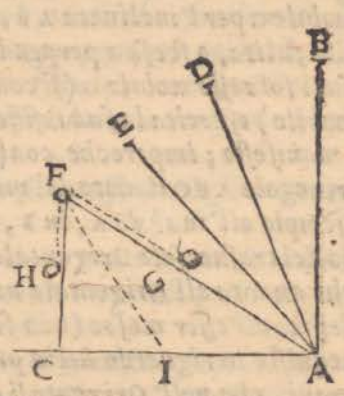
Sagr. *Mentre tale deua esser l'acquisto, quale V.S. ci promette, non vi è tempo, che da me volentierissimo non si spendesse, trattandosi di confermare, e interamente stabilire queste scienze del moto, e quanto à me non solo Vi concedo il poter satisfarui in questo particolare, ma di più pregoui ad appagare quanto prima la curiosità, che mi auete in esso suegliata; e*

cre-

credo che il Sig. Simplicio abbia ancora il medesimo sentimento.

Simp. *Non posso dire altrimenti.*

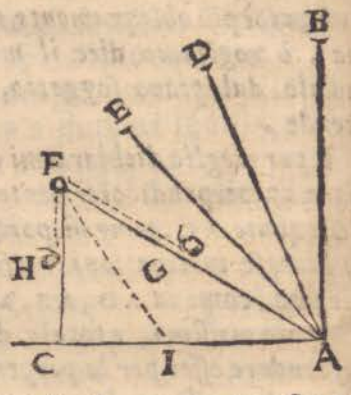
Salu. *Già che dunque me ne date licẽza, consideriſi in primo luogo come effetto notiſſimo, che i momenti ò le velocità d'vn'iſteſſo mobile ſon diuerſe, ſopra diuerſe inclinationi di piani, e che la maſſima è per la linea perpendicolarmente ſopra l'Orizonte eleuata, e che per l'altre inclinate ſi diminuiſſe tal velocità, ſecondo che quelle più dal perpendicolo ſi diſcoſtano, cioè più obliquamente s'inclinano: onde l'impeto, il talento, l'energia, ò vogliamo dire il momento del deſcendere vien diminuito nel mobile dal piano ſoggetto, ſopra il quale eſſo mobile s'appoggia, e deſcende.*



E per meglio dichiarármi, intendaſi la linea AB. *perpendicolarmente eretta ſopra l'Orizonte* AC; *pongaſi poi la medeſima in diuerſe inclinationi verſo l'Orizonte piegata, come in* AD, AB, AF, *&c. dico l'impeto maſſimo, e totale del graue per deſcendere eſſer per la perpendicolare* BA, *minor di queſto per la* DA, *e minore ancora per la* EA, *e ſucceſſiuamente andarſi diminuendo per la più inclinata* FA, *e finalmente eſſer del tutto eſtinto nella Orizontale* CA, *doue il mobile ſi troua indifferente al moto, e alla quiete, e non hà per ſe ſteſſo inclinatione di muouerſi verſo alcuna parte, ne meno alcuna reſiſtenza all'eſſer moſſo; poiche ſi come è impoſſibile, che vn graue ò vn compoſto di eſſi ſi muoua naturalmente all'in sù diſcoſtandoſi dal comun centro, verſo doue conſpirano tutte le coſe graui, così è impoſſibile che egli ſpontaneamente ſi muoua, ſe con tal moto il ſuo proprio centro di grauità non acquiſta auuicinamento al ſudetto centro comune: onde ſopra l'Orizontale, che quì s'intende per vna ſuperficie egualmente lontana dal medeſimo centro, e perciò affatto priua d'inclinatione, nullo ſarà l'impeto, ò momento di detto mobile, Appreſa queſta mutatione d'impeto mi fà quì meſtier eſplicare quello, che in Un'antico trattato di mecaniche ſcritto già in Padoua dal noſtro Academico ſol per vſo de' ſuoi Diſcepoli fù diffuſamente, e concludentemente dimoſtrato, in occaſione di conſiderare l'origine, e natura del marauiglioſo ſtrumento della Vite, & è con qual proportione ſi faccia tal mutatione d'impeto, per diuerſe inclinationi de piani, come per eſempio, del piano inclinato* AF, *tirando la ſua eleuatione ſopra l'Orizonte, cioè la linea* FC, *per la quale l'impeto d'vn graue, & il momento del deſcendere è il maſſimo, cercaſi qual proportione habbia queſto momento, al momento dell'iſteſſo mobile, per l'inclinata* FA; *Qual*

pro-

proportione dico esser reciproca delle dette lunghezze, e questo sia il Lemma da premettersi al Teorema, che dopo io spero di poter dimostrare. Quì è manifesto tanto esser l'impeto del descendere d'vn graue, quanta è la resistenza, o forza minima, che basta per proibirlo, e fermarlo: per tal forza, e resistenza, e sua misura, mi voglio seruire della grauità d'vn'altro mobile. Intendasi ora sopra il piano FA, posare il mobile G legato con vn filo, che caualcando sopra l'F abbia attaccato vn peso H, e consideriamo che lo spatio della scesa, o salita a perpendicolo di esso, è ben sempre eguale a tutta la salita o scesa dell'altro mobile G per l'inclinata AF, ma non già alla salita, o scesa a perpendicolo, nella qual sola esso mobile G (si come ogn'altro mobile) esercita la sua resistenza, il che è manifesto; imperoche considerando nel triangolo AFC il moto del mobile G; per esempio all'in sù da A, in F, esser composto del trasuersale Orizontale AC, e del perpendicolare CF, & essendo che quanto all'Orizontale nessuna, come s'è detto, è la resistenza del medesimo all'esser mosso (non facendo con tal moto perdita alcuna, ne meno acquisto in riguardo della propria distanza, dal comun centro delle cose graui, che nell'Orizonte si conserua sempre l'istessa) resta la resistenza esser solamente rispetto al douer salire la perpendicolare CF: mentre che dunque il graue G mouendosi da A in F resiste solo nel salire lo spatio perpendicolare CF, ma che l'altro graue H scende a perpendicolo necessariamente quanto tutto lo spatio FA, è che tal proportione di salita, e scesa si mantien'sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto de i detti mobili (per esser collegati insieme) possiamo assertiuamente affermare che quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete trà essi mobili, i momenti le velocita, ò le lor propensioni al moto, cioè gli spatij che da loro si passerebbero nel medesimo tẽpo deuon rispondere reciprocamente alle loro grauità, secondo quello che in tutti i casi de mouimenti mecanici si dimostra; si che basterà per impedire la scesa del G, che lo H sia tanto men graue di quello, quanto a proportione lo spatio CF, è minore dello spatio FA. Sia fatto dunque come FA, ad FC, così il graue G, al graue H, che allora seguirà l'equilibrio, cioè i graui H, G, aueranno momenti eguali, e cesserà il moto de i detti mobili. E perche siamo conuenuti che di vn mobile tanto sia l'impeto, l'energia, il momento, o la propensione al moto, quanta è la forza, o resistenza minima che basta a fermarlo, e s'è concluso che il graue H, è bastante a proibire il moto al graue G, adunque il minor peso H, che nella perpendicolare FC, esercita il suo mo-



momento totale, sarà la precisa misura del momento partiale che il maggior peso G esercita per il piano inclinato FA, ma la misura del totul momento del medesimo graue G è egli stesso (poiche per impedire la scesa perpendicolare d'vn graue si richiede il contrasto d'altretanto graue che pur sia in libertà di mouersi perpendicolarmente) adunque l'impeto, o momẽto partiale del G, per l'inclinata FA, all'impeto massimo, e totale dell'istesso G, per la perpendicolare FC starà come il peso H al peso G, cioè per la costrutione come essa perpendicolare FC, e leuatione dell'inclinata, alla medesima inclinata FA, che è quello che per Lemma si propose di dimostrare, e che dal Nostro Autore, come vedranno vien supposto per noto nella seconda parte della sesta propositione del presente trattato.

Sagr. Da questo che VS. hà concluso fin quì parmi che facilmente si possa dedurre, argumentando ex æquali con la propertione perturbata, che i momenti dell'istesso mobile, per piani diuersamente inclinati come FA, FI, che habbino l'istessa eleuatione son frà loro in reciproca proportione de medesimi piani.

Salu. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso à dimostrare il Teorema, cioè che

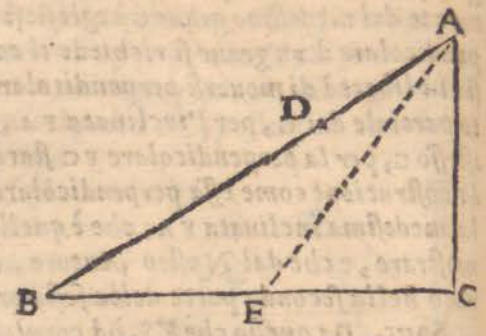
I gradi di velocità d'vn mobile descendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsiuoglia modo inclinati, all'arriuo all'Orizonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

Quì deue siprima auuertire che stabilito, che in qualsiuoglino inclinationi il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità, o la quantità dell'impeto con la proportione del tempo (secondo la definitione data dall'Autore al moto naturalmente accelerato) onde, com'egli hà per l'antecedente propositione dimostrato, gli spatij passati sono in duplicata proportione de tempi, e conseguentemente de gradi di velocità; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali proportionalmente saranno i gradi delle velocità guadagnati nell'istesso tempo, poiche, e questi, e quelli crescono con la medesima proportione nel medesimo tẽpo.

Ora sia il piano inclinato AB, la sua eleuatione sopra l'Orizõte la perpendicolare AC, e l'Orizontale CB, e perche come poco fà si è concluso l'impeto d'vn mobile, per la perpendicolare AC, all'impeto del medesimo per l'inclinata AB stà come AB ad AC, prendasi nell'inclinata AB la AD terza proportionale delle AB, AC; l'impeto dunque per AC, all'impeto per la AB, cioè per la AD, stà come la AC, all'AD, e perciò il mobile nell'istesso tempo che passerebbe lo spatio perpendicolare AC, passerà ancora lo spatio AD; nell'inclinata AB, (essendo i momenti come gli spatij) & il grado di velocità in C, al grado di velocità in D, auerrà la medesima proportione della AC alla AD, ma il grado di velocità in B, al medesimo grado in D, stà come il tempo, per AB al tempo per AD, per la definitione del moto accelerato, & il tempo

per

per AB al tempo per AD stà come la medesima AC media trà le BA, AD, alla AD, per l' Vltimo Corollario della seconda propositione, adunque i gradi in B, & in C, al grado in D, hanno la medesima proportione della AC alla AD, e però sono eguali, che è il Teorema che intesi di dimostrare.



Di questo potremo più concludentemente prouare la seguente terza propositione dell' Autore, nella quale egli si vale del principio; & è che il tempo per l' inclinata al tempo, per la perpendicolare, hà l' istessa proportione di essa inclinata, e perpendicolare. Imperoche diciamo quando BA sia il tempo per AB il tempo per AD, sarà la media trà esse cioè la AC; per il secondo Corollario della seconda propositione; ma quando AC sia il tempo per AD, sarà anco il tempo per AC, per essere le AD; AC scorse in tempi eguali, e però quando BA sia il tompo per AB, AC sarà il tempo, per AC, adunque come AB ad AC, così il tempo per AB, al tempo per AC.

Col medesimo discorso si proverà, che il tempo per AC al tempo per altra inclinata AB, stà come la AC alla AB, adunque ex æquali il tempo, per l'inclinata AB al tempo dell'inclinata AB, stà omologamente come la AB alla AB. &c.

Poteuasi ancora dall'istesso progresso del Teorema, come vedrà benissimo il Sig. Sagr. dimostrar immediatamente la sesta propositione dell'Autore; mà basti per ora tal digressione, che forsi gl' è riuscita troppo tediosa, benche veramente di profitto in queste materie del moto.

Sagr. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel principio.

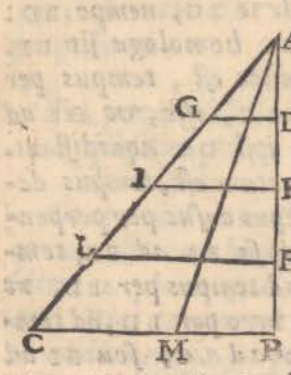
Salu. Ripiglierò dunque la lettura del testo.

THEOR. III. PROPOS. III.

Si super plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile; tempora lationum erunt inter se vt plani ipsius, & perpendiculi longitudines.

Sit planum inclinatum AC, & perpendiculum AB, quorum eadem sit altitudo suprahorizontem CB, nempe ipsamet linea BA. Dico, tempus descensus eiusdem mobilis super plano AC, ad tempus casus in perpendiculo AB, eam habere rationem, quam habet longitudo plani AC, ad ipsius perpendiculi AB longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineæ DG, EI, FL, horizonti CB parallelæ: constat ex assumpto, gradus

dus velocitatis mobilis ex A primo motus initio in punctis G, D, acquisitos esse æquales, cum accessus ad horizontem æquales sint: similiter gradus in punctis I, E, ijdem erunt: nec non gradus in L & F. Quod si non hæ tantum parallelæ, sed ex punctis omnibus lineæ AB, vsque ad lineam AC, protectæ, intelligant; momenta, seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum, semper erunt inter se paria: Conficiantur itaque spatia duo AC, AB, ijsdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur à mobili, quod ijsdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eamdem habent tempora lationum. ergo tempus lationis per AC, ad tempus per AB, est vt longitudo plani AC ad longitudinem perpendiculi AB. Quod erat demonstrandum.



Sagr. Parmi, che assai chiaramente, e con breuità si poteua concludere il medesimo, essendosi già concluso, che la somma del moto accelerato de i passaggi per AC, AB, è quanto il moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo CB, essendo dunque passati li due spatij AC, AB, con l'istesso moto equabile, già è manifesto per la propositione prima del primo, che i tempi de passaggi saranno come gli spatij medesimi.

COROLLARIVM.

Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diuersimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit eleuatio, esse inter se, vt eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum AM, ex A ad eundem horizontem CB terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per AM ad tempus per AB, esse, vt linea AM ad AB; vt autem tempus AB ad tempus per AC, ita linea AB ad AC: ergo ex æquali, vt AM ad AC, ita tempus per AM ad tempus per AC.

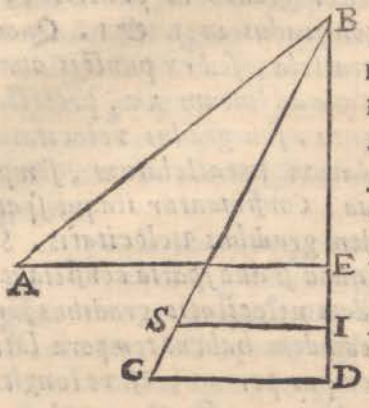
THEOR. IV. PROPOS. IV.

Tempora lationum super planis æqualibus, sed inæqualiter inclinatis sunt inter se in subdupla ratione eleuationum eorumdem planorum permutatim accepta.

Sint ex eodem termino B plana æqualia, sed inæqualiter inclinata, BA; BC, & ductis AE, CD, lineis horizontalibus ad perpendiculum vsque BD: esto plani BA eleuatio BE; plani vero BC eleuatio sit BD, & ipsarum eleuationum DB, BE, media proportionalis sit BI; constat, rationem DB ad BI esse subduplam rationis DB ad BE. Dico iam, rationem temporum descensum, seu lationum super planis BA, BC,

esse

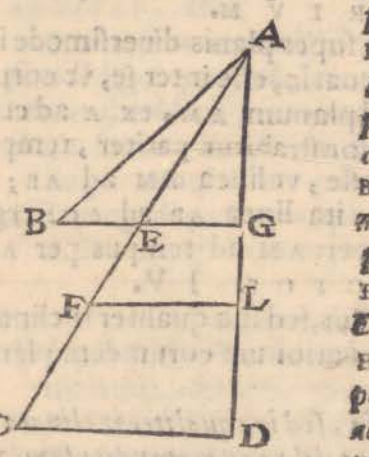
esse eamdem cum ratione DB *ad* BI *permutatim assumpta: vt scilicet temporis per* BA *homologa sit eleuatio alterius plani* BC, *nempe* BD: *temporis vero per* BC *homologa sit* BI. *Demonstrandum proinde est, tempus per* BA, *ad tempus per* BC, *esse, vt* DB *ad* BI. *Ducatur* IS, *ipsi* DC *æquidistans. Et quia iam demonstratum est, tempus descensus per* BA, *ad tēpus casus per perpendiculum* BE, *esse vt ipsa* BA *ad* BE; *tempus vero per* BE, *ad tempus per* BD, *vt* BE *ad* BI, *tempus vero per* BD, *ad tempus per* BC, *vt* BD *ad* EC, *seu* BI *ad* BS; *ergo ex æquali tempus per* BA, *ad tempus per* BC, *erit vt* BA *ad* BS, *seu* CB *ad* BS; *est autem* CB *ad* BS, *vt* DB *ad* BI. *ergo patet propositum.*



THEOR. V. PROPOS. V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diuersæ sint inclinationes, & longitudines, nec non eleuationes inæquales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum, & ex ratione sub dupla eleuationum eorundem permutatim accepta.

Sint plana AB, AC, *diuersimode inclinata, quorum longitudines sint inæquales, & inæquales quoque eleuationes. Dico, rationem temporis descensus per* AC, *ad tempus per* AB, *compositam esse ex ratione ipsius* AC *ad* AB, *& ex subdupla eleuationum earumdem permutatim accepta. Ducatur enim perpēdiculum* AD, *cui occurrant horizontales* BG, CD, *& inter eleuationes* DA, AG *media sit* AL; *ex puncto vero* L *ducta parallela horizonti occurrat plano* AC *in* F, *erit quoque* AF *media inter* CA, AE. *Et quia tempus per* AC *ad tempus per* AE *est, vt linea* FA *ad* AE, *tempus vero per* AE *ad tempus per* AB, *vt eadem* AE *ad eamdem* AB: *patet, tempus per* AC *ad tempus per* AB *esse, vt* AF *ad* AB. *Demonstrándum itaque restat, rationem* AF *ad* AB *componi ex ratione* CA *ad* AB, *& ex ratione* GA *ad* AL, *quæ est ratio subdupla eleuationum* DA, AG *parmutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita* CA *inter* FA, AB; *ratio enim* FA *ad* AG *est eadem cum ratione* LA



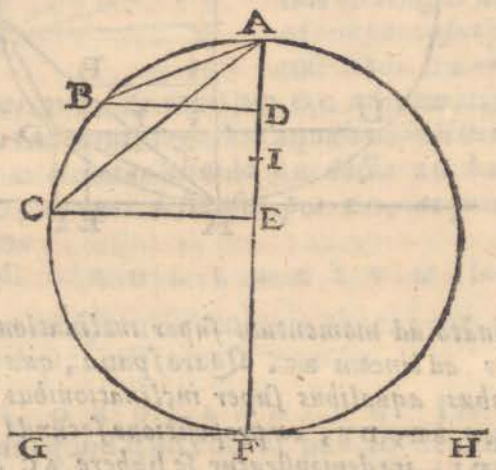
ad

ad AD, *seu* GA *ad* AL; *quæ est subdupla rationis eleuationum* GA, AD, *& ratio* CA *ad* AB *est ipsamet ratio longitudinum: ergo patet propositum.*

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si à puncto sublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana vsque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt æqualia.

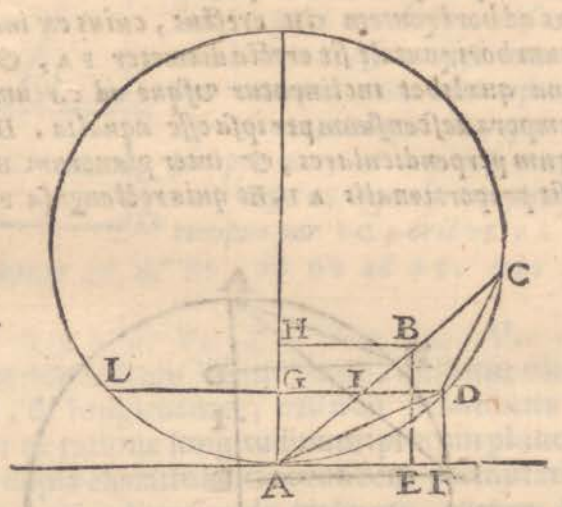
Sit circulus ad horizontem GH *erectus, cuius ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali sit erecta diameter* FA, *& ex puncto sublimi* A *plana quælibet inclinentur vsque ad circumferentiam* AB, AC. *Dico tempora descensuum per ipsa esse æqualia. Ducantur* BD, CE *ad diametrum perpendiculares, & inter planorum* EA, AD *altitudines media sit proportionalis* AI. *Et quia rectangula* FAE, FAD *æqua-*



lia sunt quadratis AC, AF, *vt autem rectangulũ* FAE *ad rectangulum* FAD, *ita* BA *ad* AD; *ergo vt quadratũ* CA *ad quadratũ* AB, *ita* EA *linea ad lineam* AD. *Verum vt linea* BA *ad* DA, *ita quadratum* IA *ad quadratum* AD; *ergo quadrata linearum* CA, AB *sunt inter se, vt quadrata linearum* IA, AD, *& ideo vt* CA *linea ad* AB, *ita* IA *ad* AD. *At in præcedenti demonstratum est rationem temporis descensus per* AC, *ad tempus descensus per* AB, *componi ex rationibus* CA *ad* AE *&* DA *ad* AI, *quæ est eadem cum ratione* BA *ad* AC; *ergo ratio temporis descensus per* AC *ad tempus descensus per* AB *componitur ex rationibus* CA *ad* AB, *&* BA *ad* AC. *Est igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis. ergo patet propositum.*

Idem aliter demonstratur ex Mechanicis. Nempe in sequenti figura;

Mobile temporibus æqualibus pertranſire CA, DA. *Sit enim* BA *æqualis ipſi* DA, *& ducantur perpendiculares* BE, DF, *conſtat ex elemẽtis, mechanicis momentũ ponderis ſuper plano ſecundũ lineã* ABC *eleuato ad momentũ ſuum totale eſſe, vt* BE *ad* BA, *eiuſdemque ponderis momentum ſuper eleuatione* AD *ad totale ſuum momentum eſſe, vt* DF *ad* DA *vel* BA; *ergo eiuſdem ponderis momentum ſuper plano ſecun-*



dum D A *inclinato ad momentum ſuper inclinatione ſecundum* ABC *eſt, vt linea* DF *ad lineam* BE. *Quare ſpatia, quæ pertranſibit idem pondus temporibus æqualibus ſuper inclinationibus* CA, DA, *erunt inter ſe, vt lineæ* BE, DF, *ex propoſitione ſecunda primi libri. Verum vt* BE *ad* DF, *ita demonſtratur ſe habere* AC *ad* DA; *ergo idẽ Mobile temporibus æqualibus pertranſibit lineas* CA, DA.

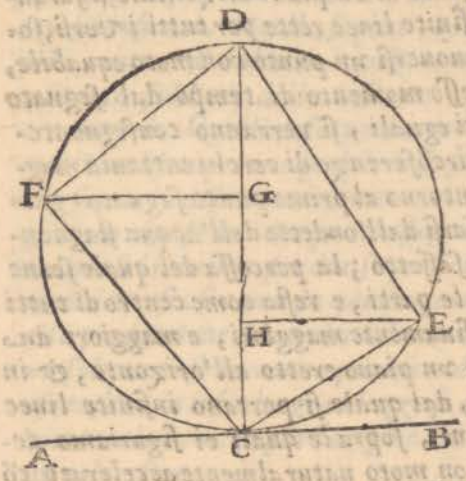
Eſse autem vt BE *ad* DF, *ita* CA *ad* DA, *ita demonſtratur.*

Iungatur CD; *& per* D *&* B, *ipſi* AF *parallelæ agantur* DGL, *ſecans* CA *in puncto* I, *&* BH: *eritque angulus* ADI *æqualis angulo* DCA, *cum circonferentis* LA, AD *æqualibus inſiſtant, eſtque angulus* DAC *communis: ergo triangulorum æquiangulorum* CAD, DAI *latera circa æquales angulos proportionalia erunt; & vt* CA *ad* AD, *ita* DA *ad* AI, *id eſt,* BA *ad* AI, *ſeu* HA *ad* AG, *hoc eſt* BE *ad* DF: *quod erat probandum.*

Aliter idem magis expedite demonſtrabitur ſic.

Sit ad horizontem AB *erectus circulus, cuius diameter* CD *ad horizontem ſit perpendicularis; ex termino autem ſublimi* D *inclinetur ad circumferentiam vſque quodlibet planum* DF. *Dico deſcenſum per planum*

num DF, *& casum per diametrum* DC, *eiusdem mobilis temporibus æqualibus absolui. Ducatur enim* FG *horizonti* AB *parallela, quæ erit ad diametrum* DC *perpendicularis, & connectatur* FC, *& quia tempus casus per* DC *ad tẽpus casus per* DG *est, vt media proportionalis inter* CD, DG *ad ipsam* DG; *media autem inter* CD, DG *est* DF, *cum angulus* DFC *in semicirculo sit rectus, &* FG *perpendicularis ad* DC: *tẽpus itaque casus per* DC *ad tempus casus per* DG *est vt linea* FD *ad* DG. *Sed iam demonstratum est tempus descensus per* DF *ad tempus casus per* DG *esse, vt eadẽ linea* DE *ad* DG. *tempora igitur descensus per* DF, *& casus per* DC *ad idem tempus casus per* DG *eamdem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino* C *eleuetur chorda* CE *ducta* EH *horizonti parallela, & iuncta* ED, *tempus descensus per* EC, *æquari tempori casus per diametrum* DC.



COROLLARIVM I.

Hinc colligitur tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C seu D perductas esse inter se æqualia.

COROLLARIVM II.

Colligitur etiam quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum & planum inclinatum super quæ descensus fiant temporibus æqualibus, eadem esse in semicirculo, cuius diameter est perpendiculum ipsum.

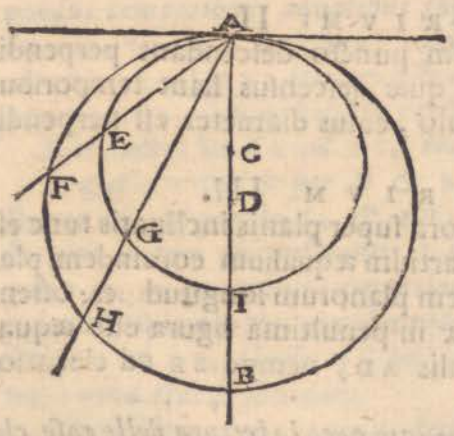
COROLLARIVM III.

Hinc Colligitur lationum tempora super planis inclinatis tunc esse æqualia, quando eleuationes partium æqualium eorumdem planorum fuerint inter se, vt eorumdem planorum longitudines: ostensum enim est tempora per CA, DA in penultima figura esse æqualia, dum eleuatio partis AB æqualis AD, nempe BE ad eleuationem DF fuerit, vt CA ad DA.

Sagr. *Sospenda in gratia V. S. per vn poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vò risoluendo sopra certa contemplatione, che pur ora mi si riuolge per la mente, la quale, quando non sia vna fallacia,*

non è lontana dall'essere vno scherzo gratioso, quali sono tutti quelli della natura, ò della necessità.

E' manifesto che se da vn pũto segnato in vn piano orizontale, si faranno produr sopra 'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muouersi vn punto con moto equabile, cominciandosi à muouer tutti nell'istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente à figurar da essi punti mobili circõferenze di cerchi tuttauia maggiori, e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato: giusto in quella maniera, che vediamo farsi dall'ondette dell'acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto vn sassetto; la percossa del quale serue per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengon disegnati succ essiuamente maggiori, e maggiori da esse ondette. Mà se noi intenderemo vn piano eretto all'orizonte, & in esso piano notato vn punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinationi, sopra le quali ci figuriamo descender mobili graui, ciascheduno con moto naturalmente accelerato cõ quelle velocità che alle diuerse inclinationi conuengono; posto che tali mobili descendenti fusser continuamente visibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente disposti? Quì nasce la mia marauiglia, mẽtre le precedenti dimostrationi, mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell'istessa circonferenza di cerchi successiuamente crescenti secondo che i mobili nello scendere si vanno più, e più successiuamente allontanando dal punto sublime, doue fù il principio della lor caduta, e per meglio dichiararmi segnisi il punto sublime A, dal quale descendano linee secondo qualsiuogliano inclinationi AF, AH, e la perpendicolare AB nella quale presi i punti C, D descriuansi intorno ad essi cerchi che passino per il punto A, segando le linee inclinate ne i pũti FHB, EGI. E' manifesto, per le antecedenti dimostrationi che partendosi nell'istesso tempo dal termine A, mobili descendenti per esse linee, quando l'vno sarà in B, l'altro sarà in G, e l'altro in I; e così continuando di scendere si troueranno nell'istesso momento di tempo in F, H, B, e continuando di muouersi questi, & altri infiniti per le infinite diuerse inclinationi si troueranno sempre



successi-

succeſſiuamente nelle medeſime circonferenze fatte maggiori, e maggiori in infinito. Dalle due ſpecie dunque di moti, delle quali la Natura ſi ſerue, naſce con mirabil corriſpondente diuerſità la generatione di cerchi infiniti. Quella ſi pone, come in ſua ſede, e principio originario nel centro d' infiniti cerchi concentrici, queſta ſi conſtituiſce nel contatto ſublime delle infinite circonferenze di cerchi tutti tra loro eccentrici. Quelli naſcono da moti tutti eguali, & equabili; queſti da moti tutti ſempre inequabili in ſe ſteſſi e diſeguali l'vno dall' altro tutti, che ſopra le differenti infinite inclinationi ſi eſercitano. Mà più aggiunghiamo che ſe de i due punti aſſegnati per le emanationi noi intenderemo eccitarſi linee non per due ſuperficie ſole Orizontale, & eretta, mà per tutti i verſi: ſi come da quelle, cominciandoſi da vn ſol punto, ſi paſſaua alla produttione di cerchi dal minimo al maſſimo, così cominciandoſi da vn ſol punto ſi verranno producendo infinite sfere, ò vogliamdire vna sfera, che in infinite grandezze ſi andrà ampliando. E queſto in due maniere: cioè, ò col por l'origine nel centre, ò vero nella circonferenza di tali sfere.

Salu. *La contemplatione è veramente belliſſima, e proportionata all' ingegno del Signor. Sagredo.*

Simp. *Io reſtando al meno capace della contemplatione ſopra le due maniere del prodursi, con li due diuerſi moti naturali i cerchi, e le sfere, ſe bene della produttione dependente dal moto accelerato, e della ſua dimoſtratione non ſon del tutto intelligente, tuttauia quel poterſi aſſegnare per luogo di tale emanatione tanto il centro infimo, quanto l altiſſima sferica ſuperficie, mi fà credere che poſſa eſſere che qualche gran miſterio ſi contenga in queſte vere, & ammirande concluſioni; miſterio dico attenente alla creatione dell'vniuerſo, il quale ſi ſtima eſſere di forma sferica, & alla reſidenza della prima cauſa.*

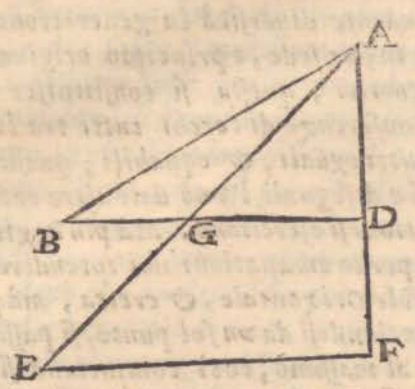
Salu. *Io non hò repugnanza al creder l'iſteſſo: mà ſimili profonde contemplationi ſi aſpettano à più alte dottrine che le noſtre: Et à noi deue baſtare d eſſer quei mendegni artefeci che dalle fodine ſcuoprono, e cauano i marmi, ne i quali poi gli ſcultori in duſtri fanno apparire marauigliose immagini, che ſotto roza, & informe ſcorza ſtauano aſcoſte. Or ſe così vi piace, ſeguiremo auanti.*

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Si eleuationes duorum planorum duplam habuerint rationem eius, quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipſis temporibus æqualibus abſoluentur.

Sint plana inæqualia, & inæqualiter inclinata AE, AB, *quorum eleuationes ſint* FA, DA, *& quam rationem habet* AE *ad* AB, *eamdem duplicatam habeat* FA *ad* DA. *Dico tempora lationum ſuper planis*

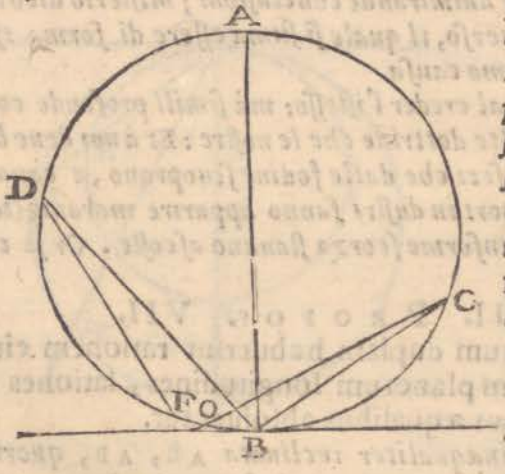
nis AE, AB *ex quiete in* A *esse æqualia. Ductæ sint parallelæ horizontales ad lineam eleuationum* EF *&* BD, *quæ secet* AE *in* G. *Et quia ratio* FA *ad* AD, *dupla est rationis* EA *ad* AE, *& vt* FA, *ad* AD, *ita* EA *ad* AG; *ergo ratio* EA *ad* AG, *dupla est rationis* EA *ad* AB; *ergo* AB *media est inter* EA, AG. *& quia tempus descensus per* AB *ad tempus per* AG *est, vt* AB *ad* AG, *tempus autem descensus per* AG *ad tempus per* AB *est, vt* AG *ad mediam inter* AG, AE, *quæ est* AB; *ergo ex æquali tempus per* AB *ad tempus per* AE *est, vt* AB *ad se ipsam: sunt igitur tempora æqualia; quod erat demonstrandum.*



THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ab horizontem erecto, in ijs, quæ cum termino diametri erecti conueniunt, siue imo, siue sublimi, lationum tempora sunt æqualia tempori casus in diametro: in illis vero, quæ ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breuiora; in eis tandem, quæ diametrum secant, sunt longiora.

Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB *De planis ex terminis* AB *ad circumferentiam vsque productis, quod tempora lationum super eis sint æqualia, iam demonstratum est. De plano* DF *ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit breuius; demonstratur ducto plano* DB, *quod & longius erit, & minus declinue, quam* DF; *ergo tempus per* DF *breuius, quam per* DB, *hoc est per* AB. *De plano vero diametrum secante, vt* CO; *quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat: est enim & longius, & minus declinue,*



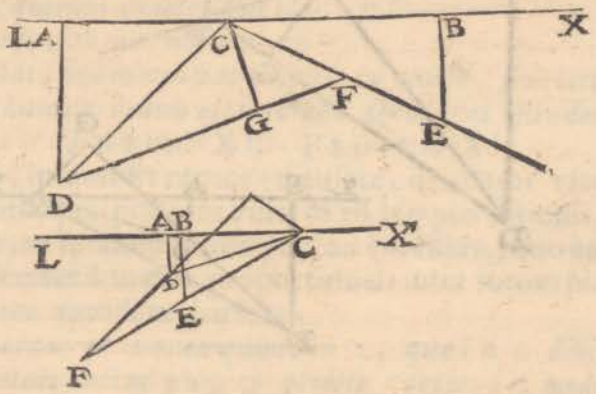
quam CB: *ergo patet propositum.*

THEOR.

THEOR. IX. PROPOS. IX.

Si à puncto in linea horizonti parallela duo plana vtcunque inclinẽtur, & à linea secentur, quæ cum ipsis angulos faciat permutatim æquales angulis ab ijsdẽ planis, & horizontali contentis, lationes in partibus à dicta linea sectis, tẽporibus æqualibus absoluẽtur.

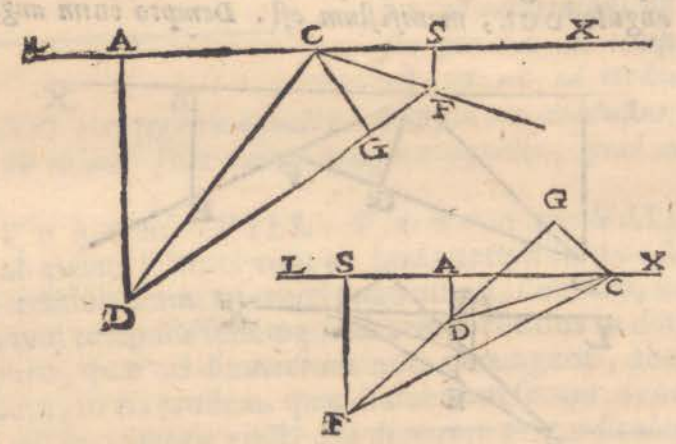
Ex puncto C *horizontalis lineæ* X, *duo plana vtcumque inflectantur* CD, CE, *& in quolibet puncto lineæ* CD *constituatur angulus* C DF, *angulo* XCE *æqualis: secet autem linea* DF *planum* CE *in* F, *adeo vt anguli* CDF, CFD, *angulis* XCE, LCD *permutatim sumptis sint æquales. Dico, tempora descensuum per* CD, CF *esse æqualia. Quod autem (posito angulo* CDF, *æquali angulo* XCE) *angulus* CFD, *sit æqualis angulo* DCL, *manifestum est. Dempto enim angulo com-*



muni DCF, *ex tribus angulis trianguli* CDF, *æqualibus duobus rectis, quibus æquantur anguli omnes ad lineam* LX *in puncto* C *constitutis, remanent in triangulo duo* CDF, CFD, *duobus* XCE, LCD *æquales: positus autem est* CDF, *ipsi* XCE *æqualis: ergo reliquus* CFD, *reliquo* DCL. *Ponatur planum* CE *æquale plano* CD, *& ex punctis* DE *perpendiculares agantur* DA, EB *ad horizontalem* XL, *ex* C *vero ad* DF *ducatur perpendicularis* CG. *Et quia angulus* CDG, *angulo* ECB *est æqualis: & recti sunt* DGC, CBE, *erunt trianguli* CDG, CBE *æquianguli, & vt* DC *ad* CG, *ita* CE *ad* EB: *est autem* DC *æqualis* CE; *ergo* CG *æqualis erit* BE. *Cumque triangulorum* DAC, CGF, *anguli* CA, *angulis* FG *sint æquales: erit vt* CD *ad* DA, *ita* FC *ad* CG, *& permutando, vt* DC *ad* CF, *ita* DA *ad* CG, *seu* BE. *Ratio itaque eleuationum planorum æqualium* CD, CE, *est eadem cum ratione longitudinum* DC, CE: *ergo ex corollario*

rio primo præcedentis Propoſitionis ſextæ, tempora deſcenſuum in ipſis erunt æqualia. quod erat probandum.

Aliter idem; ducta FS *perpendiculari ad horizontalem* AS. *Quia triangulum* CSF, *ſimile eſt triangulo* DGC, *erit, vt* SF *ad* FC, *ita* GC *ad* CD. *Et quia triangulum* CFG, *ſimile eſt triangulo* DCA, *erit, vt* FC *ad* CG, *ita* CD *ad* DA: *ergo ex æquali, vt* SF *ad* CG *ita* CG *ad* DA. *Media eſt igitur* CG *inter* SF, DA, *& vt* DA *ad* SF, *ita quadratum* DA *ad quadratum* CG. *Rurſus cum triangulum* ACD, *ſimile ſit triangulo* CGF *erit, vt* DA *ad* DC, *ita* GC *ad* CF, *& permutando vt* DA *ad* GC, *ita* DC *ad* CF, *& vt quadratum* DA *ad*



quadratum CG, *ità quadratum* DC *ad quadratum* CF. *Sed oſtenſum eſt quadratum* DA *ad quadratum* CG *eſſe, vt linea* DA *ad lineam* FS; *ergo vt quadratum* DC *ad quadratum* CF, *ita linea* DE *ad* FS; *ergo ex præcedenti ſeptima cum planorum* CD, CF, *eleuationes* DA, FS, *duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipſa erunt æqualia.*

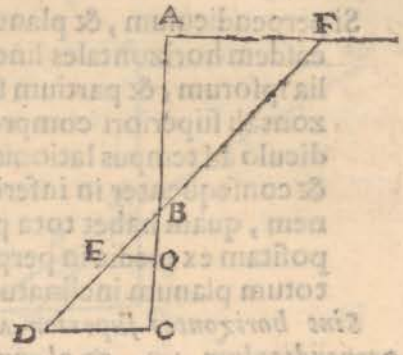
THEOR. X. PROPOS. X.

Tempora lationum ſuper diuerſas planorum inclinationes, quarum eleuationes ſint æquales, ſunt inter ſe, vt eorumdem planorum longitudines, ſiue fiant lationes ex quiete, ſiue præcedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per ABC, *& per* ABD *vſque ad horizontem* DC, *adeo vt latio per* AB *præcedat lationibus per* BD, *& per* BC. *Dico, empus lationis per* BD *ad tempus per* BC *eſſe, vt* BD *longitudo ad* BC. *Ducatur* AF *horizonti parallela, ad quam extendatur* DB *occurrens in* F, *& ipſarum* DF, FB *media ſit* FB, *& ducta* EO *ipſi* DC

paral-

parallela, erit AO *media inter* CA, AF. *Quod si intelligatur tempus per* AB, *esse, vt* AB, *erit tempus per* FB, *vt* FE. *Et tempus per totam* AC *erit vt media* AO, *per totam vero* FD *erit* FE. *Quare tempus per reliquam* BC *erit* BO, *per reliquam vero* BD *erit* BE. *Verum vt* BE *ad* BO, *ita est* BD *ad* BC; *ergo tempora per* BD, BC, *post casus per* AB, FB, *seu, quod idem est, per communem* AB, *erunt inter se, vt longitudines* BD, BC; *esse autem tempus per* BD *ad tempus per* BC *ex quiete in* B, *vt longitudo* BD *ad* BC, *supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diuersa, quorum æquales sint eleuationes, inter se, vt eorumdem planorum longitudines, siue motus fiat in ipsis ex quiete, siue lationibus ijsdē præcedat alia latio ex eadem altitudine. Quod erat ostendendum.*



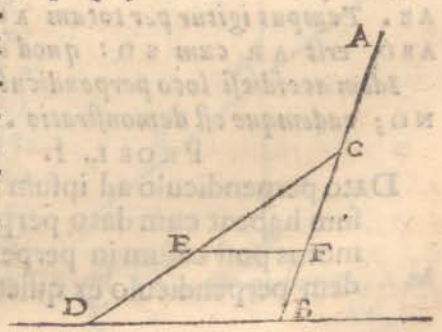
THEOR. XI. PROPOS. XI.

Si planum, in quo fit motus ex quiete, diuidatur vtcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem, est, vt ipsamet prima pars ad excessum, quo eadem pars superatur à media proportionali inter totum planū, & primam eamdem partem.

Fiat latio per totam AB *ex quiete in* A, *quæ in* C *diuisa sit vtcumque; totus autem* BA, *& prioris partis* AC *media sit proportionalis* AF: *erit* CF *excessus mediæ* FA *super partem* AC. *Dico tempus lationis per* AC *ad tempus sequentis lationis per* CB, *esse vt* AC *ad* CF. *Quod patet: nam tempus per* AC *ad tempus per totam* AB *est, vt* AC *ad mediam* AF; *ergo diuidendo, tempus per* AC *ad tempus per reliquam* CB *erit, vt* AC *ad* CF. *Si itaque intelligatur tempus per* AC *esse ipsamet* AC, *tempus per* CB *erit* CF: *quod est propositum.*



Quod si motus non fiat per continuatam ACB, *sed per inflexas* ACD *vsque ad horizontem* BD, *cui ex* F *parallela ducta sit* FE. *Demonstrabitur pariter tempus per* AC *ad tempus per reflexam* CD *esse vt* AC *ad* CE. *Nam tempus per* AC *ad tempus per* CB *est, vt* AC *ad* CF, *tempus vero per* CB *post* AC *ad tempus per* CD, *post eundem descensum per* AC *demonstratum*



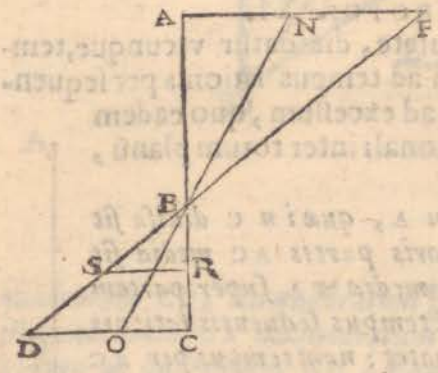
est

eſt eſſe, vt CB *ad* CD, *hoc eſt vt* CF *ad* CE; *ergo ex æquali tempus per* AC *ad tempus per* CD *erit, vt* AC *linea ad* CE.

THEOR. XII. PROPOS. XII.

Si perpendiculum, & planum vtcunque inclinatum ſecentur inter eaſdem horizontales lineas, ſumanturque media proportionalia ipſorum, & partium ſuarum à communi ſectione, & horizontali ſuperiori comprehenſarum; tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factæ in parte ſuperiori perpendiculi, & conſequenter in inferiori ſecantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compoſitam ex media in perpendiculo ſumpta, & ex exceſſu, quo totum planum inclinatum ſuam mediam ſuperat.

Sint horizontes ſuperior AF, *inferior* CD, *inter quos ſecentur perpendiculum* AC, *& planum inclinatum* DF *in* B, *& totius perperdiculi* CA, *& ſuperioris partis* AB *media ſit* AR, *totius vero* DF, *& ſuperioris partis* BF *media ſit* FS. *Dico, tempus caſus per totum perpendiculum* AC *ad tempus per ſuam ſuperiorem partẽ* AB *cum inferiori plani, nempe cum* BD, *eam habere rationem, quam habet* AC *ad mediam perpendiculi, ſcilicet* AR *cũ* SD, *quæ eſt exceſſus totius plani* DF *ſuper ſuam mediam* FS. *Connectatur* RS, *quæ erit horizontalibus parallela. Et quia tempus caſus per totam* AC, *ad tempus per partem* AB *eſt, vt* CA *ad mediam* AR, *ſi intelligamus* AC *eſſe tempus caſus per* AC, *erit* AR *tempus caſus pẽr* AB, *& rc per reliquam* BC. *Quod ſi tẽpus per* AC *ponatur, vti factum eſt, ipſa* AG *tempus per* FD, *erit* FD, *& pariter concludetur* DS *eſſe tempus per* BD *poſt* FB, *ſeu poſt* AB. *Tempus igitur per totam* AC, *eſt* AR *cum* RC; *per inflexas vero* ABD, *erit* AR *cum* SD: *quod erat probandum.*



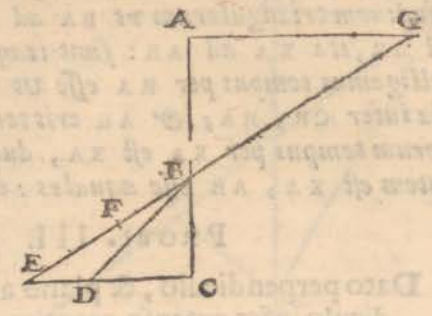
Idem acciditſi loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr. NO; *eademque eſt demonſtratio.*

PROBL. I. PROPOS. XIII.

Dato perpendiculo ad ipſum planum inflectere, in quo, cum ipſum habeat cum dato perpendiculo eandem eleuationem, fiat motus poſt caſum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit

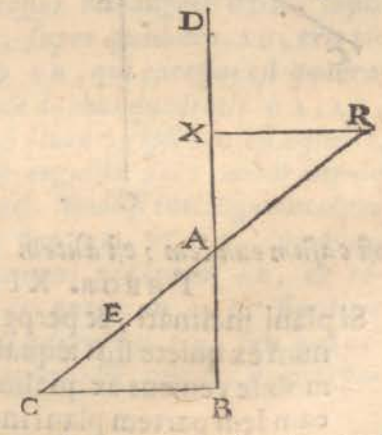
Sit datum perpendiculum AB, *cui extenſo in* C *ponatur pars* BC *æqualis, & ducantur horizontales* CE, AG. *Oportet ex* B *planum vſque ad horizontem* CE *inflectere, in quo fiat motus poſt caſum ex* A *eodem tempore, ac in* AB *ex quiete in* A. *Ponatur* CD *æqualis* CB, *& ducta* BD *applicetur* BE *æqualis vtriſque* BD, DC. *Dico,* BE *eſſe planum quæſitum. Producatur* EB *occurrens horizonti* AG *in* G, *& ipſarum* EG, GB, *media ſit* GF. *Erit* EF *ad* FB, *vt* EG *ad* GF, *& quadratum* EF *ad quadratũ* FB, *vt quadratũ* EG *ad quadratũ* GF, *hoc eſt, vt linea* EG *ad* GB; *eſt autem* EG *dupla* GB; *ergo quadratum* EF *duplum quadrati* FB: *verum quadratum quoque* DP *duplum eſt quadrati* BC; *ergo vt linea* EF *ad* FB, *ita* DB *ad* BC, *& componendo, & permutando, vt* EB *ad duas* DB, BC, *ita* BF *ad* BC; *ſed* EB *duabus* DB, BC *eſt æqualis; ergo* BF *ipſi* BC, *ſeu* BA *æqualis eſt. Si igitur intelligatur* AB *eſſe tempus caſus per* AB, *erit* GB *tempus per* GB, *& tempus per totam* GE; *ergo* BF *erit tempus per reliquam* BE, *poſt caſum ex* G, *ſeu ex* A. *Quod erat propoſitum.*



PROBL. II. PROPOS. XIV.

Dato perpendiculo, & plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo ſuperiori reperire, quę ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo conficitur planum inclinatum poſt caſum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum DB, *& planum ad ipſum inclinatum* AC. *Oportet in perpendiculo* AD *partem reperire, quæ ex quiete conficiatur tempore æquali ei, quo poſt caſum in ea conficitur planum* AC. *Ducatur horizontalis* CB, *& vt* BA *cum dupla* AC *ad* AC, *ita fiat* CA *ad* AE, *& vt* BA *ad* AC, *ita fiat* EA *ad* AR, *& ab* R *ducatur perpendicularis* RX *ad* DB; *dico* X *eſſe punctum quæſitum. Et quia vt* BA *cum dupla* AC *ad* AC, *ita* CA *ad* AE, *diuidendo erit, vt* BA *cum* AC *ad* AC, *ita* CE *ad* BA, *& quia vt* A *ad*

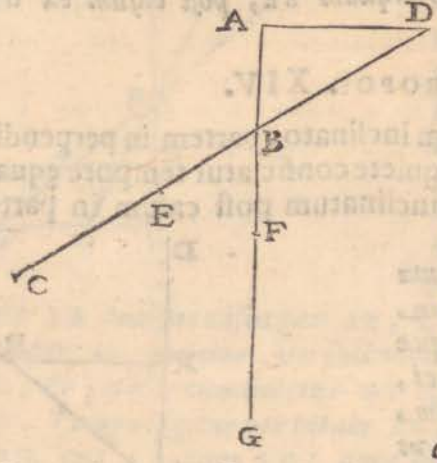


AC, *ita* EA *ad* AR, *erit componendo, vt* BA *cum* AC *ad* AC, *ita* ER *ad* RA. *Sed vt* BA *cum* AC, *ad* AC, *ita eſt* CE *ad* EA; *ergo vt* CE *ad* EA, *ita* ER *ad* RA, *& ambo antecedentia ad ambo conſequentia, nempe* CR *ad* RE. *Sunt itaque* CR, RE, RA *proportionales. Amplius, quia vt* BA *ad* AC, *ita poſita eſt* EA *ad* AR, *& propter ſimilitudinem triangulorum vt* BA *ad* AC, *ita* XA *ad* AR; *ergo vt* EA *ad* AR, *ita* XA *ad* AR: *ſunt itaque* EA, XA *æquales. Modo ſi intelligamus tempus per* RA *eſſe vt* RA, *tempus per* RC *erit* RE, *media inter* CR, RA; *&* AE *erit tempus per* AC *poſt* RA, *ſiue poſt* XA; *verum tempus per* XA *eſt* XA, *dum* RA *eſt tempus per* RA. *Oſtenſum autem eſt* XA, AE *eſſe æquales: ergo patet propoſitum.*

PROBL. III. PROPOS. XV.

Dato perpendiculo, & plano ad ipſum inflexo, partem in perpẽdiculo infra extenſo reperire, quæ tempore eodem conficiatur; ac planum inflexum poſt caſum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum AB, *& planum ad ipſum inflexum* BC. *Oportet in perpendiculo infra extenſo partem reperire, quæ ex caſu ab* A *conficiatur tempore eodem, atque* BC *ex eodem caſu ab* A. *Ducatur horizontalis* AD, *cui occurrat* CB *extenſa in* D, *& ipſarum* CD, DB *media ſit* DE, *&* BF *ponatur æqualis* BE, *deinde ipſarum* BA, AF, *tertia proportionalis ſit* AG. *Dico* BG *eſſe ſpatium, quod poſt caſum* AB *conficitur tempore eodem, ac planum* BC *poſt eundem caſum. Si enim ponamus tempus per* AB *eſſe vt* AB, *erit tempus per* DB *vt* DB, *& quia* DE *eſt media inter* BD, DC, *erit eadem* DE *tempus per totam* DC, *&* BE *tempus per reliquam* BC *ex quiete in* D, *ſeu ex caſu* AB; *& ſimiliter cõcludetur*, BF *eſſe tempus per* BG, *poſt caſum eundem: eſt autem* BF *æqualis* BE: *ergo patet propoſitum.*

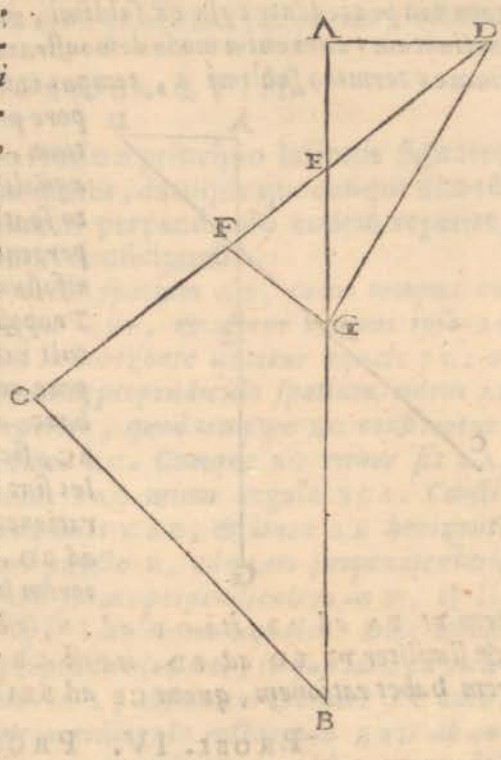


THEOR. XIII. PROPOS. XVI.

Si plani inclinati, & perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete ſint æqualia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine ſublimiori citius abſoluet eamdem partem plani inclinati, quam ipſam partem perpendiculi.

Sit

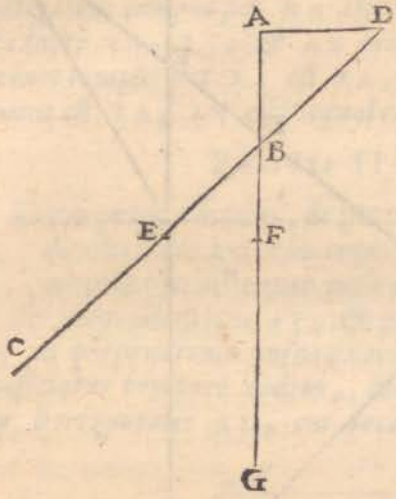
Sit perpendiculum EB, *& planum inclinatum* CE *ad idem punctũ* E *composita, quorum tempora lationum ex quiete in* E *sint æqualia, & in perpendiculo extenſo ſumptum ſit quodlibet punctum ſublime* A, *ex quo demittantur mobilia. Dico, tempore breuiori abſolui planum inclinatum* EC, *quam perpendiculum* EB *poſt caſus* AE. *lungatur* CB, *& ducta horizontali* AD *extendatur* CE, *illi occurrens in* D *&* CD; DE *media proportionalis ſit* DF, *ipſarum vero* BA, AE, *media ſit* AG, *& ducantur* FG, DG. *Et quia tempora lationum per* EC, EB, *ex quiete in* E *ſunt æqualia, erit angulus* C *rectus, ex Corollario ſecundo, Propoſitionis ſextæ; eſtque rectus* A, *& anguli ad verticem* E *æquales: triangula igitur* AED, CEB *ſunt æquiangula, & latera circa æquales angulos proportionalia; ergo vt* BE *ad* EC, *ita* DE *ad* EA. *Rectangulum ergo* BEA *eſt æquale rectangulo* CED: *& quia rectã. gulum* CDE, *ſuperat rectangulum* CED, *quadrato* ED, *rectangulum vero* BAE, *ſuperat rectangulum* BEA, *quadrato* EA; *exceſſus rectanguli* CDE, *ſuper rectangulo* BAE, *hoc eſt, quadrati* FD, *ſuper quadrato* AG, *erit idẽ cum exceſſu quadrati* DE, *ſuper quadrato* AE, *qui exceſſus eſt quadratum* DA: *eſt igitur quadratum* FD, *æquale duobus quadratis* GA, AD, *quibus eſt quoue æquale quadratũ* GD; *ergo linea* DF *ipſi* DG *eſt æqualis, & angulus* DGF *æqualis angulo* DFG *& angulus* EGF *minor angulo* EFG, *& latus oppoſitũ* EF *minus latere* EG. *Modo ſi intelligamus tẽpus caſus per* AE, *eſſe vt* AE, *erit tempus per* DE, *vt* DE, *cumque* AG *media ſit inter* BA, AE, *erit* AG *tempus per totam* AB, *& reliqua* EG, *erit tempus per reliquam* EB *ex quiete in* A, *& ſimiliter concludetur* EF, *eſſe tempus per* EC *poſt deſcenſum* DE, *ſeu poſt caſum* AE: *demonſtratum autem eſt* EF *minorem eſſe, quam* EG: *ergo patet propoſitum.*



Co-

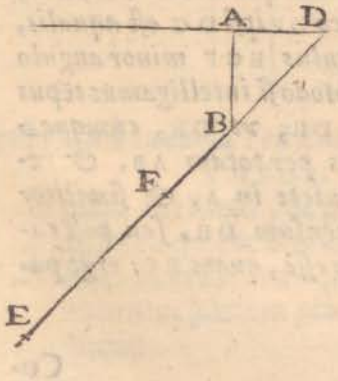
COROLLARIVM.

Ex hac, atque ex præcedenti constat spatium, quod conficitur in perpendiculo, post casum ex sublimi, tempore eodem, quo conficitur planum inclinatũ, minus esse eo, quod conficitur tempore eodẽ atq; in inclinato non præcedente casu ex sublimi, maius tamen quam idem planum inclinatum: cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A, *tempus conuersi per* EC, *breuius sit tempore procedentis per* EB, *constat spatium, quod conficitur per* EB *tempore æquali tempori per* EC, *minus esse toto spatio* EB. *Quod autem idem spatiũ perpendiculi maius sit, quam* EC, *manifestum fit sumpta figura præcedentis Propositionis, in qua partem perpendiculi* EG, *confici demonstratum est tempore eodem cum* EC *post casum* AE: *hanc autem* EG *maiorem esse quam* EC, *sic colligitur. Cum* BE, FB *æquales sint,* BA *vero minor* BD, *maiorem rationem habet* FB *ad* BA, *quam* EB *ad* BD, *& cõponendo* FA *ad* AB *maiorem habet, quam* ED *ad* DB, *est autem vt* FA *ad* AB, *ita* GF *ad* FB, *(est enim* AF *media inter* BA, AG,) *& similiter vt* ED *ad* BD, *ita est* CE *ad* EB; *ergo* GB *ad* BF *maiorem habet rationem, quam* CB *ad* BE; *est igitur* GB *maior* BC.



PROBL. IV. PROPOS. XVII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore æquali ei, quo mobile datũ perpendiculum ex quiete confecit.



Sit perpendiculum AB, *& ad ipsum planum inflexum* BE: *oportet in* BE *spatium signare, per quod mobile post casum in* AB *moueatur tempore æquali ei, quo ipsum perpendiculum* AB *ex quiete confecit.*

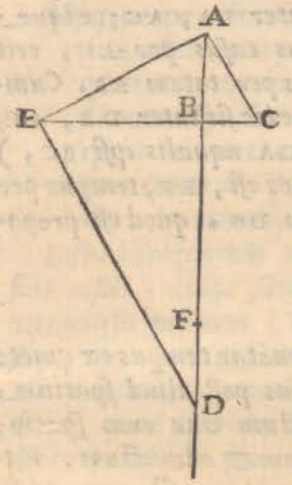
Sit horizontalis linea AD, *cui occurat in* D *planum extensum, & accipiatur* FB *æqualis* BA, *& fiat vt* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE. *Dico, tempus per* BE, *post casum in* AB *æquari tempori per* AB, *ex quie-*

quiete in A. *Si enim intelligatur* AE *esse tempus per* AB, *erit* DB *tẽpus per* DB. *Cumque sit, vt* ED *ad* DF, *ita* ID *ad* DE, *erit* DF *tempus per totum planum* DE, *& per partem* FE *ex* D, *sed tempus per* BE *post* DB, *est idem, ac post* AB; *ergo tempus per* FE *post* AF, *erit* BF, *æquale scilicet tempori* AB, *ex quiete in* A: *quod erat propositũ.*

PROBL. V. PROPOS. XVIII.

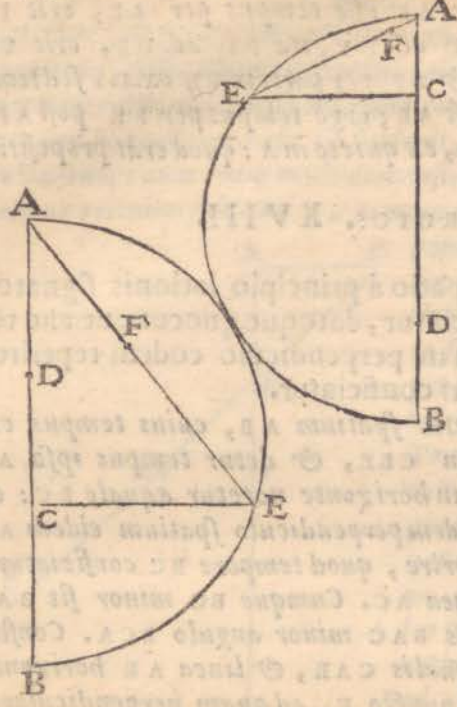
Dato in perpendiculo quouis spatio à principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tẽpore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

Sit perpendiculum A, *in quo detur spatium* AB, *cuius tempus ex principio* A *sit* AB, *sitque horizon* CBE, *& detur tempus ipso* AB *minus, cui in horizonte notetur æquale* BC: *oportet in eodem perpendiculo spatium eidem* AB *æquale reperire, quod tempore* BC *conficiatur. Iungatur linea* AC. *Cumque* BC *minor sit* BA, *erit angulus* BAC *minor angulo* BCA. *Constituatur ei æqualis* CAE, *& linea* AE *horizonti occurrat in puncto* E, *ad quam perpendicularis ponatur* ED *secans perpendiculum in* D, *& linea* DF *ipsi* BA *secetur æqualis. Dico ipsam* FD *esse perpendiculi partẽ, in qua latio ex principio motus in* A, *absoluitur tempore* BC *dato. Cum enim in triangulo rectangulo* AED *ab angulo recto* E, *perpendicularis ad latus oppositũ* AD *ducta sit* EB, *erit* AB *media inter* DA, AB, *&* BE *media inter* DB, BA, *seu inter* FA, AB, (*est enim* FA *ipsi* DB *æqualis.*) *Cumque* AB *positum sit esse tempus per* AB, *erit* AE, *seu* EC *tempus per totam* AD, *&* EB *tempus per* AF; *ergo reliqua* BC *erit tempus per reliquam* FD: *quod erat intentum.*



PROBL. VI. PROPOS. XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque à principio lationis peracto, datoque tempore casus: tempus reperire, quo aliud æquale spatium vbicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.



Sit in perpendiculo AB, *quodcunque ſpatium* AC, *ex principio lationis in* A *acceptum, cui æquale ſit aliud ſpatium* DB *vbicunque acceptum, ſitque datum tempus lationis per* AC, *ſitque illud* AC. *Oportet reperire tempus lationis per* DB *poſt caſum ex* A. *Circa totam* AB *ſemicirculus deſcribatur* AEB, *& ex* C *ad* AB *perpendicularis ſit* CE, *& iungatur* AE, *quæ maior erit quã* EC. *Secetur* EF *ipſi* EC *æqualis; dico reliquum* FA *eſſe tempus lationis per* DB. *Quia enim* AE *eſt media inter* BA, AC; *eſtque* AC *tempus caſus per* AC; *erit* AE *tempus per totam* AB. *Cumque* CE *media ſit inter* DA, AC, (*eſt enim* DA *æqualis ipſi* EC,) *erit* CE, *hoc eſt,* EF, *tempus per* AD; *ergo reliquã* AF *eſt tempus per reliquam* DB. *quod eſt propoſitum.*

S
A
B

COROLLARIVM.

Hinc colligitur, quod ſi alicuius ſpatij ponatur tempus ex quiete eſſe, vt ipſummet ſpatium; tempus illius poſt aliud ſpatium adiunctum erit exceſſus medij inter adiunctum vna cum ſpatio, & ipſum ſpatium ſuper medium inter primum & adiunctum. Veluti, poſito, quod tempus per AB, *ex quiete in* A, *ſit* AB; *addito* AS *tempus per* AB *poſt* SA; *erit exceſſus medij inter* SB, BA, *ſuper medium inter* BA, AS.

PROBL. VII. PROPOS. XX.

Dato quolibet ſpatio, & parte in eo poſt principium lationis, partem alteram verſus finem reperire, quæ conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit

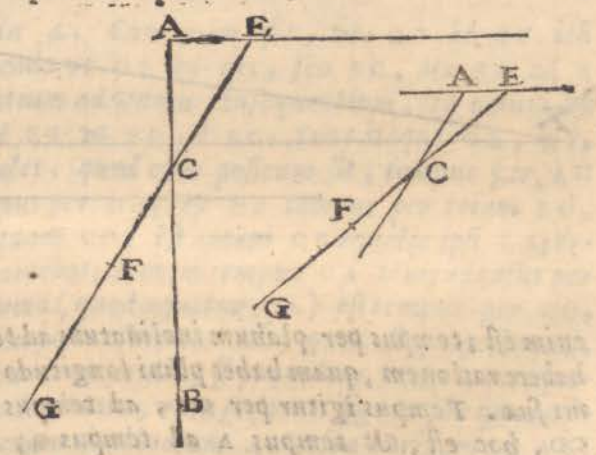
Sit ſpatium CB, *& in eo pars* CD *data poſt principium lationis in* C. *Oportet partem alteram verſus finem* B *reperire, quæ conficiatur tempore eodem, ac data* CD. *Sumatur media inter* BC, CD, *cui æqualis ponatur* BA; *& ipſarum* BC, CA, *tertia proportionalis ſit* CE. *Dico,* EB *eſſe ſpatium, quod poſt caſum ex* C *conficitur tempore eodem ac ipſum* CD. *Si enim intelligamus, tempus per totam* CB *eſſe vt* CB; *erit* BA (*media ſcilicet inter* BC, CD) *tempus per* CD. *Cumque* CA *media ſit inter* BC, CB, *erit* CA *tempus per* CE. *eſt autem tota* BC *tempus per totam* CB; *ergo reliqua* BA *erit tempus per reliquam* EB *poſt caſum ex* C; *eadem vero* BA *fuit tempus per* CD; *ergo temporibus æqualibus conficiuntur* CD *&* EB *ex quiete in* A. *quod erat faciendum.*

C
D
E
A
B

THEOR. XIV. PROP. XXI.

Si in perpendiculo fiat caſus ex quiete, in quo à principio lationis ſumatur pars quouis tempore peracta, poſt quam ſequatur motus inflexus per aliquod planum vtcunque inclinatum: ſpatium, quod in tali plano conficitur in tempore æquali tempori caſus iam peracti in perpendiculo ad ſpatium iam peractum in perpendiculo, maius erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem AE *ſit perpendiculum* AB, *in quo ex principio* A *fiat caſus, cuius ſumatur quælibet pars* AC; *inde ex* C *inclinetur vtcunque planum* CG; *ſuper quo poſt caſum in* AC *continuetur motus. Dico, quod ſpatium tali motu peractum per* CG *in tempore æquali temporicaſus per* AC, *eſt plus quam duplum, minus vero quam triplum eiuſdem ſpatij* AC. *Ponatur enim* CF *æqualis* AC, *& extenſo plano* GC *vſque ad horizontem in* E, *fiat, vt* CB *ad* BF, *ita* FB *ad* EG. *Si itaque ponatur tempus caſus per* AC *eſſe, vt linea* AC, *erit* CE *tempus per* EC *&* CF, *ſeu* CA, *tempus motus per* CG. *Oſtendendum itaque eſt, ſpatium* CG *ipſo* CA *maius eſſe quam duplum, minus*



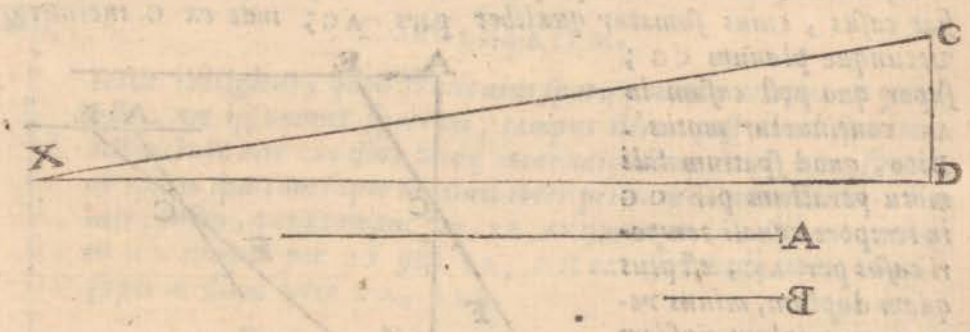
nus vero quàm triplum. Cum enim sit, vt CE *ad* EF, *ità* FE *ad* EG, *erit etiam ita* CF *ad* FG. *Minor autem est* EC *quam* EF, *quare &* C F *minor erit quam* FG, *&* GC *maior quam dupla ad* FC *seu* AC. *Cumque rursus* FE *minor sit quam dupla ad* EC, (*est enim* EC *maior* CA, *seu* CF,) *erit quoque* GF *minor quam dupla ad* FC, *&* GC *minor quam tripla ad* CF *seu* CA. *Quod erat demonstrandum.*

Poterat autem vniuersalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari, & plano inclinato, contingit etiam si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum; vt videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

PROBL. VIII. PROPOS. XXII.

Datis duobus temporibus inæqualibus, & spatio, quod in perpẽdiculo ex quiete conficitur tempore breuiori ex datis: à puncto supremo perpendiculi vsque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore æquali longiori ex datis.

Tempora inæqualia sint, A *maius,* B *vero minus; spatium autem, quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore* B, *sit* CD. *Oportet ex termino* C *planum vsque ad horizontem inflectere, quod tempore* A *conficiatur. Fiat vt* B *ad* A, *ita* CD *ad aliam lineam, cui linea* CX *æqualis ex* C *ad horizontem descendat: manifestum est planum* C X *esse illud super quo mobile descendit tempore dato* A. *Demonstratum*



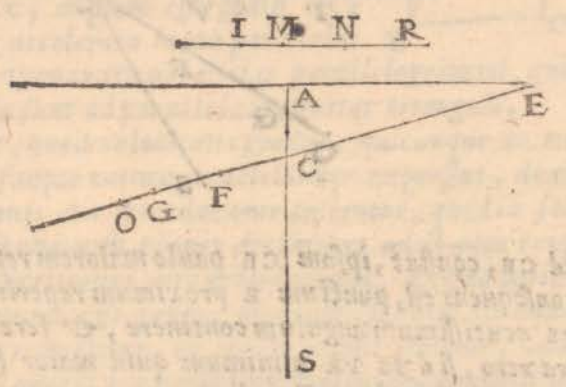
enim est, tempus per plānum inclinatum ad tempus in suā eleuatione eā habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem eleuationis suæ. Tempus igitur per CX, *ad tempus per* CD, *est, vt* CX *ad* CD, *hoc est, vt tempus* A *ad tempus* B; *tempus vero* B *est illud, quo conficitur perpendiculum* CD *ex quiete; ergo tempus* A *est illud, quo conficitur planum* CX.

PRO-

PROBL. IX. PROPOS. XXIII.

Dato ſpatio quouis tempore peracto ex quiete in perpendiculo: ex termino imo huius ſpatij planum inflectere, ſuper quo poſt caſum in perpendiculo tempore eodem conficiatur ſpatium cuilibet ſpatio dato æquale; quod tamen maius ſit quam duplum, minus vero quam triplum ſpatij peracti in perpendiculo.

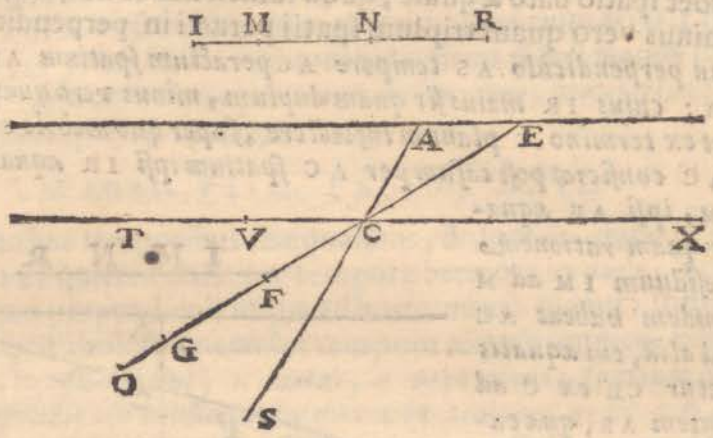
Sit in perpendiculo AS *tempore* AC *peractum ſpatium* AC *ex quiete in* A: *cuius* IR *maius ſit quam duplum, minus vero quam triplum. Oportet ex termino* C *planum inflectere, ſuper quo mobile eodem tempore* AC *conficiat poſt caſum per* AC *ſpatium ipſi* IR *æquale. Sint* RN, NM, *ipſi* AE *æqualia; & quam rationem habet reſiduum* IM *ad* MN, *eamdem habeat* AC *linea ad aliã, cui æqualis applicetur* CE *ex* C *ad horizontem* AE, *quæ extendatur verſus* O, *& accipiantur* CF, FG GO, *æquales ipſis* RN, NM, MI. *Dico, tempus ſuper inflexa* CO, *poſt caſum* AC, *eſſe æquale tempori* AC *ex quiete in* A. *Cum enim ſit, vt* OG *ad* GF *ita* FC *ad* CE; *erit componendo vt* OF *ad* FG, *ſeu* FC, *ita* FB *ad* EC, *& vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia ad omnia: nempe tota* OE *ad* EF *vt* FE *ad* EC. *Sunt itaque* OE, EF, EC, *continue proportionales. quod cum poſitum ſit, tempus per* AC *eſſe vt* AC, *erit* CE *tempus per* EC; *&* EF *tempus per totam* EO, *& reliquum* CF *per reliquam* CO; *eſt autem* CF *æqualis ipſi* CA; *ergo factum eſt quod fieri oportebat; eſt enim tempus* CA *tempus caſus per* AC *ex quiete in* A, CF *vero (quod æquatur* CA) *eſt tempus per* CO, *poſt deſcenſum per* EC, *ſeu poſt caſum per* AC; *quod eſt propoſitum. Notandum autem eſt, quod idem accidet, ſi præcedens latio non in perpendiculo fiat, ſed in plano inclinato, vt in ſequenti figura, in qua latio præcedens facta ſit per planum inclinatum* AS *infra horizontem* AE; *& demonſtratio eſt prorſus eadem.*



SCHOLIVM.

Si diligenter attendatur, manifeſtum erit, quod quo minus data lineã IR *deficit à tripla ipſius* AC, *eo planum inflexum, ſuper quod facien-*

da est secunda latio, puta CO, *accedit vicinus ad perpendiculum, in quo tandem in tempore æquali* AC *conficitur spatium ad* AC *triplum. Cum enim* IR *proxima fuerit ad triplicitatem* AC, *erit* IM *æqualis fere ipsi* MN. *Cumque, vt* IM *ad* MN *in constructione, ita fiat* AC

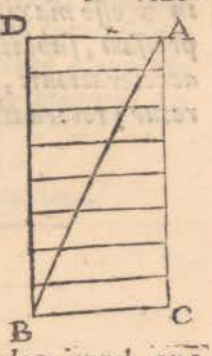


ad CE, *constat, ipsam* CE *paulo maiorem reperiri quam* CA, *&, quod consequens est, punctum* E *proximum reperiri puncto* A, *&* CO *cum* CS *acutissimum angulum continere, & fere mutuo coincidere. Econtra vero, si data* IR *minimum quid maior fuerit quam dupla eiusdem* AC, *erit* IM *breuissima linea: ex quo accidet, minimam quoque futuram esse* AC *respectu* CE, *quæ longissima erit, quam proximè accedet ad parallelam horizontalem per* C *productam. Indeque colligere possumus, quod, si in apposita figura post descensum per planum inclinatum* AC, *fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis esset* CT, *spatium, tempore æquali tempori descensus per* AC, *per quod mobile consequenter moueretur, esset duplum spatij* AC *exacte. Videtur autem, & hic accomodari consimilis rationatio: Apparet enim ex eo, cum* OE *ad* EF *sit vt* FE *ad* EC, *ipsam* FC *determinare tempus per* CO. *Quod si pars horizontalis* TC, *dupla* CA, *diuisa sit bifariam in* V, *extensa versus* X *in infinitum elongata erit, dum occursum cum producta* AE *quærit, & ratio infinitæ* TX *ad infinitam* VX, *non erit alia à ratione infinitæ* VX *ad infinitam* XC.

Istud idem alia aggressione concludere poterimus, consimile resumentes ratiocinium ei, quo vsi sumus in Propositionis primæ demonstratione. Resumentes enim triangulum ABC, *nobis repræsentans in suis parallelis, basi* BC, *velocitatis gradus continue adauctos iuxta temporis incrementa; ex quibus, cum infinitæ sint, veluti infinita sunt puncta in*

linea

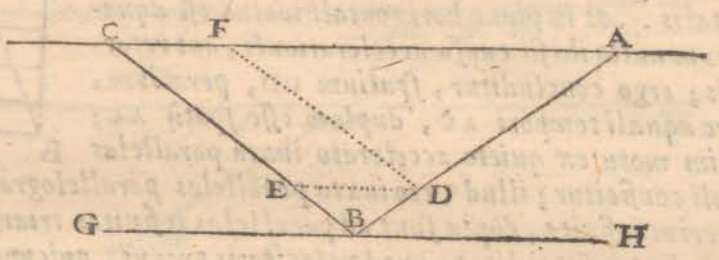
linea AC, *& instantia in quouis tempore: exurget superficies ipsa trianguli, si intelligamus, motus per alterum tantum temporis continuari, sed non amplius motu accelerato; verum æquabili; iuxta maximum gradum velocitatis acquisitæ, qui gradus repræsentatur per lineã* BC. *Ex talibus gradibus conflabitur aggregratum consimile parallelogrammo* ADEC, *quod duplum est triãguli* ABC. *Quare spatium, quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatij peracti cum gradibus velocitatis à triangulo* ABC *repræsentatis. At in plano horizontali motus est æquabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis, aut retardationis; ergo concluditur, spatium* CD, *peractum tempore æquali tempori* AC, *duplum esse spatij* AC; *hoc enim motu ex quiete accelerato iuxta parallelas trianguli conficitur; illud vero iuxta parallelas parallelogrammi, quæ, dum fuerint infinitæ, duplæ sunt ad parallelas infinitas trianguli.*



Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indelebiliter impressus, dum externæ causæ accelerationis aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali plano contingit: nam in planis decliuibus adest iam causa accelerationis maioris, in accliuibus vero retardationis. Ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque æternum: si enim est æquabilis, non debilitatur, aut remittitur, & multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum à mobili acquisito suapte natura indelebili atque æterno, considerandum occurrit, quod, si post descensum per planum decliue fiat reflexio per aliud planum accliue, iam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quale mixtio quædam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquisitæ in præcedenti descensu, qui per se uniformiter mobile in infinitum abduceret, & naturalis propensionis ad motum deorsum iuxta illam eandem proportionẽ accelerationis, iuxta quam semper mouetur. Quare admodum rationabile videbitur, si, inquirentes, quænam contingant accidentia, dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod accliue, accipiamus gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano seruari; attamen in ascensu ei super venire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex quiete acceleratum iuxta semper acceptam proportionem. Quod si forte hæc intelligere fuerit sub obscurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

Intelligatur itaque factum esse descensum per planum decline AB, *ex*

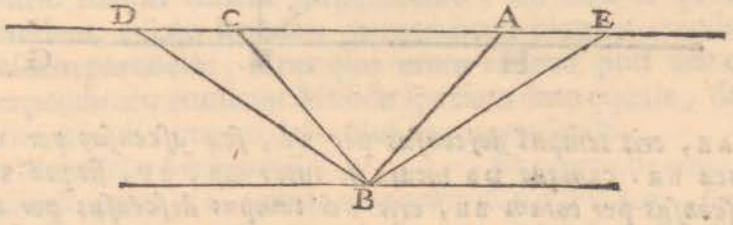
quo per aliud accliue BC continuetur motus reflexus; & sine prima plana æqualia, & ad æquales angulos super horizontem GH eleuata. Constat iam, quod mobile ex quiete in A, descendens per AB, gradus acquirit velocitatis iuxta temporis ipsius incrementum: gradum vero in B esse maximum acquisitorum, & suapte natura immutabiliter impressum, sublatis scilicet causis accelerationis nouæ, aut retardationis: accelerationis, inquam, si adhuc super extenso plano vlterius progrederetur; retardationis vero, dum super planum accliue BC fit reflexio;



in horizontali autem GH æquabilis motus iuxta gradum velocitatis ex A in B, acquisitæ in infinitum extenderetur. Esset autem talis velocitas, vt in tempore æquali tempori descensus per AB in horizonte conficeret spatium duplum ipsius AB. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu æquabiliter moueri per planum BC, adeo vt etiam in hoc tempore æquali tempori descensus per AB conficeret super BC extenso spatium duplum ipsius AB. Verum intelligamus statim atque ascendere incipit, ei suapte natura superuenire illud idem, quod ei contigit ex A super planum AB, nempe descensus quidam ex quiete secundum gradus eosdem accelerationis, vi quorum, vt in AB contigit, tempore eodem tantumdem descendat in plano reflexo, quantum descendit per AB: manifestum est, quod ex eiusmodi mixtione motus æquabilis ascendentis, & accelerati descendentis, perducetur mobile ad terminum C per planum BC, iuxta eosdem velocitatis gradus, qui erunt æquales. Quod vero sumptis vtcunque duobus punctis DE, æqualiter ab angulo B remotis, transitus per DB fiat tempore æquali tempori reflexionis per BE, hinc colligere possumus. Ducta DF erit parallela ad BC; constat enim, descensum per AD reflecti per DF. quod si post D mobile feratur per horizontalem DE, impetus in E erit idem cum impetu in D. ergo ex E ascendet in C. ergo gradus velocitatis in D est æqualis gradui in E. Ex his igitur rationabiliter asserere possumus, quod, si per aliquod planum inclinatum fiat descensus, post quem sequatur reflexio per planum eleuatum, mobile per impetum conceptum ascendet vsque ad eandem altitudinem, seu eleuationem ab horizonte. Vt si fiat

descen-

descensus per AB, *feretur mobile per planum reflexum* BC, *vsque ad horizontalem* ACD; *non tantum si inclinationes planorum sint æquales, verum etiam si inæquales sint, qualis est plani* BD. *assumptum enim prius est, gradus velocitatis esse æquales, qui super planis inæqualiter inclinatis acquiruntur, dum ipsorum planorum eadem fuerit supra horizontem eleuatio. Si autem existente eadem inclinatione planorum* EB, BD, *descensus per* EB *impellere valet mobile per planum* BD



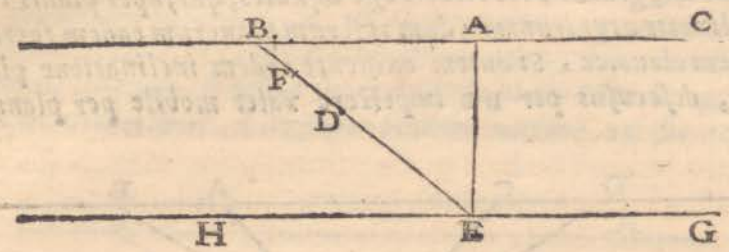
vsque ad D, *cum talis impulsus fiat propter conceptum velocitatis impetum in puncto* B; *sitque idem impetus in* B; *seu descendat mobile per* AB, *seu per* EB; *constat, quod expelletur pariter mobile per* BD, *post descensum per* AB, *atque per* EB. *Accidet vero, quod tempus ascensus per* BD *longius erit, quam per* BC, *prout descensus quoque per* EB *longiori fit tempore, quam per* AB: *ratio autem eorundem temporum iam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo, vt inquiramus proportionem spatiorum temporibus æqualibus peractorum in planis, quorum diuersæ sint inclinationes, eædem tamen eleuationes: hoc est, quæ inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit iuxta sequentem rationem.*

THEOR. XV. PROPOS. XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo, & plano eleuato ab eius imo termino, spatium, quod à mobili post casum in perpendiculo, super plano eleuato conficitur in tempore æquali tempori casus, maius est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum eiusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales BC, HG, *sint perpendiculum* AE, *& planum eleuatum* EB, *super quo post casum in perpendiculo* AE *ex termino* E, *fiat reflexio versus* B. *Dico, spatium, per quod mobile ascendit in tempore æquali tempori descensus* AE, *maius esse quam* AE, *minus vero quam duplum eiusdem* AE. *Ponatur* ED, *ipsi* AE *æquale, & vt* EB *ad* BD, *ita fiat* DB *ad* BF. *Ostendetur primo, punctum* F *esse signum, quo mobile motu reflexo per* EB *perueniet tempore*

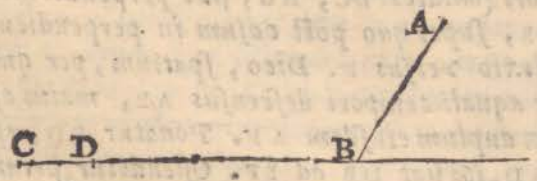
pore æquali tempori AE: *deinde*, EF *maius esse quam* EA; *minus vero quam duplum eiusdem. Si intelligamus, tempus descensus per* AB,



esse vt AE, *erit tempus descensus per* BE, *seu ascensus per* EB, *vt ipsa linea* BE: *cumque* DB *media sit inter* BB, BF, *sitque* BB *tempus descensus per totam* BE, *erit* BD *tempus descensus per* BF, *& reliqua* DE *tempus descensus per reliquam* FE. *Verum id est tempus per* FB *ex quiete in* B, *atque tempus ascensus per* EF, *dum in* B *fuerit velocitatis gradus per descensum* BE *seu* AE *acquisitus: ergo idem tempus* DE *erit id, in quo mobile post casum ex* A *per* AE, *motu reflexo per* EB, *peruenit ad signum* F. *Positum autem est,* ED *esse æquale ipsi* AE. *quod erat primo ostendendum. Et quia, vt tota* EB *ad totam* BD, *ita ablata* DB *ad ablatam* BF, *erit, vt tota* EB *ad totam* BD, *ita reliqua* ED *ad* DF. *Est autem* EB *maior* BD: *ergo & ea maior* DF, *&* EF *minor quam dupla* DE, *seu* AE; *quod erat ostendendum. Idem autem accidet, si motus præcedens non in perpendiculo, sed in plano inclinato fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus accliue, nempe longius plano declini.*

THEOR. XVI. PROPOS. XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis, vt dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.



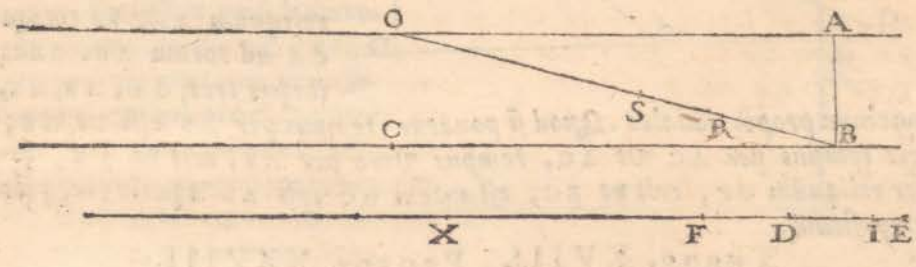
Sit linea horizontis CB, *planum inclinatum* AB, *& post casum per* AB *sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium* BD. *Dico, tempus casus per* AB, *ad tempus motus per* BD, *esse, vt dupla* AB *ad* BD. *Sumpta*

pta enim BC *ipsius* AB *dupla, constat ex prædemonstratis, tempus casus per* AB *æquari tempori motus per* BC: *sed tempus motus per* BC, *ad tempus motus per* DB, *est, vt linea* CB *ad lineam* BD: *ergo tempus motus per* AB, *ad tempus per* BD, *est, vt dupla* AB *ad* BD. *quod erat probandum.*

PROBL. X. PROPOS. XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio maiori eodem perpendiculo, sed minori quam duplo eiusdem, eximo termino perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat Mobile spatium dato æquale, & in tempore æquali tempori descensus in perpendiculo.

Inter Parallelas horizontales AO, BC, *sit perpendiculum* AB; FB *vero maior sit quam* BA, *minor vero quam dupla eiusdem. Oportet ex* B *planum inter horizontales erigere, super quo Mobile post casum ex* A *in* B, *motu reflexo, in tempore æquali tempori descensus per* AB *conficiat ascendendo spatium æquale ipsi* EF. *Ponatur* ED *æqualis* AB, *erit reliqua* DF *minor, cum tota* EF *minor sit quam dupla ad* AB: *sit* DI *æqualis* DF, *&, vt* EI *ad* ID, *ita fiat* DF *ad aliam* FX, *atq;*



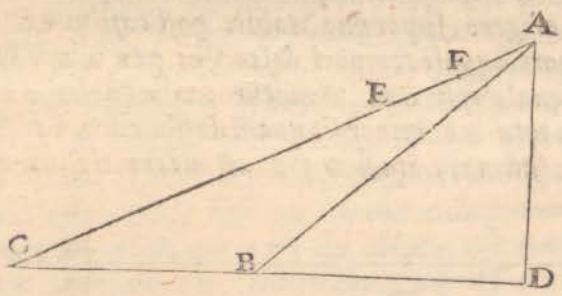
ex B *reflectatur rectâ* BO, *æqualis* EX. *Dico planum per* BO *esse illud, super quo post casum* AB *Mobile in tempore æquali tempori casus per* AB *pertransit, ascendendo spatium æquale dato spatio* EF. *Ipsis* ED, DF, *æquales ponantur* BR, RS. *Cum enim sit, vt* EI *ad* ID, *ita* DF *ad* FX: *erit componendo, vt* ED *ad* DI, *ita* DX *ad* XF; *hoc est, vt* ED *ad* DF, *ita* DX *ad* XF, *&* EX *ad* XD; *hoc est, vt* BO *ad* OR, *ita* RO *ad* OS. *Quod si ponamus, tempus per* AB, *esse* AB; *erit tempus per* OB, *ipsa* OB; *&* RO *tempus per* OS; *&* R *reliqua* B *tempus per reliquum* SB, *descendendo ex* O *in* B. *Sed tempus descensus per* SB *ex quiete in* O, *est æquale tempori ascensus ex* B *in* S *post descensum* AB: *ergo* BO *est planum ex* B *eleuatum, super quo post*

descensum per AB *conficitur tempore* BR *seu* BA *spatium* BS, *æquale spatio dato* EF. *Quod facere oportebat.*

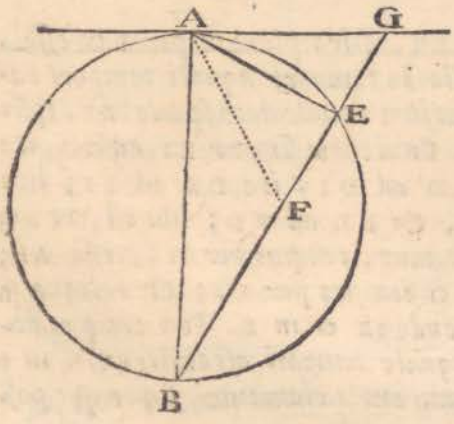
THEOR. XVII. PROPOS. XXVII.

Si in planis inæqualibus, quorum eadem sit eleuatio, descendat Mobile: spatium, quod in ima parte longioris conficitur in tempore æquali ei, in quo conficitur totum planum breuius, est æquale spatio, quod componitur ex ipso breuiori plano, & ex parte, ad quam idem breuius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum, quo longius breuius superat.

Sit planum AC *longius,* AB *vero breuius, quorum eadem sit eleuatio* AD; *& ex ima parte* AC, *sumatur* CE, *æquale ipsi* AB; *& quam rationem habet totum* CA *ad* AE, (*nempe ad excessum plani* CA *super* AB,) *hanc habeat* CE *ad* EF. *Dico, spatium* FC *esse illud quod conficitur post discessum ex* A *tempore, æquali tempori descensus per* AB. *Cum enim totum* CA *ad totum* AB, *sit vt ablatum* CE *ad ablatum* EF; *erit reliquum* EA *ad reliquum* AF, *vt totum* CA *ad totum* AE. *Sunt itaque tres,* CA, AE, AF, *continue proportionales. Quod si ponatur, tempus per* AB *esse vt* AB; *erit tempus per* AC *vt* AC, *tempus vero per* AF, *erit vt* AE, *& per reliquum* FC, *erit vt* EC; *est autem* EC *ipsi* AB *æquale: ergo sit propositum.*



THEOR. XVIII. PROPOS. XXVIII.



Tangat horizontalis linea AG *circulum, & à contactu sit diameter* AB, *& duæ chordæ vtcunque* AEB. *Determinanda sit ratio temporis casus per* AB, *ad tempus descensus per ambas* AEB. *Extendatur* BE *vsque ad tangentem in* G, *& angulus* BAE *bifariam secetur, ducta* AF. *Dico, tempus per* AB, *ad tempus per* AEB, *esse vt* AE *ad* AEF. *Cum enim angulus* FAB *æqualis sit angulo* FAE; *angulus vero*

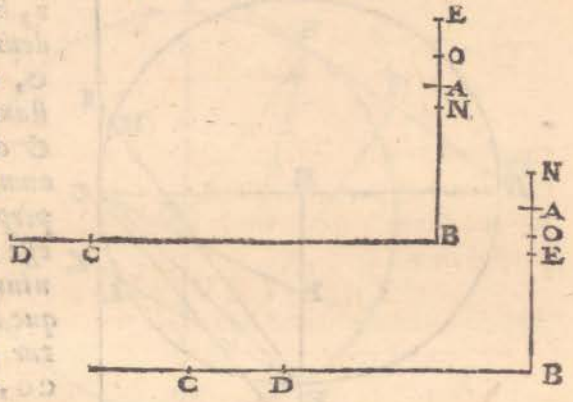
vero BAG angulo ABF; erit totus GAF duobus FAB, ABF æqualis; quibus æquatur quoque angulus GFA; ergo linea GF ipsi GA est æqualis. Et quia rectangulum BGE æquatur quadrato GA; erit quoq; æquale quadrato GF, & tres lineæ, BG, GF, GE, proportionales. Quod si ponatur, AE esse tempus per AE, erit GE tẽpus per GE; & GF tempus per totã GB, & EF tempus per EB, post descensum ex G, seu ex A, per AE. Tempus igitur per AE, seu per AB, ad tempus per AEB, est, vt AE ad AEF; quod erat determinandum.

Aliter breuius. Secetur GF, æqualis GA; constat, GF esse mediam proportionalem inter BG, GE. Reliqua vt supra.

PROBL. XI. PROPOS. XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cuius termino erectum sit perpendiculum, in quo summatur pars æqualis dimidio spatij in horizontali dato, Mobile ex tali altitudine descendens, & in horizontali conuersum, conficiet horizontale spatium vna cum perpendiculo breuiori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

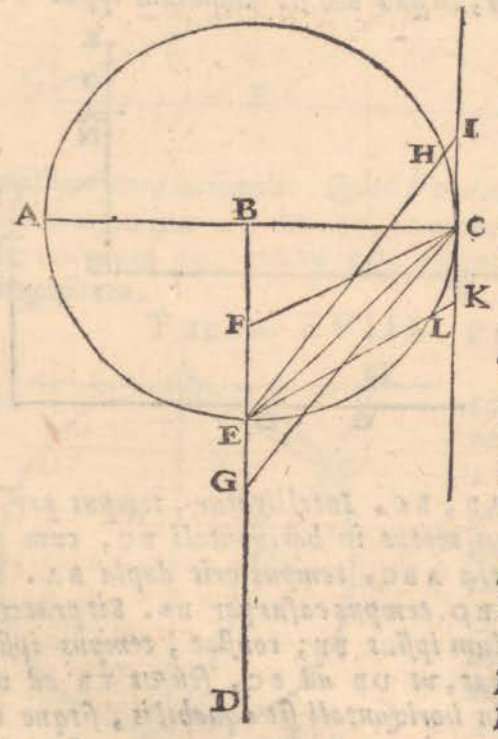
Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium BC, & ax termino B sit perpendiculum, in quo BA sit dimidium ipsius BC. Dico, tempus, quo Mobile ex D demissum conficiet ambo spatia, AB, BC, esse temporum omnium breuissimum, quibus idem spatium BC cum parte perpendiculi, siue maiori, siue minori parte AB, conficeretur. Sit sũpta maior, vt in prima figura, vel minor, vt in secunda, EB. Ostendendum est, tempus, quo conficiuntur spatia EB, BC, longius esse tempore quo conficiuntur AB, BC. Intelligatur, tempus per AB esse vt AB; erit quoque tempus motus in horizontali BC, cum BC dupla sit ad AB & per ambo spatia ABC, tempus erit dupla BA. Sit BO media inter EB, BA. Erit BO tempus casus per EB. Sit præterea horizontale spatium BD, duplum ipsius BE; constat, tempus ipsius post casum EB esse idem BO. Fiat, vt DB ad BC, seu vt EB ad BA; ita OB ad BN: & cum motus in horizontali sit æquabilis, sitque OB tempus per BD post casum ex B, erit NB tempus per BC post casum



ex eadem altitudine EB. *Ex quo conſtat*, OB, *cum* AN *eſſe tempus per* EBC. *cumque dupla* BA *ſit tempus per* ABC; *oſtendendum relinquitur*, OB *cum* BN *maiora eſſe quam dupla* BA. *Cum autem* OB *media ſit inter* EB, BA; *ratio* EB *ad* BA *dupla eſt rationis* OB *ad* BA: *& cum* EB *ad* BA *ſit, vt* OB *ad* BN: *erit quoque ratio* OB *ad* BN *dupla rationis* OB *ad* BA. *verum ipſa ratio* OB *ad* BN *componitur ex rationibus* OB *ad* BA, *&* AB *ad* BN: *ergo ratio* AB *ad* BN *eſt eadem cum ratione* OB *ad* BA. *Sunt igitur* BO, BA, BN *tres continue proportionales, &* OB *cum* BN *maiores quam dupla* BA. *Ex quo patet propoſitum.*

THEOR. XIX. PROPOS. XXX.

Si ex aliquo puncto lineę horizontalis deſcendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali ſumpto ducendum ſit planum vſque ad perpendiculum, per quod Mobile tempore breuiſſimo vſque ad perpendiculum deſcendat: tale planum erit illud, quod de perpendiculo abſcindit partem ęqualem diſtantię puncti accepti in horizontali à termino perpendiculi.



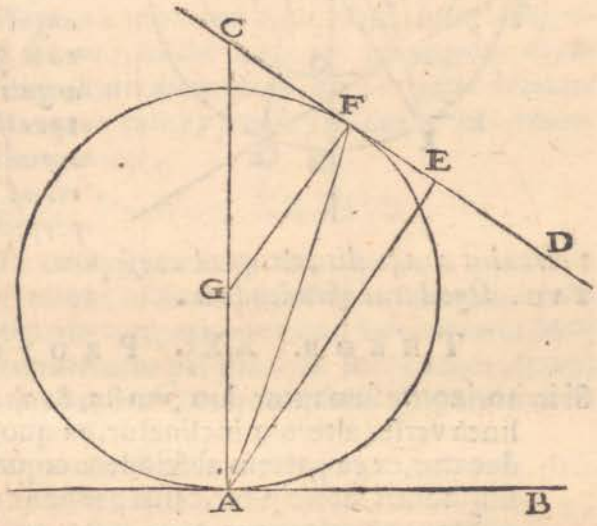
Sit perpẽdiculum BD *ex puncto* B, *horizontalis linea* AC *deſcendens, in qua ſit quodlibet punctum* C, *& in perpendiculo ponatur diſtantia* BE *æqualis diſtantiæ* BC, *& ducatur* CE. *Dico, planorum omnium ex puncto* C *vſque ad perpendiculum inclinatorum* CE *eſſe illud, ſuper quo tempore omnium breuiſſimo fit deſcenſus vſque ad perpendiculum. Inclinentur enim ſupra & infra plana* CF CG, *& ducatur* IK *circulum ſemidiametro* BC *deſcriptum tangens in* C, *quæ erit perpendiculo æquidiſtans: & ipſi* CF *parallelà ſit* EK, *vſque ad tangentem protracta, ſecans circumferentiam circuli in* L. *conſtat tempus caſus per* LE, *eſſe æquale tempori caſus per* CE, *ſed tempus per* KE *eſt longius, quam per* LE; *ergo tempus*

pus per KE *longius est, quam per* CE; *sed tempus per* KE, *æquatur tempori per* CF, *cum sint æquales, & secundum eandem inclinationem ductę: similiter cum* CG, *&* IE *sint æquales, & iuxta eandem inclinationem inclinatæ, temporalationum per ipsas erunt æqualia; sed tempus per* HE *breuiorem ipsa* IE, *est breuius tempore per* IE; *ergo tempus quoque per* CE, (*quod æquatur tempori per* HE,) *breuius erit tempore per* IE. *Patet ergo propositum.*

THEOR. XX. PROPOS. XXXI.

Si linea recta super horizontalem fuerit vtcunque inclinata: planum à dato puncto in horizontali vsque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium breuissimo, est illud, quod bifariam diuidit angulum contentum à duabus perpendicularibus à dato puncto extensis, vna ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.

Sit CD *linea supra horizontalem* AB *vtcunque inclinatà, datoque in horizontali quocunque puncto* A, *educantur ex eo* AC *perpendicularis ad* AB, AE *vero perpendicularis ad* CD, *& angulum* CAE *bifariam diuidat* FA *lineà. Dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineæ* CD *ad punctum* A *inclinatorum extensum per* FA *esse, in quo tempore omnium breuissimo fiat descensus. Ducatur* FG *ipsi* AE *parallela, erũt anguli* GFA, FAE *coalterni æquales: est autem* EAF *ipsi* FAG *æqualis ergo trianguli latera* FG, GA *æqualia erunt. Si itaque centro* G *interuallo* GA *circulus describatur, transibit per* F, *& horizontalem, & inclinatam tanget in punctis* AF: *est enim angulus* GFC *rectus, cum* GF *ipsi* AE *sit æquidistans: ex quo constat lineas omnes vsque ad inclinatam ex puncto* A *productas extra circumferentiam extendi, & quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolui, quam per* FA. *Quod erat demonstrandum.*

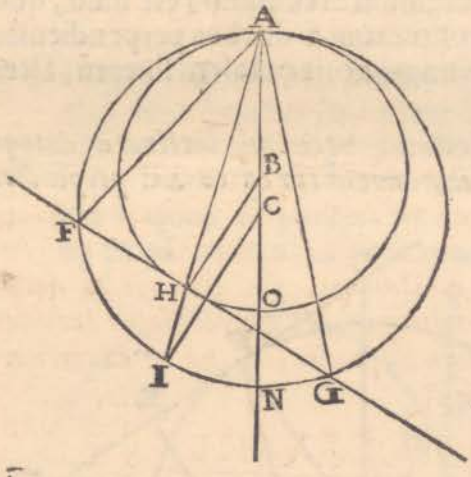


LEM-

LEMMA.

Si duo circuli ſe ſe intus contingãt, quorum interiorem quælibet linea recta contingat, exteriorem vero ſecet, tres lineæ à contactu circulorum ad tria puncta rectę lineæ tangentis, nempe ad contactum interioris circuli, & ad ſectiones exterioris protractæ angulos in contactu circulorum æquales continebunt.

Tangant ſe intus in puncto A *duo circuli, quorum centra* B *minoris:* C *maioris: interiorem vero circulum contingat recta quælibet linea* FG *in puncto* H, *maiorem autem ſecet in punctis* FG, *& connectantur tres lineæ* AF, AH, AG. *Dico, angulos ab illis contentos* FAH, GAH *eſſe æquales. Extendatur* AH *vſque ad circumferentiam in* I, *& ex centris producantur* BH, CI, *& per eadem centra ducta ſit* BC, *quæ extenſa cadet in contactum* A, *& in circumferentias circulorum in* O, *&* N. *Et quia anguli* ICN, HBO *æquales sũt, cum quilibet ipſorum duplus ſit anguli* IAN, *erunt lineæ* BH, CI *parallelæ. Cumque* BH *ex cẽtro ad contactum ſit perpẽdicularis ad* FG, *erit quoque ad eandem perpendicularis* CI, *& arcus* FI *arcui* IG *æqualis, & quod conſequens eſt, angulus* FAI, *angulo* IAG. *Quod erat oſtendendum.*



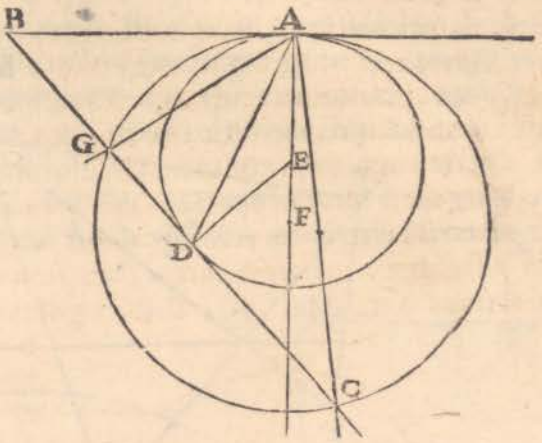
THEOR. XXI. PROPOS. XXXII.

Si in horizonte ſumantur duo puncta, & ab altero ipſorum quælibet linea verſus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abſcindens æqualem ei, quæ inter puncta horizontis intercipitur, caſus per hanc ductam citius abſoluetur, quam per quaſcunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In alijs autem, quæ per angulos ęquales hinc inde ab hac diſtiterint, caſus fiunt temporibus inter ſe ęqualibus.

Sint in horizonte duo puncta AB, *& ex* B *inclinetur recta* BC, *in qua ex termino* B *ſumatur* BD *ipſi* BA *æqualis, & iungatur* AD. *Dico, caſum per* AD *velocius fieri, quam per quamlibet ex* A *ad inclinatam* BC *productam. Ex punctis enim* AD *ad ipſas* BA, BD, *per-*

pen-

pendiculares ducantur AE, DE, *seſe in* E *ſecantes; & quia in trian-*



gulo æquicruri ABD, *anguli* BAD, BDA *ſunt æquales, erunt reliqui ad rectos* DAE, EDA *æquales; ergo centro* E *interuallo* EA *deſcriptus circulus per* D *quoque tranſibit: & lineas* BA, BD, *tanget in punctis* AD. *Et cum* A *ſit terminus perpẽdiculi* AE, *caſus per* AD *citius abſoluetur, quam per quamcunque aliam ex eodem termino* A *vſque ad lineam* BC *vltra circumferentiam circuli extenſam; quod erat primo oſtendendum.*

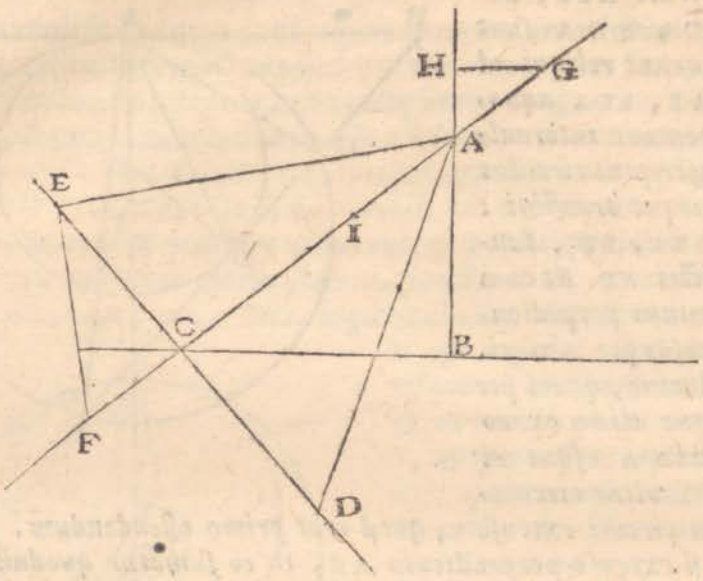
Quod ſi extenſo perpendiculo AE, *in eo ſumatur quoduis centrum* F, *& ſecundum interuallum* FA *circulus* AGC *deſcribatur tangentem lineam in punctis* GC *ſecans: iunctæ* AG, AC *per angulos æquales à media* AD *ex ante demonſtratis dirimentur, & per ipſas lationes temporibus æqualibus abſoluentur, cum ex puncto ſublimi* A *ad circumferentiam circuli* AGO *terminentur.*

PROBL. XII. PROPOS. XXXIII.

Dato perpendiculo, & plano ad ipſum inclinato, quorum eadem ſit altitudo, idemque terminus ſublimis, punctum in perpendiculo ſupra terminum communem reperire, ex quo ſi demittatur Mobile, quod poſtea, conuertatur per planum inclinatum, ipſum planum conficiat tempore eodem, quo ipſum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum, & planum inclinatum, quorum eadem ſit altitudo, AE, AC. *Oportet in perpendiculo* BA, *producto ex parte* A, *punctum reperire, ex quo deſcendens Mobile conficiat ſpatium* AC *eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum* AE *ex quiete in* A. *Ponatur* DCE *ad angulos rectos ad* AC, *& ſecetur* CD *æqualis* AE, *& iungatur* AD: *erit angulus* ADC *maior angulo* CAD. (*eſt enim* CA *maior quam* AE, *ſeu* CI.) *fiat angulus* DAE *æqualis angulo* ADE, *& ad ipſam* AE *perpendicularis ſit* EF *plano inclinato & vtrinque extenſo occurrens in* F, *& vtraque* AI, AG *ponatur ipſi* CF *æqualis, & per* G *ducatur* GH *horizonti æquidiſtans. Dico,* H *eſſe pũctum, quod quæritur.*

Intel-



Intelligatur enim tempus càſus per perpendiculum AB, *eſſe* AB, *erit tempus per* AC, *ex quiete in* A, *ipſamet* AC. *Cumque in triangulo rectangulo* AEF *ab angulo recto* E *perpendicularis ad baſim* AF, *ſit acta* EC, *erit* AE *media inter* FA, AC, *&* CE *media inter* AC, CF, *hoc eſt, inter* CA, AI. *& cum ipſius* AC *tempus ex* A, *ſit* AC; *erit* AE *tempus totius* AF, *&* EC *tempus ipſius* AI. *Quia Vero in triangulo æquicruri* AED, *latus* AE *eſt æquale lateri* ED, *erit* ED *tempus per* AF, *& eſt* EC *tempus per* AI. *Ergo* CD, *hoc eſt* AB, *erit tempus per* IF *ex quiete in* A, *quod idem eſt ac ſi dicamus,* AB *eſſe tempus per* AC *ex* G, *ſeu ex* H. *quod erat faciendum.*

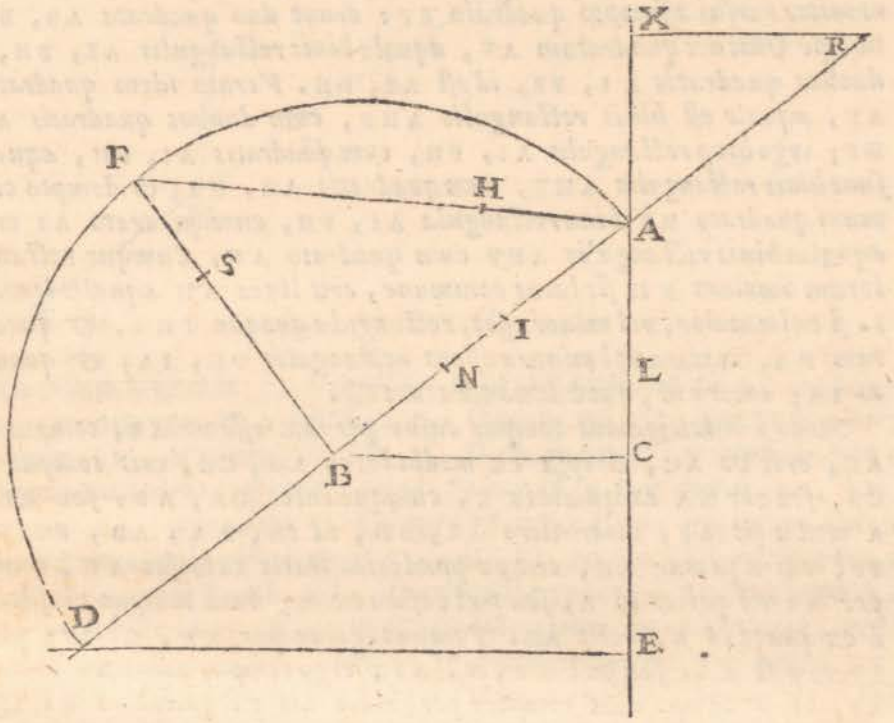
PROBL. XIII. PROPOS. XXXIV.

Dato plano inclinato,& perpendiculo, quorum idem ſit ſublimis terminus, punctum ſublimius in perpendiculo extenſo reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum inclinatum conuerſum, vtrumque conficiat tempore eodem, ac ſolum planum inclinatum ex quiete in eius ſuperiori termino.

Sint planum inclinatum,& perpendiculum, AB, AC, *quorum idem ſit terminus* A. *Oportet in perpendiculo ad partes* A *extenſo punctum ſublime reperire, ex quo Mobile decidens, & per planum* AB *conuerſum, partem aſſumptam perpendiculi, & planum* AB, *conficiat tempore eodem, ac ſolum planum* AB *ex quiete in* A.

Sit

Sit horizontalis linea BC, *& secetur* AN *æqualis* AC: *& vt* AB *ad* BN; *ita fiat* AL *ad* LC: *& ipsi* AL *ponatur æqualis* AI, *& ipsarum* AC, BI, *tertia proportionalis sit* CE *in perpendiculo* AC *producto signata. Dico,* CE *esse spatium quæsitum: adeo vt extenso perpendiculo supra* A, *& assumpta parte* AX *ipsi* CE *æquali, Mobile ex* X *conficiet vtrumque spatium* XAB *æquali tẽpore, ac solũ* AB *ex* A. *Ponatur horizontalis* XR *æquidistans* BC, *cui occurrat* BA *extensa in* R, *deinde producta* AB *in* D, *ducatur* ED *æquidistans* CB, *& supra* AD *semicirculus describatur, & ex* B *ipsi* DA *perpendicularis erigatur* BF *vsque ad circumferentiam. Patet* FB *esse mediam inter* AB, BD, *& ductam* FA *mediam inter* DA, AB. *Ponatur* BS *æqualis* BI, *&* FH *æqualis* FB. *Et quia, vt* AB *ad* BD, *ita* AC *ad* CE, *est quę* BF *media inter* AB, BD, *&* BI *media inter* AC, CE; *erit vt* BA *ad* AC, *ita* FB *ad* BS. *Et cum sit vt* BA *ad* AC, *seu ad* AN; *ita* FB *ad* BS, *erit per conuersionem rationis* BF *ad* FS, *vt* AB *ad* BN, *hoc est,* AL *ad* LC. *rectangulum igitur sub* FB, CL, *æquatur rectangulo sub* AL, SF; *hoc autem rectangulum* AL, SF, *est excessus*



ſus rectanguli ſub AL, FB, *ſeu* AI, BF, *ſuper rectangulo* AI, BS, *ſeu* AIB; *rectangulum vero* FB, LC *eſt exceſſus rectanguli* AC, BF, *ſuper rectãgulo* AL, BF; *rectangulum autem* AC, BF, *æquatur rectangulo* ABI. (*eſt enim vt* BA *ad* AC, *ita* FB, *ad* BI) *exceſſus igitur rectanguli* ABI, *ſuper rectangulo* AI, BF, *ſeu* AI, FH, *æquatur exceſſui rectanguli* AI, FH, *ſuper rectangulo* AIB; *ergo bina rectangula* AI, FH, *æquantur duobus* ABI, AIB: *nempe binis* AIB, *cum quadrato* BI. *Commune ſumatur quadratum* AI, *erunt bina rectangula* AIB, *cum duobus quadratis* AI, IB; *nempe quadratum ipſum* AB, *æquale binis rectangulis* AI, FH, *cum quadrato* AI *communiter rurſus aſſumpto quadrato* BF: *erunt duo quadrata* AB, BF; *nempe vnicum quadratum* AF, *æquale binis rectangulis* AI, FH, *cũ duobus quadratis* AI, FB, *id eſt* AI, FH. *Verum idem quadratum* AF, *æquale eſt binis rectangulis* AHF, *cum duobus quadratis* AH, HF; *ergo bina rectangula* AI, FH, *cum quadratis* AI, FH, *æqualia ſunt binis rectangulis* AHF, *cum quadratis* AH, HF; *& dempto communi quadrato* HF *bina rectangula* AI, FH, *cum quadrato* AI *erunt æqualia binis rectangulis* AHF *cum quadrato* AH. *Cumque rectangulorum omnium* FH *ſit latus commune, erit linea* AH *æqualis lineæ* AI. *ſi enim maior, vel minor eſſet, rectangula quoque* FHA, *& quadratum* HA, *maiora vel minora eſſent rectangulis* FH, IA, *& quadrato* IA; *contra id, quod demonſtratum eſt.*

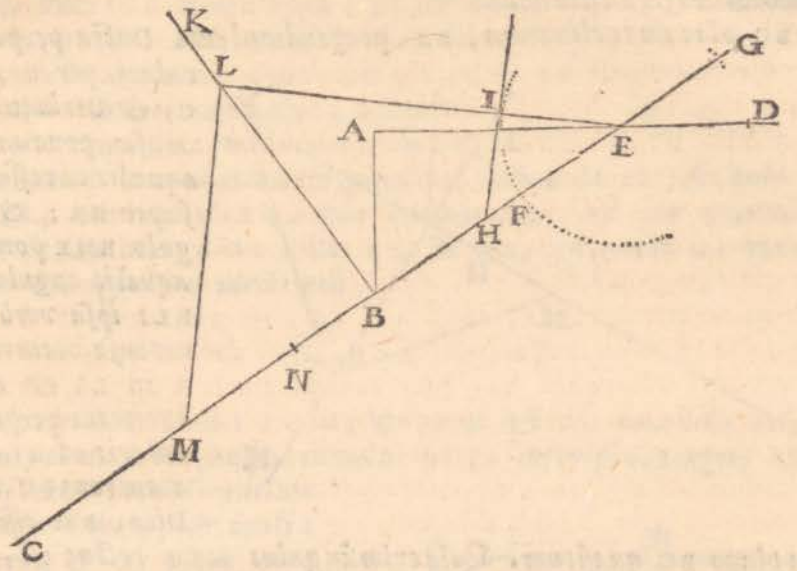
Modo ſi intelligamus tempus caſus per AB *eſſe vt* AB, *tempus per* AC, *erit vt* AC, *& ipſa* IB *media inter* AC, CE, *erit tempus per* CE, *ſeu per* XA *ex quiete in* X, *cumque inter* DA, AB, *ſeu* RB, BA *media ſit* AF, *inter vero* AB, BD, *id eſt*, RA, AB, *media ſit* BF, *cui æquatur* FH, *erit ex prædemonſtratis exceſſus* AH, *tempus per* AB *ex quiete in* R, *ſeu poſt caſum ex* X; *dum tempus eiuſdem* AB *ex quiete in* A, *fuerit* AB. *Tempus igitur per* XA, *eſt* IB; *per* AB *vero poſt* RA, *ſeu poſt* XA, *eſt* AI; *ergo tempus per* XAB *erit, vt* AB, *idem nempe cum tempore per ſolam* AB *ex quiete in* A. *Quod erat propoſitum.*

PROBL. XIV. PROPOS. XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua ſola ex quiete fiat motus eodem tempore, atque in eadem cum perpendiculo.

Sit perpendiculum AB; *& ad ipſum inflexa* BC. *Oportet in* BC *partem accipere, in qua ſola ex quiete fiat motus eodem tempore, ac in eadem cum perpendiculo* AB. *Ducatur horizon* AD, *cui inclinata* CB *extenſa occurrat in* E *ponaturque* BF *æqualis* BA *& centro* E *inter-*

teruallo BF. *circulus describatur* FIG; *& ad circumferentiam vsque protrahatur in* G; *& vt* GB *ad* BF, *ita fiat* BH *ad* HF; *&* H

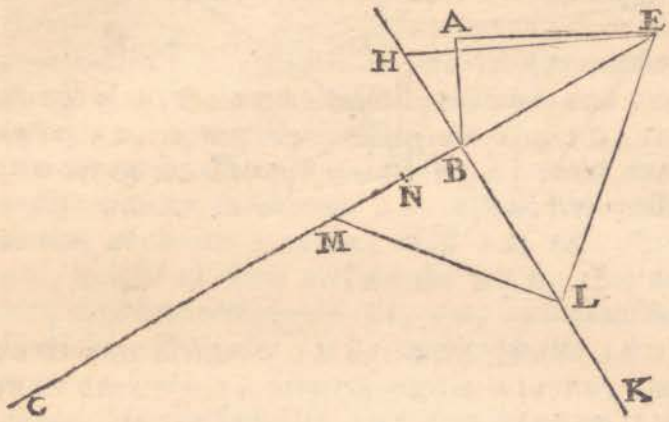


I *circulum tangat in* I. *Deinde ex* B *perpendicularis ad* FC *erigatur* BK; *cui occurrat in* L *linea* EIL. *tandem ipsi* EL *perpendicularis ducatur* LM, *occurrens* BG *in* M. *Dico, in linea* BM *ex quiete in* B *fieri motum eodem tempore, ac ex quiete in* A *per ambas* AB, BM. *Ponatur* BN, *æqualis* EL. *Cumque vt* GB *ad* BF, *ita sit* BH *ad* HF; *erit permutando, vt* GB *ad* BH, *ita* BF *ad* FH; *& diuidendo,* GH *ad* HB, *vt* BH *ad* HF. *Quare rectangulum* GHF *quadrato* HB *erit æquale: sed idem rectangulum æquatur quoque quadrato* HI. *ergo* BH *ipsi* HI *est æqualis. Cumque in quadrilatero* ILBH *latera* HB, HI, *sint æqualia, & anguli* B, I, *recti, erit latus quoque* BL, *ipsi* LI *æquale: est autem* EI *æqualis* EF; *ergo tota* LE, *seu* NE, *duabus* LB, EF, *est æqualis: auferatur communis* EF; *erit reliqua* FN, *ipsi* LB *æqualis. at posita est* FB *æqualis ipsi* BA: *ergo* LB *duabus* AB, BN *æquatur. Rursus si intelligatur, tempus per* AB *esse ipsam* AB; *erit tempus per* EB *ipsi* BB *æquale: tempus autem per totam* EM *erit* EN, *media scilicet inter* ME, EB. *quare reliquæ* BM *tempus casus post* EB, *seu post* AB, *erit ipsa* BN. *Positum autem est, tempus per* AB *esse* AB: *ergo tempus casus per ambas* ABM *est* ABN. *cum autem tempus per* EB *ex quiete in* E *sit* EB; *tempus per* BM *ex quiete in* B *erit media proportionalis inter* BE, BM. *hæc autem est* BI. *tē-*

pus igitur per ambas ABM *ex quiete in* A *eſt* ABN; *tempus verò per* BM *ſolam ex quiete in* B *eſt* BL. *oſtenſum autem eſt,* BL *eſſe æqualem duabus* AB, BN. *ergo patet propoſitum.*

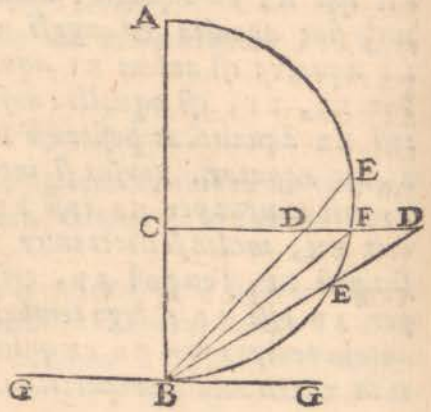
Aliter magis expedite.

Sit BC *planum inclinatum,* BA *perpendiculum. Ducta perpendiculari per* B *ad* BC, *& vtrinque extenſa, ponatur* BH *æqualis exceſſui* BE *ſuper* BA: *& angulo* BHE *ponatur æqualis angulus* HBL: *ipſa verò* BL *extenſa occurrat* BK *in* L; *& ex* L *excitetur perpendicularis ad* BL, LM *occurrens* BC *in* M. *Dico,* BM *eſſe ſpatium in plano* BC *quæſitum. Quia enim angulus* MLB *rectus eſt, erit* BL *media inter* MB, BE; *&* LE *media inter* MB, EB. *cui* BL *ſecetur æqualis* BN; *& erunt tres lineæ* NB, BL, LH, *æquales: &* HB *erit exceſſus* NB, *ſuper* BL. *Verum eadem* HB *eſt etiam exceſſus* NB *ſuper* NB, BA. *ergo duæ* NB, BA, *æquales ſunt* BL. *Quod ſi ponatur,* EB *eſſe tempus per* EB; *erit* BL *tempus per* BM *ex quiete in* B; *&* BN *erit tempus eiuſdem poſt* EB, *ſeu poſt* AB; *&* AB *erit tempus per* AB. *ergo tempora per* ABM, *nempe* ABN, *æqualia ſunt tempori per ſolam* BM *ex quiete in* B. *quod eſt intentum.*



LEMMA.

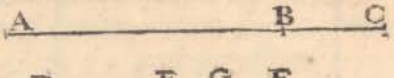
Sit DC *ad diametrum* BA *perpendiculáris, & à termino* B *educatur* BED *vtcunque, & connectatur* FB. *Dico,* FB *inter* DB, BE, *eſſe mediã. Connectatur* EF: *& per* B *ducatur tangens* BG; *quæ erit ipſi* CD *parallela: quare angulus* DBG *angulo* FDB *erit æqualis. at eidem* GBD *æquatur quoque angulus* EFB *in portione alterna: ergo ſimilia ſunt triangula* FBD, FEB; *&, vt* BD *ad* BF, *ita* FB *ad* BE.



LEM;

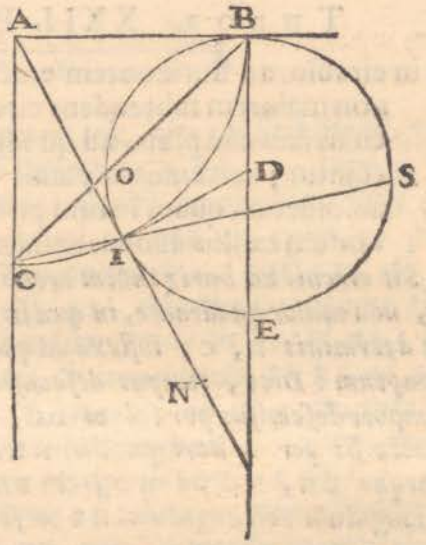
LEMMA.

Sit linea AC *maior ipsa* DF; *& habeat* AB *ad* BC *maiorem rationem, quam* DE *ad* EF. *Dico,* AB *ipsa* DE *esse maiorem. Quia enim* AB *ad* BC *maiorem rationem habet, quam* DE *ad* EF, *quam rationem habet* AB *ad* BC, *hanc habebit* DE *ad minorem quam* EF *habeat ad* EG: *&, quia* AB *ad* BC *est, vt* DE *ad* EG, *erit componendo, & per conuersionem rationis, vt* CA *ad* AB, *ita* GD *ad* DE: *est autem* CA *maior* GD: *ergo* BA *ipsa* DE *maior erit.*

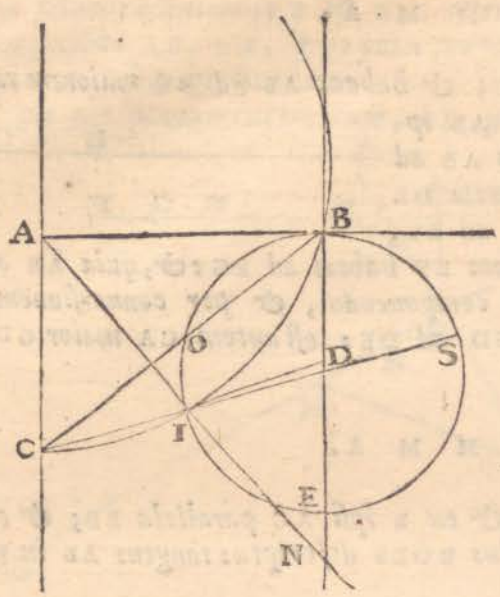


LEMMA.

Sit circuli quadrans ACIB; *& ex* B *ipsi* AC *parallela* BE; *& ex quouis centro in ea sumpto circulus* BOES *descriptus tangens* AB *in* B, *& secans circumferentiam quadrantis in* I; *& iuncta sit* GB, *&* CI *vsque ad* S *extensa. Dico, lineam* CI *minorem semper esse ipsa* CO. *Iungatur* AI; *quæ circulum* BOE *tanget. Si enim ducatur* DI; *erit æqualis ipsi* DB. *cum vero* DB *quadrantem tangat, tanget etiam eumdem* DI; *& ad diametrum* AI *erit perpendicularis. Quare & ipsa* AI *circulum* BOE *tanget in* I. *Et, quia angulus* AIC *maior est angulo* ABC, *cum maiori insistat peripheriæ: ergo angulus quoque* SIN *ipso* ABC *maior erit: quare portio* IES *maior est portione* BO; *& linea* CS *centro vicinior maior ipsa* CB: *quare & CO maior* CI; *cum* SC *ad* CB *sit, vt* OC *ad* CI.



Idem



Idem autem magis accidet, ſi (vt in altera figura) BI C *quadrante fuerit minor. nam perpendicularis* DB *circulum ſecabit* CIB *; quare* DI *quoque, cum ipſi* DB *ſit æqualis. & angulus* DIA *erit obtuſus, & ideo* AIN *circulum quoque* BIN *ſecabit: cumque angulus* ABC *minor ſit angulo* AIC, *qui æquatur ipſi* SIN; *iſte autem eſt adhuc minor eo, qui ad contactum in* I *fieret per lineam* SI; *ergo portio* SBI *eſt longè maior portione* BO. *vnde, &c. quod erat demonſtrandum.*

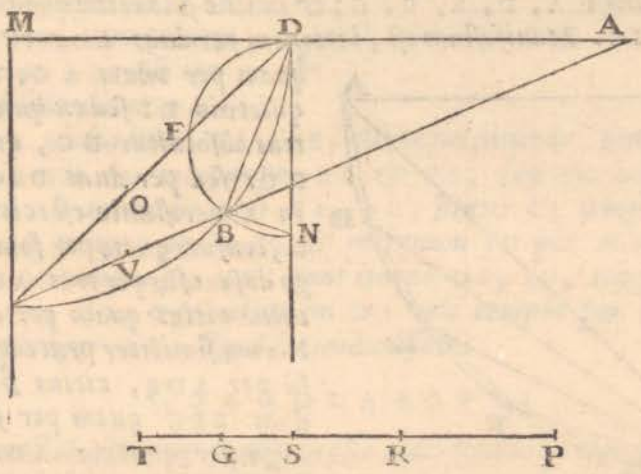
THEOR. XXII. PROPOS. XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto eleuetur planum non maiorem ſubtendens circunferentiam quadrante, à terminis cuius duo alia plana ad quodlibet circunferentię punctum inflectantur; deſcenſus in planis ambobus inflexis breuiori tempore abſoluetur, quam in ſolo priori plano eleuato, vel quam in altero tantum ex illis duobus nempe in inferiori.

Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C *circunferentia* CB D, *non maior quadrante, in qua ſit planum eleuatum* CD, *& duo plana à terminis* D, C, *inflexa ad quodlibet punctum* B *in circunferentia ſumptum: Dico, tempus deſcenſus per ambo plana* DBC *breuius eſſe tempore deſcenſus per ſolum* DC, *vel per vnicum* BC *ex quiete in* B: *Ducta ſit per* D *horizontalis* MDA; *cui* CB *extenſa occurrat in* A: *ſintque* DN, MC *ad* MD, *&* BN *ad* BD *perpendiculares: & circa triangulum rectangulum* DBN *ſemicirculus deſcribatur* DFBN, *ſecans* DC *in* F: *& ipſarum* CD, DF, *media ſit proportionalis* DO; *ipſarum autem* CA, AB, *media ſit* AV. *Sit autem* PS *tempus, quo peragitur tota* DC, *vel* BC. (*conſtat enim, tempore eodem peragi vtramque.*) *& quam rationem habet* CD *ad* DO, *hanc habeat tempus* SP *ad tempus* PR: *erit tempus* PR *id, in quo Mobile ex* D *peragit* DF; RS *verò id, in quo reliquum* FC. *Cum vero* PS *ſit quoque tempus, quo Mobile ex* B *peragit* BC; *ſi fiat vt* BC *ad* CD, *ita* SP

ad

ad PT; *erit* PT *tempus casus ex* A *in* C; *cum* DC *media sit inter* A C, CB, *ex ante demonstratis. Fiat tantem, vt* CA *ad* AV, *ita* TP *ad* PG; *erit* PG *tempus, quo Mobile ex* A *venit in* B; GT *verò tempus residuum motus* BC *consequentis post motum ex* A *in* B. *Cum verò* D N *circuli* DFN *diameter ad horizontem sit erecta, temporibus æqualibus peragentur* DF *&* DB *lineæ. Quare si demonstratum fuerit, Mobile citius permeare* BC *post casum* DB, *quam* FC *post peractam* DF;



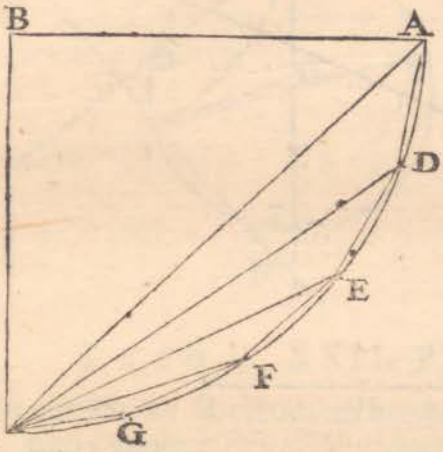
habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit Mobile Veniens ex D *per* DB *ipsam* BC; *ac si Venerit ex* A *per* AB; *cum ex vtroque casu* DB, AB, *æqualia accipiat velocitatis momenta. Ergo demonstrandum erit, breuiori tempore peragi* BC *post* AB *quam* FC *post* DF. *Explicatum est autem, tempus, quo peragitur* BC *post* AB, *esse* G T: *tempus verò ipsius* FC *post* DF *esse* RS. *Ostendendum itaque est,* RS *maius esse, quam* GT. *quod sic ostenditur; quia vt* SP *ad* PR, *ita* CD *ad* DO, *per conuersionem rationis; & conuertendo, vt* RS *ad* SP, *ita* OC *ad* CD: *vt autem* SP *ad* PT, *ita* DC *ad* CA: *&, quia est Vt* TP *ad* PG, *ita* CA *ad* AV; *per conuersionem rationis erit quoque, vt* PT *ad* TG, *ita* AC *ad* CV. *ergo ex æquali, vt* RS *ad* GT, *ita* OC *ad* CV. *est autem* OC *maior quam* CV; *Vt mox demonstrabitur. ergo tempus* RS *maius est tempore* GT. *quod demonstrare oportebat. Cum verò* CF *maior sit* CB, FD *verò minor* BA; *habebit* CD *ad* D F *maiorem rationem, quam* CA *ad* AB; *vt autem* CD *ad* DF, *ita quadratum* CO *ad quadratum* OF; *cum sint* CD, DO, DF, *proportionales. Vt verò* CA *ad* AB, *ita quadratum* CV *ad quadratum* VB. *ergo* CO *ad* OF *maiorem rationem habet quam* CV *ad* VB. *igitur, ex Lemmate prædicto,* CO *maior est quam* CV. *Constat insuper, tempus*

per

per DC *ad tempus per* DBC, *esse, Vt* DOC *ad* DO *cum* CV.

SCHOLIVM.

Ex his, quæ demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per breuissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem fieri. In quadrante enim BAEC, *cuius latus* BC *sit ad horizontem erectum, diuisus sit arcus* AC *in quotcunque partes æquales,* AD, DE, EF, FG, GC; *& ductæ sint rectæ ex* C *ad puncta* A, D, E, F, G; *& iunctæ sint rectæ quoque* AD, DE, EF, FG, GC. *Manifestum est, lationem per duas* ADC *citius absolui,*



quam per vnam AC, *vel* DC *ex quiete in* D: *sed ex quiete in* A *citius absoluitur* DC, *quam duæ* A DC: *sed per duas* DEC *ex quiete in* A *verisimile est citius absolui descensum quam per solam* CD. *Ergo descensus per tres* ADEC *absoluitur citius quam per duas* ADC. *Verum similiter præcedente descensu per* ADE, *citius fit latio per duas* EFC *quam per solam* FC. *Ergo per quatuor* ADEFC *citius fit motus quam per tres* ADEC. *Ac tandem per duas* FGC *post præcedentem descensum per* ADEF *citius absoluitur latio quam per solam* FC. *Ergo per quinque* AD. EFGC *breuiori adhuc tempore fit descensus, quam per quatuor* ADEFC. *Quò igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eò citius absoluitur motus inter duos terminos signatos* AC.

Quod autem in quadrante explicatum est, contigit etiam in circumferentia quadrante minori; & idem est ratiocinium.

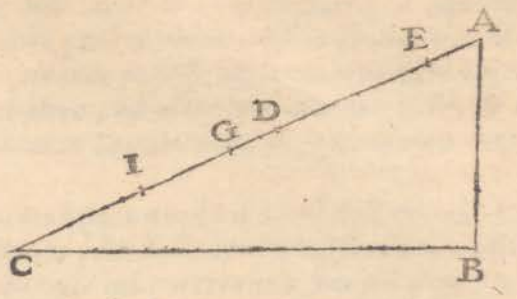
PROBL. XV. PROPOS. XXXVII.

Dato perpendiculo, & plano inclinato, quorum eadem sit eleuatio: partem in inclinato reperire, quæ sit æqualis perpendiculo, & conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint AB *perpendiculum, &* AC *planum inclinatum. Oportet in inclinato partem reperire æqualem perpendiculo* AB, *quæ post quietem in* A *conficiatur tempore æquali tempori quo conficitur perpendiculum. Ponatur* AD *æqualis* AB; *& reliqua* DC *bifariam secetur in* I; *& Vt* AC *ad* CI, *ita fiat* CI *ad aliam* AE; *cui ponatur æqualis* DG. *Patet,* EG *æqualem esse* AD *&* AB. *Dico insuper, hanc* EG *eam esse quæ conficitur à mobili veniente ex quiete in* A *tempore æquali tempo-*

ri

ri quo Mobile cadit per AB. *Quia enim, vt* AC *ad* CI, *ita* CI *ad* AE, *seu* ID *ad* DG; *erit per conuersionem rationis, vt* CA *ad* AI, *ita* DI *ad* IG. *Cum itaque sit vt totum* CA *ad totum* AI, *ita ablatum* CI *ad ablatum* IG: *erit reliquum* IA, *ad reliquum* AG, *vt totum* CA *ad totum* AI. *Est itaque* AI *media inter* CA, AG; *&* CI *media inter* CA, AE. *Si itaque ponatur, tempus per* AB *esse vt* AB, *erit* AC *tempus per* AC *&* CI; *seu* ID *tempus per* AE. *cumque* AI *media sit inter* CA, AG; *sitque* CA *tempus per totam* AC; *erit* AI *tempus per* AG; *&* IC *per reliquum* GC: *fuit autem* DI *tempus per* AE: *sunt itaque* DI, IC, *tempora per vtrasque*, AE, CG. *ergo reliquum* DA *erit tempus per* EG, *æquale nempe tempori per* AB. *Quod faciendum fuit.*



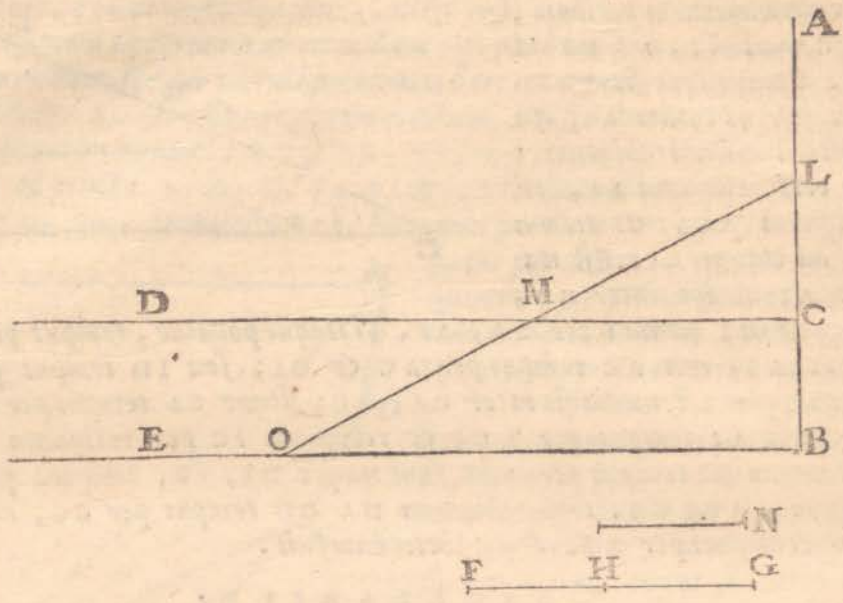
COROLLARIVM.

Ex his constat, spatium quæsitum esse intermedium inter partes superam & inferam quæ temporibus æqualibus conficiuntur.

PROBL. XVI. PROPOS. XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus à perpendiculo sectis: in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia Mobilia, & in planis horizontalibus reflexa, conficiant in temporibus æqualibus temporibus casuum in ijsdem horizontalibus, in superiore nempe, atque in inferiore, spatia, quæ inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad maiorem.

Secta sint plana horizontalia, CD, BE, *à perpendiculo* ACB, *sitque data ratio minoris ad maiorem* N *ad* FG. *Oportet in perpendiculo* AB *punctum sublime reperire, ex quo Mobile cadens, & in plano* CD *reflexum tempore æquali tempori sui casus, spatium conficiat, quod ad spatium confectum ab altero Mobili ex eodem puncto sublimi veniente tempore æquali tempori sui casus, motu reflexo per* BE *planum, habeat rationem eamdem cum data* N *ad* FG. *Ponatur* GH. *æqualis ipsi* N; *& vt* FH *ad* HG, *ita fiat* BC *ad* CL. *Dico,* L *esse punctum sublime quæsitum: Accepta enim* CM *dupla ad* CL, *ducatur* LM, *plano* BE *occurrens in* O. *erit* BO *dupla* BL. *Et quia, vt* FH *ad* HG, *ita* BC *ad* CL; *erit componendo & conuertendo, vt* HG, *hoc est,* N, *ad*



GF, *ita* CL *ad* LB, *hoc est* CM *ad* BO. *Cum autem* CM *dupla sit ad* LC, *fit, spatium* CM *esse illud, quod à Mobili veniente ex* L *post casum* LC *conficitur in plano* CD; *& eadem ratione* BO *esse illud, quod conficitur post casum* LB *in tempore æquali tempori casus per* LB; *cum* BO *sit dupla ad* BL. *ergo patet propositum.*

Sagr. *Parmi Verámente, che conceder si possa al nostro Accademico che egli senza iattanza habbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci Una nuoua scienza intorno a Un suggetto antichissimo. Et il vedere con quanta facilità, e chiarezza da vn solo semplicissimo principio ci deduca le dimostrationi di tante propositioni, mi fà non poco marauigliare come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide, e tanti altri Matematici, e Filosofi illustri: e massime che del Moto si trouano scritti volumi grandi, e molti.*

Salu. *Si vede vn poco di fragmento d'Euclide intorno al Moto, ma non vi si scorge vestigio, che egli s'incaminasse all'inuestigatione della proportione dell'acceleratione; e delle sue diuersità sopra le diuerse inclinationi. Tal che Veramente si può dire essersi non prima che hora aperta la porta ad Una nuoua contemplatione piena di conclusioni infinite, & ammirande, le quali ne i tempi auenire potranno esercitare altri ingegni.*

Sagr.

Sagr. *Io veramente credo, che si come quelle poche passioni (dirò per esempio) del Cerchio dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide sono l'ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte, e dimostrate in questo breue trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolatiui, sarebbe strada ad altre, ed altre più marauigliose: & è credibile che così seguirebbe mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gl'altri naturali.*

Lunga & assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi; nella quale hò gustato più delle semplici propositioni, che delle loro dimostrationi: molte delle quali credo che per ben capirle mi porteranno via più d'vn hora per ciascheduna: studio, che mi riserbo à farlo con quiete, lasciandomi V.S. il libro nelle mani, dopo che hauremo veduto questa parte che resta intorno al Moto de i Proietti; che sarà, se così gli piace, nel seguente giorno.

Salu. *Non mancherò d'esser con lei.*

Finisce la Terza Giornata.

GIORNATA QVARTA.

Salu. *ATtempo arriua ancora il Signor Simplicio, però ſenſa interpor quiete venghiamo al Moto, & ecco il Teſto del noſtro Autore.*

DE MOTV PROIECTORVM.

Quæ in Motu æquabili contingunt accidentiâ, itemque in Motu naturâliter accelerato ſuper quaſcunque planorum inclinationes, ſupra conſiderauimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, præcipua quædam ſymptomata, eaque ſcitu digna in medium afferre conabor, eademque firmis demonſtrationibus ſtabilire, quæ Mobili accidunt dum motu ex duplici latione compoſito, æquabili nempe, & naturaliter accelerata, mouetur: huiuſmodi autem videtur eſſe Motus ille, quem de Proiectis dicimus: cuius generationem tale conſtituo.

Mobile quoddam ſuper planum horizontale proiectum mente concipio omni ſecluſo impedimento: iam conſtat ex his quæ fuſius alibi dicta ſunt illius motum æquabilem, & perpetuum ſuper ipſo plano futurum eſſe, ſi planum in infinitum extendatur: ſi vero terminatum, & in ſublimi poſitum intelligamus, mobile, quod grauitate præditum concipio, ad plani terminum delatum, vlterius progrediens, æquabili, atque indelebili priori lationi ſuperaddet illam, quam à propria grauitate habet deorſum propenſionem, indeque motus quidam emerget compoſitus ex æquabili horizontali, & ex deorſum naturaliter accelerato: quem Proiectionem voco. Cuius accidentia nonnulla demonſtrabimus; quorum primum ſit.

THEOR. I. PROPOS. I.

Proiectum dum fertur motu compoſito ex horizontali æquabili, & ex naturaliter accelerato deorſum, lineam ſemiparabolicam deſcribit in ſua latione.

Sagr. *E' forza Sig. Saluiati in gratia di me, & anco credo io del Sig. Simplicio far quì vn poco di pauſa; auuenga che io non mi ſon tanto inoltrato nella Geometria ch'io habbia fatto ſtudio in Apollonio, ſe non in quanto sò ch'ei tratta di queſte Parabole, e dell'altre ſezzioni coniche, ſenza la cognizione delle quali, e delle lor paſſioni, non credo che intenderſi poſſano le dimoſtrationi di altre propoſitioni à quelle aderenti. E perche già nella bella prima propoſitione ci vien propoſto dall'Autore*

douer-

douersi dimostrare la linea descritta dal Proietto esser Parabolica, mi vo imaginando, che, non douendosi trattar d'altro che di tali linee, sia assolutamente necessario hauere vna perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali Figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle, che per la presente scienza son necessarie.

Salu. V.S si humilia molto, volendosi far nuouo di quelle cognitioni, le quali non è gran tempo che ammesse come ben sapute: allora dico che nel trattato delle Resistenze hauemmo bisogno della notitia di certa propositione d'Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

Sagr. Può essere ò che io la sapessi per ventura, ò che io la supponesse per vna volta, tanto che ella mi bisognò in tutto quel trattato: mà quì doue mi imagino d'hauere à sentir tutte le dimostrationi circa tali linee, non bisogna, come si dice, beuer grosso, buttando via il tempo e la fatica.

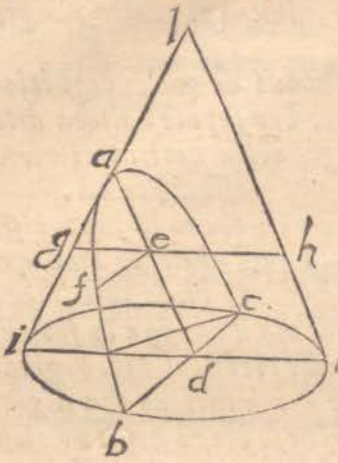
Simp. È poi rispetto à me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredi fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni, à me comminciano già à giugner come nuoui gli stessi primi termini: perche se bene i nostri Filosofi hanno trattata questa materia del Moto de' Proietti, non mi souuien che si siano ristretti à definire quali siano le linee da quelli descritte, saluo che assai generalmente sian sempre linee curue, eccetto che nelle proiettioni perpendicolari sursum. Però quando quel poco di Geometria che io hò appreso da Euclide da quel tempo in quà che noi hauemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognitioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrationi, mi conuerrà contentarmi delle sole propositioni credute, mà non sapute.

Salu. Anzi voglio io che le sappiate mercè dell'istesso autor dell'opera, il quale quando già mi concesse di veder questa sua fatica, perche io ancora in quella volta non haueuo in pronto i libri di Apollonio, s'ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa Parabola senza veruna altra precognitione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato; le quali son ben'anco prouate da Apollonio, mà dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; & io voglio che abbreuiamo assai il viaggio, cauando la prima immediatamente dalla pura, e semplice generatione di essa Parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostratione della seconda. Venendo dunque alla prima;

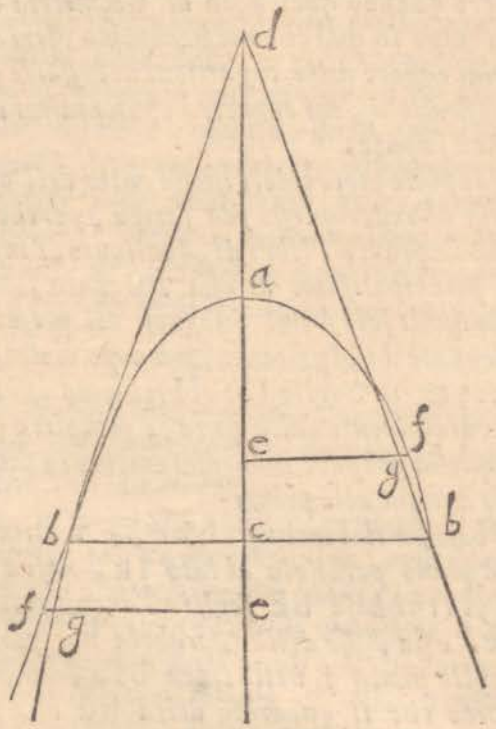
Intendasi il Cono retto, la cui base sia il cerchio ibkc, e vertice il punto l. nel quale; segato con vn piano parallelo al lato lk, nasca la sezzione bac detta Parabola; la cui base bc seghi ad angoli retti il diametro ik del cerchio ibkc. e sia l'asse della Parabola ad parallelo allato lk; e preso qualsiuoglia punto f nella linea bfa, tirisi la retta fe parallela alla bd. Dico che il quadrato della bd al quadrato della fe, hà la medesima proportione che l'asse da alla parte ac.

Per

Per il punto e intendasi passare vn piano parallelo al cerchio ibkc, il quale farà nel Cono vna sezzione circolare, il cui diametro sia la linea geh. E perche sopra il diametro ik del cerchio ibk la bd è perpendicolare, sarà il quadrato della bd equale al rettangolo fatto dalle parti id, dk. e parimente nel cerchio superiore, che s'intende passare per i punti gfh, il quadrato della linea fe è eguale al rettangolo delle parti geh. adunque il quadrato della bd al quadrato della fe hà la medesima proportione che il rettangolo idk al rettangolo geh. E perche la linea ed è parallela alla hk, sarà la eh eguale alla dk, che pur son parallele: e però il rettangolo idk al rettangolo geh harà la medesima proportione che la id alla ge, cioè, che la da alla ae. adunque il rettangolo idk al rettangolo geh, cioè, il quadrato bd al quadrato fe, hà la medesima proportione che l'asse da alla parte ae. che bisognaua dimostrare.



L'altra propositione pur necessaria al presente trattato così faremo manifesta. Segniamo la Parabola, della quale sia prolungato fuori l'asse ca in d. e preso qualsiuoglia punto b, per esso intendasi prodotta la linea bc parallela alla base di essa Parabola. E posta la da eguale alla parte dell'asse ca, dico, che la retta tirata per i punti d, b, non cade dentro alla Parabola, mà fuori, si che solamente la tocca nell'istesso punto b. Imperòche, se è possibile, caschi dentro segandola sopra, ò prolungata segandola sotto. Et in essa sia preso qualsiuoglia punto g per il quale passi la retta fge. E perche il quadrato fe è maggiore del quadrato ge, maggior proportione haurà esso quadrato



fe

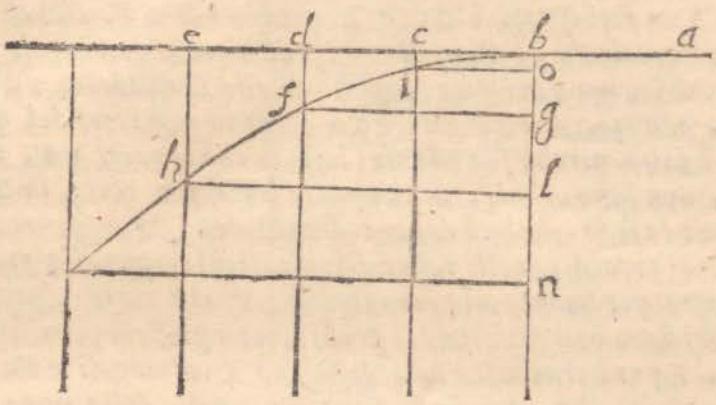
fe *al quadrato* bc; *che'l quadrato* ge *al medesimo* bc. *E perche per la precedente il quadrato* fe *al quadrato* bc *stà come la* ea *alla* ac, *adunque maggior proportione hà la* ea *alla* ac; *che'l quadrato* ge *al quadrato* bc, *cioè, che'l quadrato* ed *al quadrato* dc. (*essendo che nel triangolo* dg e *come la* ge *alla parallela* bc, *così stà* ed a dc.) *mà la linea* ea *alla* ac, *cioè, alla* ad, *hà la medesima proportione, che 4 rettangoli* e ad *a 4 quadrati di* ad, *cioè al quadrato* cd (*che è eguale a 4 quadrati di* ad.) *adunque 4 rettangoli* ead *al quadrato* cd *haranno maggior proportione che il quadrato* ed *al quadrato* dc. *adunque 4 rettangoli* ead *saranno maggiori del quadrato* ed: *il che è falso, perche son minori: imperò che le parti* ea, ad *della linea* ed, *non sono eguali. Adunque la linea* db *tocca la Parabola in* b, *e non la sega. il che si doueua dimostrare.*

Simp. *Voi procedete nelle vostre dimostrationi troppo alla grande; & andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che tutte le propositioni d'Euclide mi siano così familiari, e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur hora l'Vscirmi addosso che 4 rettangoli* ead *son minori del quadrato* de, *perche le parti* ea, ad, *della linea* ed *non sono equali, non mi quieta, mà mi lascia sospeso.*

Salu. *Veramente tutti i Matematici non vulgari suppongono, che il lettore habbia prontissimi al meno gl'Elementi d Euclide: e qui per supplire al vostro bisogno basterà ricordarui vna propositione del secondo nella quale si dimostra, che, quando vna linea è segata in parti eguali, & in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè, del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti. Onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4. rettangoli delle parti diseguali. Hora di queste due propositioni dimostrate, prese da gli Elementi Conici, conuiene che tenghiamo memoria: per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: che di queste sole, e non di più si serue l'Autore. Hora possiamo ripigliare il testo per vedere in qual maniera ei vien dimostrando la sua prima propositione, doue egli intende di prouarci, la linea descritta dal Mobile graue, che mentre ci discende con moto composto dell'equabile Orizontale, e del naturale descendente, sia vna Semiparabola.*

Intelligatur horizontalis linea, seu Planum ab *in sublimi positum: super quo ex* a *in* b *motu æquabili feratur mobile: deficiente vero plani fulcimento in* b *superueniat ipsi mobili à propria grauitate motus naturalis deorsum iuxta perpendicularem* bn. *Intelligatur insuper plano* ab *in directum posita linea* be, *tanquam temporis efflexus, seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quodlibet temporis æquales,*

les, bc, cd, de. *atque ex punctis* b, c, d, e, *intelligantur productæ lineæ perpendiculo* bn *æquidistantes: in quarum prima accipiatur quælibet pars* ci: *cuius quadrupla sumatur in sequenti* df, *nonupla* eh, *& consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum,* cb, db, eb, *seu dicamus, in ratione earundem linearum*



duplicatâ. Quod si mobili vltra b *versus* c *æquabili latione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem* ci *superadditum intelligamus, reperietur tempore* bc *in termino* i *constituum. Vlterius autem procedendo, tempore* db, *duplo scilicet* bc, *spatium descensus deorsum, erit spatij primi* ci *quadruplum: demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta à graui motu naturaliter accelerato esse in duplicata ratione temporum. Pariterque consequenter spatium* eh, *peractum tempore* be, *erit vt* 9. *adeo vt manifestè constet, spatia* eh, df, ci, *esse inter se vt quadrata linearum* eb, db, cb. *Ducantur modò à punctis* i, f, h, *rectæ* io, fg, hl, *ipsi* eb *æquidistantes; erunt* hl, fg, io, *lineæ lineis* eb, db, cb, *singulæ singulis æquales; nec non ipsæ* bo, bg, bl, *ipsis* ci, df, eh *æquales. Eritque quadratum* hl *ad quadratum* fg, *vt linea* lb *ad* hg: *& quadratum* fg *ad quadratum* io, *vt* gb *ad* bo. *Ergo puncta* i, f, h, *sunt in vna eademque linea Parabolica. Similiterq; demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis æqualibus cuiuslibet magnitudinis, loca mobilis, simili motu composito lati, ijsdē temporibus in eadem linea parabolica reperiri. ergo patet propositum.*

Salu. *Questa conclusione si raccoglie dal conuerso della prima delle due propositioni poste di sopra, imperò che descritta per esempio la Parabola per li punti* bh, *se alcuno delli* 2. f, i, *non fusse nella descritta*

linea

linea parabolica, sarebe dentro, ò fuori; e per conseguenza la linea fg *sarebbe ò minore, ò maggiore, di quella che andasse a terminare nella linea Parabolica: onde il quadrato della* hl *non al quadrato della* fg, *ma ad altro maggiore, ò minore harebbe la medesima proportione che hà la linea* lb *alla* bg, *ma la hà al quadrato della* fg. *adunque il punto* f *è nella Parabolica; e così tutti gl'altri, &c.*

Sagr. *Non si può negare che il discorso sia nuouo, ingegnoso e concludente, argomentando ex suppositione, supponendo cioè, che il moto trauersale si mantenga sempre æquabile, e che il naturale deorsum parimente mantenga il suo tenore d'andarsi sempre accelerando secondo la proportion duplicata de i tempi: e che tali moti, e loro velocità nel mescolarsi non si alterino, perturbino, & impediscbino, si che finalmente la linea del Proietto non vadia nella continuation del moto à degenerare in un'altra spetie; cosa che mi si rappresenta come impossibile. Impero che, stante che l'asse della Parabola nostra secondo 'l quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i graui, essendo perpendicolare all'Orizonte, và à terminar nel centro della Terra, & essendo che la linea Parabolica si và sempre slargando dal suo asse, niun Proietto andrebbe già mai à terminar nel centro, ò se vi andrebbe, come par necessario, la linea del Proieito tralignerebbe in altra diuersissima dalla Parabolica.*

Simp. *Io a queste difficoltà ne aggiungo dell'altre: vna delle quali è che noi supponghiamo, che il piano orizontale il quale non sia nè accliue, nè decliue, sia vna linea retta; quasi che vna simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perche partendosi dal suo mezo và verso le estremità sempre più, e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza esser impossibile, che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spatio si mantenga equabile, mà ben sempre vadia languendo. In oltre è per mio credere impossibile lo schiuar l'impedimento del mezo, si che non leui l'equabilità del moto trasuersale, e la regola dell'accelerationc ne i graui cadenti. Dalle quali tutte difficoltà si rende molto improbabile, che le cose dimostrate con tali suppositioni inconstanti possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.*

Salu. *Tutte le promosse difficoltà, è instanze son tanto ben fondate, che, stimo essere impossibile il rimuouerle; & io per me le ammetto tutte, come anco credo che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe. E concedo che le conclusioni così in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino à segno tale, che nè il moto trasuersale sia equabile, nè l'accelerationc del naturale sia con la proportion supposta, nè la linea del Proietto sia Parabolica, &c. Mà ben' all'incontro domando che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello che altri grandissimi huo-*

mini hanno supposto, ancor che falso. E la sola autorità d'Archimede può quietare ogn'vno: il quale nelle sue Mecaniche, e nella prima quadratura della Parabola, piglia come principio vero l'ago della bilancia, ò stadera essere vna linea retta in ogni suo punto equalmente distante dal centro commune de i graui; e le corde alle quali sono appesi i graui esser trà di loro parallele. La qual licenza viene da alcuni scusata, perche nelle nostre pratiche gli strumenti nostri, e le distanze le quali vengono da noi adoperate son così piccole in comparatione della nostra gran lontananza dal centro del Globo terrestre, che ben possiamo prendere vn minuto di vn grado del cerchio massimo, come se fusse vna linea retta, e due perpendicoli che dai suoi estremi pendessero, come se fussero paralleli. Che quando nelle opere praticali si hauesse à tener conto di simili minutie, bisognerebbe cominciare à riprendere gl'Architetti, li quali col perpendicolo suppongono d alzar le altissime torri trà linee equidistanti. Aggiungo quì, che noi possiamo dire, che Archimede, e gl'altri supposero nelle loro contemplationi esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro: nel qual caso i loro assunti non erano falsi; e che però concludeuano con assoluta dimostratione. Quando poi noi vogliamo praticar'in distanza terminata le conclusioni dimostrate, col suppor lontananza immensa, douiamo diffalcar dal vero dimostrato quello, che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale, che domandar si può immensa in comparatione della piccolezza de gli artificij praticati da noi, il maggior de i quali sarà il tiro de i Proietti, e di questi quello solamente dell'Artiglierie; il quale per grande che sia non passerà 4. miglia, di quelle, delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliara: & andando questi à terminar nella superficie del Globo terrestre ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell'andare à terminar nel centro. Quãto poi al perturbamento procedente dall'impedimento del mezzo, questo è più considerabile, e per la sua tanto moltiplice varietà incapace di poter sotto regole ferme esser compreso, e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in consideratione il solo impedimento che arreca l'aria a i moti considerati da noi, questo si troverà perturbargli tutti; e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le grauità, e le velocità de i mobili. Imperò che quanto alla velocità, secondo che questa sarà maggiore, maggiore sarà il contrasto fattogli dall'aria: la quale anco impedirà più i mobili secondo che saranno men graui: talche se bene il graue descendente dourebbe andare accelerandosi in duplicata proportione della duration del suo moto, tuttauia per grauissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze, sarà tale l'impedimento dell'

eria,

aria, che gli torrà il poter cresçere più la sua Velocità, e lo ridurrà ad Un moto vniforme, & equabile: e questa adequatione tanto più presto, & in minori altezze si otterrà, quanto il mobile sarà men graue. Quel moto anco che nel piano orizontale, rimossi tutti gli altri ostacoli, dourebbe essere equabile, e perpetuo, Verrà dall'impedimento dell'aria alterato, e finalmente fermato: e quì ancora tãto più presto, quãto il Mobile sarà più leggiero. De i quali accidenti di grauità, di velocità, & anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza. E però per poter scientificamente trattar cotal materia bisogna astrar da essi; e ritrouate, e dimostrate le conclusioni astratte da gl'impedimenti, seruircene nel praticarle con quelle limitationi, che l'esperienza ci verrà insegnando. E non però piccolo sarà l'vtile, perche le materie, e lor figure sarãno elette le men soggette a gl'impedimenti del mezzo: quali sono le grauissime, e le rotonde: e gli spatij, e le velocità per lo più non saranno sì grandi, che le loro esorbitanze non possano con facil tara esser ridotte à segno. Anzi pure ne i Proietti praticabili da noi, che siano di materie graui, e di figura rotonda, & anco di materie men graui, e di figura cilindrica, come frezze, lanciati con frombe, ò archi, insensibile sarà del tutto lo suario del lor moto dall'esatta figura Parabolica. Anzi (e Voglio pigliarmi alquanto più di licenza) che ne gli artifitij da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gli esterni, & accidentarij impedimenti, trà i quali quello del mezzo è il più considerabile, Vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò consideratione sopra i mouimenti fatti per l'aria, che tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo: contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza. L'vna è coll'impedir più i mobili men graui, che i grauissimi. L'altra è nel contrastar più alla velocità maggiore, che alla minore dell'istesso mobile. Quanto al primo; il mostrarci l'esperienza che due palle di grãdezza eguali, mà di peso l'vna 10. ò 12. volte più graue dell'altra, quali sarebbero per esempio, vna di piombo, e l'altra di rouere, scendendo dall'altezza di 150. ò 200. braccia con pochissimo differente velocità arriuano in terra, ci rende sicuri che l'impedimento, e ritardamento dell'aria in amendue è poco; che se la palla di piombo partendosi nell'istesso momento da alto con l'altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto, per assai notabile spatio deurebbe il piombo nell'arriuare in terra lasciarsi a dietro il legno, mentre è 10. Volte più graue; il che tutta via non accade; anzi la sua anticipatione non sarà nè anco la centesima parte di tutta l'altezza. E tra vna palla di piombo, & Una di pietra, che di quella pesasse la terza parte, ò la metà, appena sarebbe osseruabile la differẽza del tempo delle lor giunte in terra. Hora perche l'impeto che acquista vna palla di piombo nel cadere da vn'altezza di 200. braccia (il qua-

le è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrerebbe braccia 400. in tanto tempo quanto fù quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocità, che noi con archi, ò altre machine conferiamo à i nostri Proietti (trattone gl'impeti dependēti dal fuoco) possiamo sēza errore notabile concludere, e reputar come assolutamente vere le propositioni, che si dimostreranno senza il riguardo dell'alteration del mezo. Circa poi all'altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso Mobile riceue dall'aria, mentre egli con gran Velocità si muoue, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muouersi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospendansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4. ò 5. braccia due Palle di piombo eguali; e attaccati i detti fili in alto, si rimuouono amendue le Palle dallo stato perpendicolare; mà l'vna si allontani per 80. ò più gradi, e l'altra non più 4. ò 5. si che lasciate in libertà l'vna scenda, e trapassando il perpendicolo descriua archi grandissimi di 160. 150. 140. gradi, &c. diminuendogli a poco a poco: mà l'altra scorrendo liberamente passi archi piccoli di 10. 8. 6. &c. diminuendogli essa ancora a poco a poco. Quì primieramente dico, che in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi 180. 160. &c. in quanto l'altra li suoi 10. 8. &c. Dal che si fa manifesto, che la velocità della prima Palla sarà 16. e 18. volte maggiore della Velocità della secōda; sì che quando la velocità maggiore più douesse essere impedita dall'aria che la minore, più rade deuriano esser le vibrationi ne gli archi grandissimi di 180. ò 160. gradi, &c. che ne i piccolissimi di 10. 8. 4. & anco di 2. e di 1. mà a questo repugna l'esperienza: imperò che, se due compagni si metteranno a numerare le vibrationi, l'vno le grandissime, e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno non pur le decine, mà le centinaia ancora, senza discordar d'vna sola, anzi d'vn sol punto. E questa osseruatione ci assicura congiuntamente delle 2. propositioni, cioè che le massime, e le minime vibrationi si fanno tutte à vna à vna sotto tempi eguali, e che l'impedimento, e ritardamēto dell'aria non opera più ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro à quello che pur dianzi pareua che noi ancora comunemente giudicassimo.

Sagr. Anzi, perche non si può negare che l'aria impedisca questi, e quelli, poi che è questi, e quelli vanno languendo, e finalmente finiscono, conuien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proportione nell'vna, e nell'altra operatione. Ma che? L'hauere à far maggior resistenza vna volta, che vn'altra, da che altro proced'egli fuor che dall'esser'assalito vna volta con impeto, e velocità maggiore, & vn'altra con minore? E se questo è; la quantità medesima della velocità del Mobile è cagione, & insieme misura della quantità della resistenza. Adunq; tutti i Moti, siano tardi ò veloci, son ritardati, e impediti con l'istessa pro-

proportione; notitia par' a me non disprezzabile.

Salu. Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni, le quali astraendo da gli accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gli artifizij nostri di piccola consideratione, rispetto a i moti di gran velocità de i quali per lo più si tratta, & alle distanze che non sono se non piccolissime in relatione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del Globo terrestre.

Simp. Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestrà i Proietti dall'impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della poluere, da gli altri proietti con frombe, archi, ò balestre, circa'l non essere nell'istesso modo soggetti all'alteratione, & impedimento dell' aria.

Salu. Muouemi l'eccessiua, e per via di dire, furia sopranaturali, con la quale tali Proietti vengono cacciati; che bene anco fuora d'Iperbole mi par che la velocità con la quale vien cacciata la palla fuori d'vn moschetto, ò d'vna artiglieria, si possa chiamar sopranaturale. Imperoche scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza, immensa vna tal palla, la velocità sua, mercè del contrasto dell'aria, non si andrà accrescendo perpetuamente; mà quello che ne i cadenti poco graui si vede in nõ molto spatio accadere, dico di ridursi finalmente a vn moto equabile, accaderà ancora doppo la scesa di qualche migliara di braccia in vna palla di ferro, ò di piombo, e questa terminata, & vltima velocità si può dire esser la massima, che naturalmente può ottener tal graue per aria; la qual velocità io reputo assai minor di quella, che alla medesima palla viene impressa dalla poluere accesa. Del che vna assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da vn'altezza di cento, ò più braccia Un'Archibuso con palla di piombo, all'in giù perpendicolarmente sopra Un pauimento di pietra; e col medesimo si tiri contro Una simil pietra in distanza d'vn braccio ò 2. e veggasi poi qual delle 2. palle si troui esser più ammaccata; imperò che se la Venuta da alto si troverà meno schiacciata dell'altra, sarà segno, che l'aria gli haurà impedita, e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto; e che per conseguenza Una tanta velocità non gli permetterebbe l'aria che ella guadagnasse già mai venendo da quanto si Voglia subblime altezza: che quando la velocità impressagli dal fuoco, non eccedesse quella che per se stessa naturalmente scendendo potesse acquistare, la botta all'ingiù deurebbe più tosto esser più valida, che meno. Io non hò fatto tale esperienza, mà inclino à credere, che vna palla d'archibuso ò d'Artiglieria cadendo da vn'altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa che ella fà in Una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche che'l breue sdrucito, ò Vogliam dire scissura da farsi nell'aria, non basti a leuar l'eccesso della furia sopranaturale impressagli dal fuoco. Questo souerchio

im-

impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del Proietto, facendo 'l principio della Parabola meno inclinato, e curuo, del fine. Ma questo poco ò niente può esser di pregiuditio al nostro Autore nelle praticali operationi: trà le quali principale è la compositione d'vna Tauola per i tiri, che dicono di Volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle Palle tirate secondo tutte le diuerse eleuationi. E perche tali proiettioni si fanno con Mortari, e con non molta carica; in questi non essendo sopranaturale l'impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

Ma in tanto procediamo auanti nel trattato, doue l'Autore ci vuole introdurre alla contemplatione, & inuestigatione dell'impeto del Mobile, mentre si muoue con moto composto di due. E prima del composto di due equabili: l'vno Orizontale, e l'altro perpendicolare.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si aliquod Mobile duplici motu æquabili moueatur, nempe Orizontali, & perpendiculari, impetus seu momentum lationis ex vtroque motu compositæ erit potentia æqualis ambobus momentis priorum motuum.

Moueatur enim aliquod Mobile æquabiliter duplici latione: & mutationi perpendiculari respondeat spatium ab; *lationi vero horizontali eodem tempore confectæ respondeat* bc. *Cum igitur per motus æquabiles*



conficiantur eodem tempore, spatia ab, bc, *erunt harum lationum momenta inter se, vt ipsæ* ab, bc. *Mobile verò, quod secundum hasce duas mutationes mouetur, describit diagonalem* ac. *momentum suæ velocitatis vt* ac. *Verum* ac *potentia æquatur ipsis* ab, bc. *ergo momentum compositum ex vtriusque momentis* ab, bc, *est potentia tantum illis simul sumptis æquale. quod erat ostendendum.*

Simp. *E' necessario leuarmi vn poco di scrupolo che quì mi nasce, parendomi che questo che hora si conclude repugni ad vn'altra propositione del trattato passato; nella quale si affermaua, l'impeto del mobile venente dall'* a *in* b *essere eguale al venente dall'* a *in* c. *& hora si conclude l'impeto in* c *esser maggiore che in* b.

Salu. *Le propositioni Sig. Simpl. sono amendue vere, ma molto diuerse tra di loro. Quì si parla d'vn sol Mobile mosso d'vn sol moto, mà composto di due amendue equabili; e là si parla di 2. mobili mossi di moti naturalmente accelerati, vno per la perpendicolare* ab, *e l'altro per l'inclinata* ac. *in oltre i tempi quiui non si suppongono eguali, mà il tem-*

po

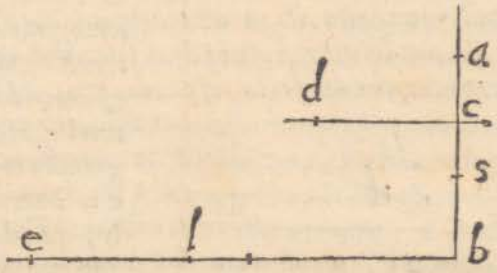
po per l'inclinatã ac *e maggiore del tempo per la perpendicolare* ab. *mà nel moto del quale si parla al presente, i moti per le* ab, bc, ac, *s'intendono equabili, e fatti nell'istesso tempo.*

Simp. *Mi scusino, e seguano auanti, che resto acquietato.*

Salu. *Seguita l'Autore per incaminarci à intender quel che accaggià intorno all'impeto d'vn Mobile, mosso pur d'vn moto composto di 2. vno, cioè orizontale, & equabile, e l'altro perpendicolare, mà naturalmente accelerato, dei quali finalmente è composto il moto del Proietto, e si descriue la linea Parabolica; in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l'impeto del Proietto: per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, à Voglian' dir metodo, di regolare, e misurar cotale impeto sopra l'istessa linea nella quale si fa il Moto del graue descendente con moto naturalmente accelerato partendosi dalla quiete: dicendo.*

THEOR. III. PROPOS. III.

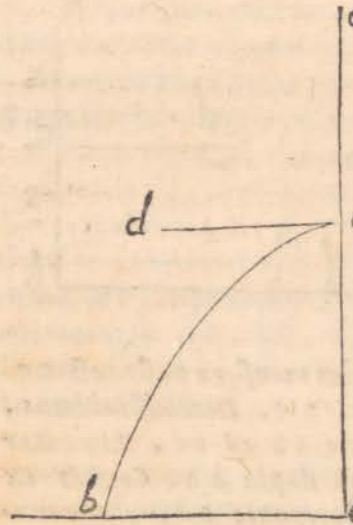
Fiat Motus per lineam ab *ex quiete in* a, *& accipiatur in ea quod libet punctum* c; *& ponatur ipsamet* ac *esse tempus, seu temporis mensura casus ipsius per spatium* ac, *nec non mensura quoque impetus, seu momenti in puncto* c *ex descensu* ac *acquisiti. Modo sumatur in eadem linea* ab *quodcunque aliud punctum, vtputa* b *in quo determinandum est de impetu acquisito à Mobili per descensum* ab, *in ratione ad impetum, quem obtinuit in* c, *cuius mensura posità est* ac. *Ponatur* as, *media proportionalis inter* ba, ac. *Demonstrabimus, impetum in* b *ad impetum in* c *esse vt lineam* sa *ad* ac. *Sumantur horizontales* cd, *dupla ipsius* ac; be *verò dupla* ba. *Constat ex demonstratis; Cadens per* ac, *conuersum in horizonte* cd, *atque iuxta impetum in* c *acquisitum, motu æquabili delatum, conficere spatium* cd *æquali tempore, atque ipsum* ac *motu accelerato confecit; similiterque* be *confici eodem tempore atque* ab. *Sed tempus ipsius descensus* ab *est* as. *ergo horizontalis* be *conficitur tempore* as. *Fiat vt tẽpus* sa *ad tempus* ac, *ita* eb *ad* bl. *Cumque motus per* be *sit æquabilis, erit spatium* bl *peractum tempore* ac *secundum momentum celeritatis in* b. *Sed tempore eodem* ac *conficitur spatium* cd *secundum momentum celeritatis in* c: *momenta autem celeritatis sunt inter*



se

ſe vt ſpatia quæ iuxta ipſa momenta eodem conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in c *ad momentum celeritatis in* b, *eſt vt* dc *ad* bl. *Quia vero vt* dc *ad* be, *ita ipſarum dimidia, nempe* ca *ad* ab; *vt autem* cb *ad* bl, *ita* ba *ad* as: *ergo ex æquali, vt* dc *ad* bl, *ita* ca *ad* as. *hoc eſt, vt momentum celeritatis in* c *ad momentum celeritatis in* b, *ita* ca *ad* as; *hoc eſt, tempus per* ca *ad tempus per* ab. *Patet itaque ratio menſurandi impetum, ſeu celeritatis momentum ſuper linea in qua fit motus deſcenſus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.*

Hic autem, antequam vlterius progrediamur, præmonendum eſt, quod cum de motu compoſito ex æquabili horizontali, & ex naturaliter accelerato deorſum futurus ſit ſermo; (ex tali enim mixtione conflatur, ac deſignatur linea Proiecti, nempe Parabola;) neceſſe habemus definire aliquam communem menſuram, iuxta quam vtriuſque Motus Velocitatem, impetum, ſeu momentum dimetiri valeamus. Cumque lationis æquabilis innumeri ſint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuitò, ſed vnus ex illis innumeris cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquiſito ſit conferendus, & coniungendus; nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo, atque determinando, quam alium eiuſdem generis aſſumendo. Vt autem clarius me explicem; intelligatur perpendicularis ac *ad horizontalem* cb: ac *vero eſſe altitudinem:* cb *autem amplitudinem Semiparabolæ* ab; *quæ deſcribitur à compoſitione duarum lationum; quarum vna eſt Mobilis deſcendentis per* ac *motu naturaliter accelerato ex quiete in* a; *altera eſt motus tranſuerſalis æquabilis iuxta horizontalem* ad. *Impetus acquiſitus in* c *per deſcenſum* ac *determinatur à quantitate eiuſdem altitudinis* ac. *vnus enim atque idem eſt ſemper impetus Mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non vnus, ſed innumeri aſſignari poſſunt gradus velocitatis motuum æquabilium; ex quorum multitudine, vt illum quem elegero à reliquis ſegregare, & quaſi digito monſtrare poſſim, altitudinem* ca *in ſublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, ſublimitatem* ae *firmabo, ex qua ſi cadens ex quiete in* e *mente concipiam, patet, impetum eius in termino* a *acquiſitum vnum eſſe, cum quo idem Mobile, per horizontalem* ad *conuerſum, ferri concepero;*



eiuſ-

eiusque gradum celeritatis esse illum, quo in tempore descensus per ea *spatium in horizontali duplum ipsius* ea *conficiet. Hæc præmonere necessarium visum est.*

Aduertatur insuper, semiparabolæ ab *Amplitudinem à me vocari horizontalem* cb;

Altitudinem, ac *nempe, eiusdem Parabolæ axem.*

Lineam verò ea, *ex cuius descensu determinatur impetus horizontalis, Sublimitatem appello.*

His declaratis, ac definitis, ad demonstrandum me confero.

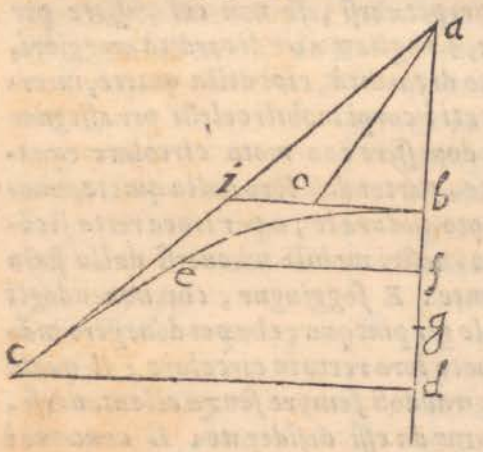
Sagr. *Fermate in gratia per che quì mi par che conuenga adornar questo pensiero dell'Autore con la conformità del cõcetto di Platone intorno al determinare le diuerse velocità de i Moti equabili delle cõuersioni de i Moti Celesti; il quale hauendo per auuentura hauto concetto non potere alcun Mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gli altri gradi di Velocità minori, ò vogliam dire di tardità maggiori, che trà l'assegnato grado, e l'altissimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio dopo hauer creati i corpi mobili celesti per assegnar loro quelle velocità, con le quali poi douessero con moto circolare equabile perpetuamente muouersi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muouer per determinati spazij di quel moto naturale, e per linea retta secõdo'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muouersi dallo stato di quiete accelerandosi successiuamente. E soggiugne, che hauendogli fatto guadagnar quel grado, nel quale gli piacque, che poi douessero mãtenersi perpetuamente, conuertì il moto loro retto in circolare; il quale solo è atto a conseruarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi, ò auuicinarsi à qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi quanto i fondamẽti taciuti da quello, e scoperti dal nostro Autore con leuargli la maschera, ò sembianza poetica lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile che hauendo noi per le dottrine Astronomiche assai competente notitia delle grandezze de gli Orbi, e de i Pianeti, e delle distanze loro dal centro, intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) hauer tal volta per sua curiosità hauto pensiero d'andare inuestigando, se si potesse assegnare vna determinata sublimità dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i Pianeti, e mossisi per certi spazij di moto retto, e naturalmente accelerato, conuertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trouassero corrispondere alle grandezze de gli orbi loro, e à i tempi delle loro reuolutioni.*

Salu. *Mi par souuenire che egli già mi diceſſe hauer vna volta fatto il computo, & anco trouatolo aſſai acconciamente riſpondere alle oſſeruationi; ma non hauerne voluto parlare, giudicando che le troppe nouità da lui ſcoperte, che lo ſdegno di molti gl'hanno prouocato, non accendeſſero nuoue ſcintille. Ma ſe alcuno haurà ſimil deſiderio, potrà per ſe ſteſſo con la dottrina del preſente trattato ſodisfare al ſuo guſto. Ma ſeguitiamo la noſtra materia; che è di dimoſtrare.*

PROBL. I. PROPOS. IV.

Quomodo in datæ Parabolæ à Proiecto deſcriptæ punctis ſingulis impetus ſit determinandus.

Sit Semiparabola b e c, *cuius amplitudo* c d, *altitudo* d b, *quæ extenſa in ſublimi occurrat tangenti Parabolam* c a *in* a, *& per verticem* b *ſit horizonti &* c d *parallela* b i. *Quod ſi amplitudo* c d *ſit æqualis toti altitudini* d a, *erit* b i *æqualis* b a *&* b d. *Et ſi temporis caſus per* a b, *& momenti velocitatis acquiſiti in* b *per deſcenſum* a b *ex quiete in* a, *ponamus menſuram eſſe ipſammet* a b; *erit* d c (*dupla nempe* b i) *ſpatium, quod per impetum* a b, *per horizontalem conuerſum conficet eodem tempore. Sed eodem tempore cadens per* b d, *ex quiete in* b, *conficit altitudinem* b d: *ergo mobile cadens ex quiete in* a, *per* a b *conuerſum cum impetu* a b, *per horizontalẽ conficit ſpatium æquale* d c. *Super veniente vero caſu per* b d, *conficit altitudinem* b d; *& Parabola* b c *deſignatur: cuius impetus in termino* c *eſt compoſitus ex æquabili tranſuerſali; cuius mometum eſt vt* a b, *& ex altero momento acquiſito in deſcenſu* b d *in termino* d *ſeu* c; *quæ momenta æqualia ſunt. Si ergo intelligamus,* a b *alterius illorum eſſe menſuram, vt puta tranſuerſalis æquabilis:* b i *vero, quæ ipſi* b d *eſt æqualis, eſſe menſuram impetus acquiſiti in* d *ſeu* c: *ſubtenſa* i a *erit quantitas momenti compoſiti ex ambobus: erit ergo quantitas, ſeu menſura integri momenti, quo Proiectum veniens per Parabolam* b c *impetum facit in* c. *His retentis, accipiatur in Parabola quodlibet punctum* e, *in quo de impetu Proiecti determinandum ſit. Ducatur horizontalis* e f: *& accipiatur* b g *media proportionalis inter* b d, b f. *Cumque poſita ſit* a b *ſeu* b d *eſſe menſura temporis, & momenti velocitatis*



in

in casu bd *ex quiete in* b; *erit* bg *tempus, seu mensura temporis, & impetus in* f, *venientis ex* b. *Si igitur ponatur* bo *æqualis* bg; *iuncta diagonalis* ao *erit quantitas impetus in puncto* e. *est enim* ab *determinatrix posita temporis, & impetus in* b, *qui conuersus in horizontali, semper seruatur idem:* bo *vero determinat impetum in* f *seu* e *per descensum ex quiete in* b, *in altitudine* bf. *his autem,* ab, bo, *potentia æquipollet* ao. *Patet ergo quod quærebatur.*

Sagr. *La contemplatione del componimento di questi impeti diuersi, e della quantità di quell'impeto, che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuoua, che mi lascia la mente in non piccola confusione. Non dico della mistione di due mouimenti equabili, benche trà di loro diseguali, fatti vno per la linea orizontale, e l'altro per la perpendicolare, che di questi resto capacissimo farsi vn moto in potenza eguale ad amendue i componenti, ma mi nasce confusione nel mescolamento dell'orizontale equabile perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.*

Simp. *Et io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle propositioni, che sono come primi fondamenti dell'altre che gli seguono appresso. Voglio inferire, che anco nella mistione dei due Moti equabili orizontale, e perpendicolare vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Hora Sig. Salu. V. S. intende il nostro bisogno, e desiderio.*

Salu. *Il desiderio è molto ragioneuole: e tenterò se l'hauer io più lungo tempo potuto pensarui sopra può ageuolare la vostra intelligenza. Ma conuerrà comportarmi, e scusarmi, se nel discorrere andrò replicando buona parte delle cose sin quì poste dall'Autore.*

Discorrer determinatamente circa i mouimenti, e lor velocità, ò impeti, siano quelli ò equabili, ò naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura, che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già habbiamo la comunemente riceuuta per tutto delle hore, minuti primi, e secondi, &c. e come per misura del tempo ci è la detta comune riceuuta da tutti, così bisogna assegnarne vna per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa, e riceuuta; cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale uso hà stimato l'Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i graui naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore. Si che quel grado di velocità che (per esempio) acquista vna Palla di piombo d'vna libra nell'esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l'altezza di vna picca, è sempre, e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantità dell'impeto de-

riuante dalla ſceſa naturale. Reſta poi il trouar modo di determinare anco la quantità dell'impeto in vn moto equabile in guiſa tale, che tutti coloro, che circa di quello diſcorrino, ſi formino l'iſteſſo concetto della grandezza, e velocità ſua; ſi che vno non ſe lo figuri più veloce, e vn altro meno; onde poi nel congiuguere, e meſcolar queſto da ſe concepito equabile con lo ſtatuito moto accelerato, da diuerſi huomini ne vengano formati diuerſi concetti di diuerſe grandezze d'impeti. Per determinare, e rappreſentare cotal'impeto, e velocità particolare, non hà trouato il noſtro Autore altro mezo più accomodato, che l'ſeruirſi dell'impeto, che và acquiſtando il Mobile nel moto naturalmente accelerato, del quale qualſiuoglia momento acquiſtato, conuertito in Moto equabile ritien la ſua velocità limitata preciſamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fù quello della ſceſa, paſſa doppio ſpatio dell'altezza dalla quale è caduto. Ma perche queſto è punto principale nella materia che ſi tratta, è bene con qualche eſempio particolare farſi perfettamente intendere. Ripigliando dunque la velocità, e l'impeto acquiſtato dal graue cadente, come dicemmo, dall'altezza d vna Picca, della quale velocità vogliamo ſeruirci per miſura di altre velocità, & impeti in altre occaſioni, e poſto per eſempio che il tempo di tal caduta ſia 4. minuti ſecondi d'hora; per ritrouar da queſta tal miſura quanto fuſſe l'impeto del cadente da qualſiuoglia altra altezza maggiore, ò minore, non douiamo dalla proportione, la quale queſt'altra altezza haueſſe con l'altezza d'vna Picca argomentare, e concludere la quantità dell'impeto acquiſtato in queſta ſeconda altezza: ſtimando, per eſempio, che il cadente da quadrupla altezza haueſſe acquiſtato quadrupla velocità, per che ciò è falſo: imperò che non creſce, ò cala la velocità nel moto naturalmente accelerato ſecondo la proportione degli ſpatij, mà ben ſecondo quella de i tempi, della quale quella degli ſpatij è maggiore in duplicata proportione, come già fù dimoſtrato. Però quando noi haueſſimo in vna linea retta aſſegnatane vna parte per miſura della velocità, & anco del tempo, e dello ſpatio in tal tempo paſſato (che per breuità tutte tre queſte grandezze con vn'iſteſſa linea ſpeſſe volte vengono rappreſentate:) per trouar la quantità del tempo, e 'l grado di velocità che il mobile medeſimo in altra diſtanza harebbe acquiſtato, ciò otterremo noi, non immediatamente da queſta ſeconda diſtanza, mà dalla linea che trà le due diſtanze ſarà media proportionale. Mà con vn'eſempio meglio mi dichiaro. Nella linea a c perpendicolare all'orizonte intendaſi la parte a b eſſere vno ſpatio paſſato da vn graue naturalmente deſcendente di moto accelerato: il tempo del qual paſſaggio, potendo io rappreſentarlo con qualſiuoglia linea, voglio per breuità figurarlo eſſer quanto la medeſima linea a b e parimente per miſura dell'impeto, e velocità acquiſtata per tal moto pongo pur l'iſteſſa linea

a b

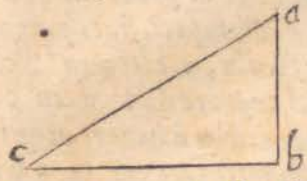


ab *si che di tutti gli spatij che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte* ab. *Stabilite ad arbitrio nostro sotto vna sola grandezza* ab. *queste 3. misure di generi di quãtità diuersissimi, cioè di spatij, di tempi, e di impeti, siaci proposto di douer determinare nell'assegnato spatio, e altezza* ac. *quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l'* a *in* c. *e quanto l'impeto che in esso termine* c. *si troverà hauere acquistato, in relatione al tempo, & all'impeto misurati per la* ab. *L'vno, e l'altro quesito si determinerà pigliando delle 2. linee* ac, ab. *la media proportionale* ad. *affermando il tempo della caduta per tutto lo spatio* ac *esser quanto il tempo* ad. *in relatione al tempo* ab, *posto da principio per la quantità del tempo nella scesa* ab. *Diremo parimente l'impeto, ò grado di velocità che otterrà 'l cadente nel termine* c, *in relatione all'impeto, che hebbe in* b, *esser quale è la medesima linea* ad, *in relatione alla* ab, *essendo che la velocità cresce con la medesima proportione, che cresce il tempo: la qual conclusione, se ben fù presa come postulato, pur tuttauia volse l'Autore esplicarne l'applicatione di sopra alla proposition terza.*

Ben compreso, e stabilito questo punto, venghiamo alla consideratione dell'impeto deriuante da 2. moti composti; vno de i quali sia composto dell'orizontale, e sempre equabile, e del perpendicolare all'orizonte, e esso ancora equabile. Mà l'altro sia composto dell'orizontale pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, già s'è visto come l'impeto resultante dalla compositione di amendue è in potenza equale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi il Mobile descendente per la perpendicolare ab. *hauer, per esempio, 3. gradi d'impeto equabile, mà trasportato per la* ab *verso* c, *esser tal velocità, & impeto di 4. gradi, si che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g. 3. braccia, nella orizontale ne passerebbe 4. ma nel composto di amendue le velocità viene nel medesimo tempo dal punto* a, *nel termine* c, *caminando sempre per la diagonale* ac. *la quale non è lunga 7. quanto sarebbe la composta delle 2,* ab *3, e* bc *4. mà è 5. la qual 5 è in potenza equale alle due 3 e 4. imperoche fatti li quadrati del 3 e del 4. che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di* ac. *il quale alli due quadrati di* ab *e di* bc, *è eguale. onde la* ac *sarà quanto è il lato, ò vogliam dir, la radice del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma, e sicura, quando si debba assegnare la quantità dell'impeto resultante da 2. impeti dati, vno orizontale, e l'altro perpendicolare & amendue equabili, si deue di amendue fare i quadrati, e componendogli insieme estrar la radice del composto, la quale ci*

da-

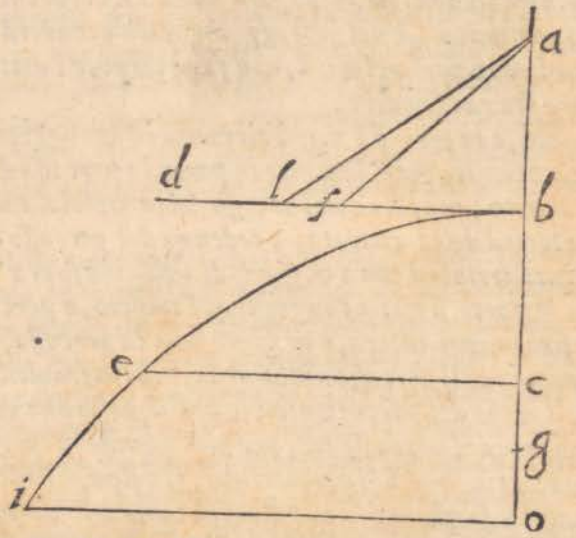
darà la quantità dell'impeto composto di amendue quelli. E così nell'esempio posto, quel mobile che in virtù del moto perpendicolare harebbe percosso sopra l'Orizonte con 3. gradi di forza; e col moto solo orizontale harebbe percoso in c. con gradi 4. percotendo con amendue gl'impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percutiente mosso con gradi 5. di velocità, e di forza. E questa tal percosa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale ac, per esser sempre gl'impeti composti i medesimi non mai cresciuti, ò diminuiti.



Veggiamo hora quello che accaschi nel comporre il moto orizontale equabile con vn moto perpendicolare all' Orizonte, il quale cominciando dalla quiete v idia naturalmente accelerandosi. Cià è manifesto, che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è vna linea retta, mà semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto và sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare. La onde per determinar qual sia l'impeto in vn' assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell'impeto vniforme orizontale, e poi inuestigar qual sia l'impeto del cadente nell'assegnato punto: il che non si può determinare senza la consideratione del tempo decorso dal principio della compositione de i 2. moti: la qual cõsideratione di tempo non si richiede nella compositione de i moti equabili, le velocità, & impeti de i quali son sempre i medesimi: mà qui doue entra nella mistione Vn moto, che cominciando dalla somma tardità, và crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo; è necessario che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell'assegnato punto: che quanto al resto poi l'impeto composto di questi 2, è (come ne i moti vniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Mà quì ancora meglio mi dichiaro con vn esempio. Sia nella perpendicolare all'orizonte ac, presa qualsiuoglia parte ab; la quale figuro che serua per misura dello spatio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo, & anco del grado di velocità ò vogliam dire de gl'impeti. E' primieramente manifesto, che se l'impeto del cadente in b della quiete in a, si conuertirà sopra la b d parallela all'orizonte in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo ab passerà vno spatio doppio dello spatio a b. e tanta sia la linea bd. Posta poi la bc eguale alla ba, e tirata la parallela ce alla bd, & ad essa eguale, descriueremo per i punti be la linea Parabolica bei. E perche nel tempo ab con l'impeto a b si passa l'orizontale bd, ò ce, doppia della ab, e passasi ancora in altrotanto tempo la perpendicolare bc con acquisto d'impeto in c eguale

al

al medesimo orizontale, adunque il mobile in tanto tempo quanto è a b, si trouarà dal b giunto in e per la Parabola b e, con vn'impeto composto di due, ciascheduno eguale all'impeto a b. E perche l vno di essi è orizontale, e l altro perpendicolare, l'impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di vno. Onde posta la b f eguale alla b a; e tirata la diagonale a f l'impeto, e la percossa in e: sarà maggior della percossa in b del cadente dall'altezza a, ouero della percossa dell'impeto orizontale per la b d, secondo la proportione di a f ad a b. Ma quando, ritenendo pur sempre la b a, per misura dello spatio della caduta dalla quiete in a fino in b, e per misura del tempo, e dell' impeto del cadente acquistato in b l'altezza b o non fusse eguale, mà maggiore della a b, presa la b g media proportionale tra esse a b: b o sarebbe essa b g misura del tempo, e dell'impeto in o per la caduta nell'altezza b o; acquistato in o. e lo spatio per l'orizontale, il quale passato con l'impeto a b nel tempo a b, sarebbe doppio della a b. sarà in tutta la duration del tempo b g tanto maggiore, quanto à proportione la b g è maggiore della b a. Posta dunque la l b eguale alla b g, e tirata la diagonale a l, hauremo da essa la quantità composta delli 2 impeti orizontale, e perpendicolare, da i quali si descriue la Parabola: de i quali l'orizontale, & equabile, è l'acquistato in b, per la caduta a b; e l'altro è l'acquistato in o, ò vogliam dire in i, per la caduta b o; il cui tempo fù b g. come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso inuestigheremo l'impeto nel termine estremo della Parabola, quando l'altezza sua fusse minore della sublimità a b prendendo trà amendue la media; la quale posta nell'orizontale in luogo della b f, e congiunta la diagonale, come a f, haremo da questa la quantità dell'impeto nell'estremo termine della Parabola.



A quanto fin quì si è considerato circa questi impeti, colpi, ò vogliam dir percosse di tali Proietti, conuien aggiugnere vn'altra molto necessaria consideratione, e questa è, che non basta per mente alla sola velocità

del

del Proietto per ben determinare della forza, & energia della percossa, mà conuien chiamare a parte ancora lo stato, e conditione di quello, che riceue la percossa; nell'efficacia della quale esso per più rispetti hà gran participatione, e interesse. E prima non è chi non intenda, che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percutiente, inquanto ella se gli oppone, e frena in tutto, ò in parte il moto di quello: che se il colpo arriuerà sopra tale, che ceda alla velocità del percotiente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo: E colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiungnerlo accaderà, che quello si muoua fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'attione sarà vn semplice toccare senza offendere.

Mà se la percossa verrà riceuuta in Vn oggetto, che non in tutto ceda al percotiente, mà solamente in parte, la percossa dăneggerà mà nõ con tutto l'impeto; mà solo con l'eccesso della Velocità di esso percotiente sopra la velocità della ritirata, e cedenza del percosso: si che, se v.g. il percotiente arriuerà con 10. gradi di velocità sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4. l'impeto, e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente intera, e massima sarà la percossa, per la parte del percotiente quando il percosso nulla ceda, mà interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percotiente; se però questo può accadere. Et hò detto per la parte del percotiente, per che quando il percosso si mouesse con moto contrario, verso 'l percotiente, il colpo, e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo quanto le 2. velocità contrarie Vnite son maggiori che la sola del percotiente. Di più conuiene anco auuertire, che il ceder più, ò meno, può deriuare non solamente dalla qualità della materia più, ò meno dura, come se sia di ferro, di piombo, ò di lana, &c. mà dalla positura del corpo, che riceue la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percotiente la vadia à inuestire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo: mà se 'l moto verrà obbliquamente, e come diciam noi, à scancio, il colpo sarà più debole; e più, e più secondo la maggiore obbliquità: perche in oggetto in tal modo situato, ancorche di materia sodissima, non si spegne, e ferma tutto l'impeto, e moto del percotiente, il quale sfuggendo passa oltre, continuando almeno in qualche parte à muouersi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell'impeto del Proietto nell'estremità della linea Parabolica, si deue intendere della percossa riceuuta sopra Vna linea ad angoli retti ad essa Parabolica, ouero alla tangente la Parabola nel detto punto: perche se ben quel moto è composto d'vn orizontale, e d'vn perpendicolare, l'impeto nè sopra l'orizontale nè sopra 'l piano eretto all'orizonte, è il massimo, venendo sopra amendue riceuuto obbliquamente.

Sagr. Il ricordar V.S. questi colpi, e queste percosse mi hà risuegliato nel-

nella mente vn Problema, ò Vogliam dire questione mecanica, della quale non hò trouato appresso autore alcuno la solutione, nè cosa che mi scemi la marauiglia, ò almeno in parte mi quieti l'intelletto. E l dubbio, e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa deriuare, e da qual principio possa dependere l'energia, e la forza immensa, che si vede consistere nella Percossa, mentre col semplice colpo d'vn martello, che non habbia peso maggiore d'8. ò 10. libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'vn graue, che senza percossa Vi faccia impeto solamente calcando, e premendo, benche la grauità di quello passi molte centinaia di libre. Io Vorrei pur trouar modo di misurar la forza di questa percossa, la quale non penso però che sia infinita: anzi stimo che ella habbia il suo termine da potersi pareggiare, e finalmente regolare con altre forze di grauità prementi, ò di Leue, ò di Viti, ò di altri strumenti mecanici, de i quali io à sodisfatione resto capace della multiplicatione della forza loro.

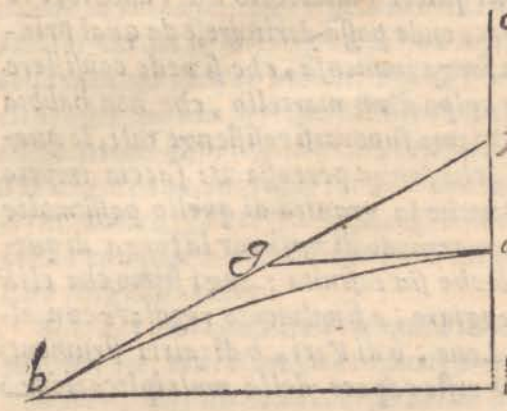
Salu. *V. S. non è solo nella marauiglia dell'effetto, e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in Vano, accrescendo sempre la confusione: fin che finalmente, incontrandomi nel nostro Accademico, da esso riceuei doppia consolatione: prima nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi, che dopo l'hauerui in vita sua consumate molte migliara di hore specolando, e filosofando, ne haueua conseguite alcune cognitione lontane da i nostri primi concetti, e però nuoue, e per la nouità ammirande. E perche hormai sò che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri, che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta; ma gli do parola, che spedita, che hauremo la lettura di questo trattato de i Proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, ò Voglian' dire, strauaganze che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le propositioni dell'Autore.*

PROPOS. V. PROBL.

In axe extenso datæ Parabolæ punctum sublime reperire, ex quo cadens Parabolam ipsam describit.

Sit Parabola ab. *cuius amplitudo* hb. *& axis extensus* he. *in quo reperienda sit sublimatas, ex qua Cadens, & impetum in* a *conceptum in horizontalem conuertens, Parabolam* ab *describat. Ducatur horizontalis* ag. *quæ erit parallela ipsi* bh. *& posita* af, *æquali* ah, *ducatur recta* fb. *quæ Parabolam tanget in* b, *& horizontalem* ag *in* g *secabit. accipiaturque ipsarum* fa, ag. *tertia proportionalis* ae. *Dico* e *esse punctum sublime quæsitum, ex quo Cadens ex quiete in* e, *& conceptum impetum in* a *in horizontalem conuertens*

ſuperueniente impetu deſcenſus in h *ex quiete in* a, *Parabolam* ab *deſcribet. Si enim intelligamus,* ca *eſſe menſuram temporis deſcenſus ex* c *in* a, *nec non impetus acquiſiti in* a, *erit* ag (*media nempe inter* ea, af) *tempus, & impetus, venientis ex* f *in* a *ſeu ex* a *in* h. *Et quia veniens ex* e *tempore* ea, *cum impetu acquiſito in* a, *conficit in latione horizontali motu æquabili duplam* ea; *ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore* ag *duplã* ga, *mediã nempe* bh; (*ſpatia enim confecta eodem motu æquabili ſunt inter ſe Vt eorundem motuum tempora;*) *& in perpendiculari, motu ex quiete, eodem tempore* ga, *conficitur* ah *ergo eodem tempore conficiuntur à Mobili amplitudo* hb, *& altitudo* ah. *Deſcribitur ergo Parabola* ab *ex caſu venientis à ſublimitate* e. *quod quærebatur.*



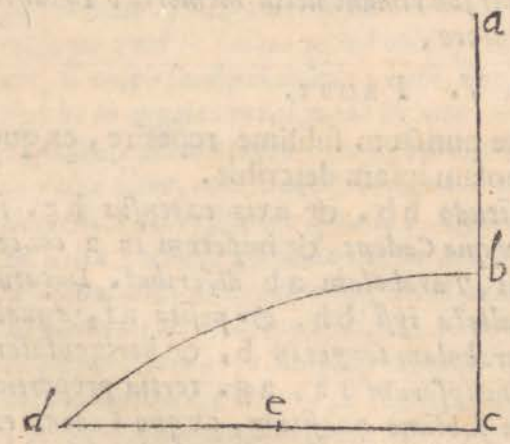
COROLLARIVM.

Hinc conſtat dimidiam baſim, ſeu Amplitudinem Semiparabolæ (quæ eſt quarta pars amplitudinis integræ Parabolæ) eſſe mediam proportionalem inter altitudinem eius, & ſublimitatem, ex qua Cadens eam deſignat.

PROPOS. VI. PROBL.

Data Sublimitate, & Altitudine, Semiparabolę Amplitudinē reperire.

Sit ad horizontalem lineam dc *perpendicularis* ac. *in qua data ſit altitudo* cb, *& ſublimitas* ba. *oportet in horizontali* cd *Amplitudinem Semiparabolæ reperire, quæ ex Sublimitate* ba *cum altitudine* bc *deſignatur. Accipiatur media proportionalis inter* cb, ba. *cuius* cd *ponatur dupla. Dico* cd *eſſe Amplitudinem quæſitam. Id autem ex præcedenti manifeſtum eſt.*

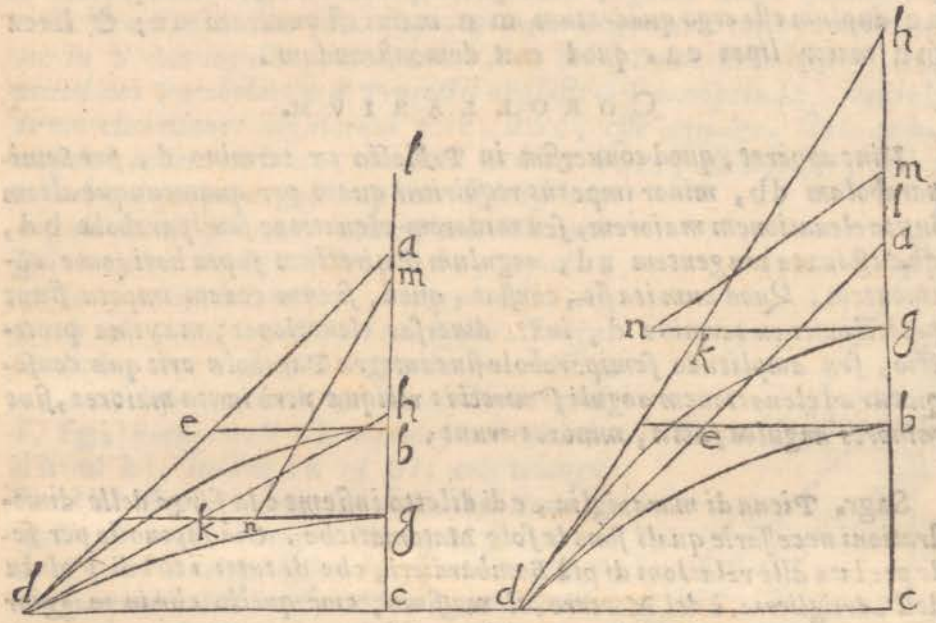


THEOR.

THEOR. PROPOS. VII.

In Proiectis, à quibus Semiparabolæ eiusdem Amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo, quod describit illam, cuius Amplitudo suæ Altitudinis est dupla, quàm in quolibet alio.

Sit enim Semiparabola bd *cuius Amplitudo* cd *dupla sit Altitudinis suæ* cb *& in axe, in sublimi extenso, ponatur* ba, *altitudini* bc *æqualis: & iungatur* ad, *quæ semiparabolam tanget in* d; *& horizõtalem* be *secabit in* e. *eritque* be *ipsi* bc *seu* ba *æqualis. constat, ipsam describi à Proiecto, cuius impetus æquabilis horizontalis sit, qualis est in* b *Cadentis ex quiete in* a, *impetus verò naturalis deorsum, qualis est venientis in* c *ex quiete in* b. *Ex quo constat, impetũ*



ex istis compositum, quodque in termino d *impingit, esse vt diagonalem* ae, *potentia nempe ipsis ambobus æqualem. Sit modò quælibet alia Semiparabola* gd; *cuius amplitudo eadem* cd. *Altitudo vero* cg *minor, vel maior, altitudine* bc; *eamque tangat* hd, *secans horizontalem per* g, *ducta in puncto* k. *& fiat, vt* hg *ad* gk, *ita* kg *ad* gl. *erit, ex antedemonstratis, altitudo* gl. *ex qua cadens describet Parabolam* gd. *Inter* ab *&* gl *media proportionalis sit* gn; *erit* gm *tempus, & momentum, siue impetus in* g *Cadentis ex* l. *(positum*

tum enim est, ab *esse mensuram temporis & impetus*.) *Sit rursus inter* bc, cg, *media* gn. *quæ erit temporis & impetus mensura Cadẽtis ex* g *in* c. *Si igitur iungatur* mn, *erit ipsa impetus mensura Proiecti per Parabolam* bd, *illidentis in termino* d. *Quem quidem impetum maiorem esse dico impetu Proiecti per Parabolam* bd. *cuius quantitas erat vt* ae. *Quia enim* gn *posita est media inter* bc, cg, *est autẽ* bc *æqualis* be, *hoc est* hg: (*est enim vnaqueque subdupla* dc:) *erit vt* cg *ad* gn, *ita* ng *ad* gk. *&, vt* cg *seu* hg *ad* gk, *ita quadratum* ng *ad quadratum* gk. *Vt autem* hg *ad* gk, *ita facta est* kg *ad* gl. *ergo vt* ng *ad quadratum* gk, *ita* kg *ad* gl. *sed vt* kg *ad* gl, *ita quadratum* kg *ad quadratum* gm. *media enim est* gm *inter* kg, gl. *ergo tria quadrata* ng, kg, gm, *sunt continuè proportionalia: & duo extrema* ng, gm, *simul sumpta, id est, quadratum* mn, *maius quam duplum quadrati* kg, *cuius quadratum* ae *duplum est: ergo quadratum* mn *maius est quadrato* ae; *& linea* mn *maior linea* ea. *quod erat demonstrandum*.

COROLLARIVM.

Hinc apparet, quod conuersim in Proiecto ex termino d, *per Semiparabolam* db, *minor impetus requiritur quam per quamcunque aliam iuxta eleuationem maiorem, seu minorem eleuatione semiparabolæ* bd, *quæ est iuxta tangentem* ad, *angulum semirectum supra horizonte cõtinentem. Quod cum ita sit, constat, quod, si cum eodem impetu fiant proiectiones ex termino* d, *iuxta diuersas eleuationes, maxima proiectio, seu amplitudo semiparabole siue integræ Parabolæ erit quæ conseqaitur ad eleuationem anguli semirecti: reliquæ verò iuxta maiores, siue minores angulos factæ, minores erunt*.

Sagr. *Piena di marauiglia, e di diletto insieme è la forza delle dimostrationi necessarie quali sono le sole Matematiche. Già sapeuo io per fede prestata alle relationi di più Bombardieri, che di tutti i tiri di Volata dell'Artiglieria, ò del Mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la Palla, era il fatto all'eleuatione di mezo angolo retto, che essi dicono, del sesto punto della squadra; mà l'intender la cagione, onde ciò auuenga supera d'infinito interuallo la semplice notitia hauta dalle altrui attestationi, & anco da molte replicate esperienze*.

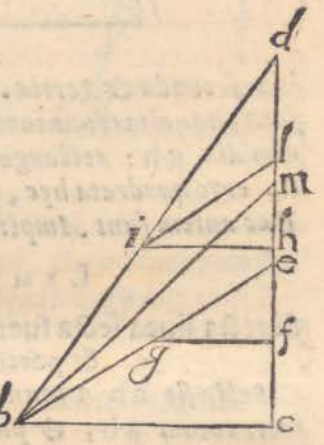
Salu. *V.S. molto veridicamente discorre: e la cognitione d'vn solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l'intelletto a'ntendere, & assicurarci d'altri effetti, senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto auuiene nel presente caso, doue guadagnata per il discorso dimostratiuo la certezza dell'essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell'ele-*

eleuatione dell'angolo ſemiretto, ci dimoſtra l'Autore quello, che forſe per l'eſperienza non è ſtato oſſeruato; e queſto è, che de gli altri tiri, quelli ſono tra di loro eguali, le eleuationi de i quali ſuperano, ò mancano per angoli eguali dalla ſemiretta: sì che le Palle tirate dall'horizonte vna ſecondo l'eleuatione di 7. punti, e l'altra di 5. andranno à ferir ſu l'orizonte in lontananze eguali; e così eguali ſaranno i tiri di 8. e di 4. punti; di 9. e di 3. &c. Hor ſentiamone la dimoſtratione.

THEOR. PROPOS. VIII.

Amplitudines Parabolarum à Proiectis eodem impetu explosis factarum, iuxta eleuationes per angulos æquales ſuprà, & infra à Semirecto diſtantes, æquales ſunt inter ſe.

Trianguli mcb, *circa angulum rectum*, e, *ſint horizontalis* bc, *& perpendicularis* cm *æquales; ſic enim angulus* mbc *ſemirectus erit: & extenſa* cm *in* d *ſupra & infra diagonalem* mb, *conſtituantur in* b *duo anguli æquales* mbe, mbd. *Demonſtrandum eſt, amplitudines Parabolarum à Proiectis explosis eodem impetu ex termino* b, *iuxta eleuationes angulorum* ebc, dbc, *eſſe æquales. Quia enim angulus externus* bmc, *internis* mdb, dbm, *eſt æqualis, iiſdem æquabitur quoque angulus* mbc. *Quod ſi loco anguli* dbm *ponamus* mbe, *erit idem angulus* mbc *duobus* mbe, bdc, *æqualis: & dempto cõmuni* mbe, *reliquus* bdc *reliquo* ebc *erit æqualis. Sunt igitur triangu-*

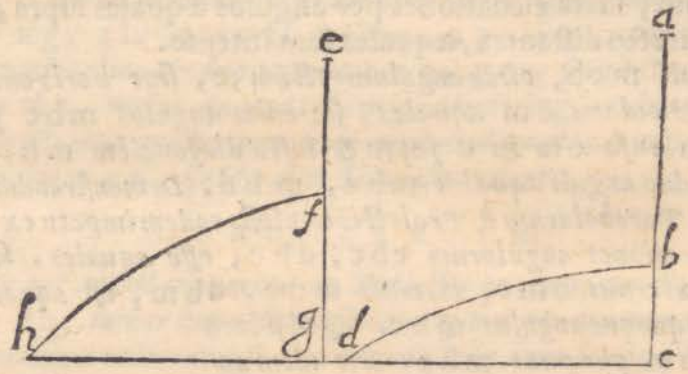


li dcb, bce *ſimiles. Diuidantur rectæ* d c, ec, *bifariam in* h *&* f; *& ducantur* h i, fg, *horizontali* cb *æquidiſtantes; & vt* dh *ad* hi, *ita fiat* ih *ad* hl: *erit triangulus* ihl *ſimilis triangulo* ihd. *cui etiam ſimilis eſt* egf. *Cumque* ih, gf, *ſint æquales (dimidiæ nempe ipſius* bc;) *erit* fe, *id eſt,* fc, *æqualis* hl: *&, addita communi* fh, *erit* ch *ipſi* fl *æqualis. Si itaque intelligamus, per h & b ſemiparabolam eſſe deſcriptam, cuius altitudo erit* hc, *ſublimitas verò* hl: *erit amplitudo eius* cb; *quæ dupla eſt ad* hi, *media ſcilicet inter* dh *ſeu* ch, *&* hl; *eamque tanget* db, *æqualibus exiſtentibus* ch, hd. *Quod ſi rurſus Parabolam per* fb *deſcriptam concipiamus à ſublimitate* fl, *cum altitudine* fc; *quarum media proportionalis eſt* fg; *cuius dupla eſt horizontalis* cb: *erit pariter* cb *eius amplitudo: illamque tanget* eb, *cum* ef, fc, *ſint æquales. Diſtant autem anguli* dbc, ebc, *(eleuationes ſcilicet ipſarum) æqualiter à ſemirecto: ergo patet propoſitum.* THEOR.

THEOR. PROPOS. IX.

Æquales ſunt amplitudines Parabolarum, quarum altitudines, & ſublimitates è contrario ſibi reſpondent.

Parabolæ f h *altitudo* g f *ad altitudinem* c b *Parabolæ* b d *eandem habeat rationem quam ſublimitas* b a *ad ſublimitatem* f e. *Dico, amplitudinem* h g, *amplitudini* d c *eſſe æqualem. Cum enim prima* g f *ad ſecundam* c b *eandem habeat rationem quam tertia* b a *ad quartam* f e: *rectangulum* g f e *primæ & quartæ æquale erit rectangulo* c

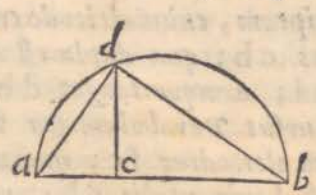


b a *ſecundæ & tertiæ. ergo quadratâ, quæ hiſce rectangulis æqualia ſunt, æqualia erunt inter ſe: rectangulo verò* g f e *æquale eſt quadratũ dimidiæ* g h: *rectangulo autem* c b a *æquale eſt quadratum dimidiæ* c d. *ergo quadrata hęc, & eorum latera, & laterum dupla, æqualia erũt. Hæc autem ſunt Amplitudines* g h, c d. *ergo patet propoſitum.*

LEMMA PRO SEQVENTI.

Si recta linea ſecta fuerit vtcumque, quadrata mediarum inter totam & partes æqualia ſunt quadrato totius.

Secta ſit a b *vtcunque in* c. *Dico, quadrata linearum mediarum inter totam* a b, *& partes* a c, c b, *ſimul ſumpta, æqualia eſſe quadrato totius* a b. *Id autem conſtat deſcripto ſemicirculo ſuper tota* b a, *& ex* c *erecta perpendiculari* c d, *iunctiſque* d a, d b. *Eſt enim* d a *media inter* b a, a c: *eſtque* d b *media inter* a b, b c. *ſuntque quadrata linearum* d a, d b, *ſimul ſumpta, æqualia quadrato totius* a b, *recto exiſtente angulo* a d b *in ſemicirculo. Ergo patet propoſitum.*

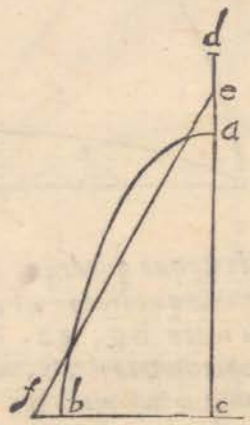


THEOR.

THEOR. PROPOS. X.

Impetus, seu Momentum cuiuslibet semiparabolę, æquatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quæ tanta sit quanta est composita ex sublimitate, cum altitudine semiparabolæ.

Sit semiparabola a b. *cuius sublimitas* d a: *altitudo verò* a c. *ex quibus componitur perpendicularis* d c. *Dico, impetum Semiparabolæ in* b *esse æqualem momento naturaliter descendentis ex* d *in* c. *Ponatur ipsamet* d c *mensura esse temporis, & impetus: & accipiatur media proportionalis inter* c d, d a: *cui æqualis ponatur* c f. *Sit insuper inter* d c, c a, *media* c e. *erit iam* c f *mensura temporis & momenti descendentis per* d a *ex quiete in* d, c e *vero tempus erit, & momentum descendentis per* a c *ex quiete in* a. *& diagonalis* e f *erit momentum ex illis compositũ: hoc est Semiparabolæ in* b. *Et quia* d c *secta est vtcunque in* a, *suntque* c f, c e *mediæ inter totam* c d, *& partes* d a, a c: *erunt harum quadrata simul sumpta æqualia quadrato totius: ex Lemmate superiori verò ijsdẽ quadratis æquatur quoque quadratum ipsius* e f. *ergo & linea* e f *ipsi* d c *æqualis est. Ex quo constat, momenta per* d c *& per semiparabolam* a b, *in* c *&* b *esse æqualia. Quod oportebat.*



COROLLARIVM.

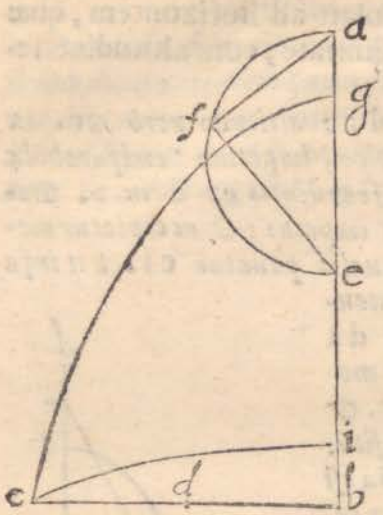
Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum Altitudines cum Sublimitatibus iunctæ pares sunt, impetus quoque æquales esse.

PROBL. PROPOS. XI.

Dato impetu, & amplitudine semiparabolæ, altittdinem eius reperire.

Impetus datus definitus sit à perpendiculo ad horizontem a b. *amplitudo verò in horizontali sit* b c. *Oportet sublimitatem semiparabolæ reperire, cuius impetus sit* a b, *amplitudo vero* b c. *Constat ex iam demonstratis, dimidiam amplitudinem* b c *futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem ipsius Semiparabolæ, cuius impetus ex præcedenti est idem cum impetu cadentis ex quiete in* a *per totam* a b. *Est propterea* b a *ita secanda, vt rectangulum à partibus eius contentum æquale sit quadrato dimidiæ* b c, *quæ sit* b d. *Hinc apparet,*

paret, necessarium esse, quod db *dimidiam* ba *non superat. rectangulorum enim à partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur æquales. Diuidatur itaque* b a *bifariam in* e. *Quod si ipsa* ba *æqualis fuerit* be, *absolutum est opus: eritque semiparabolæ altitudo* be, *sublimitas vero* ea (*& ecce Parabolæ eleuationis semirectæ amplitudinem, vt supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum.*) *At minor sit* bd *quam dimidia* ba. *quæ ita secanda est, vt rectangulum sub partibus quadrato* bd *sit æquale. Supra* ea *semicirculus describatur: in quo ex* a *applicetur* af *æqualis* bd: *& iungatur* fe; *cui secetur pars æqualis* eg. *Erit iam rectangulum* bga *cum quadrato* e g *æquale quadrato* ea. *cui quoque æqualia sunt duo quadrata* af, fe. *demptis itaque quadratis* ge, fe, *æqualibus, remanet rectangulum* bga, *æquale quadrato* af, *nempe* bd; *& linea* bd, *media proportionalis inter* bg, ga. *Ex quo patet, semiparabolæ, cuius amplitudo* bc, *impetus vero* ab, *altitudinem esse* bg; *Sublimitatem* ga. *Quod si ponatur inferius* bi *æqualis* ga, *erit hæc altitudo*; ia *verò sublimitas semiparabolæ* ic. *Ex demonstratis hucusque possumus.*



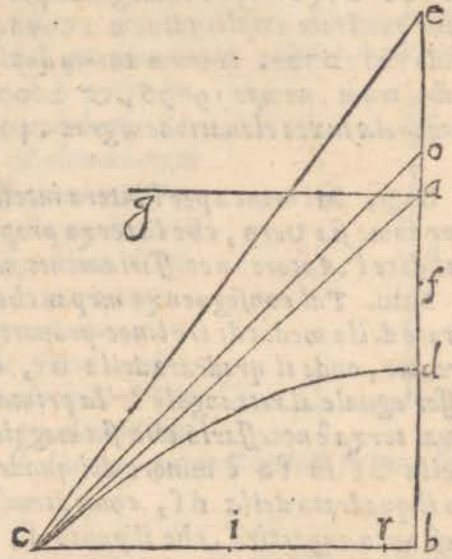
PROBL. PROPOS. XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in Tabulas exigere, quæ à proiectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex prædemonstratis, tunc parabolas à proiectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates cum altitudinibus iunctæ æquales cõficiunt perpendicolares supra horizontem. Inter easdem ergo parallelas horizontales hæ perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali cb *perpendicularis* ba *æqualis, & connectatur diagonalis* ac. *Erit angulus* acb *semirectus, gr.* 45. *Diuisaque perpendiculari* ba *bifariam in* d, *semiparabola* dc *erit ea, quæ à sublimitate* ad *cum altitudine* db *designatur: & impetus eius in* c *tantus erit, quantus est in* b *Mobilis venientis ex quiete in* a *per lineam* ab. *Et, si ducatur* ag *æquidistans* bc; *reliquarum omnium semiparabolarum, quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum-*

sub-

ſublimitatibus iuncta ſpatium inter parallelas ag, bc *explere debet. Inſuper, cum iam demonſtratum ſit, ſemiparabolarum, quarum tangentes æqualiter ſiue ſupra, ſiue infra ab eleuatione ſemirecta diſtant, amplitudines æquales eſſe, Calculus, quem pro maioribus eleuationibus compilabimus, pro minoribus quoque deſeruiet. Eligimus præterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine proiectionis ſemiparabolæ ad eleuationem grad. 45. factæ: itaque tanta ſupponatur eſſe linea* ba, *& amplitudo ſemiparabolæ* bc. *Eligimus autem numerũ* 10000, *quia vtimur in calculis tabula tangentium, cuius hic numerus congruit cum tangente grad* 45. *Iam, ad opus accedendo, ducatur* ce, *angulum* ecb *angulo* acb *maiorem (acutum tamen) comprehendens: ſitque ſemiparabola deſignãda, quæ à linea* ec *tangatur, & cuius ſublimitas cum altitudine iuncta ipſam* ba *adæquet. Ex tabula Tangentium per angulum datum* bce *tangens ipſa* be *accipiatur; quæ bifariam diuidatur in* f. *Deinde ipſarum* bf, bc (*dimidie* bc) *tertia proportionalis reperiatur, quæ neceſſario maior erit quam* fa. *Sit igitur illa* fo. *Semiparabolæ igitur in triangulo* ecb *inſcriptæ, iuxta tangentem* ce, *cuius amplitudo eſt* cb *reperta eſt altitudo* bf, *& ſublimitas* fo. *Verum tota* bo *ſupra parallelas* ag, cb *attollitur, cum nobis opus ſit inter eaſdẽ contineri: ſic enim tum ipſa, tum ſemiparabola* dc *deſcribentur à Proiectis ex* c *impetu eo dem exploſis. Reperienda igitur eſt altera huic ſimilis (innumeræ enim intra angulum* bce *maiores & minores inter ſe ſimiles deſignari poſſunt) cuius compoſita ſublimitas cum altitudine (homologa ſcilicet ipſi* ba) *æquetur* ba. *Fiat igitur, vt* ob *ad* ba, *ita amplitudo* bc *ad* cr: *& inuenta erit* cr, *amplitudo ſcilicet ſemiparabolæ, iuxta eleuationem anguli* bce; *cuius ſublimitas cum altitudine iuncta ſpatium à parallelis* ga, gb *contentum adæquat: quod quærebatur. Operatio itaque talis erit.*



Anguli dati, bce *tangens accipiatur. cuius medietati adiungatur tertia proportionalis ipſius, & medietatis* bc; *quæ ſit* fo. *Fiat deinde vt* ob *ad* ba, *ita* bc *ad aliam, quæ ſit* cr, *amplitudo nempe quæſita. Exemplum ponamus.*

Sit angulus ecb *grad* 50. *erit eius tangens* 11918. *cuius dimidium, nempe* bf 5959. *dimidia* bc 5000. *harum dimidiarum tertia proportionalis* 4195. *quæ addita ipsi* bf, *conficit* 10154, *pro ipsa* bo. *Fiat rursus vt* ob *ad* ba, *nempe vt* 10154 *ad* 10000; *ita* bc; *nempe* 10000, (*vtraque enim grad.* 45. *est tangens*) *ad aliam*; *& habebimus quæsitam amplitudinem* rc 9848. *qualium* bc (*maxima amplitudo*) *est* 10000. *Harum autem duplæ sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe* 19696, *&* 20000. *Tantaque est etiam amplitudo parabolæ iuxta eleuationem grad.* 40, *cum æqualiter distet à gr.* 45.

Sagr. *Mi manca per l'intera intelligenza di questa dimostratione il saper come sia vero, che la terza proportionale delle* bf, bi: *sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della* fa.

Salu. *Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proportionali è eguale al retangolo dell'altre due, onde il qradrato della* bi, *ò della* bd, *ad essa eguale, deue esser'eguale al rettangolo della prima* fb *nella terza da ritrouarsi; la qual terza è necessario che sia maggiore della* fa, *perche il rettangolo della* bf *in* fa *è minore del quadrato* bd; *& il mancamento è quãto il quadrato della* df, *come dimostra Euclide in vna del secondo. Deuesi anco auuertire, che il punto* f, *che diuide la tangente* eb *in mezo, altre molte volte cadrà sopra 'l punto* a, *& vna volta anco nell'istesso* a; *ne i quali casi è per se noto, che la terza proportionale della metà della tangente, e della* bi (*che da la subblimità,*) *è tutta sopra la* a. *Ma l'Autore hà preso il caso, doue non era manifesto che la detta terza proportionale fusse sempre maggiore della* fa; *e che però aggiunta sopra il punto* f *passasse oltre alla parallela* ag. *Hor seguitiamo.*

Non erit inutile, ope huius Tabulæ alteram componere, complectẽtem altitudines earundem semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.

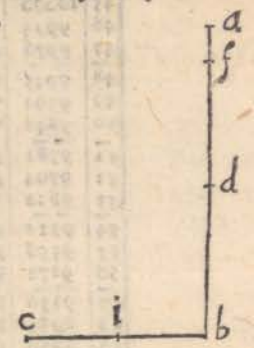
PROBL. PROPOS. XIII.

Ex datis Semiparabolarum amplitudinibus in sequenti Tabula digestis, retentoque communi impetu, quo vnaquæque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit Amplitudo data bc. *Impetus verò, qui semper idem intelligatur, mensura sit* ob, *aggregatum nempe altitudinis, & sublimitatis. Reperienda est, ac distinguenda ipsamet altitudo. Quod quidem tunc consequemur, cum* bo *ita diuisa fuerit, vt rectangulum sub eius partibus contentum æquale sit quadrato dimidiæ amplitudinis* bc. *Incida-*

tur

tur talis diuisio in f. Et Vtraque ob, bc, secetur bifariam in d, i. Est igitur quadratum ib æquale rectangulo bfo: quadratum verò do æquatur eidem rectangulo cum quadrato fd. Si igitur ex quadratum do auferatur quadratum bi, quod rectangulo bfo est æquale, remanebit quadratum fd: cuius latus df additum lineæ bd, dabit quæsitam altitudinem bf. Componitur itaque sic ex datis. Ex quadrato dimidiæ bo notæ aufer quadratum bi pariter notæ: residui sume radicem quadratam, quam adde notæ db: & habebis altitudinem quæsitam bf. Exemplum. Inueniendæ sit altitudo semiparabolæ ad eleuationem grad. 55. descriptæ. Amplitudo ex præcedenti Tabula est 9396. eius dimidium est 4698. quadratum ipsius 22071204. hoc demptum ex quadrat. dimidiæ bo, quod semper idem est, nempe 25000000, residuum est 2928796. cuius radix quadrata 1710. proximè. Hæc dimidiæ bo, nempe 5000, addita, exhibet 6710. tantaque est Altitudo bf. Non erit inutile, tertiam exponere Tabulam, altitudines & sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit Amplitudo.



Sagr. Questa vedrò io molto volentieri mentre che per essa potrò venir'in cognitione della differenza de gl'impeti, e delle forze, che si ricercano per cacciar'il proietto nella medesima lontananza con tiri, che chiamano di volata; la qual differenza credo, che sia grandissima secondo le diuerse eleuationi: si che per esempio, se altri volesse alla eleuatione di 3 ò 4 gradi, ò di 87 ò 88. far cader la palla, doue fu cacciata alla eleuatione di 45 (doue si è mostrato ricercarsi l impeto minimo) credo si ricercherebbe vn'eccesso immenso di forza.

Salu. V.S. stima benissimo; e vedrà che per eseguire l'opera intera in tutte l'Eleuationi bisogna andar' à gran'passo verso l'impeto infinito. Hor'veggiamo la costruttione della Tauola.

Amplitudines Semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.

gr.		gr.
1	10000	
45	9994	44
46	9976	43
47	9945	42
48	9902	41
49	9848	40
50	9782	39
51	9704	38
52	9612	37
53	9511	36
54	9396	35
55	9272	34
56	9136	33
57	8989	32
58	8829	31
59	8659	30
60	8481	29
61	8290	28
62	8090	27
63	7880	26
64	7660	25
65	7431	24
66	7191	23
67	6944	22
68	6692	21
69	6428	20
70	6157	19
71	5878	18
72	5592	17
73	5300	16
74	5000	15
75	4694	14
76	4383	13
77	4067	12
78	3746	11
79	3420	10
80	3090	9
81	2756	8
82	2419	7
83	2079	6
84	1736	5
85	1391	4
86	1044	3
87	698	2
88	349	1
89		

Gradus Elevationum.

Altitudines Semiparabolarum quarum impetus sit idem.

gr.		gr.	
1	1	46	5173
2	3	47	5346
3	13	48	5523
4	28	49	5698
5	50	50	5868
6	76	51	6038
7	108	52	6207
8	150	53	6379
9	194	54	6546
10	245	55	6710
11	302	56	6873
12	365	57	7033
13	432	58	7190
14	506	59	7343
15	585	60	7502
16	670	61	7649
17	760	62	7796
18	855	63	7939
19	955	64	8078
20	1062	65	8214
21	1170	66	8346
22	1285	67	8474
23	1402	68	8597
24	1527	69	8715
25	1654	70	8830
26	1786	71	8940
27	1922	72	9045
28	2061	73	9144
29	2204	74	9240
30	2351	75	9330
31	2499	76	9415
32	2653	77	9493
33	2810	78	9567
34	2967	79	9636
35	3128	80	9698
36	3289	81	9755
37	3456	82	9806
38	3621	83	9851
39	3793	84	9890
40	3962	85	9924
41	4132	86	9951
42	4302	87	9972
43	4477	88	9987
44	4654	89	9998
45	4827	90	10000
	5000		

Gradus Elevationum.

Tabula

Tabulâ continens Altitudines, & sublimitates Semiparabolarum, quârum amplitudines eædem sint, partium scilicet 10000, ad singulos gradus Eleuationis calculata.

gr.	altit.	subli.	gr.	altit.	subl.
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5363	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6035	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	9403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331
21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13237	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16354	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4196	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
43	4662	5362	88	143181	174
44	4828	5177	89	286499	87
45	5000	5000	90	*infinita.*	

PRO-

PROPOS. XIV.

Altitudines, atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines æquales futuræ sint, per singulos eleuationis gr. reperire.

Hæc omnia facili negotio consequemur. Posita enim semiparabolæ amplitudine partium semper 10000, *medietas Tangentis cuiuslibet gradus eleuationis altitudinem exhibet. Vt exempli grat. Semiparabolæ, cuius eleuatio sit gr.* 30. *Amplitudo verò, vt ponitur, partium* 10000, *altitudo erit* 2887. *tanta enim est proximè medietas Tangentis. Inuenta autem altitudine sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit dimidiam Amplitudinem semiparabolæ mediam esse proportionalem inter altitudinem, & sublimitatem, sitque altitudo iam reperta, medietas verò Amplitudinis semper eadem, partium scilicet* 5000; *si huius quadratum per altitudinem datam diuiserimus, sublimitas quæsita exurget. Vt in exẽplo: Altitudo reperta fuit* 2887. *Quadratum partium* 5000, *est* 25000000; *quod diuisum per* 2887, *dat* 8659 *proximè pro sublimitate quæsita.*

Salu. *Hor quì si vede primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diuerse eleuationi, quanto più si allontanano dalla media, ò sia nelle più alte, ò nelle più basse, tanto si ricerca maggior'impeto, e Violenza per cacciar il proietto nella medesima lontananza. Imperò che consistendo l'impeto nella mistione de i due moti, Orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual'impeto vien'ad esser misura l'aggregato dell'Altezza, e della sublimità, Vedesi dalla proposta Tauola tale aggregato esser minimo nell'eleuatione di grad.* 45. *doue l'altezza, e la sublimità sono eguali, cioè* 5000. *ciascheduna; e l'aggregato loro* 10000. *Che se noi cercheremo ad altra maggior' altezza, come per esempio di grad.* 50. *troueremo l'Altezza esser* 5959; *e la sublimità* 4196; *che giunti insieme sommano* 10155. *E tanto troueremo parimente esser l'impeto di grad.* 40. *essendo questa, e quella eleuatione egualmente lontane dalla media. Doue douiamo secõdariamente notare esser vero, che eguali impeti si ricercano à due à due delle eleuationi distanti egualmente dalla media, con questa bella alternatione di piu, che l'altezze, e le sublimità delle superiori eleuationi contrariamente rispondono alle sublimità, & altezze delle inferiori: si che doue nell'esempio proposto nell'eleuatione di* 50. *grad. l'altezza è* 5959; *e la sublimità* 4196; *nell'eleuatione di grad.* 40. *accade all'incõtro l'altezza esser* 4196, *e la sublimità* 5959; *e l'istesso accade in tutte l'altre senza Veruna differenza: se non in quanto per fuggir'il tedio del calcolare non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento, nè di progiudicio alcuno.*

Sagr.

Sagr. *Io vò osseruando, come delli due impeti Orizontale, e perpendicolare nelle proiettioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell'Orizontale, e molto del perpendicolare. All'incontro nelle poco eleuate grande bisogna che sia la forza dell'impeto Orizontale, che poca altezza deue cacciar il proietto. Mà se ben io capisco benissimo, che nella totale eleuatione di gr. 90. per cacciar' il proietto vn sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo: mà necessariamente deue egli ricadere nell'istesso luogo, onde fù cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare che anco nella nulla Eleuatione, cioè, nella linea Orizontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita esser in alcuna lontananza spinto il proietto. Si che per esempio nè anco vna Colubrina sia potente à spingnere vna palla di ferro orizontalmente, come dicono di punto bianco, cioè di punto niuno, che è doue non si dà eleuatione. Io dico, che in questo caso resto con qualche ambiguità: e che io non neghi resolutamente il fatto, mi ritiene vn'altro accidente che par non meno strano, e pure ne hò la dimostratione concludente necessariamente. E l'accidente è l'esser impossibile distendere vna corda, si che resti tesa dirittamente; e parallela all'Orizonte, mà sempre fà sacca, e si piega, nè vi è forza, che basti a tenderla rettamente.*

Salu. *Adunque S. Sagr. in questo caso della corda cessa in Voi la marauiglia circa la strauaganza dell'effetto perche ne hauete la dimostratione. Mà se noi ben considereremo, forse troueremo qualche corrispondenza trà l'accidente del proietto, e questo della corda. La curuità della linea del proietto Orizontale par che deriui dalle due forze, delle quali vna (che è quella del proiciente) lo caccia orizontalmente, e l'altra (che è la propria grauità) lo tira in giù à piombo. Mà nel tender la corda Vi sono le forze di coloro, che orizontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell'istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generationi assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza, & energia di poter contrastare, e Vincer qual si voglia immensa forza, che la voglia distendere drittamente, perche vorrete negarla al peso della palla? Mà più voglio dirui, recandoui insieme marauiglia, e diletto, che la corda così tesa, e poco, ò molto tirata, si piega in linee, le quali assai si auuicinano alle paraboliche, e la similitudine è tanta, che se voi segnerete in vna superficie piana, & eretta all'Orizonte Una linea parabolica, e tenendola inuersa, cioè col Vertice in giù, e con la base parallela all Orizonte, facendo pendere vna catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, Vedrete alentãdo più, ò meno la detta catenuzza incuruarsi, e adattarsi alla medesima parabola; e tale adattamento tãto più esser preciso, quanto la segnata Parabola sarà men curua, cioè più distesa; Si che nelle parabole descritte cõ eleuationi sotto à*

i grad.

i grad. 45. là catenella camina quasi ad vnguem sopra la parabola.

Sagr. *Adunque con vna tal catena sottilmente lauorata si potrebbero in vn subito punteggiar molte linee paraboliche sopra vna piana superficie.*

Salu. *Potrebbesi, & ancora con qualche vtilità non piccola, come appresso vi dirò.*

Simp. *Mà prima, che passar più auanti, vorrei pur io ancora restar assicurato almeno di quella Propositione della quale voi dite essercene dimostratione necessariamente concludente, dico dell'esser impossibile per qualunque immensa forza fare star tesa vna corda drittamente & equidistante all'Orizonte.*

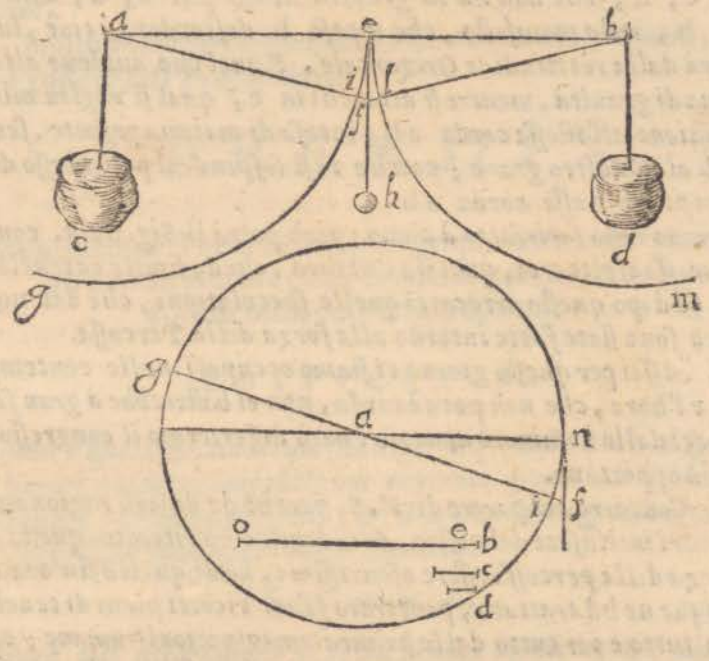
Sagr. *Vedrò se mi souuiene della dimostratione per intelligenza della quale bisogna Sig. Simp. che voi supponghiate per vero quello, che in tutti gli strumenti mecanici non solo con l'esperienza, mà con la dimostratione ancora si verifica; e questo è che la velocità del mouente benche di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima di vn resistente, che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proportione habbia la Velocità del mouente alla tardità del resistente, che non hà la resistenza di quel, che deue esser mosso alla forza del mouente.*

Simp. *Questo mi è notissimo, e dimostrato da Aristotele nelle sue quistioni mecanice, e manifestamente si vede nella Leua, e nella stadera, doue il Romano che non pesi più di 4. libbre, leuerà vn peso di 400. mentre che la lontananza di esso Romano dal centro, sopra la quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto, dal quale pende il gran' peso: e questo auuiene, perche nel calcar, che fà il Romano, passa spatio più di cento volte maggiore dello spatio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso. Che è l'istesso che dire, che il piccolo Romano si muoue con velocità più che cento volte maggiore della velocità del gran' peso.*

Sagr. *Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del mouente supererà qual si voglia gran resistenza tutta volta che quello più auanzi di velocità, che ei non cede di vigore, e grauità. Hor vẽghiamo al caso della Corda. E segnãdo vn poco di figura intendete per hora questa linea* a b, *passando sopra i due punti fissi e stabili* a, b, *hauer nelle estremità sue pendenti, come vedete, due immensi pesi* c, d. *li quali tirandola con grandissima forza la facciano star Veramente tesa drittamente, essendo essa vna semplice linea senza veruna grauità. Hor quì vi soggiungo, e dico, che, se dal mezzo di quella, che sia il punto* e, *voi sospenderete qual si voglia piccolo peso, quale sia questo* h; *la linea* a b *caderà & inclinandosi verso il punto* f, *& in consequenza allungandosi costrignerà i due*

gra-

grauissimi pesi c, d, *à salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno à i due punti* a, b, *come centri descriuo 2. Quadranti* efg, elm; *& essendo che li due semidiametri* ai, bl, *sono eguali alli due* ae, eb; *gli auanzi* fi, fl, *saranno le quantità de gli allungamenti delle parti* af, fb, *sopra le* ae, eb; *& in conseguenza determinano le salite de i pesi* cd, *tutta volta però che il peso* h *hauesse hauto facoltà di calare in* f. *Il che allora potrebbe seguire, quando la linea* ef *che è la quantità della scesa di esso peso* h, *hauesse maggior proportione alla linea* fi, *che determina la salita de i due pesi* c, d; *che non hà la grauità di amendue essi pesi alla grauità del peso* h. *Mà questo necessariamente auuerrà, sia pur quanto si voglia, massima la grauità de i pesi* c, d; *e minima quella dell'* h. *Imperò che non è si grande l'eccesso de i pesi* c, d, *sopra'l peso* h; *che maggiore non possa essere à proportione l'eccesso della Tangente* ef, *sopra la parte della segante* fi. *Il che proueremo così: Sia il cerchio, il cui Diametro* gai: *e qual proportione hà la grauità de i pesi* c, d, *alla grauità di* h; *tale la habbia la linea* bo *ad vn'altra, che sia* c. *della quale sia minore la* d; *si che maggior proportione harà la* bo *alla* d, *che alla* c. *prendasi delle due* ob, d, *la terza proportionale* be. *e come* oe *ad* eb,



così si faccia il Diametro gi (prolungandolo) all'if, e dal termine f tirisi la tangente fn. E perche si è fatto, come oe ad eb, così gi ad if; sarà componendo, come ob à be, così gf ad fi. Mà trà ob, e be, media la d; e trà gf, fi, media la nf; adunque nf alla fi hà la medesima proportione, che la ob alla d; la qual proportione è maggiore di quella de i pesi cd al peso h. Hauendo dunque maggior proportione la sceſa ò velocità del peso h, alla salita ò velocità de i pesi c, d; che non hà la grauità di essi pesi c, d, alla grauità del peso h; resta manifesto, che il peso h descenderà, cioè, la linea a b partirà dalla rettitudine Orizontale. E quel che auuiene alla retta ab priua di grauità, mentre si attacchi in e, qual si voglia minimo peso h auuiene all'istessa corda ab, intesa di materia pesante, senza l'aggiunta di alcun'altro graue; poiche vi si sospende il pesso istesso della materia componente esse corda ab.

Simp. Io resto satisfatto à pieno; però potrà il Sig. Salu. conforme alla promessa esplicarci, qual sia l'vtilità, che da simile catenella si può ritrarre, e dopo questo arrecarci quelle speculationi, che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della Percossa.

Salu. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplationi passate; e l'hora, che non poco è tarda, non ci basterebbe à gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

Sagr. Concorro col parere di V. S. perche da diuersi ragionamẽti hauti con amici intrinseci del nostro Accademico hò ritratto questa materia della forza della percossa essere oscurissima, nè di quella sin'ora esserne, da chiunque ne hà trattato, penetrato i suoi ricetti pieni di tenebre, & alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginationi humane; e trà le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia vna strauagantissima, cioè, Che la forza della Percossa è interminata, per non dir' infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salu. Mà intanto dicami che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il Trattato de i Proietti?

Salu. Queste sono alcune Propositioni attenenti al Centro di grauità de i solidi, le quali in sua giouentù andò ritrouando il nostro Accademico, parendogli, che quello, che in tal materia haueua scritto Federigo Comandino, non mancasse di qualche imperfettione. Credette dunque con queste Propositioni, che quì vedete scritte, poter supplire à quello, che si desideraua nel Libro del Comandino; & applicossi à questa contemplatione ad instanza dell'Illustrissimo Sig. Marchese Guid' Vbaldo dal Monte grandissimo Matematico de suoi tempi, come le diuerse sue Opere publicate ne mostrano; & à quel Sig. ne dette Copia con pẽsiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri Solidi non tocchi

dal

dal Comandino. Mà incontratosi dopo alcun tempo nel Libro del Sig. Luca Valerio, massimo Geometra, e veduto, come egli risolue tutta questa materia senza niente lasciar'in dietro, non seguitò più auanti, ben che le aggressioni sue siano per strade molto diuerse da quelle del Sig. Valerio.

Sagr. *Sarà bene dunque, che in questo tempo, che s'intermette trà i nostri passati, & i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il Libro; che io trà tanto anderò vedendo, e studiando le Propositioni conseguentemente scritteui.*

Salu. *Molto volentieri eseguisco la vostra domanda; e spero, che V. S. prenderà gusto di tali Propositioni.*

APPENDIX,

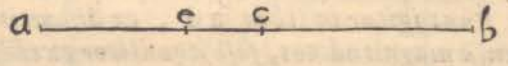
In qua continentur Theoremata, eorumque demonstrationes, quæ ab eodem Autore circa centrum grauitatis solidorum olim conscripta fuerunt.

POSTVLATVM.

PEtimus æqualium ponderum similiter in diuersis libris dispositorum, si horum quidem compositorum centrum grauitatis libram secundum aliquam rationem diuiserit; & illorum etiam grauitatis centrum libram secundum eandem rationem diuidere.

LEMMA.

Sit lineâ ab *bifariam in* c *secta; cuius medietas* ac *diuisa sit in* e, *ita vt quam rationem habet* be *ad* ea, *hanc habeat* ae *ad* ec. *Dico* be *ipsius* ea *duplam esse. Quia enim vt* be *ad* ea, *ita* ea *ad*

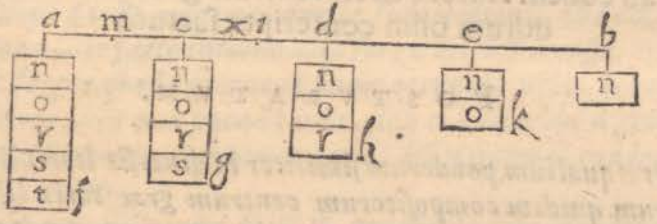


ec; *erit componendo, & permutando, vt* ba *ad* ac, *ita* ae *ad* ec. *est autem vt* ae *ad* ec, *nempe vt* ba *ad* ac, *ita* be *ad* ea. *quare* be *ipsius* ea *dupla est.*

His positis demonstratur: Si Magnitudines quocunque sefeæ qualiter excedentes, & quarum excessus earum minimæ sint æquales, ita in libra disponantur, vt ex distantijs æqualibus pendeant, centrum grauitatis omnium libram ita diuidere, vt pars versus minores reliquæ sit dupla.

In Libra itaque a b *ex diſtantijs æqualibus pendeant quotcunque numero Magnitudines* f, g, h, k, n, *quales dictum eſt: quarum minima ſit* n. *ſintque puncta ſuſpenſionum* a, c, d, e, b. *ſitque omnium Magnitudinum ſic diſpoſitarum grauitatis centrum* x. *Oſtendendum eſt partem libræ* b x *verſus minores magnitudines reliquæ* x a *duplam eſſe.*

Diuidatur libra bifariam in puncto d. *quod vel in aliquo puncto ſuſpenſionum vel in duarum ſuſpenſionum medio cadet neceſſario. reliquæ vero ſuſpenſionum diſtantiæ, quæ inter* a *&* d *intercipiuntur, omnes bifariam diuidantur punctis* m, i. *magnitudines deinde omnes in partes ipſi* n *æquales diuidantur: erunt iam partes ipſius* f *tot numero quot ſunt quæ ex libra pendent magnitudines: partes vero ipſius* g *erũt vna pauciores. & ſic de reliquis. Sint itaque ipſius* f *partes* n, o, r, s, t. *ipſius* g *vero* n, o, r, s. *ipſius* h *quoque* n, o, r. *ipſius denique* k *ſint* n, o. *eruntque magnitudines omnes, in quibus*

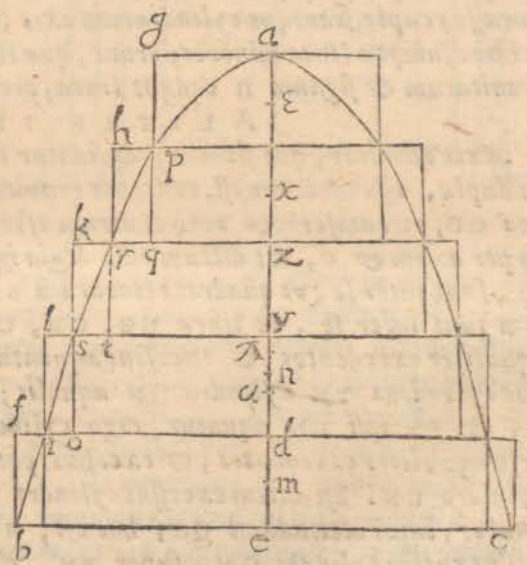


n *ipſi* f *æquatur; magnitudines verò omnes, in quibus* o, *ipſi* g *æquatur; & magnitudines, in quibus* r *ipſi* h. *ille autem, in quibus* s *ipſi* k, *& magnitudo* t *ipſi* n *æqualis eſt. Quia igitur magnitudines omnes, in quibus* n *inter ſe ſunt æquales, æque ponderabunt in ſigno* d, *quod libram* a b *bifariam diuidit; & eandem ob cauſam omnes magnitudines, in quibus* o *æque ponderant in* i; *illæ autem in quibus* r *in* c; *& in quibus* s *in* m, *æque ponderant;* t *autem in* a *ſuſpenditur. Sunt igitur in libra* a d, *ex diſtantis æqualibus* d, i, c, m, a *ſuſpenſæ magnitudines, ſeſe æqualiter excedentes, & quarũ exceſſus minime æquatur: maxima autem quæ eſt compoſita ex omnibus* n, *pendet ex* d; *minima, quæ eſt* t, *pendet ex* a; *& reliquæ ordinate diſpoſitæ ſunt. Eſtque rurſus alia libra* a b; *in qua magnitudines aliæ prædictis numero & magnitudine æquales eodem ordine diſpoſitæ ſunt. Quare libræ* a b, a d *à centris omnium magnitudinum ſecundũ eandem rationem diuidentur. Eſt autem centrum grauitatis dictarum magnitudinum* x: *quare* x *diuidit libras* b a, a d *ſub eadem ratione: ita vt ſicut* b x *ad* x a, *ita* x a *ad* x d. *quare* b x *dupla eſt ipſius* x a *ex lemmate ſupra poſito. Quod erat probandum.*

Si

Si conoidi parabolico figura inscribatur, & altera circumscribatur ex cylindris æqualem altitudinem habentibus: & axis dicti conoidis diuiditur ita vt pars ad verticem partis ad basin sit dupla: centrum grauitatis inscriptæ figuræ basi portionis dicto puncto diuisionis erit propinquius: centrum autem grauitatis circumscriptæ à basi conoidis eodem puncto erit remotius; critque vtrorumque centrorum à tali puncto distantia æqualis lineæ quæ sit pars sexta altitudinis vnius cylindri ex quibus figuræ constant.

Sit itaque conoidale parabolicum, & figuræ quales dictæ sunt: altera sit inscripta, altera circumscripta: & axis conoidis qui sit a e *diuidatur in* n, *ita vt* a n, *ipsius* n e *sit dupla. Ostendendum est centrum grauitatis inscriptæ figuræ esse in linea* n e, *circumscriptæ autem centrum esse in* a n. *Secentur figuræ ita dispositæ plano per axem, & sit sectio parabolæ* b a c; *plani autem secantis & basis conoidis sectio sit* b c *linea; cilindrorum autem sectiones sint rectangulæ figuræ; vt in descriptione apparet: primus itaque cylindrus inscriptorum cuius axis est* d e, *ad cylindrum cuius axis est* d y, *eandem habet rationem quam quadratum* i d *ad quadratum* s y, *hoc est, quam* d a *ad* a y: *cylindrus autem, cuius axis est* d y, *ad cylindrum* y z *est vt* s y *ad* r z *potentia; hoc est, vt* y a *ad* a z; *& eadem ratione cylindrus, cuius axis est* z y, *ad eum cuius axis est* z u, *est vt* z a *ad* a u. *dicti itaque cylindri sunt inter se vt lineæ* d a; a y; z a, a u: *istæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & est excessus æqualis minimæ, ita vt* a z *dupla sit ad* a u. a y *autem eiusdem est tripla, &* d a *quadrupla. sunt igitur dicti cilindri magnitudines quædam sese ad inuicem æqualiter excedentes, quarum excessus æquantur earum minimæ, & est linea* x m, *in qua ex distantijs æqualibus suspensæ sunt (vnumquodque enim cylindrorum centrum grauitatis habet in medio axis.) quare per ea quæ superius demonstrata sunt centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositæ diuidet lineam* x m, *ita vt pars ad* x *reliquæ sit dupla. Diuidatur itaque*



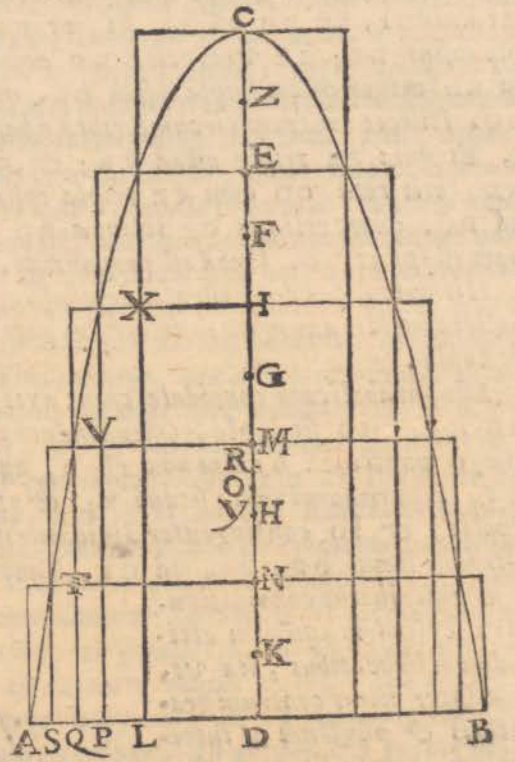
que, & sit x α *ipsius* α m *dupla; est ergo* α *centrum grauitatis inscriptæ figuræ. Diuidatur* a u *bifariam in* ε; *erit* ε x *dupla ipsius* m e. *est autem* x α *dupla ipsius* α m. *quare* ε c *tripla erit* e α. *est autem* α e *tripla ipsius* e n. *constat ergo,* e n *maiorem esse quam* e x, *& ideo* α, *quod est centrum figuræ inscriptæ, magis accedere ad basin conoidis quam* n: *& quia est vt* a e *ad* e n, *ita ablatum* ε e *ad ablatum* e α; *erit & reliquum ad reliquum, id est,* a ε *ad* n α, *vt* a e *ad* e n. *Est ergo* α n *tertia pars ipsius* a ε, *& sexta ipsius* a u. *Eodem autem pacto cylindri circumscriptæ figuræ demonstrabuntur esse sese æqualiter excedentes, & esse excessus æquales minimo; & habere in linea* ε m *centra grauitatum in distantijs æqualibus. Si itaque diuidatur* ε m *in* π, *ita vt* ε π *reliquæ* π m *sit dupla; erit* π *centrum grauitatis totius circumscriptæ magnitudinis. & cum* ε π *dupla sit ad* π m; a ε *autem minor sit quam dupla ad* e m: (*cum ei sit æqualis:*) *erit tota* a e *minor quam tripla ipsius* e π. *quare* e π *maior erit ipsa* e n. *&, cum* ε m *tripla sit ad* m π, *&* m e *cum duabus* ε a *similiter tripla sit ad* m e; *erit tota* a e *cum* a ε *tripla ad* e π. *est autem* a e *tripla ad* e n. *quare reliqua* a ε *reliquæ* π n *tripla erit. Est igitur* n π *sexta pars ipsius* a u. *Hæc autem sunt quæ demonstranda fuerunt. Ex his manifestum est, posse conoidi parabolico figuram inscribi, & alteram circumscribi, ita vt centra grauitatum earum à puncto* n *minus quacunque proposita linea distent. Si enim sumatur linea propositæ lineæ sexcupla, fiantque cylindrorum axes, ex quibus figuræ componuntur hac sumpta linea minores; erunt, quæ inter harum figurarum centra grauitatum & signum* n *cadunt lineæ, proposita linea minores.*

ALITER IDEM.

Axis conoidis, qui sit CD, *diuidatur in* O, *ita vt* CO *ipsius* OD *sit dupla. Ostendendum est, centrum grauitatis inscriptæ figuræ esse in linea* OD; *circumscriptæ verò centrum esse in* CO. *Secentur figuræ plano per axem & c, vt dictum est. Quia igitur cylindri* SN, TM, VI, XE, *sunt inter se, vt quadrata linearum* SD, TN, VM, XI; *hæc autem sunt inter se, vt lineæ* NC, CM, CI, CE; *hæ autem sunt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimæ, nempe* CE; *estque cylindrus* TM *cylindro* QN *æqualis; cylindrus autem* VI *ipsi* P N; *&* XE *ipsi* LN *æquatur; ergo cylindri* SN, QN, PN, LN, *sũt sese æqualiter excedentes, & excessus æquantur minimo, eorum nempe cylindro* LN. *Est autem excessus cylindri* SN, *super cylindrum* QN, *anulus, cuius altitudo est* QT; *hoc est,* ND; *latitudo autem* SQ. *excessus autem cylindri* QN, *super* PN, *est anulus, cuius latitudo est* QP. *excessus autẽ cylindri* PN, *super* LN, *est anulus, cuius latitudo* PL. *Quare dicti anuli* SQ, QP, PL, *sunt inter se æquales, & cylindro* LN.

Anu-

Anulus igitur ST *æquatur cylindro* XE: *anulus* QV, *qui ipsius* ST *est duplus, æquatur cylindro* VI; *qui similiter cylindri* XE *duplus est: & eamdem ob causam anulus* PX *cylindro* TM; *& cylindrus* LE *cylindro* SN *æqualis erit. In libra itaque* KF *puncta media rectarum* EI, DN *connectente, & in partes æquales punctis* HG *secta, sunt magnitudines quædam, nempe cylindri* SN, TM, VI, XE; *& grauitatis centrum primi cylindri est* K; *secundi verò est* H; *tertij* G; *quarti* F. *Habemus autem & aliam libram* MK; *quæ est ipsius* FK *dimidia, totidemque punctis in partes æquas distributa, nempe* MH, HN, NK, *& in ea aliæ magnitudines, illis, quæ sunt in libra* FK, *numero & magnitudine æquales, & centra grauitatũ in signis* M, H, N, K *habẽtes, & eodem ordine dispositę sunt. cylindrus enim* LE *cẽtrum grauitatis habet in* M; *& æquatur cylindro* SN *centrum habenti in* K: *anulus verò* PX *centrum habet* H; *& æquatur cylindro* TM; *cuius centrum est* H: *& anulus* QV, *centrum habens* N, *æquatur cylindro* VI; *cuius centrum est* G: *& denique anulus* ST, *centrum habens* K, *æquatur cylindro* XE, *cuius centrum est* F. *Igitur centrum grauitatis dictarum magnitudinum libram diuidet in eadem ratione: earundem verò vnum est centrum, ac propterea punctum aliquod vtrique lib æ commune, quod sit* Y. *Itaque* FY *ad* YK *erit vt* KY *ad* YM. *est ergo* FY *dupla ipsius* YK; *& diuisa* CE *bifariã in* Z, *erit* ZF *dupla ipsius* KD; *ac propterea* ZD *tripla ipsius* DY. *rectæ verò* DO *tripla est* CD: *maior est ergo recta* DO, *quàm* DY; *ac propterea* Y *centrum inscriptæ magis ad basin accedit, quàm punctum* O. *Et, quia, vt* CD *ad* DO, *ita est ablatum* ZD *ad ablatum* DY; *erit & reliquum* CZ *ad reliquum* YO, *vt* CD *ad* DO. *nempe* YO

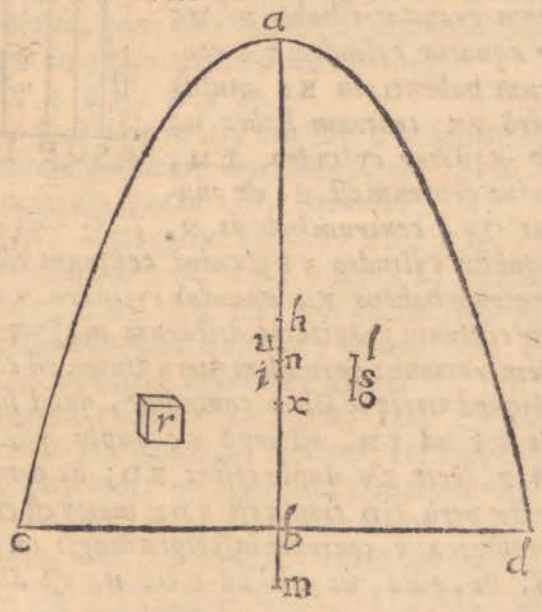


ter-

tertia pars erit ipsius CZ; hoc est pars sexta ipsius CE. Eadem prorsus ratione demonstrabimus, cylindros circumscriptæ figuræ sese æqualiter excedere, & esse excessus æquales minimo, & ipsorum centra grauitatũ in distantijs æqualibus libræ KZ constituta; & pariter anulos ijsdem cylindris æquales similiter disponi in altera libra KG ipsius KZ dimidia, ac propterea circumscriptæ grauitatis centrum, quod sit R, libras ita diuidere, vt ZR ad RK sit, vt KR ad RG. Erit ergo ZR dupla ipsius RK; CZ verò rectæ KD æqualis est, & non dupla. erit tota CD minor quàm tripla ipsius DR. quare recta DR maior est quàm DO. scilicet centrum circumscriptæ à basi magis recedit quàm punctum O. Et quia ZK tripla est ad KR; & KD cum duabus ZC tripla ad KD; erit tota CD cum CZ tripla ipsius DR. est autem CD tripla ad DO. quare reliqua CZ reliquæ RO tripla erit; scilicet OR sexta pars est ipsius EC. Quod est propositum.

His autem prædemonstratis demonstratur, centrum grauitatis parabolici conoidis axem ita diuidere, vt pars ad verticem, reliquæ ad basin sit dupla.

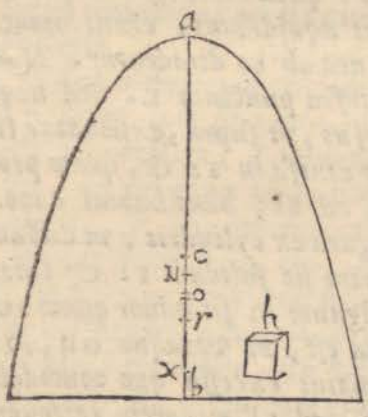
Esto parabolicum conoidale, cuius axis sit ab, diuisus in n, ita vt an ipsius nb sit dupla. Ostendendum est, centrum grauitatis conoidis esse n punctum. si enim non est n, aut infra ipsum, aut supra ipsum erit. Sit primum infra: sitque x; & exponatur linea lo ipsi nx æqualis; & lo contingenter diuidatur in s: & quam rationem habet vtraque simul bx, os, ad os, hanc habeat conoidale ad solidum r: & inscribatur conoidi figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita vt, quæ inter illius centrum grauitatis & punctum n intercipitur, minor sit quam ls, excessus autem, quo à conoide superatur, minor sit solido r. hoc autem fieri posse, clarum est. Sit itaque inscripta, cuius grauitatis centrum sit i; erit iam ix maior so: &, quia est, vt xb cum so ad so, ita conoidale ad r; (est autem r maius excessu quo conoidale figuram inscriptam superat;) erit conoidalis ad dictum excessum propor-



tio

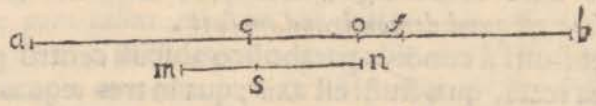
tio maior quàm utriusque bx, os, ad so: & diuidendo figura inscripta ad dictum excessum maiorem rationem habebit quam bx ad so. habet autem bx ad xi proportionem adhuc minorem quam ad so. inscripta igitur figura ad reliquas proportiones multo maiorem proportionem habebit quam bx ad xi. quam igitur proportionem habet inscripta figura ad reliquas portiones, alia quædam linea habebit ad xi; quæ necessario maior erit quam bx. Sit igitur mx. Habemus itaque centrum grauitatis conoidis x: figuræ autem in ipso inscriptæ centrum grauitatis est i. reliquarum ergo portionum quibus conoidale inscriptam figuram excedit grauitatis centrum erit in linea xm, atque in eo ipsius puncto in quo sic terminata fuerit; vt, quam proportionem habet inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur, eandem ipsam habeat ad xi. Ostensum autem est, hanc proportionem esse illam quam habet mx ac xi. erit ergo m grauitatis centrum earum proportionũ quibus conoidale excedit inscriptam figuram. quod certè esse non potest. nam, si per m ducatur planum basi conoidis æquidistans, erunt omnes dictæ proportiones versus eandem partem, nec ab eo diuidentur. Non est igitur grauitatis centrum ipsius conoidis infra punctum n. Sed neq; supra. Sit enim, si fieri potest, h: & rursus, vt supra, exponatur linea lo, æqualis ipsi hn, & contingenter diuisa in s: &, quam proportionem habet vtraque simul, bn, so, ad sl; hanc habeat conoidale ad r: & conoidale circumscribatur figura ex cylindris, vt dictum est, à qua minori quantitate excedatur quam sit solidum r: & linea inter centrum grauitatis circumscriptæ & signum n sit minor quam so: erit residua uh maior quam ls. &, quia est, vt vtraque bn, os ad sl, ita conoidale ad r; (est autem r maius excessu quo conoidale à circumscripta superatur:) ergo bn, so, ad sl minorem rationem habet quam conoidale ad dictum excessum. Est autem bu minor quam vtraque bn, so: uh autem maior quam sl. multo igitur maiorem rationem habet conoidale ad dictas proportiones quam bu ad uh. quã igitur rationem habet conoidale ad eas dem proportiones, hanc habebit ad uh linea maior ipsa bu. Habeat; sitque ea mu; &, quia centrum grauitatis circumscriptæ figuræ est u; centrum vero conoidis est h; atque est, vt conoidale ad residuas proportiones, ita mu ad uh, erit m centrum grauitatis residuarum proportionum: quod similiter est impossibile. Non est ergo centrum grauitatis conoidis supra punctum n. Sed demonstratum est quod neque infra. Restat ergo, vt in ipso n sit necessario. Et eadem ratione demonstrabitur de conoide plano super axe non erecto secto. Aliter idem, vt constat in sequenti, centrum grauitatis conoidis parabolici inter centrum circumscriptæ figuræ & centrum inscriptæ cadit.

Sit conoidale, cuius axis ab, *& centrum circumscriptæ sit* c, *inscriptæ vero sit* o. *Dico, centrum conoidis inter* co *puncta esse. nam si non; infra, vel supra vel in altero eorum erit. Sit infra, vt in* r. *&, quia* r *est centrum grauitatis totius conoidis: inscriptæ autem figuræ est grauitatis centrum* o: *reliquarum ergo proportionum, quibus inscripta figura à conoide superatur, centrum grauitatis erit in linea* o r *ad partes* r *extensa, atque in eo puncto in quo sic terminatur, vt, quam rationem habent dictæ proportiones ad inscriptam, eandem habeat* or *ad lineam inter* r *& punctum illud cadentem. Sit hæc ratio, illa quam habet* or *ad* rx. *Aut igitur* x *cadet extra conoidem, aut intra, aut in ipsa basi. Si vel extra, vel in basi cadat; iam manifestum est absurdum. Cadat intra: & quia:* xr *ad* ro *est vt inscripta figura ad excessum quo à conoide superatur; rationem illam; quam habet* br *ad* ro, *eandem habeat inscripta figura ad solidum* k. *quod necessario minus erit dicto excessu. Et inscribatur alia figura, quæ à conoide superetur minori quantitate quam sit* k; *cuius grauitatis centrum cadet infra* oc. *Sit* u. *Et, quia prima figura ad* k *est vt* br *ad* ro: *secunda autem figura, cuius, centrum* u *maior est prima, & à conoide exceditur minori quantitate quã sit.* k; *quam rationem habet secunda figura ad excessum quo à conoide superatur, hanc habebit ad* ru *linea maior ipsa* br. *Est autem* r *centrum grauitatis conoidis; inscriptæ autem secundę* u. *centrum ergo reliquarum proportionum erit extra conoides infra* b. *quod est impossibile. Et eodem pacto demonstrabitur, centrum grauitatis eiusdem conoidis non esse in linea* ca. *Quod autem non sit alterum punctorum* co, *manifestum est. Si enim dicas, esse descriptis alijs figuris, inscripta quidem maiori illa cuius centrum* o, *circumscripta vero minore ea cuius centrum* c, *centrum conoidis extra harum figurarum centrum caderet. quod nuper impossibile esse conclusum est. Restat ergo, vt inter centrum circumscriptæ & inscriptæ figuræ sit. Quod si ita est, necessario erit in signo illo quod axem diuidit vt pars ad verticem reliquæ sit dupla, cum* n *circumscribi, & inscribi possint figurę, ita vt, quæ inter ipsarum centrum & dictum signum cadunt lineæ, quacunque linea sint minores. aliter dicentem ad impossibile deduceremus; quod scilicet centrum conoidis non intra inscriptæ & circumscriptæ centra caderet.*



Si

Si fuerint trēs lineæ proportionales, & quam proportionem habet minima ad exceſſum, quo maxima minimam ſuperat, eandem habeat linea quædam ſumpta ad duas tertias exceſſus, quo maxima mediam ſuperat: & item quam proportionem habet compoſita ex maxima, & dupla mediæ ad compoſitam ex tripla maximæ, & mediæ, eandem habuerit alia linea ſumpta ad exceſſum quo maxima mediam excedit; erunt ambæ lineæ ſumptæ ſimul, tertia pars maximæ proportionalium.



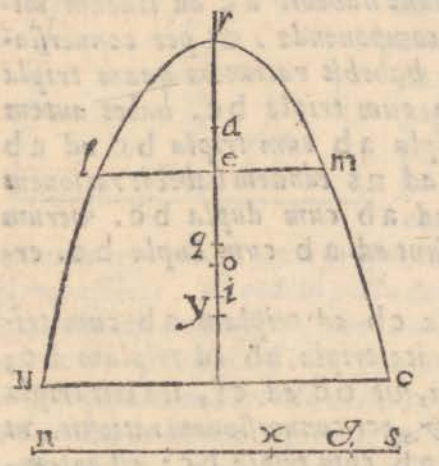
Sint tres lineæ proportionales ab, bc, bf. *& quam proportionem habet* bf *ad* fa, *hanc habeat* ms *ad duas tertias ipſius* ca. *quam vero proportionem habet compoſita ex* ab *& dupla* bc *ad compoſitam ex tripla vtriuſque* ab, bc, *eandem habeat alia, nempe* sn *ad* ac. *Demonſtrandum eſt,* mn *tertiam eſſe partem ipſius* ab. *Quia itaque* ab, bc, bf, *ſunt proportionales, erunt etiam* ac, cf, *in eadem ratione. eſt igitur, vt* ab *ad* bc, *ita* ac *ad* cf: *& vt tripla* ab *ad triplam* bc, *ita* ac *ad* cf. *quam itaque rationem habet tripla* ab *cum tripla* bc *ad triplam* cb, *hanc habebit* ac *ad lineam minorem ipſa* cf. *Sit illa* co. *quare componendo, & per conuerſionem proportionis,* oa *ad* ac *eandem habebit rationem quam tripla* ab *cum ſexcupla* bc *ad triplam* ab *cum tripla* bc. *habet autem* ac *ad* sn *eandem rationem quam tripla* ab *cum tripla* bc *ad* ab *cum dupla* bc. *ex æquali igitur* oa *ad* ns *eandem habebit rationem quam tripla* ab *cum ſexcupla* bc *ad* ab *cum dupla* bc. *Verum tripla* ab *cum ſexcupla* bc *triplæ ſunt ad* ab *cum dupla* bc. *ergo* ao *tripla eſt ad* sn.

Rurſus quia oc *ad* ca *eſt vt tripla* cb *ad triplam* ab *cum tripla* cb: *eſt autem, ſicut* ca *ad* cf, *ita tripla* ab *ad triplam* bc; *ex æquali ergo in proportione perturbata, vt* oc *ad* cf, *ita erit tripla* ab *ad triplam* ab *cum tripla* bc: *&, per conuerſionem rationis, vt* of *ad* fc, *ſic tripla* bc *ad triplam* ab *cum tripla* bc: *eſt autem, ſicut* cf *ad* fb, *ita* ac *ad* cb, *& tripla* ac *ad triplam* bc. *Ex æquali igitur, in proportione perturbata, vt* of *ad* fb, *ita tripla* ac *ad triplam vtriuſque ſimul,* ab, bc. *Tota igitur* ob *ad* bf, *erit vt ſexcupla* ab *ad triplam vtriuſque* ab, ac. *&, quia* fc, ca *in eadem ſunt ratione, &* cb, ba *erit ſicut* fc *ad* ca, *ita* bc *ad* ba; *& componendo vt* fa *ad* ac, *ita vtraque* ba, bc *ad* ba; *& ſic tripla ad triplam: ergo vt* fa *ad* ac, *ita compoſita ex tripla* ba

& tripla bc *ad triplam* ab. *quare ſicut* fa *ad duas tertias ipſius* ac, *ſic compoſita ex tripla* ba *& tripla* bc *ad duas tertias triplæ* ba: *hoc eſt, ad duplam* ba. *ſed ſicut* fa *ad duas tertias ipſius* ac, *ita* fb *ad* ms. *Sicut ergo* fb *ad* ms, *ita compoſita ex tripla* ba *& tripla* bc *ad duplam* ba. *verum ſicut* ob *ad* fb, *ita erat ſexcupla* ab *ad triplam vtriuſque* ab, bc. *ergo ex æquali,* ob *ad* ms *eandem habebit rationem quam ſexcupla* ab *ad duplam* ba. *quare* ms *erit tertia pars ipſius* ob. *Et demonſtratum eſt,* sn *tertiam eſſe partem ipſius* ao. *conſtat ergo,* mn *ipſius* ab *tertiam ſimiliter eſſe partem. & hoc eſt quod demonſtrandum fuit.*

Cuiuſlibet fruſti à conoide parabolico abſciſſi centrũ grauitatis eſt in linea recta, quæ fruſti eſt axis; qua in tres æquas partes diuiſa centrum grauitatis in media exiſtit, eamque ſic diuidit. at pars verſus minorem baſim ad partem verſus maiorem baſim, eandem habeat rationem quam maior baſis ad baſim minorem.

A conoide, cuius axis rb, *abſciſſum ſit ſolidum, cuius axis* be; *& planum abſcindens ſit baſi æquidiſtans. ſecetur autem altero plano per axem ſuper baſin erectum, ſitque ſectio parabolæ* u, r, c. *huius autẽ, & plani ſecantis, & baſis ſectiones ſint lineæ rectæ* lm, uc; *erit* rb *diameter proportionis vel diametro æquidiſtans* lm, uc: *erunt ordinatim applicatæ. Diuidatur itaque* eb *in tres partes æquales, quarum media ſit* qy. *hæc autem ſigno* i *ita diuidatur; vt, quam rationem habet baſis, cuius diameter* uc, *ad baſin cuius diameter* lm; *hoc eſt, quam habet quadratum* uc *ad quadratum* lm; *eandem habeat* qi *ad* iy. *Demonſtrandum eſt,* i *centrum grauitatis eſſe fruſtri* lmc. *Exponatur linea* ns *æqualis ipſi* br, *&* sx *æqualis ſit* er. *ipſarum autem* ns, sx *ſumatur tertia proportionalis* sg. *&, quam proportionem habet* ng *ad* gs, *hanc habeat linea* bq *ad* io. *Nihil autem refert, ſi punctus* o *ſupra vel infra* lm *cadat. & quia in ſectione* urc *lineæ* lm, uc *ordinatim ſunt applicatæ, erit vt quadratũ* uc *ad quadr.* lm, *ita linea* br *ad* re. *eſt autem vt quadratum* uc *ad quadr.* lm, *ita* qi *ad* iy; *&, vt* br *ad* re, *ita* ns *ad* sx. *ergo* qi *ad* iy *eſt vt* rs *ad* sx. *quare vt* gy *ad* yi, *ita erit vtraque* ns, sx, *ad* sx, *& vt* eb *ad* yi, *ita compoſita ex tripla* ns



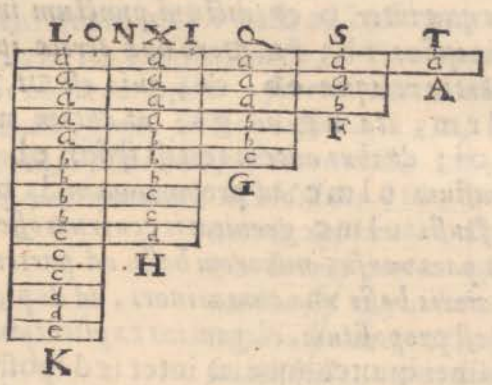
& tri-

& tripla sx ad sx. est autem, vt eb ad by, ita composita ex tripla vtriusque simul ns, sx ad compositam ex ns, sx. ergo vt eb ad bi, ita composita ex tripla ns & tripla sx ad compositam ex ns & dupla sx. Sunt igitur 3. lineæ proportionales, ns, sxgs. &, quam proportionem habet sg ad gn, hanc habet quædam sumpta oi ad duas tertias ipsius eb, hoc est, ipsius nx. quam autem proportionem composita ex ns & dupla sx, ad compositam ex tripla ns & tripla sx; eandem habet alia quædam sumpta ib ad be, hoc est, ad nx. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, erunt lineæ illæ simul sumptæ tertia pars ipsius ns; hoc est, ipsius rb. est ergo rb tripla ipsius bo. quare o erit centrum grauitatis conoidis urc. Sit autē centrum grauitatis conoidis lrm frusti. ergo ulmc centrum grauitatis est in linea ob, atque in eo puncto qui illam sic terminat: vt quæ rationem habet ulmc frusti ad lrm proportionem, eam habeat linea ao ad eam quæ inter o & dictum punctum intercedit. Et, quia ro est duæ tertiæ ipsius rb; ra verò duæ tertiæ ipsius re: erit reliqua ao duæ tertiæ reliquæ eb. &, quia est vt frustum ulmc ad proportionem lrm, ita ng ad gs; vt autem ng ad gs, ita duæ tertiæ eb ad oi; duabus autem tertijs ipsius eb æqualis est linea ao: erit, vt frustum ulmc ad proportionem lrm, ita ao ad oi. Constat igitur frusti ulmc grauitatis centrum esse punctum i, & axē ita diuidere, vt pars versus minorem basin ad partem versus maiorem sit, vt dupla maioris basis vna cum minori, ad duplam minoris vna cum maiori. Quod est propositum, elegantius explicatum.

Si magnitudines quotcunque ita inter se dispositæ, vt secunda addat super primam duplum primæ, tertia addat super secundam triplum primæ, quarta verò addat super tertiam quadruplum primæ, & sic vnaquæque sequentium super sibi proximam addat magnitudinem primæ, multiplicem secundum numerum quem ipsa in ordine retinuerit: si, inquam, hæ magnitudines ordinatim in libra ex distantijs æqualibus suspendantur: centrum æquilibrij omnium compositarum libram ita diuidet, vt pars versus minores magnitudines reliquæ sit tripla.

Esto libra LT; & magnitudines, quales dictum est, in ea pendeant: & sint A, F, G, H, K; quarum A ex T suspensa sit prima. Dico, centrum æquilibrij libram TL ita secare, vt pars versus T reliquæ sit tripla. Sit TL tripla ad LI; & SL tripla LP: & QL ipsius LN; & LP ipsius LO: erunt IP, PN, NO, OL æquales. Et accipiatur in F magnitudo ipsius A dupla; in G verò alia eiusdem tripla; in H eiusdem quadrupla; & sic deinceps: & sint sumptæ magnitudines illæ in quibus A: & idem fiat in magnitudinibus F, G, H, K. Cum enim

enim in F *reliquâ magnitudo, nempe* B, *ſit æqualis* A; *ſumatur in* G *ipſius dupla, in* H *tripla, &c. & ſint hæ magnitudines ſumptæ in quibus* B; *& eodem pacto ſumantur illæ in quibus* C *& in quibus* D *&* E. *erunt iam omnes, in quibus* A, *æquales ipſi* K; *compoſita verò ex omnibus* B *æquabitur ipſi* H; *compoſita ex* C *ipſi* G: *ex omnibus* D *verò compoſita æquabitur* F; *&* E *ipſi* A. *&, quia* TI *dupla eſt* I L, *erit* I *punctum æquilibrij magnitudinis compoſitæ ex omnibus* A. *& ſimiliter, cum* SP *ipſius* PL *ſit dupla, erit* P *punctum æquilibrij compoſitæ ex omnibus* B: *& eamdem ob cauſam* N *erit punctum æquilibrij compoſitæ ex omnibus;* CO *verò compoſitæ ex* D; *&* L *ipſius* E. *Eſt igitur libra quædam* TL *in qua ex diſtantijs æqualibus pendent magnitudines quædam* K, H, G, F, A. *& rurſus eſt alia libra* LI, *in qua ex diſtantijs ſimiliter æqualibus pendent totidem numero magni-*

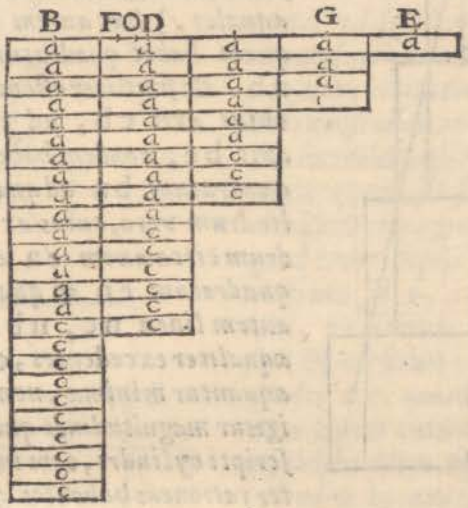


tudines, & eodem ordine prædictis æquales. eſt enim compoſita ex omnibus A *quæ pendet ex* I *æqualis* K *pendenti ex* L; *& compoſita ex omnibus* B *quæ pendet ex* P, *æquatur* H *pendenti ex* P; *& ſimiliter compoſita ex* C, *quæ pendet ex* N, *æquatur* G; *& compoſita ex* D, *quæ pendet ex* O, *æquatur* F; *&* B *pendens ex* L *æqualis eſt* A. *Quare libræ eadem ratione à centro compoſitarum magnitudinum diuidentur. Vnum eſt autem centrum compoſitæ ex dictis magnitudinibus. Erit ergo punctum commune rectæ* TL; *& rectæ* LI *centrum, quod ſit* X. *Itaque vt* TX *ad* XL, *ita erit* LX *ad* XI; *& tota* TL *ad* LI. *eſt autem* TL *ipſius* LI *tripla. quare &* TX *ipſius* XL *tripla erit.*

Si magnitudines quotcumque ita ſumantur, vt ſecunda addat ſuper primam triplum primæ, tertia verò ſuper ſecundam addat quintuplum primæ, quarta autem ſuper tertiam addat ſeptuplum primæ, & ſic deinceps vniuſcuiuſque augmentum ſuper ſibi pro-

ximam procedat multiplex primæ magnitudinis secundum numeros consequenter impares; sicuti procedunt quadrata linearum sese æqualiter excedentium, quarum excessus minimæ sit æqualis; & in libra ex distantijs æqualibus suspendantur; omnium compositarum centrum æquilibrij libram diuidet, vt pars versus minores magnitudines reliquæ sit maior quam tripla, eadem verò dempta vna distantia eiusdem minor sit quam tripla.

Sint in libra BE *magnitudines, quales dictum est. à quibus auferãtur magnitudines aliquæ inter se, vt quæ in præcedenti dispositæ fuerunt; & sint compositæ ex omnibus* A. *erunt reliquæ in quibus* C, *eodem ordine distributæ, sed deficientes maxima. Sit* ED *tripla* DB; *&* GF *tripla* FB. *erit* D *centrum æquilibri compositæ ex omnibus* A; F *ve-*

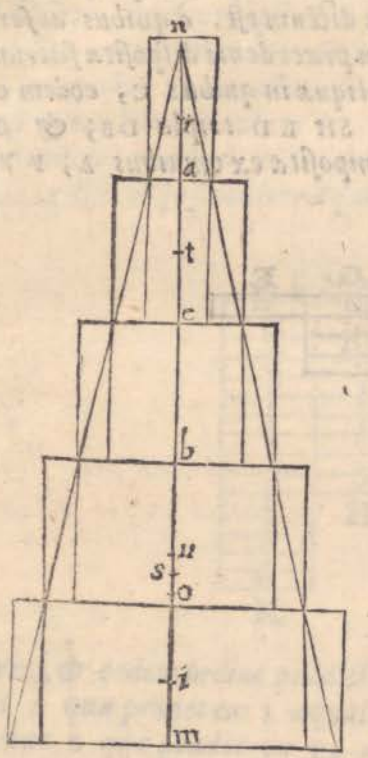


rò compositę ex omnibus C. *quare compositæ ex omnibus* AC *centrum cadet inter* D *&* F. *Sit* O. *Manifestum itaque est,* EO *ipsius* OB *maiorem esse quam triplam;* GO *verò eiusdem* OB *minorem esse quam triplam. Quod demonstrandum erat.*

Si cuicumque cono vel coni portioni ex cylindris æqualem altitudinem habentibus figura vna inscribatur, & altera circumscribatur; itemque axis eius ita diuidatur, vt pars, quæ inter punctum diuisionis & verticem intercipitur, reliquæ sit tripla: erit inscriptæ figuræ grauitatis centrum propinquius basi coni quam punctum

ctum illud diuisionis: circumscriptæ vero centrum grauitatis eodem puncto erit vertici propinquius.

Sit itaque conus, cuius axis n m. *Diuidatur in* s, *ita vt* n s *reliquæ* s m *sit tripla. Dico, cuiuscumque figuræ cono, vt dictum est, inscriptæ centrum grauitatis in axe* n m *consistere, & ad basin coni magis accedere quam* s *punctum: circumscriptæ vero grauitatis centrum similiter in axe* n m *esse, & vertici propinquius quam sit* s. *Intelligatur itaque inscripta figura ex cylindris quorum axes* m c, c b, b e, e a *æquales sint. Primus itaque cylindrus, cuius axis* m c, *ad cylindrum, cuius axis* c b, *eamdem habet rationem quam sua basis ad basin alterius (sunt enim eorum altitudines æquales.) hæc autem ratio eadem est ei quam habet quadratum* c n *ad quadr.* n b. *& similiter ostendetur, cylindrum, cuius axis* c b, *ad cylindrum, cuius axis* b e, *eandem habere rationem quam quadratum* b n *ad quadratum* n e; *cylindrum vero, cuius axis* b e, *ad cylindrum circa axem* e a *eam, quam habet quadratum* e n *ad quadratum* n a. *sunt autem lineæ* n c, n b, e n, n a *sese æqualiter excedentes, & earum excessus æquantur minimæ, nempe ipsi* n a. *Sunt igitur magnitudines quædam, nempe inscripti cylindri, eam inter se consequenter rationem habentes quam quadrata linearum sese æqualiter excedentium, & quarum excessus minimæ æquatur: sintque ita dispositi in libra* t i, *vt singulorum centra grauitatum in ea, & in distantijs æqualibus consistant. Per ea igitur, quæ supra demonstrata sunt, constat, grauitatis centrum omnium ita compositorum libram* t i *ita diuidere, vt pars versus* t *sit maior quam tripla reliquæ. Sit hoc centrum* o. *est ergo* t o *maior quam tripla ipsius* o i. *verum* t n *tripla est ad* i m. *ergo tota* m o *minor erit quam pars quarta totius* m n, *cuius* m s *pars quarta posita est. Constat ergo, signum* o *basi coni magis accedere quam* s; (*Verum sit iam circumscripta figura constans ex cylindis, quorum axes* m c, c b, b e, e a, a n *inter se sint æquales;*) *similiter, vt de inscriptis ostendetur, esse inter se sicut quadr. linearum* m n, n c, b n, n e, a n; *quæ sese æqualiter excedunt, excessus*

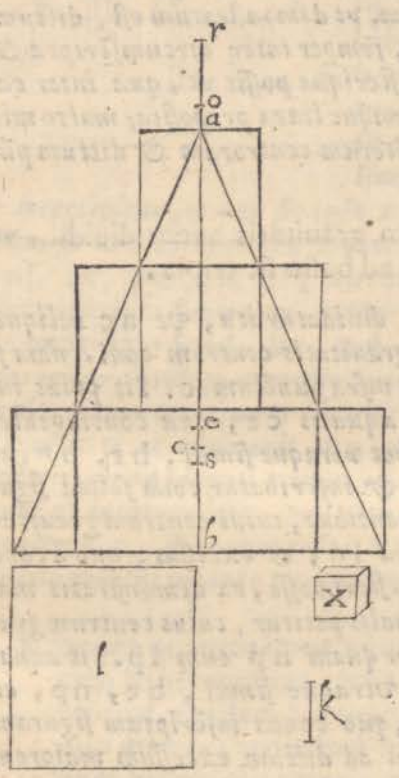


ces-

ceſſuſque æquatur minimè an. *quare, per præmiſſam, centrum grauitatis omnium cylindrorum ita diſpoſitorum, quod ſit* u, *libram* ri *ſic diuidet, vt pars verſus* r, *nempe* ru, *reliquæ* ui *ſit maior quam tripla;* tu *verò eiuſdem minor erit quam tripla. Sed* nt *tripla eſt ipſius tota* im. *igitur tota* um *maior eſt quam pars quarta totius* mn, *cuius* ms *pars quarta poſita eſt. Itaque punctum* u *vertici propinquius eſt quam punctum* s. *Quod oſtendendum erat.*

Cono dato poteſt figura circumſcribi, & altera inſcribi ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita vt linea, quæ inter centrum grauitatis circumſcriptæ & centrum grauitatis inſcriptæ intercipitur, minor ſit quacumque linea propoſita.

Sit datus conus, cuius axis ab. *data autem recta ſit* k. *Dico; Exponatur cylindrus* l *æqualis ei qui in cono inſcribitur, altitudinem habens dimidium axis* ab: *&* ab *diuidatur in* c, *ita vt* ac *ipſius* cb *tripla ſit: &, quam rationem habet* ac *ad* k, *hanc habeat cylindrus* l *ad ſolidum* x. *Cono autem circumſcribatur figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, & altera inſcribatur, ita vt circumſcripta excedat inſcriptam minori quantitate quam ſit ſolidum* x. *ſitque circumſcriptæ grauitatis centrum* e; *quod cadet ſupra* c: *inſcriptæ vero centrum ſit* s, *cadens ſub* c. *Dico iam,* es *lineam ipſa* k *minorem eſſe. Namſi non; ponatur ipſi* ca *æqualis* ec. *quia igitur* oe *ad* k *eãdem habet rationem quam* l *ad* x; *inſcripta vero figura minor non eſt cylindro* l; *exceſſus autem, quo dicta figura à circumſcripta ſuperatur, minor eſt ſolido* x: *inſcripta igitur figura ad dictum exceſſum maiorem rationem habebit quam* oe *ad* k. *ratio autem* oe *ad* k *non eſt minor ea quam habet* oe *ad* es *cum* es. *Non ponatur minor* k; *Igitur inſcripta figura ad exceſſum quo à circumſcripta ſuperatur maiorem habet rationem quam* oe *ad* es. *Quam gitur rationem habet inſcripta ad dictum exceſſum, hanc habebit ad li-*



neam es. Linea quædam maior ipsa eo sit illa er. est autem inscriptæ figuræ centrum grauitatis s; circumscriptæ vero centrum est e. Constat ergo, reliquarum proportionum, quibus circumscripta excedit inscriptam, centrum grauitatis esse in linea re, atque in eo puncto à quo sic terminatur, vt, quam rationem habet inscripta ad dictas proportiones, eandem habeat linea inter e & punctum illud intercepta ad lineam es. hanc vero rationem habet re ad es. ergo reliquarum proportionum, quibus circumscripta superat inscriptam figuram, grauitatis centrum erit r. quod est impossibile. planum enim ductum per r basi coni æquidistans dictas proportiones non secat. Falsum igitur est, lineam es non esse minorem ipsa k. erit ergo minor. Hæc autem non dissimili modo in pyramide fieri posse demonstrabuntur.

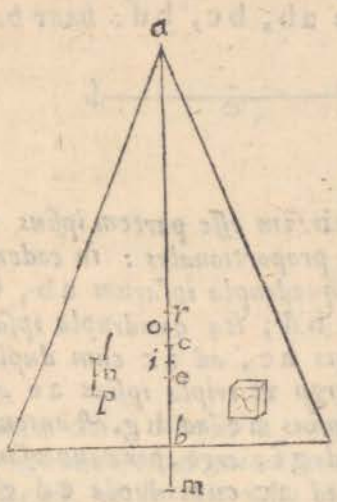
Ex his manifestum est, cono dato posse figuram vnam circumscribi, & alteram inscribi, ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, ita vt lineæ, quæ inter earum centra grauitatum, & punctum, quod axem coni ita diuidit vt pars ad verticem reliquæ sit tripla, intercipiuntur, quacunque data linea sint minores. cum enim, vt demonstratum est, dictum punctum axem diuidens, vt dictum est, semper inter circumscriptæ & inscriptæ grauitatum centra reperiatur; fierique possit vt, quæ inter eadem centra media linea, minor sit quacumque linea proposita; multo minor eadem proposita linea sit quæ inter alterum centrorum & dictum punctum axem diuidens intercipitur.

Cuiuslibet coni vel pyramidis centrum grauitatis axem diuidit, vt pars ad verticem reliquæ ad basin sit tripla.

Esto conus, cuius axis ab. & in c diuidatur ita, vt ac reliquæ cb sit tripla. ostendendum est, c esse grauitatis centrum coni. nam si non est, erit coni centrum aut supra, aut infra punctum c. Sit prius infra; & sit e: & exponatur linea lp æqualis ce; quæ contingenter diuidatur in n. & quam rationem habet vtraque simul, be, pn, ad pn, hanc habeat conus ad solidum x. & inscribatur cono solida figura ex cylindris æqualem altitudinem habentibus, cuius centrum grauitatis à puncto c minus distet quam sit linea ln; & excessus, quo à cono superatur, minor sit solido x. hæc enim fieri posse, ex demonstratis manifestum est. Sit iam inscripta figura qualis petitur, cuius centrum grauitatis sit i. Erit igitur ie linea maior quam np cum lp. Sit æqualis ce & ic, minor ln: &, quia vtraque simul, be, np, ad np est vt conus ad x; excessus autem, quo conus inscriptam figuram superat, minor est solido x: ergo conus ad dictum excessum maiorem rationem habebit quam vtraque be, np ad np: & diuidendo inscriptæ figura ad excessum, quo à cono superatur maiorem rationem habebit

quam

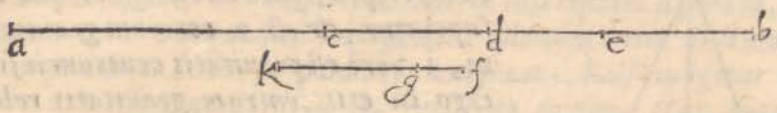
quam be *ad* np: *habet autem* be *ad* ei *minorem adhuc rationem quam ad* np *cum* ie. *Maior sit* np. *ergo inscripta figura ad excessum, quo a cono superatur, multo maiorem rationem habet quam* be *ad* ei. *quam igitur rationem habet inscripta ad dictum excessum, hanc habebit ad* ei *linea quædam maior ipsa* be. *Sit illa* me. *Quia igitur* me *ad* ei *est vt inscripta figura ad excessum quo à cono superatur; & est* e *centrum grauitatis coni, i vero est grauitatis centrum inscriptæ: ergo* m *erit centrum grauitatis reliquarũ proportionum, quibus conus inscriptam sibi figuram excedit. quod est impossibile. Non est ergo centrum grauitatis coni infra* c *punctum; sed neque supra. Nam, si potest, sit* r; *& rursus sumatur linea* lp *cõtingenter* m n *secta; &, quam rationem habet vtraque simul,* bc, np *ad* nl, *hanc habeat conus ad* x; *Et circumscribatur similiter cono figura, à qua minori quãtitate superetur, quam sit solidum* x: *& linea, quæ inter illius centrum grauitatis &* c *intercipitur, minor sit ipsa* np. *Sit iam circumscripta, cuius centrum sit* o: *erit reliqua* or *maior ipsa* nl. *&, quia vt vtraque simul,* bc, pn, *ad* nl, *ita conus ad* x: *excessus verò, quo conus à circumscripta superatur, minor est quam* x: *ipsa vero* bo *minor est quam vtraque simul,* bc, pn: *ipsa autem* or *maior quam* ln: *Conus igitur ad reliquas proportiones, quibus à circumscripta superatur, multo maiorem rationem habebit quam* bo *ad* or. *Habeat rationem illam* mo *ad* or: *erit* mo *maior ipsa* bc: *&* m *erit centrũ grauitatis proportionum quibus conus à circumscripta superatur figura. quod est inconueniens. non est ergo grauitatis centrum ipsius coni supra punctum* c: *sed neque infra; vt ostensum est. ergo erit ipsum* c. *Et idẽ eodem prorsus modo in pyramide quacumque demonstrabitur.*



Si fuerint quatuor lineæ continuè proportionales; & quam rationem habet minima earum ad excessum quo maxima minimam superat, eandem habuerit linea quædam sumpta ad $\frac{3}{4}$ excessus quo maxima secundam superat: quam autem rationem habet linea his æqualis (maximæ duplæ secundæ & triplæ tertię) ad lineam æqualem quadruplæ maximę, quadruplæ secundę & quadruplę tertię; eandem habuerit alia quędam sumpta ad excessum

quo maxima ſecundam ſuperat: erunt iſtę duę lineę ſimul ſumptę quarta pars maximę proportionalium.

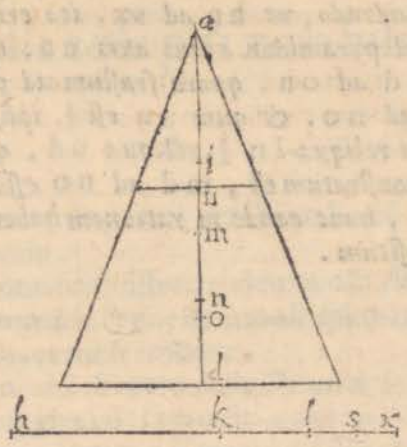
Sint enim quatuor lineæ proportionales, ab, bc, bd, be. *& quam rationem habet* be *ad* ea, *eandem habeat* fg *ad* $\frac{3}{4}$ *ipſius* ac. *quam autem rationem habet linea æqualis* ab *& duplæ* bc *& triplæ* bd *ad æqualem quadruplæ ipſarum* ab, bc, bd: *hanc habeat* hg *ad* ac. *Oſtendendum eſt*, hf *quartam eſſe partem ipſius* ab. *Quia igitur* ab, bc, bd, be, *ſunt proportionales: in eadem ratione erunt etiam* ac, cd, de: *& vt quadrupla ipſarum* ab, bc, bd, *ad* ab *cum dupla* bc *& tripla* bd; *ita quadrupla ipſarum* ac, cd, de, *hoc eſt quadrupla ipſius* ac, *ad* ac *cum dupla* cd *& tripla* de. *& ſic eſt* ac *ad* hg *ergo vt tripla ipſius* ae *ad* ac *cum dupla* cd *& tripla* de, *ita* $\frac{3}{4}$. *ipſius* ac *ad* hg. *eſt autem, vt tripla* ae *ad triplam* eb, *ita* $\frac{3}{4}$. ac *ad* gf, *ergo, per conuerſam vigeſimamquartam quinti, vt tripla* ae *ad* ac *cum dupla* cd *& tripla* db, *ita* $\frac{3}{4}$. *ipſius* ac *ad* hf. *&, vt quadrupla* ae *ad* ac *cum dupla* cd *& tripla* db, *hoc eſt, ad* ab *cum* cb *&* bd; *ita* ac *ad* hf. *& permutando, vt quadrupla* ae *ad* ac, *ita* ab *cum* cb *&* bd *ad* hf. *vt autem* ac *ad* ae, *ita* ab *ad* ab *cum* cb *&* bd. *ergo ex æquali, in proportione perturbata, vt quadrupla* ae *ad* ae, *ita* ab *ad* hf. *Quare conſtat*, hf *quartam eſſe partem ipſius* ab.



Cuiuſcumque fruſti pyramidis ſeu coni plano baſi æquidiſtante ſecti centrum grauitatis in axe conſiſtit, eumque ita diuidit vt pars verſus minorem baſin ad reliquam ſit vt tripla maioris baſis cum ſpatio duplo medij inter baſin maiorem & minorem vna cum baſi minori, ad triplam minoris baſis cum eodem duplo ſpatij medij etiam baſi maiori.

A cono vel pyramide, cuius axis ad, *ſecetur plano baſi æquidiſtante fruſtum cuius axis* ud. *& quam rationem habet tripla maximæ baſis cum dupla mediæ & minimæ, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maximæ, hanc habeat* uo *ad* od. *Oſtendendum eſt*, o *centrum grauitatis fruſti exiſtere*. *Sit* um *quarta pars ipſius* ud.

Exponatur linea hx *ipſi* ad *æqualis. ſitque* kx *æqualis* au. *ipſarum vero* hxk, *tertia proportionalis ſit* xl, *& quarta* xs. *& quam rationem habet* hs *ad* sx, *hanc habeat* md *ad lineam ſumptam*



ptam abo *versus* a; *quæ sit* on. *&, quia maior basis, ad eam quæ inter maiorem & minorem est media, proportionalis est* vt da *ad* au; *hoc est,* vt hx *ad* xk: *dicta autem media ad minorem est* vt kx *ad* xl: *erunt maior, media, & minor basis in eadem ratione, & lineæ* hx, xk, xl.

Quare vt *tripla maioris basis cum dupla mediæ & minimæ, ad triplam minimæ cum dupla mediæ & maximæ; hoc est,* vt uo *ad* od; *ita tripla* hx *cum dupla* xk *&* xl *ad triplam* xl *cum dupla* xk *&* xh: *& componendo, & conuertendo, erit* od *ad* du, vt hx *cum dupla* xk *& tripla* xl *ad quadruplam ipsarum* hx, xk, xl.

Sunt igitur 4 *lineæ proportionales,* hx, xh, xl, xs: *& quam rationem habet* xs *ad* sh, *hanc habet linea quædam sumpta* no *ad* $\frac{3}{4}$. *ipsius* du, *nempe ad* dm; *hoc est, ad* $\frac{3}{4}$. *ipsius* hk. *quam autem rationem habet* hx *cum dupla* xk *& tripla* xl *ad quadruplam ipsarum* hx, xk, xl; *eandem habet alia quædam sumpta* od *ad* du; *hoc est, ad* hk. *ergo (per ea quæ demonstrata sunt)* dn *erit quarta pars ipsius* hx; *hoc est, ipsius* ad. *quare punctum* n *erit grauitatis centrum coni vel pyramidis cuius axis* ad. *Sit pyramidis vel coni, cuius axis* au, *centrum grauitatis* i. *Constat igitur, centrum grauitatis frusti esse in linea* in *ad partes* n *extensa, in eoque eius puncto qui cum puncto* n *lineam intercipiat ad quam* in *eam habeat rationem quam abscissum frustum habet ad pyramidem vel conum cuius axis* au. *Ostendendum itaque restat,* in *ad* no *eandem habere rationem quam frustum ad conum cuius axis* au. *Est autem* vt *conus, cuius axis* da,

ad conum, cuius axis. au; *ita cubus* da *ad cubum* au, *hoc eſt, cubus* hx *ad cubum* xk. *hæc autem eadem eſt proportio quam habet* hx *ad* xs. *quare diuidendo, vt* hs *ad* sx, *ita erit fruſtum, cuius axis* du, *ad conum vel pyramidem cuius axis* ua. *eſt autem, vt* hs *ad* sx, *ita etiam* md *ad* on. *quare fruſtum ad pyramidem, cuius axis* au, *eſt vt* md *ad* no. *& quia* an *eſt* $\frac{3}{4}$. *ipſius* ad; ai *autem eſt* $\frac{3}{4}$. *ipſius* au: *erit reliqua* in $\frac{3}{4}$. *reliquæ* ud. *quare* in *æqualis erit ipſi* md. *Et demonſtratum eſt*, md *ad* no *eſſe vt fruſtum ad conum* au. *Conſtat ergo, hanc eandem rationem habere etiam* in *ad* no. *quare patet propoſitum.*

FINIS.

TAVO-

TAVOLA
Delle cose più notabili.

A.

ACqua alzata, e attratta per Tromba nō si eleua più di 18. braccia. pag. 13.
Acqua non hà resistenza alcuna all'esser diuisa. 53
Acqua sopra le foglie de cauoli formata in grosse gocciole, come si sostiene. 54
Alcune Dimostrationi del Centro della Grauità de i solidi 220
Animali acquatici maggiori de i terrestri, e per qual'cagione. 98
Argomento d'Aristotile contra il Vacuo è ad hominem. 47
Aria hà grauità positiua. 59. Come si possa misurar tal grauità. 60
Aria compressa, e ritenuta violentemente pesa nel Vacuo. 61. Modo di pesarla. 61
Arsenale di Venezia gran campo di filosofare à gl'ingegni. 1
Asta di legno fitta in vna muraglia ad angoli retti, e ridotta à tal lunghezza, e grossezza, che si possa reggere: mà allargata vn pelo più, si spezzi per lo proprio peso, è vnica. 3
Atomi innumerabili d'acqua entrando ne'canapi tirano, e alzano immenso peso. 15

C.

CErchio è vn poligono di infiniti lati non quanti indiuisibili. 38
Cerchio è medio proportionale tra due poligoni, vno de quali li sia circonscritto, l'altro gli sia isoperimetro. 44
Chiodo doppio di grossezza d'vn'altro, e fitto nel muro sostiene ottuplo peso dell'altro minore. 5
Cilindro, ò Prisma di qualsiuoglia materia sospeso perpendicolarmente come resista al romperst. 8
Cilindri, ò fili di qualsiuoglia materia fino à quanta lunghezza si possano tirare, oltre alla quale grauati, dal proprio peso si strapperebbero. 13
Cilindri retti, le superficie de'quali, trattene le basi, sono eguali, hanno frà di loro la medesima proportione, che le loro altezze contrariamente prese. 42
Colonna grossissima di marmo spezzatasi da se stessa; e perchè. 4
Condensatione secondo l'opinione dell'Autore procede da constipatio-

tione di parti non quante, & indiuisibili. 39
Continuo composto di indiuisibili. 23. 37.
Corda, ò canapo come resista allo strapparsi. 6. 7.
Corda di instrumento musicale toccata, muoue, e fà risonare tutte le corde accordate con essa all'vnisono, alla quinta, e all'ottaua; e perchè. 74
Corpi fluidi sono tali per esser risoluti nei primi loro atomi indiuisibili. 30

D.

DAta vna linea retta diuisa vtcunque in parti diseguali descriuere vn cerchio, alla cui circonferenza tirate à qualunque punto di essa quante si voglino coppie di linee dall'estremità di detta linea diuisa, ritẽgono trà di loro la medesima proportione, che hanno le parti della linea diuisa. 34
Data vna canna vota trouar' vn Cilindro pieno eguale ad essa. 112
Della resistenza de i Solidi à sprezzarsi, aggrauati dal proprio peso; per tutta la seconda giornata. da 81. à 113.
Del Moto Locale. da 114. à 119.
Del Moto naturalmente accelerato. da 119. à 179.
Del Moto de i Proietti. da 179. à 284.
Differenza tra'l cerchie finito, e l'infinito. 31
Differenza, benche grandissima, di grauità de i Mobili non hà parte nel diuersificare le loro velocità. 63

E.

E' Impossibile per qualunque immensa forza tendere vna corda di rittamente per linea equidistante all'Orizonte. 216
Esempio di osso d'vn'animale, allungato più trè volte del naturale, quanto dourebbe esser più grosso per sostenersi. 97

F.

FRa Buonauentura Caualieri dell'Ordine de' Giesuati Matematico insigne; e suo Specchio Vstorio. 32

G.

GRaue cadendo da vna altezza, nell'arriuar'à terra hà concepito tanto impeto, che verisimilmente basterebbe à ricondurlo alla medesima altezza, onde si mosse. 17

I.

INcendij si fanno con moto velocissimo 32
Instante di tẽpo quanto è quale vn'punto in vna linea quãta. 39
Inuestigar le proportioni della velocità di diuersi Mobili, nell'istesso, e in diuersi mezzi. 57
Inuestigare la lunghezza della corda, onde penda vn Mobile, dalla frequem

quenza delle sue vibrationi. 73
I penduli hanno limitato il tempo delle lor vibrationi, si che è impossibile fargli muouere con altro periodo. 73

L.

LA quantità della velocità del Mobile è insieme cagione, e misura della quantità della resistenza del mezzo. 19
Luca Valerio Nouo Archimede dell'età nostra hà scritto, *De Centro grauitatis solidorum* mirabilmente. 23

M.

MAcchine materiali grandi benche fabbricate con l'istessa proportione, che altre minori della medesima materia, sono meno robuste, e gagliarde à resistere contro à gl' impeti esterni, che le minori. 2
Mobili di diuersa grauità, mà della medesima materia cadendo da grandi altezze si muouono con pari velocità. 48
Mobili descendenti per le corde suttese à qualsiuoglia arco del cerchio, passano in tempi eguali tanto le corde maggiori, che le minori. 72
Mobili, e penduli descendenti per gli archi delle medesime corde, eleuati sopra l'orizonte fino à 90. gradi, passano i detti archi in tempi eguali, mà più breui, che non sono i passaggi per le corde. 72
Modi varij di disegnare le Parabole. 110

N.

NEi Solidi non si può diminuire la superficie, quanto il peso, cõseruando la similitudine delle figure. 67
Numero infinito si come hà infinite radici di Quadrati, e di Cubi così hà infiniti numeri quadrati, e cubici. 25

O.

ORdigno, ò strumento inuentato da vn capriccioso per calarsi da grande altezza giù per vna corda, per non si scorticare le mani. 8
Oro indorare l'argento si distrae, e assottiglia immensamente. 40
Ossa di animali grandissimi oltre alla loro natura non sussisterebbono, mentre si douesse conseruare in esse la proportione della grossezza, e durezza, che hanno gli animali naturali. 97

P.

PAlla di cera accomodata per fare esperimento di diuerse grauità di acque. 52
Parti quante nella quantità discreta nè finite, nè infinite: mà rispondenti ad ogni segnato numero. 27

Pe-

Pesci si equilibrano mirabilmẽte nell'acqua. 52. E perche causa. 99.
Positiua è la causa d'vn' effetto positiuo. 10
Problema ammirabile di Aristotele di dua cerchi concentrici, che si riuolgono; e sua vera risolutione. 16
Problemi di proportioni musicali, e loro solutioni. da 74. à 81.
Punti infiniti come si assegnino in vna linea finita. 36

Q.

QVadratura della Parabola dimostrata con vnica dimostratione. 108
Qualsiuoglia corpo di qualsiuoglia figura, e grandezza, e gratuità viene raffrenato dalla renitenza del mezzo, benche tenuissimo, talmente che continuandosi il moto, lo riduce à equabilità. 70

R.

RArefatione è distrattione di infiniti indiuisibili con l'interpositione di infiniti vacui indiuisibili. 39
Rarefatione immensa è quella di poca poluere d'artiglieria in mole vastissima di fuoco. 46
Resistenza del mezzo leuata via, tutte le materie, benchè di grauità diuersa si mouerebbero con pari velocità. 55

S.

SAcca da tener grano col fondo di tauola fatte con la medesima tela, mà diuerse d'altezza, quali siano più capaci. 43
Scabrosità, e porosità maggiore, ò minore nella superficie de Mobili, probabile cagione del maggior, ò minor ritardamento di essi. 66
Solidi simili sono trà di loro in sesquialtera proportione delle superficie. 69
Specchi d'Archimede ammirabili. 31
Superficie eguali di dua solidi leuandone dall'vna parte, e dall'altra continuamente parti eguali si riducono l'vna in vna circonferẽza di cerchio, l'altra in vn punto. 21
Superficie de i Cilindri eguali, trattone le basi, sono trà di loro in sudduplicata proportione delle loro lunghezze. 41

T.

TAuola per i tiri d'artiglieria secondo le diuerse eleuationi del Pezzo. 212
Tempi delle vibrationi di più Mobili pendenti da fila più, ò men lunghe, sono in trà di loro in proportione suddupla delle lunghezze delle fila, onde dependono. 72

V.

V.

VAcuo cagione in parte dell'attaccamento frà le parti de' ſolidi 10. Come ſi miſuri in ciò la ſua virtù per diſtinguerla dall'altre cauſe concorrenti. 11

Vacui minutiſſimi diſſeminati, e trapoſti trà le minime particelle de' Solidi cauſa probabile dell'attaccamento di eſſe particelle frà loro. 15

Velocità del lume come poſſa con eſpérienza inueſtigarſi ſe sia inſtãtanea, ò temporanea. 32

Velocità de graui deſcendenti naturalmente al centro và continuamente accreſcendoſi, fino à che per l'accreſcimento della reſiſtenza del mezzo diuenta vniforme. 56

Velocità de'Mobili ſimili, e diſſimili nell'iſteſſo, e in diuerſi mezzi che proportione habbia. 57

Velocità delle palle di moſchetti, ò d'artiglieria incomparabilmente maggiore della velocità de gli altri Proietti. 189

Velocità diuerſe di moti diuersi de i Pianeti, ſecondo Platone, è conferita ad eſſi dal moto per linea retta, e continuata poi nella conuerſione per i loro Orbi, molto acconciamente verrebbe illuſtrata dalle ſpecolationi dell'Autore. 193

Vnità hà dell'infinito. 30

IL FINE.

Tauola de gli Errori della Stampa.

Fac.	Ver.	Errori.	Correttioni.
4	11	agualmente	egualmente
	34	qul	quel
7	4	certiſsimi	certiſſimi
43	25	va	va
44	40	Potigono	Poligono
56	27	che la	che le
83	28	facciamo	facciano
90	38	egeuolmente	ageuolmente
105	15	necegario	neceſſario
115	37	ipſi	ipſa
121	30	ſia velocità.	ſia la velocità.
125	9	fà ſuo	fa il ſuo
127	1	piombe	piombo
134	7	referile	riferirle
134	39	linæ	lineæ
141	16	centre	centro
	31	artefeci	artefici
144	24	empus	tempus
148	3	ed EA,	ad EA,
149	32	quoue	quoque
158	11	vn in	vi in
161	9	eximo	eximo

Fac.	Ver.	Errori.	Correttioni.
163	19	ax	ex
166	3	linea	lineæ
175	2	tantem	tandem
176	8	ad poncta	ad puncta
	24	AD. EFGC.	ADEFGC
180	1	ſenſa	ſenza
183	40	efflexus	effluxus
	41	quodlibet	quotlibet
184	8	conſtituùm	conſtitutum
185	20	proieito	proietto
188	14	più 4. ò 5.	più che 4. ò 5.
189	12	ſopranaturali	ſopranaturale
194	21	conficet	conficiet
199	41	per mente	por mente
200	11	effendere	offendere
201	34	ſublimatas	ſublimitas
204	24	ſemiparabole	ſemiparabolæ
207	29	alttdinem	altitudinem
209	25	dimidie	dimidiæ
211	3	quadratum	quadrato
220	23	diſtantis	diſtantijs

IL FINE.

tampa.

Correctiõ
ex
linea
tandem
ad punct.
ADE FG.
sensa
effatus
quotlibet
conclusiones
potens
plicae 4 35.
lapsuum
crescit
portiones
offendere
sublimius
semperinis
altitudines
dimidi
quadra
debuit