Max Planck Research Group
Epistemes of Modern Acoustics

Sound & Science: Digital Histories

König, Walter. "Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen (1)."
Annalen der Physik, 3rd ser. 42, (1891): 353–370.

https://acoustics.mpiwg-berlin.mpg.de/node/505

Scan licensed under: CC BY-SA 3.0 DE | Max Planck Institute for the History of Science

MAX PLANCK INSTITUTE
FOR THE HISTORY OF SCIENCE

Signatur
Nr. 609/18

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

[F. 37

BAND XLII.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT ACHTUNDSIEBZIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG
DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN
UND INSBESONDERE DES HERRN
H. VON HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON
G. WIEDEMANN.

NEBST FÜNF FIGURENTAFELN.

KÖNIGL. JOHANNEUM GYMNASIUM BERLIN



LEIPZIG, 1891.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

Verein. Askan. u. Tempelh. Gymnasium
Lehrerbücherei

Inhalt.

Neue Folge. Band XLII.

Erstes Heft.

Seite

I. G. Hüfner und E. Albrecht. Ueber die Durchlässigkeit des Wassers für Licht von verschiedener Wellenlänge . . 1

II. S. Arrhenius. Ueber die Leitung von Electricität durch heisse Salzdämpfe 18

III. K. R. Koch. Ueber eine Veränderung, welche die Oberflächen der Electroden durch die Polarisation erfahren und über die Occlusion der Gase 77

IV. J. Bergmann. Die Inductionswage in Verbindung mit Disjunctor und Galvanometer 90

V. E. Lévay. Verhältniss der Stromarbeit zur chemischen Energie bei galvanischen Elementen 103

VI. R. Sissingh. Ueber das Kerr'sche magneto-optische Phänomen bei äquatorialer Magnetisirung an Eisen 115

VII. E. Lecher. Ueber die Messung der Dielectricitätsconstante mittelst Hertz'scher Schwingungen 142

VIII. H. Rubens. Ueber stehende electrische Wellen in Drähten und deren Messung 154

Seite

IX. A. Elsas. Ueber Widerstandsmessungen mit dem Differentialinductor 165

X. L. Natanson. Thermodynamische Bemerkungen 178

XI. P. Drude. Bestimmung der optischen Constanten des Kobalts 186

XII. K. Prytz. Intermittirende Quecksilberfallluftpumpe . . . 191

Geschlossen am 15. December 1890.

Zweites Heft.

I. A. Oberbeck. Ueber das Verhalten dünner Niederschlagsschichten gegen den electrischen Strom 193

II. A. Oberbeck und J. Edler. Ueber die electromotorischen Kräfte galvanischer Ketten 209

III. G. Wiedemann. Ueber die Bestimmung des Ohm . . . 227

IV. W. v. Siemens. Ueber das allgemeine Windsystem der Erde 257

V. J. Stefan. Ueber die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere 269

VI. H. Brückner. Ueber innere Reibung von Salzlösungen . . 287

VII. H. Kayser. Ueber den Ursprung des Banden- und Linienspectrums 310

VIII. S. Czapski. Ueber die Doppelbrechung schnell gekühlter Glasplatten 319

IX. S. Czapski. Zur Frage nach der Richtung der Brennlinien in unendlich dünnen optischen Büscheln 332

X. A. Appunn. Ueber Combinationstöne und Summationstöne 338

XI. Carlo Del Lungo. Ueber den Druck und das specifische Volumen der gesättigten Dämpfe 344

XII. M. Margules. Bemerkungen zu Hrn. Galitzine's Abhandlung: „Ueber das Dalton'sche Gesetz“ 348

XIII. Gg. H. Zahn. Ueber die Widerstandsmessung des Wismuths mit constantem und oscillirendem Strom 351

Geschlossen am 15. Januar 1891.

Drittes Heft.

Seite

I. W. König. Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen . 353

II. J. J. Acworth. Beziehung zwischen Absorption und Empfindlichkeit sensibilisirter Platten 371

III. H. Hertz. Ueber die mechanischen Wirkungen electrischer Drahtwellen 407

IV. I. Klemenčič. Ueber die Untersuchung electrischer Schwingungen mit Thermoelementen 416

V. G. Wiedemann. Ueber die Bestimmung des Ohm . . . 425

VI. F. Braun. Beobachtungen über Electrolyse 450

VII. E. Riecke. Ueber electrische Ladung durch gleitende Reibung 465

VIII. E. Riecke. Das thermische Potential für verdünnte Lösungen 483

IX. A. Oberbeck. Ueber die Messung starker Ströme mit Hülfe des Spiegelgalvanometers 502

X. B. Walter. Eine charakteristische Absorptionserscheinung des Diamanten 505

XI. B. Walter. Ueber das α-Monobromnaphtalin 511

Geschlossen am 12. Februar 1891.

Viertes Heft.

I. C. Dieterici. Calorimetrische Untersuchungen 513

II. P. Drude und W. Voigt. Bestimmung der Elasticitätsconstanten einiger dichter Mineralien 537

III. W. König. Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen . 549

IV. J. Elster und H. Geitel. Notiz über eine neue Form der Apparate zur Demonstration der lichtelectrischen Entladung durch Tageslicht 564

V. P. Drude und W. Nernst. Einfluss der Temperatur und des Aggregatzustandes auf das Verhalten des Wismuths im Magnetfelde 568

VI. L. Arons und H. Rubens. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit electrischer Wellen in isolirenden Flüssigkeiten 581

Seite

VII. M. Wien. Das Telephon als optischer Apparat zur Strommessung 593

VIII. G. Stern. Ueber mikrophonische Tonstärkemessung . . . 622

IX. J. Mooser. Ueber die durch Zerstäuben der Kathode erhaltenen Metallschichten 639

X. K. Olszewski. Ueber das Absorptionsspectrum und über die Farbe des flüssigen Sauerstoffs 663

XI. P. Drude. Ueber die Brechung des Lichtes durch Metallprismen 666

XII. G. J. Michaëlis. Ueber die Moleculartheorie der Elasticität fester Körper 674

Berichtigung 680

Geschlossen am 1. März 1891.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Tafel I. H. Rubens.
„ II. G. Wiedemann.
„ III. } J. J. Acworth.
„ IV. }
„ V. B. Walter.

1891. ANNALEN № 3.
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE. BAND XLII.

I. *Hydrodynamisch-akustische Untersuchungen; von Walter König.*

Vor einiger Zeit habe ich in den Berichten der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften einige Betrachtungen über die Entstehung der Kundt'schen Staubfiguren veröffentlicht. Ich will versuchen, die neue Erklärung dieser Erscheinung, die ich an jener Stelle aufgestellt, aber nur in den allgemeinen Umrissen angedeutet habe, im Folgenden durch ausführliche Darlegung genauer zu begründen.

Die Kundt'schen Staubfiguren und überhaupt die sogenannten akustischen Bewegungserscheinungen sind offenbar nichts anderes, als Bewegungen fester Körper, welche durch die Vorgänge in der die Körper umgebenden Flüssigkeit hervorgerufen und unterhalten werden. Die Vorgänge in der Flüssigkeit sind von doppelter Art, Bewegungen und Dichtigkeitsänderungen; dementsprechend könnte man erwarten, dass sich in dem Verhalten fester Körper in einer solchen schwingenden Flüssigkeit zwei Gruppen von Erscheinungen unterscheiden liessen, solche, bei denen die Flüssigkeit durch ihre Bewegung eine ungleichmässige Vertheilung des Druckes auf der Oberfläche der in ihr befindlichen festen Körper und dadurch eine Bewegung dieser veranlasst, und solche, bei denen das Gleiche im Zusammenhange mit den Dichtigkeitsänderungen der Flüssigkeit statt hat. Die ersteren würden an den Bäuchen, die letzteren in den Knoten einer stehenden Schwingung wahrnehmbar sein. Von den bekannten akustischen Bewegungserscheinungen gehört die Mehrzahl der ersten Gruppe an, so die Kundt'schen Staubfiguren, die Schallradiometer, die Rayleigh'schen

Scheibchen; sie zeigen alle ihre charakteristischen Bewegungen am schärfsten ausgebildet im Bauche einer Schwingung und beweisen dadurch, dass man in erster Linie die Bewegung der umgebenden Luftmasse als Ursache der Bewegung der festen Körper zu betrachten hat. Infolge dessen wird es für die Erklärung dieser Erscheinungen — wenigstens in erster Annäherung — genügen, von den Dichtigkeitsänderungen der schwingenden Luftmasse überhaupt vollkommen abzusehen. Dann vollziehen sich also die Erscheinungen so, als ob sich die festen Körper in einer hin- und herströmenden incompressiblen Flüssigkeit befänden, und man gewinnt den Vortheil, bekannte Sätze der Hydrodynamik auf sie anwenden zu können. Streng genommen würde diese Betrachtungsweise nur gültig sein für die unmittelbare Nachbarschaft der genauen Mitte des Schwingungsbauches, weil hier thatsächlich keine Dichtigkeitsänderungen eintreten, und sie würde für diesen Raum gelten unter der Voraussetzung, dass die Dimensionen der eingelagerten festen Körper und — soweit ihre gegenseitige Beeinflussung in Betracht kommt — ihre Abstände von einander unendlich klein gegen die Wellenlänge sind. Dass man unter diesen Bedingungen für eine elastische Flüssigkeit zu denselben Bewegungsformen kommt, wie für eine incompressible, sieht man deutlich an einem Beispiele, das Kirchhoff in seiner Mechanik behandelt.[1]) Kirchhoff findet für das Geschwindigkeitspotential einer Kugel, die in einer elastischen Flüssigkeit Schwingungen in der Richtung der z-Axe ausführt, den Ausdruck:

$$\varphi = \frac{\partial}{\partial z}\left(A\frac{\cos 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r} - B\frac{\sin 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)}{r}\right),$$

in dem R den Kugelradius, T die Schwingungsdauer der Kugel und λ die Länge der durch diese Schwingungen erzeugten Luftwellen bedeuten. Der Ausdruck lässt sich in anderer Form schreiben:

$$\varphi = \left\{A\cos 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) - B\sin 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right.$$
$$\left. + 2\pi\frac{r}{\lambda}A\sin 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + 2\pi\frac{r}{\lambda}B\cos 2\pi\left(\frac{r-R}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right\} \times \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}.$$

1) Kirchhoff, Mechanik. 2. Aufl. p. 321.

und geht, wenn R und r gegen λ unendlich klein sind, unter Vernachlässigung aller unendlich kleinen Grössen über in:

$$\varphi = \left(A \cos 2\pi \frac{t}{T} + B \sin 2\pi \frac{t}{T} \right) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}.$$

Dieser Ausdruck aber hat die Form des Geschwindigkeitspotentials für eine schwingende Bewegung der Kugel in einer incompressiblen Flüssigkeit. Da die Lycopodiumkügelchen oder Korkstückchen, die man zur Erzeugung der Kundt'schen Staubfiguren anwendet, stets sehr klein gegen die Wellenlänge der benutzten Töne sind, so ist die Anwendung der genannten Betrachtungsweise auf diesen Fall unmittelbar gerechtfertigt.

Es genügt ferner, um die hydrodynamische Deutung der Erscheinungen im Princip darzulegen, hinsichtlich der Gestalt der in der Flüssigkeit befindlichen Körper die einfachsten Annahmen zu machen. Die Kräfte, welche die strömende Flüssigkeit vermöge der Oberflächendrucke auf sie ausübt, sind im allgemeinen sowohl bewegende als drehende Kräfte. Um die beiden Fälle gesondert zu behandeln, sollen zuvörderst die Drehungsmomente durch die Annahme ausgeschlossen werden, dass die Körper kugelförmig seien. Dann übt die schwingende Flüssigkeit zunächst auf jede einzelne Kugel direct Kräfte aus, welche wie die Bewegung der Flüssigkeit selber periodisch ihre Richtung wechseln. Infolge dieser periodischen Antriebe wird die Kugel selber in eine schwingende Bewegung gerathen, und es soll zunächst untersucht werden, wie gross die Mitbewegung der Kugel bei der schwingenden Bewegung der Flüssigkeit ist. Da hierbei nur die unmittelbare Wirkung der Flüssigkeitsströmung auf jede einzelne Kugel in Betracht gezogen werden soll, so genügt es, eine Kugel in einer unendlich ausgedehnten, geradlinig hin- und herströmenden Flüssigkeit anzunehmen. Die Rechnung ergibt, dass bei den gewöhnlich vorliegenden Verhältnissen (Lycopodiumkügelchen oder Korkstückchen in Luft) der Grad des Mitschwingens im allgemeinen gering sein, d. h. der Körper erheblich hinter der Bewegung der Flüssigkeit zurückbleiben wird. Infolge dieses

Zurückbleibens müssen sich in der Flüssigkeit in der Nähe des Körpers Strömungen ausbilden, wie sie durch eine ruhende Kugel in einer strömenden Flüssigkeit bewirkt werden. Befinden sich dann statt einer mehrere Kugeln in der schwingenden Flüssigkeit, so verursacht eine jede in der Nähe jeder anderen eine Störung der ursprünglichen Strömungsform, und aus der Asymmetrie, welche die Vertheilung des Oberflächendruckes nunmehr annimmt, folgt eine neue bewegende Kraft zweiter Ordnung, welche die Flüssigkeit auf die Kugeln, oder scheinbar die Kugeln auf einander ausüben. Um den Typus dieser Kräfte kennen zu lernen, genügt es, sie für den Fall zweier Kugeln zu berechnen. Diese Kräfte hängen von den Quadraten der Geschwindigkeit der Flüssigkeitsströmung ab; sie sind bei einer schwingenden Flüssigkeit auch periodisch in ihrer Grösse, aber constant in ihrer Richtung; sie können daher zu einer Fortbewegung der Körper Veranlassung geben. In der That sind diese Kräfte so beschaffen, dass sich die eigenthümliche rippenförmige Anordnung der Korktheilchen in den Kundt'schen Staubfiguren unmittelbar aus ihnen folgern lässt.

Auch bei der Behandlung der Drehungsmomente will ich die Betrachtung auf den einfachsten Fall beschränken. Es genügt hier, die unmittelbare Wirkung der strömenden Flüssigkeit auf einen einzelnen in ihr ruhenden Körper zu betrachten. Nimmt man als Form des Körpers die eines Rotationsellipsoides, so erhält man leicht zu berechnende Formeln, die für den Fall einer unendlich dünnen, kreisförmigen Scheibe eine besonders einfache Form annehmen. Auch dieses Drehungsmoment ist, wie die oben erwähnten Kräfte zweiter Ordnung, abhängig von dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit; es ist periodisch in seiner Grösse, aber es hat in jeder Phase der Bewegung der Flüssigkeit denselben Sinn. Das hieraus folgende Bestreben des Körpers eine bestimmte Stellung einzunehmen, gibt die Erklärung für die von Rayleigh[1]) beobachtete Einstellung kleiner, leicht beweglicher Scheibchen im Schwingungsbauche einer

1) Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 5. Mai 1881. p. 110; Phil. Mag. (5) 14. p. 186. 1882.

Luftsäule. Hr. Rayleigh und nach ihm Hr. Grimsehl[1]) haben diese Thatsache zur Messung der Schallstärke zu verwerthen gesucht. Unsere Betrachtungen werden uns zu einer einfachen Formel führen, welche dieses Verfahren unmittelbar zur absoluten Messung der Schallstärke brauchbar machen würde. Doch dürfte es vor der Hand noch zweifelhaft erscheinen, ob die Anwendung der Grundsätze der reinen Hydrodynamik zur vollständigen Formulirung der Gesetzmässigkeit dieser Erscheinung ausreicht, oder ob man noch etwa die Reibungsvorgänge innerhalb der Flüssigkeit in Form eines Correctionsgliedes in Rechnung zu setzen hat. Darüber hätte eine Vergleichung der Formel mit der Erfahrung zu entscheiden.

Ich bemerke noch, dass, soviel mir bekannt ist, bisher nur eine Art akustischer Bewegungserscheinungen auf Grund von Ergebnissen hydrodynamischer Berechnungen erklärt worden ist: das sind die sogenannten akustischen Anziehungen und Abstossungen, welche von Guyot, Schellbach, Guthrie und Dvořák beobachtet worden sind.[2]) Ihre Erklärung beruht auf denselben Grundsätzen, wie sie in den hier zu behandelnden Fällen zur Anwendung kommen, ist aber erheblich complicirter. Die Kundt'schen Staubfiguren und die Rayleigh'schen Scheibchen dürften wohl die einfachsten Beispiele auf diesem Gebiete der Anwendung der Hydrodynamik darstellen.

I. Ueber das Mitschwingen einer Kugel in einer schwingenden Flüssigkeit.

Vorausgesetzt wird eine unendlich ausgedehnte Flüssigkeit, welche in geradliniger Bahn periodisch hin- und herströmt. Die Richtung dieser Bewegung wählen wir zur Z-Axe. Kräfte sollen auf die Theilchen der Flüssigkeit nicht wirken mit Ausnahme derjenigen Kräfte, welche die verlangte periodische Bewegung unterhalten; diese aber sollen aus-

1) Grimsehl, Wied. Ann. **34.** p. 1028. 1888.

2) Vgl. Guthrie, Phil. Mag. (4) **41.** p. 405. 1871; Dvořák, Pogg. Ann. **157.** p. 42. 1876. Hinsichtlich der theoretischen Erklärung vgl. Schiötz, Gött. Nachr. 1877. p. 306, sowie auch Basset, a Treatise on Hydrodynamics **1.** p. 246 ff. 1888.

schliesslich Oberflächendrucke sein, welche auf die im Unendlichen befindliche Begrenzung der Flüssigkeit wirken sollen. Diese können wir uns etwa gebildet denken aus einem unendlich weiten und unendlich langen Kreiscylinder, der die Z-Axe zur Axe hat und in der positiven und negativen Unendlichkeit dieser Axe durch bewegliche, zur Axe senkrechte Stempel verschlossen ist. Denken wir uns diese Stempel durch von aussen wirkende Kräfte gleichzeitig mit constantem Abstand hin- und herbewegt, so besitzt die in dem Raume zwischen ihnen befindliche Flüssigkeit die verlangte Bewegung. Jene äusseren Kräfte brauchen nicht weiter specialisirt zu werden. Die ganze Bewegung würde gewissermaassen in mikroskopischer Vergrösserung den Vorgang darstellen, der sich in einem unendlich kleinen Raumelement im Schwingungsbauche einer tönenden Luft- oder Flüssigkeitssäule abspielt.

So lange die Flüssigkeit den Raum ganz und ausschliesslich erfüllt, wird sie sich offenbar als ein Ganzes, d. h. ohne gegenseitige Verschiebung ihrer Theilchen bewegen, nicht anders als ein fester Körper. Die Bewegung wird sich daher nicht ändern, wenn wir uns die Theilchen, die ein beliebig umgrenztes Volumen der Flüssigkeit ausmachen, starr miteinander verbunden denken. Betrachten wir die Bewegung dieses starren Theiles der Flüssigkeit für sich, so können wir sagen, dass sie ausschliesslich durch die Drucke, welche die umgebende Flüssigkeit auf diesen starren Theil ausübt, unterhalten wird. Die Grösse dieser bewegenden Kraft ist durch die Art der Bewegung und durch die bewegte Masse gegeben. Nennen wir die letztere m' und w ihre Geschwindigkeit zur Zeit t, so muss die bewegende Kraft, d. h. die Resultante der von der Flüssigkeit ausgeübten Drucke, die wir Z nennen wollen, $= m' dw/dt$ sein. Specialisiren wir den Fall noch, indem wir uns den starren Theil der Flüssigkeit als Kugel vom Radius R denken; ist dann μ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, so ist $m' = \frac{4}{3}\pi R^3 \mu$. Endlich sei die Bewegung der Flüssigkeit gegeben durch:

$$w = w_0 \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

eine Bewegung, der offenbar das Geschwindigkeitspotential:

$$\varphi_1 = w_0 z \,.\, \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

entsprechen würde. Denken wir uns die Flüssigkeitskugel ersetzt durch eine andere starre Kugel von gleicher Grösse, aber von anderer Masse m, so ist, damit auch diese Kugel die beschriebene Bewegung ausführt, eine auf sie wirkende Kraft von der Grösse $m\,dw/dt$ erforderlich. Die in gleicher Bewegung befindliche Flüssigkeit übt nur eine Kraft von der Grösse $m'\,dw/dt$ aus. Folglich muss, damit auch in diesem Falle Kugel und Flüssigkeit sich wie ein starres System bewegen, ausser denjenigen Kräften, welche die Flüssigkeitsbewegung erzeugen, eine auf die Kugel allein wirkende Zusatzkraft F_1 von der Grösse $(m - m')\,dw/dt$ gegeben sein.

Besteht keine derartige Kraft, so werden, wenn m und m' von einander verschieden sind, relative Bewegungen der Flüssigkeitstheilchen gegen die Kugel entstehen, und es werden sich um die Kugel herum Störungen der geradlinigen Strömung ausbilden von der Art derjenigen, welche eine ruhende Kugel in einem Flüssigkeitsstrome erzeugt. Wir betrachten zunächst noch diesen Specialfall; die Combination beider Fälle wird dann die Lösung unseres Problems ergeben.

Wenn in einer Flüssigkeit, die mit der constanten Geschwindigkeit ω in der Richtung der positiven Z-Axe strömt, eine Kugel vom Radius R ruht und deren Centrum zum Anfangspunkte der Coordinaten gewählt wird, so hat das Geschwindigkeitspotential die Form[1]):

$$\varphi_2 = \omega\left(z - \frac{R^3}{2}\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}\right).$$

Aus dem Geschwindigkeitspotential berechnet sich der in der Flüssigkeit herrschende Druck, abgesehen von einem constanten Gliede, nach der Formel[2]):

$$p = -\mu\frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\mu}{2}\left\{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2\right\}$$

und die Kenntniss dieser Grösse ergibt die Componenten des von der Flüssigkeit auf den ruhenden Körper ausgeübten

1) Kirchhoff, Mechanik. 2. Aufl. p. 222.
2) Kirchhoff, l. c. p. 171.

Gesammtdruckes mittelst der über die Oberfläche des Körpers auszudehnenden Integrale:

$$X = -\int p \cos\alpha \, dS, \quad Y = -\int p \cos\beta \, dS, \quad Z = -\int p \cos\gamma \, dS,$$

wobei α, β, γ die Winkel der nach aussen gerichteten Normale der Körperoberfläche mit den Coordinatenaxen bedeuten. Das Ergebniss der Rechnung für den Fall einer stationären Bewegung ist bekannt; ein mit constanter Geschwindigkeit fliessender Strom einer reibungslosen Flüssigkeit übt auf eine in ihm ruhende Kugel überhaupt keine fortbewegende Kraft aus. Anders, wenn die Bewegung nicht stationär ist. Auch dann wird der Einfluss einer in der Flüssigkeit ruhenden Kugel durch obigen Werth des Geschwindigkeitspotentiales dargestellt; nur ist dann ω nicht mehr als constant, sondern als eine Function der Zeit zu betrachten[1]) und infolgedessen hat $\partial\varphi/\partial t$ nicht mehr den Werth Null, sondern ist $= z(1 + R^3/2r^3)\,\partial\omega/\partial t$, also für die Oberfläche der Kugel $= \frac{3}{2}\partial\omega/\partial t . z$. Dies in den Ausdruck für p und in die obigen Integrale eingesetzt, ergibt als Resultante der auf die Kugel ausgeübten Flüssigkeitsdrucke eine bewegende Kraft in Richtung der Flüssigkeitsströmung von der Grösse:

$$Z = \tfrac{3}{2} \cdot \tfrac{4}{3}\pi R^3 \mu \frac{\partial\omega}{\partial t} = \tfrac{3}{2} m' \frac{\partial\omega}{\partial t}.$$

Das Resultat entspricht dem bekannten Satze, dass eine Kugel, die sich in einer ruhenden Flüssigkeit geradlinig mit veränderlicher Geschwindigkeit bewegt, seitens der Flüssigkeit eine Gegenwirkung erfährt, die durch das Product aus der halben Masse der verdrängten Flüssigkeit in die Beschleunigung der Kugel gemessen wird.

Nehmen wir im Besonderen:

$$\omega = \omega_0 \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

an, so haben wir wieder eine mit der Periode T hin- und herströmende Bewegung der Flüssigkeit im Unendlichen; das Geschwindigkeitspotential:

$$\varphi_2 = \omega_0 \cos 2\pi \frac{t}{T} \left(z - \frac{R^3}{2} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right)$$

1) W. Voigt, Elementare Mechanik. p. 353.

stellt den Einfluss einer im Coordinatenanfang ruhenden Kugel auf eine solche Bewegung dar, und dabei muss auf diese Kugel, wenn sie frei schwebend in der Flüssigkeit ruhen soll, eine äussere Kraft wirken, welche in jedem Augenblicke der von der Flüssigkeit ausgeübten beschleunigenden Druckkraft das Gleichgewicht hält, d. h. eine Kraft von der Form:

$$F_2 = -\tfrac{3}{2} m' \frac{\partial \omega}{\partial t} = +\tfrac{3}{2} \frac{2\pi}{T} \omega_0 m' \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Wir combiniren schliesslich die beiden besprochenen Lösungen der hydrodynamischen Gleichungen in der Art, dass wir uns zu der zuletzt erörterten Bewegung der Flüssigkeit bei ruhender Kugel eine periodische Gesammtbewegung des ganzen Systems nach Art der zuerst besprochenen Bewegungsform hinzugefügt denken; die Periode beider Bewegungen sei dieselbe; Amplitude und Phase der ersten Bewegungsform aber sollen so gewählt werden, dass die Zusatzkraft F_1, welche zur Herstellung dieser Bewegung auf die Kugel wirken muss, in jedem Augenblicke der Zusatzkraft F_2, welche zur Herstellung der zweiten Bewegungsform erforderlich ist, gleich und entgegengesetzt gerichtet ist. Bezeichnet man die Geschwindigkeit, die dem ganzen System ertheilt wird, wie vorhin mit w, wobei:

$$w = w_0 \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right)$$

zu setzen ist, so lautet die Bedingung $F_1 + F_2 = 0$:

$$(m - m') \frac{\partial w}{\partial t} - \tfrac{3}{2} m' \frac{\partial \omega}{\partial t} = 0.$$

Ist die Bedingung erfüllt, so wirken auf die Kugel offenbar gar keine äusseren Kräfte mehr ein. Die Bewegung der Kugel ist dann also anzusehen als ausschliesslich durch die Bewegung der Flüssigkeit hervorgebracht. Die Geschwindigkeit der Kugel ist w, die der Flüssigkeit $w + \omega = v$, und das Verhältniss der Maximalgeschwindigkeiten w_0/v_0, das zugleich das Verhältniss der Amplituden der Bewegung ist, gibt uns das gesuchte Maass für die Stärke des Mitschwingens der Kugel in der schwingenden Flüssigkeit. Die aufgestellte Bedingung ergibt die Gleichung:

$$(m - m') w_0 . \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right) - \tfrac{3}{2} m' \omega_0 \sin 2\pi \frac{t}{T} = 0.$$

Da diese für alle Werthe von t erfüllt sein soll, so muss $\delta = 0$ sein, und man erhält:

$$w_0 = \frac{\frac{3}{2}m'}{m - m'}\,\omega_0\,;$$

und daraus für das Amplitudenverhältniss:

$$\frac{w_0}{v_0} = \frac{3m'}{2m + m'}\,.$$

Bezeichnet man noch das Verhältniss der Dichtigkeiten der Substanz der Kugel und der Flüssigkeit, also das Verhältniss der Massen m/m' mit σ, so ist schliesslich:

$$\frac{w_0}{v_0} = \frac{3}{2\sigma + 1}\,.$$

Die vorstehenden Betrachtungen setzten eine reibungslose Flüssigkeit voraus. Will man den Einfluss der Reibung berücksichtigen, so kann man ebenfalls von einem bereits gelösten, bekannten Probleme ausgehen und auf dieses eine der soeben benutzten ganz ähnliche Betrachtungsweise anwenden. Die Pendelschwingungen einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit sind mehrfach behandelt worden, so von Stokes, O. E. Meyer, Kirchhoff. Ich verweise hinsichtlich der Einzelheiten auf die Hydrodynamik von Basset[1]) und entnehme der von ihm gegebenen Darstellung direct den folgenden, unserer Bezeichnungsweise angepassten Ausdruck für den Widerstand, den die schwingende Kugel seitens der Flüssigkeit erfährt:

$$Z = -\frac{m'}{2}\left\{\left(1 + \frac{9}{2KR}\right)\frac{d\omega}{dt} + \frac{9n}{2KR}\left(1 + \frac{1}{KR}\right)\omega\right\}.$$

Dabei bedeuten R den Kugelradius, m' die Masse der verdrängten Flüssigkeit, ω die Geschwindigkeit der Kugel, $T = 2\pi/n$ die Schwingungsdauer und K den Werth von $(n\mu/2k)^{1/2}$, unter k die Reibungsconstante verstanden. Nehmen wir ω in der Form an:

$$\omega = \omega_0 \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

und führen noch die Bezeichnung ein:

$$b = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{kT}{\mu\pi}},$$

1) Basset, A Treatise on Hydrodynamics **2**. p. 263. 1888.

so hat Z den Werth:

$$(1)\quad Z = +\omega_0 \frac{2\pi}{T}\left(\frac{m'}{2} + \tfrac{9}{4} m' b\right) \sin 2\pi \frac{t}{T} - \omega_0 \tfrac{9}{4} \frac{2\pi m'}{T} b(1+b) \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

Bedeutet ζ die Verrückung der Kugel zur Zeit t, so würden wir durch die Annahme, dass auf die Kugel eine äussere Kraft Z' vom Betrage $-\alpha^2\zeta$ wirke, Pendelschwingungen der Kugel von abnehmender Amplitude erhalten. Damit die Kugel entsprechend dem obigen Werthe von ω Schwingungen von constanter Amplitude beschreibt, muss offenbar eine äussere Kraft:

$$(2)\qquad Z' = -\alpha^2\zeta - Z$$

auf sie wirken; denn dann lautet die Bewegungsgleichung der Kugel:

$$m \frac{d^2\zeta}{dt^2} = -\alpha^2\zeta - Z + Z.$$

Da in diesem Falle $-\alpha^2\zeta = m \,.\, d\omega/dt$ ist, so erhält man unter Benutzung von (1) für die die beschriebene Art der Schwingung unterhaltende äussere Kraft den Ausdruck:

$$(3)\quad \begin{cases} Z' = -\omega_0 \frac{2\pi}{T}\left(m + \frac{m'}{2} + \tfrac{9}{4} m' b\right) \sin 2\pi \frac{t}{T} \\ \qquad\qquad + \omega_0 \tfrac{9}{4} \frac{2\pi m'}{T} b(1+b) \cos 2\pi \frac{t}{T}, \\ \quad = -B \sin\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right). \end{cases}$$

wenn B und δ durch die folgenden Gleichungen definirt sind:

$$(4)\quad \begin{cases} B \cos\delta = \omega_0 \frac{2\pi}{T}\left(m + \frac{m'}{2} + \tfrac{9}{4} m' b\right), \\ B \sin\delta = \omega_0 \frac{2\pi}{T} \tfrac{9}{4} m' b(1+b). \end{cases}$$

Zu der so bestimmten Bewegung denken wir uns eine periodische Gesammtbewegung des ganzen Systems, als eines starren, in der Weise hinzugefügt, wie wir es oben bei dem Falle einer reibungslosen Flüssigkeit bereits besprochen haben. Da hierbei relative Verschiebungen der Theilchen nicht vorkommen, so sind die Bewegungsgleichungen für eine reibende Flüssigkeit auch hierbei selbstverständlich erfüllt, und die Summe beider Lösungen wird daher, entsprechend der Form jener Differentialgleichungen, wieder eine mögliche Lösung dieser Gleichungen darstellen. Diese zweite Bewegung, die ebenfalls parallel der Z-Axe und mit derselben Periode

wie die erste erfolgen soll, erfordert einerseits auf die Flüssigkeit wirkende Druckkräfte, deren Angriffsflächen im Unendlichen liegen sollen, und andererseits eine auf die Kugel wirkende äussere Kraft Z'' von der Grösse $(m - m') . dv/dt$, wenn v die Geschwindigkeit des Systems in diesem Falle bedeutet. Amplitude und Phase dieser zweiten Bewegung sollen so gewählt werden, dass die durch sie bestimmte Kraft Z'' in jedem Augenblicke der zur Erzeugung der ersten Bewegung erforderlichen Kraft Z' gleich und entgegengerichtet ist. Demnach muss v die Form haben:

$$v = v_0 \cos\left(2\pi \frac{t}{T} - \delta\right), \tag{5}$$

und es muss die Bedingung bestehen:

$$v_0 = -\frac{B}{m - m'} \cdot \frac{T}{2\pi}. \tag{6}$$

Die Summe der auf die Kugel wirkenden äusseren Kräfte ist dann in jedem Augenblicke gleich Null und die resultirende Bewegung der Kugel kann daher angesehen werden als ausschliesslich hervorgebracht durch die Drucke, welche die Flüssigkeit infolge der durch (5) definirten Bewegung auf die Kugel ausübt. Die Bewegung der Kugel im Verhältniss zu der der Flüssigkeit, d. h. der Grad des Mitschwingens bestimmt sich dann leicht in folgender Weise:

Die resultirende Geschwindigkeit der Kugel w ist nach dem Gesagten:

$$\begin{cases} w = \omega + v \\ \quad = \left(\omega_0 - \dfrac{B\cos\delta}{m - m'} \dfrac{T}{2\pi}\right) \cos 2\pi \dfrac{t}{T} - \dfrac{B\sin\delta}{m - m'} \dfrac{T}{2\pi} \sin 2\pi \dfrac{t}{T} \\ \quad = w_0 \cos\left(2\pi \dfrac{t}{T} + \varepsilon\right), \end{cases} \tag{7}$$

wobei w_0 und ε durch folgende Bedingungen bestimmt sind:

$$\begin{cases} w_0 \cos\varepsilon = \omega_0 - \dfrac{B\cos\delta}{m - m'} \dfrac{T}{2\pi}, \\ w_0 \sin\varepsilon = \dfrac{B\sin\delta}{m - m'} \dfrac{T}{2\pi}. \end{cases} \tag{8}$$

Mittelst der Gleichungen (4) und (8) sind die gesuchten Grössen, nämlich die Phasendifferenz $\varepsilon + \delta$ zwischen der Schwingung der Kugel und der der Flüssigkeit im Unend-

lichen, und das Verhältniss w_0/v_0 zu berechnen; letzteres gibt wieder wie vorhin das Maass für die Stärke des Mitschwingens ab. Wir erhalten zunächst durch Einführung von (4) in (8):

$$(9)\quad \begin{cases} w_0 \cos\varepsilon = -\dfrac{\omega_0}{m-m'}\left(3\dfrac{m'}{2}+\dfrac{9}{4}m'b\right), \\ w_0 \sin\varepsilon = \dfrac{\omega_0}{m-m'}\dfrac{9}{4}m'b(1+b), \end{cases}$$

und folglich:
$$\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{b+b^2}{\frac{3}{3}+b},$$

ferner aus (4):
$$\operatorname{tg}\delta = \frac{b+b^2}{\frac{2}{3}\dfrac{2\sigma+1}{3}+b} = \frac{b+b^2}{\frac{2}{3}\alpha+b},$$

wenn wir das Amplitudenverhältniss in der reibungslosen Flüssigkeit $3/(2\sigma+1)$ mit $1/\alpha$ bezeichnen. Aus der Vereinigung beider Gleichungen folgt:

$$(10)\quad \operatorname{tg}(\varepsilon+\delta) = -\tfrac{3}{2}(\alpha-1)\frac{b+b^2}{\alpha+\frac{3}{2}(\alpha+1)b+\frac{9}{2}b^2+\frac{9}{2}b^3+\frac{9}{4}b^4}.$$

Andererseits ergibt sich aus (4) und (6):

$$v_0^2 = \tfrac{9}{4}\frac{\omega_0^2 m'^2}{(m-m')^2}\{\alpha^2+3\alpha b+\tfrac{9}{2}b^2+\tfrac{9}{2}b^3+\tfrac{9}{4}b^4\}$$

und aus (9):

$$w_0^2 = \tfrac{9}{4}\frac{\omega_0^2 m'^2}{(m-m')^2}\{1+3b+\tfrac{9}{2}b^2+\tfrac{9}{2}b^3+\tfrac{9}{4}b^4\},$$

also:

$$(11)\quad \frac{w_0}{v_0} = \sqrt{\frac{1+3b+\frac{9}{2}b^2+\frac{9}{2}b^3+\frac{9}{4}b^4}{\alpha^2+3\alpha b+\frac{9}{2}b^2+\frac{9}{2}b^3+\frac{9}{4}b^4}}.$$

Die Gleichungen (10) und (11) enthalten die Lösung des Problems, wenn wir hinzunehmen, dass:

$$\alpha = \frac{2\sigma+1}{3} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{kT}{\mu\pi}} \quad \text{ist.}$$

Man ersieht aus ihnen, dass für $\sigma = 1$, d. h. wenn die Masse der Kugel gleich der der verdrängten Flüssigkeit ist, die Phasendifferenz $\varepsilon+\delta = 0$ und $w_0 = v_0$ wird. Andererseits verschwindet die Phasendifferenz für $b = 0$; dies ist offenbar der Fall bei einer reibungslosen Flüssigkeit; das Amplitudenverhältniss wird bei diesem Werth von b:

$$\frac{w_0}{v_0} = \frac{1}{\alpha} = \frac{3}{2\sigma+1},$$

wie wir es oben bereits gefunden hatten. Das Auftreten einer Phasendifferenz zwischen der Schwingung der Flüssigkeit und der dadurch verursachten Schwingung der Kugel ist also durch die Reibung der Flüssigkeit bedingt; derartige Phasendifferenzen zwischen den verschiedenen Schichten der bewegten Flüssigkeit treten bei oscillatorischen Bewegungen reibender Flüssigkeiten immer auf. Die Gleichung (10) lehrt aber ferner, dass die Phasendifferenz auch dann gegen Null convergirt, wenn b sehr gross wird, so gross, dass alle übrigen Glieder gegen b^4 zu vernachlässigen sind. Das würde bei gleichem Kugelradius für sehr grosse Werthe der Schwingungsdauer und bei bestimmter Schwingungsdauer für ausserordentlich kleine Werthe des Kugelradius eintreten können. Für diesen Fall wäre zugleich $w_0 = v_0$. Auch dieses Ergebniss ist unmittelbar verständlich. Eine unendlich kleine Kugel wird die Bewegungen der Flüssigkeit vollständig mitmachen. Da demnach die Phasendifferenz zweimal gegen Null convergirt, so muss sie für einen bestimmten Werth von b ein Maximum besitzen.

Die Gleichungen sind unter der Annahme abgeleitet, dass die Flüssigkeit incompressibel sei. Nach dem in der Einleitung Bemerkten wird man erwarten dürfen, dass diese Gleichungen wenigstens als eine angenäherte Lösung auch für den Fall compressibler Medien angesehen werden können, vorausgesetzt, dass der Kugelradius sehr klein ist gegen die Länge der Schallwelle, welche in dem vorausgesetzten Mittel der gegebenen Schwingungsdauer entsprechen würde. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn wir die Gleichungen anwenden, um uns über die Mitbewegung kleiner Körper im Schwingungsbauche einer stehenden Luftwelle, z. B. des Staubes in der Kundt'schen Röhre, eine ungefähre Vorstellung zu machen. Allerdings könnte hier ein anderer Einwand erhoben werden. Der Behandlung unseres Ausgangsproblems, der Schwingungen einer Kugel in einer reibenden Flüssigkeit, liegt, wie bei allen Reibungsproblemen, die Voraussetzung zu Grunde, dass die Geschwindigkeiten unendlich klein seien. Diese Voraussetzung dürfte aber bei den schnellen akustischen Schwingungen, um die es sich hier handelt, kaum mehr zutreffen; die Versuche, welche Hr.

Kayser über die Schallgeschwindigkeit in Röhren angestellt hat[1]), sprechen vielmehr entschieden gegen diese Voraussetzung. Denn auch die Formel, welche Kirchhoff für den Einfluss der Reibung und der Wärmeleitung auf die Schallbewegung in Röhren abgeleitet hat[2]), beruht auf der Annahme unendlich kleiner Geschwindigkeiten. Hr. Kayser aber findet, dass diese Formel zwar der Form nach den Beobachtungen genügt, dass jedoch dem Coëfficienten des Correctionsgliedes nicht derjenige Werth, welcher sich aus den üblichen Bestimmungen der Reibung und Wärmeleitung ergeben würde, sondern ein viermal grösserer zuertheilt werden muss, wenn die Formel zu dem richtigen Werthe der Schallgeschwindigkeit führen soll. Der genannte Coëfficient γ enthält die Reibungsconstante k und die Constante der Wärmeleitung ν in der Form:

$$\gamma = \sqrt{k} + \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\sqrt{\nu},$$

wobei a den wahren, b den Newton'schen Werth der Schallgeschwindigkeit bedeutet. Nach Kirchhoff dürfte besonders die Berechtigung, den gewöhnlichen Wärmeleitungscoëfficienten für ν zu setzen, zweifelhaft erscheinen. Darnach würde der Hauptantheil der Kayser'schen Correction auf das zweite Glied des Coëfficienten fallen, und man würde jedenfalls für den Reibungscoëfficienten schon zu hoch greifen, wenn man die Correction gleichmässig auf beide Glieder vertheilen, d. h. jeden der Coëfficienten 16mal grösser als seinem gewöhnlichen Werthe nach annehmen wollte. Auch in unserem Probleme handelt es sich um den Einfluss der Reibung bei Schallschwingungen, und die Analogie mit den Versuchen Kayser's könnte den Gedanken nahe legen, dass auch unsere Formeln der Wirklichkeit besser entsprechen würden, wenn man in ihnen der Reibungsconstante statt des gewöhnlichen Werthes einen anderen, ähnlich wie bei den Versuchen Kayser's zuertheilte. Aber der Einfluss der Reibung ist gerade bei Luftschwingungen überhaupt nur gering. Denn wegen der geringen Dichte der Luft gegen

1) H. Kayser, Wied. Ann. 2. p. 218. 1877.
2) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. p. 177. 1868.

die der festen und flüssigen Substanzen wird a stets sehr gross sein, b dagegen wird wegen des geringen Betrages der Schwingungsdauer bei den höheren, für die Kundt'schen Versuche meist benutzten Tönen im allgemeinen klein sein und gegen a nur dann ins Gewicht fallen, wenn der Radius der Kugel ausserordentlich klein ist. Um die Verhältnisse zu veranschaulichen, mögen einige Beispiele berechnet werden. Dabei sollen, um den Einfluss der Reibung deutlicher hervortreten zu lassen, die Berechnungen sowohl mit dem gewöhnlichen, als auch mit einem 16mal grösseren Werthe des Reibungscoëfficienten durchgeführt werden.

1. Die Kugel sei aus Kork und von der Grösse der Korkstäubchen, die man zur Erzeugung der Kundt'schen Staubfiguren verwendet, also R etwa 0,02 cm. Nehmen wir die Dichtigkeit des Korkes $= 0{,}2$, die der Luft $\mu = 0{,}0012$, so ist $a = 111{,}4$. Also das Amplitudenverhältniss in einer reibungslosen Flüssigkeit:

$$\frac{v_0}{w_0} = \frac{1}{a} = 0{,}009.$$

Die Schwingungszahl des benutzten Tones sei 2000, also $T = 0{,}0_3 5$ sec.; dem würde ein Knotenabstand von 8,25 cm in der Kundt'schen Röhre entsprechen. Endlich ist für Luft der gewöhnliche Werth des Reibungscoëfficienten:

$$k = 0{,}0_3 19 \ \frac{g}{\text{cm sec}}.$$

Mit diesem Werthe der Reibungsconstanten berechnet sich b zu 0,2510 und daraus:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}013, \qquad \varepsilon + \delta = -\,18^0\,39',$$

während für einen 16mal grösseren Werth von k sich ergeben würde:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}035 \quad \text{und} \quad \varepsilon + \delta = -\,48^0\,46'.$$

2. Die Kugel sei ein Wassertröpfchen von der Grösse eines Wolken- oder Nebelelementes. Nehmen wir ihren Radius $= 0{,}001$ cm an, so würde nach der Stokes'schen Formel ihre infolge der Luftreibung constante Fallgeschwindigkeit in vollkommen ruhiger Luft ungefähr 1 cm betragen.

Für eine solche Kugel ergibt unsere Formel $a = 555{,}8$; also das Amplitudenverhältniss ohne Berücksichtigung der Reibung:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}0018.$$

Für $k = 0{,}0_3 19$ ist $b = 5{,}020$ und daraus:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}082, \qquad \varepsilon + \delta = -74^0\,45',$$

während der 16mal grössere Werth von k zu den Werthen führen würde:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}74 \qquad \varepsilon + \delta = -39^0\,45'.$$

3. Nimmt man in dem zweiten Beispiele den Werth von R nur halb so gross, also $R = 0{,}0_3 5$ cm — die Fallgeschwindigkeit würde dann ungefähr 3 mm in der Secunde betragen — so erhält man für den kleineren Werth von k:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}28 \quad \text{und} \quad \varepsilon + \delta = -68^0\,15',$$

für den grösseren dagegen:

$$\frac{w_0}{v_0} = 0{,}97 \quad \text{und} \quad \varepsilon + \delta = -12^0\,27'.$$

Man ersieht aus diesen Beispielen, wie bedeutend der Einfluss der Reibung wird, sobald die Grösse der Kugeln so gering ist, dass auch ihre Geschwindigkeit beim freien Falle ausschliesslich durch den Reibungswiderstand bestimmt ist. Aber abgesehen von diesen extremen Fällen wird selbst bei Körpern von so geringen Dimensionen, wie sie Korkstaub hat, und selbst unter dem Einflusse der Reibung der Grad des Mitschwingens immer nur ein sehr geringer sein. Das gilt für den Fall einzelner Kugeln, die allseitig von der Flüssigkeit umgeben sind; es wird in erhöhtem Maasse gelten, wenn die Körper auf einer festen Unterlage ruhen. Man könnte einwenden, dass Cl. Neumann[1]) durch intermittirende Beleuchtung ein thatsächliches Hin- und Herschwingen der Rippen der Kundt'schen Staubfiguren beobachtet hat. Doch lassen sich aus unseren, für eine einzelne Kugel abgeleiteten Formeln natürlich keinerlei Schlüsse auf den Grad des Mitschwingens ziehen, der einer solchen wandförmigen Gruppirung von Körperchen zukommen würde.

1) Cl. Neumann, Wien. Anzeiger. 1870. Nr. 28. p. 221.

Jedenfalls glaube ich aus diesen Betrachtungen folgende zwei Schlüsse ziehen zu können:

1. Wenn wir im Schwingungsbauche einer Kundt'schen Röhre den Staub beim Tönen in Bewegung gerathen sehen, so werden diese Bewegungen anderen Kräften als der rein fortführenden Wirkung der hin- und herströmenden Luftmasse zuzuschreiben sein.

2. Für die weitere Behandlung der akustischen Bewegungserscheinungen, im besonderen für die Herleitung der die Bewegung des Staubes erzeugenden Kräfte aus hydrodynamischen Principien wird es in anbetracht des geringen Grades des Mitschwingens gestattet sein, die festen Körperchen in der schwingenden Flüssigkeit überhaupt als ruhend zu betrachten.

Physikal. Inst. der Univ. Leipzig, Dec. 1890.